



Herausgegeben von
Professor Dr.-Ing. Eugen Perau
Universität Duisburg-Essen

**Ein Modell zur Beschreibung innerer Erosion -
Grundzüge des mechanischen Modells
und Ansätze zum Massenproduktionsterm**

Tobias Askamp

DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Offen im Denken

ub | universitäts
bibliothek

Diese Dissertation wird via DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt und liegt auch als Print-Version vor.

DOI: 10.17185/duepublico/81891

URN: urn:nbn:de:hbz:465-20240424-070216-2

Alle Rechte vorbehalten.

Ein Modell zur Beschreibung innerer Erosion – Grundzüge des mechanischen Modells und Ansätze zum Massenproduktionsterm

Von
der Fakultät für Ingenieurwissenschaften
Abteilung Bauwissenschaften
der Universität Duisburg-Essen
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

Vorgelegt von: Tobias Askamp, M.Sc.
aus Dorsten

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Eugen Perau
Universität Duisburg-Essen

Prof. Dr.-Ing. Frank Rackwitz
Technische Universität Berlin

Tag der Einreichung: 21. August 2023

Tag der mündlichen Prüfung: 23. Januar 2024

Tobias Askamp, Essen, 2024

Impressum

Report Geotechnik Universität Duisburg-Essen

ISSN: 2511-8544

ISSN (online): 2700-4848

Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Ingenieurwissenschaften
Abteilung Bauwissenschaften,
Fachgebiet Geotechnik
Univ. Prof. Dr.-Ing. Eugen Perau
45117 Essen

www.uni-due.de/geotechnik

Tel.: +49 (0)201-18-32858

E-Mail: eugen.perau@uni-due.de

DOI: 10.17185/duepublico/81891

URN: urn:nbn:de:hbz:465-20240424-070216-2

Alle Rechte liegen beim Autor.

Vorwort des Herausgebers der Schriftenreihe

Von Wasser durchströmte Erdbauwerke wie Deiche oder Staudämme oder umströmte Verbaukonstruktionen sind grundsätzlich gefährdet gegen innere Erosion des Bodens. Es besteht also die Gefahr, dass infolge strömenden Grundwassers nach und nach kleinere Bodenpartikel aus dem Korngefüge herausgelöst werden und daraus weitere Wasserwegigkeiten entstehen, welche wiederum zu einem verstärkten Partikelaustrag führen können. Um derartige Prozesse zu vermeiden, gibt es vor allem Konstruktionsregeln wie etwa die Filterkriterien für Böden. Derartige Regeln lassen es jedoch nicht zu, entsprechende Prozessabläufe rechnerisch zu beschreiben, was jedoch wünschenswert wäre, wenn es gilt, unvermeidbare Prozesse innerer Erosion in ihrem Zeitablauf vorherzusagen oder zum Beispiel für forensische Zwecke Schadensanalysen durchzuführen.

In der vorliegenden Dissertation hat sich Herr Askamp mit der rechnerischen Beschreibung von Prozessen der inneren Erosion, hier vor allem der Suffosion beschäftigt. Diese Arbeit steht am Beginn der Beschäftigung des Fachgebiets mit Themen der inneren Erosion. Es hat sich als notwendig erwiesen, für die Beschreibung derartiger Prozesse auf Ansätze der Kontinuumsmechanik zurückzugreifen, die sowohl eine konsistente Beschreibung der Prozesse erlaubt als auch eine Anwendung für Anfangs-Randwertprobleme in Maßstäben der Baupraxis möglich macht.

Mein Dank gilt Herrn Askamp, der sich in seiner Zeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Geotechnik der Universität Duisburg-Essen mit viel Engagement intensiv mit dem Thema auseinandergesetzt hat und sich dabei auch erfolgreich in Methoden der Mechanik und Mathematik eingearbeitet hat. Wie bei den unmittelbar vorausgegangenen Heften dieser Mitteilungsreihe wird die vorliegende Dissertation sowohl online als auch auf klassische Weise auf Papier bereitgestellt.

Essen, im April 2024

Eugen Perau

Vorwort des Verfassers

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Geotechnik der Universität Duisburg-Essen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Eugen Perau für die Möglichkeit unter seiner Leitung zu promovieren. Ich bedanke mich für das entgegengebrachte Vertrauen, die konstruktive Zusammenarbeit und die stete Diskussionsbereitschaft während meiner Zeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter. Ebenso möchte ich mich für die vielen Denkanstöße und Hinweise bezüglich meiner Dissertation bedanken.

Ganz herzlich möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. F. Rackwitz für die Übernahme des Korreferats meiner Arbeit bedanken. Über das große Engagement, die fachlichen Hinweise und die konstruktiven Anregungen habe ich mich sehr gefreut. Für ihre Mitwirkung in der Prüfungskommission möchte ich mich darüber hinaus recht herzlich bei Frau Prof. Dr.-Ing. C. Birk und Herr Prof. Dr. phil. M. Lang und für die Übernahme des Vorsitzes bei Frau Prof. Dr.-Ing. M. Schnellenbach-Held bedanken.

Mein ganz herzliches Dankeschön gilt meinen Kollegen des Fachgebietes für die gute Zusammenarbeit und ein sehr angenehmes Arbeitsklima. Ich habe mich immer sehr wohl gefühlt. Insbesondere möchte ich mich für die vielfältigen Hilfestellungen und den regen wissenschaftlichen Austausch bei Solveig Buscher, Luisa Kagermeier, Antonia Dahmen, Nils Meteling, Bettina Detmann, Benedikt Kosmann, Gerald Abea-Núñez, Matthias Uchtmann, Jörg Nolzen, Claudia Johanning, Lisa Klein und Jasmin Kaufmann sowie den studentischen Hilfskräften bedanken.

Mein voller Dank gilt Herrn Florian Bacher für die Programmierung eines Berechnungsprogrammes in seiner von mir initiierten und betreuten Masterarbeit, sowie Herrn Jonas Hülsbusch bei der Unterstützung weiterführender Programmierungen.

Schließlich möchte ich mich ganz besonders bei meiner Familie und vor allem bei meiner Frau Victoria bedanken. Durch ihre Unterstützung wurden mir viele Sorgen genommen und in vielen Situationen der Rücken frei gehalten. Das Interesse an meiner Arbeit war ebenso motivierend wie die notwendigen Ablenkungen in schwierigen Phasen.

Essen, im April 2024

Tobias Askamp

Kurzfassung

Bei Bauwerken, wie Deichen, Dämmen oder Baugrubenwände, ist der Nachweis gegen Versagen durch innere Erosion und Piping zu erbringen, wenn diese von einer Grundwasserströmung beeinflusst werden. Hierzu werden geometrische und hydraulische Kriterien herangezogen, durch die sichergestellt werden soll, dass einzelne Bodenkörner nicht gelöst und abtransportiert werden können. Falls notwendig ist dies durch konstruktive Maßnahmen zu erzielen. Eine mechanische Beschreibung der Erosionsprozesse findet bei dieser Nachweisführung nicht statt.

In dieser Arbeit wird an einem Modell gearbeitet, welches den Ablauf eines Erosionsprozesses mechanisch beschreibt. Das kontinuumsmechanische Modell wird mit der Theorie poröser Medien aufgestellt. Als Grundmodell wird ein Mehrphasenmodell mit einem starren Korngerüst, Wasser als Fluid und einer beliebigen Anzahl an Fraktionen lösbarer sowie bereits gelöster Partikel verwendet. Zuvor werden in einem Modell-Konzept die Rahmenbedingungen, zum Beispiel Randbedingungen oder Annahmen für eine spezielle Form der Erosion, festgelegt. Auf Basis des Grundmodells erfolgt schließlich die Herleitung eines Dreiphasenmodells für eine Beschreibung der Suffosion als ersten Spezialfall. Das Dreiphasenmodell umfasst das Korngerüst, das Fluid sowie eine Fraktion an Partikeln, die sich im Korngerüst befinden und aus diesem herausgelöst werden können oder bereits gelöst sind.

Zur Beschreibung des Erosionsprozesses und zur Schließung des Gleichungssystems ist es notwendig, Gleichungen für die im System enthaltenen Unbekannten konstitutiv festzulegen. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Massenproduktion. Über den Term der Massenproduktion wird der Austausch von Partikeln zwischen dem im Korngerüst vorhandenen und den gelösten Partikeln beschrieben. Der Massenproduktionsterm beinhaltet sowohl einen Ansatz für das Lösen, also der Erosion von Partikeln, als auch für die Ablagerung von Partikeln. Der Beginn der Erosion sowie der Ablagerung von Partikeln wird durch ein hydraulisches Kriterium gesteuert.

Ein einfaches Berechnungsprogramm, welches die Simulation einer eindimensionalen, vertikalen Durchströmung einer Bodensäule ermöglicht, liefert erste Ergebnisse zur Auswirkung des Massenproduktionsterms. Anhand von Durchströmungsberechnungen wird die Plausibilität der Berechnungsansätze belegt. Durchgeführte Parametervariationen zeigen den Einfluss der im Massenproduktionsterm enthaltenen Parameter und liefern erste Erkenntnisse zur mechanischen Beschreibung des Suffosionsprozesses.

Abstract

For structures such as dykes, dams or excavation pit walls, proof against failures due to internal erosion and piping must be provided if they are influenced by groundwater flow. Geometric and hydraulic criteria are used to ensure that individual soil grains cannot be loosened and transported away. If necessary, this can be achieved by constructive measures. A mechanical description of the erosion processes does not take place in this verification procedure.

In this work, a model is being developed that describes the course of an erosion process mechanically. The continuum mechanical model is set up with the theory of porous media. As a basic model, a multiphase model with a rigid grain structure, water as a fluid and an arbitrary number of fractions of detachable and already detached particles is used. Beforehand, the framework conditions, for example boundary conditions or assumptions for a special form of erosion, are defined in a model concept. Based on the basic model, a three-phase model is derived to describe suffosion as the first special case. The three-phase model includes the grain structure, the fluid and one fraction of particles that are in the grain structure and can be dissolved out of it or are already dissolved.

To describe the erosion process and to close the system of equations, it is necessary to constitutively define equations for the unknowns contained in the system. This work deals with mass production. The mass production term describes the exchange of particles between the particles present in the grain structure and the dissolved particles. The mass production term includes an approach for the loosening, that is the erosion of particles, as well as for the deposition of particles. The start of the erosion as well as the deposition of particles is controlled by a hydraulic criterion.

A simple calculation program, which allows the simulation of a one-dimensional, vertical flow through a soil column, provides first results on the effect of the mass production term. The plausibility of the calculation approaches is proven on the basis of flow calculations. Parameter variations show the influence of the parameters contained in the mass production term and provide initial findings on the mechanical description of the suffosion process.

Schlagwörter

Innere Erosion, Suffosion, Geotechnik, Massenproduktion, Massenaustausch, Massenbilanz, Impulsbilanz, Kontinuumsmechanik, Theorie poröser Medien, Dreiphasenmodell, Mehrphasenmodell, Durchströmungsversuch, Differenzenquotient, hydraulisches Kriterium, geometrisches Kriterium,

Keywords

Internal erosion, suffosion, geotechnique, mass production, mass transfer, mass balance, momentum balance, continuum mechanics, theory of porous media, three-phase model, multiphase model, flow test, difference quotient, hydraulic criterion, geometric criterion

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	13
1.1.	Thematische Einführung	13
1.2.	Motivation und Zielsetzung.....	15
1.3.	Methodik und Vorgehensweise	16
1.4.	Aufbau der Arbeit.....	17
2.	Grundlagen	19
2.1.	Erosionsprozesse im Boden.....	19
2.2.	Kontinuumsmechanische Grundlagen.....	37
3.	Bisherige Ansätze auf Basis der Kontinuumsmechanik	44
3.1.	Stand der Forschung	44
3.2.	Bewertung der Ansätze aus der Literatur	57
4.	Entwicklung eines Dreiphasenmodells	61
4.1.	Modell-Konzept.....	62
4.2.	Allgemeines Mehrphasenmodell zur Simulation von innerer Erosion	65
4.3.	Dreiphasenmodell zur Simulation von Suffosion	76
4.4.	Interaktionsterme der Bewegungsgleichungen	83
4.5.	Spezialfall der Einphasenströmung	86
5.	Massenaustausch im Dreiphasenmodell.....	88
5.1.	Anforderungen an den Term zum Massenaustausch.....	90
5.2.	Massenproduktionsterm bei einer lösbaren Kornfraktion	92
5.3.	Parameterbestimmung	102
6.	Simulation und Parameterbestimmung	103
6.1.	Simulationsprogramm	103
6.2.	Untersuchungen zur Plausibilität.....	111
6.3.	Parametervariationen.....	117

7.	Zusammenfassung und Ausblick	135
8.	Verzeichnisse.....	138
8.1.	Formate.....	138
8.2.	Bezeichnungen	138
8.3.	Indizes	140
8.4.	Rechenvorschriften.....	140
8.5.	Literaturverzeichnis.....	141
9.	Anhang	149
9.1.	Ableitungen des Massenproduktionsterms.....	149
9.2.	Parametervariation.....	150

1. Einleitung

1.1. Thematische Einführung

Erosion ist landläufig durch die Flusserosion oder Winderosion bekannt. Erosionsprozesse können jedoch auch im Boden auftreten und werden dann unter dem Begriff *innere Erosion* zusammengefasst. Hier erfolgt eine Herauslösung aus dem Korngefüge und der Transport von Bodenkörnern innerhalb des Korngefüges infolge der Grundwasserströmung. Der Erosionsprozess kann dabei einen wesentlichen Einfluss auf die Standsicherheit geotechnischer Bauwerke haben. So kann es bei Deichen und Dämmen zur speziellen Form der Kanalbildung (Piping) kommen. Eine solche Kanalbildung führt zu erhöhtem Durchfluss und kann schließlich ein vollständiges Versagen des Deiches bewirken.

Bindet eine Baugrube in das Grundwasser ein, hat dies ebenfalls einen wesentlichen Einfluss auf die Bemessung der Verbaukonstruktion. Wird die Verbauwand zum Beispiel bei Anwendung einer Restwasserhaltung umströmt, kommt es in der Baugrube zu einer vertikal nach oben gerichteten Strömungskraft. Wird diese Strömungskraft größer als das Eigengewicht des Bodens, kann es zu einem weiteren Versagen infolge der Grundwasserströmung, dem hydraulischen Grundbruch kommen. Tritt ein hydraulischer Grundbruch auf, hat dies ein vollständiges Versagen der Verbauwand und eine Flutung der Baugrube zur Folge. Treten im Vorfeld zusätzlich Erosionsprozesse auf, führen diese durch die Umlagerung und den Transport von Bodenkörnern zu veränderten Eigenschaften des Bodens, zum Beispiel der Durchlässigkeit. Die geänderten Bodeneigenschaften haben wiederum einen ungünstigen Einfluss auf die Sicherheit gegen hydraulischen Grundbruch und die Standsicherheit der Baugrube im Allgemeinen.

Um die Standsicherheit einer umströmten Verbauwand zu gewährleisten, muss die Sicherheit gegen hydraulischen Grundbruch nach Eurocode 7 bzw. der DIN 1054 nachgewiesen werden. Nach Eurocode 7 sind bei der Nachweisführung hohe Teilsicherheitsbeiwerte anzusetzen, wodurch ein Auftreten des hydraulischen Grundbruchs in jeden Fall verhindert werden soll. Ist zudem ein Versagen durch innere Erosion zu befürchten, müssen Filterregeln bzw. geometrische und hydraulische Kriterien eingehalten werden. Durch Einhaltung dieser Kriterien soll das Auftreten von Erosionsprozessen von vornherein ausgeschlossen werden. Gegebenenfalls ist dies durch bauliche Maßnahmen, wie Auflastfilter, zu erzielen.

Wie auch beim Nachweis gegen hydraulischen Grundbruch werden für den Nachweis gegen Versagen durch innere Erosion die maximal zu erwartenden Grundwasserstände festgelegt und mit diesem Zustand die hydraulischen Kriterien überprüft. Sowohl geometrische als auch hydraulische Kriterien stellen nur für diesen Zustand sicher, dass keine innere Erosion auftritt. Sind keine ungünstigeren Verhältnisse zu erwarten, kann dies durchaus zielführend sein. Können die

Kriterien jedoch nicht eingehalten werden, sind nach Norm bauliche Maßnahmen erforderlich, um die innere Erosion zu verhindern. Solche Maßnahmen können jedoch kostenintensiv sein. Um die Nachweise zu optimieren, wurden von diversen Autoren Versuche durchgeführt und verschiedenste Ansätze zur Verbesserung der Nachweise vorgestellt.

Ein geeigneter Versuchsaufbau zur Untersuchung von Erosion und Bodenbewegung infolge einer Grundwasserströmung lässt sich aus dem Nachweis gegen hydraulischen Grundbruch ableiten. Dieser Nachweis ist nach DIN EN 1997-1:2014-03 an einem Bodenprisma auf der Baugrubenseite der Verbauwand zu führen, an dem die wirkenden Gewichts- und Strömungskräfte verglichen werden. Abbildung 1.1 zeigt links eine Systemskizze einer Verbauwand mit zugehörigen Terzaghi-Körper. Das Bodenprisma des Terzaghi-Körpers kann auch als Bodenzylinder eines Durchströmungsversuches angenommen werden. Mit dem rechts in Abbildung 1.1 dargestellten Versuchsaufbau mit einem Bodenzylinder können Versuche zum hydraulischen Versagen durchgeführt werden. Untersuchungen lassen sich nicht nur zum hydraulischen Grundbruch (Tanaka und Toyokuni, 1991; Schober und Boley, 2014) durchführen, Versuche zu den unterschiedlichen Erosionsprozessen, wie der Suffosion (Ahlinhan, 2011; Moffat et al., 2011) oder Piping (Skempton und Brogan, 1994), sind ebenfalls möglich.

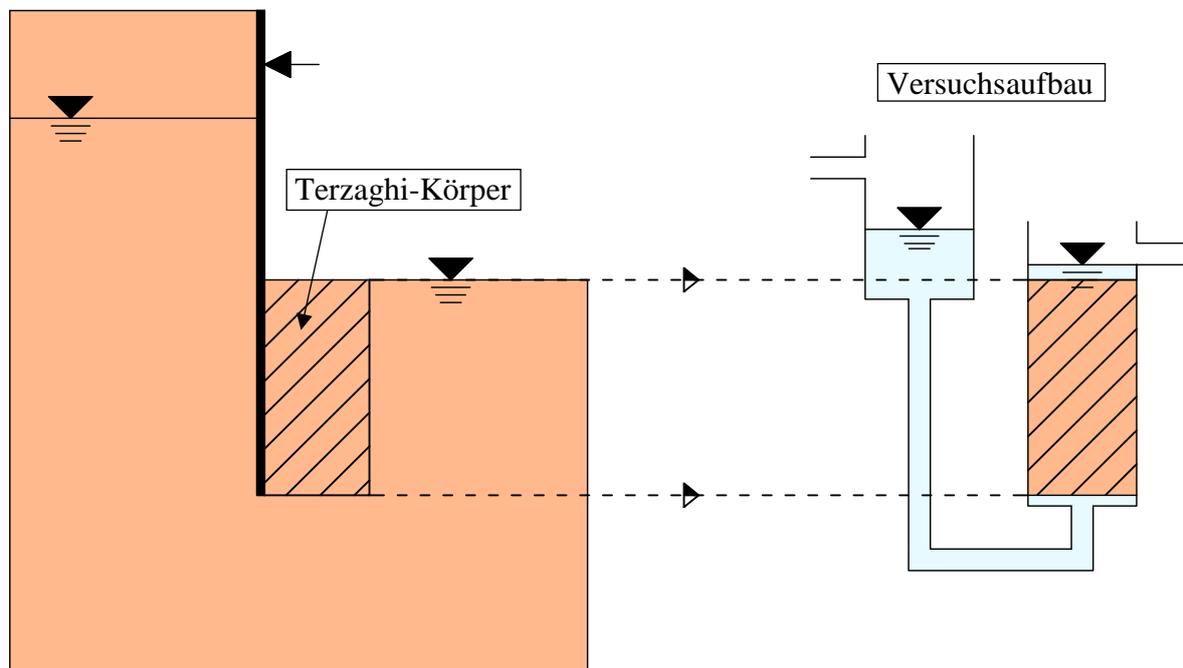


Abbildung 1.1: Terzaghi-Körper im Nachweis gegen hydraulischen Grundbruch und daraus abgeleiteter Versuchsaufbau

Mit Hilfe der Ergebnisse solcher Durchströmungsversuche wurden verschiedene Kriterien zum Nachweis gegen Erosion hergeleitet. So zum Beispiel das geometrische Kriterium nach Kenney

und Lau (1985), welches im Nachweisverfahren zur Suffosion des Merkblattes ‚Materialtransport im Boden‘ der Bundesanstalt für Wasserbau (2013a) aufgeführt ist. Ebenso kann über den Durchströmungsversuch ein kritischer hydraulischer Gradient zu Beginn des Erosionsprozesses (Ahlinhan, 2011) ermittelt werden. Über diesen kritischen Gradienten wird das hydraulische Kriterium formuliert.

Zur Untersuchung des hydraulischen Grundbruchs kommen auch größere Versuchsstände zum Einsatz (Marsland, 1953; Fontana, 2008; Katzenbach et al., 2011). Unterstützt durch numerische Berechnungen werden alternative Untersuchungsbereiche zum Terzaghi-Körper vorgeschlagen (Perau und Haubrichs, 2006; Odenwald und Hertel, 2008; Boley und Schober, 2013). Ein alternativer Ansatz hat sich bisher jedoch nicht durchgesetzt.

All diese Kriterien, geometrische wie hydraulische, sowie der Nachweis gegen hydraulischen Grundbruch stellen, wie bereits erläutert, nur einen Zustand dar. Damit soll ein Versagen infolge innerer Erosion oder durch hydraulischen Grundbruch vermieden werden. Eine Berücksichtigung des vollständigen Ablaufs des Erosionsprozesses findet nicht statt. In die Standsicherheitsberechnung geotechnischer Bauwerke gehen die Erosionsprozesse daher nicht ein. Dementsprechend finden in numerischen Berechnungen zur Standsicherheitsberechnung, Prozesse zur Kornumlagerung, wie bei der inneren Erosion oder dem hydraulischen Grundbruch, keine Anwendung. Die hohen Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis gegen hydraulischen Grundbruch zeigen jedoch, dass Modellunsicherheiten vorhanden sind. Durch eine Optimierung des Nachweises besteht die Möglichkeit, geotechnische Bauwerke wirtschaftlicher auszuführen.

1.2. Motivation und Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist es, ein Modell aufzustellen, mit dem sich Erosionsprozesse mechanisch beschreiben lassen. Mit dem mechanischen Modell soll der gesamte Prozess der Erosion abgebildet werden können und nicht nur ein Zustand wiedergespiegelt werden. Zudem ist es das Ziel, alle Varianten der inneren Erosion, zum Beispiel Suffosion oder Piping, zu berücksichtigen. Bisherige Ansätze sind meist nur für spezielle Fragestellungen formuliert.

Mit dem mechanischen Modell soll es ermöglicht werden, Prozesse der inneren Erosion zu beschreiben. Darüber hinaus soll die Möglichkeit bestehen, das Modell in bereits bestehende numerische Modelle zu implementieren und somit bei Berechnungen zur Standsicherheit von geotechnischen Bauwerken die Auswirkungen einer möglichen Erosion zu berücksichtigen. Zum einen können damit infolge der Erosion geänderte Eigenschaften des Bodens beachtet werden und mit in die Standsicherheitsberechnung einfließen. Zum anderen können numerische Berechnungen zum Verständnis eines Erosionsprozesses selbst beitragen.

Die Vielzahl an Versuchen und Ansätze zur inneren Erosion zeigen, dass es aufgrund der komplexen Abläufe sehr schwierig ist Erosionsprozesse zu beschreiben. In einem Korngerüst eines natürlich anstehenden Bodens kann die Position eines jeden einzelnen Gesteinskorns kaum festgestellt werden. Daher sollen für das mechanische Modell Annahmen für einen Bereich, ein festgelegtes Volumenelement, getroffen werden und auf diesen das formulierte Erosionsmodell angewendet werden.

Aufgrund der Komplexität und der Vielzahl an Erscheinungsmöglichkeiten eines Erosionsprozesses soll diese Arbeit den Beginn der Entwicklung eines mechanischen Erosionsmodells darstellen. Das Erosionsmodell soll die verschiedenen Formen der inneren Erosion berücksichtigen. Hierzu ist es erforderlich, in dem Grundmodell eine beliebige Anzahl an Kornfraktionen vorzusehen. Das Grundmodell stellt ein Mehrphasenmodell dar, welches die Phasen des Korngerüsts des Bodens, des Fluides sowie eine beliebige Anzahl an Partikelfraktionen, die aus dem Korngerüst gelöst werden können oder bereits gelöst sind und transportiert werden können, umfasst. Begonnen wird in dieser Arbeit mit der Suffosion als konkrete Form der inneren Erosion. Hierfür sind zunächst nur zwei Kornfraktionen notwendig. Aus dem Grundmodell sind dann wenige Gleichungen erforderlich, um die Suffosion zu beschreiben. Als weitere Vereinfachungen wird die Temperatur konstant gehalten und chemische Einflüsse werden nicht berücksichtigt.

Bei der Formulierung des Grundmodells wird es notwendig sein, Bilanzgleichungen anzusetzen. In den Bilanzgleichungen treten Unbekannte auf, die konstitutiv festzulegen sind. Im Hinblick auf die Erosion sind dies im wesentlichen Anteile zum Massenaustausch und Widerstände zwischen Fluid und Korngerüst sowie zwischen den Bodenkörnern untereinander. In dieser Arbeit wird, bezogen auf die Suffosion, zunächst ein Term zum Massenaustausch formuliert.

1.3. Methodik und Vorgehensweise

Zur Beschreibung eines Erosionsprozesses ist es erforderlich, in einem Volumenelement sowohl das Korngerüst als auch die Strömung in den Poren des Korngerüsts mechanisch zu beschreiben. Eine Möglichkeit der mechanischen Beschreibung bietet die *Theorie poröser Medien* als Teilgebiet der Kontinuumsmechanik. Die Theorie poröser Medien ermöglicht es, ein Kontinuum mit mehreren Komponenten zu behandeln. Dazu wird das Korngerüst als poröses Medium betrachtet. Die infolge eines Erosionsprozesses aus dem Korngerüst herausgelösten Bodenkörner werden wie ein Fluid behandelt, sodass zusammen mit dem Grundwasser im Korngerüst eine Strömung mehrerer Komponenten vorhanden ist.

Bevor ein konkretes Modell zur Suffosion entwickelt wird, erfolgt zunächst die Formulierung eines Modell-Konzepts. In diesem Modell-Konzept werden die Rahmenbedingungen für ein

Modell zur Beschreibung der inneren Erosion festgelegt. Das Modell-Konzept sieht zudem Annahmen und Vereinfachungen vor, die zur Formulierung eines Modells auf Basis der Theorie poröser Medien notwendig sind. Auf Grundlage des Modell-Konzepts erfolgt die Formulierung eines Mehrphasenmodells als Grundmodell, auf Basis dessen wiederum ein konkretes Modell zur inneren Erosion erstellt werden kann. Als ein erster Spezialfall wird dann mit Hilfe des Grundmodells ein Modell zur Suffosion hergeleitet. Das Modell zur Suffosion enthält zunächst nur zwei Kornfraktionen, wodurch die Anzahl benötigter Gleichungen gering gehalten werden kann. Des Weiteren ist die Formulierung konstitutiver Beziehungen erforderlich. Hier wird ein Ansatz zur Massenproduktion vorgestellt. Masse wird im eigentlichen Sinne in diesem Modell jedoch nicht produziert. Es findet lediglich ein Austausch von Masse zwischen den Phasen der Partikel, die im Korngerüst abgelagert sind, und der im Fluid gelösten Partikel statt. Dieser Austausch wird ebenfalls über den Term der Massenproduktion beschrieben.

Zur Validierung des Modells zur Suffosion werden anhand eines Berechnungsprogramms Variationsrechnungen durchgeführt. Anhand dieser Variationsrechnungen wird zunächst gezeigt, dass das Berechnungsprogramm und damit das Modell zur Suffosion anwendbar ist und plausible Ergebnisse liefert. Darüber hinaus können Aussagen zum formulierten Massenproduktionsterm getroffen und dessen Wirkung gezeigt werden.

1.4. Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in neun Kapitel, deren Inhalt nachfolgend kurz erläutert wird.

Das *erste* Kapitel beinhaltet die Einführung in das Thema der inneren Erosion sowie die Zielsetzung und Methodik dieser Arbeit.

Im *zweiten* Kapitel werden die Grundlagen vorgestellt. Zunächst wird auf die Definition der Erosionsformen eingegangen, wie sie der einschlägigen Literatur zu entnehmen sind. Es werden die unterschiedlichen Begrifflichkeiten vorgestellt und auf deren Unterschiede eingegangen. Zudem werden die in dieser Arbeit verwendeten Begriffe zur Erosion klar definiert. Des Weiteren werden die Grundlagen der Theorie poröser Medien vorgestellt. Diese beziehen sich auf die für diese Arbeit relevanten Aspekte und stellen somit keine vollumfängliche Beschreibung der Theorie poröser Medien dar.

Bereits vorhandene Ansätze zur inneren Erosion auf Basis der Theorie poröser Medien werden im *dritten* Kapitel vorgestellt. Es werden Ansätze zu den verschiedenen Erosionsformen erläutert. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf dem Massenproduktionsterm, also der Entstehung frei beweglicher Partikel. Abschließend erfolgt eine Bewertung der vorgestellten Ansätze und es werden Schlussfolgerungen gezogen, die bei der Formulierung eines Modells zu berücksichtigen sind.

Im *vierten* Kapitel erfolgt die Entwicklung eines Modells, in dem eine Partikelgröße gelöst werden kann, zur Simulation von Erosionsprozessen. Bevor mit der Formulierung des Modells begonnen wird, wird ein Modell-Konzept aufgestellt. Dieses setzt Rahmenbedingungen für das zu entwickelnde Modell und erste Annahmen werden getroffen. Mit diesem Modell-Konzept erfolgt die Entwicklung eines Mehrphasenmodells. Die Phasen der Bestandteile des Bodens und die notwendigen Gleichungen werden vorgestellt. Aus diesem Mehrphasenmodell wird ein erster Spezialfall zur Suffosion als Dreiphasenmodell aufgestellt. Für die im Dreiphasenmodell enthaltenen Bilanzgleichungen werden die notwendigen konstitutiven Beziehungen aufgezeigt.

Das *fünfte* Kapitel befasst sich schließlich mit der Formulierung des Massenproduktionsterms, der eine konstitutive Beziehung darstellt. In die Formulierung des Massenproduktionsterms fließen die Erkenntnisse aus bisherigen Ansätzen ein. So wird ein Grenzwert als Startpunkt der Suffosion eingeführt. Der Einfluss durch die vorhandenen Volumenanteile und der vorherrschenden Filtergeschwindigkeit spielen ebenfalls eine Rolle. Zusätzlich wird im Massenproduktionsterm ein Anteil zur Sedimentation integriert, der die Ablagerung der Partikel berücksichtigt.

Im *sechsten* Kapitel werden erste Berechnungsergebnisse zum Dreiphasenmodell und dem Massenproduktionsterm vorgestellt. Hierzu wird auf ein Berechnungsprogramm zurückgegriffen, welches im Rahmen einer Abschlussarbeit programmiert wurde. Zunächst werden die Grundzüge des Berechnungsprogramms vorgestellt. Nachdem in einfachen Rechnungen zur Grundwasserströmung die Eignung des Berechnungsprogramms gezeigt wurde, werden Parametervariationen zum Massenproduktionsterm vorgestellt. Hierzu werden die Eingangsparameter und Randbedingungen variiert und damit die Wirkung des Massenproduktionsterms und dessen Parameter untersucht.

Eine Zusammenfassung der erlangten Erkenntnisse und der Ergebnisse der Untersuchungen liefert das *siebte* Kapitel. Zudem wird ein Ausblick auf die noch final abzuschließenden Punkte des Dreiphasenmodells und den weiteren Forschungsbedarf gegeben.

Das *achte* Kapitel enthält die Formate, Bezeichnungen, Indizes und Rechenvorschriften, die in dieser Arbeit verwendet wurden, sowie das Literaturverzeichnis.

Im Anhang, dem *neunten* Kapitel, finden sich weitere Diagramme zu den Parametervariationen aus Kapitel sechs.

2. Grundlagen

In diesem Kapitel wird in Abschnitt 1 auf die Definitionen der verschiedenen Erosionsprozesse eingegangen. Hierzu werden zunächst die verschiedenen Prozesse des Partikeltransportes infolge einer Grundwasserströmung erläutert. Dazu wird kurz auf die Definition im Eurocode 7 eingegangen und im Anschluss daran werden Begriffe aus der Literatur erläutert. Abschließend werden die Definitionen der einzelnen Begriffe für den weiteren Verlauf der Arbeit festgelegt.

Im zweiten Abschnitt werden die Grundlagen der Kontinuumsmechanik und Theorie poröser Medien erläutert. Dieser Abschnitt dient dazu, die Mechanik und die verwendeten Gleichungen zu erläutern. Die Ausführungen haben keinen Anspruch auf vollständige Beschreibung der Kontinuumsmechanik und Theorie poröser Medien, sondern sollen lediglich die für diese Arbeit wesentlichen Aspekte beleuchten.

2.1. Erosionsprozesse im Boden

Eurocode 7

Bei der Bemessung von Bauwerken ist für geotechnische Fragestellungen der Eurocode 7 (DIN EN 1997-1:2014-03) anzuwenden. Zum hydraulisch verursachten Versagen gibt der Eurocode 7 vier Fälle an, die zu untersuchen sind. Diese sind im Einzelnen:

- Versagen durch Aufschwimmen
- Hydraulischer Grundbruch
- Versagen durch innere Erosion
- Versagen durch Piping.

Versagensformen, bei denen das Versagen durch Transport und Verlust von Bodenteilchen infolge einer Grundwasserströmung einhergeht, sind das Versagen durch innere Erosion und das Versagen durch Piping.

Die innere Erosion wird im Eurocode 7 (DIN EN 1997-1:2014-03) als Transport von Bodenteilchen, im Folgenden auch als Partikel bezeichnet, definiert. Der Transport tritt demnach innerhalb einer Bodenschicht auf, kann aber auch an der Schichtgrenze zwischen zwei verschiedenen Bodenschichten oder im Bereich, in dem der Boden an Bauwerke grenzt, vorkommen.

Piping gilt als Sonderform der inneren Erosion. Dabei beginnt die innere Erosion an der Oberfläche an einer Austrittsstelle des Grundwassers und pflanzt sich rückschreitend im Boden fort. Der Fließweg bildet sich dabei röhrenförmig aus. Erreicht die sich bildende Röhre die Oberwasserseite, tritt das vollständige Versagen ein (DIN EN 1997-1:2014-03).

Wirkt eine nach oben gerichtete Strömungskraft dem Bodeneigengewicht entgegen und übersteigt die Strömungskraft das Eigengewicht, werden die Bodenteilchen angehoben. Dies führt

zu einem Versagen und ist nach Eurocode 7 (DIN EN 1997-1:2014-03) als hydraulischer Grundbruch definiert. Der hydraulische Grundbruch ist im engeren Sinne nicht mit dem Transport und Verlust von Bodenteilchen im Sinne der Erosion verbunden. Die innere Erosion und der damit einhergehende Verlust von Partikeln oder Bodenteilchen kann aber zu veränderten hydraulischen Verhältnissen führen und somit den hydraulischen Grundbruch günstig, aber auch ungünstig beeinflussen.

Der vierte zu untersuchende Fall, das Aufschwimmen, kann auch ohne eine vorhandene Grundwasserströmung auftreten. Es kommt zum Aufschwimmen, wenn der Porenwasserdruck größer als das Eigengewicht eines Bauwerks oder einer schwach durchlässigen Schicht wird. Da Erosion diesen Prozess nicht beeinflusst und das Aufschwimmen auch ohne Grundwasserströmung auftreten kann, soll das Aufschwimmen nach DIN EN 1997-1:2014-03 im Folgenden nicht weiter berücksichtigt werden.

Die Definition der inneren Erosion ist im Eurocode 7 sehr allgemein gehalten. In der Literatur erfolgt eine weitere Aufgliederung der inneren Erosion in ihre verschiedenen Erscheinungsformen. Auf die einzelnen Phänomene und ihre Erscheinungsformen soll nun genauer eingegangen werden.

Erosion

Die Strömung des Wassers im Baugrund kann eine Umlagerung und den Transport von Boden verursachen. Betreffen die Umlagerung und der Transport alle Fraktionen eines Bodens, dann wird dieser Prozess als Erosion bezeichnet (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a). Nach Ziem (1967) werden die Erosionsarten zudem nach dem Ort definiert, wo die Erosion stattfindet. So wird unterschieden zwischen innerer und äußerer Erosion, Kontakterosion, Fugenerosion oder rückschreitender, innerer Erosion. In Abbildung 2.1 ist links die *äußere Erosion* dargestellt, die an der freien Oberfläche des Bodenkörpers stattfindet und auch als Flusserosion bekannt ist. Rechts in Abbildung 2.1 ist die *innere Erosion* nach Ziem (1967) dargestellt.

Demnach erfolgt die Erosion in bereits vorhandenen Hohlräumen im Boden. Solche Hohlräume können zum Beispiel durch Baue von Tieren bereits vorhanden sein oder aber durch Schädigungen der Oberfläche entstehen.

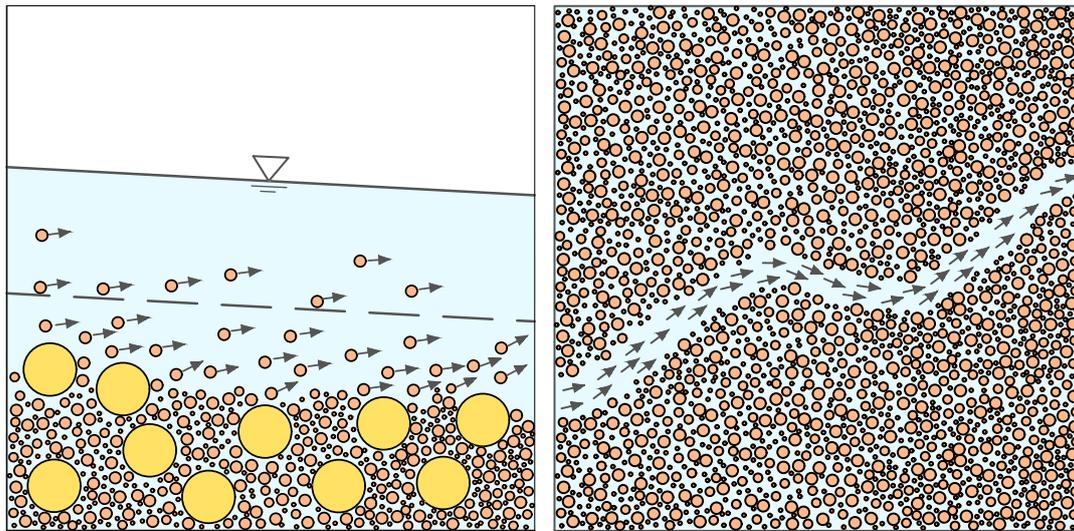


Abbildung 2.1: links: äußere Erosion; rechts: innere Erosion nach Ziems (1967)

Setzt sich die innere Erosion entgegen der Strömungsrichtung weiter fort, wird dies als *rückschreitende Erosion* bezeichnet. Dies ist in Abbildung 2.2 rechts angedeutet und in Verbindung mit der Kontakterosion dargestellt.

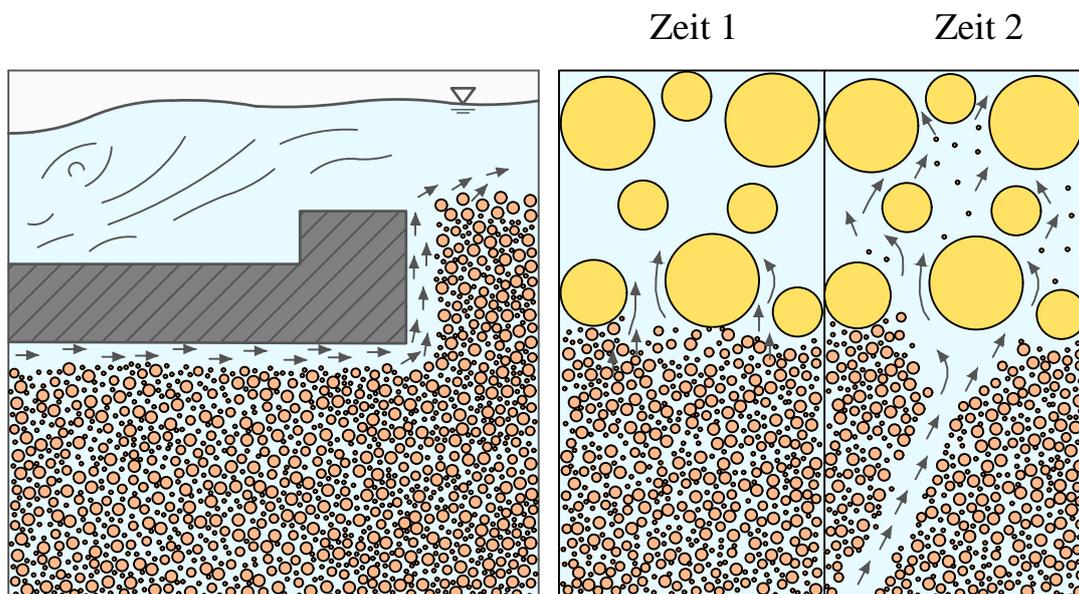


Abbildung 2.2: links: Fugenerosion; rechts: Kontakterosion und rückschreitende, innere Erosion nach Ziems (1967)

Bei der *Kontakterosion* findet der Erosionsprozess an der Schichtgrenze zwischen zwei unterschiedlichen Böden statt. Dabei können die Partikel eines Bodens durch die Porenkanäle des zweiten Bodens transportiert werden. Findet der Prozess im ersten Boden konzentriert an einer Stelle statt, setzt sich die Erosion als rückschreitende Erosion weiter fort (Ziems, 1967). Auf

die Definition der rückschreitenden Erosion wird bei den Ausführungen zum Piping noch näher eingegangen.

Neben der Kontakterosion ist in Abbildung 2.2 links die Fugenerosion dargestellt. Bei der Fugenerosion findet die Erosion an der Grenze zu Bauwerken bzw. Gründungskörpern statt, wenn sich dort bereits eine Fuge befindet oder entsteht. Die Erosion findet entlang dieser Fuge statt.

Die Bezeichnung *innere Erosion* wird oft auch als Oberbegriff für alle im Boden ablaufenden erosiven Prozesse verwendet und steht damit im Kontrast zur örtlichen Abgrenzung von innerer und äußerer Erosion nach Ziem (1967). Suffosion, Kontakterosion und rückschreitende Erosion werden als eine Form der inneren Erosion unter diesem Begriff zusammengefasst (Saucke, 2006; van Beek, 2015; Witt, 2018). *Concentrated leak erosion*, die Erosion an der Wandung eines entstandenen Risses oder eines Kanals, wird in der internationalen Literatur als eine vierte zusätzliche Art der inneren Erosion aufgeführt (van Beek, 2015; Fry, 2016). Auf die Suffosion und die rückschreitende Erosion wird im Folgenden noch genauer eingegangen.

Suffosion – Suffusion

Ein weiterer Prozess, der die Umlagerung und den Transport von Bodenpartikeln beschreibt, ist die Suffosion. Werden nur die feinen Bestandteile eines Bodens gelöst und durch die Porenkanäle des Korngerüsts (engl.: grain skeleton) transportiert, wird dies als *Suffosion* bezeichnet. Da die feineren Bodenpartikel durch die Poren des Korngerüsts passen müssen, findet die Suffosion hauptsächlich bei nichtbindigen Böden mit Ausfallkörnung statt. Also sind Böden, bei denen ein Großteil oder eine gesamte Fraktion der mittleren Korngröße fehlt und sich ausschließlich grobes und feines Material im Korngerüst befinden, besonders anfällig für Suffosion (Ziem, 1967). Bei allen Böden trägt das Korngerüst die Lasten und überträgt die Spannungen an benachbarte Körner. Innerhalb der Poren des Korngerüsts können feine Partikel liegen, die nicht fest im Korngerüst fixiert sind und daher keine Spannungen übertragen. Diese Partikel sind beweglich und können durch die Poren transportiert werden. Voraussetzung dazu ist, dass die Partikel durch die Porenengstellen, also dem Übergang von einer Pore zur nächsten benachbarten Pore, passen (Kenney und Lau 1985).

Auch bei der Suffosion unterscheidet Ziem (1967) nach dem Ort, wo die Suffosion stattfindet. So wird auch bei der Suffosion zwischen äußerer und innerer Suffosion, sowie Kontaktsuffosion unterschieden. Abbildung 2.3 zeigt links die äußere und rechts die innere Suffosion. Die äußere Suffosion findet, wie die äußere Erosion, an der Oberfläche des Erdkörpers statt. Werden die feinen Bestandteile des Bodens durch eine vorhandene Grundwasserströmung fort bewegt, können die Bestandteile an der freien Oberfläche vollständig abtransportiert werden.

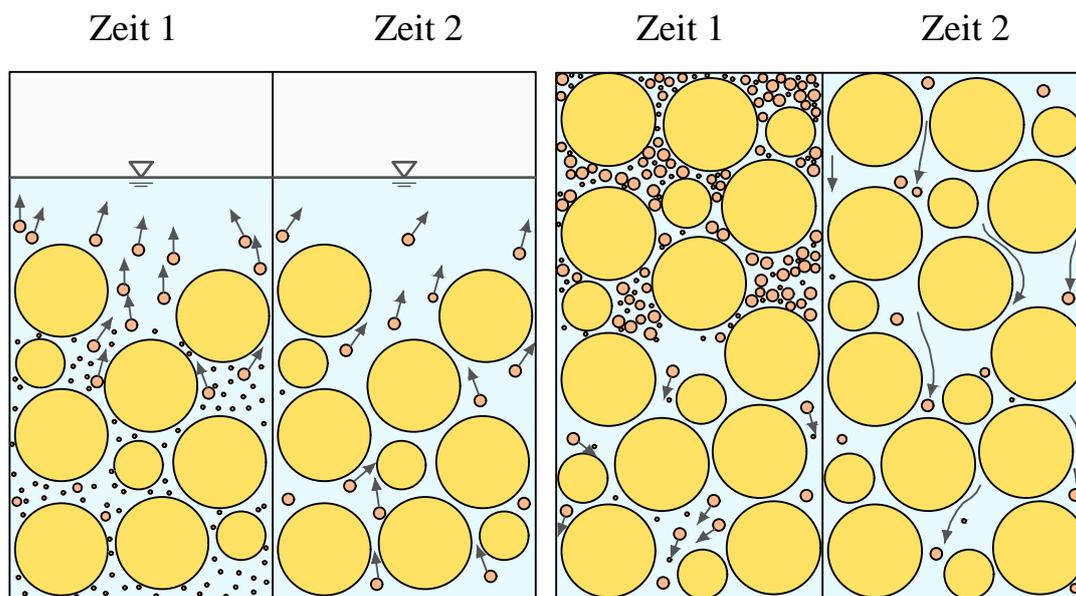


Abbildung 2.3: links: äußere Suffosion (aufwärts gerichtete Strömung); rechts: innere Suffosion (abwärts gerichtete Strömung) nach Ziems (1967)

Setzt sich die Suffosion weiter in den Boden fort, wird diese dann als innere Suffosion bezeichnet. Können die feinen Bodenpartikel nicht über eine freie Oberfläche vollständig abtransportiert werden, kann der Prozess der inneren Suffosion auch schnell wieder zum Erliegen kommen (Ziems, 1967).

Abbildung 2.4 zeigt die dritte, nach Ziems (1967) definierte Suffosionsart, die Kontaktsuffosion. Die Kontaktsuffosion findet an der Schichtgrenze zwischen zwei Böden statt, wenn die feinen Bodenpartikel aus dem vorliegenden Boden ausgetragen werden können und auch der angrenzende Boden die Bodenpartikel nicht daran hindert, durch die Poren transportiert zu werden (Ziems, 1967).

Für die Kontaktsuffosion, dies gilt auch für die Kontakterosion, werden in Ziems (1967) Typen der Kontaktsuffosion in Bezug auf die Bodenschichtung und Fließrichtung des Wassers festgelegt. Diese sind in Abbildung 2.5 dargestellt. Maßgebende Fälle für Kontaktsuffosion sind Typ 1/1, 2/2 und 3/3 mit der durch die Pfeile gekennzeichneten Strömungsrichtung. Aufgrund der geometrischen Gegebenheiten des Korngerüsts tritt bei den Fällen Typ 2/1 und 1/2 keine Suffosion auf. Ist die Strömungsrichtung entgegen der Gewichtskraft gerichtet, muss diese zusätzlich überwunden werden (Ziems, 1967).

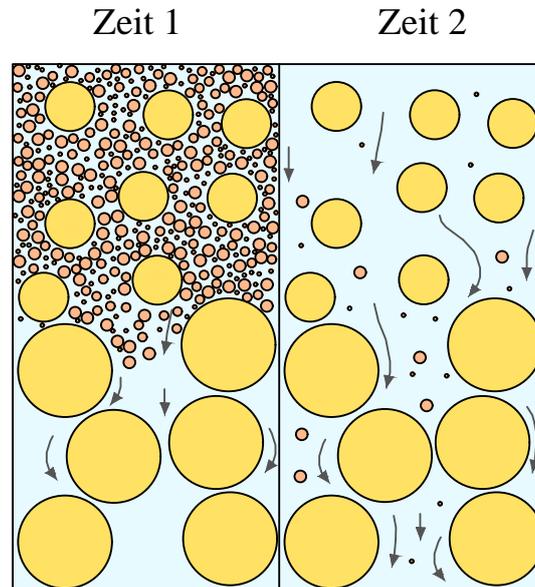


Abbildung 2.4: Kontaktsuffosion (abwärts gerichtete Strömung) nach Ziems (1967)

	fein grob	grob fein	fein grob
↓	Typ 1/1	Typ 1/2	Typ 1/3
↑	Typ 2/1	Typ 2/2	Typ 2/3
→	Typ 3/1	Typ 3/2	Typ 3/3

Abbildung 2.5: Typen der Kontaktsuffosion nach Ziems (1967)

Ob Suffosion auftreten kann, hängt demnach von mehreren Faktoren ab. Wan und Fell (2008) haben diese Bedingungen wie folgt zusammengefasst:

1. Die Partikel müssen so klein sein, dass sie durch die Porenkanäle des Korngerüsts passen.
2. Die Menge der Partikel muss so klein sein, dass die Partikel lediglich die Poren des Korngerüsts füllen. Sind zu viele Partikel vorhanden, „schwimmen“ die größeren Körner nur im Korngerüst und die feinen Partikel tragen maßgeblich zur Bildung des Korngerüsts bei.
3. Die Fließgeschwindigkeit muss groß genug sein, um die losen Partikel durch das Korngerüst zu bewegen.

In ihrer Arbeit an einem erweiterten Kriterium zum Nachweis der inneren Stabilität (engl.: internal stability) heben Chang und Zhang (2013) die Kornverteilung als ein entscheidendes Kriterium hervor und greifen damit den zweiten Punkt zur Menge der Partikel von Wan und Fell (2008) auf. Chang und Zhang (2013) definieren diesen Punkt genauer und zeigen auf, wann Böden besonders anfällig für Suffosion sind. Können grobe Körner eines Bodens den Verlust von feinen Bodenpartikeln nicht verhindern, gilt dieser Boden als anfällig für Suffosion. Als Feinkornanteil wird der Bereich kleiner 0,063 mm definiert. Unterschieden wird zwischen gut abgestuften Böden und Böden mit Ausfallkörnung, also Böden, bei denen eine Kornfraktion vollständig fehlt. Abbildung 2.6 zeigt eine Aufteilung für gut abgestufte Böden in drei Bereiche mit unterschiedlichem Feinkornanteil. Bei einem in Abbildung 2.6a dargestellten Boden liegen die feinen Partikel lose in den Poren des Korngerüsts und tragen nicht zur Bildung des Korngerüsts bei. Dies gilt für Böden mit bis zu 5 % Feinkornanteil. Ein möglicher Verlust von feinem Material hängt dann von dem Verlauf der Körnungslinie ab. Beispielsweise können bei einer steilen Kurve der Sieblinie im Bereich der groben Kornfraktion die feinen Partikel einfacher durch die Poren transportiert werden (Chang und Zhang, 2013). Somit kommt es bei abgestuften Kornverteilungen zur Suffosion, wenn die Poren und Porenengstellen den Transport von feinen Partikeln nicht verhindern können.

Liegt der Anteil des feinen Materials über 20 % sind die Poren des Korngerüsts vollständig mit Bodenkörner mittlerer und kleiner Korngröße gefüllt oder die groben Körner sind teilweise oder vollständig von feinem Material umschlossen (Chang und Zhang, 2013).

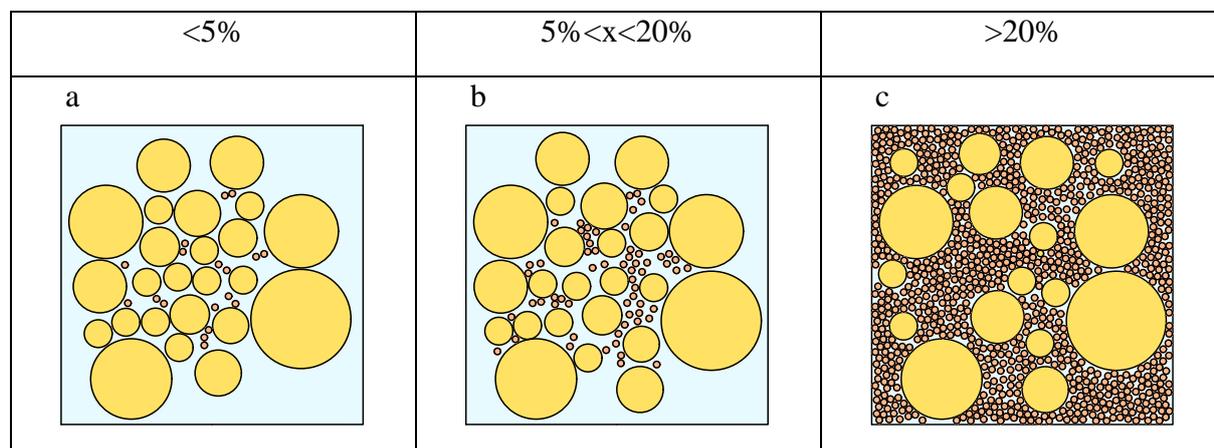


Abbildung 2.6: Einteilung gut gestufter Böden nach Anteil des Feinkornanteils nach Chang und Zhang (2013)

Bei Böden mit einem Feinkornanteil zwischen 5 und 20 % liegt das feine Material nicht mehr nur in den Zwischenräumen, die feine Kornfraktion kann dann auch einen Anteil am Korngerüst haben (Chang und Zhang, 2013). Werden bei solch einem Boden Partikel ausgespült, kann dies zur Zerstörung des Korngerüsts und somit zum Versagensfall führen. Liegt der Feinkornanteil hingegen bei unter 5% (Abbildung 2.6a), kann eine Durchströmung zwar zum Austrag von

feinem Material führen, dies hat aber nur eine Änderung der Durchlässigkeit zur Folge. Das Korngerüst wird in diesem Fall nicht zerstört werden (Fannin und Slangen, 2014).

Ergänzend zur Abbildung 2.6 sind in Abbildung 2.7 die Bereiche für einen Boden mit Ausfallkörnung dargestellt. Bei einer Ausfallkörnung werden bis zu einem Feinanteil von 10 % lediglich die Poren des von den groben Körnern gebildeten Korngerüsts ausgefüllt. Die Lückengröße in der Kornverteilungslinie durch die fehlenden Kornfraktionen hat in diesem Bereich Einfluss darauf, ob feine Partikel herausgespült werden können oder nicht. Wie bei den gut abgestuften Böden werden auch bei Böden mit Ausfallkörnung die Poren bei über 35 % Feinkornanteil vollständig ausgefüllt oder die groben Körner sind gar vollständig von feinem Material umschlossen (Abbildung 2.7c). In beiden Fälle bestimmt der Feinkornanteil die Stabilität des Erdstoffes. Bei einer Ausfallkörnung trifft dies jedoch erst ab einem Feinkornanteil von über 35 % zu. Weist ein Boden mit Ausfallkörnung zwischen 10 % und 35 % Feinkornanteil auf, können einzelne Körner von feinem Material umschlossen sein (Chang und Zhang, 2013).

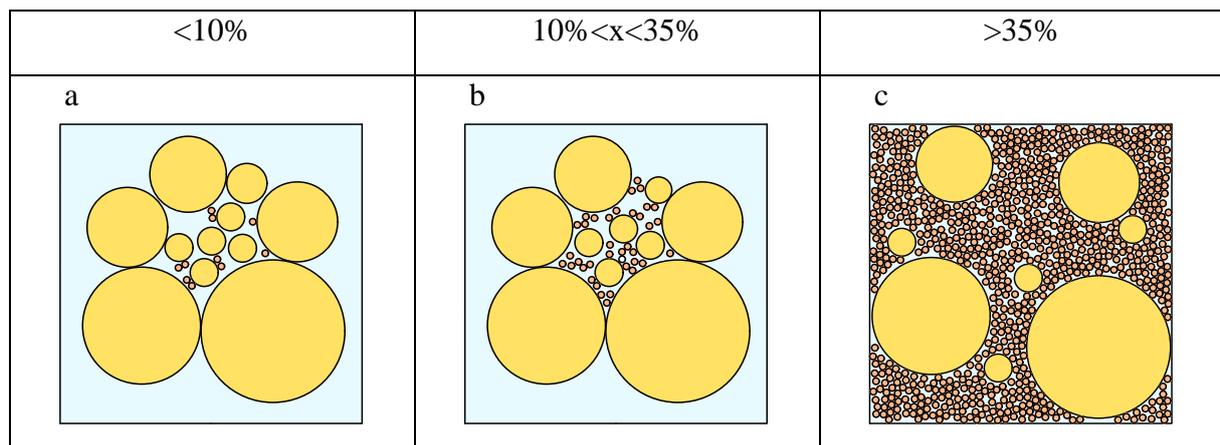


Abbildung 2.7: Einteilung von Böden mit Ausfallkörnung nach Anteil des Feinkornanteils nach Chang und Zhang (2013)

Nach den Ausführungen von Chang und Zhang (2013) hat der Feinkornanteil sowie die Zusammensetzung der Körnungslinie einen gravierenden Einfluss darauf, ob und in welchem Maße der Prozess der Suffosion stattfinden kann. Weitere Einflussfaktoren sind zum Beispiel die Kornform, die Lagerungsdichte oder die Filtergeschwindigkeit. Ahlinhan (2011) hat die Einflussfaktoren auf die Stabilität eines Erdstoffes aufgelistet. Die einzelnen Parameter werden den vier Hauptbereichen Körnungsgeometrie, Geometrie der Poren, physikalische Eigenschaften und hydraulische Bedingungen untergeordnet und finden sich in Tabelle 2.1, die der Arbeit von Ahlinhan (2011) im Original übernommen ist, wieder.

Tabelle 2.1: Einflussfaktoren auf die Stabilität eines Erdstoffes wörtlich übernommen aus Ahlinhan (2011)

Hauptparameter	Untergeordneter Parameter
Körnungsgeometrie	Körnungslinie Kornform Homogenität/Inhomogenität der Zusammensetzung
Geometrie von Poren	Größe der Porenengstellen und deren Verteilung Form der Porenengstellen
Physikalische Eigenschaften	Verdichtungsgrad Wirksame Spannungen Innere Reibung Oberflächenrauigkeit des Kornes Kohäsion, Adhäsion
Hydraulische Bedingungen	Hydraulischer Gradient Filtergeschwindigkeit Winkel zwischen Strömungsrichtung u. Schwerkraft Physikalische Eigenschaften der Flüssigkeit

In Fannin und Slangen (2014) wird neben der *Suffosion* noch die *Suffusion* aufgeführt und zwischen diesen beiden unterschieden. Demnach beschreibt die Suffusion ebenfalls den Transport und Verlust von feinem Material. Der Prozess geht jedoch nur mit einem Verlust des Feinmaterials und der daraus resultierenden Änderung der Durchlässigkeit einher (Abbildung 2.8 links). Das Korngerüst wird dabei nicht zerstört und das Gesamtvolumen bleibt erhalten. Bei der Suffosion hingegen führt der Massenverlust von feinem Material zur Veränderung der Durchlässigkeit und einem Versagen der Bodenstruktur. Dies hat unerwünschte Verformungen des Korngerüsts zur Folge (Abbildung 2.8 rechts) (Fannin und Slangen, 2014).

Der Begriff Suffusion wird eher selten genutzt (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a) und findet sich meist nur in englischsprachiger Literatur (Kovács, 1981; Moffat et al., 2011). In der nationalen Literatur wird teilweise die Suffosion auch als ein Prozess mit Verlust von Feinanteil definiert, bei dem die Bodenstruktur *nicht* zerstört wird (Kézdi, 1976).

In englischsprachiger Literatur werden die Begriffe *internal erosion* (Fell et al., 2007; Scheuermann et al., 2010; Moffat et al., 2011) und *internal instability* (Fell et al., 2007; Kenney und Lau, 1985) ebenfalls häufig im Zusammenhang mit Suffosion verwendet. Wie im Merkblatt ‚Materialtransport im Boden‘ der BAW (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a) aufgeführt, wird *internal erosion* als Oberbegriff verwendet, zum Beispiel für Suffosion (Fell et al., 2007) oder auch für *backward erosion* (Koelewijn et al., 2017) oder mit *internal erosion* ist die Suffosion selbst gemeint (Scheuermann et al., 2010; Becker et al., 2010).

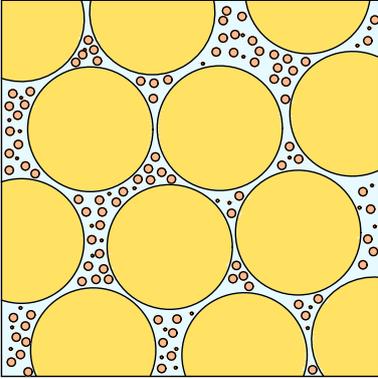
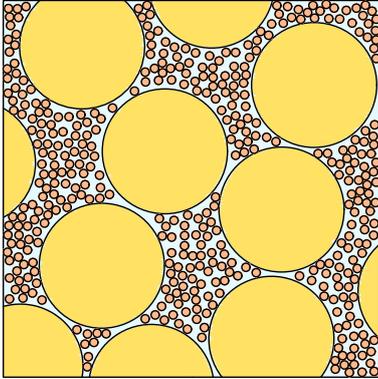
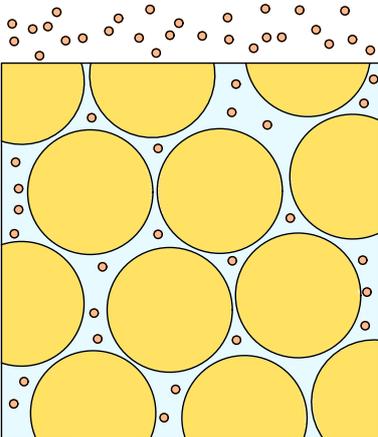
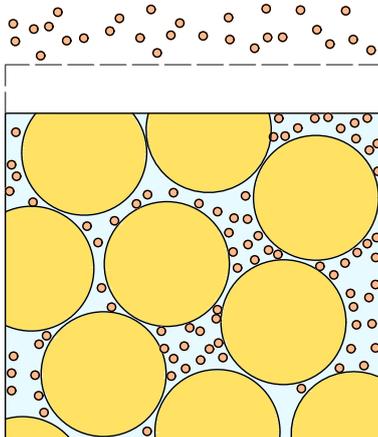
	Suffusion $\Delta m > 0; \Delta V/V = 0; \Delta k > 0$	Suffosion $\Delta m > 0; \Delta V/V < 0; \Delta k > 0$ o. $\Delta k < 0$
Anfangszustand		
Beginn der Materialaustragung		

Abbildung 2.8: Schematische Darstellung der Phänomene Suffusion (links) und Suffosion (rechts) unter Berücksichtigung der Massenänderung Δm , Volumenänderung ΔV und Änderung des Durchlässigkeitsbeiwertes Δk nach Fannin und Slangen (2014)

Wie bereits bei der Definition zur Erosion erläutert, grenzt sich auch hier die erste Definition von internal erosion von der Definition der inneren Erosion nach Ziem (1967) ab. Mit *internal instability* wird ein Boden beschrieben, dessen Korngerüst das Lösen und Abtransportieren feiner Bestandteile aufgrund der Porenstruktur nicht verhindern kann (Fell et al., 2007; Kenney und Lau, 1985)

Kolmation

Der gegenläufige Prozess zur Suffosion, also die Ablagerung feiner Partikel in den Poren, wird als *Kolmation* bezeichnet. Die Kolmation erfolgt stets im Zusammenhang mit der Grundwasserströmung und der mit ihr transportierten Bodenteilchen. Die transportierten Teilchen ver-

klemmen sich in den Porenkanälen und führen zu einer Abnahme des Porenanteils, einer Verringerung der Durchlässigkeit sowie einer Zunahme der Bodendichte (Busch et al., 1993; Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a). Ursache für ein Verklemmen der Bodenkörner ist beispielsweise der Blockierungseffekt. Die Bodenteilchen können aufgrund der geometrischen Verhältnisse nicht durch die Porenkanäle transportiert werden. Eine weitere Möglichkeit ist die Anlagerung infolge von Oberflächenkräften, dem Anlagerungseffekt. Dieser Effekt tritt allerdings nur bei kleinen Bodenteilchen auf (Batereau, 1982). Vergleichbar zur Suffosion, kann die Kolmation in äußere, innere und Kontaktkolmation unterschieden werden (Busch et al., 1993; Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a). Der Effekt der Kolmation, speziell der Kontaktkolmation, wird mit der Bildung eines Filterkuchens und der damit einhergehenden Versiegelung des Bodens zum Beispiel bei Filtersystemen zum Schutz vor Erosion (Perzmaier und Haselsteiner, 2006) ausgenutzt. Eine Versiegelung des Bodens durch Kolmation kann aber auch zu Auftriebsproblemen führen (Witt, 2018).

Im Vergleich zur Sedimentation, dem Absinken eines Partikels infolge der Schwerkraft, stellt sich bei der Kolmation eine größere Lagerungsdichte ein (Busch et al., 1993).

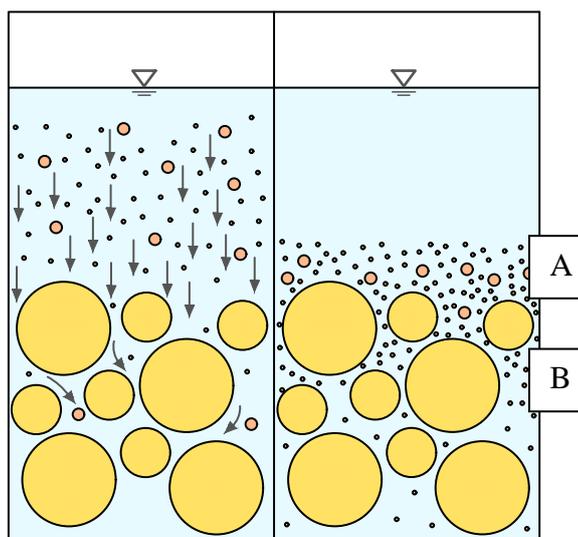


Abbildung 2.9: Kolmation, äußere (A) und innere (B) (abwärts gerichtete Strömung) nach Ziems (1967)

Piping

Ein Versagen durch *Piping* tritt zumeist an Deichen und Dämmen auf (Hanses et al., 1985). Bei aufgestautem Wasser werden beginnend an der Unterseite durch die entstehende Grundwasserströmung Sandkörner weiter in Richtung Unterwasserseite transportiert und hinterlassen kleine Kanäle. Dauert die Erosion weiter an, entwickeln sich die Kanäle in Richtung der Oberwasserseite weiter fort. Erreicht ein solcher Kanal die Oberwasserseite, erhöht sich der Durchfluss und kann zu einem vollständigen Versagen des Deiches oder des Damms führen (van

Beek, 2015). Da der Prozess entgegen der Fließrichtung des Grundwassers stattfindet, wird dieser auch mit *rückschreitender Erosion* bzw. im englischen mit ‚*backward erosion*‘ oder ‚*backward erosion piping*‘ bezeichnet (Hanses et al., 1985; van Beek, 2015). Abbildung 2.10 zeigt zwei Beispiele für rückschreitende Erosion an Staubauwerken.

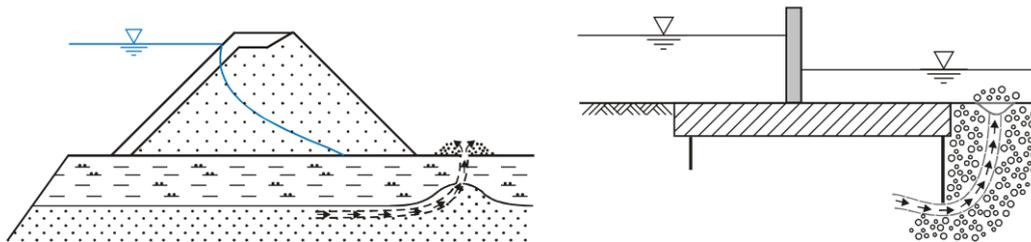


Abbildung 2.10: rückschreitende Erosion an Staubauwerken (Achmus und Mansour, 2006)

Der Ablauf beim Piping wird von Fell et al. (2007) in vier Phasen eingeteilt. Diese sind im Einzelnen der Beginn der Erosion (initiation of erosion), Fortsetzung der Erosion (continuation of erosion), Entwicklung eines Erosionskanals (progression to form a pipe) und Ausbildung eines Bruchs (development of a breach).

Erosion kann bei Rissen, zum Beispiel in einer bindigen Deckschicht, oder an Zonen höherer Durchlässigkeit beginnen. Auch vorrausgegangene Suffosion kann ein Auslöser der Erosion sein (Fell et al., 2007). Ebenso können Hohlräume durch Bewuchs und Wühltiergänge den Beginn der Erosion begünstigen (Saucke, 2006). Vor allem bei Sandschichten, die von einer bindigen Deckschicht überlagert sind, kann zu Beginn das Auftreten von Quelltrichtern beobachtet werden (Hanses et al., 1985). Die Erosion beginnt im Allgemeinen erst dann, wenn der hydraulische Gradient und der Durchfluss groß genug sind um Körner zu transportieren. Je nach Schichtung und Fließrichtung muss in angrenzenden Schichten Suffosion möglich sein und damit der Transport von Körner ermöglicht werden (Fell et al., 2007).

Treten innerhalb einer Schicht oder an angrenzenden Bodenschichten Filtereffekte auf, kommt die Erosion wieder zum Erliegen. Mit Filtereffekt ist hier gemeint, dass die groben Bodenkörner die feineren Bodenkörner aufgrund der gegebenen geometrischen Bedingungen aufhalten. Nur wenn der Transport von Körnern nicht durch Porenengstellen oder aufgebrauchte Filterschichten verhindert wird, setzt sich die Erosion bei gleichbleibenden oder steigendem Gradienten weiter fort (Fell et al., 2007).

Setzt sich die Erosion weiter fort, entstehen erste Kanäle. Am Ende eines solchen Kanals werden bei anhaltender Strömung weitere Körner abgetragen. Dadurch entwickelt sich der Kanal in Richtung Oberwasser entgegen der Strömungsrichtung. Diese Entwicklung ist in der zweiten

Phasen in Abbildung 2.11 dargestellt und ist der eigentliche Prozess der rückschreitenden Erosion (Hanses et al., 1985; van Beek, 2015). van Beek (2015) verwendet daher für diesen Prozess den Begriff *backward erosion* (rückschreitende Erosion) und nutzt Piping eher allgemein für die Formierung solcher Kanäle. Damit der Prozess der rückschreitenden Erosion stattfinden kann und daraus röhrenartigen Kanäle entstehenden können, müssen bestimmte Randbedingungen und Eigenschaften des Bodens gegeben sein. Der hydraulische Gradient und die Fließgeschwindigkeit müssen groß genug sein um Erosion und Transport von Körnern zu ermöglichen. Die Geometrie der anfänglichen Öffnung beeinflusst ebenso die Entwicklung eines Erosionskanals wie die Erodierbarkeit des anstehenden Bodens. Zudem muss die Stabilität der Röhre erhalten bleiben. Kommt es zum Einsturz eines entstandenen Erosionskanals, kommt auch die rückschreitende Erosion zum Erliegen (Fell et al., 2007). Eine stabile Röhre kann sich beispielsweise in einer Sandschicht ausbilden, die, wie in Abbildung 2.11 dargestellt, von einer bindigen Schicht überdeckt wird. Der Erosionskanal kann sich hier an der Schichtgrenze dieser beiden Schichten ausbilden (Hanses et al., 1985).

Erreicht der Erosionskanal die Oberwasserseite und stellt damit eine Verbindung zwischen Oberwasser- und Unterwasserseite her, erhöht sich der Durchfluss und bewirkt damit eine Aufweitung des Kanals. Dies führt wiederum zu einem unkontrollierten Verlust des Auflagers und damit zu einer Zerstörung des Deiches (vgl. Abbildung 2.11 4. und 5. Phase). Erdfälle oder Setzungen mit anschließender Überströmung der Deichkrone können Versagensformen des Piping sein (Hanses et al., 1985; Fell et al., 2007).

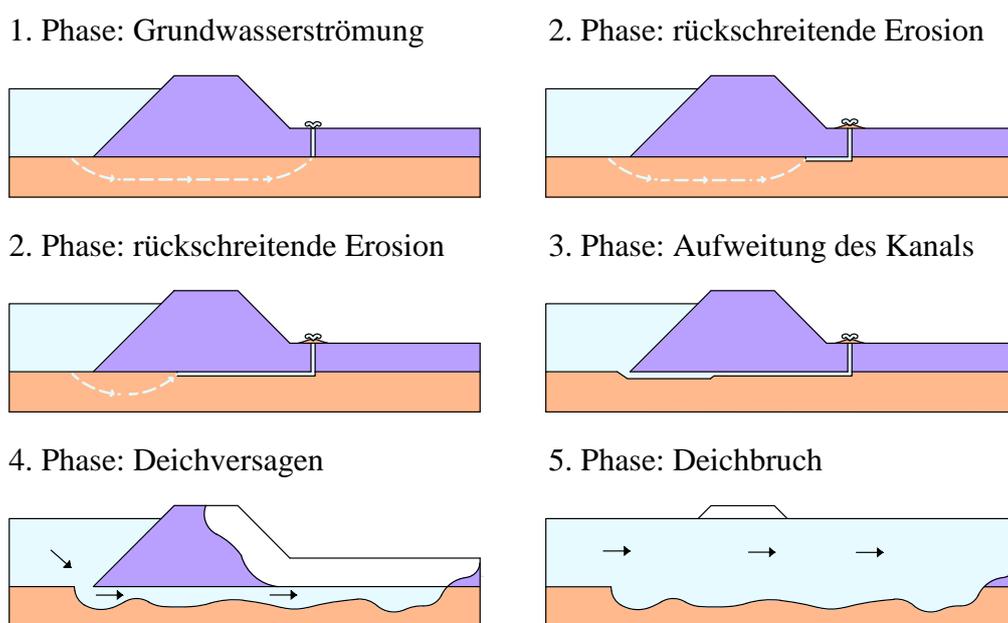


Abbildung 2.11: rückschreitende Erosion am Deich mit Versagen und Bruch des Deiches nach van Beek (2015)

Beobachtungen haben gezeigt, dass die einzelnen Phasen nur auftreten, wenn der hydraulische Gradient weiter ansteigt. Bleibt der Gradient konstant oder wird dieser kleiner, kann die rückschreitende Erosion wieder zum Erliegen kommen. Erst wenn der Erosionskanal einen kritischen Punkt erreicht hat, bildet sich der Erosionskanal progressiv ohne weitere Erhöhung des hydraulischen Gradienten weiter aus und führt schließlich zum Versagen des Deiches (Hanses et al., 1985).

Häufig wird im Zusammenhang mit Piping auch der Begriff *Erosionsgrundbruch* verwendet. Dabei bezeichnet dieser Begriff den Standsicherheitsverlust des Bauwerkes (Hanses et al., 1985; Achmus und Mansour, 2006), teilweise aber auch nur den Aufbruch einer bindigen Deckschicht und somit den Beginn der Erosion (Saucke, 2006; Witt, 2018).

Hydraulischer Grundbruch

Der *hydraulische Grundbruch* wird bedingt durch eine nach oben gerichtete Strömung, wie sie an Staubauwerken oder an Baugruben, die bis in das Grundwasser einbinden, auftritt (Witt, 2018). Die nach oben gerichtete Strömung bewirkt eine ebenfalls aufwärts gerichtete Strömungskraft, die als Volumenkraft auf das Korngerüst wirkt. Durch die Strömungskraft wird das bereits unter Auftrieb stehende Eigengewicht des Bodens teilweise kompensiert. Wird die Gewichtskraft des Bodens durch die Strömungskraft neutralisiert, kommt es zu Hebungen und schließlich zum hydraulischen Grundbruch (Perau und Slotta, 2013). Durch die Neutralisierung der Gewichtskraft des Bodens durch die Strömungskraft löst sich das mechanisch tragende Korngerüst auf, das im physikalischen Sinne eine Verflüssigung des Bodens ist (Witt, 2018). Der hydraulische Grundbruch kann an Baugruben zur raschen Flutung der selbigen und schließlich zum Einsturz der Verbauwand führen (Boley und Schober, 2013) oder an Stauanlagen als lokal begrenzter hydraulischer Grundbruch Piping initiieren (Witt, 2018).

Auf den Nachweis gegen hydraulischen Grundbruch soll neben den Nachweisen gegen inneren Erosion und gegen Piping im nachfolgenden Abschnitt eingegangen werden.

Nachweise

An dieser Stelle soll kurz auf die in den Normen geforderten Nachweise eingegangen werden. Maßgebend sind der Eurocode 7 (DIN EN 1997-1:2014-03) und der Nationale Anhang (DIN EN 1997-1/NA:2010-12), sowie die DIN 1054:2021-04, die mit ihren ergänzenden Regelungen die Anwendung des Eurocodes regelt. Wie bereits eingangs erläutert, soll auf den Nachweis gegen Aufschwimmen nicht weiter eingegangen werden.

Für den Nachweis gegen hydraulischen Grundbruch werden im Eurocode 7 zwei Gleichungen angegeben, von denen die DIN 1054:2021-04 als nationale Norm nur Gleichung (2.1) zulässt.

$$S_{\text{dst;d}} \leq G'_{\text{stb;d}} \quad (2.1)$$

Darin ist $S_{dst;d}$ der Bemessungswert der Strömungskraft und $G'_{stb;d}$ der Bemessungswert des Gewichtes unter Auftrieb (DIN EN 1997-1:2014-03). Der Nachweis ist dabei an einem Bodenprisma zu führen, dessen Breite für die Berechnung der Strömungskraft mit der Hälfte der Einbindetiefe der Verbauwand angenommen werden darf (DIN 1054:2021-04). Ein solches Bodenprisma ist in Abbildung 2.12 dargestellt und entspricht dem Bruchkörper nach Terzaghi und Peck (1961).

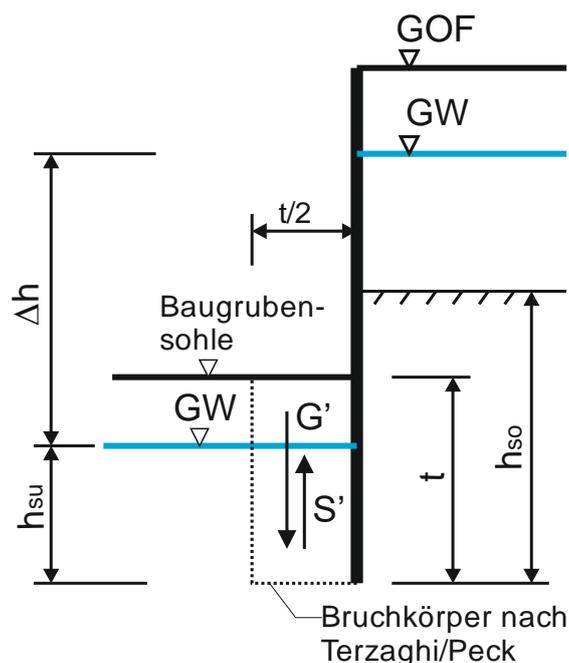


Abbildung 2.12: Baugrubenwand mit Bruchkörper und Kräften (Perau, 2005)

Bezüglich des Untersuchungsbereichs gibt es weitere Ansätze und Untersuchungen verschiedenster Art, beispielsweise von Davidenkoff (1956), Witt und Wudtke (2007) oder Boley und Schober (2013). In der DIN 1054:2021-04 wurde bisher jedoch nur oben genanntes Verfahren aufgenommen.

Zum Nachweis der inneren Erosion wird im Eurocode 7 (DIN EN 1997-1:2014-03) lediglich die Einhaltung von Filterkriterien gefordert. Können diese nicht eingehalten werden, wird darüber hinaus gefordert, dass der hydraulische Gradient weit unter dem kritischen Bemessungswert bleibt. Von der DIN 1054:2021-04 wird zum Nachweis gegen innere Erosion zusätzlich auf das Merkblatt ‚Standicherheit von Dämmen an Bundeswasserstraßen‘ der Bundesanstalt für Wasserbau (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013b) verwiesen. In diesem Merkblatt werden zum Materialtransport im Boden Nachweise zu Suffosion, Kontakterosion und Piping aufgeführt. Bezüglich der Suffosion und der Kontakterosion sind das geometrische sowie das hydraulische Kriterium einzuhalten. Beim geometrischen Kriterium wird zunächst geprüft, ob der

Transport des Feinanteiles durch die Poren des Korngerüsts überhaupt möglich ist. Dies geschieht anhand der Kornverteilung mit der Ungleichförmigkeitszahl U . Wird das geometrische Kriterium nicht eingehalten, ist das hydraulische Kriterium zu prüfen. Dazu wird der kritische Gradient i_{krit} , bei dem die Strömungskraft ausreicht um feine Bodenkörner zu transportieren, mit dem vorhandenen hydraulischen Gradienten verglichen. Für Suffosion und Kontakterosion sind jeweils festgelegte Sicherheiten einzuhalten (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013b). Weitere geometrischen und hydraulischen Kriterien zur Suffosion und Kontakterosion sind in Busch et al. (1993) aufgeführt. Darüber hinaus sind im Merkblatt ‚Materialtransport im Boden‘ (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a) ausführlichere Verfahren zum Nachweis der Suffosionsicherheit (vereinfachtes Verfahren, Verfahren nach Ziems, nach Kenney/Lau und nach Burenkova) und gegen Kontakterosion (Verfahren von Terzaghi, Cistin und Ziems, Lafleur sowie Myogahara) gegeben.

Der Beginn von Piping muss nach Eurocode 7 (DIN EN 1997-1:2014-03) durch konstruktive Maßnahmen verhindert werden. Dies ist erforderlich, wenn das Bauwerk in seiner Standsicherheit und Gebrauchstauglichkeit aufgrund der vorliegenden Verhältnisse durch Piping gefährdet ist. In der DIN 1054:2021-04 wird im Abschnitt zum Piping ebenfalls auf das Merkblatt ‚Stand-sicherheit von Dämmen an Bundeswasserstraßen‘ sowie auf die Empfehlungen des Arbeitsausschusses ‚Ufereinfassungen‘ (EAU, 2004) verwiesen. Nach der EAU müssen bei ungünstigem Baugrund Baugrubenwände ausreichend tief in den Boden einbinden. Damit soll ein kleiner Gradient erzielt und so das Auftreten von Piping verhindert werden. Im Merkblatt der BAW (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013b) wird hingegen das Verfahren von Sellmeijer als Nachweis gegen Piping empfohlen. Das Verfahren von Sellmeijer bezieht sich auf Fugenerosion und ist im Merkblatt ‚Materialtransport im Boden‘ der BAW erläutert (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a).

Überblick

Vorrausgehend wurden Definitionen zum Transportprozess von Kornfraktionen, also Erosionsprozessen, im Boden erläutert. Es soll nun abschließend ein kurzer Überblick gegeben und die in dieser Arbeit verwendeten Definitionen festgelegt werden.

Einen guten Überblick in Abhängigkeit verschiedener Einflussfaktoren zeigt das Venn-Diagramm in Abbildung 2.13 von Garner und Fannin (2010). Die Ausführungen beziehen sich dabei auf Dämme und Deichkörper, lassen sich aber auch in ähnlicher Form auf andere geotechnische Bauwerke übertragen.

Die Faktoren Materialanfälligkeit, kritische hydraulische Belastung und kritischer Spannungszustand bestimmen Form und Ausmaß der auf innere Erosion bezogenen Prozesse. In Bezug auf die Materialanfälligkeit hat unter anderem die Zusammensetzung der Körnungslinie einen

Einfluss darauf, ob Partikel gelöst und abtransportiert werden können. Bei der kritischen hydraulischen Belastung ist ein Zustand gegeben, ab dem infolge der Strömung ein Lösen der Partikel beginnt. Wird ein Partikel durch den vorliegenden Spannungszustand zurückgehalten, erfolgt ein Lösen erst, wenn ein kritischer Zustand erreicht ist. Dieser Zustand tritt ein, wenn die auftretenden Strömungskräfte die Spannungen des Korngerüsts verringern und damit das Lösen von Partikeln ermöglicht wird (Garner und Fannin, 2010).

Abbildung 2.13 zeigt die Überlappung der drei Einflussfaktoren und die damit verbundenen Versagensformen der inneren Erosion. Zum Beispiel tritt Suffusion, definiert nach Fannin und Slangen (2014), für einen anfälligen Boden schon bei Erreichen einer kritischen hydraulischen Belastung auf. Piping hingegen bedarf zusätzlich das Auftreten eines kritischen Spannungszustandes (Garner und Fannin, 2010).

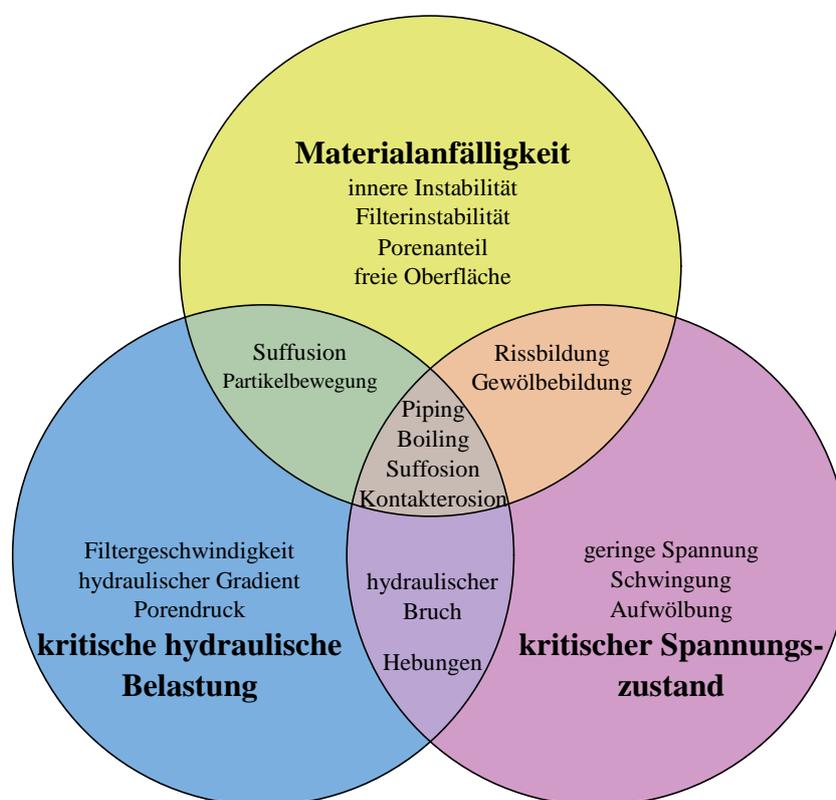


Abbildung 2.13: Venn-Diagramm zur inneren Erosion mit drei sich überschneidenden Bedingungen nach Garner und Fannin (2010)

Abbildung 2.14 zeigt eine Übersicht der Begriffe nach Ziems (1967) und wie sie in Busch et al. (1993) erläutert werden. Es wird strikt zwischen Erosion, Suffosion und Kolmation unterschieden. Eine genauere Aufteilung erfolgt ausschließlich nach dem Ort des betrachteten Prozesses. In zahlreichen Literaturstellen wird die Bezeichnung „innere Erosion“ jedoch als Oberbegriff für alle im Boden stattfindenden Prozesse verwendet. Ebenso wird im Eurocode 7 (DIN EN

1997-1:2014-03) unter innere Erosion der Transport von Bodenteilchen innerhalb einer Bodenschicht oder Schichtgrenzen verstanden. In dieser Arbeit werden ebenfalls unter *innere Erosion* alle im Boden ablaufende Prozesse, im Einzelnen Suffosion, Kontakterrosion und Piping, zusammengefasst (siehe Abbildung 2.15).

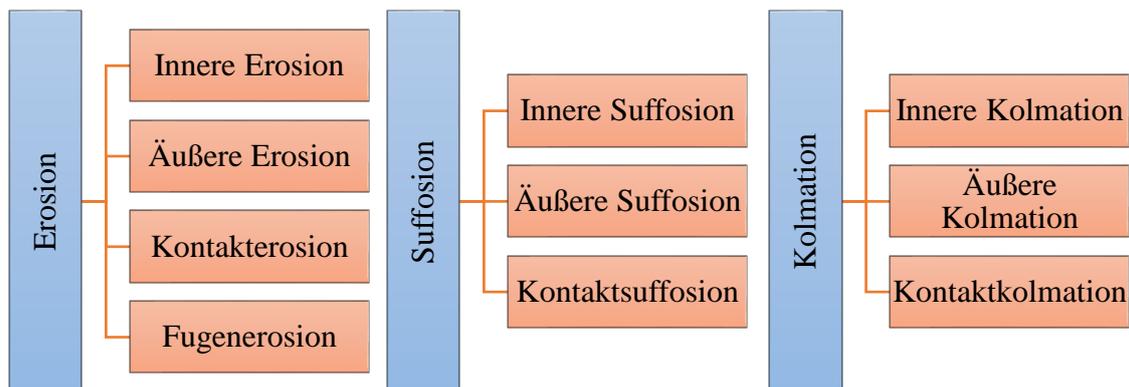


Abbildung 2.14: Übersicht der Definition nach Ziem's (1967) zu Erosion, Suffosion und Kolmation

Eine Unterscheidung zwischen Suffusion und Suffosion nach Fannin und Slangen (2014) soll nicht erfolgen. Der zu betrachtende Bereich für Suffusion ist je nach Kornverteilung eher klein (vgl. Chang und Zhang, 2013) und die BAW gibt Materialumlagerungen von bis zu 3 % als unbedenklich an (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013b). Es ist jedoch zu berücksichtigen, dass ein Verlust von Feinmaterial nicht zwangsläufig zu einer Zerstörung des Korngerüsts führt. Suffosion beinhaltet sowohl innere und äußere Suffosion sowie Kontaktsuffosion.

Die Kontakterrosion wird wie bei Ziem's (1967) als Erosion an der Schichtgrenze zweier Böden definiert.

Mit Piping soll die Bildung von Erosionskanälen und das dadurch hervorgerufene Versagen bezeichnet werden. Rückschreitende Erosion ist der Prozess, der zur Bildung solcher Kanäle führt und durch einen Erosionsgrundbruch initiiert werden kann. Einen Überblick zu den Begriffen der inneren Erosion liefert Abbildung 2.15.

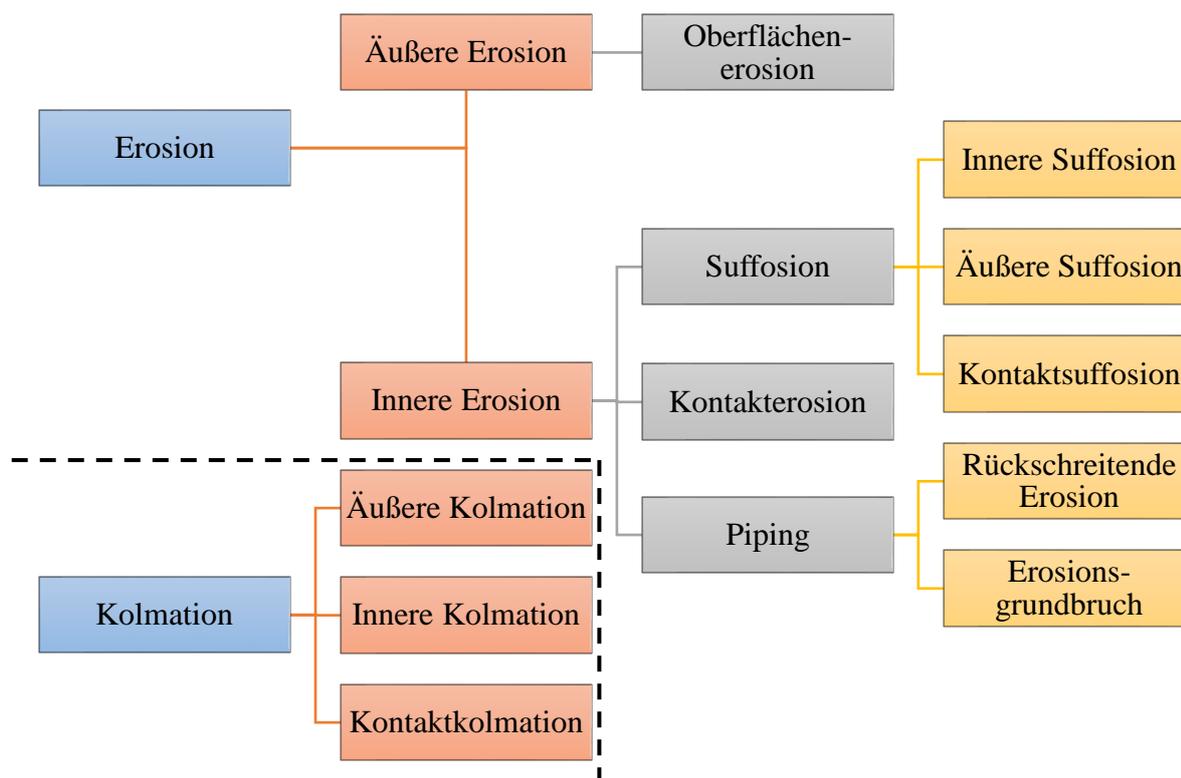


Abbildung 2.15: Übersicht der in dieser Arbeit verwendeten Begriffe zu Erosionsprozessen

2.2. Kontinuumsmechanische Grundlagen

Die Erläuterungen zur inneren Erosion in Abschnitt 2.1 haben gezeigt, dass sich die Erosionsprozesse auf *mikroskopischer Ebene* abspielen. Das bedeutet, dass die Bewegung jedes einzelnen Bodenpartikels und Fluidteilchens sowie die Struktur des Korngerüsts den Erosionsprozess bestimmt. Für eine mechanische Beschreibung der Erosion auf mikroskopischer Ebene wäre die Kenntnis über die Position der einzelnen Partikel, Fluidteilchen und Porenengstellen nötig. Die Verteilung der Poren und deren Engstellen ist jedoch stets zufällig und eine Beschreibung der sich bewegenden Teilchen und Partikel schwer möglich. Für geotechnische Fragestellungen ist die Position eines einzelnen Korns meist nicht von Belang. Jedoch führt ein Verlust von Bodenteilchen dazu, dass sich der Porenraum vergrößert und damit auch die Durchlässigkeit des Bodens. Dies wiederum führt zu Änderungen der vorliegenden Gegebenheiten in Bezug auf Strömungsgeschwindigkeit und Porenwasserdruck.

Mit der Betrachtung auf *makroskopischer Ebene* bietet die Theorie poröser Medien die Möglichkeit das mechanische Verhalten von porösen Medien zu beschreiben. Das Korngerüst kann als solch ein poröses Medium angenommen und somit mit der Kontinuumsmechanik behandelt werden.

Die hier angewandte Kontinuumsmechanik wurde entscheidend von Truesdell (1984), Truesdell und Noll (2004) und Bowen (1976) geprägt. Die Bilanzgleichungen in der hier verwendeten Form wurden von Truesdell und Noll (2004) für die Einphasenströmung eingeführt. Bowen (1976) wendete diese Bilanzgleichungen auf mehrphasige Systeme an. Weiterführend haben de Boer und Ehlers (1986) die Anwendung dieser Ansätze auf Fragestellungen der Bodenmechanik vorgestellt. Darauf aufbauend wurden mit Hilfe der Theorie poröser Medien verschiedenste Modelle mit bodenmechanischen Problemstellungen, zum Beispiel von Perau (2001), Steeb und Diebels (2003), Steeb et al. (2004) oder Machaček (2020), aufgestellt. Auf derselben Grundlage soll ein Modell zur Beschreibung der Erosion aufgestellt werden. Die wichtigsten Aspekte zur Theorie poröser Medien, die in dieser Arbeit zur Anwendung kommen, werden nachfolgend kurz erläutert.

Theorie poröser Medien

Wird ein Ausschnitt im Boden betrachtet, in dem ein Erosionsprozess beschrieben werden soll, muss an diesem herausgeschnittenen Körper das mechanische Verhalten des Korngerüsts, des strömenden Wassers und der sich bewegenden Bodenteilchen beschrieben werden. Ebenso sind Wechselwirkungen dieser Materialien von Belang. Eine Beschreibung als Einkomponentenkontinuum im klassischen Sinne der Kontinuumsmechanik ist hier nicht ausreichend.

In der *Mischungstheorie* werden mehrere verschiedene Materialien zu einer Mischung zusammengeführt und bilden einen neuen sogenannten Mischungskörper. Dieser Mischungskörper stellt ein Mehrkomponentenkontinuum dar und wird aus einem porösen Festkörper und in den Poren enthaltenen Flüssigkeiten und Gasen gebildet. Sowohl der Festkörper als auch die porenfüllenden Stoffe können ebenfalls aus einer Mischung bestehen. Dabei wird für geotechnische Fragestellungen angenommen, dass die Materialien nicht miteinander chemisch reagieren und sich voneinander abgrenzen. Alle Materialien nehmen mit ihren noch so kleinen Volumenanteilen das gesamte Volumen des Kontinuums ein und füllen dieses vollständig aus. Die Materialien, die an der Bildung des Kontinuums beteiligt sind, werden Konstituierende genannt. Stoffunabhängige Grundgleichungen der klassischen Kontinuumsmechanik müssen für alle Konstituierenden der Mischung aufgestellt werden, deren Summe eine Gleichung für die gesamte Mischung ergibt (de Boer und Ehlers, 1986).

Konzept der Volumenanteile

Die Zusammensetzung der Mischung wird durch das Konzept der Volumenanteile beschrieben. Nach Gleichung (2.2) belegt jede Konstituierende k anteilig ein Volumen dV_k eines Volumenelements dV des betrachteten Körpers (de Boer et al., 2003).

$$dV_k = n_k \cdot dV \quad (2.2)$$

mit

$$n_k = n_k(\mathbf{x}, t) \quad (2.3)$$

Der Volumenanteil n_k der Konstituierenden ist mit dem Vektor \mathbf{x} vom Ort sowie von der Zeit t abhängig. Damit wird sichergestellt, dass an jedem Punkt des betrachteten Körpers alle Konstituierenden vorhanden sind (de Boer et al., 2003).

Dieser Ansatz beruht auf der Betrachtung eines makroskopischen Ersatzkörpers, bei dem die Konstituierenden über das Volumenelement „verschmiert“ werden. Lage und Form der einzelnen Körner und Poren werden dabei nicht betrachtet und vernachlässigt (de Boer und Ehlers, 1986). Abbildung 2.16 soll dies mit dem mikroskopischen Aufbau und dem schraffiert dargestellten Ersatzmodell verdeutlichen.

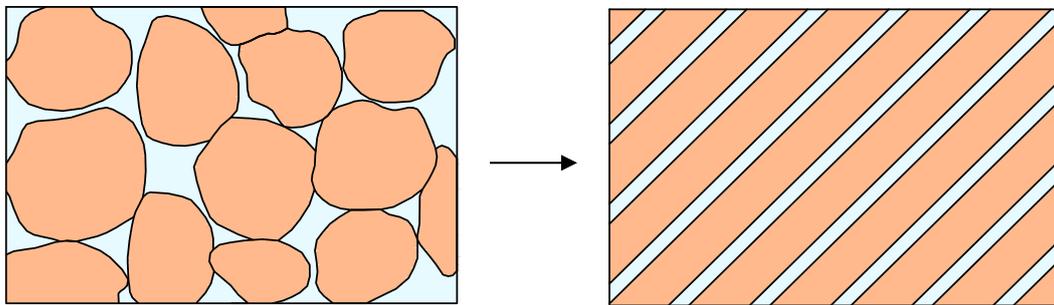


Abbildung 2.16: mikroskopischer Aufbau (links) und makroskopisches Ersatzmodell (rechts) eines vollgesättigten Körpers nach Ehlers (1996)

Mit der Integration über das Gesamtvolumen kann aus Gleichung (2.2) die Sättigungsbedingung für einen vollgesättigten Körper nach Gleichung (2.4) hergeleitet werden (de Boer et al., 2003).

$$\sum_{k=1}^{k_{\max}} n_k = 1 \quad (2.4)$$

Des Weiteren ist es erforderlich physikalische Größen bezüglich der Volumenanteile zu definieren. Die *Partialdichte* beispielsweise bezieht die Masse einer Konstituierenden auf das gesamte Volumenelement dV , wohingegen die Dichte bezogen auf den Volumenanteil dV_k der Konstituierenden als *Realdichte* bezeichnet wird. Partiale und reale Größen können entsprechend Gleichung (2.5) über den Volumenanteil n_k in Beziehung gesetzt werden (de Boer et al., 2003).

$$\rho_k = n_k \cdot \rho_{kR} \quad (2.5)$$

Kinematik

Jeder Konstituierenden, die an der Bildung des Kontinuums beteiligt ist, wird ein eigener Bewegungszustand zugeordnet, der unabhängig von den anderen Konstituierenden ist (de Boer et al., 2003).

Zwei Möglichkeiten, die den Bewegungszustand beschreiben, sind die *Langrangesche* sowie die *Eulersche Darstellung*. Bei der Eulerschen Betrachtungsweise wird einem festen Punkt im Raum, auch *Raumpunkt* genannt, ein Ortsvektor \mathbf{x} zugewiesen. Diesen Raumpunkt passieren Teilchen eines Körpers. Die Teilchen werden auch als *materielle Punkte* bezeichnet, da sie dem Körper zugeordnet sind. Die Bewegung wird mit der Bewegungsfunktion χ_k in der Eulerschen Schreibweise wie folgt dargestellt:

$$\mathbf{X}_k = \chi_k(\mathbf{x}, t). \quad (2.6)$$

Darin ist der mit Großbuchstaben gekennzeichnete Vektor \mathbf{X}_k der Ortsvektor des materiellen Punktes zum Zeitpunkt $t=0$. Die Positionierung der materiellen Punkte zum Zeitpunkt $t=0$ wird als *Referenzkonfiguration* bezeichnet. Mit Konfiguration ist dabei die durch Ortsvektoren beschriebene geometrische Gestalt des Körpers gemeint. Eine Bewegungsbeschreibung erfolgt durch die zeitliche Abfolge von Konfigurationen. Die Konfiguration zu einem aktuellen Zeitpunkt $t>0$ wird als *Momentankonfiguration* bezeichnet (Parisich, 2003; Betten, 2001; de Boer et al., 2003).

In der Lagrangeschen Beschreibung wird die Lage eines materiellen Punktes in der Momentankonfiguration durch den Vektor \mathbf{x} beschrieben. Die aktuelle Lage des materiellen Punktes ist dabei von der Position \mathbf{X}_k in der Referenzkonfiguration abhängig (vgl. Gleichung (2.7)).

$$\mathbf{x} = \chi_k(\mathbf{X}_k, t) \quad (2.7)$$

Konstituierende, die in der Momentankonfiguration denselben Raumpunkt belegen, können sich dabei aus verschiedenen Lagen der Referenzkonfiguration zur aktuellen Position bewegt haben. Veranschaulicht ist dies in Abbildung 2.17. Die Eulersche Darstellung aus Gleichung (2.6) stellt die inverse Abbildung der Langrangeschen Beschreibung dar, wenn die Bedingung der Jacobi-Determinante

$$J_k = \det \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}_k} \right) \neq 0 \quad (2.8)$$

eingehalten ist. Dadurch wird auch sichergestellt, dass sich ein materieller Punkt nicht an mehreren Orten befinden kann und an jedem Ort ein materieller Punkt der jeweiligen Konstituierenden k vorhanden ist (Parisich, 2003; Betten, 2001; de Boer et al., 2003).

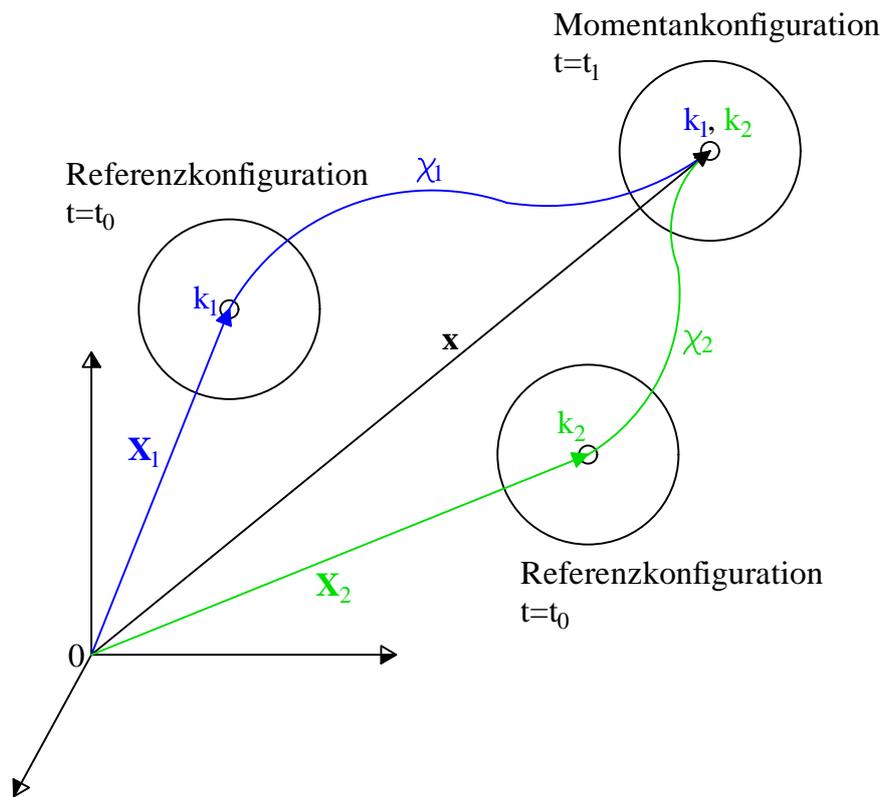


Abbildung 2.17 Bewegungszustand der Konstituierenden k_1 und k_2 nach Ehlers (1989)

Die Lagrangesche Betrachtungsweise eignet sich für die Bewegung von Festkörpern, wohingegen die Eulersche Darstellung vorwiegend in der Strömungsmechanik angewendet wird (Parisich, 2003).

In der Lagrangeschen Betrachtungsweise ergeben sich aus Gleichung (2.7) die Geschwindigkeit und die Beschleunigung eines materiellen Punktes zu

$$\mathbf{w}_k = \frac{\partial \chi_k(\mathbf{X}_k, t)}{\partial t} \quad (2.9)$$

und

$$\mathbf{a}_k = \frac{\partial^2 \chi_k(\mathbf{X}_k, t)}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

(de Boer et al., 2003).

Bilanzgleichungen und Erhaltungssätze

Innerhalb der Theorie poröser Medien ist es erforderlich Bilanzgleichungen für physikalische Größen aufzustellen. In Gleichung (2.11) ist die generelle Form einer Bilanzgleichung dargestellt (Diebels, 1999).

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi_k + \psi_k \operatorname{div} \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{x} \right) = \operatorname{div}(\mathbf{\Phi}_k) + \sigma_k + \hat{\psi}_k \quad (2.11)$$

Darin sind ψ_k die physikalische Größe, deren Fluss $\mathbf{\Phi}_k$, Zufuhr σ_k und Produktion $\hat{\psi}_k$. Die linke Seite der Gleichung (2.11) beschreibt die Änderung der Größe, die rechte Seite gibt die Ursache für die Änderung an. Es ist erforderlich für jede Konstituierende Bilanzierungen nach Gleichung (2.11) aufzustellen. Die Summe der Bilanzgleichungen aller Konstituierenden führt auf eine Bilanzgleichung für die gesamte Mischung (vgl. Gleichung (2.12)), welche die gleiche Form wie die der einzelnen Konstituierenden besitzt (Diebels, 1999).

$$\dot{\psi} + \psi \operatorname{div}(\dot{\mathbf{x}}) = \operatorname{div}(\mathbf{\Phi}) + \sigma + \hat{\psi} \quad (2.12)$$

Die Bezeichnungen $\frac{\partial}{\partial t} \psi_k$ und $\dot{\psi}$ beinhalten die materielle Zeitableitung entsprechend für die einzelne Konstituierende ψ_k bzw. der Mischung ψ . Im weiteren Verlauf werden die Massenbilanz und die Impulsbilanz von Bedeutung sein.

Für die Bilanzierung der *Masse* ist die Massenerhaltung zu berücksichtigen. Diese besagt, dass die Gesamtmasse eines Körpers zu jedem Zeitpunkt konstant ist. Dies trifft dann zu, wenn keine Zufuhr von außen und keine Veränderung im inneren des Körpers erfolgt (Altenbach, 2018). Eine Massenänderung der einzelnen Konstituierenden ist dennoch durch chemische Reaktionen oder physikalische Prozesse möglich. In der Bilanzgleichung für die Konstituierenden ist der Produktionsterm also zu berücksichtigen (de Boer und Ehlers, 1986). Der Massenproduktionsterm soll im Folgenden mit m_k bezeichnet werden. Die Terme für den Fluss und die Zufuhr entfallen in der Massenbilanz und diese ergibt sich somit zu

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \rho_k \cdot \operatorname{div}(\mathbf{w}_k) = m_k \quad (2.13)$$

Darin ist \mathbf{w}_k die Geschwindigkeit der Konstituierenden als Ergebnis der materiellen Zeitableitung von \mathbf{x} . Da die Summe der Einzelbilanzen der Massenbilanz der gesamten Mischung entspricht, diese jedoch aufgrund der Massenerhaltung keine Masse verliert oder Masse hinzubekommt, gilt für die Produktionsterme:

$$\sum_{k=1}^{k_{\max}} m_k = 0 \quad (2.14)$$

(de Boer et al., 2003).

In der *Impulsbilanz* sind der Fluss und die Zufuhr durch Oberflächenkräfte \mathbf{T}_k und Volumenkraft $\rho_k \cdot \mathbf{b}_k$ gegeben. Dabei sind \mathbf{T}_k der Cauchy'sche Spannungstensor und \mathbf{b}_k die eingeprägte Beschleunigung. Der Zuwachs des Impulses wird durch den als Interaktionskraft bezeichneten

Term s_k berücksichtigt. Mit dem Impuls $\rho_k \cdot \mathbf{w}_k$ als physikalische Größe und der Beschleunigung \mathbf{a}_k als Resultat der zeitlichen Ableitung der Geschwindigkeit, ergibt sich die Impulsbilanz zu

$$\operatorname{div}(\mathbf{T}_k) + \rho_k \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}_k) + \mathbf{s}_k = m_k \cdot \mathbf{w}_k \quad (2.15)$$

(de Boer et al., 2003).

Da auch die Summe der Impulsbilanzen aller Konstituierenden gleich der Bilanz der gesamten Mischung sein muss, gilt für den Bewegungszuwachs bzw. die Interaktionskräfte (de Boer et al., 2003):

$$\sum_{k=1}^{k_{\max}} s_k = 0. \quad (2.16)$$

Dies lässt sich auf die Impulserhaltung zurückführen. Danach bleibt der Impuls konstant, wenn die äußeren Kräfte gleich null sind (Gross et al., 2012). Die Gesamtmischung erfährt somit keinen Zuwachs an Impuls.

Zusätzlich ist die *Drallbilanz* zu berücksichtigen. Dazu sind die zeitlichen Änderungen des Dralls, auch als Drehimpuls bezeichnet, mit den angreifenden Momenten zu bilanzieren (Gross et al., 2012). Unter der Berücksichtigung der Drallerhaltung lässt sich die Symmetrie des Partialspannungstensors herleiten (de Boer, 1982).

$$\mathbf{T}_k = \mathbf{T}_k^T \quad (2.17)$$

3. Bisherige Ansätze auf Basis der Kontinuumsmechanik

3.1. Stand der Forschung

Durch die in Kapitel 2.1 aufgeführten Nachweise soll die Standsicherheit von Bauwerken gesichert werden. Im Hinblick auf den Materialtransport im Boden wird die Strategie der Vermeidung verfolgt. Geometrische Kriterien zielen darauf ab, die Bewegung von Partikeln bzw. Bodenkörnern von vornherein zu vermeiden (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a). Ähnliches gilt für den Nachweis gegen hydraulischen Grundbruch. Aufgrund hoher Teilsicherheitsbeiwerte führt die Bemessung von Verbauwänden zu konservativen Bauweisen, sodass ein hydraulischer Grundbruch nicht auftreten kann. Eine genauere Berechnung und reduzierte Teilsicherheitsbeiwerte könnten jedoch zu wirtschaftlicheren Bauweisen von Verbauwänden führen.

Darüber hinaus bilden die Nachweise nur einen Zustand ab und nicht den gesamten Prozess der Erosion oder des hydraulischen Grundbruchs. Mit Berechnungen, welche den Prozess unter wechselnden Randbindungen abbilden, könnten Versagensmechanismen genauer bestimmt und gezielt Maßnahmen getroffen werden. Hier bietet sich die Theorie poröser Medien auf Basis der Kontinuumsmechanik an, um die innere Erosion als Prozess zu simulieren.

Zur Simulation von Erosion gibt es bereits einige Modelle, die sich mit verschiedensten Aspekten und Anwendungsbereichen beschäftigen. Einige dieser Modelle sollen im Folgenden kurz vorgestellt werden. Der Fokus liegt dabei auf dem mechanischen Modell und dem Term der Massenproduktion. Dieser Massenproduktionsterm beschreibt den Austausch von Masse zwischen den im Fluid gelösten Bodenkörnern und Bodenkörnern, die Teil des Korngefüges sind.

Für den Transport von Partikeln ist die Beschreibung von Bewegung, also die Auswertung der Impulsbilanz, erforderlich. Erst die Auswertung der Massen- *und* Impulsbilanz beschreibt den vollständigen Erosionsprozess.

In den nachfolgenden Gleichungen ist der Massenproduktionsterm meist proportional zum Parameter \mathbf{q} , der von den Autoren als ‚Durchfluss‘ bezeichnet wird. Dieser entspricht mit der Einheit m/s einer Geschwindigkeit. Beispielsweise ist in Steeb et al. (2005) der Durchfluss wie folgt definiert:

$$\mathbf{q}_f = n_f (\mathbf{x}'_f - \mathbf{x}'_s) = n_f \mathbf{w}'_f. \quad (3.1)$$

In Gleichung (3.1) steht n_f für den Volumenanteil und \mathbf{w}_f für die Fließgeschwindigkeit des Fluides f . Damit entspricht \mathbf{q} der in der Geotechnik geläufigeren Filtergeschwindigkeit v_F .

Des Weiteren ist in den Ausführungen bei der Konzentration der Partikel c das Verhältnis des Volumenanteils der Partikel dV_p zum Anteil der Poren ($dV_F + dV_P$) gemeint.

$$c = \frac{dV_P}{dV_F + dV_P} = \frac{n_P}{n_F + n_P} \quad (3.2)$$

Der Anteil der Poren setzt sich dabei aus dem Volumen des Fluides F und der Partikel P zusammen. Die Konzentration c gibt somit den Anteil der Partikel dV_P am gesamten Fluid, dem auch gelöste Partikel zugerechnet werden, an.

In diesem Abschnitt ist die Notation stets von den Autoren übernommen. Sie weicht daher zum Teil von der Notation in dieser Arbeit ab und unterscheidet sich auch zwischen den Autoren.

Folgend sollen nun einige kontinuumsmechanische Ansätze zur inneren Erosion aus der Literatur vorgestellt werden.

Ansatz von Vardoulakis, Stavropoulou und Papanastasiou (1996)

Bei der Gewinnung von Rohöl aus dem Untergrund kann es aufgrund von Schäden am umliegenden Gestein oder Erosion zu unerwünschter Sandförderung kommen. Die Vorhersage und Vermeidung der Sandförderung mittels eines mathematischen Modells war die Motivation von Vardoulakis et al. (1996). Die Autoren haben sich auf innere und Oberflächenerosion als Ursache fokussiert.

Das Modell von Vardoulakis et al. (1996) setzt sich aus den drei Konstituierenden Feststoff, Fluid und gelöste Partikel zusammen. Zusätzlich wurde die Annahme getroffen, dass die gelösten Partikel dieselbe Geschwindigkeit wie das Fluid haben. Damit können diese beiden Konstituierenden zu einer Mischung zusammengefasst werden. Für das Modell sind dann nur noch Gleichungen für den als starr angesehenen Feststoff und die Mischung aus Fluid und gelösten Partikeln aufzustellen. Die Volumenanteile von Fluid und gelösten Partikeln werden weiterhin über die Porosität n und die Konzentration c berücksichtigt. Gelöste Partikel, die sich nicht in Bewegung befinden, werden dem Feststoff zugerechnet.

Für die Massenbilanz wird zusätzlich ein Ansatz mit einem Term für die Dispersion, also der Ausbreitung der Partikel infolge der Strömung, präsentiert. Im weiteren Verlauf berücksichtigen Vardoulakis et al. (1996) diesen jedoch nicht, da der Ansatz mit Dispersion von Vardoulakis et al. (1996) die Einführung eines weiteren Materialparameters fordern würde und der Einfluss der Dispersion im präsentierten 1D-Modell eher gering sei.

Der Term zur Massenproduktion wird von Vardoulakis et al. (1996) wie folgt angegeben:

$$\dot{m} = \dot{m}_{er} - \dot{m}_{dep} \quad (3.3)$$

mit

$$\dot{m}_{er} = \rho_s \lambda (1 - \varphi) c \|q_i\| \quad (3.4)$$

$$\dot{m}_{dep} = \rho_s \lambda (1 - \varphi) \frac{c^2}{c_{cr}} \|q_i\| \quad (3.5)$$

In Gleichung (3.3) beschreiben m_{er} und m_{dep} die Anteile der erodierten und der abgelagerten Masse. Es wird somit die Erosion von Partikeln als auch die Ablagerung bereits gelöster Partikel berücksichtigt. Der Wert c_{cr} in Gleichung (3.5) gibt einen kritischen Wert der Konzentration an, bei dem sich Erosion und Deposition, die Ablagerung von Partikeln, in Waage halten. Der Faktor λ hängt nach Vardoulakis et al. (1996) von der räumlichen Verteilung von Startpunkten der Erosion ab.

Ansatz von Scheuermann, Vardoulakis, Papanastasiou und Stavropoulou (2001)

Ein Modell zur Kontakterosion an horizontalen Schichtgrenzen wurde von Scheuermann et al. (2001) aufgestellt. Die Strömungsrichtung des Grundwassers wurde als horizontal angenommen. Damit soll ein Zustand, wie er zum Beispiel unter einem Staudamm häufig vorkommt, berücksichtigt werden. Die grundlegenden Definitionen und Gleichungen sind von dem zuvor beschriebenen Modell von Vardoulakis et al. (1996) übernommen. Erforderliche Änderungen ergaben sich nur für den Massenproduktionsterm und dem Anteil aus Dispersion. Da die Grundwasserströmungsrichtung parallel zur Schichtgrenze angenommen wird, muss für die Kontakterosion zunächst eine Bewegung der Partikel quer zur Strömungsrichtung erfolgen. Diese Bewegung entspricht dem Effekt der Dispersion, welcher von Scheuermann et al. (2001) in der Massenbilanz mit dem Dispersionskoeffizienten (siehe Gleichung (3.6)) berücksichtigt wird.

$$D = D_0 \cdot \alpha \cdot T \cdot (q - q_\infty) \cdot \sqrt{k} \quad (3.6)$$

Darin ist T die Tortuosität, welche die Gewundenheit der Porenkanäle beschreibt, α ein Skalierungsfaktor und k der Durchlässigkeitsbeiwert.

In Gleichung (3.7) ist der Ansatz zum Massenproduktionsterm für die Kontakterosion dargestellt. Bei der Kontakterosion werden Partikel in die Poren der angrenzenden Schicht transportiert. Porenanteil und -verteilung der, hier als Filter bezeichneten, angrenzenden Schicht haben einen wesentlichen Einfluss auf die Kontakterosion. Scheuermann et al. (2001) berücksichtigen dies über den Porenanteil des Filters φ_{fl} . Die Schicht, aus der die Partikel gelöst werden, wird als Basis bezeichnet. Deren Porenanteil φ_b geht ebenfalls mit in die Massenproduktion ein.

$$\dot{m} = \rho_s \lambda (1 - \varphi_b) \varphi_{fl} \beta c \|q_i\| \quad (3.7)$$

Der Faktor β soll berücksichtigen, dass sich die Partikel mit einer geringeren Geschwindigkeit als die Fluidgeschwindigkeit fortbewegen.

Ansatz von Steeb, Diebels und Vardoulakis (2004)

Angelehnt an Vardoulakis et al. (1996) haben sich Steeb et al. (2004) ebenfalls mit der Erosion beim Problem der Sandförderung in der Ölindustrie beschäftigt. Mit den Konstituierenden Fluid, Feststoff und erodierten Partikel wird ein Dreiphasenmodell aufgestellt. Eine grundlegende Annahme ist auch hier, dass sich das Fluid und die gelösten Partikel mit der gleichen Geschwindigkeit bewegen.

Die einzelnen Konstituierenden werden als inkompressibel angenommen. Mit dieser Annahme kann die Dichte aus der Massenbilanz für den korngerüstbildenden Feststoff herausgekürzt werden. Die Massenproduktion reduziert sich damit zu einer Volumenproduktion und wird von Steeb et al. (2004) wie folgt angegeben.

$$\hat{n}_s = \alpha(1-\varphi)c \left[\exp\left(1 - \frac{c}{c_{cr}}\right) - 1 \right] \mathbf{q} \cdot \mathbf{q} \quad (3.8)$$

Nach Steeb et al. (2004) steigt die Erosion je mehr Partikel bereits gelöst sind. Dies soll über die Konzentration c berücksichtigt werden. Zudem können in Bereichen, in denen zuvor wenige Partikel erodiert sind, potentiell noch mehr Partikel erodieren als in anderen Bereichen. Die Erosion wird also vom Volumenanteil des Feststoffs ($1-\varphi$) beeinflusst. Der Ausdruck in eckigen Klammern gibt einen kritischen Zustand in Abhängigkeit der Partikelkonzentration c an. Wird dieser Zustand erreicht können keine weiteren Partikel erodieren. Dazu muss der kritische Sättigungsparameter c_{cr} , ebenso wie der Materialparameter α , versuchstechnisch bestimmt werden. Besonders zu erwähnen ist, dass der Durchfluss \mathbf{q} quadratisch eingeht. Dies resultiert aus der Herleitung über die Entropie-Bilanz (Steeb und Diebels, 2003).

Ansatz von Vardoulakis (2004)

Zwei weitere Modelle wurden von Vardoulakis zur inneren Stabilität von Erdstoffen aufgestellt. Zum einen ist in Vardoulakis (2004a) ein Zweiphasenmodell für Böden mit innerer Stabilität aufgestellt. Innere Stabilität bedeutet, dass die Zusammensetzung des Bodens keinen Verlust von Partikeln infolge einer Strömung erlaubt. Das Versagen tritt in diesem Fall in Form einer Verflüssigung auf, welches in Vardoulakis (2004a) untersucht wurde. Das zweite Modell wurde für Böden, die keine innere Stabilität aufweisen, aufgestellt (Vardoulakis, 2004b). Ein Entweichen von Partikeln kann in diesem Fall durch das Korngerüst nicht verhindert werden. Um diesen Sachverhalt zu untersuchen, wurde von Vardoulakis (2004b) ein Dreiphasenmodell mit den Konstituierenden feste sowie transportierte Körner und dem Porenfluid aufgestellt. Das Korngerüst, welches von den festen Körnern gebildet wird, ist als starr angenommen. Damit ist die Geschwindigkeit für diese Körner gleich null. Bezüglich der Partialspannungen von Fluid und gelösten Körnern wurde von Vardoulakis (2004b) angenommen, dass ein gemeinsames

Druckfeld p gegeben ist. Mit der Konzentration c und der Porosität Φ sind die Partialspannungen wie folgt definiert:

$$\sigma_{ij}^{(2)} = -(1-c)\phi p \delta_{ij} \quad (3.9)$$

$$\sigma_{ij}^{(3)} = -c\phi p \delta_{ij}. \quad (3.10)$$

In Gleichung (3.9) bzw. (3.10) sind die Partialspannungen σ_{ij} mit (2) für das Fluid und (3) für die gelösten Körner gekennzeichnet.

Der Austausch von Masse zwischen den festen und gelösten Körnern ist mit dem Ansatz nach Gleichung (3.11) gegeben. Der Parameter Λ ist experimentell zu bestimmen. In dem hier vorgestellten Modell von Vardoulakis (2004b) ist für die gelösten Partikel angenommen, dass diese nicht die gleiche Geschwindigkeit wie das Fluid haben und somit einen eigenen Geschwindigkeitsanteil aufweisen. Daher geht neben der Dichte der festen Körner ρ_1 die Geschwindigkeit der gelösten Körner $q^{(3)}$ mit in Gleichung (3.11) ein.

$$\dot{m} = \Lambda \rho_1 |q_i^{(3)}| \quad (3.11)$$

Zusätzlich werden für das Dreiphasenmodell von Vardoulakis (2004b) Ansätze für die Interaktionskräfte zwischen den einzelnen Konstituierenden angegeben. Während in Gleichung (3.12) für die Interaktionskraft zwischen Fluid und festen Körnern $f^{(1,2)}$ die Durchlässigkeit eingeht (Vardoulakis, 2004a), ist bei der Interaktionskraft zwischen Fluid und gelösten Körnern $f^{(2,3)}$ der Ansatz nach Stokes berücksichtigt (Vardoulakis, 2004b). Mit der Kraft b_i in Gleichung (3.14) soll für die Interaktionskraft zwischen festen und gelösten Körnern die Scherspannung nach Shields berücksichtigt werden.

$$f_i^{(1,2)} = \frac{\rho_f \nu_f}{k_m} \phi^2 (v_i^{(2)} - v_i^{(1)}) \quad (3.12)$$

$$f_i^{(2,3)} = c\phi \left(18 \frac{\nu_f \rho_f}{d^2} \right) (v_i^{(2)} - v_i^{(3)}) \quad (3.13)$$

$$f_i^{(1,3)} = c\phi b_i \quad (3.14)$$

Neben der Dichte ρ_f und der kinematischen Viskosität ν_f geht in Gleichung (3.12) die physikalische Durchlässigkeit k_m (Vardoulakis, 2004a) und in Gleichung (3.13) der Korndurchmesser d ein (Vardoulakis, 2004b). Darüber hinaus sind die Interaktionskräfte, die das Fluid betreffen, in Abhängigkeit der Geschwindigkeiten v_i formuliert.

Ansatz von Pfletschinger-Pfaff, Kayser und Steeb (2014)

Die Simulation von Suffosion war das Ziel von Pfletschinger-Pfaff et al. (2014). Hierzu wurde ein Mehrphasenmodell mit vier Phasen gebildet. Die Phasen im Einzelnen sind der Feststoff, der das Bodenskelett bildet, erodierbare Bodenfeinteile, die am Bodenskelett haften, gelöste Feinanteile und das Fluid. Alle Phasen wurden als inkompressibel angesehen und Bilanzgleichungen für jede einzelne Phase aufgestellt.

Als Grundlage wird von Pfletschinger-Pfaff et al. (2014) auf ein Modell von Steeb und Scheuermann verwiesen, welches zu dem Zeitpunkt der Veröffentlichung von Pfletschinger-Pfaff et al. (2014) noch nicht veröffentlicht wurde und auch aktuell noch nicht veröffentlicht ist.

Nach Pfletschinger-Pfaff et al. (2014) waren die bis dato gebräuchlichen Erosionsgleichungen lediglich von der Filtergeschwindigkeit und einem Widerstandsterm bezüglich Erosion abhängig. Der Term zum Massenaustausch von Pfletschinger-Pfaff et al. (2014) sollte daher auch die Massenerhaltung des Gesamtkörpervolumens berücksichtigen. Der mit \hat{n}^a bezeichnete Term zum Massenaustausch ist angegeben mit

$$\hat{n}^a = \Lambda \left[\frac{\phi_0}{\phi} \right]^m |q|. \quad (3.15)$$

Neben der Filtergeschwindigkeit q in Gleichung (3.15) sind Λ und m spezifische Bodenparameter. Der Quotient ϕ_0 / ϕ stellt einen Abminderungsfaktor dar, der zur Berücksichtigung steigender Porosität zum Tragen kommt. Der Massenaustausch erfolgt ausschließlich zwischen den beiden Phasen der Feinanteile. Also zwischen dem erodierbaren, noch angelagerten Feinanteil und der Phase des gelösten und somit transportierbaren Feinanteils.

Zur Validierung haben Pfletschinger-Pfaff et al. (2014) die zwei folgenden Aspekte betrachtet: Mittels des kommerziellen Finite-Elemente-Programms Comsol Multiphysics wurde das Modell numerisch umgesetzt. Simulationsergebnisse wurden zum Abgleich mit Versuchsergebnissen anderer Autoren genutzt. Des Weiteren wurden Zellversuche durchgeführt, um Erkenntnisse bezüglich des Austauschprozesses zu erhalten. Weitere Ausführungen zu der numerischen Umsetzung und den Versuchen finden sich auch im Abschlussbericht „Numerische Simulation von hydraulisch induziertem Sedimenttransport in Erdbauwerken“ (Bundesanstalt für Wasserbau, 2015).

Ansatz von Schaufler (2015)

Schaufler (2015) hat sich in seiner Arbeit mit der *Infiltration* von Mörtel bei der Ringspaltverfüllung im Tunnelbau beschäftigt. Beim Einbringen des Mörtels als Suspension dringt dieser in den umliegenden Boden ein. Aufgrund kleiner Porenengstellen im Boden lagern sich Bestand-

teile des Mörtels an und es bildet sich ein Filterkuchen. Der Übergang von einem in der Suspension gelöstem Partikel zu einem fest im Korngerüst fixiertem Partikel ist in Schaufler (2015) als *Infiltration* definiert. Dieses Phänomen ist vergleichbar mit dem Effekt der Kolmation.

In einem 4-Phasenmodell berücksichtigt Schaufler (2015) die gelösten und ungelösten Partikel jeweils als eine separate Phase. Die Geschwindigkeit der gelösten Partikel wird, wie bei den vorherigen Autoren, gleich der Fluidgeschwindigkeit angenommen. Fluid und gelöste Partikel werden als eine Suspension betrachtet. Durch die Menge der gelösten Partikel ändert sich die Viskosität der Suspension, deren Änderung von Schaufler (2015) über einen Ansatz von Einstein (1906) berücksichtigt wird.

Der Ausdruck zur Massenproduktion in Gleichung (3.16) ist von Schaufler (2015) in gleicher Form wie bei Steeb et al. (2004) angegeben. Die Dichte ist aus der Massenbilanz herausgekürzt, sodass die Massenproduktion in Form einer Volumenproduktion angegeben ist.

$$\hat{n}_a = -kc|\mathbf{q}| \quad (3.16)$$

Die Massenproduktion ist proportional zum Durchfluss q , da bei einem hohen Durchfluss auch mehr Partikel durch das betrachtete Volumen transportiert werden. Schaufler (2015) stellt jedoch klar, dass die Massenproduktion zum Erliegen kommt sobald der Durchfluss gleich null ist. In vielen Fällen sei bei fehlender Strömung allerdings eine Sedimentation der Partikel zu beobachten. Da dieser Effekt aufgrund des enthaltenen Durchflusses physikalisch nicht mit Gleichung (3.16) beschrieben werden kann, vernachlässigt Schaufler (2015) die Sedimentation und beschränkt sich auf die Infiltration.

Mit der Anzahl der gelösten Partikel im Fluid steigt auch die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Partikel ablagern. Dies soll über die Konzentration der feinen Partikel c in Gleichung (3.16) berücksichtigt werden. Der Parameter k ist zusätzlich durch Versuche zu bestimmen.

Auf das negative Vorzeichen in Gleichung (3.16) wird von Schaufler (2015) nicht genauer eingegangen. Dieses lässt sich aber aufgrund des umgekehrten Prozesses der Kolmation interpretieren. Die Produktionsterme der vorherigen Autoren beziehen sich auf das Lösen von Partikeln. Bei Schaufler (2015) sind hingegen zu Beginn Partikel vorhanden, die sich schließlich ablagern. Der Volumenanteil gelöster Partikel verringert sich dadurch und wird durch das negative Vorzeichen abgebildet.

Ansatz von Chetti, Benamar und Hazzab (2016)

Wie bei Pflerschinger-Pfaff et al. (2014) zielt das Modell von Chetti et al. (2016) auf die Simulation von Suffusion im porösen Medium ab. Abgebildet werden soll das Ablösen und Transportieren von feinen Partikeln durch das Korngerüst infolge der Grundwasserströmung.

Für ihr Modell legten Chetti et al. (2016) die Phasen Feststoff und Fluid fest, und eine dritte Phase für die gelösten Partikel, die nach Beginn der Erosion vorhanden ist. Die Massenbilanz wurde für alle Phasen einzeln aufgestellt. In den Massenbilanzen für Feststoff und gelöste Partikel ist jeweils der Massenproduktionsterm j berücksichtigt. Da die Suffosion durch einen Verlust an Masse gekennzeichnet ist, wird j in der Bilanz des Feststoffes negativ angegeben. Für das Fluid ist in der Massenbilanz $j=0$ angenommen, da kein Eintrag oder Verlust fluidier Masse stattfindet.

Neben dem Massenproduktionsterm haben Chetti et al. (2016) für die gelösten Partikel in der Massenbilanz Ansätze für Dispersion (Gleichung (3.17)) und Ablagerung (Gleichung (3.18)) der feinen Partikel verwendet. Der Term zur Ablagerung feiner Partikel, welcher von der Volumenkonzentration der erodierten Partikel C abhängt, ist ausschließlich in der Bilanz der gelösten Partikel angegeben.

$$+D \frac{\partial^2 (\phi \rho_s C)}{\partial x^2} \quad (3.17)$$

$$-K_d (\phi \rho_s C) \quad (3.18)$$

mit Dispersionskoeffizient D , Ablagerungskoeffizient (deposition kinetics coefficient) K_d und momentane Porosität ϕ . Die Dichte des Feststoffes wurde für alle Bodenarten mit demselben Wert angenommen. Eine genaue Definition der „feinen“ Partikel wird zunächst nicht festgelegt. Gelöste Partikel und Fluid bewegen sich mit derselben Geschwindigkeit.

Die Massenproduktion sollte einen Bezug zur Veränderung der Porosität enthalten. Dazu berücksichtigen Chetti et al. (2016) die Volumenfraktion der erodierten Partikel R_{fine} , die wiederum von der Anfangsporosität ϕ_0 und der momentanen Porosität beeinflusst wird und mit dem maximalen Erosionskoeffizient (maximum erodibility coefficient) C_{me} begrenzt wird. Zusätzlich ist in Gleichung (3.19) ein Erosionskoeffizient λ enthalten.

$$j = \lambda \cdot \rho_s \cdot R_{fine} \cdot |q| = \lambda \cdot \rho_s \cdot (C_{me} \cdot \phi_0 - \phi) \cdot |q| \quad (3.19)$$

Nach einer numerischen Umsetzung haben Chetti et al. (2016) einige Parametervariationen durchgeführt, um die verschiedenen Koeffizienten zu untersuchen. Für den Koeffizienten C_{me} konnte festgehalten werden, dass dieser das Verhältnis der maximalen Porosität und der Anfangsporosität wiedergibt. Bei Erreichen der maximalen Porosität endet in dem Modell von Chetti et al. (2016) die Erosion. Durch den Koeffizienten C_{me} wird also die Spanne festgelegt, über die feine Partikel gelöst werden können.

Das Modell von Chetti et al. (2016) enthält neben den bisher aufgezeigten Aspekt drei weitere Ansätze. Die Filtergeschwindigkeit wird nach Darcy bestimmt. Eine Änderung des Durchlässigkeitsbeiwertes wird über die intrinsische Permeabilität und dem Ansatz nach Carman berücksichtigt. Und zuletzt ist ein Ansatz zur Viskosität enthalten, der die Änderung der Viskosität durch die Veränderung der Konzentration von feinen Partikeln in der Suspension berücksichtigen soll.

Ansatz von Govindaraju, Reddi und Kasavaraju (1995)

Haben sich die vorangegangenen Autoren bisher mit granularen, also sandigen oder kiesigen Böden beschäftigt, stellen Govindaraju et al. (1995) ein Modell für bindige Böden vor. Grundlage war hier ein Gemisch aus Sand und Kaolinit.

Mit dem Sand-Kaolinit-Gemisch wurden zuvor von Govindaraju et al. (1995) Versuche durchgeführt. Im Durchströmungsversuch wurde das Bodengemisch mit verschiedenen Anteilen Kaolinit untersucht. Während des Versuches wurde das auslaufende Wasser gesammelt und mit Hilfe eines Turbidimeter der Anteil von gelösten Partikeln im Wasser bestimmt.

Für das mathematische Modell setzen Govindaraju et al. (1995) die Prozesse Lösen, Transport und Ablagerung von Tonpartikeln voraus. Nach ihren Untersuchungen sind die Hauptfaktoren zum Lösen der Tonpartikel die Scherspannungen an den Porenwänden infolge der Durchströmung und durch Änderungen des Druckgradienten bewirkte Kräfte. Ablagerungen erfolgen aufgrund lokaler Änderungen der Fließgeschwindigkeit oder Porenengstellen. Durch das Lösen von Partikeln erhöht sich die Durchlässigkeit und damit auch der Durchfluss. Dies könnte vermeintlich bei andauernder Durchströmung zu einem vollständigen lösen aller Partikel führen. Das Korngerüst bleibt jedoch weiterhin fest verbunden und an Porenengstellen angehaftete Partikel können teilweise nicht gelöst werden. Darüber hinaus begrenzt die Transportkapazität die Aufnahme der Partikel. Ein Dispersionsterm wird in der Massenbilanz angegeben, die Dispersion im weiteren Verlauf jedoch aufgrund kleiner Ausmaße vernachlässigt.

Der Massenproduktionsterm wird in der Massenbilanz von Govindaraju et al. (1995) mit $R(c)$ bezeichnet und angegeben mit

$$R = \rho_s \sigma \left(\frac{T_c}{\rho_s} - cq \right). \quad (3.20)$$

Beeinflusst wird die Massenproduktion durch die Transportkapazität T_c und die aktuell gelösten Partikel c . Zudem geht mit σ in Gleichung (3.20) ein Maß für die Lösbarkeit der Tonpartikel ein. Würde infolge einer Änderung der Porengeometrie oder Verringerung der Fließgeschwindigkeit die Transportkapazität überschritten, erfolgt eine Ablagerung der Partikel. Im Ansatz

Viel mehr definieren Bonelli und Marot (2008) die Erosion an der Grenze zwischen der mit Wasser gefüllten Mesoporen und den Tonpartikeln. Daher erfolgte von Bonelli und Marot (2008) wie auch schon von Bouddour et al. (1996) eine Betrachtung auf zwei Ebenen. Auf der mikroskopischen Ebene wurde die Erosion der Tonpartikel als Oberflächenerosion beschrieben. Bouddour et al. (1996) hatten bereits für die Massenproduktion eine Fallunterscheidung eingeführt. Demnach findet eine Erosion nur statt, wenn ein Grenzwert der Scherspannung $\hat{\tau}_c$ überschritten wird. Bonelli und Marot (2008) ergänzten diesen Ansatz mit einer Heaviside-Funktion $H[\cdot]$, durch die die Gleichung zu null gesetzt wird, solange der Grenzwert nicht überschritten ist. Die Gleichung für die Oberflächenerosion von Tonpartikeln infolge tangierender Strömung schreibt sich dann

$$\dot{m} = \hat{k}_{er} H\hat{\tau} - \hat{\tau}_c. \quad (3.22)$$

In Gleichung (3.22) sind $\hat{\tau}$ die Scherspannung und \hat{k}_{er} ein Koeffizient der Oberflächenerosion.

Aus praktischer Sicht wird auch von Bonelli und Marot (2008) die Suffusion auf makroskopischer Ebene beschrieben. In der Massenbilanz des Feststoffes ist der Massenaustausch mit r berücksichtigt. Die Verbindung zur Massenproduktion auf mikroskopischer Ebene erfolgt durch die Gleichung

$$r = \frac{1}{|\hat{\Omega}|} \int_{\hat{\Gamma}} \hat{m} d\hat{\Gamma}. \quad (3.23)$$

In Gleichung (3.23) ist $\hat{\Omega}$ das Gesamtvolumen und $\hat{\Gamma}$ die Fläche zwischen Poren und Feststoff. Unter Berücksichtigung der Tortuosität und weiterer Annahmen ergibt sich die Massenbilanz zu

$$r = \gamma_w \hat{k}_{er} \phi \zeta \frac{|\hat{\Gamma}_{er}|}{|\hat{\Gamma}|} i_w, \quad (3.24)$$

mit der Wichte des Wasser γ_w , dem hydraulischen Gradienten i_w , dem Erosionskoeffizient \hat{k}_{er} , der Makroporosität ϕ und der Tortuosität ζ . Mit $\hat{\Gamma}_{er}$ soll nur die Oberfläche des Volumenanteils vom Ton und somit die Oberfläche von erodierbarem Material berücksichtigt werden (Bonelli und Marot, 2008).

Neben der Gleichung für Erosion ist in Bouddour et al. (1996) ein weiterer Teil ϕ_d zur erneuten Ablagerung der bereits gelösten Tonpartikel gegeben bzw. mit Gleichung (3.25) wird die Konzentration von gelösten Partikeln mit dem Grenzwert c^* begrenzt und das Lösen von Partikel erfolgt nur solange die aktuelle Konzentration c unter diesem Wert liegt.

$$\phi_d = k_s (c - c^*), \quad k_s > 0 \quad (3.25)$$

mit k_s als Ablagerungskoeffizient. Die Erosions- und Ablagerungsgesetze wurden von Boudour et al. (1996) für den Feststoff angegeben. Daher ist Gleichung (3.25) für die Ablagerung positiv und der entsprechende Teil für Erosion negativ.

Resümee

Vorausgehend sind einige Ansätze zur inneren Erosion erläutert. Die Ansätze sind mit Hilfe der Mechanik, spezieller der Kontinuumsmechanik, aufgestellt. Innere Erosion wird in den Ansätzen durch einen Massenproduktionsterm realisiert. Dieser Term beschreibt, dass Partikel eines starren Korngerüsts in die Phase eines gelösten Partikels übergehen. Bei den vorgestellten Modellen wird angenommen, dass die gelösten Partikel die gleiche Geschwindigkeit wie das Fluid haben und dadurch abtransportiert werden.

Gemeinsam haben alle Ansätze für nichtbindiges Material die Abhängigkeit des Massenproduktionsterms von dem Durchfluss und der Konzentration der gelösten Partikel. Lediglich der Ansatz nach Chetti et al. (2016) ist anstelle der Konzentration von Anfangs- und aktueller Porosität abhängig. Somit sind alle Ansätze von der Fließgeschwindigkeit des Fluides und dem Volumenanteil gelöster Partikel abhängig. Durch weitere Ergänzungen, wie weitere Volumenanteile oder Erosionskoeffizienten, sind die Ansätze für spezielle Fragestellungen ausgelegt.

Für Ansätze mit bindigen Böden wird der Massenproduktionsterm hingegen in Abhängigkeit der Schubspannung aufgestellt. Erst nach Überschreiten eines kritischen Werts für die Schubspannung auf mikroskopischer Ebene wird der Massenproduktionsterm berücksichtigt und Partikel werden gelöst.

Für den allgemeinen Rahmen der Modelle wurden darüber hinaus verschiedene Ansätze verfolgt. Teilweise wurde zunächst ein Ansatz der Dispersion berücksichtigt, dieser dann aber häufig vernachlässigt mit dem Argument, dass der Einfluss der Dispersion zu gering ist. Den Einfluss der Porositätsänderung wiederum berücksichtigten die meisten Autoren über den Ansatz von Kozeny-Carman.

Hjulström-Diagramm

Abschließend soll noch das Hjulström-Diagramm vorgestellt werden, welches von Hjulström 1935 veröffentlicht wurde. Das Hjulström-Diagramm kann bezüglich der Sedimentaufnahme in Flüssen herangezogen werden. Es stellt einen Zusammenhang zwischen Fließgeschwindigkeit und Korngröße her. Es sei gleich zu Beginn darauf hingewiesen, dass Flusserosion einer äußeren Erosion entspricht. Das Hjulström-Diagramm ist daher nicht eins zu eins auf die innere

Erosion übertragbar. Witt (2018) zeigt jedoch auf, dass die im Diagramm enthaltenen Beziehungen qualitativ auch auf die verschiedenen Formen der inneren Erosion übertragbar sind. Das Diagramm enthält Aspekte, die später durchaus Berücksichtigung finden sollen.

Das in Abbildung 3.2 dargestellte Hjulström-Diagramm teilt sich in die drei Bereiche Erosion, Transport und Sedimentation. Damit sich Partikel aus dem Boden in Bewegung setzen ist eine kritische Fließgeschwindigkeit erforderlich. Bei Feinsand ist diese kritische Geschwindigkeit am geringsten und nimmt mit größer werdenden Korndurchmesser zu. Bei kleineren Korndurchmessern als den für Feinsand definierten, nimmt die kritische Fließgeschwindigkeit ebenfalls wieder zu. Dies liegt an der Kohäsion, die zusätzliche zu überwindende Kräfte hervorruft (Dikau et al., 2019).

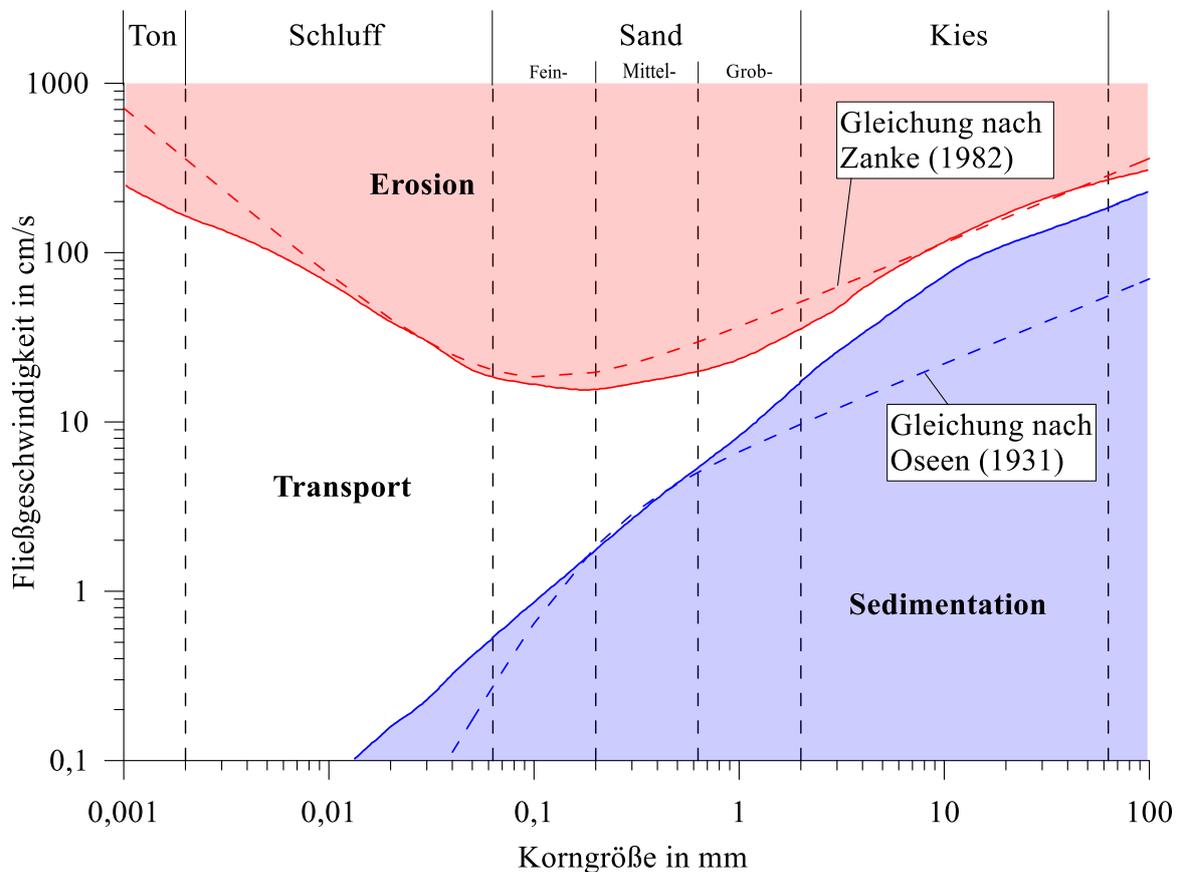


Abbildung 3.2 Hjulström-Diagramm nach Witt (2018)

Markiert wird die kritische Geschwindigkeit durch die rote Linie in Abbildung 3.2. Liegt die aktuelle Fließgeschwindigkeit oberhalb dieser Linie, können Partikel erodiert werden. Verringert sich die Fließgeschwindigkeit anschließend wieder, werden die gelösten Partikel zunächst transportiert bis sie schließlich bei weiter abfallender Geschwindigkeit wieder sedimentieren. Der durch die blaue Linie abgegrenzte Bereich der Sedimentation kann auf das Gesetz von Stokes zurückgeführt werden (Witt, 2018). Große Korndurchmesser sedimentieren sehr schnell

wieder, nachdem sie erodiert wurden. Dies zeigt sich auch an den beiden Kurven in Abbildung 3.2, die für große Durchmesser dicht bei einander liegen. Bei kleinen Korndurchmessern verbleiben die Partikel hingegen länger in Suspension und werden trotz geringerer Fließgeschwindigkeiten über längere Strecken transportiert. Dies spiegelt sich durch den großen Bereich für den Transport bei kleinen Korngrößen wider (Dikau et al., 2019).

Für das Diagramm setzte Hjulström (1935) den einfachsten Fall, ein gleichförmiges, monodisperses Material, an. Das Diagramm ist somit nur für Partikel einer Korngröße anzuwenden. Bei gemischtem Material mit hohem Feinanteil tendiert die kritische Fließgeschwindigkeit zu jener der feinen Partikel. Durch ausgefüllte Poren können grobe Körner auch aus der Bodenschicht herausragen. Dadurch bieten sie eine größere Angriffsfläche und können schon vor der angegebenen Geschwindigkeit gelöst werden (Hjulström, 1935). Darüber hinaus haben weitere Materialeigenschaften, zum Beispiel die Kornform, chemische Prozesse und das Auftreten von Turbulenzen einen Einfluss auf die Erosion (Hjulström, 1932). Der Übergang von Transport zu Erosion wird daher häufig auch als Band dargestellt (Dikau et al., 2019).

Gleichungen, die die Übergänge annähernd beschreiben, sind für den Erosionsbeginn von Zanke (1982) (Vollmers, 2000) und für die Sedimentation von Oseen (1931) (Burz, 1965) vorgestellt. Die Gleichungen nach Stokes gelten nur für kleine Korngrößen. Die Erweiterung für große Korngrößen nach Oseen (1931) ist daher zutreffender (Burz, 1965). Die ausgewerteten Gleichungen nach Zanke (1982) für den Erosionsbeginn und von Oseen (1931) für die Sedimentation sind jeweils als gestrichelte Kurven in Abbildung 3.2 dargestellt.

Es sei nochmal daran erinnert, dass das Hjulström-Diagramm Anwendung bei der Flusserosion, also der äußeren Erosion findet. Dass qualitativ ein solches Diagramm auch für die innere Erosion gelten kann, zeigt sich an Laborversuchen verschiedener Autoren, zum Beispiel von Skempton und Brogan (1994), Moffat und Fannin (2011) oder Ahlinhan (2011). In Durchströmungsversuchen wurde jeweils erst ab einem bestimmten Gradienten Erosion bzw. Austrag von Bodenmaterial beobachtet. Durch die Interpretation dieses Gradienten als kritischen Gradienten und Anwendung des Darcy'schen Gesetzes, könnte die erhaltene Fließgeschwindigkeit als kritisch für innere Erosion angesehen werden. Die bestimmten Gradienten der oben genannten Autoren hängen allerdings von weiteren Einflussfaktoren ab. So ist die Kornverteilung nicht auf eine Korngröße beschränkt und hat, wie die Lagerungsdichte, einen wesentlichen Einfluss auf den kritischen Gradienten.

3.2. Bewertung der Ansätze aus der Literatur

Im vorherigen Abschnitt dieses Kapitels wurde eine Reihe verschiedener Modelle vorgestellt, die mit Hilfe der Theorie Poröser Medien einen Prozess der inneren Erosion abbilden. Der Fokus lag dabei auf dem Massenproduktionsterm, da das Ziel dieser Arbeit die Formulierung eines

solchen Terms ist. Aus den vorgestellten Modellen ergeben sich bereits einige Aspekte, die für das hier aufzustellende Modell ebenfalls zu berücksichtigen sind. Andere Annahmen wiederum schränken das Modell ein und sind damit nicht für die Beschreibung innerer Erosion bzw. nur für eine spezielle Fragestellung geeignet.

Ein wesentlicher Parameter in den Ansätzen zum Massenproduktionsterm bei nichtbindigen Böden ist die Fließgeschwindigkeit, in den meisten Fällen als Durchfluss \mathbf{q} bezeichnet. Der Durchfluss \mathbf{q} geht, mit Ausnahme von Steeb et al. (2004), betragsmäßig ein. Damit ist die Produktion, also das Lösen von Partikeln, unabhängig von der Strömungsrichtung.

Innere Erosion, die Umlagerung und der Transport von Bodenpartikel im Boden, erfolgt infolge einer Durchströmung des Korngerüsts. Ist keine Strömung vorhanden, findet auch keine Erosion statt. Die Filtergeschwindigkeit ist in Bezug auf die innere Erosion ein wichtiger Faktor. Nach dem Darcy'schen Gesetz ist die Filtergeschwindigkeit proportional zum hydraulischen Gradienten, welcher wiederum die Größe der Strömungskraft beeinflusst, die auf die Bodenkörner wirkt. Dies zeigt sich auch an den für die unterschiedlichen Erosionsformen definierten hydraulischen Kriterien. Diese legen einen Grenzwert für den hydraulischen Gradienten fest, ab dem der Transport von Bodenmaterial beginnt (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a). In Laborversuchen lässt sich ebenfalls beobachten, dass Bodenbewegung oder gar ein vollständiges Versagen des Bodens erst bei einem bestimmten hydraulischen Gradienten eintritt (siehe u.a. Ahlinhan (2011), Skempton und Brogan (1994), Boley und Schober (2013)). Ebenso lässt sich aus dem vorgestellten Hjulström-Diagramm eine Grenze für die Erosion in Abhängigkeit der Fließgeschwindigkeit ablesen.

Die in Abschnitt 3.1 vorgestellten Ansätze zu nichtbindigen Böden sind jedoch, ausgenommen von Steeb et al. (2004), linear abhängig von dem Betrag des Durchflusses \mathbf{q} . Daraus resultiert, dass der Erosionsprozess beginnt, sobald eine Fluidströmung vorhanden ist. Dies steht jedoch nicht im Einklang mit den hydraulischen Kriterien und dem damit verbundenen kritischen hydraulischen Gradienten. Folglich ist es erforderlich im Massenproduktionsterm einen Grenzwert, bei dem der Erosionsprozess startet, zu berücksichtigen.

Fällt die Fließgeschwindigkeit unter einen Grenzwert, beginnen die Partikel, in Abhängigkeit des Partikeldurchmessers, wieder zu sedimentieren. Dieser Effekt ist ebenfalls mit einem Grenzwert im Massenproduktionsterm zu berücksichtigen. Ein Modell zur Ablagerung von Partikeln wurde von Schaufler (2015) aufgestellt. Dieses beschäftigt sich jedoch mit Blockierung von Partikeln durch das Korngerüst, also dem Effekt der Kolmation. Eine Sedimentation kann mit dem Modell nicht abgebildet werden und wird daher ausgeschlossen (Schaufler, 2015).

Einen Grenzwert als Startpunkt der Erosion haben Bonelli und Marot (2008) in ihrem Modell zur Suffosion bei einem Ton-Sand-Gemisch angesetzt. Da Bonelli und Marot (2008) die Ero-

sion von Tonpartikeln auf der mikroskopischen Ebenen mittels der Scherspannungen beschreiben, ist eine Scherspannung, ab der die Tonpartikel erodieren, als Grenzwert festgelegt. Die Umsetzung erfolgte mit Hilfe einer Heaviside-Funktion.

Ein solcher Grenzwert, ab dem Partikel erodieren oder wieder sedimentieren, ist somit im Massenproduktionsterm auch für den hydraulischen Gradienten zu berücksichtigen. Die Grenzwerte für Erosion und Sedimentation müssen nicht zwangsläufig die selbe Größe aufweisen, sondern können auch voneinander abweichen. Maßgebenden Einfluss auf die Größe des Grenzwertes hat der Durchmesser des Bodenpartikels, welcher bei der Bestimmung des gesuchten Grenzwertes zu berücksichtigen ist.

Des Weiteren sind je nach Fragestellung in den Massenproduktionstermen die Volumenanteile verschiedener Phasen enthalten. Dies ist notwendig, da nur so viel Material erodieren kann, wie vorhanden ist. In vielen Fällen wird der Anteil der gelösten Partikel über die Konzentration nach Gleichung (3.2) berücksichtigt. Steeb et al. (2004) begründen dies damit, dass umso mehr Partikel erodieren, je mehr Partikel schon gelöst sind. Die Konzentration nach Gleichung (3.2) erfordert jedoch, dass gelöste Partikel bereits vor Beginn des Prozesses vorhanden sind. Der Erosionsprozess setzt in diesem Fall sofort ein und nicht erst, wenn für den Erosionsprozess günstige Verhältnisse herrschen. Letzteres ist jedoch zusammen mit den resultierenden Änderungen des Porenraums von Interesse für die Standsicherheit der Erdbauwerke. Eine Veränderung der Dichte sowie der Lagerungsdichte, beeinflusst die Nachweisführung und ist somit zu berücksichtigen.

Für den Massenproduktionsterm bedeutet dies, dass ein Volumenanteil von lösbarem Material vorhanden sein muss. Gelöste Partikel sind vor Beginn eines Prozesses jedoch nicht zwangsläufig vorhanden, der Volumenanteil kann somit gleich null sein. Bezüglich der Erosion darf diese Abhängigkeit des Massenproduktionsterms vom Volumenanteil gelöster Partikel folglich nicht gegeben sein.

Von einigen Autoren wird in Zusammenhang mit den angesetzten Volumenanteilen die Menge gelöster Partikel begrenzt. Dies kann als Transportvermögen aufgefasst werden und soll die vom Wasser transportierbare Menge an Partikeln festlegen. Je nach Problemstellung kann dies erforderlich sein, ist aber nicht zwingend notwendig, da je nach Erosionsform die erodierbare Menge an Partikeln ohnehin begrenzt ist oder die gesamte Kornfraktion in Bewegung geraten kann.

Damit zeigt sich, dass weiterhin Bedarf besteht, für die Anwendung in der Kontinuumsmechanik einen neuformulierten Massenproduktionsterm zur inneren Erosion aufzustellen. Durch die Anwendung eines Grenzwertes können Beginn und Ende eines Erosionsprozesses abgebildet

werden ebenso wie die erneute Ablagerung infolge der Sedimentation. Mit den weiteren notwendigen Gleichungen, unter anderem die Sättigungsbedingung und die Interaktionsterme, erfolgt die vollständige Beschreibung des Erosionsprozesses.

Das Auftreten eines Erosionsprozesses erfolgt in Abhängigkeit der Randbedingungen. Durch die Erosion von Bodenpartikeln ändern sich die Eigenschaften des vorliegenden Bodens, wie zum Beispiel die Durchlässigkeit oder der Porenanteil. Diese Änderungen und der daraus resultierende Einfluss auf die Berechnung der Standsicherheit kann mit den Ansätzen zu den Erosionsprozessen berücksichtigt werden.

Die wesentlichen Aspekte bei der konstitutiven Bildung des Massenproduktionsterms sind die Fließgeschwindigkeit mit dem entsprechenden Grenzwert als Startpunkt der Erosion sowie der Volumenanteil der löslichen Kornfraktion. Für die Erosion ist ausschließlich der Volumenanteil der löslichen Kornfraktion zu berücksichtigen. Die Einbeziehung der Konzentration im Fluid gelöster Partikel in die Funktion erscheint nicht sinnvoll, da der Prozess dann erst startet, wenn Partikel vorhanden sind. Als Startpunkt für die Erosion ist der Grenzwert in Abhängigkeit des Korndurchmessers zu bestimmen. Gegebenenfalls kann hier auf bereits bestehenden Ansätze zum kritischen hydraulischen Gradienten zurückgegriffen werden. Darüber hinaus können sogenannte Erosionsparameter notwendig sein, die für die jeweilige Bodenart im Versuch zu bestimmen sind. Als Versuche sind hier Durchströmungsversuche geeignet, wie sie beispielsweise von Moffat und Fannin (2011), Ahlinhan (2011) oder Welsch und Herle (2022) durchgeführt und ausgewertet wurden.

4. Entwicklung eines Dreiphasenmodells

Für die Entwicklung eines Modelles zur kontinuumsmechanischen Beschreibung der Erosion wird zunächst ein Modell-Konzept aufgestellt, welches die Rahmenbedingungen und Modellgrenzen festlegt. Erst im Anschluss daran erfolgt die Entwicklung eines Mehrphasenmodells für die Simulation von Erosionsprozessen. Im Mehrphasenmodell wird eine beliebige Anzahl an Kornfraktionen sowohl für die das Korngerüst bildenden Bodenkörner als auch für die gelösten und vom Wasser transportierten Partikel berücksichtigt. Auf Basis dieses Mehrphasenmodells wird schließlich das Dreiphasenmodell zur Suffosion aufgestellt, in dem die Bodenkörner im Korngerüst, die gelösten Partikel und das Wasser die drei Phasen darstellen. Für dieses Dreiphasenmodell sind die konstitutiven Gleichungen wie Interaktionsterme und Massenproduktionsterme zu bestimmen.

In diesem Kapitel werden zur Veranschaulichung und Erläuterung Abbildungen verschiedener Korngerüste gezeigt. Diese Abbildungen stellen nur schematische Darstellungen eines Korngerüsts dar. Ein Korngerüst ist ein dreidimensionales Gebilde, bei dem die Kontaktpunkte der einzelnen Körner frei im Raum verteilt sein können. Das Korngerüst ist also ein komplexeres Gebilde, als dies durch eine zweidimensionale Darstellung dargestellt werden kann. Die in diesem Kapitel gezeigten flächenhaften Abbildungen von Korngerüsten können jedoch trotzdem repräsentativ sein. Dies lässt sich anhand des Delesse'schen Gesetzes zeigen. Seien in einem Körper zwei Stoffe mit unterschiedlichen Volumenanteilen gleichmäßig im Raum verteilt, dann ist das Verhältnis dieser Volumenanteile gleich dem Verhältnis der Flächenanteile dieser Stoffe in einem Schnitt durch den Körper (Fillunger, 1935). Dieser Zusammenhang wird durch Gleichung (4.1) wiedergegeben (Fillunger, 1935) und ist in Abbildung 4.1 graphisch dargestellt.

$$\frac{\sum \Delta l_a}{\sum \Delta l_b} = \frac{\sum \Delta f_a}{\sum \Delta f_b} = \frac{\sum \Delta V_a}{\sum \Delta V_b} = \frac{a}{b} \tag{4.1}$$

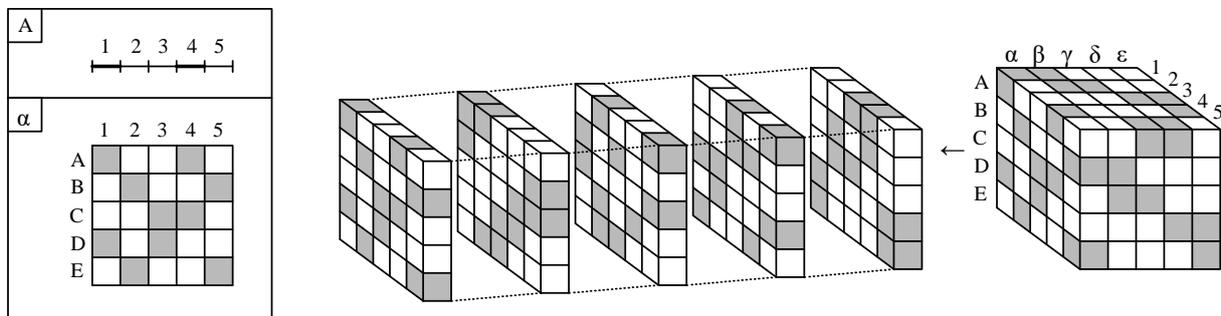


Abbildung 4.1: Schema zum Delesse'schen Gesetz; rechts: Würfel mit Raumanteilen; unten links: Fläche des Abschnittes α des Würfels; oben links: Linie aus Abschnitt A der Fläche

Des Weiteren sind die als Kugeln dargestellten Bodenkörner stets in ihrem größten Durchmesser dargestellt. Eine solche Darstellung entspricht jedoch nicht dem Korngerüst eines natürlich anstehenden Bodens. In einem Schnitt durch ein Korngerüst eines solchen Bodens würden Kugeln auch an anderen Stellen geschnitten werden und dann in einer zweidimensionalen Darstellung in unterschiedlichen Größen abgebildet werden.

Graphische Darstellungen in dieser Arbeit bilden ein natürliches Korngerüst nicht exakt ab, dies ist aber auch nicht der Anspruch. Sie sollen lediglich den erklärten Sachverhalt verdeutlichen.

4.1. Modell-Konzept

Ziel ist es, ein kontinuumsmechanisches Modell aufzustellen, welches die Bewegung von Bodenpartikel durch das Korngerüst infolge der Grundwasserströmung simulieren und damit verschiedene Formen der inneren Erosion abbilden kann. Das Modell-Konzept sieht dabei vor, ein allgemeines Grundmodell aufzustellen. Mit diesem Grundmodell soll zunächst eine Form der inneren Erosion, die Suffosion, aufgestellt werden. Das Grundmodell soll wenig Einschränkungen enthalten. Für eine bestimmte Erosionsform werden jedoch in dem jeweiligen Ansatz gewisse Annahmen nötig sein, um den Prozess mathematisch und mechanisch beschreiben zu können. Annahmen sind dazu für die in Tabelle 2.1 aufgeführten Einflussfaktoren festzulegen.

Die Ansätze für die innere Erosion müssen darüber hinaus bekannte Ansätze als Spezialfälle enthalten. Beispielhaft ist dies in Abbildung 4.2 für Suffosion veranschaulicht. Den Rahmen bildet das allgemeine Modell für beliebig viele Konstituierende $k=k_{max}$. Als Teil dieses Modells ist für die Suffosion nur eine lösbare Kornfraktion j definiert und die Anzahl der Konstituierenden k auf 3 festgelegt. Sind zu einem betrachteten Zeitpunkt keine Partikel gelöst oder alle gelösten Partikel bereits abtransportiert, ist für diesen Zeitpunkt die Phase der gelösten Partikel im Prinzip nicht vorhanden ($j=0$). In diesem Fall müssen dann die allgemeinen Gleichungen der Grundwasserströmung gelten.

Bevor das Grundmodell aufgestellt wird, sollen vorab noch einige Rahmenbedingungen abgesteckt werden. Zum einen sind Aspekte festzulegen, die mit Hilfe des Modells bestimmt oder in der Berechnung berücksichtigt werden sollen. Im Einzelnen sind dies folgende Punkte:

- Der vorliegende Boden soll mit einer, aber auch mit mehreren, unterschiedlichen Korngrößen berücksichtigt werden können. Suffosion ist nur möglich, wenn mindestens zwei unterschiedliche Korngrößen vorliegen. Andere Erosionsformen können hingegen auch auftreten, wenn der Boden ausschließlich aus einer Korngröße besteht.

- Das Korngerüst soll sich deformieren können, aber auch die Annahme eines starren Korngerüsts soll möglich sein. Durch die Deformation des Korngerüsts werden Setzungen infolge einer Auflast abgebildet. Auch die Strömungskraft kann Hebungen oder Setzungen verursachen, die damit bestimmt werden können.

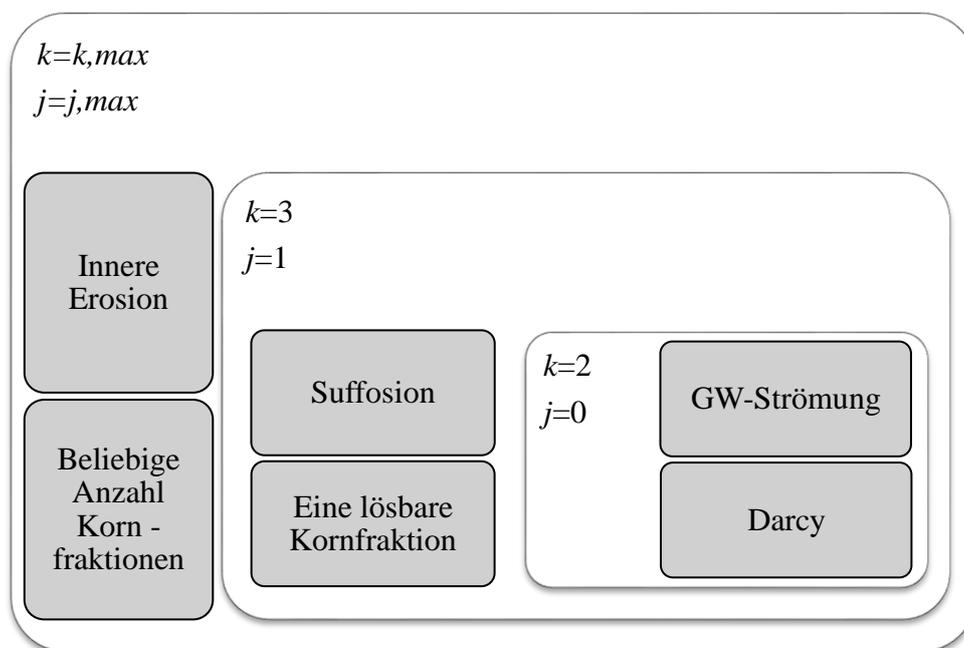


Abbildung 4.2: Modell-Konzept des Grundmodells und enthaltenen Spezialfällen; mit $k =$ Anzahl der Konstituierenden und $j =$ Anzahl der lösbaren Kornfraktionen

- Die Körner selbst bleiben über den gesamten Zeitraum starr, erfahren also keine Verformungen.
- Eine Bewegung von Bodenkörnern muss möglich sein. Damit wird die Beschreibung von Erosionsprozessen ermöglicht. Speziell soll die innere Erosion, Suffosion und deren Umkehr, also die Kolmation abgebildet werden können. Dazu sind weitere Kriterien bezüglich der Erosionsform festzulegen. Besonders zu beachten sind hier hydraulische und geometrische Kriterien.
- Veränderungen der Durchlässigkeit mit der Zeit müssen berücksichtigt werden. Die Änderung der Durchlässigkeit kann auf verschiedene Weisen herbeigeführt werden. Deformationen, zum Beispiel in Form einer Setzung, führen zu einer Veränderung des Porenanteils, dies führt wiederum zu einer Änderung der Durchlässigkeit. Ein Verlust von Bodenmaterial infolge der Erosion führt ebenfalls zur Änderung des Porenanteils und beeinflusst damit die Durchlässigkeit.

- Berücksichtigung des Prinzips der wirksamen Spannungen. Aus dem Spannungstensor müssen entsprechend die effektiven Spannungen für das Korngerüst sowie für das Fluid der Porenwasserdruck resultieren.

Des Weiteren werden für das Grundmodell einige Annahmen getroffen, die die Umsetzung des Modells bzw. die Beschreibung des Prozesses vereinfachen, aber geotechnische Anwendungen nicht wesentlich einschränken sollen. Folgende Annahmen werden getroffen:

- Die Temperatur ist über den gesamten Zeitraum nahezu konstant. Bestimmte Eigenschaften der Konstituierenden sind abhängig von der Temperatur. Unter anderem ist hier die Viskosität von Wasser zu nennen. Die Temperatur ist zu Beginn festzulegen. Damit ist dann auch die Viskosität für das Modell festgelegt und erfährt über den gesamten Zeitraum keine Änderung durch die Temperatur.
- Chemische und biologische Prozesse sollen vernachlässigt werden.
- Eine Entstehung von neuen Partikeln durch Kornzertrümmerung oder Verwitterung wird nicht modelliert. Auch mechanische Zerstörungen, zum Beispiel durch Frost, spielen keine Rolle. Es wird von einem granularen Bodenmaterial mit einer oder mehreren unterschiedlichen Korngrößen ausgegangen.
- Ebenso wie die Körner wird das Fluid als inkompressibel angesetzt. Darüber hinaus werden die Schubspannungen vernachlässigt und das Fluid, wie zum Beispiel in Perau (2001), als ideale Flüssigkeit (Zanke, 2013) behandelt.
- Als fluide Phasen liegen ausschließlich Wasser und die darin gelösten Partikel vor. Es wird davon ausgegangen, dass im Wasser keine Gase enthalten sind.
- Die Kornform reicht im Allgemeinen von plättchenförmig über stäbchenförmig, plattig, prismatisch, gedrunen bis hin zu kugelig. Die Kornrauigkeit kann unter anderem scharfkantig, kantig oder glatt sein (von Soos und Engel, 2017). Ein einzelnes Korn wird zunächst als ideale runde Kugel mit glatter Oberfläche angenommen. Mit dieser Annahme können das Volumen eines Korns und damit auch der Porenanteil genau berechnet werden. Darüber hinaus vereinfacht sich durch die Annahme eines Korns als Kugel die mechanische Beschreibung eines Bodenkorns.
- Obwohl ein natürlicher Boden nicht aus ideal runden Kugeln besteht, erfolgt die Darstellung einer Kornverteilung in Abhängigkeit des Korndurchmessers. Dies resultiert aus der Maschenweite der zur Bestimmung der Kornverteilung verwendeten Siebe. Die Einteilung in Korngrößen erfolgt schließlich in Abhängigkeit der Maschenweiten. Für das hier vorgestellte Modell wird es ebenfalls erforderlich sein, eine Einteilung in verschiedenen Kornfraktionen vorzunehmen. Die Aufteilung soll dazu anhand eines idealisierten Korndurchmessers erfolgen.

Neben den vorangegangenen Annahmen wird für die weiteren Überlegungen zunächst von einem nichtbindigen Bodenmaterial ausgegangen. Aufgrund von Kohäsionskräften haften bei bindigen Böden die feinen tonigen Bodenteilchen zusammen und sind schwerer zu lösen. Bindige Böden sind daher weniger anfällig für innere Erosion (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a).

Die in Tabelle 2.1 aufgeführten hydraulischen Einflussfaktoren ergeben sich größtenteils aus den Randbedingungen der untersuchten Problemstellung. Hydraulischer Gradient und Filtergeschwindigkeit sind zudem veränderlich und müssen daher in Abhängigkeit der Zeit berücksichtigt werden.

Unter Berücksichtigung der zuvor aufgeführten Annahmen kann nun ein kontinuumsmechanisches Modell zur inneren Erosion aufgestellt werden.

4.2. Allgemeines Mehrphasenmodell zur Simulation von innerer Erosion

In diesem Abschnitt soll zunächst ein grundlegendes Mehrphasenmodell erläutert werden, auf Basis dessen anschließend die konstitutiven Beziehungen aufzustellen sind. Die im Abschnitt 4.1 erläuterten Aspekte und Annahmen sind dazu in den entsprechenden Gleichungen zu berücksichtigen.

Zunächst folgt aus der Annahme einer an jedem Punkt und zu jeder Zeit konstanten Temperatur:

$$\text{grad}T \approx \mathbf{0} \quad (4.2)$$

$$\frac{dT}{dt} \approx 0. \quad (4.3)$$

Ein Wärmetransport oder ein Wärmeübergang wird somit vernachlässigt. Eine konstante Temperatur kann unter der Annahme, dass die Bodenkörner dieselbe Temperatur wie das in den Poren enthaltene Wasser haben, angenommen werden. Chemische und biologische Prozesse wurden bereits im Vorhinein ausgeschlossen.

Die Phasen im Mehrphasenmodell

Das Mehrphasenmodell ist für innere Erosion im Boden aufzustellen. Entsprechend setzen sich die einzelnen Phasen aus den Bestandteilen des Bodens zusammen. Zu den wichtigsten Bestandteilen gehören die Bodenkörner, die das Korngerüst bilden. Die einzelnen Bodenkörner haben im Korngerüst Kontakt zu den benachbarten Körnern. Während ein einzelnes Korn sein Volumen nicht verändert, kann das Korngerüst geringe Deformationen erfahren. Die Bodenkörner im Korngerüst stellen die feste Phase dar.

Da innere Erosion nur bei gesättigter Grundwasserströmung auftritt, wird der Boden als vollständig mit Wasser gesättigt angesehen. Der gesamte Porenraum wird also vom Wasser, welches die fluide Phase darstellt, ausgefüllt. Bei den Poren wird davon ausgegangen, dass diese untereinander verbunden sind und eine Strömung des Wassers durch die Poren möglich ist. Eingeschlossene Poren werden nicht betrachtet. Der Volumenanteil der fluiden Phasen bezieht sich stets auf die untereinander verbundenen Poren.

Verliert ein Bodenkorn den Kontakt zum Korngerüst aufgrund der Grundwasserströmung, ist dieses erodiert und kann mit dem Wasser infolge der Strömung abtransportiert werden. Die gelösten Bodenkörner, im Folgenden als Partikel bezeichnet, können nun eine Relativgeschwindigkeit zum Korngerüst aufweisen. Davon ausgehend, dass sich das Korngerüst nicht bewegt, grenzt sich ein Partikel ausschließlich durch die vorhandene Geschwindigkeitskomponente von den Bodenkörnern des Korngerüsts ab. Die Partikel bewegen sich allerdings nicht zwangsläufig mit derselben Geschwindigkeit des Wassers und weisen somit auch eine Relativgeschwindigkeit zum Fluid auf. Aufgrund des Bewegungszustandes bilden die Partikel ebenfalls eine fluide Phase.

Die Konstituierenden im Mehrphasenmodell sind also

- die Bodenkörner GS , die das Korngerüst bilden und nicht gelöst werden,
- die Bodenkörner Si (mit $i \in \{1, 2, \dots, j\}$, wobei i für die Korngröße einer Fraktion steht), die sich im Korngerüst befinden und gegebenenfalls gelöst werden können,
- die Partikel Pi (mit $i \in \{1, 2, \dots, j\}$, wobei i für die Korngröße einer Fraktion steht), die sich mit dem Wasser durch die Poren bewegen können und
- das Wasser als Fluid F .

Vorrausgehend sind Bodenkörner S und Partikel P zusätzlich mit i gekennzeichnet, da nun eine Aufteilung in verschiedene Fraktionen erfolgen soll. Natürliche Böden bestehen in der Regel nicht aus Bodenkörnern mit einem einzigen Durchmesser, sondern weisen Körner unterschiedlicher Größen in unterschiedlichen Mengen auf. Die Korngrößen können in unterschiedliche Fraktionen eingeteilt und deren Anteil in einer Körnungslinie dargestellt werden. In Abbildung 4.3 sind beispielhaft mit den durchgezogenen Linien zwei verschiedene Bodenarten in der gewöhnlichen Darstellungsweise angegeben. Wie bereits in Kapitel 4.1 erläutert, werden im weiteren Verlauf die Körner als Kugeln idealisiert. Darüber hinaus wird für die verschiedenen Fraktionen angenommen, dass ausschließlich Körner eines Durchmessers enthalten sind. Die Körnungslinie kann dadurch deutlicher abgegrenzt und in j verschiedene Fraktionen eingeteilt werden. Als Beispiel ist die blaue Kurve in Abbildung 4.3 mit der gestrichelten Linie in vier Fraktionen mit je einer Korngröße unterteilt.

Es ist darauf hinzuweisen, dass sich die Anteile der Körnungslinie nur auf die Bodenkörner selbst beziehen. Die Sättigungsbedingung aus Gleichung (2.4), welche zu beachten ist, bezieht sich jedoch auf das gesamte Volumen eines betrachteten Volumenelementes und beinhaltet auch den Porenraum. Zudem wird die Körnungslinie in Abhängigkeit der Massenanteile abgebildet. Bei Annahme gleicher Dichte für alle Kornfraktionen entspricht der Massenanteil jedoch dem Volumenanteil. Darüber hinaus ist nicht der Anteil an der Gesamtmenge, sondern der, in Abbildung 4.3 als Balken dargestellte, Siebrückstand maßgebend. Eine Abschätzung der Volumenanteile kann unter Annahme derselben Dichte für alle Bodenkörner und unter der Berücksichtigung des Porenanteils mit Hilfe des Siebrückstandes erfolgen.

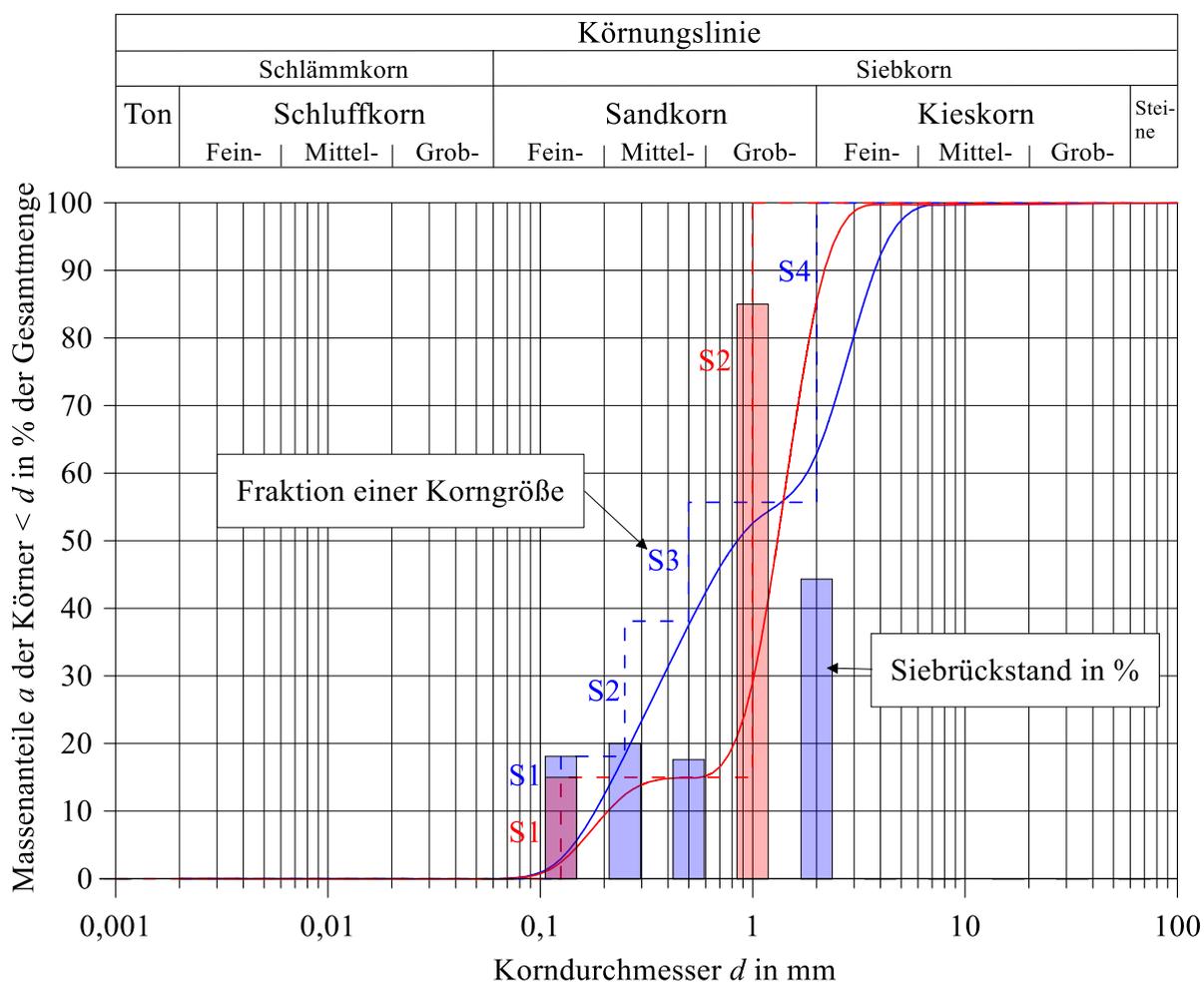


Abbildung 4.3: Körnungslinien als standardmäßige Ausgleichskurve und als abgestufte Variante mit festem Korndurchmesser pro Fraktion, sowie Siebrückstand der Kornfraktionen für zwei fiktive Böden (rot und blau)

Die Sättigungsbedingung ergibt sich für einen in j Fraktionen aufgeteilten Boden und mit Wasser gefüllten Poren zu

$$n_F + \sum_{i=1}^j n_{Si} = 1 \quad (4.4)$$

Die Volumenanteile der Kornfraktionen und des Fluides sind darin entsprechend mit n_{Si} und n_F gegeben. Abbildung 4.4 zeigt links für vier Kornfraktionen die Aufteilung der Volumenanteile. Rechts in Abbildung 4.4 ist schematisch ein Korngerüst mit vier unterschiedlichen Korngrößen dargestellt. In diesem Zustand sind keine Erosionsprozesse berücksichtigt. Die Berechnung der Grundwasserströmung kann in diesem Fall mit den klassischen Verfahren erfolgen, ähnlich wie dies zum Beispiel in Perau (2001) für die Einphasenströmung bereits erfolgt ist.

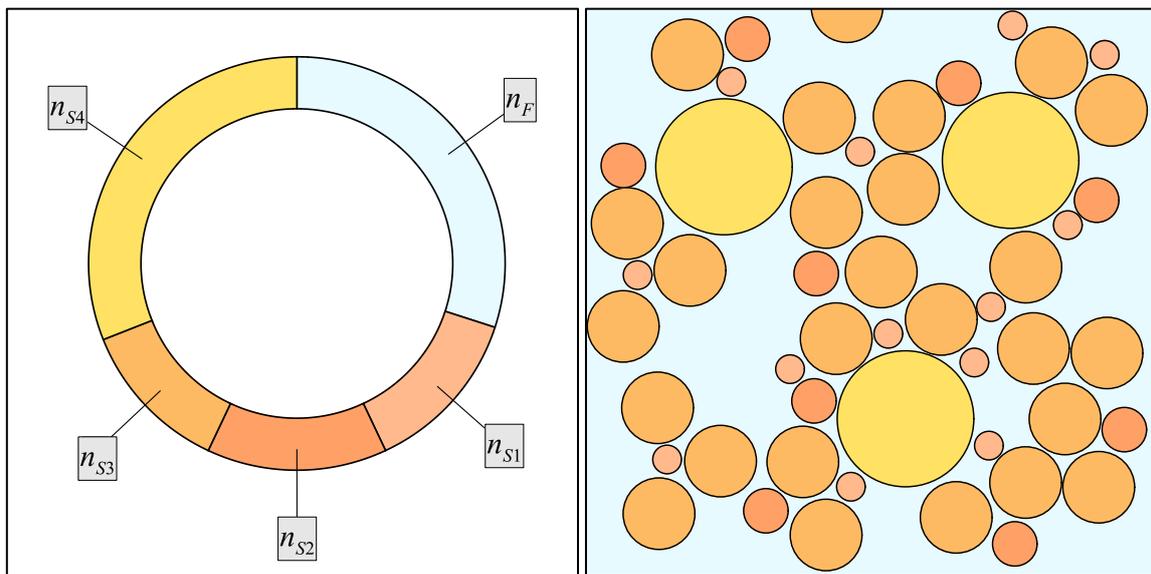


Abbildung 4.4: links: Darstellung eines 5-Phasenmodells aufgeteilt nach seinen Volumenanteilen; rechts: mikroskopische Darstellung eines Korngerüsts im betrachteten Volumenelement mit 4 unterschiedlichen Korngrößen

Während eines Erosionsprozesses werden Partikel aus dem Korngerüst herausgelöst. Diese herausgelösten Partikel sind, wie bereits erläutert, einer eigenen Phase zugeordnet, da sie eine eigene Geschwindigkeit aufweisen. Da ein gelöster Partikel zuvor Teil des Korngerüsts war, muss ein Austausch von Masse zwischen den Phasen der Bodenkörner im Korngefüge n_{Si} und der Partikel n_{Pi} stattfinden. Der Austausch wird durch die Funktion m_k in der Massebilanz aus Gleichung (2.13) beschrieben.

Die Fließgeschwindigkeit des Wassers, bei der sich Partikel lösen, hängt unter anderem von dem Korndurchmesser ab. Dies zeigt sich im Hjulström-Diagramm oder auch in hydraulischen Kriterien für Suffosion, bei denen der Korndurchmesser mit eingeht (Busch et al., 1993). Feine Partikel lösen sich bei einer geringeren Geschwindigkeit als Partikel mit einem großen Durchmesser. Daher sind die Phasen der Partikel getrennt voneinander zu betrachten und der Mas-

sen austausch erfolgt nur zwischen den Partikeln und der Kornfraktion mit demselben Korndurchmesser. Für die Produktionsterme ist Gleichung (2.14) einzuhalten, sodass mit der Kenntnis der vorherigen Annahme für die Massenproduktionsterme der Bodenkörner und Partikel

$$m_{p_i} = -m_{s_i} \quad (4.5)$$

gilt. Für das Fluid, deren Masse sich mit keiner anderen Phase austauschen kann, ist

$$m_F = 0 \quad (4.6)$$

anzusetzen. Der Zusammenhang des Massenaustauschs mit den zugehörigen Massenproduktionstermen m_{p_i} ist in Abbildung 4.5 durch die roten Pfeile dargestellt. In der schematischen Darstellung der Abbildung 4.5 rechts repräsentieren die blauen Kugel die gelösten Partikel.

Als eine Vereinfachung soll im Folgenden angenommen werden, dass das Größtkorn stets an der Bildung des Korngerüsts beteiligt ist und sich nicht aus diesem herauslösen kann. Damit entfällt die zugehörige Phase der Partikel und es sind weniger Gleichungen aufzustellen. Die Annahme ist hinnehmbar, da für die meisten geotechnischen Fragestellungen ein vorhandenes Korngerüst vorausgesetzt werden kann. Sollte es für eine Problemstellung erforderlich sein, dass das Lösen des gesamten Korngerüsts möglich ist, kann der Volumenanteil des Korngerüsts zu null gesetzt und das Gleichungssystem trotzdem gelöst werden. Der Anteil des Korngerüsts wird mit GS (Grain Skeleton) gekennzeichnet und ist in Abbildung 4.5 bereits berücksichtigt.

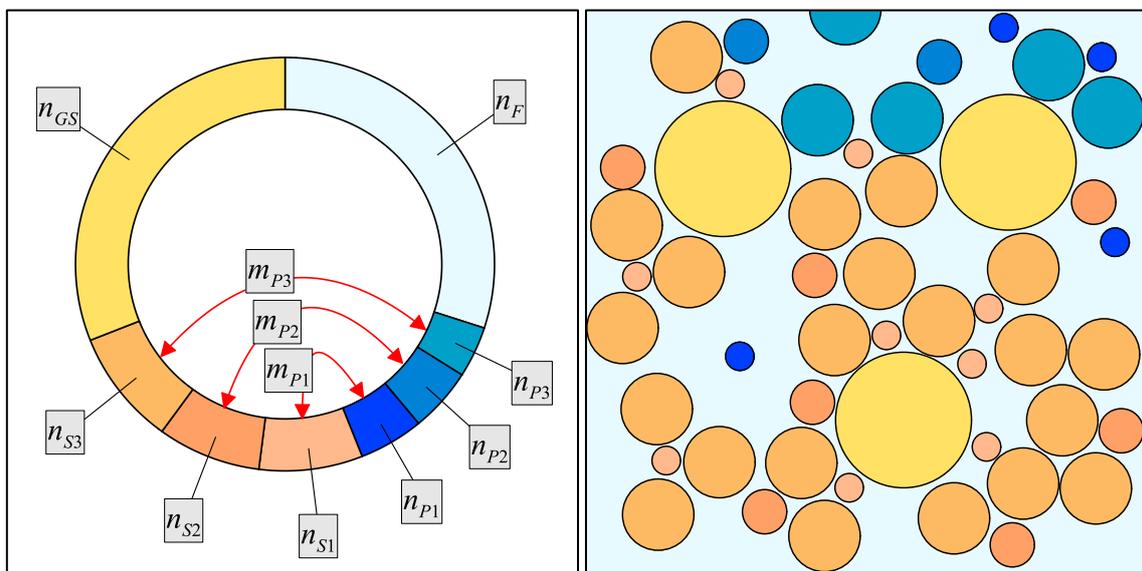


Abbildung 4.5: links: Darstellung eines 8-Phasenmodells aufgeteilt nach seinen Volumenanteilen mit einer nicht löslichen Kornfraktion n_{GS} und dem Zusammenhang von m_{p_i} mit n_{p_i} und n_{s_i} ; rechts: mikroskopische Darstellung eines Korngerüsts im betrachteten Volumenelement mit 4 unterschiedlichen Korngrößen und gelösten Partikeln (blau)

Setzt sich das Korngerüst aus unterschiedlichen, nicht löslichen Kornfraktionen zusammen, können diese in der Phase GS als Korngerüst zusammengefasst werden. Hier sind Eigenschaften, wie Durchlässigkeit, entsprechend der Zusammensetzung aus den unterschiedlichen Kornfraktionen zu berücksichtigen.

In der Sättigungsbedingung sind die Volumenanteile der Partikelphasen ebenso zu berücksichtigen wie der eingeführte Volumenanteil des Korngerüsts. Die Sättigungsbedingung lautet nun

$$n_F + n_{GS} + \sum_{i=1}^{S_j} n_{Si} + \sum_{i=1}^{P_j} n_{Pi} = 1. \quad (4.7)$$

Die Anfangswerte von den Volumenanteilen der Bodenkörner müssen bekannt sein und zusammen mit der Anzahl der Fraktionen S_j vor einer Berechnung festgelegt werden. Über den Porenanteil des Korngerüsts ergibt sich der Volumenanteil des Fluides n_F . Die Anteile der Partikel n_{Pi} können zu Beginn null sein und ergeben sich dann im Laufe des Erosionsprozesses. Bereits zu Beginn vorhandene gelöste Partikel können ebenfalls berücksichtigt werden.

Unter der Annahme, dass die Realdichten ρ_{kR} aller Kornfraktionen gleich sind, können als eine weitere Vereinfachung die einzelnen Kornfraktionen aus dem Korngerüst zu einer Mischung zusammengefasst werden. Diese Annahme ist auch deshalb möglich, da die Geschwindigkeit aller Körner im Korngerüst per Definition gleich ist. Eine Aufteilung der einzelnen Volumenanteile ist hingegen weiterhin erforderlich, da die in Abbildung 4.5 dargestellte Umwandlung zwischen gelösten und nicht gelösten Bodenkörnern der jeweiligen Kornfraktionen ansonsten nicht mehr abgebildet werden kann. Die gelösten Partikel können von der Fluidgeschwindigkeit sowie aufgrund unterschiedlicher Korngrößen untereinander abweichende Geschwindigkeiten aufweisen und bleiben daher separiert. Im weiteren Verlauf werden die Anteile der Bodenmischung mit S gekennzeichnet. Die Volumenanteile der festen Phase stehen also in folgender Beziehung:

$$n_S = n_{GS} + \sum_{i=1}^j n_{Si}. \quad (4.8)$$

Abbildung 4.6 links stellt nochmal die Beziehung der einzelnen Volumenanteile dar. Der äußere Ring zeigt die Aufteilung der Volumenanteile unter Berücksichtigung der verschiedenen Kornfraktionen. Im inneren Kreis sind die Volumenanteile nach Anteilen mit gleichem Bewegungszustand aufgeteilt. Der Anteil n_S repräsentiert darüber hinaus das gesamte Korngerüst mit den nicht gelösten Bodenkörnern.

Impuls- und Massenbilanz der Mischung n_S des Korngerüsts

Für alle Konstituierenden sind Massenbilanz und Impulsbilanz nach Gleichung (2.13) und (2.15) zu berücksichtigen und auszuwerten. Dies gilt auch für die Mischung des Korngerüsts,

deren Bilanzen sich aus der Summe der einzelnen Bilanzen der Kornfraktionen ergibt. Aus der Summe der einzelnen Kornfraktion ergibt sich die Massenbilanz für die Feststoffphase S zu

$$\frac{\partial \rho_{GS}}{\partial t} + \sum_{i=1}^j \frac{\partial \rho_{Si}}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_{GS} \cdot \mathbf{w}_{GS}) + \sum_{i=1}^j \operatorname{div}(\rho_{Si} \cdot \mathbf{w}_{Si}) = m_{GS} + \sum_{i=1}^j m_{Si}. \quad (4.9)$$

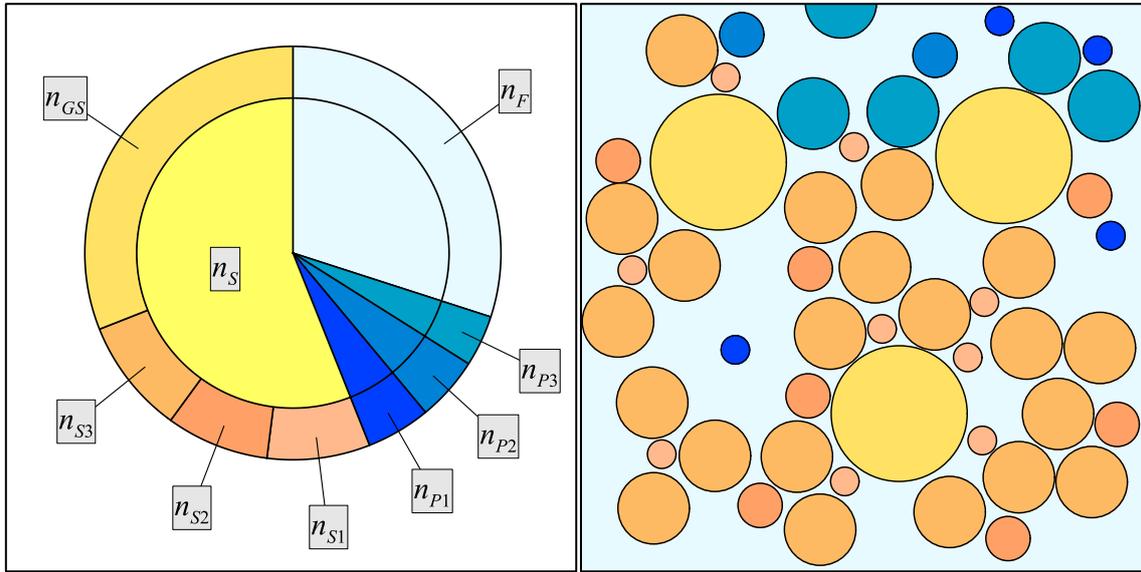


Abbildung 4.6: links: Darstellung eines 8-Phasenmodells aufgeteilt nach seinen Volumenanteilen (außen) und Anteilen mit gleichem Bewegungszustand (innen); rechts: mikroskopische Darstellung eines Korngerüsts im betrachteten Volumenelement mit 4 unterschiedlichen Korngrößen und bereits gelösten Partikeln

Der in Gleichung (4.9) enthaltenen Term m_{GS} ist gleich null, da zuvor bereits angenommen wurde, dass sich Körner dieser Fraktion nicht ablösen können. Unter Berücksichtigung des Zusammenhangs zwischen Real- und Partialdichte nach Gleichung (2.5) und mit der gleichen Real- und Partialdichte sowie der gleichen Geschwindigkeit aller Bodenkörner im Korngerüst kann mit

$$\rho_{SR} = \rho_{GSR} = \rho_{SiR} \quad (4.10)$$

und

$$\mathbf{w}_S = \mathbf{w}_{GS} = \mathbf{w}_{Si} \quad (4.11)$$

Gleichung (4.9) weiter zusammengefasst werden. Mit der Definition nach Gleichung (4.8) lautet die Massenbilanz für das gesamte Korngerüst nun:

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_S \cdot \rho_{SR}) + \operatorname{div}(n_S \cdot \rho_{SR} \cdot \mathbf{w}_S) = \sum_{i=1}^j m_{Si}. \quad (4.12)$$

In gleicher Weise kann für die Summe der Impulsbilanzen vorgegangen werden. Die Summe ergibt sich für alle Kornfraktionen zu

$$\begin{aligned}
& \operatorname{div}(\mathbf{T}_{GS}) + \sum_{i=1}^j \operatorname{div}(\mathbf{T}_{Si}) + \rho_{GS} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}_{GS}) + \sum_{i=1}^j \rho_{Si} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}_{Si}) + \mathbf{s}_{GS} + \sum_{i=1}^j \mathbf{s}_{Si} \\
& = m_{GS} \cdot \mathbf{w}_{GS} + \sum_{i=1}^j m_{Si} \cdot \mathbf{w}_{Si}.
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Ist die Geschwindigkeit aller Körner gleich, muss auch die Beschleunigung \mathbf{a} für alle Bodenkörner im Korngerüst gleich sein. Und auch hier ist der Anteil m_{GS} gleich null zu setzen. Für die Spannungsermittlung ist der Bezug auf das gesamte Korngerüst zweckmäßig. Die Spannungen der einzelnen Kornfraktionen sind für geotechnische Fragestellungen nicht von Interesse, sodass hier

$$\mathbf{T}_S = \mathbf{T}_{GS} + \sum_{i=1}^j \mathbf{T}_{Si} \tag{4.14}$$

angesetzt werden kann. Gleiches gilt für die Interaktionskräfte. Zwischen dem Korngerüst und dem Wasser als Fluid spielt die Durchlässigkeit bei den Interaktionskräften eine wesentliche Rolle. Die Durchlässigkeit des Korngerüsts hängt im Wesentlichen von Größe und Menge des Feinanteils ab. Die Wirkung von groben Körner auf die Durchlässigkeit lässt sich separat vom Korngerüst schwer festhalten, sodass auch hier eine Betrachtung des gesamten Korngerüsts nach Gleichung (4.15) zweckmäßig ist.

$$\mathbf{s}_S = \mathbf{s}_{GS} + \sum_{i=1}^j \mathbf{s}_{Si} \tag{4.15}$$

Werden auch hier Gleichung (2.5) und Gleichung (4.8) berücksichtigt, lautet die Impulsbilanz der festen Phase:

$$\operatorname{div}(\mathbf{T}_S) + \rho_S \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}_S) + \mathbf{s}_S = \mathbf{w}_S \cdot \sum_{i=1}^j m_{Si}. \tag{4.16}$$

Bilanzierung für das Mehrphasenmodell

Mit den zuvor aufgeführten variablen Gleichungen ist es nun möglich ein Randwertproblem für eine bestimmte Fragestellung aufzustellen. Damit ein solches Randwertproblem lösbar ist, muss die Anzahl der Gleichungen mit der Anzahl der unbekannt Variablenfelder übereinstimmen. Stehen weniger Gleichungen als vorhandene Unbekannte zur Verfügung, sind weitere konstitutive Gleichungen, die das mechanische Verhalten der Konstituierenden beschreiben, aufzustellen. Um die Zahl der zur Schließung des Gleichungssystems notwendigen Gleichungen zu bestimmen, ist eine Bilanzierung der Unbekannten und Gleichungen notwendig.

In Tabelle 4.1 sind die in den vorausgehenden Gleichungen auftretenden Unbekannten aufgelistet. Die Anzahl der Unbekannten ist dabei in Skalaren gewertet. Das heißt, ein Vektor geht im dreidimensionalen Fall mit drei Unbekannten in die Aufzählung ein. Der Spannungstensor \mathbf{T}

geht aufgrund der in Gleichung (2.17) definierten Symmetrie des Tensors mit 6 Unbekannten ein.

Tabelle 4.1: Aufzählung der in Skalaren gewerteten Feldvariablen für eine beliebige Anzahl an Kornfraktionen S_i im Korngerüst und gelösten Partikeln P_i mit $i \in \{1, 2, \dots, j\}$

Variablen	Größen	Anzahl der Unbekannten	
Volumenanteile	$n_{GS}, n_{S_i}, n_F, n_{P_i}$	Σk	$2+2j$
Partialdichten	$\rho_S, \rho_F, \rho_{P_i}$	$2+j$	$2+j$
Geschwindigkeiten	$\mathbf{w}_S, \mathbf{w}_F, \mathbf{w}_{P_i}$	$(2+j) \cdot 3$	$6+3j$
Massenaustausch	m_S, m_F, m_{P_i}	$2+j$	$2+j$
Spannungstensoren	$\mathbf{T}_S, \mathbf{T}_F, \mathbf{T}_{P_i}$	$(2+j) \cdot 6$	$12+6j$
Interaktionsterme	$\mathbf{s}_S, \mathbf{s}_F, \mathbf{s}_{P_i}$	$(2+j) \cdot 3$	$6+3j$
Porenwasserdruck ⁽¹⁾	p_{FR}	1	1
Gesamtzahl der Unbekannten			$31+16j$

(1) Der Porenwasserdruck p_{FR} wird, wie beispielsweise in Perau (2001), als eine weitere Unbekannte berücksichtigt.

Für eine inkompressible Mischung wurde in Ehlers (1989) der Parameter p als unbestimmter hydrostatischer Druck definiert. Diese Definition wird unter anderem von Perau (2001), Vardoulakis (2004b) und Schaufler (2015) in den Spannungstensoren der einzelnen Phasen als Porenwasserdruck angesetzt. Der Spannungstensor \mathbf{T}_F des inkompressiblen Fluides ist beispielsweise anhand des Identitätstensors \mathbf{I} gegeben mit

$$\mathbf{T}_F = -(n_F \cdot p_{FR}) \cdot \mathbf{I}. \quad (4.17)$$

Im weiteren Verlauf soll auf die Formulierung aus Gleichung (4.17) zurückgegriffen werden. Da hier mit dem Porenwasserdruck p_{FR} eine weitere Unbekannte eingeführt wurde, ist diese in der Bilanzierung ebenfalls zu berücksichtigen.

Die Volumenanteile n_{GS} und n_F gehen in die feststehenden 31 Unbekannten mit ein. Für jede weitere Kornfraktion S_i ist eine und für jede Partikelphase P_i sind 15 weitere Unbekannte zu berücksichtigen.

Als Gleichungen stehen zunächst die in Tabelle 4.2 aufgeführten Bestimmungsgleichungen zur Verfügung. Durch die Einführung der Mischung für das Korngerüst wird hier jeweils nur noch

eine Gleichung für Massenbilanz und Impulsbilanz der festen Phase S berücksichtigt. Damit sind weniger Gleichungen und Unbekannte vorhanden, wodurch der Aufwand beim Lösen des Gleichungssystems reduziert wird. Es stehen den Unbekannten aus Tabelle 4.1 somit 13 Gleichungen und für jede Partikelphase vier weitere Gleichungen gegenüber.

Tabelle 4.2: Aufzählung der in Skalaren gewerteten Bestimmungsgleichungen für eine beliebige Anzahl j an Kornfraktionen

Gleichungen		Anzahl der Gleichungen	
Sättigungsbedingung	GI-Nr. (4.7)	1	1
Massenbilanzen	GI-Nr. (4.12)	$2+j$	$2+j$
Massenproduktionsterme		1	1
Impulsbilanzen	GI-Nr. (4.16)	$(2+j) \cdot 3$	$6+3j$
Interaktionsterme		3	3
Gesamtzahl der Gleichungen:			$13+4j$

Die Differenz zwischen den unbekanntem Variablen und den Gleichungen aus Tabelle 4.2 gilt es durch konstitutive Gleichungen auszugleichen. Tabelle 4.3 zeigt die Größen, welche konstitutiv festzulegen sind.

Aus Gleichung (2.14) und Gleichung (2.16), die einzuhalten sind, ergibt sich für die Massenproduktionsterme bzw. die Interaktionsterme jeweils ein Term. Dadurch ist dieser Term bereits bekannt und muss nicht separat durch eine konstitutive Gleichung bestimmt werden. Dies ist in Tabelle 4.3 bereits berücksichtigt.

Die Auswertung von Tabelle 4.1 bis Tabelle 4.3 ergibt, dass noch weitere Gleichungen notwendig sind. Die Menge der fehlenden Gleichungen entspricht der Anzahl an lösbarer Kornfraktionen S_j . Da die Massenbilanzen der einzelnen Konstituierenden weiterhin eingehalten werden müssen, kann aus den Bilanzgleichungen jeweils eine Gleichung hergeleitet und damit das Gleichungssystem geschlossen werden.

Somit ist der Rahmen für das Mehrphasenmodell zur Simulation von Prozessen der inneren Erosion aufgestellt. Es ist nun nur noch erforderlich, Randbedingungen festzulegen sowie die konstitutiven Gleichungen für die Größen aus Tabelle 4.3 bezüglich des gefragten Erosionsprozesses aufzustellen.

Tabelle 4.3: Aufzählung der erforderlichen konstitutiven Gleichungen für eine beliebige Anzahl j an Kornfraktionen

Unbekannte Größen	Anzahl der Gleichungen	
Massenproduktionsterme	$1+j$	$1+j$
Interaktionsterme	$(1+j) \cdot 3$	$3+3j$
Spannungstensoren	$(2+j) \cdot 6$	$12+6j$
Partialdichten	$2+j$	$2+j$
zusätzliche Gleichungen:		
Massenbilanzen Fraktion S_i	j	j
Gesamtzahl der Gleichungen:		$18+12j$

Tabelle 4.4: Gegenüberstellung der Anzahl unbekannter Feldvariablen und vorhandener Gleichungen

Unbekannte und Gleichungen	Anzahl
Anzahl der Unbekannten	
Feldvariablen nach Tabelle 4.1	$31+16j$
Anzahl der Gleichungen	
Bestimmungsgleichungen nach Tabelle 4.2	$13+4j$
Konstitutive Gleichungen nach Tabelle 4.3	$18+12j$
	$31+16j$

Da die Massenbilanz der gesamten Mischung der Summe der Einzelbilanzen entspricht, ist die Bedingung nach Gleichung (2.14) einzuhalten. Demnach muss die Summe aller Massenproduktionsterme gleich null sein. Aufgrund dieser Bedingung ergibt sich ein Massenproduktionsterm aus den übrigen Massenproduktionstermen. Gleiches gilt für die Interaktionsterme, deren Summe nach Gleichung (2.16) ebenfalls gleich dem Nullvektor sein muss. Damit lassen sich ein Massenproduktionsterm und ein Interaktionsterm auf einen anderen zurückführen und es ist nicht notwendig, diese konstitutiv festzulegen. Entsprechend ist bei der Bilanzierung für Massenproduktions- und Interaktionsterm jeweils eine Gleichung weniger anzusetzen. Dies ist in Tabelle 4.3 bereits bei der Aufzählung der Gleichungen berücksichtigt.

4.3. Dreiphasenmodell zur Simulation von Suffosion

Im vorangegangenen Abschnitt wurde der Rahmen für ein Mehrphasenmodell zur Simulation von Erosionsprozessen abgesteckt. In diesem Abschnitt soll nun ein konkretes Modell zur Suffosion aufgestellt werden.

Bei der Untersuchung bezüglich der ‚inneren Stabilität‘ granularer Materialien bei einer Grundwasserströmung haben Kenney und Lau (1985) Bedingungen für ein instabiles Bodenmaterial herausgestellt. Instabiles Bodenmaterial bedeutet dabei, dass Partikel infolge einer Grundwasserströmung aus dem Korngerüst gelöst und abtransportiert werden können. Die Bedingungen nach Kenney und Lau (1985) sind folgende:

- Verdichtete Bodenkörner bilden ein Primärgefüge, welches die auftretenden Spannungen aufnimmt. Die Bodenkörner sind dabei in ihrer Position fixiert.
- In den Poren des Primärgefüges befinden sich lose Partikel, die durch Grundwasserströmung bewegt werden können.
- Die Porenengstellen in den Porenkanälen müssen größer als die in den Poren vorhandenen Partikel sein, sodass die Partikel bewegt werden können.

Diese Bedingungen sollen im Folgenden auch für das Dreiphasenmodell gelten. Körner größeren Durchmessers bilden das Korngerüst und sind der Phase *GS* zugeordnet. Feinere Partikel befinden sich lose in den Poren des Korngerüsts und nehmen von diesem keine Spannungen auf. Hier ist zu beachten, dass, wie in Abschnitt 2.1 zur Suffosion erläutert, bei einem hohen Anteil feinem Materials dieses auch an der Bildung des Korngerüsts beteiligt sein kann und Spannungen überträgt. Veranschaulicht ist dies in Abbildung 4.7.

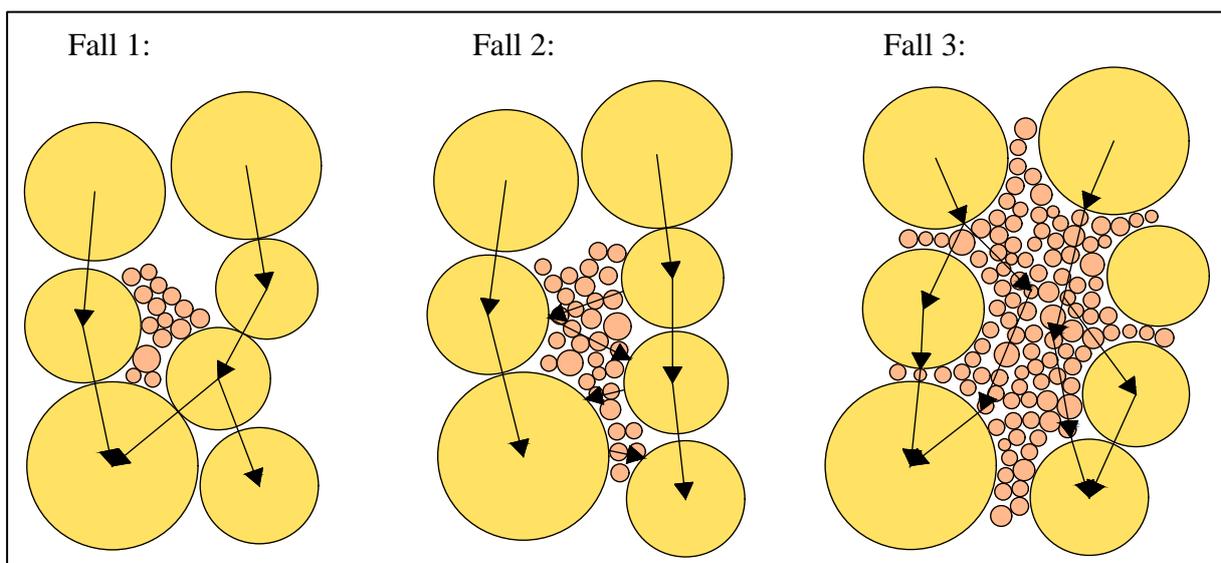


Abbildung 4.7: Ansatz von Thevanayagam et al. (2002) zum Aufbau des Korngerüsts und der Spannungsübertragung durch das Feinmaterial (nach Shire et al. (2014))

Während im Fall 3 bei einem hohen Anteil Feinmaterial Spannungen vollständig von den feinen Körnern übertragen werden, nehmen diese im Fall 1 keine Spannungen des Korngerüstes auf. Fall 2 stellt eine Übergangsform dar, bei der das Feinmaterial geringe Kräfte aufnimmt und dadurch Einfluss auf die Stabilität des Korngerüstes hat. Für weitere Details sei auf Thevanayagam et al. (2002) und Shire et al. (2014) verwiesen.

Für das Dreiphasenmodell wird angenommen, dass Partikel nur in kleinen Mengen vorliegen und dadurch lose in den Poren liegen können. Darüber hinaus wird für das Dreiphasenmodell nur eine Partikelgröße, also die Fraktion $S1$, berücksichtigt.

Die Porenkanäle werden im Dreiphasenmodell als durchgängig angesehen. Die in den Poren vorhanden Partikel passen somit stets durch die Porenengstellen der Porenkanäle. Zu diesem Aspekt sind noch weitere Überlegungen erforderlich, da durch Schichtgrenzen oder Inhomogenität in der Bodenschicht die Größe der Porenengstellen variieren kann. Ebenso kann die Verdichtung des Porenraumes infolge von Setzungen zu verkleinerten Porenengstellen führen. Partikel passen dann gegebenenfalls nicht mehr durch die Porenengstelle und lagern sich wieder ab. Bei den weiteren Überlegungen zum Dreiphasenmodell soll jedoch stets von durchgängigen Porenkanälen ausgegangen werden.

Neben der festen Phase S , welche vom Korngerüst GS und den noch nicht gelösten Partikeln $S1$ gemeinsam gebildet wird, sind das Wasser als Fluid F und die gelösten Partikel $P1$ die Konstituierenden im Dreiphasenmodell. Abbildung 4.8 links zeigt die Aufteilung der Volumenanteile.

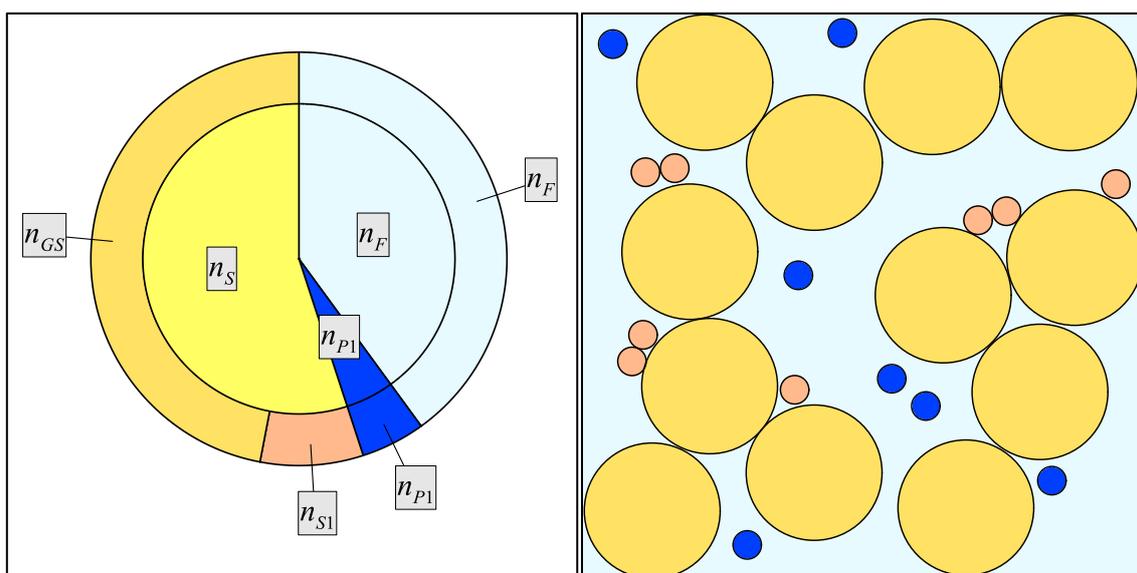


Abbildung 4.8: links: Volumenanteile im Dreiphasenmodell; rechts: schematisches Korngerüst des Dreiphasenmodells mit gelösten Partikeln

Da die Partikel in der festen Phase nur lose in den Poren liegen und dies nur bei geringem Feinanteil der Fall ist, wird der Volumenanteil n_{S1} deutlich kleiner als der des Korngerüstes n_{GS} angesetzt. Rechts in Abbildung 4.8 ist für das Dreiphasenmodell schematisch ein Korngerüst mit gelösten und ungelösten Partikeln dargestellt.

Gleichungen im Dreiphasenmodell zur Simulation von Suffosion

Aus den in Abschnitt 4.2 aufgeführten Gleichungen ergibt sich nun für das Dreiphasenmodell eine konkrete Anzahl an Gleichungen. Die Sättigungsbedingung mit den Volumenanteilen der einzelnen Konstituierenden lautet:

$$n_F + n_S + n_{P1} = 1 \quad (4.18)$$

mit

$$n_S = n_{GS} + n_{S1}. \quad (4.19)$$

In Gleichung (4.12) ist für die Mischung aus Bodenkörnern des Korngerüstes und Partikel die Massenbilanz hergeleitet. Die weiteren Massenbilanzen sind in der Form nach Gleichung (2.13) gegeben. Berücksichtigt ist bereits die Definition aus Gleichung (4.6) für den Massenproduktionsterm des Fluides.

$$\frac{\partial \rho_F}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_F \cdot \mathbf{w}_F) = 0 \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial \rho_S}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_S \cdot \mathbf{w}_S) = m_{S1} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial \rho_{P1}}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_{P1} \cdot \mathbf{w}_{P1}) = m_{P1} \quad (4.22)$$

Darüber hinaus ergibt sich für die Summe der Massenproduktionsterme

$$m_{S1} + m_{P1} = 0. \quad (4.23)$$

Die Impulsbilanzen sind in der Form aus Gleichung (2.15) gegeben. Für die Konstituierenden im Dreiphasenmodell sind diese in den Gleichungen (4.24) bis (4.26) aufgeführt.

$$\operatorname{div}(\mathbf{T}_F) + \rho_F \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}_F) + \mathbf{s}_F = \mathbf{0} \quad (4.24)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{T}_S) + \rho_S \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}_S) + \mathbf{s}_S = m_{S1} \cdot \mathbf{w}_S \quad (4.25)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{T}_{P1}) + \rho_{P1} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}_{P1}) + \mathbf{s}_{P1} = m_{P1} \cdot \mathbf{w}_{P1} \quad (4.26)$$

Aus der Summe der Impulsbilanzen aller Konstituierenden ergibt sich für die Interaktionskräfte

$$\mathbf{s}_F + \mathbf{s}_S + \mathbf{s}_{P1} = \mathbf{0}. \quad (4.27)$$

Bilanzierung für das Dreiphasenmodell

Im vorherigen Abschnitt wurde bereits eine Bilanzierung für beliebig viele Konstituierende durchgeführt. Da nun für das Dreiphasenmodell die Anzahl der Konstituierenden feststeht, soll hier die Bilanzierung für das Dreiphasenmodell nochmal aufgeführt werden. Die nachfolgenden Tabellen sind entsprechend Tabelle 4.1 bis Tabelle 4.3 für eine lösbare Kornfraktion $S1$ ($j=1$) ausgewertet.

Aufgrund der Festlegung auf eine lösbare Kornfraktion $S1$ und der zugehörigen Phase gelöster Partikel ergeben sich die 47 in Tabelle 4.5 aufgeführten Unbekannten. Der Vollständigkeit halber ist in Tabelle 4.5 der Massenproduktionsterm des Fluides mit berücksichtigt. Mit Gleichung (4.6) ist dieser jedoch konstitutiv festgelegt und in den Gleichung für das Dreiphasenmodell bereits eingesetzt.

Tabelle 4.5: Aufzählung der in Skalaren gewerteten Feldvariablen für die drei Phasen Korngerüst (eine nicht lösbare sowie eine lösbare Kornfraktion), gelöste Partikel und Wasser

Variablen	Größen	Anzahl der Unbekannten	
Volumenanteile	$n_{GS}, n_{S1}, n_F, n_{P1}$	4	4
Partialdichten	$\rho_S, \rho_F, \rho_{P1}$	3	3
Geschwindigkeiten	$\mathbf{w}_S, \mathbf{w}_F, \mathbf{w}_{P1}$	3·3	9
Massenaustausch	m_S, m_F, m_{P1}	3	3
Spannungstensoren	$\mathbf{T}_S, \mathbf{T}_F, \mathbf{T}_{P1}$	3·6	18
Interaktionsterme	s_S, s_F, s_{P1}	3·3	9
Porenwasserdruck	p_{FR}	1	1
Gesamtzahl der Unbekannten			47

Aus den Sättigungsbedingungen und den Bilanzgleichungen ergeben sich bereits 17 in Skalaren gewertete Gleichungen (vgl. Tabelle 4.6). Die noch fehlenden 30 Gleichungen sind durch konstitutive Gleichungen festzulegen.

Tabelle 4.6: Aufzählung der in Skalaren gewerteten Bestimmungsgleichungen für die drei Phasen Korngerüst (eine nicht lösbare sowie eine lösbare Kornfraktion), gelöste Partikel und Wasser

Gleichungen		Anzahl der Gleichungen	
Sättigungsbedingung	Gl-Nr. (4.18)	1	1
Massenbilanzen	Gl-Nr. (4.20) - (4.22)	3	3
Massenproduktionsterme	Gl-Nr. (4.23)	1	1
Impulsbilanzen	Gl-Nr. (4.24) - (4.26)	3·3	9
Interaktionsterme	Gl-Nr. (4.27)	3	3
Gesamtzahl der Gleichungen:			17

Tabelle 4.7 zeigt die unbekanntenen Größen, für welche konstitutive Gleichungen zur Schließung des Gleichungssystems aufzustellen sind. Bei den Massenproduktionstermen wird m_F als notwendige Gleichung aufgezählt, da dieser bei den Unbekannten in Tabelle 4.5 ebenfalls mit aufgeführt ist. Durch die Fraktion S_1 , die die löslichen Partikel enthält, wird eine zusätzliche Gleichung erforderlich.

Tabelle 4.7: Aufzählung der erforderlichen konstitutiven Gleichungen für die drei Phasen Korngerüst (eine nicht lösbare sowie eine lösbare Kornfraktion), gelöste Partikel und Wasser

Unbekannte Größen	Anzahl der Gleichungen	
Massenproduktionsterme	2	2
Interaktionsterme	2·3	6
Spannungstensoren	3·6	18
Partialdichten	3	3
zusätzliche Gleichungen:		
Massenbilanz Fraktion S_1	1	1
Gesamtzahl der Gleichungen:		30

Konstitutive Gleichungen

Zur Schließung des Gleichungssystems werden nun die konstitutiven Gleichungen für die Größen aus Tabelle 4.7 festgelegt. Hauptaugenmerk dieser Arbeit ist der Massenproduktionsterm m_{P1} . Auf diesen wird gesondert in Kapitel 5 eingegangen. Ein weiterer wichtiger Aspekt sind die Interaktionsterme, welche in Abschnitt 4.4 kurz erläutert werden.

Die weiteren Größen lassen sich relativ einfach herleiten oder sind teilweise schon eingeführt worden. So ist der Massenproduktionsterm m_F bereits durch Gleichung (4.6) definiert.

Des Weiteren sind im Zuge der Bilanzierung die Spannungen des Fluides aufgeführt worden (siehe Gleichung (4.17)). In der klassischen Bodenmechanik ist der Porenwasserdruck positiv. Da hier jedoch die Vorzeichenkonvention der Mechanik angewendet wird, also Zug ein positives Vorzeichen hat, geht der Porenwasserdruck negativ ein.

Für den Fall eines deformierbaren Korngerüsts ist der Spannungstensor \mathbf{T}_S beispielsweise in Ehlers (1989) konstitutiv festgelegt. In der Form aus Gleichung (4.29) ist der Spannungstensor ebenfalls in Perau (2001) sowie in Schaufler (2015) beschrieben. Darin geht neben einem Teil für den Porenwasserdruck der Verzerrungszustand, welcher über den Deformationsgradienten \mathbf{F}_S beschrieben wird, ein.

Nachfolgend wird für ein Partikel angenommen, dass es, sobald das Partikel aus dem Korngerüst gelöst wurde, von Wasser umgeben ist. Ein gelöstes Partikel hat somit keine Kontakte zu benachbarten Bodenkörnern mehr, über die Spannungen übertragen werden können. Darüber hinaus werden zunächst Partikel mit kleinem Durchmesser betrachtet, sodass hier angenommen wird, dass die realen Spannungen der gelösten Partikel gleich der realen Spannungen des Fluides sind.

Mit $p_{FR}=p_{P1R}$ lauten die Spannungstensoren somit:

$$\mathbf{T}_F = -n_F \cdot p_{FR} \cdot \mathbf{I} \quad (4.28)$$

$$\mathbf{T}_S = \mathbf{T}_{SE}(\mathbf{F}_S) - n_S \cdot p_{FR} \cdot \mathbf{I} \quad (4.29)$$

$$\mathbf{T}_{P1} = -n_{P1} \cdot p_{FR} \cdot \mathbf{I}. \quad (4.30)$$

Unbekannte Größen sind ebenfalls die Partialdichten der Konstituierenden. Per Definition nach Gleichung (2.5) sind die Partialdichten mit den Realdichten verknüpft, welche wiederum als bekannt vorausgesetzt werden können.

$$\rho_S = n_S \cdot \rho_{SR} \quad (4.31)$$

$$\rho_F = n_F \cdot \rho_{FR} \quad (4.32)$$

$$\rho_{P1} = n_{P1} \cdot \rho_{P1R} \quad (4.33)$$

Neben den Interaktionstermen und dem Massenproduktionsterm verbleibt nun nur noch eine Gleichung, die bestimmt werden muss. Hierzu kann die Massenbilanz der Kornfraktion $S1$ herangezogen werden. Die Massenbilanz der Fraktion $S1$ kann als eine weitere Gleichung verwendet werden, da die Massenerhaltung für die Konstituierende $S1$ weiterhin eingehalten werden muss.

Mit den Definitionen aus Gleichung (4.10) und Gleichung (4.11) für die Realdichten und Geschwindigkeit der Bodenkörner im Korngerüst sind alle Unbekannten aus der Massebilanz der Phase $S1$ bereits eingeführt. Somit kann für die lösbaren Partikel $S1$ die zeitliche Änderung der Dichte nach Gleichung (4.34) bestimmt werden. Unter Annahme einer konstanten Realdichte folgt aus Gleichung (4.34) schließlich die zeitliche Änderung der Volumenanteile der lösbaren Partikel n_{S1} . Aus der zeitlichen Änderung resultiert wiederum der Volumenanteil der lösbaren Partikel für den nächsten Zeitpunkt.

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_{S1} \cdot \rho_{S1R}) = m_{S1} - \text{div}(\rho_{S1} \cdot \mathbf{w}_{S1}) \quad (4.34)$$

Mit den abschließend festzulegenden Interaktionstermen und Massenproduktionsterm ist das Gleichungssystem nun geschlossen.

Starres Korngerüst ohne Bewegung

Bezüglich der weiteren Überlegungen zum Massenproduktionsterm m_{P1} und den Interaktionstermen soll von einem starren Korngerüst ausgegangen werden. Bei einem starren Korngerüst, welches sich nicht in Bewegung befindet, ist die Geschwindigkeit \mathbf{w}_S gleich null. Damit sind die ursprünglich unbekanntes Größen der Geschwindigkeit \mathbf{w}_S festgelegt. Dies führt dazu, dass im Gleichungssystem mehr Gleichungen als Unbekannte vorhanden sind. Eine Auswertung der Impulsbilanz der Konstituierenden S nach Gleichung (4.25) ist in diesem Fall nicht erforderlich. Damit entfallen ebenfalls der Spannungstensor \mathbf{T}_S und die Interaktionskraft s_S als unbekanntes Größen und müssen nicht konstitutiv festgelegt werden. Da sich bei einem starren Korngerüst keine Verformungen einstellen, können die Spannungen des Korngerüsts ohnehin nicht bestimmt werden. Des Weiteren sind für den Erosionsprozess hauptsächlich die Bewegung des Wassers und der Partikel von Interesse.

Durch die Vernachlässigung von Gleichung (4.25) entfällt auch Gleichung (4.29) des Spannungstensors \mathbf{T}_S . Darüber hinaus reduzieren sich die Massenbilanz aus Gleichung (4.21) zu

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_S \cdot \rho_{SR}) = \sum_{i=1}^j m_{Si} \quad (4.35)$$

und die zusätzliche Gleichung (4.34) des Volumenanteils n_{S1} zu

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_{S1} \cdot \rho_{SR}) = m_{S1}. \quad (4.36)$$

Mit 34 Unbekannten und 34 Gleichungen ist das Gleichungssystem auch bei der Annahme eines starren Korngerüsts geschlossen.

4.4. Interaktionsterme der Bewegungsgleichungen

Für das in Abschnitt 4.3 aufgestellte Dreiphasenmodell zur Simulation von Suffosion mit starrem Korngerüst sind nun noch der Massenproduktionsterm sowie die Interaktionskräfte in konstitutiven Gleichungen festzulegen. Da das Hauptaugenmerk dieser Arbeit auf den Massenproduktionstermen liegt, soll in diesem Abschnitt nur kurz auf die Interaktionsterme eingegangen werden.

Die Bewegung der einzelnen Phasen lässt sich mit Hilfe der in den Gleichungen (4.24) - (4.26) gegebenen Impulsbilanzen beschreiben. Von vorrangigen Interesse sind für das Dreiphasenmodell die Flüssigkeitsbewegung sowie die Bewegung der gelösten Partikel.

Die Gleichung der Interaktionskräfte soll hier für alle Phasen in der Form, wie sie für die Flüssigkeitsbewegung in de Boer und Ehlers (1986) und in Ehlers (1989) angegeben ist, angesetzt werden. Der dort angegebene Anteil infolge von Temperaturänderung kann hier vernachlässigt werden, da eingangs eine konstante Temperatur angenommen wurde. Die Interaktionskraft setzt sich dann aus den Anteilen \mathbf{s}_{k0} und \mathbf{s}_{kE} zusammen und lautet somit:

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{s}_{k0} + \mathbf{s}_{kE}. \quad (4.37)$$

Mit dem Anteil \mathbf{s}_{k0} wird eine Kraft berücksichtigt, welche bei veränderlicher Porosität auftritt. Diese Kraft kann auch auftreten, wenn keine Bewegung der Phasen stattfinden. Ist die Porosität örtlich konstant, wird dieser Anteil zu null (Perau, 2001). Für Fluide lautet dieser Anteil:

$$\mathbf{s}_{k0} = p_{kR} \cdot \text{grad}(n_k). \quad (4.38)$$

Der Anteil \mathbf{s}_{kE} soll wie bei Ehlers (1985) mit nachfolgender Gleichung konstitutiv festgelegt werden:

$$\mathbf{s}_{kE} = - \sum_l \mathbf{R}_{kl} \cdot (\mathbf{w}_k - \mathbf{w}_l). \quad (4.39)$$

Infolge einer Bewegung der Phasen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten durchdringen sich diese Phasen und üben dabei jeweils Kräfte aufeinander aus. Die Größe einer solchen Kraft hängt von der Relativgeschwindigkeit $(\mathbf{w}_k - \mathbf{w}_l)$ der beteiligten Konstituierenden ab. Die Proportionalitätskonstante \mathbf{R}_{kl} ist ähnlich einem Widerstandsparameter (Resistivität) (Perau, 2001).

Für das in Abschnitt 4.3 vorgestellte Dreiphasenmodell lauten die Interaktionsterme der fluiden Phasen somit:

$$\mathbf{s}_F = p_{FR} \cdot \text{grad}(n_F) - \mathbf{R}_{FS} \cdot (\mathbf{w}_F - \mathbf{w}_S) - \mathbf{R}_{FP1} \cdot (\mathbf{w}_F - \mathbf{w}_{P1}) \quad (4.40)$$

$$\mathbf{s}_{P1} = p_{FR} \cdot \text{grad}(n_{P1}) - \mathbf{R}_{P1F} \cdot (\mathbf{w}_{P1} - \mathbf{w}_F) - \mathbf{R}_{P1S} \cdot (\mathbf{w}_{P1} - \mathbf{w}_S). \quad (4.41)$$

In Gleichung (4.41) ist bereits die Annahme enthalten, dass der Druck des Fluides gleich dem der Partikel ist.

Die Bedingung (2.16) liefert schließlich durch mathematische Umformungen den Interaktionsterm für das Korngerüst als Feststoff. Der Interaktionsterm \mathbf{s}_S lautet:

$$\mathbf{s}_S = p_{FR} \cdot \text{grad}(n_S) - \mathbf{R}_{SF} \cdot (\mathbf{w}_S - \mathbf{w}_F) - \mathbf{R}_{SP1} \cdot (\mathbf{w}_S - \mathbf{w}_{P1}). \quad (4.42)$$

Aus Gleichung (2.16) resultiert ebenfalls, dass die Resistivität von zwei Phasen in den verschiedenen Gleichungen, in denen sie auftreten, identisch sind. Es gilt also

$$\mathbf{R}_{kl} = \mathbf{R}_{lk}. \quad (4.43)$$

Die Resistivitäten sind ebenfalls konstitutiv festzulegen. Überlegungen hierzu können bei der Betrachtung der wirkenden Kräfte angestellt werden. Bei einem Potenzialunterschied ist Wasser bestrebt, diesen auszugleichen und strömt in Richtung des niedrigen Potenzials. Das strömende Wasser übt bei der Durchströmung des Korngerüsts eine Kraft auf dieses aus. Vom Korngerüst wird wiederum der Strömung ein Widerstand entgegengesetzt. Für die Einphasenströmung, also nur strömendes Wasser im Korngerüst, ist dieser Widerstand, die Resistivität \mathbf{R}_{FS} , bereits bekannt und beispielsweise in Perau (2001) mit Gleichung (4.44) gegeben.

$$\mathbf{R}_{FS} = n_F^2 \cdot \eta_F \cdot \mathbf{K}^{-1} \quad (4.44)$$

Darin ist \mathbf{K} die intrinsische Permeabilität und spiegelt die Durchlässigkeit des Korngefüges wieder. Für den Fall, dass keine Partikel gelöst sind oder diese bereits vollständig abtransportiert wurden, muss die Einphasenströmung und damit \mathbf{R}_{FS} nach Gleichung (4.44) eingehalten sein.

Einen vergleichbaren Widerstand setzt das Korngerüst auch dem gelösten vom Wasser transportierten Partikel entgegen. Beeinflusst wird der Widerstand von der Partikelgröße ebenso wie von der Größe des Porenkanals bzw. deren Engstellen. Dies ist mit der Resistivität \mathbf{R}_{SP1} zu berücksichtigen. Im Vergleich zum Widerstand des Korngerüsts gegenüber dem Wasser wird der Widerstand \mathbf{R}_{SP1} also deutlich größer sein, da ein Partikel durch einen Stoß gegen das Korngerüst deutlich stärker als Wasser gebremst wird.

Ein einzelnes Partikel im ruhenden Wasser, welches zu Beginn frei im Wasser vorhanden ist, wird sich aufgrund der Gravitation in die Richtung der Gravitationskraft bewegen. Hier setzt

das Wasser dem Partikel einen Widerstand gegen Herabfallen entgegen. Bei einer ausreichend großen, aufwärts gerichteten Strömungskraft kann das Korn auch mit der Strömung transportiert werden. Dann wirkt mit der Strömungskraft eine weitere Kraft, die mit in die Resistivität \mathbf{R}_{FP1} zwischen Fluid und Partikel eingeht.

Ansätze zu den Resistivitäten finden sich zum Beispiel in Vardoulakis (2004b). Für Spezialfälle des Dreiphasenmodells zur Simulation von Suffosion sind die Resistivitäten in Buscher (2022) vorgestellt. Von beiden Autoren wird für den Widerstandsparameter zwischen Partikel und Fluid \mathbf{R}_{FP1} ein Ansatz, in dem das Gesetz nach Stokes eingeht, verfolgt.

Wichtig ist, dass die Impulsbilanz nach Gleichung (4.24) sowie die Interaktionskräfte aus Gleichung (4.40) auf eine laminare Strömung beschränkt ist. Es werden also keine Turbulenzen bei der Durchströmung berücksichtigt (de Boer und Ehlers, 1986). Verwirbelungen, die bei Turbulenzen auftreten, beeinflussen jedoch die Bewegung der Partikel. Khayamyan et al. (2017) haben von Durchströmungsversuchen durch ein Korngerüst die Geschwindigkeitsprofile visualisiert. Abbildung 4.9 zeigt einen Auszug aus dieser Visualisierung. Links in der Abbildung ist das Geschwindigkeitsprofil für kleine Reynolds-Zahlen dargestellt, rechts für große Reynolds-Zahlen. Für kleine Reynolds-Zahlen weisen die Vektoren der Geschwindigkeit hauptsächlich in die Hauptströmungsrichtung, die in den Darstellungen von links nach rechts verläuft. Dagegen treten bei großen Reynolds-Zahlen deutlich mehr Geschwindigkeitsanteile entgegen der Hauptströmungsrichtung auf. Die Größe der Geschwindigkeit wird durch die Farbskala angegeben.

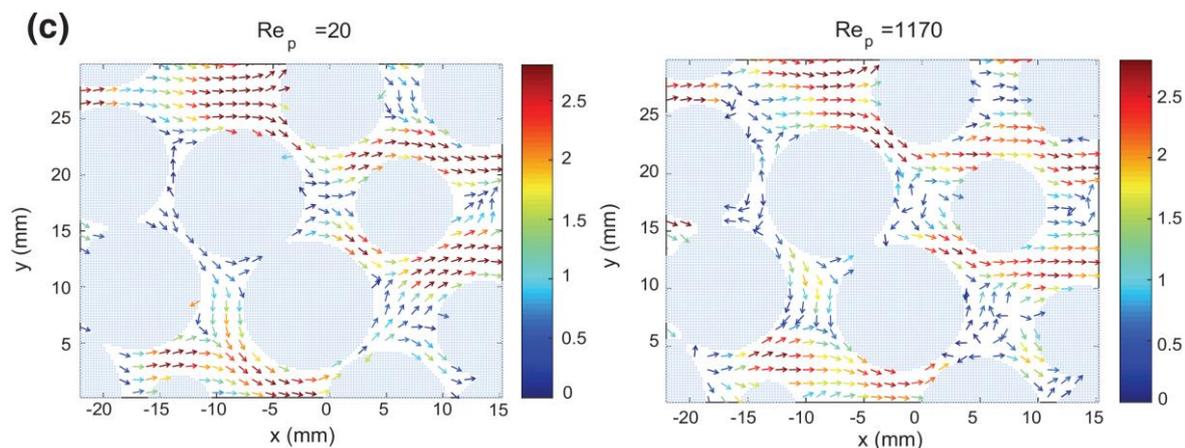


Abbildung 4.9: Geschwindigkeitsprofil bei der Durchströmung; links: kleine Reynolds-Zahl; rechts: große Reynolds-Zahl (Khayamyan et al., 2017)

Treten Turbulenzen bzw. Verwirbelungen auf, existieren also Geschwindigkeitskomponenten und somit auch Strömungskräfte, die entgegen der eigentlichen Strömungsrichtung wirken. Das gleiche Ergebnis lieferten auch numerischen Berechnungen von Hellström (2009) mit einer hexagonalen Kugelpackung.

Durch Verwirbelungen kann das Partikel von seiner Bahn abgelenkt werden und in dem, in Abbildung 4.10 als Totwasser bezeichneten, Bereich verharren. Ein Weitertransport erfolgt verzögert oder das Partikel lagert sich schließlich wieder an.

Darüber hinaus können Turbulenzen auch einen Einfluss auf das Partikel selbst haben und für Druckänderungen auf dieses sorgen. Dies zeigte sich ebenfalls bei weiteren numerischen Berechnungen von Hellström (2009), bei denen zusätzlich ein Partikel in den Poren des Korngerüsts berücksichtigt wurde. Als weiteren wichtigen Parameter für die Druckverteilung auf das Partikel konnte die Partikelgröße ermittelt werden.

Für diese Arbeit soll weiterhin eine laminare Strömung angenommen werden. Für die Bewegung der Partikel folgt daraus, dass sich diese gleichmäßig entlang der Stromlinien bewegen. Turbulenzen und die daraus resultierenden Einflüsse auf die Partikelbewegung werden zunächst vernachlässigt.

Die abschließende Festlegung der Resistivitäten ist nicht Ziel dieser Arbeit. Vielmehr sei hier auf die Ansätze nach Buscher (2022) verwiesen. Es verbleibt somit nur noch den Massenproduktionsterm m_{P1} konstitutiv festzulegen.

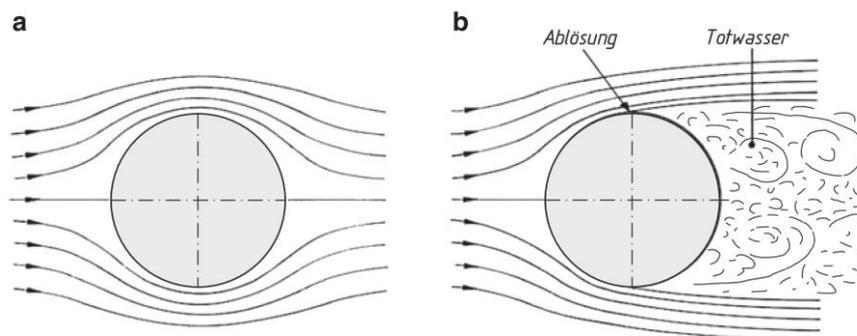


Abbildung 4.10: Umströmung eines Zylinders; a) reibungsfrei ohne Ablösung; b) reibungsbehaftet mit Ablösung (Bschorer und Költzsch, 2021)

4.5. Spezialfall der Einphasenströmung

Als ein Spezialfall soll im Dreiphasenmodell die Einphasenströmung enthalten sein. Dieser Fall liegt vor, wenn keine gelösten Partikel vorhanden sind und nur Wasser durch die Poren strömt. Die Einphasenströmung ist für ein deformierbares Korngerüst in Perau (2001) beschrieben. Das hier vorgestellte Dreiphasenmodell muss für den Fall, dass der Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} gleich null ist, den Gleichungen der in Perau (2001) vorgestellten Einphasenströmung entsprechen.

Die Annahme, dass keine löslichen Partikel im Korngerüst enthalten sind, führt zu der Anforderung, dass der Massenproduktionsterm für diesen Fall gleich null sein muss. Ist dies der Fall,

entsprechen die Massenbilanzen von Fluid und Korngerüst aus Gleichung (4.45) und Gleichung (4.46) den in Perau (2001) aufgeführten Gleichungen für die Massenbilanzen.

$$\frac{\partial \rho_F}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_F \cdot \mathbf{w}_F) = 0 \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial \rho_S}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_S \cdot \mathbf{w}_S) = 0 \quad (4.46)$$

Im Hinblick auf die Interaktionskräfte erfordert die Einphasenströmung eine Abhängigkeit der Resistivitäten vom Volumenanteil der gelösten Partikel n_{P1} . So müssen die Resistivität R_{FP1} und R_{SP1} gleich null sein, damit beim Fehlen von gelösten Partikeln für die Interaktionskräfte ausschließlich der Widerstand zwischen Fluid und Korngerüst enthalten bleibt. Sind die Resistivitäten entsprechend formuliert, lassen sich die Impulsbilanzen samt Interaktionskräfte auf die in Perau (2001) enthaltenen Gleichungen (4.47) und (4.48) für die Einphasenströmung reduzieren.

$$\operatorname{div}(\mathbf{T}_F) + \rho_F \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}_F) + \mathbf{s}_F = \mathbf{0} \quad (4.47)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{T}_S) + \rho_S \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}_S) + \mathbf{s}_S = \mathbf{0} \quad (4.48)$$

mit

$$\mathbf{s}_F = p_{FR} \cdot \operatorname{grad}(n_F) - \mathbf{R}_{FS} \cdot (\mathbf{w}_F - \mathbf{w}_S) \quad (4.49)$$

Da während der Einphasenströmung der Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} gleich null sein muss, ergibt sich sowohl bei der Massenbilanz als auch bei der Impulsbilanz der Phase gelöster Partikel $P1$ die linke *und* die rechte Seite der Gleichungen zu null. Dies führt zu einer wahren Aussage, liefert aber keine weiteren Kenntnisse zu den vorhandenen Unbekannten.

Werden Massenproduktionsterm und Resistivitäten in Abhängigkeit des Volumenanteils gelöster bzw. nicht gelöster Partikel formuliert, wird entsprechend im Dreiphasenmodell die Einphasenströmung mitberücksichtigt. Dies ist auch notwendig, da vor Beginn des Erosionsprozesses ausschließlich Wasser durch die Poren des Korngerüsts fließt. Es liegt also nur eine Einphasenströmung vor. Erst mit Beginn des Erosionsprozesses und dem damit verbundenen Lösen der Partikel liegt eine Zweiphasenströmung vor.

5. Massenaustausch im Dreiphasenmodell

Nachfolgend wird nun für das in Kapitel 4 aufgestellte Dreiphasenmodell der Massenproduktionsterm formuliert. Hierzu sind die in Abschnitt 3.2 gezogenen Erkenntnisse bezüglich der in der Literatur vorhandenen Ansätze zur inneren Erosion zu berücksichtigen und umzusetzen. Vorweg sind weitere Anforderungen an den Massenproduktionsterm zu formulieren, die ebenfalls zu berücksichtigen sind.

Das hier vorliegende Dreiphasenmodell ist im Hinblick auf den Suffosionsprozess aufgestellt. Neben dem starren Korngerüst ist nur eine weitere Fraktion feinen Materials vorhanden, deren Partikel abtransportiert werden können. Daher ist im Dreiphasenmodell nur die Phase $P1$ für die gelösten Partikel vorhanden und somit bei der Formulierung des Massenproduktionsterms lediglich ein Term für m_{P1} notwendig. Wie bereits in Gleichung (4.6) aufgeführt, ist der Massenaustausch für das Fluid gleich null.

$$m_F = 0 \quad (5.1)$$

Mit der in Gleichung (4.5) für die Massenproduktionsterme festgelegten Definition gilt im Dreiphasenmodell:

$$m_{P1} = -m_{S1}. \quad (5.2)$$

Masse, die gelöst und damit der Phase gelöster Partikel zugeordnet wird, geht der festen Phase, genauer der Fraktion $S1$ verloren. Der Massenproduktionsterm der festen Phase m_{S1} entspricht also dem negativem Wert der Massenproduktion gelöster Partikel.

Das Modell-Konzept sieht keine chemischen und biologischen Prozesse bei der Entstehung von Partikeln vor. Mechanische Zerstörungen durch starke Drücke sind ebenfalls ausgeschlossen, sodass der Massenproduktionsterm lediglich einen Austausch von Partikeln darstellt. Die Bodenkörner werden nicht umgewandelt, sondern nur einer anderen Phase zugewiesen. Ein positives Vorzeichen des Terms m_{P1} bedeutet hier, wie in Abbildung 5.1 links dargestellt, die Umwandlung der Partikel zur Phase gelöster Partikel $P1$. Die Partikel lösen sich aus dem Korngerüst, sie erodieren, und haben dann keinen festen Kontakt mehr zu anderen Körnern aus dem Korngerüst. Dies führt zu einer Reduzierung des Volumenanteils n_{S1} und der Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} wird größer. Exemplarisch dargestellt sind die gelösten Partikel durch das blaue Partikel in Abbildung 5.1 rechts. Im Fluid befindliche gelöste Partikel weisen grundsätzlich eine Geschwindigkeitsdifferenz zum Korngerüst auf. Die Möglichkeit einer Differenz in der Geschwindigkeit ist ein Merkmal, das die gelösten Partikel von denen am Korngerüst angelagerten unterscheidet.

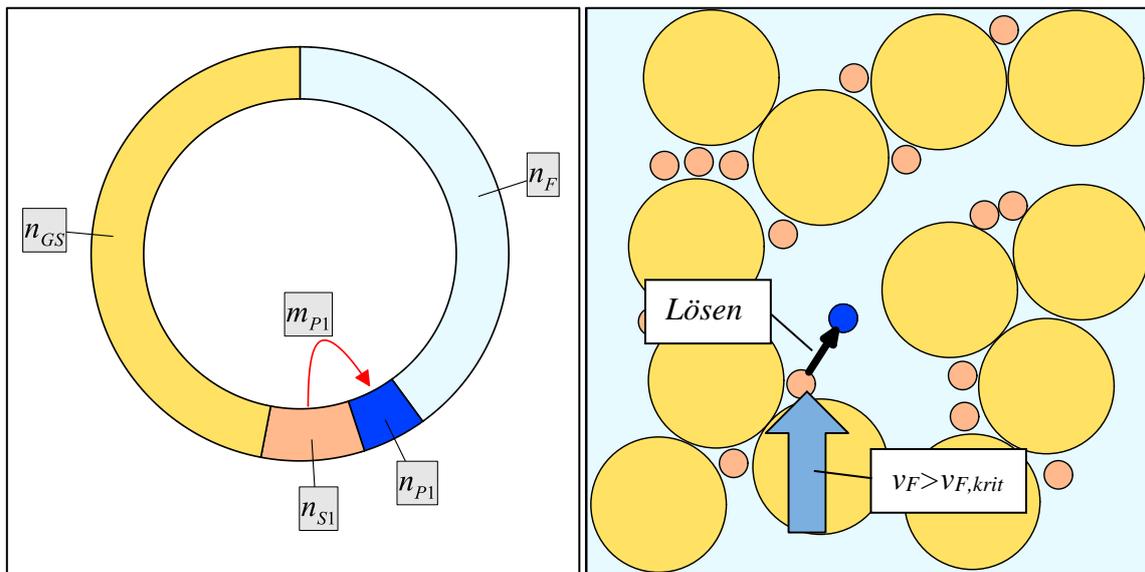


Abbildung 5.1: Positives Vorzeichen des Massenproduktionsterms

Im Umkehrschluss bedeutet ein negatives Vorzeichen des Massenproduktionsterms m_{P1} die Ablagerung von zunächst freien Partikeln an das Korngerüst (siehe Abbildung 5.2). Abgelagerte Partikel haben wieder festen Kontakt zu benachbarten Körnern und weisen die gleiche Geschwindigkeit wie das Korngerüst auf. Der Volumenanteil n_{S1} der Partikel, die dem Korngerüst zugeordnet werden, wird durch die Ablagerung von Partikeln größer. Durch diesen Prozess wird der Anteil gelöster Partikel n_{P1} wiederum kleiner.

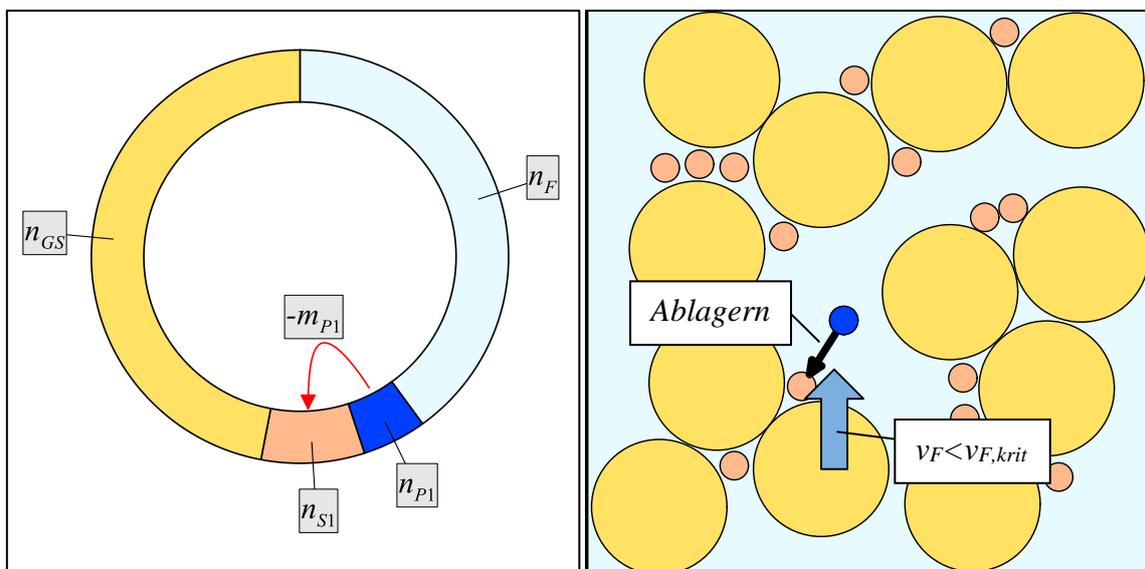


Abbildung 5.2: Negatives Vorzeichen des Massenproduktionsterms

Der Massenproduktionsterm bewirkt in dem Dreiphasenmodell also lediglich eine Volumenänderung der Phasen erodierter und nicht erodierter Partikel. Dementsprechend ist nachfolgend der Massenproduktionsterm m_{P1} zu formulieren.

5.1. Anforderungen an den Term zum Massenaustausch

Zum Ende des 3. Kapitels wurden Erkenntnisse zu den bereits vorhandenen Ansätzen aus der Literatur gezogen. Diese Erkenntnisse sollen bei der Formulierung des Massenproduktionsterms berücksichtigt werden. Zusätzlich ergeben sich aus geotechnischer Sicht und aus den Rahmenbedingungen weitere Anforderungen an den Massenproduktionsterm. Ebenso sind mathematische und mechanische Aspekte zu beachten, die beispielsweise für die numerische Umsetzung erforderlich sind. Diese Anforderungen an den Massenproduktionsterm sollen im Folgenden kurz aufgezeigt werden.

Geotechnische Anforderungen

Die wesentlichen Anforderungen ergeben sich aus geotechnischer Sicht aus den in Abschnitt 2.1 genannten geometrischen und hydraulischen Kriterien. Ein möglicher Materialtransport im Boden wird über diese beiden Kriterien nachgewiesen. Entsprechende Nachweiskonzepte sind beispielsweise in den Merkblättern ‚Materialtransport im Boden‘ (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a) sowie ‚Standicherheit von Dämmen an Bundeswasserstraßen‘ (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013b) der BAW gegeben.

Mit dem geometrischen Kriterium wird die Möglichkeit des Transportes von Partikeln durch Poren des Korngerüsts ermittelt. Durch das geometrische Kriterium wird damit für die Partikel festgelegt, ob diese sich lösen und durch die Porenkanäle bewegen können oder aufgrund zu kleiner Porenengstellen in den Poren eingeklemmt bleiben und damit nicht gelöst werden können.

Ebenfalls Anwendung kann das geometrische Kriterium auch in Zonen mit kleineren Porengeometrien finden. Gelangen gelöste Partikel in solch eine Zone und können aufgrund der Porengeometrie nicht weiter transportiert werden, lagern sich diese wieder ab.

Über das hydraulische Kriterium kann die Strömungskraft bestimmt werden, die ausreichend groß ist, um die Partikel zu transportieren. Dies geschieht über den hydraulischen Gradienten. Erst wenn der kritische Wert des hydraulischen Gradienten erreicht ist, werden Partikel mit der Strömung transportiert.

Sowohl das geometrische also auch das hydraulische Kriterium setzen damit Grenzen für den Beginn von Erosionsprozessen im Boden. Diese Grenzen sind bei der Formulierung des Massenproduktionsterms zu berücksichtigen.

Es gilt jedoch nicht nur den Beginn des Erosionsprozesses zu berücksichtigen. Ist die Strömung nicht mehr stark genug die gelösten Partikel zu transportieren, können diese wieder sedimentieren. Dieser Effekt ist ebenfalls im Massenproduktionsterm zu berücksichtigen, da sich die Partikel durch die Sedimentation wieder ablagern und schließlich die Geschwindigkeit des Korngerüsts aufweisen.

Neben dem hydraulischen und geometrischen Kriterium müssen die in Tabelle 2.1 aufgeführten Einflussfaktoren bezüglich der Stabilität von Erdstoffen in Betracht gezogen werden. Einige der dort aufgeführten Einflussfaktoren haben indirekt einen Einfluss auf das Ablösen der Partikel und müssen daher nicht explizit im Massenproduktionsterm berücksichtigt werden. Andere Einflussfaktoren wiederum ergeben sich aus den Randbedingungen der Problemstellung und beeinflussen durch die Änderung der Randbedingungen den Erosionsprozess.

Die Masse des erodierenden Materials ist im Dreiphasenmodell für die Suffosion durch die Masse des feinen Materials, also der löslichen Partikel, begrenzt. Gleiches gilt für die Sedimentation der bereits gelösten Partikel. Nur die Anzahl der gelösten Partikel kann sich auch wieder ablagern. Die Volumenanteile der Fraktionen n_{S1} und n_{P1} aus dem Dreiphasenmodell sind somit bei der Formulierung des Massenproduktionsterms m_{P1} als Einflussgrößen entsprechend zu berücksichtigen. Auf der anderen Seite können auch nur dort Partikel erodieren, wo erodierbares Material vorhanden ist. Ist der Volumenanteil n_{S1} an einer Stelle gleich null, muss dort auch der Massenproduktionsterm m_{P1} gleich null sein.

Mechanische Anforderungen

Durch eine Potenzialdifferenz erfolgt mit der Grundwasserströmung eine Krafteinwirkung auf das Korngerüst eines Bodens. Liegt ein Partikel lose in den Poren des Korngerüsts, muss von der einwirkenden Strömungskraft lediglich die Gewichtskraft des Partikels überwunden werden, um dieses in Bewegung zu versetzen. Sind mehrere Partikel in den Poren vorhanden, können diese im Korngerüst eingeklemmt sein. Je nach Höhe des Anteils feinem Materials im Korngerüst können die Partikel Spannungen des Korngerüsts zum Teil oder vollständig übertragen (vergleiche Shire et al. (2014) und Chang und Zhang (2013)). In diesem Fall sind neben der Gravitationskraft zusätzlich Reibungskräfte zwischen Korngerüst und Partikel zu überwinden, um ein Partikel in Bewegung zu versetzen. Die notwendige Strömungskraft um ein Partikel zu erodieren, hängt also vom Durchmesser des Partikels und dem Anteil der Partikel im Korngerüst ab. Mit dem Korndurchmesser eines Partikels steigt dessen Gewichtskraft und die Menge an Partikel beeinflusst die Spannungsübertragung im Korngerüst.

Die Auswirkungen der Strömungskräfte müssen bei der Massenproduktion, welche hier aus mechanischen Gesichtspunkten ausschließlich ein Austausch von Masse zwischen den Phasen gelöster und ungelöster Partikel darstellt, einfließen. Dabei ist die Abhängigkeit von der Menge der Partikel und des Korndurchmessers zu berücksichtigen.

Mathematische Anforderungen

Die mathematischen Anforderungen ergeben sich hauptsächlich aus dem Ziel der numerischen Umsetzung des Modells. Für die Umsetzung mittels Finite Element Methode ist die Stetigkeit und Differenzierbarkeit des Massenproduktionsterms erforderlich. Die Funktion des Massenproduktionsterms soll also zum einen nach den unterschiedlichen enthaltenen Variablen ableitbar sein. Zum anderen muss im Definitionsbereich der Funktion an jeder Stelle ein Grenzwert vorhanden sein. Ansonsten ist die Funktion unstetig und weist Lücken oder Sprünge auf (Papula, 2018).

Des Weiteren ist die Dimensionshomogenität der Gleichung gefordert. Alle Terme auf beiden Seiten der Gleichung müssen die gleiche Dimension aufweisen. Damit ist die Gleichung unabhängig von den Einheiten (Herwig, 2008).

5.2. Massenproduktionsterm bei einer lösbaren Kornfraktion

Unter Berücksichtigung der zuvor aufgeführten Anforderungen ist im Folgenden der Massenproduktionsterm zu formulieren. Neben den Anforderungen sind bereits für das Dreiphasenmodell getroffene Annahmen sowie Erkenntnisse aus den in der Literatur vorhandenen Ansätzen zu beachten.

Mit dem zuvor genannten geometrischen Kriterium wird die Durchgängigkeit der Porenkanäle überprüft. Es wird somit bestimmt, ob ein Partikel durch die Porenengstellen des Korngerüsts passt. Ist das Partikel größer als die Engstelle kann es sich nicht lösen bzw. ein gelöstes Partikel wird am Weitertransport gehindert und lagert sich wieder ab. Für das zuvor aufgestellte Dreiphasenmodell wurde angenommen, dass die Porenkanäle für Partikel durchgängig sind. Das geometrische Kriterium ist damit hinfällig und soll hier zunächst keine Anwendung bei der Formulierung des Massenproduktionsterms finden. Je nach Problemstellung kann die Anwendung des geometrischen Kriteriums jedoch erforderlich sein und sollte dann Berücksichtigung finden. So können bei mehreren Bodenschichten Kontakterosion oder –suffosion auftreten, aber auch eine Schicht als Filter wirken und den Weitertransport der Partikel verhindern.

Eine weitere Möglichkeit die geometrische Zusammensetzung des Korngerüsts zu berücksichtigen, kann über den Widerstandsterm \mathbf{R}_{SP1} erfolgen. Dieser beschreibt den Widerstand des Korngerüsts gegen das Durchdringen der Partikel. Damit wird allerdings nur der Durchfluss der transportierten Partikel beeinflusst und kein Lösen oder Ablagern der Partikel bewirkt. Nur wenn sich durch Änderungen der Volumenanteile, Durchlässigkeiten etc. soweit verändern, dass Bedingungen für die Erosion nicht mehr gegeben sind, kann auch in diesem Fall ein erneutes Ablagern der Partikel eintreten.

Als zweites Kriterium ist das hydraulische Kriterium im Nachweis zum Materialtransport im Boden anzuwenden. Mit diesem Kriterium wird geprüft, ob die durch die Grundwasserströmung wirkende hydraulische Kraft ausreichend groß ist, ein Partikel in Bewegung zu setzen. Der Nachweis erfolgt anhand eines Grenzwertes des hydraulischen Gradienten, dem kritischen hydraulischen Gradienten i_{krit} , bei dessen Erreichen der Erosionsprozess einsetzt. Ein solcher Grenzwert soll hier als Startpunkt der Suffosion angesetzt werden. Da der hydraulische Gradient von der Gravitation abhängig ist, wird hier die kritische Filtergeschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$ als Grenzwert angesetzt. Wird die Filtergeschwindigkeit des Fluides v_F größer als die kritische Geschwindigkeit und ist die Ungleichung (5.3) damit erfüllt, tritt Suffosion auf und Partikel können gelöst werden.

$$|\mathbf{v}_F| > v_{F,krit,eros} \quad (5.3)$$

Nach dem Merkblatt ‚Materialtransport im Boden‘ (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013a) gibt es derzeit keine allgemein gültigen Nachweisverfahren für das hydraulische Kriterium. Ein Nachweiskonzept wird im Merkblatt ‚Standicherheit von Dämmen‘ (Bundesanstalt für Wasserbau, 2013b) gegeben, für Erläuterungen zum kritischen hydraulischen Gradienten jedoch auf die Literatur verwiesen. Ansätze zum kritischen hydraulischen Gradienten finden sich für diverse Erosionsprozesse, speziell auch zur Suffosion, in Busch et al. (1993). In Ahlinhan (2011) sind ebenfalls Ansätze zum kritischen hydraulischen Gradienten bezüglich der Suffosion vorgestellt. Anhand von Versuchen erfolgen zu den unterschiedlichen Erosionsprozessen immer wieder Untersuchungen zum kritischen hydraulischen Gradienten (Marsland, 1953; Skempton und Brogan, 1994; Fellin et al., 2003; Ahlinhan, 2011; Boley und Schober, 2013). Mit Hilfe des Darcy'schen Gesetzes in der eindimensionalen Form

$$v = k \cdot i \quad (5.4)$$

kann über den Durchlässigkeitsbeiwert k ein solcher kritischer hydraulische Gradient i_{krit} in die eingeführte kritische Geschwindigkeit $v_{F,krit}$ für den Erosionsbeginn umgerechnet werden.

Über das Gesetz von Stokes besteht mit der Reibungskraft eine weitere Möglichkeit die kritische Geschwindigkeit herzuleiten. Nach Stokes wird auf eine Kugel, die sich in einer Flüssigkeit bewegt eine Reibungskraft ausgeübt. Diese Reibungskraft lautet:

$$F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \quad (5.5)$$

(Schenk et al., 2014). Darin ist r der Radius der Kugel und v die Geschwindigkeit. Bei der Betrachtung eines ruhenden Partikels im vollgesättigten Korngerüst, wirkt auf diese Kugel das Eigengewicht F_G sowie die Auftriebskraft F_A (siehe Abbildung 5.3). Um nun das Partikel in Bewegung zu versetzen, müsste durch die in diesem Ansatz vertikal nach oben gerichtete Strömung die Reibungskraft so groß werden, dass die Gleichgewichtsbedingung

$$F_G - F_A - F_R = 0 \quad (5.6)$$

eingehalten ist. Durch Einsetzen der entsprechenden Kräfte und Umstellen nach der Geschwindigkeit v , ergibt sich die kritische Geschwindigkeit, ab der das Partikel in Bewegung versetzt wird.

$$v_{krit, stokes} = \frac{2}{9} \cdot (\rho_P - \rho_F) \cdot \frac{r^2 \cdot g}{\eta} \quad (5.7)$$

Dieser Ansatz wird von Vardoulakis (2004b) in seinem Modell zu instabilen Erdstoffen verfolgt. Das Gesetz nach Stokes ist jedoch nur für sehr kleine Partikel und für eine vertikale und laminare Durchströmung gültig.

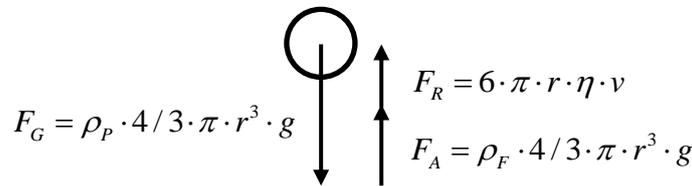


Abbildung 5.3: ruhendes Partikel mit angreifenden Kräften

Wird die kritische Geschwindigkeit im Verlaufe des Erosionsprozesses wieder unterschritten, können gelöste Partikel wieder sedimentieren. Wie dem Hjulström-Diagramm aus Abbildung 3.2 zu entnehmen ist, können je nach Größe die Partikel noch weiter transportiert werden. Daher soll hier für den Beginn der Sedimentation (englisch: deposition) ein separater Grenzwert $v_{F, krit, depo}$ eingeführt werden. Partikel lagern sich erst wieder ab, wenn die Fließgeschwindigkeit den Grenzwert $v_{F, krit, depo}$ unterschreitet und damit die Bedingung der Ungleichung (5.8) eintritt.

$$|\mathbf{v}_F| < v_{F, krit, depo} \quad (5.8)$$

Damit ergeben sich in Anlehnung an das Hjulström-Diagramm die Zustände Erosion, Transport und Sedimentation. Während der Erosion können Partikel bereits abtransportiert werden, sodass hier Erosion und Transport zugleich stattfinden. In Abhängigkeit der Fließgeschwindigkeit des Fluides treten die Prozesse wie folgt auf:

$$\begin{aligned} |\mathbf{v}_F| > v_{F, krit, eros} & \rightarrow \text{Erosion (und Transport)} \\ v_{F, krit, depo} < |\mathbf{v}_F| < v_{F, krit, eros} & \rightarrow \text{Transport} \\ |\mathbf{v}_F| < v_{F, krit, depo} & \rightarrow \text{Sedimentation} \end{aligned}$$

Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass das Hjulström-Diagramm für die Sohlerosion in Flüssen erstellt wurde. Die dort aufgeführten Grenzen können daher nicht direkt auf die innere Erosion übertragen werden. Qualitativ werden Erosionsprozesse im Boden jedoch ähnlich verlaufen.

Die Grenzwerte für die kritischen Geschwindigkeiten werden für das Dreiphasenmodell nicht festgelegt. Neben der Erosionsform ist die kritische Geschwindigkeit auch von der Zusammensetzung des Bodens abhängig. Benötigte Kennwerte sind über Versuche zu bestimmen und die Grenzwerte mit den erhaltenen Ergebnissen festzulegen.

Fallunterscheidung für Erosion und Sedimentation

Durch die Einführung der kritischen Geschwindigkeit sowohl für die Erosion als auch für Sedimentation ergeben sich für den Massenproduktionsterm zwei Anteile. Zum einen gehen während der Erosion Partikel aus der Fraktion $S1$ in die Phase gelöster Partikel $P1$ über. Dieser Austausch wird über den Anteil $m_{P1,erosion}$ des Massenproduktionsterms beschrieben. Zum anderen können sich Partikel wieder ablagern, wenn die Fluidgeschwindigkeit kleiner als der Grenzwert wird. Dies bedeutet, dass bereits gelöste Partikel der Phase $P1$ wieder der Fraktion $S1$ zugeordnet werden müssen. Dieser Vorgang wird über den Anteil $m_{P1,deposition}$ beschrieben. Da Erosion und Ablagerung der Partikel nicht zugleich stattfinden soll, muss die kritische Geschwindigkeit für Erosion $v_{F,krit,eros}$ stets größer oder wenigstens gleich der kritischen Geschwindigkeit für die Sedimentation $v_{F,krit,depo}$ sein.

$$v_{F,krit,depo} \leq v_{F,krit,eros} \quad (5.9)$$

Im Hjulström-Diagramm liegen für größere Korndurchmesser die Grenzen für Erosion und Sedimentation sehr nah beieinander. Die kritischen Geschwindigkeiten können also nahezu identische Werte besitzen. Im weiteren Verlauf soll davon ausgegangen werden, dass $v_{F,krit,eros}$ stets etwas größer ist als $v_{F,krit,depo}$.

Die Massenproduktion ist damit abhängig von der Fließgeschwindigkeit und den Grenzwerten der kritischen Geschwindigkeit. Zur Bestimmung der ausgetauschten Masse muss zu jedem Zeitschritt die Fließgeschwindigkeit mit den Grenzwerten abgeglichen werden. Mit Geschwindigkeiten oberhalb oder unterhalb der Grenzwerte findet Erosion bzw. Sedimentation statt. Liegt die Fließgeschwindigkeit zwischen den Grenzwerten werden Partikel weder erodiert noch lagern sich diese ab. Daraus ergibt sich folgende Fallunterscheidung:

$$m_{P1} = \begin{cases} m_{P1,erosion} & \text{für } |\mathbf{v}_F| > v_{F,krit,eros} \\ 0 & \text{für } v_{F,krit,depo} < |\mathbf{v}_F| < v_{F,krit,eros} \\ m_{P1,deposition} & \text{für } |\mathbf{v}_F| < v_{F,krit,depo} \end{cases} \quad (5.10)$$

Mit dem Massenproduktionsterm m_{P1} wird der Zuwachs an Masse der Phase gelöster Partikel bestimmt. Für Erosion ist $m_{P1,erosion}$ positiv. Da sich bei der Sedimentation Partikel ablagern, verringert sich der Anteil gelöster Partikel. Wie bereits in Abbildung 5.2 gezeigt, muss $m_{P1,deposition}$ daher negativ sein. Abbildung 5.4 zeigt die Massenproduktion m_{P1} in Abhängigkeit der Geschwindigkeit v_F und verdeutlicht nochmal den zuvor erläuterten Zusammenhang. Die

vertikalen gestrichelten Linien markieren die Grenzwerte der kritischen Geschwindigkeiten. Für Fließgeschwindigkeiten oberhalb von $v_{F,krit,eros}$ ist die Massenproduktion m_{P1} ausschließlich positiv. Unterhalb $v_{F,krit,depo}$ nimmt m_{P1} einen negativen Wert an, solange gelöste Partikel vorhanden sind. Sind keine Partikel mehr gelöst, kann die Massenproduktion auch unterhalb der Grenze für Sedimentation gleich null sein. Zwischen den Grenzwerten verläuft die Kurve von m_{P1} konstant bei null, es findet also weder Sedimentation noch Erosion statt. Je nach Partikeldurchmesser und Bodenzusammensetzung läuft die Erosion unterschiedlich schnell ab. Dementsprechend kann die Massenproduktion pro Volumeneinheit und Zeit unterschiedlich groß sein. Dies wird durch die verschiedenen Kurven in Abbildung 5.4 repräsentiert.

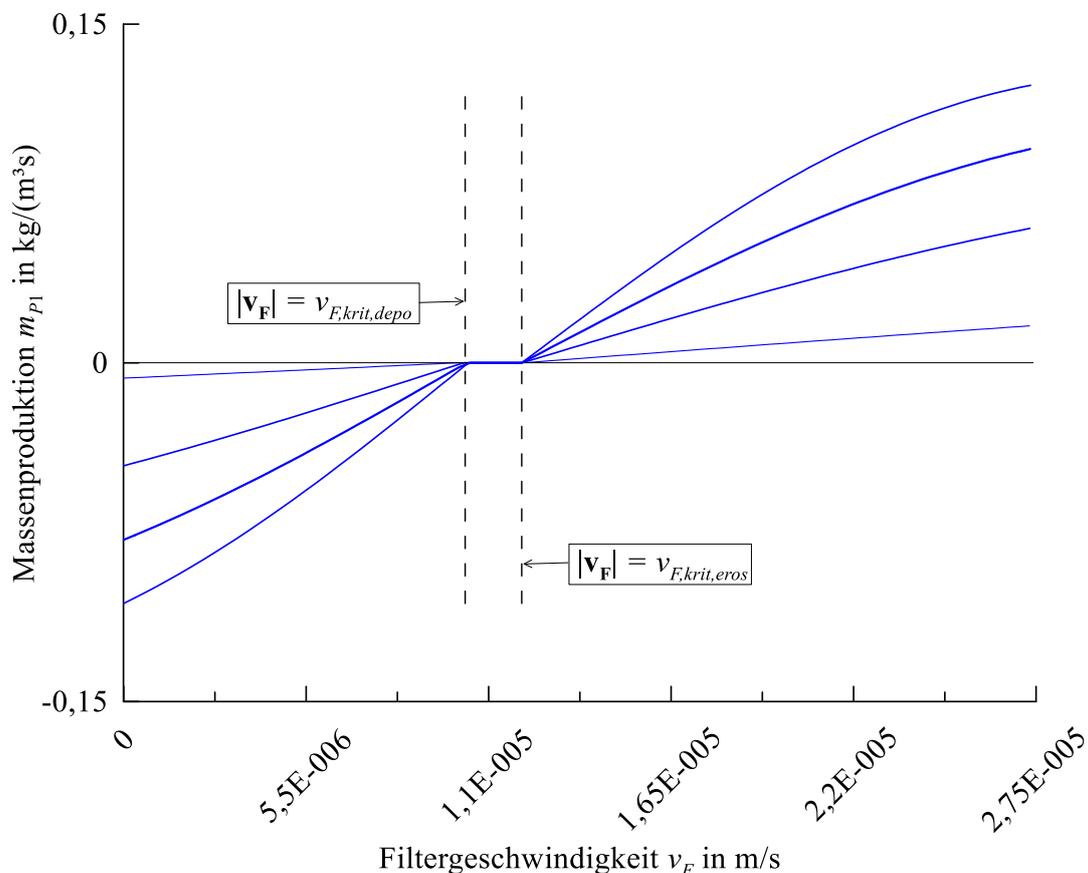


Abbildung 5.4: Massenproduktion in Abhängigkeit der Filtergeschwindigkeit des Fluides v_F

Durch die Fallunterscheidung kann für Erosion und Sedimentation der Massenproduktionsterm unabhängig voneinander aufgestellt werden. Die Anforderungen an den Massenproduktionssterm müssen für beide Anteile weiterhin eingehalten werden.

Massenproduktionsterm für Suffosion

Einen wesentlichen Einfluss auf Erosionsprozesse im Boden hat die Grundwasserströmung. Die Menge des erodierten Materials für einen Zeitabschnitt hängt dementsprechend von der

Größe der Strömungskraft ab. Die Strömungskraft wiederum kann mit dem hydraulischen Gradienten bestimmt werden, über den die Strömungskraft im Massenproduktionsterm berücksichtigt werden kann. Da der hydraulische Gradient von der Gravitation abhängig ist, wird wie bereits bei den kritischen Geschwindigkeiten die Filtergeschwindigkeit v_F angesetzt. Der aktuelle Wert der Filtergeschwindigkeit kann mit dem Durchlässigkeitsbeiwert über das Darcy'sche Gesetz bestimmt werden. Der Ansatz der Filtergeschwindigkeit ist identisch mit dem Durchfluss q , welcher in den in Kapitel 3 vorgestellten Ansätzen zum Massenproduktionsterm verwendet und mit der Einheit m/s angesetzt wurde.

Die Massenproduktion ist jedoch nicht linear von der Filtergeschwindigkeit abhängig. Durch die Einführung der kritischen Geschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$ ist dieser Grenzwert als Beginn der Erosion festgelegt. Ab diesem Grenzwert ist die Strömungskraft erst ausreichend groß genug, um Partikel zu lösen und schließlich auch abzutransportieren. Dem zur Folge ist das Lösen der Partikel von der Differenz dieser beiden Geschwindigkeiten abhängig. Damit der Massenproduktionsterm unabhängig von der Strömungsrichtung ist, muss die Filtergeschwindigkeit betragsmäßig eingehen.

Darüber hinaus ist die Menge an Partikeln, die insgesamt gelöst werden kann, begrenzt. Im Hinblick auf die Suffosion ist die Menge auf den Anteil des feinen Materials, welches in den Poren des Korngerüsts liegt, beschränkt. Das Feinmaterial wird in dem vorliegenden Dreiphasenmodell durch die Fraktion S_1 repräsentiert. Dementsprechend geht der Volumenanteil n_{S_1} dieser Fraktion in den Massenproduktionsterm mit ein (vgl. Gleichung (5.11)). Die zu Beginn vorhandene Menge an feinen Partikeln wird als gering angenommen, sodass die Partikel vollständig erodieren können. Eine von einigen Autoren, zum Beispiel Vardoulakis et al. (1996) oder Govindaraju et al. (1995), verwendete Transportkonzentration bzw. -kapazität zur Begrenzung der im Wasser gelösten Partikel wird daher nicht berücksichtigt. Ein entsprechender Ansatz zur Transportkapazität kann der Erosion eine zusätzliche Grenze setzen und Einfluss vieler gelöster Partikel in einem Volumenelement berücksichtigen.

$$m_{P_1,erosion} = n_{S_1} \cdot (|\mathbf{v}_F| - v_{F,krit,eros}) \quad (5.11)$$

Zusätzlich geht in den Massenproduktionsterm die Dichte der löslichen Partikel, also der Fraktion S_1 , ein. In Gleichung (5.12) ist bereits die Annahme gleicher Realdichten für alle Bodenfaktionen nach Gleichung (4.10) berücksichtigt. Aus der gesamten Massenbilanz für die Phase gelöster Partikel nach Gleichung (4.20) könnte die Dichte herausgekürzt werden. Dies ist dann möglich, wenn die Dichte über den gesamten Betrachtungszeitraum keine Änderung erfährt. Für den Massenproduktionsterm würde dies bedeuten, dass nur noch eine Volumenänderung beschrieben wird. Einige Autoren verfolgen diesen Ansatz und setzen lediglich die Volumenänderung an. Hier soll nicht gekürzt werden und die Dichte in der Massenbilanz berücksichtigt

werden. Da der Term zur Massenproduktion ebenfalls in der Impulsbilanz der gelösten Partikel eingeht und aus dieser die Dichte nicht herausgekürzt werden kann, muss die Dichte im Massenproduktionsterm enthalten sein.

Um den Massenproduktionsterm variabel zu halten und diesen entsprechend an Versuchsergebnisse anpassen zu können, wird der Erosionsparameter λ_{m1} eingeführt und Volumen- sowie Geschwindigkeitsanteil mit den Beiwerten λ_{m2} bzw. λ_{m4} potenziert. Durch eine Potenzierung des Geschwindigkeitsanteils mit einem Beiwert größer eins würde sich jedoch auch die Dimension ändern. Da für den Massenproduktionsterm gefordert ist, dass dieser dimensionshomogen ist, wird der Geschwindigkeitsanteil mit Hilfe der kritischen Filtergeschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$ normiert und nach Gleichung (5.12) angesetzt. In diesem Fall besitzt der Erosionsparameter λ_{m1} die Dimension $[\text{Zeit}]^{-1}$, sodass sich für den Massenproduktionsterm die Dimension $[\text{Masse}]$ pro $[\text{Volumen}]$ und $[\text{Zeit}]$ ergibt. Der Massenproduktionsterm lautet somit:

$$m_{P1,erosion} = \rho_{SR} \cdot \lambda_{m1} \cdot n_{S1}^{\lambda_{m2}} \cdot \left(\frac{|\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,eros}} - 1 \right)^{\lambda_{m4}}. \quad (5.12)$$

Da bereits angenommen wurde, dass die Menge an Partikeln im Korngerüst zu Beginn gering ist, wird weiterhin angenommen, dass die Partikel nicht an der Abtragung von Spannungen im Korngefüge beteiligt sind. Es werden von den Partikeln also keine Spannungen im Korngerüst übertragen. Somit müssen die aus dem Korngerüst resultierenden Spannungen nicht überwunden werden, um Partikel zu erodieren.

Mit der vorstehenden Gleichung (5.12) wird das Lösen der Partikel beschrieben. Der vollständige Erosionsprozess, also auch der Abtransport von feinem Material, wird erst durch die vollständige Auswertung aller Massen- und Impulsbilanzen beschrieben.

Massenproduktionsterm für Sedimentation

Fällt die Filtergeschwindigkeit unter die kritische Geschwindigkeit $v_{F,krit,depo}$, beginnen die gelösten Partikel sich wieder abzulagern, sodass die Partikel wieder neu gelöst werden müssen. Gelöste Partikel werden dann wieder dem Korngerüst, genauer der Fraktion $S1$, zugeordnet. Der Austausch zwischen den beiden Phasen wird durch den Massenproduktionsterm $m_{P1,deposition}$ beschrieben.

Für den Term zur Sedimentation $m_{P1,deposition}$ gelten ähnliche Bedingungen wie für die Erosion. Der Anteil der Partikel, deren Masse ausgetauscht werden kann, ist ebenfalls begrenzt. Es können sich nur Partikel ablagern, die bereits gelöst sind. Die Ablagerung von Partikeln wird damit durch den Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} begrenzt.

Des Weiteren wird die Ablagerung von Partikeln durch die Filtergeschwindigkeit des Fluides beeinflusst. Ist die Geschwindigkeit nur knapp unter dem Grenzwert, wird sich nur ein Teil der

Partikel ablagern und der Vorgang dauert dadurch länger an. Kommt die Grundwasserströmung vollständig zum Erliegen, erfolgt die Ablagerung der Partikel hingegen schneller. Die Sedimentation ist somit ebenfalls von der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen kritischer Geschwindigkeit und Filtergeschwindigkeit abhängig. Da auch hier der Massenproduktionsterm durch Sedimentationsparameter und Beiwerte ergänzt werden soll, muss der Geschwindigkeitsanteil positiv sein. Dementsprechend wird die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen kritischer Geschwindigkeit und Filtergeschwindigkeit aufgestellt und ebenfalls in normierter Form angesetzt. Mit dem Sedimentationsparameter λ_{m6} und den Beiwerten λ_{m7} und λ_{m9} lautet der Massenproduktionsterm zur Ablagerung der Partikel:

$$m_{P1,deposition} = -\rho_{P1R} \cdot \lambda_{m6} \cdot n_{P1}^{\lambda_{m7}} \cdot \left(1 - \frac{|\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,depo}}\right)^{\lambda_{m9}} \quad (5.13)$$

Die Sedimentation entspricht beim Massenaustausch dem entgegengesetzten Vorgang zur Erosion. Dementsprechend ist das Vorzeichen des Massenproduktionsterms $m_{P1,deposition}$ negativ. Mit der Dichte der Partikel ρ_{P1} weist der Massenproduktionsterm $m_{P1,deposition}$ ebenfalls die Dimension [Masse] pro [Volumen] und [Zeit] auf.

Restriktionen für den Massenproduktionsterm

Mit dem Anteil für die Sedimentation ist der Massenproduktionsterm nun vollständig formuliert. Durch die Fallunterscheidung werden Grenzen gesetzt, ab wann in Abhängigkeit der Fließgeschwindigkeit Erosion oder Sedimentation stattfinden. Des Weiteren ist der Massenproduktionsterm für Erosion positiv definiert und für Sedimentation negativ. Diese Begrenzung führt dazu, dass auch der Erosionsparameter λ_{m1} , der Sedimentationsparameter λ_{m5} sowie die Exponenten λ_{m2} , λ_{m4} , λ_{m7} und λ_{m9} Anwendungsgrenzen aufweisen.

Die Dichte und der Volumenanteil ergeben sich aus den Eigenschaften und der Zusammensetzung des Bodens. Die Filtergeschwindigkeit resultiert aus den Randbedingungen der zu untersuchenden Problemstellung. Ebenfalls eine Eigenschaft des Bodens ist die kritische Geschwindigkeit, welche in Versuchen zu bestimmen ist. Da die Filtergeschwindigkeit betragsmäßig eingeht, ist der Massenproduktionsterm für Erosion im gesamten positiv. Dies bedeutet für den Erosionsparameter λ_{m1} , dass dieser ebenfalls positiv definiert sein muss. Ein negativer Wert für den Exponenten λ_{m2} führt zu einem Quotienten mit dem Volumenanteil als Divisor. Da der Volumenanteil n_{S1} stets kleiner eins ist, führt der Quotient zu einem Wert deutlich größer als eins. Dies könnte jedoch dazu führen, dass übermäßig viel Masse über den Massenproduktionsterm bestimmt wird und diese den tatsächlich vorhandenen Anteil der Fraktion $S1$ übersteigt. Daher empfiehlt es sich den Exponenten λ_{m2} positiv anzusetzen. Gleiches gilt für den Exponenten λ_{m4} des Geschwindigkeitsanteils. Der Geschwindigkeitsanteil ist im Fall der Erosion zunächst größer 0, aber auch kleiner eins. Erst bei einer Filtergeschwindigkeit, die dem

doppelten der kritischen Geschwindigkeit entspricht, wird der Anteil größer eins. Also ergibt sich auch hier bei negativen Werten für λ_{m4} ein großer Anteil an Masse. Daher sind für den Exponenten λ_{m4} ebenfalls Werte größer null anzusetzen.

Im Fall der Sedimentation ist der Massenproduktionsterm in ähnlicher Form konzipiert. Der Geschwindigkeitsanteil weist hier sogar ausschließlich Werte zwischen null und eins auf. Da der Massenproduktionsterm für die Sedimentation bereits ein negatives Vorzeichen besitzt, gelten auch hier die gleichen Einschränkungen für den Sedimentationsparameter λ_{m5} und die Exponenten λ_{m7} und λ_{m9} wie für den Fall der Erosion. Die Parameter und Exponenten sind hier ebenfalls stets positiv anzusetzen.

Differenzierbarkeit des Massenproduktionsterms

Ein späteres Ziel ist die numerische Umsetzung des Dreiphasenmodells, zum Beispiel mittels Finite Element Methode. Um das Dreiphasenmodell numerisch umsetzen zu können, müssen die vorliegenden Gleichungen stetig und differenzierbar sein. Stetigkeit und Differenzierbarkeit der Gleichungen müssen in Abhängigkeit der verschiedenen Prozessvariablen gegeben sein. Für den Massenproduktionsterm soll die Stetigkeit und Differenzierbarkeit in Abhängigkeit der Filtergeschwindigkeit gezeigt werden.

Die Stetigkeit einer Funktion ist gegeben, wenn an einer Stelle x_0 ein Grenzwert vorhanden ist und dieser mit dem Wert der Funktion an der Stelle übereinstimmt. Es muss also

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \quad (5.14)$$

gegeben sein (Papula, 2018). Da für den Massenproduktionsterm eine Fallunterscheidung eingeführt wurde, ist die Stetigkeit vor allem an den Grenzwerten aus der Fallunterscheidung nachzuweisen. Zwischen den kritischen Geschwindigkeiten $v_{F,krit,eros}$ und $v_{F,krit,depo}$ ist der Massenproduktionsterm gleich null definiert. Es ist für Geschwindigkeiten oberhalb der kritischen Geschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$ also zu zeigen, dass für den Anteil der Suffosion des Massenproduktionsterms $m_{P1,erosion}$ der rechtsseitige Grenzwert gegen null geht. Durch Einsetzen der kritischen Geschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$ für die Filtergeschwindigkeit v_F wird der Geschwindigkeitsanteil des Massenproduktionsterm und somit der gesamte Term zu null.

Gleiches gilt für den Anteil der Sedimentation. Hier ist der linksseitige Grenzwert zu betrachten und die kritische Geschwindigkeit $v_{F,krit,depo}$ einzusetzen. Auch hier werden der Geschwindigkeitsanteil und damit der gesamte Massenproduktionsterm zu null. Die Stetigkeit des Massenproduktionsterms m_{P1} ist somit gegeben.

Die Differenzierbarkeit einer Funktion ist gegeben, wenn ein Grenzwert nach Gleichung (5.15) vorhanden ist. An der Stelle x_0 ist die Funktion differenzierbar, wenn die rechtsseitige und linksseitige Ableitung übereinstimmen (Papula, 2018).

$$\lim_{\Delta x \rightarrow x_0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (5.15)$$

Für die Funktion des Massenproduktionsterms bei Suffosion ist der rechtsseitige Grenzwert des Differentialquotienten

$$\frac{\Delta m_{P1,erosion}}{\Delta |\mathbf{v}_F|} = \rho_{SR} \cdot \lambda_{m1} \cdot n_{S1}^{\lambda_{m2}} \cdot \frac{1}{\Delta |\mathbf{v}_F|} \cdot \left[\left(\frac{|\mathbf{v}_F| + \Delta |\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,eros}} - 1 \right)^{\lambda_{m4}} - \left(\frac{|\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,eros}} - 1 \right)^{\lambda_{m4}} \right] \quad (5.16)$$

zu bestimmen. Je nach Wahl des Exponenten λ_{m4} ergibt sich die Steigung bzw. die Änderung der Massenproduktion. Dieser Wert muss für $v_{F,krit,eros}$ gleich dem linksseitigen Grenzwert sein. Da für das Intervall zwischen den beiden kritischen Geschwindigkeiten jedoch gleich null definiert ist, ist hier auch die Steigung gleich null. An den Stellen der Grenzwerte für die kritischen Geschwindigkeiten ist der Massenproduktionsterm daher nicht zwingend differenzierbar und die Kurve des Massenproduktionsterms weist einen Knick auf (vergleiche Abbildung 5.4). Für das Intervall $v_{F,krit,eros} < v_F < v_{F,max}$ ist die Funktion $m_{P1,erosion}$ differenzierbar, da hier rechtsseitiger und linksseitiger Grenzwert den selben Wert aufweisen. Unterhalb des Grenzwertes, also für $v_F < v_{F,krit,depo}$, ist die Funktion $m_{P1,deposition}$ ebenfalls differenzierbar.

Damit konnte gezeigt werden, dass die Funktion des Massenproduktionsterms durchweg stetig und zumindest innerhalb der jeweiligen Intervalle differenzierbar ist. Ebenso ist das hydraulische Kriterium über die Grenzwerte der kritischen Geschwindigkeiten berücksichtigt. Damit wird auch gleichzeitig das Erreichen der Strömungskraft, die ausreichend groß für die Erosion und den Transport von Bodenpartikeln ist, eingehalten. Verschiedene Bodenparameter, die als weitere Einflussfaktoren auf die Stabilität des Bodens gelten, gehen über den kritischen hydraulischen Gradienten bei der Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit ein (vgl. Busch et al. (1993)). Des Weiteren wird die Produktion an Masse durch die Berücksichtigung der Volumenanteile gelöster bzw. noch nicht gelöster Partikel begrenzt. Auf die Anwendung der Konzentration an Partikeln nach Gleichung (3.2) wurde bewusst verzichtet, da die Massenproduktion ansonsten von der Menge gelöster Partikeln abhängen würde und Erosion nur dann auftritt, wenn gelöste Partikel bereits vorhanden sind.

Damit sind sowohl die anfangs ausgestellten Anforderungen an den Massenproduktionsterm als auch die mit der Bewertung der Ansätze aus der Literatur gezogenen Schlussfolgerungen bei der Formulierung des Massenproduktionsterms berücksichtigt.

5.3. Parameterbestimmung

Zur Festlegung der für den Massenproduktionsterm notwendigen Parameter ist die Durchführung von Laborversuchen erforderlich. Geeignet sind hier Durchströmungsversuche an zylindrischen Bodenproben. Die Durchströmung der Bodenprobe kann sowohl vertikal als auch horizontal erfolgen. Ausgewertet werden kann zum einen die Menge an erodierten Material über die Zeit. Diese Erosionsrate entspricht dem Massenproduktionsterm m_{P1} . Der Erosionsparameter λ_{m1} sowie die Parameter λ_{m2} und λ_{m4} sind entsprechend auf die Versuchsergebnisse abzustimmen. Versuche zum Austrag der Masse bezüglich der Suffosion sind mit abwärts gerichteter Strömung beispielsweise von Kenney und Lau (1985) oder Welsch und Herle (2022) durchgeführt worden. Des Weiteren kann anhand von Durchströmungsversuchen der kritische Gradient und damit die kritische Geschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$ als Startpunkt der Erosion ermittelt werden. Entsprechende Versuche mit einer durchströmten zylindrischen Bodenprobe teilweise auch im Hinblick auf Suffosion wurden bereits von Tanaka und Toyokuni (1991), Skempton und Brogan (1994), Moffat und Fannin (2011) sowie von Ahlinhan (2011) durchgeführt. Der kritische hydraulische Gradient bzw. die kritische Geschwindigkeit ist dabei in Abhängigkeit des Korndurchmessers festzulegen. Auf ähnliche Weise sind die Sedimentationsparameter festzulegen.

Bevor nun aber Versuche zur Bestimmung der verschiedenen Parameter erfolgen, ist der Einfluss dieser Parameter zu untersuchen. Dazu geeignet sind numerische Berechnungen, in denen ein Durchströmungsversuch abgebildet werden kann. Eine eindimensionale Betrachtung des Durchströmungsversuches ist zunächst ausreichend. Durch Parametervariationen lässt sich der Einfluss der Erosionsparameter bestimmen und mit dieser Kenntnis die Parameter auf die Versuchsergebnisse abstimmen. Damit lässt sich zugleich die Anwendbarkeit des Massenproduktionsterms m_{P1} überprüfen.

Des Weiteren können mit einem solchen Berechnungsprogramm die Anwendungsbereiche der verschiedenen Parameter überprüft und gegebenenfalls weiter eingegrenzt werden. Ein solches Berechnungsprogramm wurde im Rahmen einer Masterthesis mit dem hier vorliegenden Modell numerisch umgesetzt und soll im nächsten Kapitel kurz vorgestellt werden.

6. Simulation und Parameterbestimmung

Zum Ende des fünften Kapitels wurde erläutert, dass vor einer versuchstechnischen Untersuchung zunächst Berechnungen zur Überprüfung der Anwendbarkeit des Massenproduktionsterms durchgeführt werden sollen. Hierzu wurde im Rahmen einer vom Autor betreuten Masterthesis mit dem Berechnungsprogramm MATLAB in der Version R2020b von Bacher (2021) ein Programmcode entwickelt. Ziel war die Simulation eines Durchströmungsversuches in eindimensionaler, vertikaler Richtung. Das in Kapitel 4 vorgestellte Dreiphasenmodell wurde dazu auf 1D heruntergebrochen und als Anfangsrandwertproblem mit Hilfe eines finiten Differenzenverfahrens numerisch umgesetzt.

Nachfolgend werden in diesem Kapitel einige Ergebnisse des entwickelten Programmcodes vorgestellt. Zunächst wird hierzu das Simulationsprogramm kurz erläutert. Es werden lediglich die wesentlichen Aspekte und gegebenenfalls Änderungen und Erweiterungen vorgestellt, für weitere Details sei auf die Arbeit von Bacher (2021) verwiesen. Im Anschluss daran werden einige Berechnungsergebnisse vorgestellt. Bevor auf die Ergebnisse einer Parametervariation zum Massenproduktionsterm eingegangen wird, werden Berechnungsergebnisse zur Plausibilität des Berechnungsprogramms vorgestellt.

In der Arbeit von Bacher (2021) wurde die Phase gelöster Partikel mit P bezeichnet, da für das Programm keine weiteren Phasen gelöster Partikel vorgesehen waren. In den folgenden Ausführungen wird die Bezeichnung $P1$ für die Phase gelöster Partikel beibehalten.

6.1. Simulationsprogramm

Ziel der Masterthesis von Bacher (2021) war die Umsetzung des Dreiphasenmodells aus Kapitel 4 mit Bezug auf einen Durchströmungsversuch. Bei dem hier betrachteten Durchströmungsversuch wird eine Bodenprobe vertikal von unten nach oben durchströmt und Partikeltransport am oberen Rand zugelassen. Dazu wurde das Korngerüst als starr angenommen, sodass neben der Wasserströmung nur die Bewegung der Partikel berücksichtigt wird. Die Bodenprobe kann so auf die innere Stabilität untersucht und mögliche Erosionsprozesse beobachtet werden. Zur Vereinfachung des Simulationsprogramms wurden die auf drei Dimensionen ausgelegten Gleichungen des Dreiphasenmodells auf eine Dimension in vertikaler Richtung reduziert.

Problemstellung eines Durchströmungsversuchs

Als Untersuchungsbereich wurde der in Abbildung 6.1 dargestellte Durchströmungsversuch in eindimensionaler Richtung entlang der x_3 -Achse betrachtet. Durch die Vorgabe von Potenzialen Φ am oberen und unteren Rand kann eine aufwärts oder abwärts gerichtet vertikale Strömung eingestellt werden. Dabei können die Randbedingungen über eine Funktion in Abhängigkeit der Zeit variabel eingestellt werden. Dies gilt auch für eine mögliche Auflast P .

Um einzelne Größen im Durchströmungsversuch berechnen zu können, ist dieser entlang der x_3 -Achse in Elemente zu unterteilen. Abbildung 6.1 zeigt die Aufteilung des Durchströmungsversuches in Elemente, wie sie von Bacher (2021) vorgenommen wurde. Die einzelnen Elemente sind über Knoten verbunden, die hier als Stelle i gekennzeichnet sind.

Durch die Aufteilung in mehrere Elemente können für diese und den zugehörigen Stellen Werte der gesuchten Größen für den aktuellen und schließlich auch für den nächsten Zeitschritt berechnet werden. Für den späteren Berechnungsablauf wurde von Bacher (2021) angenommen, dass für die Berechnung eines Wertes an der Stelle i die Werte des unter dieser Stelle liegenden Elementes i verwendet werden.

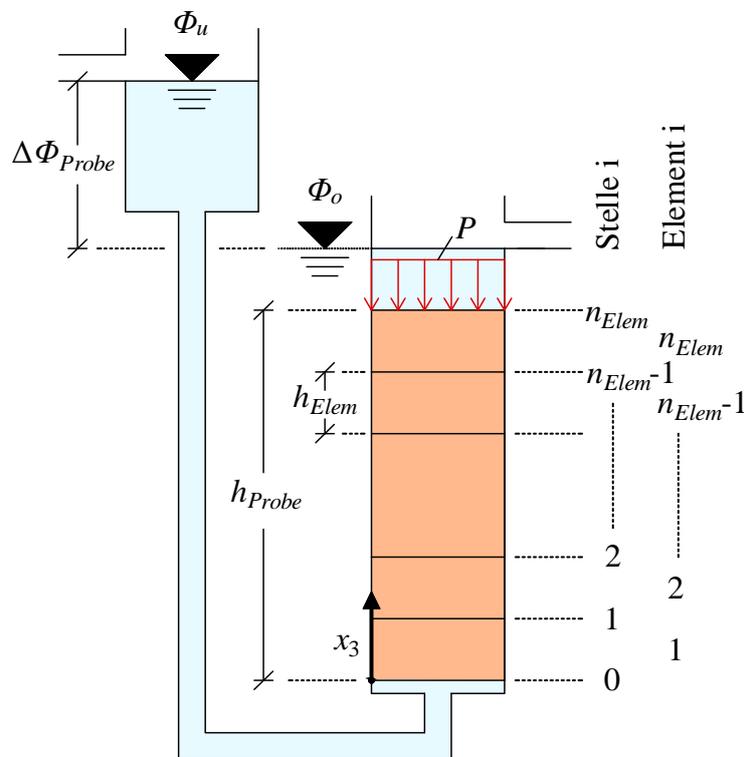


Abbildung 6.1: Problemstellung des Durchströmungsversuchs mit Diskretisierung der Elemente (Bacher, 2021)

Differenzenverfahren

Als numerisches Lösungsverfahren wurde ein Differenzenverfahren gewählt. Bei diesem Verfahren können die Ableitungen einer Differentialgleichung durch Differenzenquotienten ersetzt werden. Es besteht dabei die Möglichkeit den Differenzenquotienten als rechtsseitigen, linksseitigen oder in Kombination als zentralen Differenzenquotienten anzuwenden. Mit der Definition

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{x_{i+1,j} - x_{i,j}} \quad (6.1)$$

für eine Funktion u (Munz und Westermann, 2019) wurde für den wesentlichen Berechnungsabschnitt der rechtsseitige Differenzenquotient angewendet. Da die abzuleitenden Größen sowohl vom Ort als auch von der Zeit abhängen, wird hier auch vom Vorwärtsdifferenzenquotient gesprochen (Munz und Westermann, 2019). Durch die Reduzierung des Systems auf eine Dimension in x_3 -Richtung konnten die Ableitungen nach dem Ort bzw. der Zeit in den Bilanzgleichungen (Gleichungen (4.20) bis (4.22) sowie Gleichungen (4.24) bis (4.26)) durch Differenzenquotienten ersetzt werden.

Aufstellen der notwendigen Gleichungen

Mit dem Berechnungsprogramm sollen unter anderem die Änderungen der Volumenanteile berechnet werden. Dafür ist es erforderlich die Volumenanteile für den nächsten Zeitschritt zu bestimmen. Über mathematische Umformungen können aus den Massenbilanzen, in denen die Ableitungen durch Differenzenquotienten ersetzt wurden, die Volumenanteile der einzelnen Phasen im nächsten Zeitschritt berechnet werden. Für die Phasen gelöster Partikel, noch angelagerter Partikel und des gesamten Korngerüsts lauten diese:

$$n_{P1,i,j+1} = n_{P1,i,j} - \frac{v_{P1,i,j} - v_{P1,i-1,j}}{x_{i,j} - x_{i-1,j}} \cdot (t_{j+1} - t_j) + \frac{m_{P1,i,j}}{\rho_{P1R}} \cdot (t_{j+1} - t_j) \quad (6.2)$$

$$n_{S1,i,j+1} = n_{S1,i,j} - \frac{m_{P1,i,j}}{\rho_{S1R}} \cdot (t_{j+1} - t_j) \quad (6.3)$$

und

$$n_{S,i,j+1} = n_{S,i,j} - \frac{m_{P,i,j}}{\rho_{SR}} \cdot (t_{j+1} - t_j). \quad (6.4)$$

Mit der Sättigungsbedingung in Gleichung (4.18) sowie der Bedingung aus Gleichung (4.19) für die Volumenanteile des Korngerüsts können die noch fehlenden Anteile bestimmt werden. Der Volumenanteil des Fluides ergibt sich zu

$$n_{F,i,j+1} = 1 - n_{S,i,j+1} - n_{P1,i,j+1} \quad (6.5)$$

und der Volumenanteil der Fraktion GS für das starre Korngerüst zu

$$n_{GS,i,j+1} = n_{S,i,j+1} - n_{S1,i,j+1} \quad (6.6)$$

(Bacher, 2021). Zur Berechnung der Volumenanteile mit den vorstehenden Gleichungen müssen vorweg der Massenproduktionsterm und die Geschwindigkeit der gelösten Partikel bestimmt werden. Die Massenproduktion wird nach Gleichung (5.12) und Gleichung (5.13) bestimmt. Die darin enthaltene Filtergeschwindigkeit v_F ist wiederum zunächst unbekannt. Für die Berechnung der Filtergeschwindigkeit v_F wurde in Bacher (2021) das Darcy'sche Gesetz

verwendet. Um den dafür benötigten hydraulischen Gradienten für jedes Element bestimmen zu können, wurde, vom Autor vorgeschlagen, von Bacher (2021) ein Ansatz zur Bestimmung der Potenzialdifferenz für jedes Element herangezogen. Dieser Ansatz resultiert aus der Kontinuitätsbedingung, die besagt, dass die Änderung der Filtergeschwindigkeit bei konstantem Porenanteil gleich null und damit die Filtergeschwindigkeit selbst konstant ist. Durch Einsetzen des Darcy'schen Gesetzes und unter Berücksichtigung der Definition des hydraulischen Gradienten

$$i_{hydr} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta L} = \frac{\Delta\Phi_{i,j}}{h_{Elem}} \quad (6.7)$$

kann nach der Potenzialdifferenz $\Delta\Phi_{i,j}$ für ein einzelnes Element umgestellt werden. In Gleichung (6.7) ist h_{elem} die durchströmte Länge eines Elements. Da die Summe der Potenzialdifferenz aller Elemente gleich der Potenzialdifferenz der Probe ist, kann durch Einsetzen und mathematische Umformungen die Potenzialdifferenz eines Elementes $\Delta\Phi_{i,j}$ in Abhängigkeit der Potenzialdifferenz der gesamten Probe $\Delta\Phi_{Probe}$ wie folgt bestimmt werden:

$$\Delta\Phi_{i,j} = \frac{h_{Elem}}{k_{i,j}} \cdot \frac{\Delta\Phi_{Probe,j}}{\left(\sum_{i=1}^{n_{Elem}} \frac{h_{Elem}}{k_{i,j}} \right)}. \quad (6.8)$$

Den Ansatz der Potenzialdifferenz über die Kontinuitätsbedingung herzuleiten ist mit dem vorliegenden Modell zur Berechnung von Suffosionsprozessen nur näherungsweise vereinbar. Bei der Herleitung der Kontinuitätsbedingung aus der Massenbilanz des Fluides wird vorausgesetzt, dass die Änderung des Porenanteils gleich null ist. Gerade die Änderung der Volumenanteile infolge eines Erosionsprozesses, hier der Suffosion, ist aber das Ziel des Berechnungsprogramms. Die Berechnung der Potenzialdifferenz wird für das Berechnungsprogramm daher nur als Näherung angesetzt. Um diese Näherung einzuhalten, wird die Änderung des Porenanteils auf sehr kleine Änderungen beschränkt und durch eine Fehlermeldung darauf hingewiesen, falls dies nicht eingehalten ist.

Da sich durch die Änderung der Volumenanteile auch eine Änderung des Porenanteils einstellt, wird dies bei der Bestimmung der Permeabilität K und somit auch für den Durchlässigkeitsbeiwert $k_{i,j}$ über einen Ansatz von Kozeny-Carman berücksichtigt. Der Ansatz nach Kozeny-Carman ist in Bacher (2021) wie folgt im Berechnungsprogramm berücksichtigt:

$$K = K_0 \cdot \frac{n_F^3}{(1 - n_F)^2}. \quad (6.9)$$

Darin ist K_0 der Ausgangswert der Permeabilität, welcher mit dem Durchlässigkeitsbeiwert k_0 und der Viskosität des Fluides η_F nach Gleichung (6.10) bestimmt wird.

$$K_0 = \frac{k_0 \cdot \eta_F}{g_{Labor} \cdot \rho_{FR,Labor}} \quad (6.10)$$

Durch das Lösen der Partikel aus dem Korngerüst entsteht zusätzlicher Porenraum. Die gelösten Partikel werden aber nicht sofort vollständig abtransportiert. Daher erscheint es sinnvoll zu sein, den Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} in Gleichung (6.9) mit einfließen zu lassen. In Vardoulakis et al. (1996) wurde der Ansatz, die Volumenanteile des Fluides und der gelösten Partikel in dem Ansatz von Kozeny-Carman zu berücksichtigen, bereits verwendet. Im Berechnungsprogramm nach Bacher (2021) wird zunächst ausschließlich auf Gleichung (6.9) zurückgegriffen.

Zur Berechnung der unbekanntem Geschwindigkeit der gelösten Partikel w_{P1} stehen die Gleichungen (4.24) bis (4.26) der Impulsbilanzen zur Verfügung. Durch Einsetzen wurden die unbekanntem Interaktionskräfte durch die Gleichungen (4.40) bis (4.42) ersetzt. Für die in den Impulsbilanzen enthaltenen Resistivitäten wurden von Bacher (2021) zunächst die vereinfachten Ansätze (siehe Gleichungen (6.11) bis (6.15)) von Buscher und Perau (2021a) verwendet. In Abschnitt 4.5 wurde auf den Spezialfall der Einphasenströmung ohne Partikel eingegangen und dabei herausgestellt, dass die Resistivitäten R_{FP1} und R_{SP1} zur Einhaltung der Einphasenströmung in Abhängigkeit des Volumenanteils gelöster Partikel n_{P1} formuliert sein muss. Daher wurde in einer zweiten Variante der Volumenanteil n_{P1} in Gleichung (6.12) ergänzt.

$$R_{FS} = n_F^2 \cdot \eta_F(\mathcal{G}) \cdot K^{-1} \quad (6.11)$$

$$R_{FP1} = n_F^2 \cdot \eta_F(\mathcal{G}) \cdot K_P^{-1} \quad (6.12)$$

mit

$$K_P = K_{P0} \cdot \frac{n_F^3}{(1-n_F)^2} \quad (6.13)$$

und

$$K_{P0} = t \cdot K_0 \quad (6.14)$$

$$R_{SP1} = \chi \cdot n_S \cdot n_{P1} \quad (6.15)$$

Durch Einsetzen der Interaktionskräfte sowie der Resistivitäten sind in der Impulsbilanz der Phase gelöster Partikel $P1$ mit der Geschwindigkeit gelöster Partikel w_{P1} und dem Druck der gelösten Partikel p_{P1R} zwei Unbekannte enthalten. Wie schon in Abschnitt 4.3 erläutert, wurde auch für das Berechnungsprogramm angenommen, dass die gelösten Partikel den selben Druck wie die umgebende Flüssigkeit aufweisen und somit

$$p_{P1R} = p_{FR} \quad (6.16)$$

gilt. Diese Annahme konnte getroffen werden, da der Anteil gelöster Partikel als gering angenommen wurde und ein einzelnes gelöstes Partikel somit keinen Kontakt zu anderen Partikeln aufweist. Mit der Annahme aus Gleichung (6.16) kann in der Impulsbilanz der Phase gelöster Partikel der Druck durch den Porenwasserdruck p_{FR} ersetzt werden. Es stehen mit den Impulsbilanzen der fluiden Phase und der Phase gelöster Partikel somit zwei Gleichungen mit den zwei Unbekannten Porenwasserdruck p_{FR} und Geschwindigkeit gelöster Partikel w_{P1} zur Verfügung. Die Impulsbilanz der fluiden Phase wurde von Bacher (2021) nach dem Porenwasserdruck umgestellt und in die Impulsbilanz der gelösten Partikel eingesetzt. Diese wiederum wurde nach der Geschwindigkeit der gelösten Partikel umgestellt, welche sich zu

$$w_{P1,ij} = \frac{w_{P1,ij,AI} - w_{P1,ij,AII}}{w_{P1,ij,B}} \quad (6.17)$$

mit

$$w_{P1,ij,AI} = \left(\frac{n_{F,i-1,j} \cdot p_{FR,i-1,j} + n_{F,ij} \cdot \rho_{FR} \cdot g - w_{F,ij} \cdot (R_{FP1,ij} + R_{FS,ij})}{x_{ij} - x_{i-1,j}} \right) \cdot (n_{P1,ij} - \beta \cdot (n_{S,ij} - n_{S,i-1,j})) \quad (6.18)$$

$$w_{P1,ij,AII} = \left(\frac{n_{P1,i-1,j} \cdot p_{FR,i-1,j} + n_{P1,ij} \cdot \rho_{P1R} \cdot g + R_{FP1,ij} \cdot w_{F,ij}}{x_{ij} - x_{i-1,j}} \right) \cdot (n_{F,i-1,j} - \alpha \cdot (n_{P1,ij} - n_{P1,i-1,j})) \quad (6.19)$$

$$w_{P1,ij,B} = (-R_{FP1,ij}) \cdot (n_{P1,ij} - \beta \cdot (n_{S,ij} - n_{S,i-1,j})) + (-R_{FP1,ij} - R_{SP1,ij} - m_{P1,ij}) \cdot (n_{F,i-1,j} - \alpha \cdot (n_{P1,ij} - n_{P1,i-1,j})) \quad (6.20)$$

ergab. Mit der Kenntnis der Geschwindigkeit gelöster Partikel w_{P1} können nun die Volumenanteile der einzelnen Phasen sowie der Porenwasserdruck mit

$$p_{FR,ij} = \frac{n_{F,i-1,j} \cdot p_{FR,i-1,j} + n_{F,ij} \cdot \rho_{FR} \cdot g \cdot (x_{ij} - x_{i-1,j})}{n_{F,i-1,j} - \alpha \cdot (n_{P1,ij} - n_{P1,i-1,j})} + \frac{(-R_{FP1,ij}) \cdot (w_{F,ij} - w_{P1,ij}) - R_{FS,ij} \cdot w_{F,ij}}{n_{F,i-1,j} - \alpha \cdot (n_{P1,ij} - n_{P1,i-1,j})} \cdot (x_{ij} - x_{i-1,j}) \quad (6.21)$$

berechnet werden (Bacher, 2021). Die Annahme, Größen für eine Stelle mit den Werten des vorherigen Elementes zu bestimmen, erfordert die Angaben von Randbedingungen für ein Element, welches unterhalb der zu untersuchenden Bodenprobe liegt. Bacher (2021) hat hierzu Annahmen getroffen und zu verwendende Größen angegeben. Dieser Bezug auf das jeweilige Element unter der gesuchten Stelle führt jedoch zu Problemen in der Berechnung. Daher wurde

im Anschluss an die Arbeit von Bacher (2021) eine zweite Berechnungsvariante eingeführt, bei der sich stets auf ein Element bezogen wird und die Größen an den Stellen oberhalb und unterhalb mit den Werten des aktuell betrachteten Elements berechnet werden. Dies führt zu Änderungen in den Gleichungen für Porenwasserdruck p_{FR} und Geschwindigkeit der gelösten Partikel w_{P1} . Die Gleichungen lauten dann:

$$w_{P1,i,j} = \frac{n_{P1,i,j} \cdot (\rho_{P1R,i,l} - \rho_{FR,i,l}) \cdot g + \left(\left(1 + \frac{n_{P1,i,j}}{n_{F,i,j}} \right) \cdot R_{FP1,i,j} + \frac{n_{P1,i,j}}{n_{F,i,j}} \cdot R_{FS,i,j} \right) \cdot w_{F,i,j}}{\left(1 + \frac{n_{P1,i,j}}{n_{F,i,j}} \right) \cdot R_{FP1,i,j} + R_{SP1,i,j} + m_{P1,i,j}} \quad (6.22)$$

und

$$p_{FR,i,j} = p_{FR,i-1,j} + \rho_{FR} \cdot g \cdot (x_{i,j} - x_{i-1,j}) - \frac{1}{n_{F,i,j}} R_{FP1,i,j} \cdot (w_{F,i,j} - w_{P1,i,j}) \cdot (x_{i,j} - x_{i-1,j}) - \frac{1}{n_{F,i,j}} R_{FS,i,j} \cdot w_{F,i,j} \cdot (x_{i,j} - x_{i-1,j}). \quad (6.23)$$

In einem separaten Berechnungsschritt kann anschließend über die Impulsbilanz des Korngerüsts die Spannung des Korngerüsts berechnet werden. Da Zugspannungen im Boden zu einer Auflösung des Korngerüsts führen würden, wurde ein Abbruchkriterium implementiert. Die Berechnung stoppt, sobald Zugspannungen auftreten (Bacher, 2021). Für die Berechnung der Volumenanteile ist die Spannung des Korngerüsts jedoch nicht erforderlich. Daher soll hier nicht weiter auf die Spannungsberechnung eingegangen werden.

Berechnungsablauf

Zur Berechnung der gesuchten Größen werden im Berechnungsprogramm Element- und Zeitschleifen durchlaufen. In einer Elementschleife werden für den ersten Zeitschritt beginnend beim untersten Element alle Größen für dieses Element und der oberhalb dieses Elements liegenden Stelle ermittelt. Mit den berechneten Ergebnissen erfolgt dann die Berechnung der Größen des nächsten Elements. Dies wird so lange fortgeführt bis für alle Elemente und Stellen die Größen berechnet wurden und die Elementschleife abgeschlossen ist. Mit den Ergebnissen aus dem ersten Zeitschritt wird im nächsten Zeitschritt die Elementschleife erneut durchlaufen. Dies wiederholt sich bis der gesetzte Endzeitpunkt erreicht ist und die Zeitschleife damit ebenfalls vollständig durchlaufen ist. Für die Berechnung der Elementschleife im ersten Zeitschritt ist es erforderlich für einige Größen Anfangswerte vorzugeben, da diese von dem vorherigen Zeitschritt abhängen.

Im Berechnungsprogramm von Bacher (2021) sind als Anfangswerte die Volumenanteile der einzelnen Phasen und Laborwerte aus einem Durchlässigkeitsversuch anzugeben. Mit den Laborwerten aus dem Durchlässigkeitsversuch kann der Anfangswert der Permeabilität K berechnet werden. Zu Beginn eines jeden Zeitschritts werden die Potentiale an den Rändern über die im Programm gegebene Funktion festgelegt. Da für die Berechnung der Potentialdifferenz eines jeden Elements nach Gleichung (6.8) die Kenntnis über die Durchlässigkeit in jedem Element notwendig ist, wird in einer ersten Elementschleife ausschließlich die Permeabilität K und der Durchlässigkeitsbeiwert k für jedes Element ermittelt. In Abbildung 6.2, die den Berechnungsablauf vereinfacht abbildet, ist diese Elementschleife durch den grünen Bereich gekennzeichnet. In der direkt darauffolgenden zweiten Elementschleife (roter Bereich in Abbildung 6.2) kann dann für das aktuelle Element die Potentialdifferenz $\Delta\Phi$ und schließlich über den hydraulischen Gradienten i_{hydr} die Filtergeschwindigkeit v_F bestimmt werden.

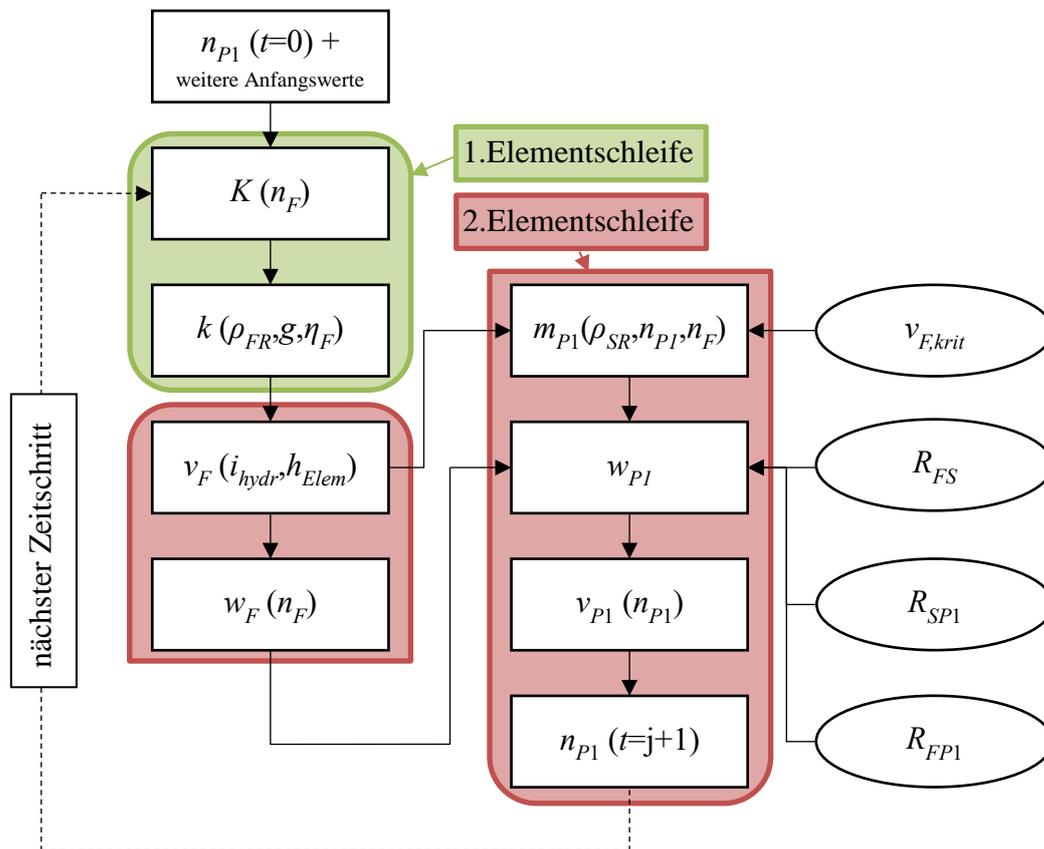


Abbildung 6.2: vereinfachte schematische Darstellung des Berechnungsablaufs nach Bacher (2021)

Zum einen geht die Filtergeschwindigkeit in der Berechnung des Massenproduktionsterms m_{P1} ein, in der auch die kritischen Geschwindigkeiten $v_{F,krit,eros}$ und $v_{F,krit,depo}$ eingehen. Als Eingabe sind hier die kritischen hydraulischen Gradienten $i_{krit,eros}$ bzw. $i_{krit,depo}$ erforderlich, mit denen über das Darcy'sche Gesetz die kritischen Geschwindigkeiten berechnet werden. Zum anderen

wird aus der Filtergeschwindigkeit die Abstandsgeschwindigkeit w_F berechnet, die wiederum zusammen mit der Massenproduktion m_{P1} und den Resistivitäten R_{FS} , R_{SP1} und R_{FP1} in die Berechnung der Geschwindigkeit der gelösten Partikel w_{P1} eingeht. Mit der in die Filtergeschwindigkeit v_{P1} umgerechneten Geschwindigkeit der Partikel kann nun der Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} und alle weiteren Volumenanteile zum nächsten Zeitpunkt berechnet werden. Abschließend werden der Porenwasserdruck und in einer dritten Elementschleife die Spannungen des Korngerüsts bestimmt. Die dritte Elementschleife ist nicht in Abbildung 6.2 abgebildet. Damit ist die Berechnung für einen Zeitschritt abgeschlossen und mit den berechneten Werten werden im nächsten Zeitschritt die Elementschleifen erneut durchlaufen.

Der in Abbildung 6.2 dargestellte Berechnungsablauf ist eine Vereinfachung und stellt nur Teile des gesamten Berechnungsablaufs dar. Es sind lediglich die wesentlichen Berechnungsschritte und wichtigsten Eingangsparameter aufgeführt. Für eine detaillierte Darstellung aller Zusammenhänge und Abläufe sei auf die Arbeit von Bacher (2021) verwiesen.

Nach Abschluss der Arbeit von Bacher (2021) wurde das Berechnungsprogramm neben der Variantenauswahl für die Berechnung der Geschwindigkeit der Partikel um weitere Varianten verschiedener Gleichungen ergänzt. So können neben den in dieser Arbeit vorgestellten Massenproduktionsterm verschiedene Ansätze aus der Literatur angesetzt werden. Ebenso lässt sich für die Widerstandsterme zwischen verschiedenen Ansätzen wählen.

Zusätzlich wurden weitere Fehlermeldungen eingearbeitet, um den Berechnungsablauf übersichtlich zu halten und auf mögliche Fehler hinzuweisen.

6.2. Untersuchungen zur Plausibilität

Mit dem in Abschnitt 6.1 vorgestellten Berechnungsprogramm wurden Parametervariationen durchgeführt, um so den Einfluss der verschiedenen Parameter im Massenproduktionsterm aufzuzeigen. Zuvor sollen in diesem Abschnitt noch Berechnungsergebnisse vorgestellt werden, die zeigen, dass das Berechnungsprogramm plausible Ergebnisse liefert. Hierzu werden die Ergebnisse aus dem Berechnungsprogramm mit denen einer klassischen Berechnung verglichen.

Zum Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Ergebnissen klassischer Berechnungen wird eine Bodenprobe von 1 m Höhe betrachtet, welche in 10 Elemente unterteilt wird. Die Randpotenziale an Ober- und Unterkante der Probe werden zu Beginn 0,1 m oberhalb der Probe angesetzt, sodass keine Strömung auftritt und die Probe voll wassergesättigt ist. Im Verlaufe der Berechnung wird das Potenzial an der Unterkante der Probe kontinuierlich gesteigert und an der Oberkante konstant gehalten (vgl. Abbildung 6.3). Dadurch stellt sich eine Potenzialdifferenz ein, die eine aufwärts gerichtete Strömung in der Bodenprobe bewirkt. Der kritische hydraulische Gradient $i_{krit,eros}$ wurde zu 1,5 gesetzt. Damit ist der kritische hydraulische Gradient bei einer eindimensionalen Strömung zum Start der Erosion höher als der kritische Wert

$$i_{krit} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \quad (6.24)$$

für den hydraulischen Grundbruch (Schober und Boley, 2014) angenommen. Diese Annahme wurde getroffen, damit während der Berechnung keine Erosionsprozesse auftreten und ausschließlich eine Grundwasserströmung vorhanden ist. Solange keine gelösten Partikel vorhanden sind, hat der kritische hydraulische Gradient $i_{krit,depo}$ keine Auswirkung und wurde daher bei 0,1 belassen.

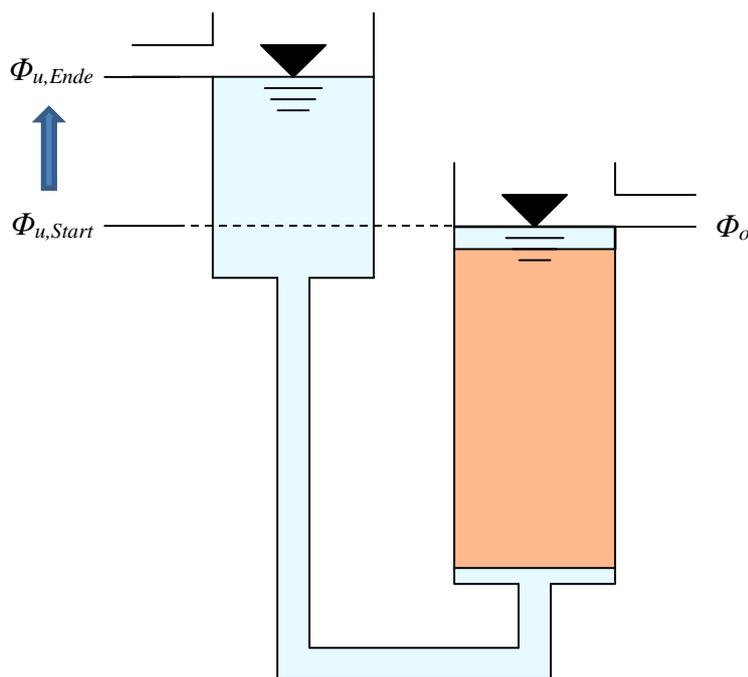


Abbildung 6.3: Randbedingungen (Randpotenziale) der Vergleichsrechnungen

Die verwendeten Materialparameter des Bodens sind in Tabelle 6.1 aufgeführt. Die als konstant angenommenen Realdichten der Fraktionen des Korngerüsts und der potenziell löslichen Partikel besitzen für beide Fraktionen den selben Wert. Mit $n_{S1} = 0,05$ ist für den Volumenanteil der löslichen Partikel im Vergleich zum Korngerüst ein geringer Anteil angenommen. Der Startwert für den Volumenanteil n_{P1} ergibt sich aus den gegebenen Volumenanteilen und wird über die Sättigungsbedingung, welche sich zu eins ergeben muss, berechnet.

Tabelle 6.1: Materialparameter des Bodens für die Plausibilitäts- und Variationsrechnungen

Parameter	Einheit	Wert
Realdichte Fluid ρ_{FR}	kg/m ³	1000
Realdichte Korngerüst ρ_{GSR}	kg/m ³	2650
Realdichte lösbare Partikel ρ_{S1R}	kg/m ³	2650
Volumenanteil Fluid n_F	-	0,35
Volumenanteil Korngerüst n_{GS}	-	0,6
Volumenanteil lösbare Partikel n_{S1}	-	0,05
Kritischer hydraulischer Gradient $i_{krit,eros}$	-	1,5
Kritischer hydraulischer Gradient $i_{krit,depo}$	-	0,1
Temperatur ϑ	°C	10
Erdbeschleunigung g	m/s ²	-10

Um die Permeabilität berechnen zu können sind die Angaben aus Tabelle 6.2 notwendig. Mit diesen Eingangswerten werden die Startwerte des Durchlässigkeitsbeiwertes k_0 und der Permeabilität K_0 berechnet.

Tabelle 6.2: Eingangswerte der Laborgrößen

Parameter	Einheit	Wert
Volumenanteil Fluid im Darcy-Versuch $n_{F,Labor}$	-	0,35
Durchlässigkeitsbeiwert der Probe im Darcy-Versuch $k_{F,Labor}$	m/s	0,0001
Erdbeschleunigung g_{Labor}	m/s ²	10
Realdichte Fluid $\rho_{FR,Labor}$	kg/m ³	1000
Temperatur ϑ_{Labor}	°C	10

Des Weiteren ist es erforderlich die Erosions- und Sedimentationsparameter und die Hilfsparameter der Resistivitäten festzulegen. Zur Überprüfung der Berechnungsergebnisse werden die Werte aus Tabelle 6.3 verwendet. Bei den Parametervariationen wird später ebenfalls von diesen Werten ausgegangen, von denen einzelnen Parameter variiert werden.

Tabelle 6.3: Erosions- und Sedimentationsparameter sowie Hilfsparameter der Resistivitäten für die Plausibilitäts- und Variationsrechnungen

Parameter	Einheit	Wert
λ_{m1}	1/s	0,001
λ_{m2}	-	1
λ_{m4}	-	1
λ_{m6}	1/s	0,001
λ_{m7}	-	1
λ_{m9}	-	1
i	-	0,01
χ	-	250 000 000
α	-	0
β	-	0

Berechnung des Porenwasserdrucks

Eine einfache Methode den Berechnungsablauf auf Richtigkeit zu überprüfen, ist der Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Ergebnissen klassischer Berechnungen. Hier bietet sich der Porenwasserdruck u an, welcher sich klassisch im hydrostatischen Zustand mit der Tiefe z unterhalb des Grundwasserspiegels zu

$$u_0 = \gamma_w \cdot z \quad (6.25)$$

berechnet (Witt, 2018). Bei einer vertikalen Durchströmung kann der Druck mit einem Näherungsverfahren über die Änderung der Wichten bestimmt werden. Dabei ändert sich die Wichte des Bodens um den Anteil

$$\Delta\gamma' = i \cdot \gamma_w \quad (6.26)$$

Auf Seite der aufwärtsgerichteten Strömung, welche der Erdwiderstandsseite entspricht, reduziert sich die Wichte des Bodens infolge der Strömung (EAU, 2021). Der Porenwasserdruck wiederum erhöht sich um diesen Anteil. Für eine homogene Bodenprobe ohne Partikelbewegung kann somit der Porenwasserdruck auch bei einer Durchströmung näherungsweise überprüft werden.

Im hydrostatischen Zustand, also bei einer Potenzialdifferenz $\Delta\Phi = 0$, ergeben sich für das eingeführte Beispiel die in Tabelle 6.4 bei Zeitpunkt A aufgeführten Werte. Diese wurden mit einer Dichte des Wassers von 1000 kg/m^3 und der Erdbeschleunigung von 10 m/s^2 nach Gleichung (6.25) berechnet. Ab dem ersten Zeitschritt wurde das Potenzial an der Probenunterkante

kontinuierlich gesteigert, sodass sich die unten links in Abbildung 6.4 dargestellte Verteilung der Potenzialdifferenz einstellte. Unter Berücksichtigung der mit der Näherung nach Gleichung (6.26) geänderte Wichte des Wassers und den zugehörigen Potenzialdifferenzen konnten für die Zeitpunkte B – D die Porenwasserdrücke ermittelt werden. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Tabelle 6.4 aufgeführt. Der Porenwasserdruck an der Unterkante der Bodenprobe nimmt mit steigender Potenzialdifferenz zu. Dies ist nachvollziehbar, da die Potenzialdifferenz durch das steigende Potenzial an der Probenunterkante bewirkt wird. Durch die größere Standrohrspiegelhöhe ergibt sich folglich auch ein höherer Wasserdruck. Gleiches gilt für den Porenwasserdruck in der Mitte der Bodenprobe. An der Oberkante der Probe ist das Randpotenzial konstant gehalten, sodass auch der Wasserdruck konstant ist.

Tabelle 6.4: Porenwasserdruck der analytischen Berechnungen an Oberkante, Unterkante und in der Mitte der Probe zu verschiedenen Zeitpunkten

Zeit	Potenzialdifferenz [m]	Porenwasserdruck [N/m ²]		
		Probenoberkante	Probenmitte	Probenunterkante
<i>Zeitpunkt A</i>	0	1000	6000	11000
<i>Zeitpunkt B</i>	0,3	1000	7500	14000
<i>Zeitpunkt C</i>	0,6	1000	9000	17000
<i>Zeitpunkt D</i>	0,9	1000	10500	20000

Das Diagramm in Abbildung 6.4 zeigt die Entwicklung des Porenwasserdrucks in Abhängigkeit von der Zeit. Mit den durchgezogenen Linien sind die Ergebnisse des Berechnungsprogramms für die Ober- und Unterkante sowie der Mitte der Bodenprobe dargestellt. Die y-Achse, welche den Porenwasserdruck angibt, ist invertiert dargestellt. Dadurch kann die Kurve für die Oberkante oben und die Kurve für die Unterkante unten dargestellt werden.

Der Abbildung 6.4 ist zu entnehmen, dass die Berechnungsergebnisse für den Porenwasserdruck bei steigender Potenzialdifferenz ebenfalls einen Anstieg des Porenwasserdrucks liefern. Sowohl in der Probenmitte als auch an der Unterkante der Probe nimmt der Porenwasserdruck mit der Zeit zu. Zusätzlich sind in Abbildung 6.4 die Ergebnisse des Näherungsverfahrens für die Zeitpunkte A - D mit Symbolen in das Diagramm eingetragen. Diese liegen exakt auf den Kurven der Berechnungsergebnisse. Die Berechnungsergebnisse stimmen also mit den Werten des Näherungsverfahrens überein.

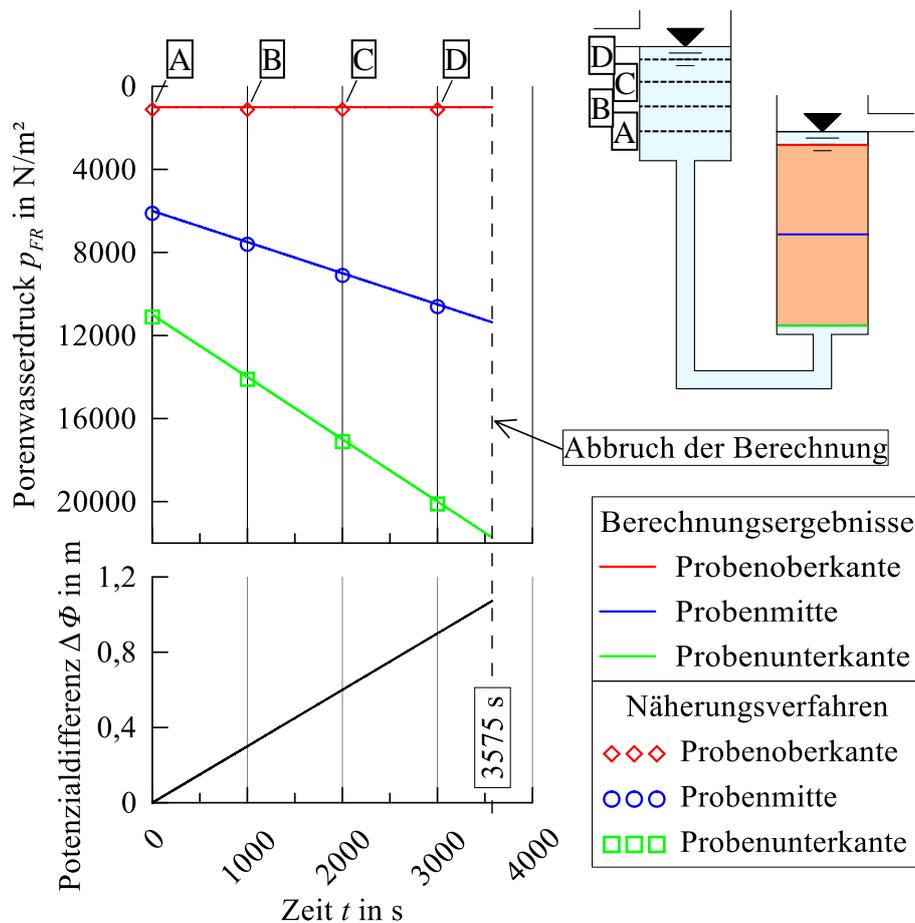


Abbildung 6.4: Porenwasserdruck über die Zeit für konstant steigende Potenzialdifferenz

In Abbildung 6.5 sind links nochmals die Ergebnisse des Porenwasserdrucks aus dem Berechnungsprogramm für die Zeitpunkte A - D über die Höhe dargestellt. Mit zunehmender Tiefe ist hier eine Zunahme des Porenwasserdrucks zu erkennen. Dies ist ebenfalls nachvollziehbar, da nach Gleichung (6.25) der Porenwasserdruck linear von der Tiefe unterhalb des Grundwasserstandes abhängig ist.

Rechts in Abbildung 6.5 sind die effektiven Spannungen σ_s' für die Zeitpunkte A-D dargestellt. Zusätzlich sind die Spannungen zum Zeitpunkt $t = 3575$ s dargestellt, bei dem die Berechnung abgebrochen wurde. Die effektiven Spannungen nehmen ebenfalls mit der Tiefe zu, mit der Zeit verringern sie sich jedoch aufgrund der größer werdenden Strömungskraft. Beim Abbruch der Berechnungen haben sich die effektiven Spannungen soweit reduziert, dass diese über die gesamte Höhe gleich null sind bzw. geringe Zugspannungen auftreten. Da Zugspannungen nicht auftreten sollen, wurde durch das Abbruchkriterium die Berechnung beendet. Für den Zeitschritt des Abbruchs der Berechnungen ergab sich für den hydraulischen Gradienten ein Wert von 1,0725. Den gleichen Wert liefert auch der kritische hydraulische Gradient nach Glei-

chung (6.24) für dieses Beispiel, sodass nach diesem Ansatz ein hydraulischer Grundbruch eintreten würde. Dies ist gleichbedeutend mit dem Versagen der gesamten Bodenprobe. Es ist also durchaus sinnvoll die Berechnung beim Auftreten von Zugspannungen abzubrechen.

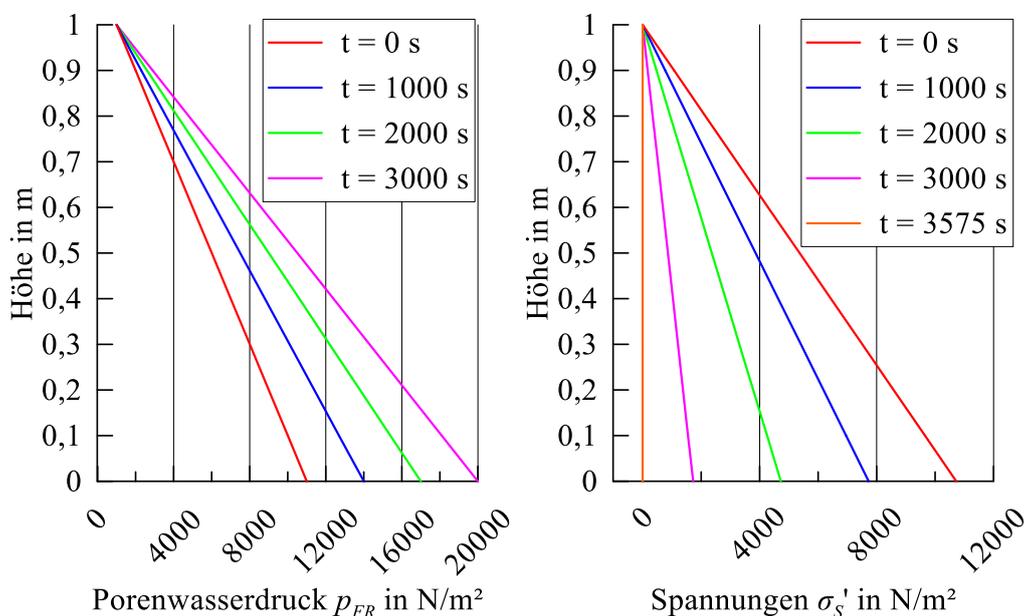


Abbildung 6.5: Porenwasserdruck p_{FR} (links) und effektive Spannungen σ_s' (rechts) über die Höhe für die Zeitpunkte A-D

Mit dem vorgestellten Beispiel konnte anhand einer Strömungsberechnung in einem Durchströmungsversuch gezeigt werden, dass das Berechnungsprogramm mit der klassischen Berechnung vergleichbare Ergebnisse liefert. Dies konnte anhand der Porenwasserdruckverteilung im hydrostatischen Zustand und auch bei einer Durchströmung gezeigt werden. Sowohl über die Höhe der Bodenprobe als auch bei Änderung der Potenzialdifferenz mit der Zeit ergeben sich identische Werte. Des Weiteren stimmt das Kriterium zum Abbruch der Berechnung bei Auftreten von Zugspannungen mit dem theoretischen Wert des kritischen hydraulischen Gradienten überein, ab dem ein Auftreten eines hydraulischen Grundbruchs zu erwarten ist. Das Berechnungsprogramm liefert somit plausible Ergebnisse und ist für weitere Berechnungen geeignet.

6.3. Parametervariationen

Nachfolgend werden Variationen der in dem Massenproduktionsterm enthaltenen Parameter vorgestellt. Für die Parametervariationen wurde das bereits in Abschnitt 6.2 verwendete Beispiel beibehalten. Lediglich der kritische hydraulische Gradient $i_{krit,eros}$ wurde mit 0,12 angenommen und der Verlauf der Potenzialdifferenz angepasst. Das Potenzial an der Unterkante wurde zunächst gesteigert, sodass der kritische Gradient deutlich überstiegen wurde, und danach konstant gehalten. Der Verlauf der Potenzialdifferenz ist unten in Abbildung 6.6 abgebildet. Der Zeitpunkt, bei dem die Potenzialdifferenz zu einem hydraulischen Gradienten führt,

welcher den kritischen hydraulischen Gradienten $i_{krit,eros}$ überschreitet, ist in den Diagrammen durch eine gestrichelte Linie dargestellt.

Variation des Massenproduktionsterms bei Erosion

Bei der Variation der Erosionsparameter wurden sowohl der Erosionsparameter λ_{m1} als auch die Exponenten λ_{m2} und λ_{m4} untersucht. Die Ergebnisse sind für das sechste von 10 Elementen, also mittig der Bodenprobe, ausgewertet und in Abbildung 6.6 bis Abbildung 6.8 dargestellt. Um eine Vergleichbarkeit auch zwischen den Parameter zu erhalten, zeigt die blaue Kurve jeweils die Ergebnisse mit den Standardeinstellungen nach Tabelle 6.3.

Nach Überschreiten der kritischen Geschwindigkeit steigt für diese Einstellungen die Massenproduktion an. Entsprechend steigt auch der Anteil gelöster Partikel n_{P1} (siehe Abbildung 6.6).

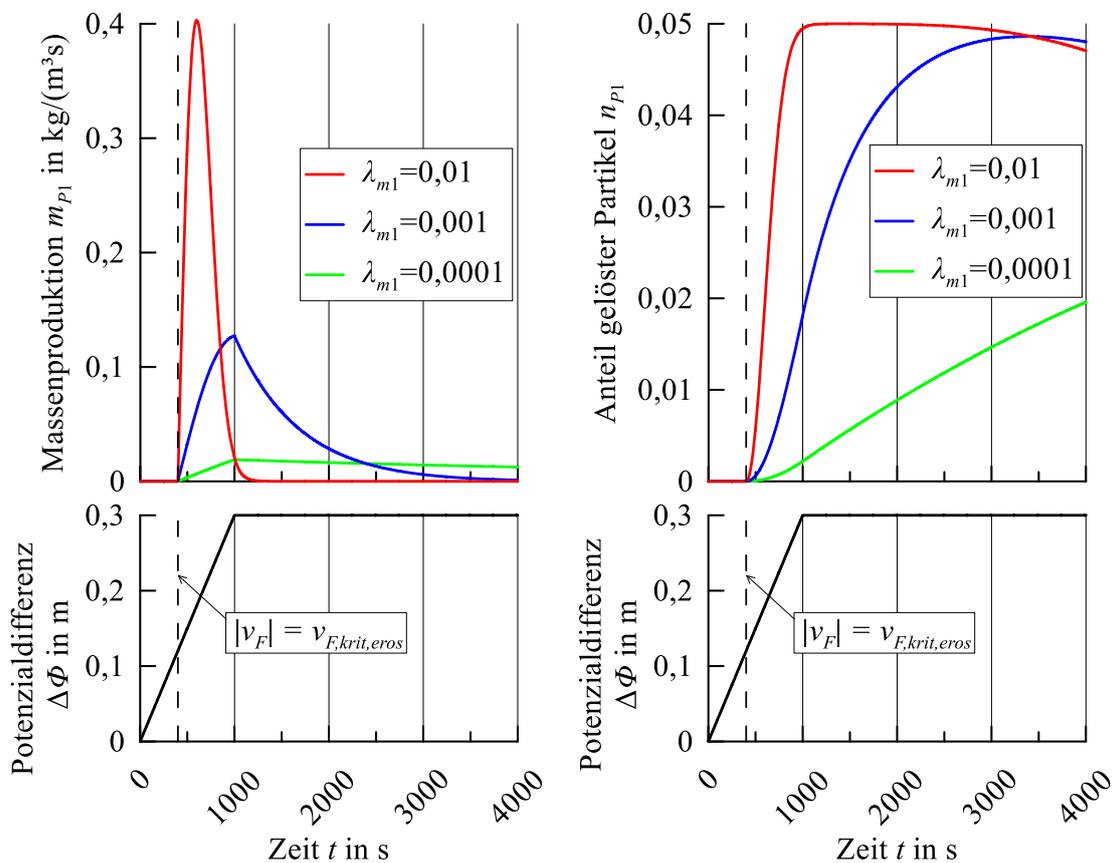


Abbildung 6.6: Variation des Erosionsparameters λ_{m1} : Massenproduktion m_{P1} und Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} über die Zeit t

Die Produktion an Masse steigt solange an, bis die maximale Potenzialdifferenz erreicht ist. Danach geht die Massenproduktion mit der Zeit wieder zurück. Dies liegt daran, dass die Strömungskraft ab diesem Zeitpunkt konstant ist, der Anteil noch lösbarer Partikel im Korngerüst n_{S1} jedoch geringer wird. Durch eine Verringerung des Erosionsparameters λ_{m1} um den Faktor 10 verringert sich auch die Massenproduktion und führt folglich zu einer langsameren Zunahme

gelöster Partikel (grüne Linie in Abbildung 6.6). Wird der Parameter hingegen um den Faktor 10 erhöht, läuft die Massenproduktion deutlich schneller ab. Für dieses Beispiel ist bei einem Erosionsparameter $\lambda_{m1} = 0,01$ bereits nach kurzer Zeit und noch vor Erreichen der maximalen Potenzialdifferenz die Masse der Fraktion S1 fast vollständig erodiert. Die rote Kurve links in Abbildung 6.6 zeigt den rapiden Anstieg der Massenproduktion, welcher auch dazu führt, dass der Anteil gelöster Partikel nach kurzer Zeit sein Maximum erreicht. Da aufgrund des als gering angenommenen Anteils lösbarer Partikel die Masse dieser Partikel schnell erodiert ist, geht auch die Massenproduktion selbst auf null zurück. Im rechten Diagramm der Abbildung 6.6 ist zusätzlich der Abtransport der Partikel zu erkennen, der durch den Rückgang der Kurven für $\lambda_{m1} = 0,01$ und $\lambda_{m1} = 0,001$ wiedergespiegelt wird. Auf diesen Effekt soll später noch genauer eingegangen werden.

Die Ergebnisse der Variation des Exponenten λ_{m2} sind in Abbildung 6.7 dargestellt. Wie bereits in Abschnitt 5.2 zu den Restriktionen der Parameter des Massenproduktionsterms erläutert, sind Werte kleiner null für den Exponenten nicht sinnvoll. Da sich in Berechnungen mit Werten zwischen null und eins für λ_{m2} negative Volumenanteile ergaben, sind hier ausschließlich ganzzahlige Werte größer gleich eins gewählt.

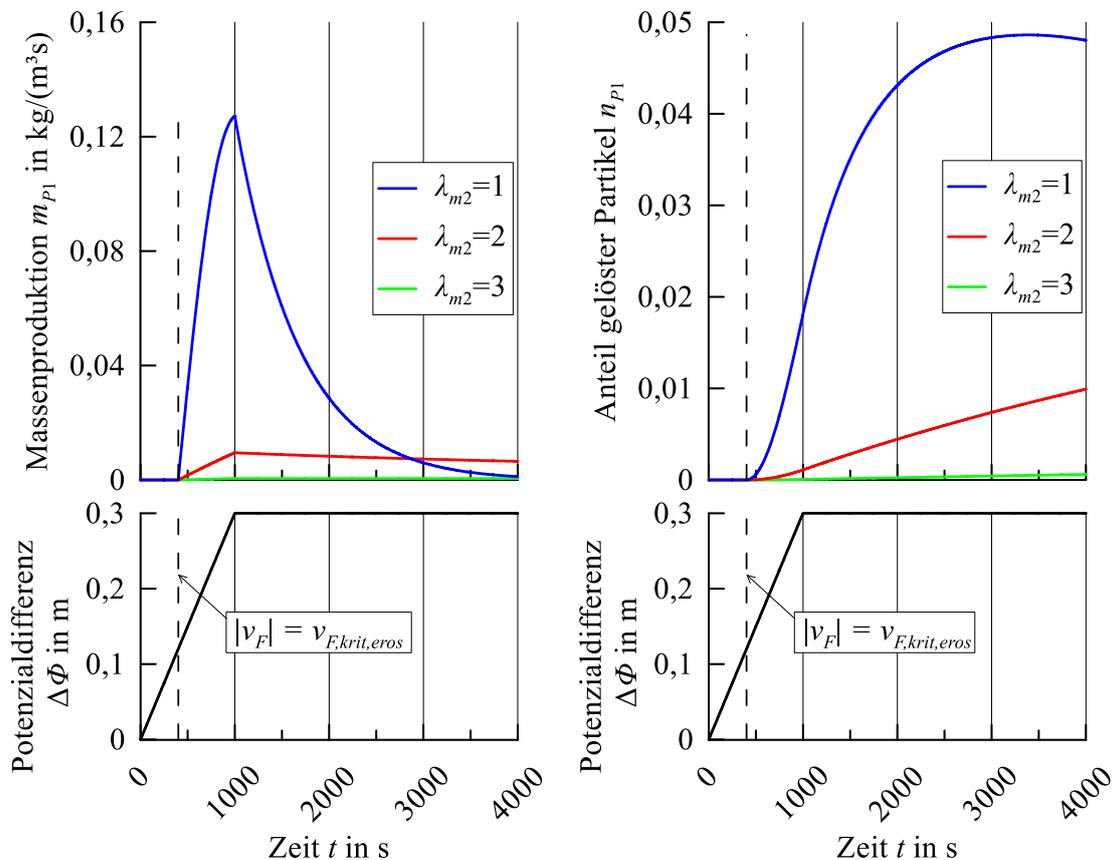


Abbildung 6.7: Variation des Exponenten λ_{m2} : Massenproduktion m_{P1} und Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} über die Zeit t

Eine Steigerung des Exponenten λ_{m2} führt in Abhängigkeit der Zeit zu einer Verringerung der Massenproduktion. Abbildung 6.7 zeigt für einen Wert von $\lambda_{m2} = 2$ schon eine deutlich geringe Massenproduktion im Vergleich zu der Standardberechnung. Der Anteil gelöster Partikel nimmt dadurch langsamer zu und erreicht ein kleineres Maximum, da Partikel im Verlauf der Zeit abtransportiert werden. Eine weitere Steigerung von λ_{m2} verringert die Massenproduktion und damit den Anteil gelöster Partikel nochmals deutlich. Der Exponent λ_{m2} im Massenproduktionsterm ruft folglich eine Verzögerung der Massenproduktion hervor und bewirkt somit eine Verlangsamung des Erosionsprozesses.

Bei der Variation des Exponenten λ_{m4} sind zwei Fälle zu betrachten. Ist die Filtergeschwindigkeit v_F weniger als doppelt so groß wie die kritische Geschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$, ergeben sich für den Geschwindigkeitsanteil Werte kleiner eins. In diesem Fall führt eine Erhöhung des Exponenten λ_{m4} zu einer Verzögerung der Massenproduktion. Dieser Effekt ist in dem vergrößerten Ausschnitt der Abbildung 6.8 links dargestellt.

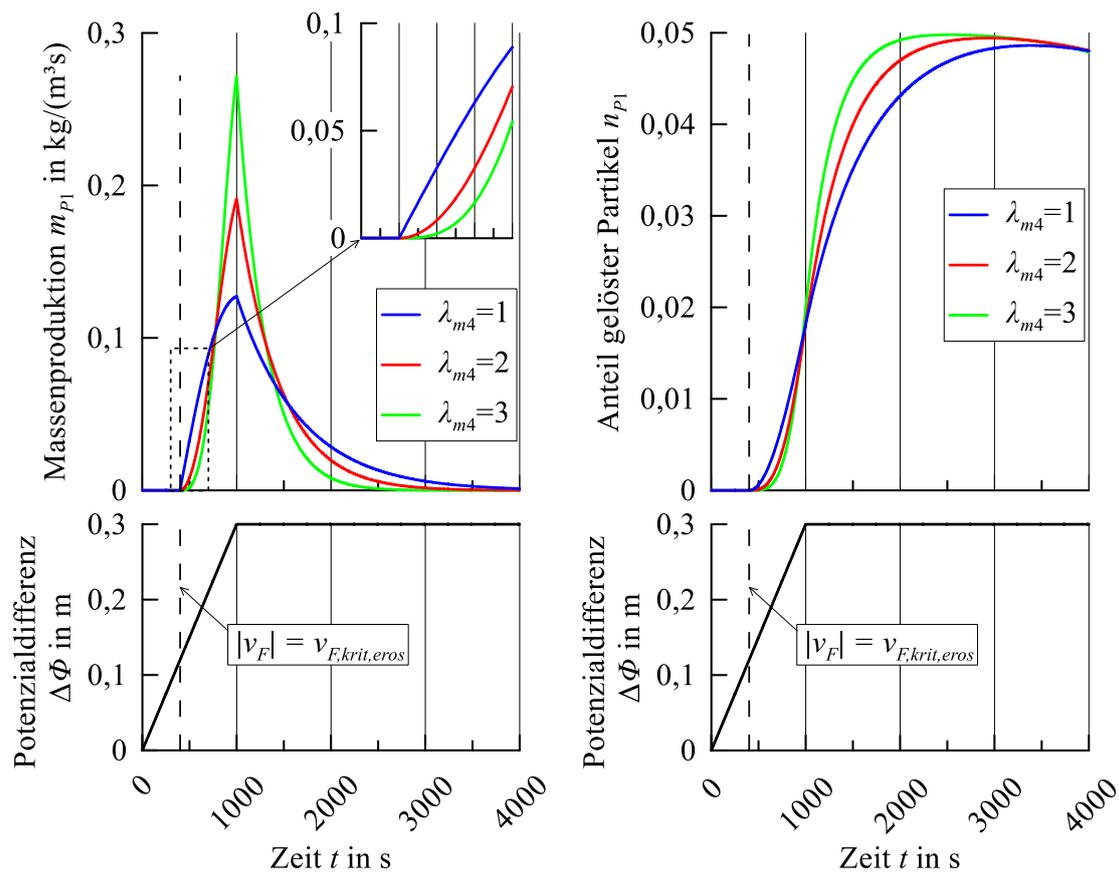


Abbildung 6.8: Variation des Exponenten λ_{m4} : Massenproduktion m_{P1} und Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} normiert über die Zeit t

Je größer der Exponent gewählt ist, desto geringer ist in den ersten Zeitschritten die Massenproduktion und nimmt nur langsam zu. Übersteigt jedoch die Filtergeschwindigkeit das doppelte der kritischen Geschwindigkeit, nimmt bei großen Exponenten λ_{m4} die Massenproduktion deutlich schneller zu, da der Geschwindigkeitsanteil dann größer eins ist. Auch die maximale Masse der Partikel, also die Anzahl der gelösten Partikel, die pro Zeiteinheit produziert wird, ist bei großen Exponenten λ_{m4} deutlich höher. Daraus resultiert für den Anteil an gelösten Partikeln n_{P1} , dass dieser bei größeren Exponenten zunächst langsamer, dann aber deutlich schneller zunimmt, als dies bei kleinen Werten für λ_{m4} geschieht (vgl. Abbildung 6.8 rechts).

Eine Erhöhung des Exponenten λ_{m4} bewirkt eine Verzögerung der Massenproduktion und damit eine langsamere Zunahme gelöster Partikel. Es ist jedoch zu beachten, dass ab einer im Vergleich zur kritischen Geschwindigkeit mehr als doppelt so großen Filtergeschwindigkeit die Massenproduktion deutlich beschleunigt wird und der Anteil gelöster Partikel dann schnell ansteigt.

Kombination der Erosionsparameter

Aus den bisherigen Ergebnissen der Variationsrechnungen für die Erosionsparameter konnten bereits einige Grenzfälle abgeleitet werden. Vorab wurden in Abschnitt 5.2 Abgrenzungen für die jeweiligen Parameter herausgestellt. So wurden negative Werte für alle Erosionsparameter bereits ausgeschlossen. Während der Berechnungen ergaben sich weitere Einschränkungen, die zusätzliche Grenzen für die Parameter im Massenproduktionsterm setzen. Ein Wert größer oder gleich eins für den Erosionsparameter λ_{m1} liefert beispielsweise negative Volumenanteile. Da negative Volumenanteile physikalisch nicht möglich sind, wären Werte für λ_{m1} größer oder gleich eins nicht zulässig. Um die Grenzen genauer zu untersuchen wurden Variationen mit Kombinationen des Erosionsparameters λ_{m1} mit den Exponenten λ_{m2} bzw. λ_{m4} durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Variation mit kombinierten Parametern sind in Abbildung 6.9 und Abbildung 6.10 dargestellt. Ausgewertet wurde der maximale Wert der Massenproduktion und dieser für den jeweiligen Exponenten in Abhängigkeit vom Erosionsparameter λ_{m1} aufgetragen. Die kombinierten Erosionsparameter und das zugehörige Maximum der Massenproduktion sind durch entsprechende Symbole in den Diagrammen markiert. Weitere Zwischenwerte wurden bei der Variation nicht berücksichtigt.

In der Kombination von Erosionsparameter λ_{m1} und Exponent λ_{m2} konnte mit einem Wert von eins für beide Parameter die Berechnung aufgrund der negativen Volumenanteile nicht zu Ende geführt werden. Entsprechend endet die Kurve für λ_{m2} in Abbildung 6.9 bei einem Erosionsparameter λ_{m1} von 0,1. Eine Erhöhung des Exponenten λ_{m2} ermöglichte hingegen für den Erosionsparameter λ_{m1} auch Werte gleich oder größer eins. Für $\lambda_{m2} = 2$ und $\lambda_{m2} = 3$ konnten auch für die nächst höheren Werte von λ_{m1} als die im Diagramm der Abbildung 6.9 dargestellten, angewendet werden.

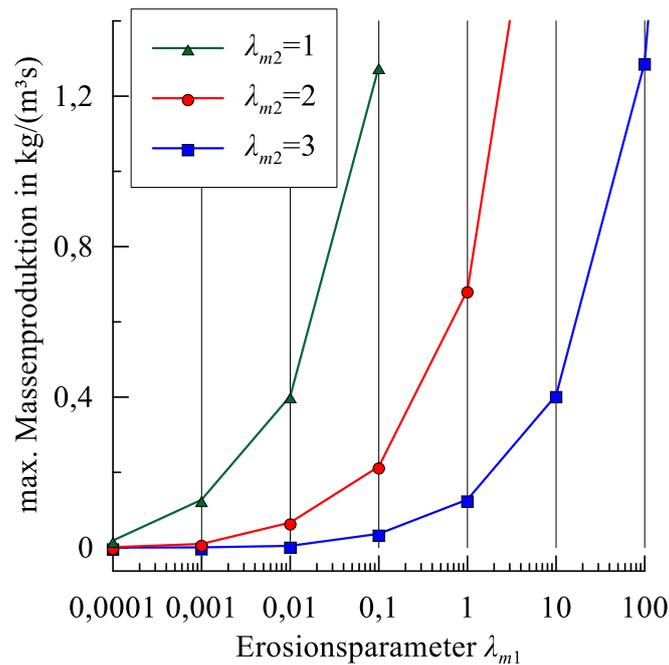


Abbildung 6.9: Variation der Kombination Erosionsparameter λ_{m1} mit dem Exponent λ_{m2}

Eine Erhöhung des Exponenten λ_{m4} führte bei der Kombination mit dem Erosionsparameter λ_{m1} zu keiner Vermeidung des Berechnungsfehlers. Dementsprechend sind in Abbildung 6.10 ausschließlich Werte kleiner eins für den Erosionsparameter aufgeführt. Da der Geschwindigkeitsanteil zunächst Werte kleiner eins und schließlich auch Werte größer eins liefern kann, wurde

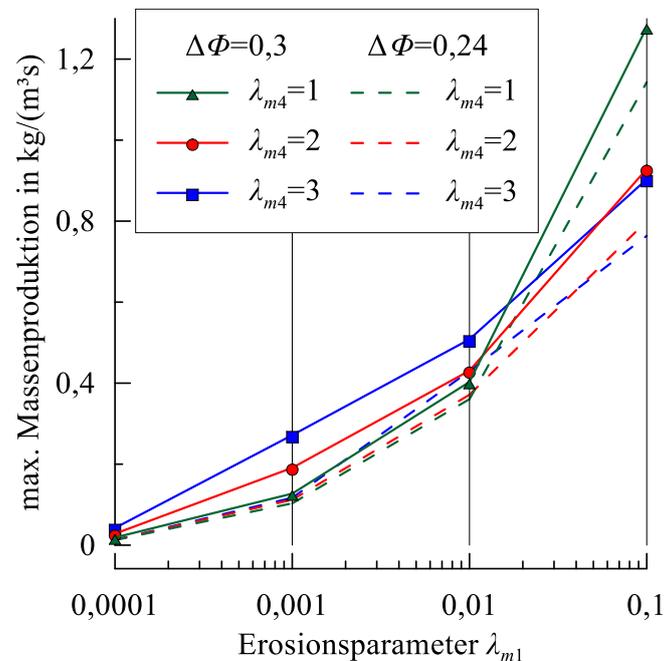


Abbildung 6.10: Variation der Kombination Erosionsparameter λ_{m1} mit dem Exponent λ_{m4}

eine weitere Variation durchgeführt. Die bei dieser Variation gewählte Potenzialdifferenz $\Delta\Phi$ führte zu einer Filtergeschwindigkeit, die maximal dem doppelten der kritischen Geschwindigkeit entspricht. Diese Variation lieferte jedoch ausschließlich geringere Maximalwerte für die Massenproduktion und ermöglichte keine weitere Erhöhung des Erosionsparameters λ_{m1} . Die Ergebnisse der erneuten Variation mit reduzierter Potenzialdifferenz sind mit gestrichelten Linien in Abbildung 6.10 dargestellt.

Die in Abschnitt 5.2 aufgeführten Restriktionen für die Parameter des Massenproduktionsterms können somit bestätigt bzw. noch weiter eingegrenzt werden. So sind für den Erosionsparameter λ_{m1} ausschließlich Werte zwischen null und eins anzuwenden. Lediglich in der Kombination mit dem Exponenten λ_{m2} sind hier auch Werte größer eins möglich. Die Exponenten sind wiederum gleich oder größer eins zu wählen.

Variation des Massenproduktionsterms bei Sedimentation

Die gleichen Variationen wie bei dem Massenproduktionsterm für Erosion wurden auch für den Anteil der Sedimentation durchgeführt. Um die Variation für die Sedimentation auf gleiche Weise durchführen zu können, waren Änderungen der Anfangs- und Randwerte notwendig. Der Volumenanteil potenziell lösbarer Partikel n_{S1} wurde zu null gesetzt. Aufgrund der Sättigungsbedingung ergibt sich bereits zu Beginn der Berechnung ein Volumenanteil ungleich null für die Fraktion gelöster Partikel $P1$. Des Weiteren wurde das Randpotenzial an der Unterkante der Probe zu Beginn mit einer Differenz zur Oberkante eingestellt und eine negative Steigung vorgegeben. Die Potenzialdifferenz wurde solange reduziert bis diese null erreichte. Im Anschluss daran wurde das Potenzial an der Probenunterkante und damit auch die Potenzialdifferenz konstant gehalten. Der Verlauf der Potenzialdifferenz mit der Zeit ist unten in Abbildung 6.11 abgebildet. Zur Berechnung der kritischen Geschwindigkeit $v_{F,krit,depo}$ als Startpunkt der Sedimentation wurde ebenfalls $i_{krit,depo} = 0,12$ als kritischer Gradient gewählt.

Durch die Vorgabe der Anfangswerte sind alle Partikel als gelöste Partikel im Fluid vorhanden. Fällt die Filtergeschwindigkeit v_F nun unter den kritischen Wert für die Sedimentation, beginnen sich die Partikel anzulagern. Der Anteil der Sedimentation ist im Massenproduktionsterm negativ definiert. Dementsprechend ist in Abbildung 6.11 links die Massenproduktion m_{P1} negativ aufgetragen. Ein negativer Wert der Massenproduktion führt zu einer Reduzierung der gelösten Partikel. Der Anteil gelöster Partikel n_{P1} in Abbildung 6.11 rechts nimmt daher ab. Die gelösten Partikel werden der Fraktion $S1$ und damit dem Korngerüst zugeordnet. Deren Volumenanteil nimmt entsprechend zu. Dieser Vorgang läuft so lange bis der Anteil gelöster Partikel n_{P1} null ist. Danach erfolgen keine Änderungen der Volumenanteile mehr.

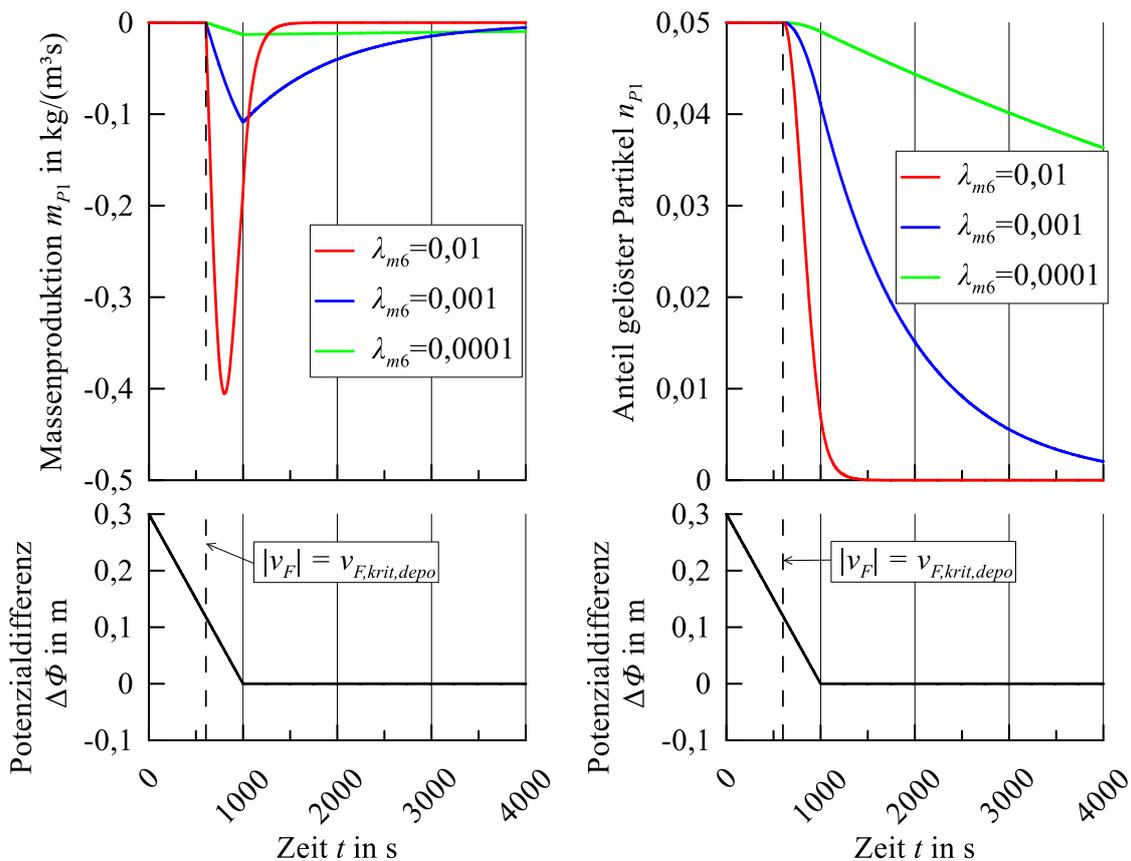


Abbildung 6.11: Variation des Sedimentationsparameters λ_{m6} : Massenproduktion m_{P1} und Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} über die Zeit t

Die Variation des Sedimentationsparameters λ_{m6} wurde vergleichbar zum Erosionsparameter durchgeführt und der Parameter λ_{m6} um den Faktor 10 erhöht bzw. verringert. Sowohl eine Erhöhung als auch eine Verringerung des Sedimentationsparameters λ_{m6} bewirken zum Erosionsparameter λ_{m1} vergleichbare Effekte. Die Verringerung von λ_{m6} führt zu einer geringen Masse, die pro Zeit abgelagert wird. Dies hat eine langsame Abnahme des Volumenanteils gelöster Partikel n_{P1} zur Folge. Dahingegen beschleunigt eine Erhöhung des Sedimentationsparameters λ_{m6} die Ablagerung der Partikel. Wie der roten Kurve in Abbildung 6.11 rechts zu entnehmen ist, nimmt der Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} schnell ab, bis dieser schließlich gleich null ist. Dies wird durch die große Menge an Masse bewirkt, die sich infolge eines hohen Sedimentationsparameters pro Zeit ergibt.

Die Variationsrechnungen zu den Exponenten λ_{m7} und λ_{m9} im Massenproduktionsterm für Sedimentation haben ebenfalls vergleichbare Auswirkungen wie die Exponenten des Erosionsanteils. Der Exponent λ_{m7} führt zu einer deutlichen Verringerung der Massenproduktion pro Zeit und somit zu einer Verzögerung des Sedimentationsprozesses. Wohingegen eine Erhöhung des Exponenten λ_{m9} eine geringe Massenproduktion zu Beginn des Sedimentationsprozesses, aber auch einen größeren Maximalwert der Massenproduktion hervorruft. Die Abweichungen der

Variationsrechnungen des Exponenten λ_{m6} von der ursprünglichen Berechnung sind jedoch nur sehr gering. Dies resultiert auch daraus, dass der Geschwindigkeitsanteil bei der Sedimentation ausschließlich zwischen eins und null liegt. Der Einfluss des Exponenten λ_{m6} auf die Massenproduktion und damit auf den Sedimentationsprozess sind somit sehr gering.

Die Ergebnisse der Variationsrechnungen zu den Exponenten λ_{m7} und λ_{m9} wurden ebenfalls grafisch dargestellt und finden sich im Anhang in Abbildung 9.1 und Abbildung 9.2.

Partikeltransport im 1D-Strömungsversuch

Mit den Variationen von Erosions- und Sedimentationsparametern sowie den Exponenten konnte bereits die Aufgabe des Massenproduktionsterms m_{P1} aufgezeigt werden. Bei Filtergeschwindigkeiten oberhalb des Grenzwertes $v_{F,krit,eros}$ werden Partikel in Form von Masse „produziert“, hier bedeutet dies ein Austausch zwischen den Phasen gelöster und nicht gelöster Partikel. Der Austausch führt zu einer Erhöhung der im Fluid gelösten Partikel und zur Reduzierung der Partikel im Korngerüst. Wird schließlich nach Verringerung der Filtergeschwindigkeit der Grenzwert $v_{F,krit,depo}$ unterschritten, erfolgt der Austausch in umgekehrter Richtung. Der Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} verringert sich wieder wohingegen der Anteil der Partikel im Korngerüst n_{S1} wieder zunimmt.

Damit ist jedoch nur der Austausch zwischen den Phasen beschrieben. Erst durch den Transport der Partikel wird der Erosionsprozess, in diesem Modell speziell die Suffosion, vollständig beschrieben. Dabei hat der Massenproduktionsterm m_{P1} nur soweit Einfluss auf den Transport, dass ausschließlich gelöste Partikel abtransportiert werden. An dieser Stelle soll trotzdem kurz auf den Transport eingegangen und gezeigt werden, dass mit dem hier vorgestellten Modell ein Erosionsprozess, in diesem Fall der Suffosionsprozess, vollständig abgebildet werden kann.

Der Suffosionsprozess lässt sich am einfachsten anhand der Entwicklung der Volumenanteile zeigen. Suffosion liegt vor, wenn feine Bodenpartikel aus dem Korngerüst gelöst und abtransportiert werden. Bei einem starren Korngerüst, welches auch für das Modell im Berechnungsprogramm angenommen wurde, führt der Verlust an Partikeln zu einer Vergrößerung des Porenraums. Bezogen auf das vorliegende Modell bedeutet das, dass der Volumenanteil des Fluides mit der Zeit zunehmen muss. Allein das Lösen von Partikeln bedeutet eine Vergrößerung des Porenraums, da gelöste Partikel als fluide Phase eingestuft sind. Der Transport wird jedoch erst durch die Änderung des Volumenanteils vom Fluid deutlich.

Um den Transport der Partikel aufzeigen zu können, wurden die zuvor bereits verwendeten Grundeinstellungen verwendet und die Berechnungszeit verlängert. Die Potenzialdifferenz wurde wie bei der Variation der Erosionsparameter angesetzt.

Abbildung 6.12 zeigt die Auswertung der Volumenanteile für das Fluid n_F , die gelösten Partikel n_{P1} und die noch an das Korngerüst gebundenen Partikel n_{S1} . Dargestellt mit durchgezogenen Linien sind zunächst die Volumenanteile für das sechste von 10 Elementen. Dieses Element ist als Mitte im Diagramm gekennzeichnet. Punktiert sind darüber hinaus die Ergebnisse des untersten Elementes abgebildet.

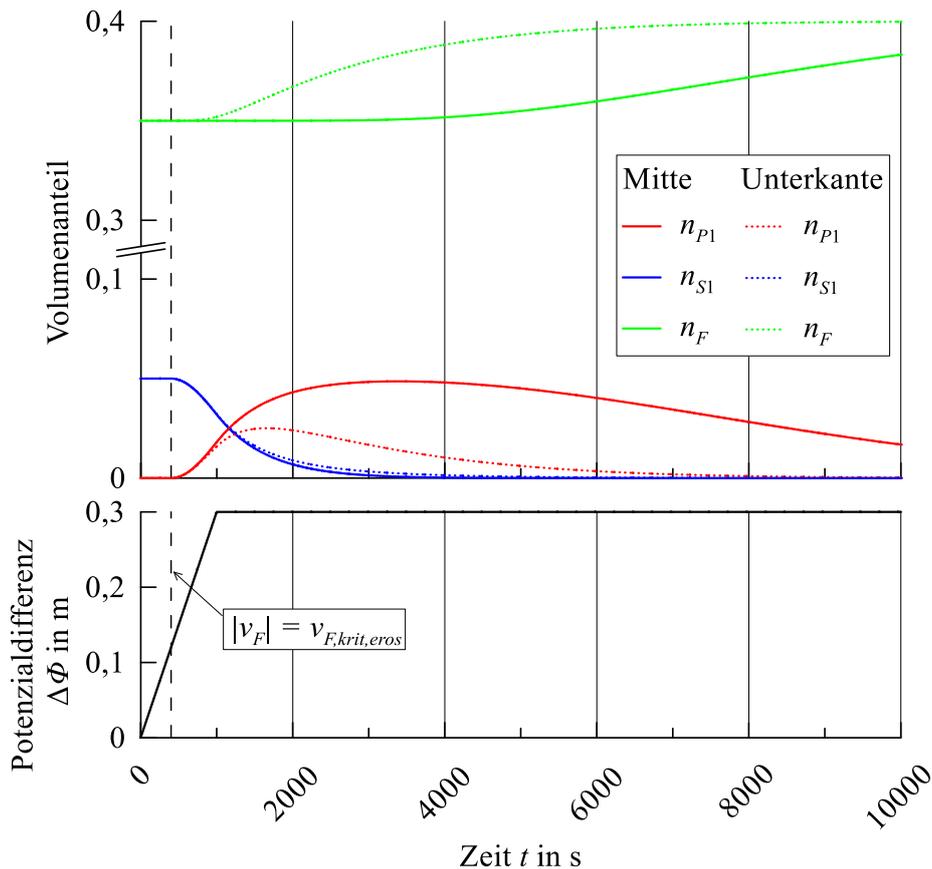


Abbildung 6.12: Änderung der Volumenanteile während des Suffosionsprozesses

Für die Mitte der Probe ist zu erkennen, dass zunächst der Austausch zwischen den Phasen gelöster und nicht gelöster Partikel abläuft. Gleichzeitig beginnt der Transport der Partikel. In der Mitte der Probe wirkt sich der Transport zunächst nur gering aus, da Partikel aus den unteren Elementen auch in das betrachtete Element transportiert werden. Nach und nach werden immer mehr Partikel abtransportiert. Dies führt schließlich zum Anstieg des Fluidvolumens n_F wohingegen sich der Anteil gelöster Partikel n_{P1} verringert.

An der Unterkante wurde vorgegeben, dass keine Partikel nachströmen können. Es werden aus dem untersten Element also Partikel ausschließlich abtransportiert. Dadurch erhöht sich in dem untersten Element der Volumenanteil des Fluides n_F deutlich früher als in den darüber liegenden Elementen. Gleichzeitig bleibt der maximale Volumenanteil an Partikel n_{P1} deutlich geringer im Vergleich zu den oberen Elementen.

Etwas deutlicher lässt sich der Transport der Partikel anhand des Konturdiagramms aus Abbildung 6.13 ablesen. In diesem sind auf der y-Achse die Elemente aufgetragen und auf der x-Achse ist die Zeit angegeben. Die Volumenanteile sind für jedes Element und für jeden Zeitpunkt entsprechend ihrer Größe farblich nach der rechts dargestellten Skala markiert.

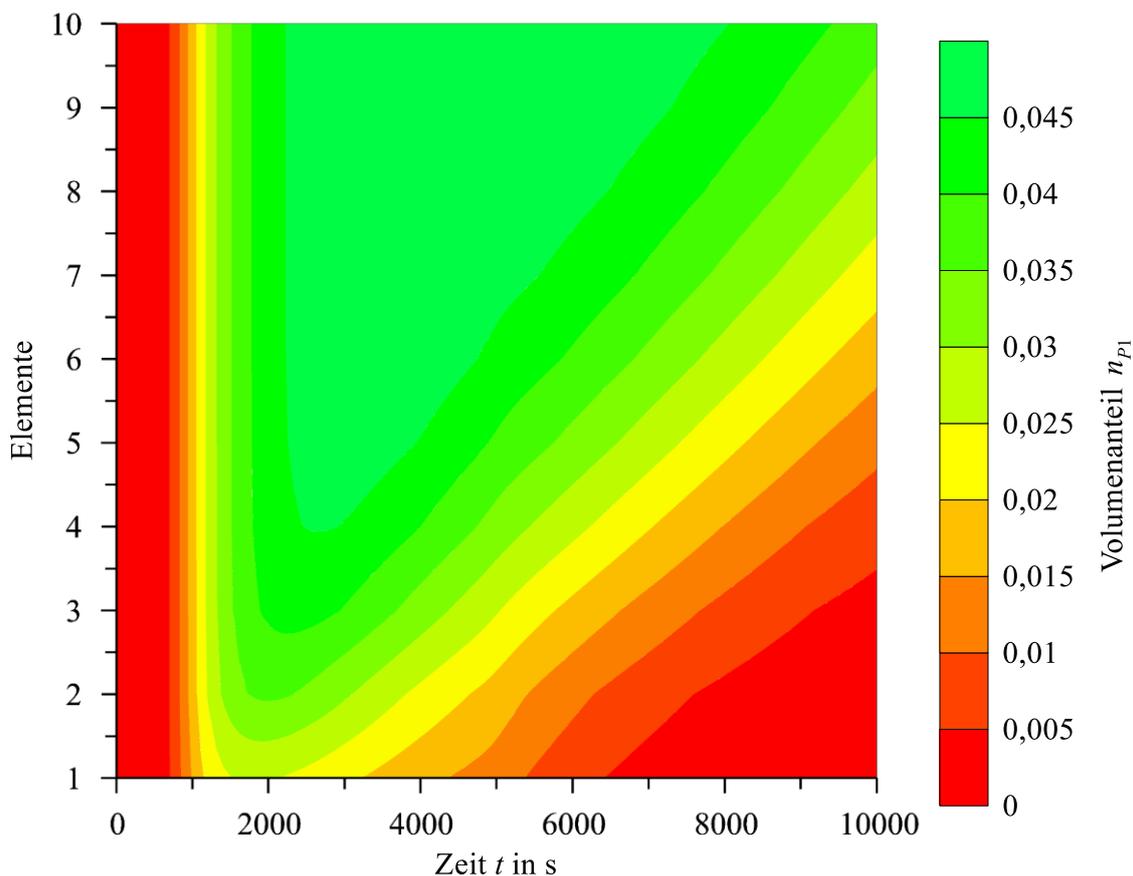


Abbildung 6.13: Konturdiagramm zur Verteilung des Volumenanteils der Partikel n_{P1} über die Elemente und die Zeit t

Die zuvor beschriebene Entwicklung der Volumenanteile ist im Konturdiagramm ebenfalls zu erkennen. Zunächst sind in allen Elementen keine gelösten Partikel vorhanden. Der Volumenanteil n_{P1} ist entsprechend gleich null, gekennzeichnet durch den roten Bereich in Abbildung 6.13. Nach überschreiten der kritischen Geschwindigkeit beginnt langsam das Lösen der Partikel in allen Elementen. In den oberen Elementen dauert die Produktion an bis alle Partikel gelöst sind und sich schließlich für den Anteil gelöster Partikel ein Maximum von etwa 0,05 einstellt. Da von der Unterkante her keine Partikel nachströmen und auch der Transport der Partikel sofort einsetzt, wird der Maximalwert im unteren Bereich nicht erreicht. Mit weiter andauerndem Transport werden schließlich alle gelösten Partikel abtransportiert, sodass von unten beginnend der Anteil gelöster Partikel n_{P1} wieder auf null zurückgeht.

Mit dem Abtransport der Partikel nimmt der Volumenanteil des Fluides n_F zu. Abbildung 6.14 zeigt die Verteilung des Volumenanteils des Fluides im Konturdiagramm. Für die ersten Zeitschritte weist der Volumenanteil den Startwert von 0,35 auf. Nach Beginn des Austausches von Partikeln zwischen den Phasen gelöster und ungelöster Partikel n_{P1} und n_{S1} bleibt das Fluidvolumen zunächst konstant. Erst durch den Abtransport von Partikeln erhöht sich der Volumenanteil des Fluides n_F . Entsprechend des Abtransportes der Partikel, der in Abbildung 6.13 dargestellt ist, nimmt der Volumenanteil des Fluides von der Unterkante der Bodenprobe her zu. Die Zunahme setzt sich weiter fort, bis, zuerst in den untersten Elementen, der maximale Volumenanteil für n_F von 0,4 erreicht ist. Gleichzeitig setzt sich die Zunahme des Volumenanteils in die oberen Elemente fort, da hier nach und nach Partikel ebenfalls abtransportiert werden. Die Zunahme des Fluidvolumens n_F deckt sich dabei mit der Abnahme vom Anteil gelöster Partikel n_{P1} . Der Transport wird somit vom Berechnungsprogramm richtig abgebildet.

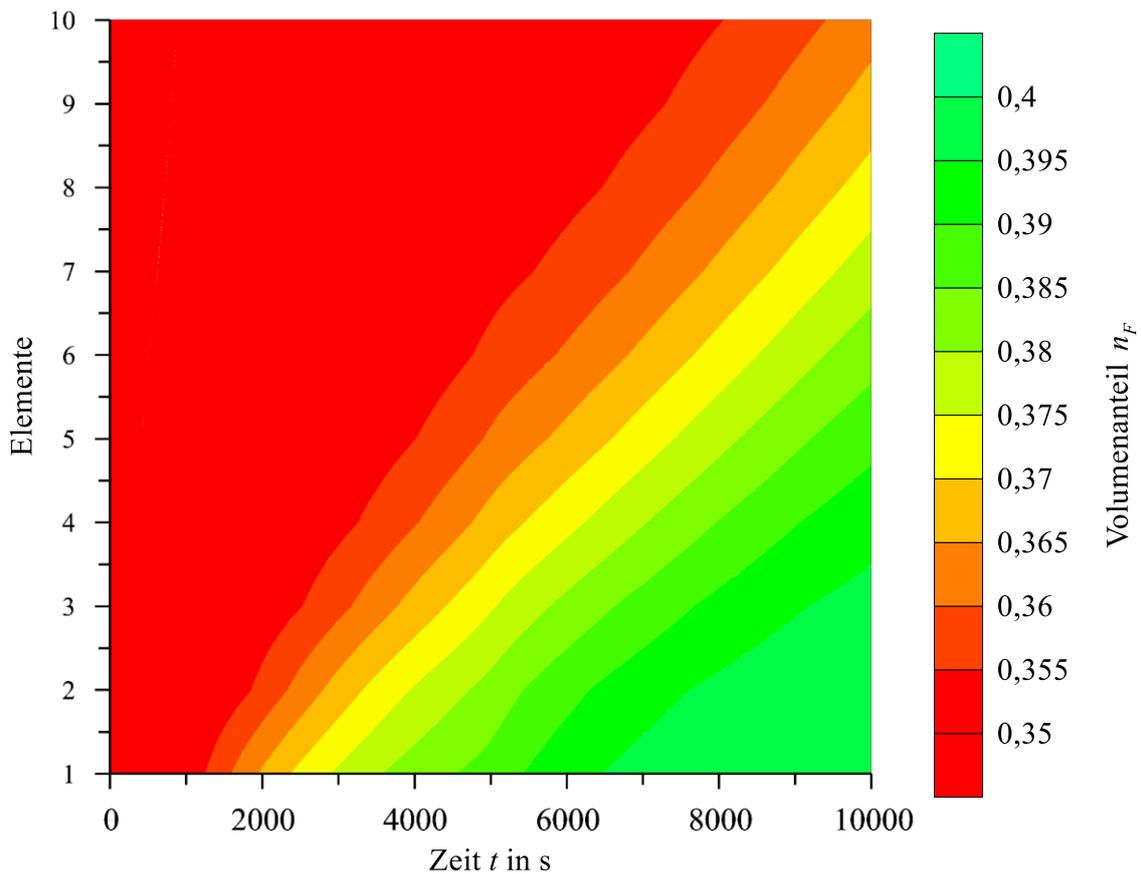


Abbildung 6.14: Konturdiagramm zur Verteilung des Volumenanteils des Fluides n_F über die Elemente und die Zeit t

Variation des Hilfsparameters χ der Resistivität R_{SP1}

Nachfolgend soll kurz auf eine Variation des Hilfsparameters χ , der in der Resistivität R_{SP1} enthalten ist, eingegangen werden. Dieser Hilfsparameter wurde nach einem ersten Ansatz von Buscher und Perau (2021a) angesetzt. Die Resistivitäten haben keinen direkten Einfluss auf die Massenproduktion, mit der Variation kann jedoch die Auswirkung der Resistivität R_{SP1} aufgezeigt und die Resultate in die weitere Entwicklung der Resistivitäten einfließen.

Während der Variation wurde der Hilfsparameter χ jeweils um den Faktor 10 verändert. Die Ergebnisse der Variationsrechnung sind in Abbildung 6.15 dargestellt. Im unteren Teil der Abbildung ist anhand der rechten Skala in orange die Massenproduktion und in schwarz entsprechend der linken Skala die Potenzialdifferenz aufgetragen. Eine Änderung des Hilfsparameters χ hat keine bzw. minimale Auswirkung auf die Massenproduktion. Diese entspricht für alle

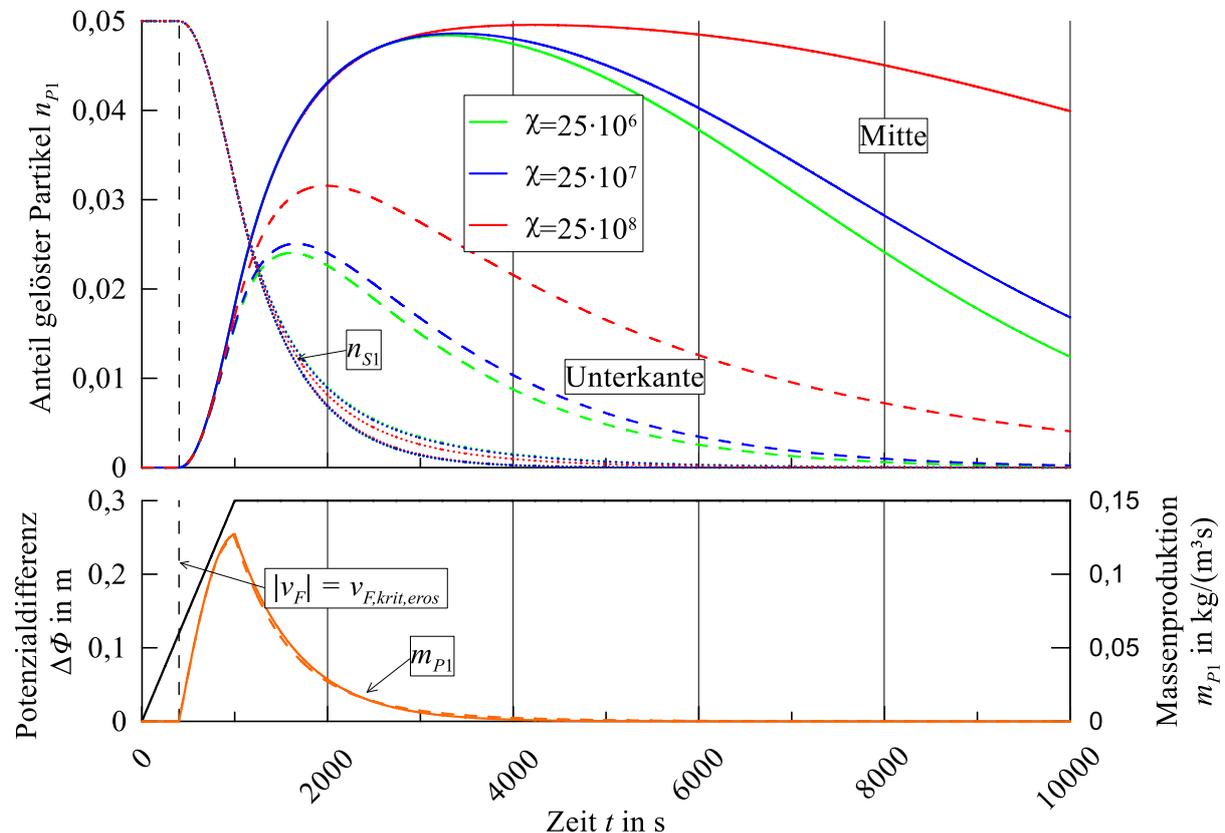


Abbildung 6.15: Anteil gelöster Partikel bei der Variation des Hilfsparameters χ über die Zeit t

Varianten sowie für das mittlere und das unterste Element in etwa dem Verlauf der durchgezogenen bzw. gestrichelten Linie. Dementsprechend reduziert sich der zusätzlich als gepunktete Linie im Diagramm eingezeichnete Volumenanteil angelagerter Partikel n_{S1} in der Mitte für jede Variante nahezu identisch. Auch der Anteil gelöster Partikel n_{P1} weist zunächst keine Abweichungen auf. Mit der Zeit nimmt der Anteil gelöster Partikel n_{P1} schneller ab, je kleiner der

Hilfsparameter χ gewählt ist. An der Unterkante der Bodenprobe sind hingegen Abweichungen bei dem Anteil gelöster Partikel deutlich früher zu erkennen. Je geringer der Widerstand des Korngerüsts ist, desto kleiner ist an der Unterkante der Maximalwert des Volumenanteils gelöster Partikel n_{P1} . Desto kleiner der Widerstand des Korngerüsts gegen das Durchdringen der Partikel ist, umso schneller können Partikel abtransportiert werden. Auf die Massenproduktion hat die Resistivität R_{SP1} dabei nur sehr geringe Auswirkungen. Sie hat aber wesentlichen Einfluss auf den Transport der Partikel durch das Korngerüst. Ist der Widerstand klein, kann eine große Menge Partikel schnell abtransportiert werden. Ein großer Widerstand führt hingegen zu einem langsamen Abtransport der Partikel.

Variation des Hilfsparameters ι der Resistivität R_{FP1}

Der Vollständigkeit halber soll auch für die Resistivität R_{FP1} eine mit dem darin enthaltenen Hilfsparameter ι durchgeführte Variationsrechnung vorgestellt werden. Durch die Variation des Hilfsparameters ι mit einem konstanten kritischen hydraulischen Gradienten stellt sich zunächst keine Änderung in der Massenproduktion und damit auch keine Abweichung bei den Verläufen der Volumenanteile ein. Bei der Betrachtung der Geschwindigkeit gelöster Partikel w_{P1} über die Zeit lassen sich jedoch Unterschiede feststellen. Abbildung 6.16 zeigt die Verläufe der Geschwindigkeit gelöster Partikel w_{P1} über die Zeit für unterschiedliche Werte des Hilfsparameters ι . Um Grenzfälle festlegen zu können, wurde das Potenzial an der Unterkante kontinuierlich gesteigert, sodass die Potenzialdifferenz mit der Zeit linear zunimmt.

Die blaue Kurve in Abbildung 6.16 zeigt die Ergebnisse der Berechnungen mit den Grundeinstellungen. Sobald die kritische Geschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$ überschritten ist, wird für die Geschwindigkeit der gelösten Partikel w_{P1} ein positiver Wert ermittelt. Dies bedeutet, dass sich die Partikel mit dem Fluid aufwärtsbewegen. Die Geschwindigkeit gelöster Partikel nimmt mit der Zeit weiter zu, da auch die Filtergeschwindigkeit aufgrund der weiter ansteigenden Potenzialdifferenz weiter zu nimmt. Die Strömungskraft des Fluides wird bei steigender Fließgeschwindigkeit größer und durch die Einwirkung auf die Partikel auch die Geschwindigkeit dieser Partikel.

Eine Erhöhung des Hilfsparameters auf $\iota=0,05$ führt dazu, dass sich für die Geschwindigkeit gelöster Partikel zunächst ein negativer Wert ergibt. Die Partikel bewegen sich also zunächst in die Wirkungsrichtung der Gravitationskraft und entgegen der Strömungsrichtung des Fluides. Dies lässt sich als ein Herabfallen der Partikel interpretieren. Die Strömungskraft ist noch nicht ausreichend groß genug, um das Partikel in Strömungsrichtung zu transportieren. Stattdessen fällt das Partikel aufgrund eines größeren Eigengewichtes in die Wirkungsrichtung der Gravitation. Erst nach kurzer Zeit ergeben sich schließlich positive Werte für die Geschwindigkeit der gelösten Partikel, sodass diese transportiert werden können. Durch eine weitere Steigerung des Hilfsparameters ι verschiebt sich der Zeitpunkt, an dem die Geschwindigkeit gelöster

Partikel w_{P1} positiv wird, immer weiter nach hinten. Für die gegebenen Randbedingungen dieser Beispiele ergeben sich für einen Wert von $\iota=1$ sogar gar keine positiven Werte für die Geschwindigkeit der gelösten Partikel.

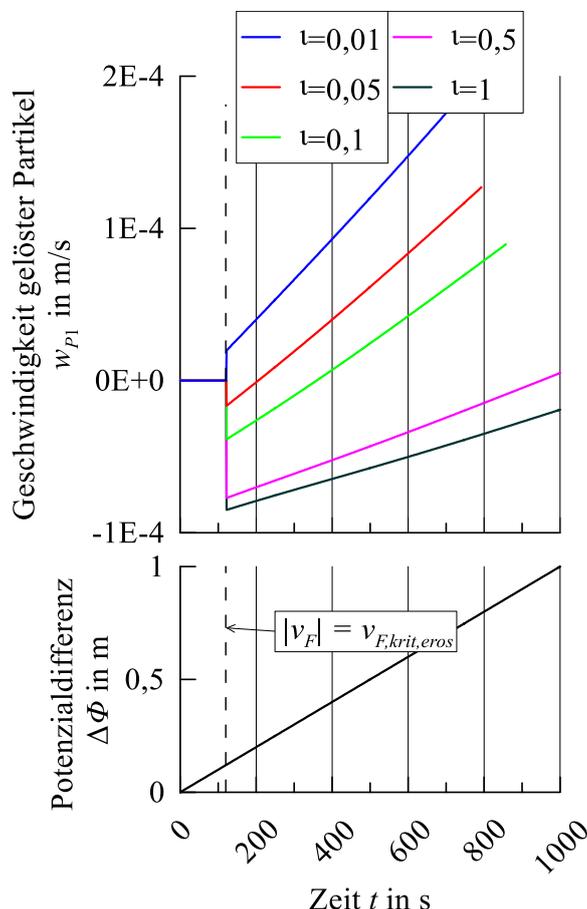


Abbildung 6.16: Geschwindigkeit gelöster Partikel w_{P1} über die Zeit t

Aufgrund der Berechnungsreihenfolge kann eine Abwärtsbewegung der Partikel nicht berücksichtigt werden. Es ist ausschließlich möglich, die Bewegung der Partikel aufwärts zu bestimmen. Eine negative Geschwindigkeit würde jedoch eine Bewegung der Partikel abwärts hervorrufen. Daher stellen sich zunächst keine Änderungen der Volumenanteile bei negativen Geschwindigkeiten gelöster Partikel ein.

Im ersten Durchlauf der Variation des Hilfsparameters ι wurde für den kritischen hydraulischen Gradienten $i_{krit,eros}$ in allen Berechnungen der gleiche Wert angenommen. Die in Abbildung 6.16 dargestellten Ergebnisse zeigen jedoch, dass die Geschwindigkeit der gelösten Partikel w_{P1} nach Beginn des Erosionsprozesses je nach Größe des Widerstandes R_{FP1} auf einen positiven oder negativen Wert springen und bei steigender Potenzialdifferenz in der Folge zunimmt. Daher wurde für jeden Hilfsparameter ι die Potenzialdifferenz bestimmt, an der die Geschwindigkeit der gelösten Partikel w_{P1} gleich null ist und mit diesem Wert der Potenzialdifferenz der

zugehörige kritische hydraulische Gradient $i_{krit,eros}$ bestimmt. Mit diesen ermittelten kritischen hydraulischen Gradienten wurde ein zweiter Durchlauf zur Variation des Hilfsparameters ι durchgeführt.

Abbildung 6.17 zeigt die Ergebnisse des zweiten Durchlaufes der Variation des Hilfsparameters ι . In dem dargestellten Diagramm ist ebenfalls die Geschwindigkeit der gelösten Partikel w_{P1} über die Zeit aufgetragen. Der Zeitpunkt, an dem die kritische Geschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$ überschritten wurde, ist jeweils durch eine gestrichelte Linie gekennzeichnet. Zu erkennen ist, dass nun, sobald die kritische Geschwindigkeit überschritten ist, bei linearer Zunahme der Potenzialdifferenz die Geschwindigkeit der Partikel w_{P1} ebenfalls linear zunimmt. Der kritische hydraulische Gradient bzw. die kritische Geschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$ und die Resistivität R_{FP1} sind also eng miteinander verbunden.

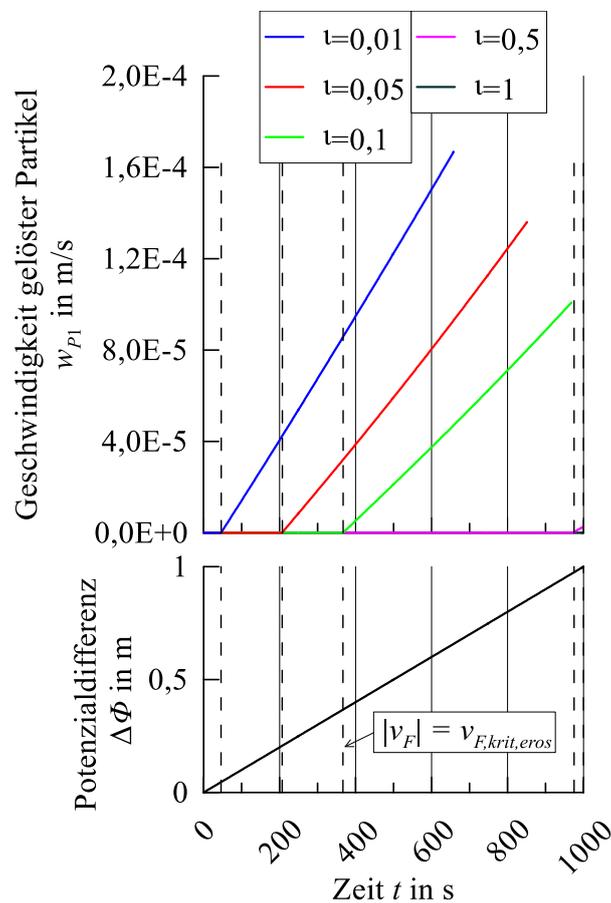


Abbildung 6.17: Geschwindigkeit gelöster Partikel w_{P1} über die Zeit t mit unterschiedlichen kritischen Geschwindigkeiten $v_{F,krit,eros}$

Eine negative Geschwindigkeit gelöster Partikel wurde bereits als Herabfallen aufgrund des hohen Eigengewichtes in die Wirkungsrichtung der Gravitation interpretiert. Das Eigengewicht eines Partikels hängt bei Annahme des Partikels als Kugel unweigerlich mit dem Korndurchmesser zusammen. Sowohl die Resistivität R_{FP1} als auch die kritische Geschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$

hängen also vom Durchmesser des Partikels ab. Dies unterstreicht nochmals die gegenseitige Abhängigkeit von Resistivität und kritischer Geschwindigkeit.

Schlussbetrachtung der Parametervariation

Anhand der Variationsrechnungen konnten verschiedene Aspekte bezüglich des Berechnungsprogramms von Bacher (2021), aber auch zum Massenproduktionsterm, aufgezeigt werden. So konnte anhand einer Berechnung ohne Partikelaustausch und -bewegung mit dem Berechnungsprogramm eine reine Grundwasserströmung abgebildet werden. Der Vergleich von Porenwasserdruck und effektiver Spannungen mit Ergebnissen einer analytischen Vergleichsrechnung lieferte für den betrachteten Fall identische Ergebnisse. Damit konnte bereits die Plausibilität der Berechnungsergebnisse und die Anwendbarkeit des Berechnungsprogramms aufgezeigt werden.

Mit den Variationsrechnungen konnte zunächst allgemein die Funktion des Massenproduktionsterm m_{P1} erläutert werden. Die Massenproduktion nimmt bei steigender Potenzialdifferenz zu und führt zu einer Reduzierung der am Korngerüst abgelagerten Partikel. Diese Partikel werden erodiert, sodass gleichzeitig der Anteil gelöster Partikel zunimmt. Reduziert sich mit der Zeit der Anteil potenziell noch zu lösender Partikel, geht auch die Massenproduktion zurück. Durch die Variation von Erosions- und Sedimentationsparametern sowie der Exponenten konnte zudem die Wirkung der Parameter bzw. Exponenten bestimmt werden. Diese führen je nach Größe zu einer Verlangsamung oder Beschleunigung der Massenproduktion und dem damit verbundenen Erosionsprozess.

Der Erosionsprozess ist erst vollständig beschrieben, wenn auch der Transport der Partikel abgebildet wird. Durch den Massenproduktionsterm wird zunächst nur ein Austausch zwischen den Phasen gelöster und noch dem Korngerüst zugehöriger Partikel beschrieben. Erst durch die Bewegung, also dem Abtransport der Partikel, ist der Erosionsprozess vollständig beschrieben. Da sich infolge des Abtransports die Volumenanteile vom Fluid und der gelösten Partikel ändern, konnte der Transport anhand von Konturplots, die die Verteilung der Volumenanteile über die Zeit für jedes Element abbilden, dargestellt werden. Damit konnte schließlich dargelegt werden, dass mit dem hier eingeführten Modell ein Erosionsprozess, im speziellen Fall die Sulfosion, abgebildet werden kann. Belegt durch eine zusätzliche Variation der Widerstandsparameter konnte ein wesentlicher Einfluss der Widerstandsparameter auf den Transportprozess ermittelt werden.

In erster Linie konnte über die Variationsrechnung die Anwendbarkeit des Berechnungsprogramms überprüft, schließlich aber auch der Nutzen des Massenproduktionsterms im vorgestellten Modell zu Erosionsprozessen gezeigt werden. Beim Aufstellen des Berechnungsprogramms waren allerdings verschiedene Annahmen erforderlich, sodass die Berechnung eines Erosionsprozesses nur eingeschränkt möglich ist. So wurde beispielsweise ein Modell in 1D

umgesetzt. Um weitere Effekte, zum Beispiel Dispersion, zu berücksichtigen, ist eine Erweiterung auf 2D sinnvoll. Erosionsprozesse selbst sind ebenfalls räumliche Probleme. So ist eine Umsetzung von Piping in 1D beispielweise nicht möglich, da hier kleine Kanäle im Boden entstehen. Eine Einschränkung ist auch die Berechnungsreihenfolge des Programms, die dazu führt, dass der Erosionsprozess nur in eine Richtung berechnet werden kann. Die Ausweitung auf die Finite Element Methode würde hier die Berechnung komplexerer Systeme mit den unterschiedlichsten Randbedingungen ermöglichen.

7. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde auf Basis der Theorie poröser Medien ein Dreiphasenmodell zur mechanischen Beschreibung des Suffosionsprozesses vorgestellt. Zunächst wurden die verschiedenen Erscheinungsformen der Kornumlagerungen im Boden vorgestellt. Es existieren in der Literatur unterschiedliche Definitionen der Erosionsprozesse, die teils von den in den Normen und Empfehlungen vorhandenen Definitionen abweichen. Daher wurde zunächst ein Überblick über die Erscheinungsformen der Erosion im Boden gegeben. Abschließend wurden die in dieser Arbeit verwendeten Begriffe zur inneren Erosion festgelegt.

Aus bereits vorhandenen mechanischen Ansätzen zur inneren Erosion konnten Schlussfolgerungen zur Modellierung eines Erosionsmodells gezogen werden. Zudem wurde ein Modell-Konzept aufgestellt, welches die Rahmenbedingungen für ein Mehrphasenmodell festlegt. Unter anderem sieht das Modell-Konzept vor, ein allgemeines Mehrphasenmodell aufzustellen, auf Grundlage dessen ein Modell zu einer konkreten Form der Erosion formuliert werden kann. Findet keine Erosion statt, enthält dieses Modell als weiteren Spezialfall die reine Grundwasserströmung.

Als Konstituierende, die an der Bildung des Mehrphasenmodells beteiligt sind, wurden die Bodenkörner, die das Korngerüst bilden, Partikel, die sich mit dem Wasser durch das Korngerüst bewegen können sowie das Wasser selbst festgelegt. Die Bodenkörner des Korngerüsts wurden nochmals unterteilt in Bodenkörner, die nicht erodiert werden können und stets das Korngerüst bilden, und solche, die erodiert werden können. Zur Beschreibung der Bewegung und der Massenänderung war es notwendig, für alle Konstituierenden Impuls- und Massenbilanzen aufzustellen. Zur Lösung des damit verknüpften Gleichungssystems war es erforderlich, für die enthaltenen Unbekannten konstitutive Beziehungen aufzustellen. Die wesentlichen Aspekte sind hier der Massenaustausch zwischen den Phasen und die Interaktionskräfte der einzelnen Phasen untereinander.

Auf Grundlage des Mehrphasenmodells wurde ein Dreiphasenmodell zur Suffosion als ein erstes Modell zur inneren Erosion hergeleitet. Das Dreiphasenmodell enthält lediglich eine Phase an Bodenkörnern, die erodiert werden können, und somit eine Phase gelöster Partikel, die mit dem Wasser transportiert werden kann. Unter Berücksichtigung der Schlussfolgerungen aus den bisherigen Ansätzen aus der Literatur wurde ein Term zum Massenaustausch zwischen den beiden zuvor genannten Phasen formuliert. Verschiedene Ansätze aus der Literatur und das in den Merkblättern der Bundesanstalt für Wasserbau enthaltene hydraulische Kriterium zeigen, dass Erosion erst ab einem Grenzwert auftritt. Daher wurde zunächst eine Fallunterscheidung mit zwei Grenzwerten in Abhängigkeit der Filtergeschwindigkeit eingeführt. Ab der kritischen Filtergeschwindigkeit $v_{F,krit,eros}$ beginnen Bodenkörner zu erodieren. Unterhalb des Grenzwerts $v_{F,krit,depo}$ können die Bodenkörner wiederum sedimentieren. Die Grenzwerte sind entsprechend

dem Korndurchmesser festzulegen. Mit der Fallunterscheidung wurde zwischen Erosion und Sedimentation unterschieden. Daher sind im Massenproduktionsterm ein Anteil für die Erosion und einer für die Sedimentation formuliert. Beide Anteile sind in Abhängigkeit des jeweiligen Grenzwerts und der aktuellen Geschwindigkeit formuliert. Dadurch wird die Wirkung der Strömungskraft auf den Erosionsprozess berücksichtigt. Des Weiteren fließen die Volumenanteile potenziell lösbarer bzw. gelöster Partikel entsprechend in den Anteil für Erosion bzw. Sedimentation ein. Damit wird berücksichtigt, dass nur vorhandene Bodenkörner erodieren oder sich wieder ablagern können. Um die Dimensionshomogenität einzuhalten wurde ein Erosions- bzw. Sedimentationsparameter mit der Einheit $1/s$ eingeführt. Für mehr Variabilität des Massenproduktionsterms wurden der Volumenanteil und der Geschwindigkeitsanteil für Erosion und Sedimentation jeweils mit einem Exponenten versehen. Sowohl Erosions- und Sedimentationsparameter als auch die Exponenten sind für den zu untersuchenden Boden anhand von Laborversuchen zu bestimmen.

Abschließend wurden mit einem Berechnungsprogramm, welches im Rahmen einer Abschlussarbeit entstand (siehe Bacher (2021)), Parametervariationen durchgeführt. Das Berechnungsprogramm basiert auf einem eindimensionalen Durchströmungsversuch, welcher mit Hilfe eines Finiten Differenzenverfahrens als Anfangs-Randwertproblem numerisch umgesetzt wurde. Für die Interaktionsterme wurden zunächst einfache, von Buscher und Perau (2021a) aufgestellte Spezialfälle angesetzt. Bevor die Parametervariationen durchgeführt wurden, konnte anhand von einfachen Strömungsberechnungen ohne Partikelbewegung gezeigt werden, dass das entwickelte Berechnungsprogramm plausible Ergebnisse liefert. Mit den nachfolgenden Parametervariationen konnten die Wirkung des Massenproduktionsterms und der enthaltenen Parameter gezeigt werden. Nach Überschreiten des Grenzwertes durch die aktuelle Filtergeschwindigkeit erfolgt ein Austausch von Massen zwischen den Phasen gelöster und nicht gelöster Partikel. Dabei ist der Austausch auf die entsprechenden Volumenanteile begrenzt. Erosions- und Sedimentationsparameter sowie die Exponenten haben dabei Einfluss auf die Erosionsrate. Mit der Parametervariation konnten schlussendlich gezeigt werden, dass mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Dreiphasenmodell im Hinblick auf den Massenaustausch ein Erosionsprozess beschrieben werden kann. Erste Parametervariationen zu den Interaktionstermen konnten zudem einen Ausblick auf die Auswirkungen der Interaktionsterme geben.

Ausblick

Zur Vervollständigung des hier vorgestellten Dreiphasenmodells zur Suffosion müssen die Interaktionskräfte zwischen den einzelnen Phasen konstitutiv festgelegt werden. Ein Konzept und Ansätze hierzu wurden bereits in Buscher und Perau (2021b) und Buscher (2022) vorgestellt. Da die Erosion ein räumliches Problem ist, empfiehlt sich zumindest die Erweiterung auf 2D.

Eine numerische Umsetzung für den zweidimensionalen Raum findet sich zum Beispiel in Pott-hoff (2003), bei der es ebenfalls um eine Zweiphasenströmung, hier Luft und Wasser, geht. Eine vergleichbare Umsetzung ist auch für das Suffosionsmodell denkbar. Zudem müssen die eingeführten Erosions- und Sedimentationsparameter und die Exponenten anhand von Laborversuchen bestimmt werden. Hierzu müssen geeignete Versuche konzipiert und durchgeführt werden.

Ist das vorliegende Suffosionsmodell vollständig aufgestellt und numerisch umgesetzt, lässt sich das Modell um weitere Phasen anderer Korngrößen ergänzen. Es sind dann weitere Gleichungen notwendig. Zu den Bilanzgleichungen sind auch weitere Massenaustauschterme und Gleichungen zu den Interaktionskräften zwischen den Phasen zu formulieren.

Des Weiteren wurde in dieser Arbeit bisher lediglich von einem starren Korngerüst ausgegangen. Allein die Verformung des Korngerüsts führt zu einer Veränderung des Porenraumes. Dies beeinflusst wiederum den Erosionsprozess, da beispielsweise durch Setzungen die Poren kleiner werden und damit weniger Bewegungsmöglichkeit für die Partikel vorhanden ist. Ansätze für ein deformierbares Korngerüst sollten daher ebenfalls berücksichtigt werden. Ebenso wurde bisher nur von einer Kugel als Kornform ausgegangen. Weitere Kornformen sollten zum Beispiel durch Korrekturfaktoren ebenfalls Berücksichtigung finden.

Die vorliegende Arbeit stellt somit einen Einstieg in die Entwicklung eines Erosionsmodells, mit dem es ermöglicht wird, einen Prozess der inneren Erosion mechanisch zu beschreiben, dar. Mit dem Mehrphasenmodell wurde der Grundstein gelegt, auf dessen Basis weitere Modelle zur Erosion entwickelt werden können. Den Anfang macht das hier vorgestellte Modell zur Suffosion.

8. Verzeichnisse

8.1. Formate

Bezeichnung	Format	Beispiel
Skalare	Standard Textformat, kursiv	n_F, ρ_{S1}
Vektoren	Standard Textformat, Kleinbuchstaben und fett	$\mathbf{b}, \mathbf{w}_{P1}$
Tensor	Standard Textformat, Großbuchstaben und fett	\mathbf{T}_S

8.2. Bezeichnungen

Griechische Buchstaben

Variable	Einheit	Bedeutung
α	-	Hilfsparameter
β	-	Hilfsparameter
γ'	N/m ³	Wichte unter Auftrieb
γ_w	N/m ³	Wichte des Wassers
η_F	Ns/m ²	dynamische Viskosität des Fluides F
ι	-	Hilfsparameter in R_{FP1}
λ_{m1}	1/s	Erosionsparameter
λ_{m6}	1/s	Sedimentationsparameter
$\lambda_{m2}, \lambda_{m4}, \lambda_{m7}, \lambda_{m9}$	-	Exponenten
ρ_k	kg/m ³	Dichte der Phase k
Φ	m	Potenzial
χ	-	Hilfsparameter in R_{SP1}

Lateinische Buchstaben

Variable	Einheit	Bedeutung
d	mm	Korndurchmesser
g	m/s ²	Erdbeschleunigung
h_{Elem}	m	Höhe eines Elements im Berechnungsprogramm
h_{Probe}	m	Höhe der Bodenprobe im Berechnungsprogramm
i	-	hydraulischer Gradient
$i_{krit,depo}$	-	kritischer hydraulischer Gradient für Sedimentation im Berechnungsprogramm
$i_{krit,eros}$	-	kritischer hydraulischer Gradient für Erosion im Berechnungsprogramm
j	-	Anzahl lösbarer Fraktionen
k	m/s	Durchlässigkeitsbeiwert
m_{Pi}	kg/m ³ s	Massenproduktionsterm
n_k	-	Volumenanteil der Phase k
n_{Elem}	-	Anzahl der Elemente
p_{FR}	N/m ²	realer Porenwasserdruck
r	mm	Radius
t	s	Zeit
T	C	Temperatur
$v_{F,krit,depo}$	m/s	kritische Geschwindigkeit für Sedimentation
$v_{F,krit,eros}$	m/s	kritische Geschwindigkeit für Erosion
$v_{krit,stokes}$	m/s	kritische Geschwindigkeit nach Stokes
V	m ³	Volumen
z	m	Tiefe unterhalb Grundwasserspiegel

Vektoren

Variable	Einheit	Bedeutung
\mathbf{a}	m/s ²	Beschleunigung
\mathbf{b}	m/s ²	eingeprägte Beschleunigung
\mathbf{s}_k	N/m ³	Interaktionskraft
\mathbf{v}_k	m/s	Filtergeschwindigkeit
\mathbf{w}_k	m/s	Abstandsgeschwindigkeit

Tensoren

Variable	Einheit	Bedeutung
\mathbf{F}_S	-	Deformationsgradient des Korngerüstes
\mathbf{I}	-	Identitätstensor
\mathbf{J}	-	Jacobi-Determinante
\mathbf{K}	m ²	Permeabilität
\mathbf{R}_{kl}	Ns/m ⁴	Resistivität zwischen den Phasen k und l
\mathbf{T}	N/m ²	Spannungstensor
\mathbf{T}_{SE}	N/m ²	Extraspansungen des Korngerüstes

8.3. Indizes

Index	Bedeutung
<i>deposition</i>	Sedimentation
<i>erosion</i>	Erosion
F	Fluid
GS	Korngerüst
i	Elementnummer
j	Zeitpunkt während der Berechnung
k	Konstituierende
<i>Labor</i>	Werte aus Laborversuchen
<i>max</i>	maximal
<i>min</i>	minimal
o	oben
$P1$	gelöste Partikel
R	Realteil physikalischer Größen
S	Korngerüst samt ungelöster Partikel
$S1$	lösbarer Partikel
u	unten

8.4. Rechenvorschriften

Vorschrift	Bedeutung
∂	partielle Ableitung
div \mathbf{v}	Divergenz eines Vektors \mathbf{v}
grad f	Gradient eines Skalars f
$ \mathbf{v} $	Betrag des Vektors \mathbf{v}

8.5. Literaturverzeichnis

- Achmus, M., Mansour, B. G. S. (2006): Untersuchungen zum Nachweis gegen Erosionsgrundbruch an Stauwerken. In: 2. Symposium: Sicherung von Dämmen, Deichen und Stauanlagen. Hrsg.: Richard A. Herrmann, Jürgen Jensen, Druckerei der Universität Siegen, Siegen, S. 1–13
- Ahlinhan, M. F. (2011): Untersuchungen zur inneren Erosionsstabilität nichtbindiger Böden. Dissertation, Leibniz Universität Hannover, Hannover
- Altenbach, H. (2018): Kontinuumsmechanik, Einführung in die materialunabhängigen und materialabhängigen Gleichungen, 4. korrigierte und überarbeitete Auflage, Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg
- Bacher, F. (2021): Numerische Simulation eines Erosionsprozesses in einer vertikal durchströmten Bodensäule. Unveröffentlichte Master-Thesis, Universität Duisburg-Essen, Essen
- Batareau, C. (1982): Kolmation textiler Materialien. Bauplanung - Bautechnik 36 (12), S. 540–542
- Becker, C., Kurzeja, P., Steeb, H. (2010): Modelling internal erosion of cohesionless soils using a microstructural parameter. PAMM 10 (1), S. 355–356
- Betten, J. (2001): Kontinuumsmechanik, Elastisches und inelastisches Verhalten isotroper und anisotroper Stoffe. mit 20 Tabellen und 250 Übungsaufgaben; [mit durchgerechneten Lösungen], 2., erw. Aufl., Berlin: Springer
- Boley, C., Schober, P. (2013): Neue Erkenntnisse zum Versagen der Baugrubensohle durch hydraulischen Grundbruch. In: 9. Österreichische Geotechniktagung, Mit "Vienna - Terzaghi Lecture", Tagungsbeiträge 24. und 25. Jänner 2013, Österr. Ingenieur- u. Architekten-Verein, S. 125–136
- Bonelli, S., Marot, D. (2008): On the modelling of internal soil erosion. In: Proceedings of the 12th International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG) 2008 - Goa, India, S. 2544–2550
- Bouddour, A., Auriault, J.-L., Mhamdi-Alaoui, M. (1996): Erosion and Deposition of Solid Particles in Porous Media: Homogenization Analysis of a Formation Damage. Transport in Porous Media (25), S. 121–146
- Bowen, R. M. (1976): Theory of Mixtures. In: Continuum physics, Vol. III Mixtures and EM field theories. Hrsg.: Eringen, A. C., Acad. Press, New York, San Francisco, London, S. 1–127
- Bschorer, S., Költzsch, K. (2021): Technische Strömungslehre, 12., überarbeitete und ergänzte Auflage, Wiesbaden: Springer Fachmedien
- Bundesanstalt für Wasserbau (Hrsg.) (2013a): BAWMerkblatt Materialtransport im Boden (MMB), Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe

- Bundesanstalt für Wasserbau (Hrsg.) (2013b): BAWMerkblatt Standsicherheit von Dämmen an Bundeswasserstraßen (MSD), Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe
- Bundesanstalt für Wasserbau (Hrsg.) (2015): Numerische Simulation von hydraulisch induziertem Sedimenttransport in Erdbauwerken, FuE-Abschlussbericht A39520470005, Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe
- Burz, J. (1965): Beitrag zum Feststoffproblem nach Hjulström, München: Bayerische Landesstelle für Gewässerkunde
- Busch, K., Luckner, L., Tiemer, K. (1993): Geohydraulik, 3. neubearbeitete Auflage, Berlin [u.a.]: Gebrüder Borntraeger
- Buscher, S. (2022): Zur Modellierung von suffosiven Prozessen im Boden. In: 37. Baugrundtagung, Forum für junge Geotechnik-Ingenieure und -Ingenieurinnen. Beiträge der Spezialsitzung. Hrsg.: Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGGT), S. 77–86
- Buscher, S., Perau, E. (2021a): Resistivitäten für das Dreiphasenmodell mit Erosion. (unveröffentlicht), Fachgebiet Geotechnik, Universität Duisburg-Essen
- Buscher, S., Perau, E. (2021b): Modellierung von Erosion und Transport von Bodenpartikeln im Korngefüge: Motivation und Konzept. In: Fachsektionstage Geotechnik, 3. Bodenmechanik Tagung. Hrsg.: Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGGT), S. 1–7
- Chang, D. S., Zhang, L. M. (2013): Extended internal stability criteria for soils under seepage. *Soils and Foundations* 53 (4), S. 569–583
- Chetti, A., Benamar, A., Hazzab, A. (2016): Modeling of Particle Migration in Porous Media: Application to Soil Suffusion. *Transport in Porous Media* 113 (3), S. 591–606
- Davidenkoff, R. (1956): Zur Berechnung des hydraulischen Grundbruches. *Die Wasserwirtschaft* 46 (9), S. 230–235
- de Boer, R. (1982): Vektor- und Tensorrechnung für Ingenieure, Berlin, Heidelberg usw.: Springer
- de Boer, R., Bluhm, J., Wähling, M., Ricken, T. (2003): Phasenübergänge in porösen Medien. Forschungsbericht aus dem Fachbereich Bauwesen 98, Universität Duisburg-Essen, Essen
- de Boer, R., Ehlers, W. (1986): Theorie der Mehrkomponentenkontinua mit Anwendung auf bodenmechanische Probleme. Teil 1. Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen 40, Universität Gesamthochschule Essen, Essen
- DIN EN 1997-1/NA:2010-12: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 7 - Entwurf, Berechnung und Bemessung in der Geotechnik - Teil 1: Allgemeine Regeln
- DIN EN 1997-1:2014-03: Eurocode 7 - Entwurf, Berechnung und Bemessung in der Geotechnik - Teil 1: Allgemeine Regeln
- DIN 1054:2021-04: Baugrund - Sicherheitsnachweise im Erd- und Grundbau - Ergänzende Regelungen zu DIN EN 1997-1

- Diebels, S. (1999): A Micropolar Theory of Porous Media, Constitutive Modelling. *Transport in Porous Media* 34 (1/3), S. 193–208
- Dikau, R., Eibisch, K., Eichel, J., Meßenzehl, K., Schlummer-Held, M. (2019): *Geomorphologie*, Springer-Verlag GmbH, Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum
- EAU (2004): Empfehlungen des Arbeitsausschusses "Ufereinfassungen" Häfen und Wasserstraßen, EAU 2004, 10. Auflage, Berlin: Ernst & Sohn
- EAU (2021): Empfehlungen des Arbeitsausschusses "Ufereinfassungen" Häfen und Wasserstraßen EAU 2020, 12. Auflage, Berlin: Ernst & Sohn
- Ehlers, W. (1985): Die Grundgleichung flüssigkeits- und gasgefüllter poröser Körper. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* (235), S. 134–136
- Ehlers, W. (1989): Poröse Medien, ein kontinuumsmechanisches Modell auf der Basis der Mischungstheorie. *Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen, Universität Gesamthochschule Essen*, 47, Essen
- Ehlers, W. (1996): Grundlegende Konzepte in der Theorie Poröser Medien. *Mitteilung, Universität Stuttgart*, Band 16, Heft 1, Stuttgart
- Einstein, A. (1906): Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen. *Annalen der Physik* (19), S. 289–306
- Fannin, R. J., Slangen, P. (2014): On the distinct phenomena of suffusion and suffosion. *Géotechnique Letters* 4 (4), S. 289–294
- Fell, R., Foster, M. A., Wan, C. F. (2007): A framework for assessing the likelihood of internal erosion and piping of embankment dams and their foundations. In: *Internal Erosion of Dams and Their Foundations, Selected and Reviewed Papers from the Workshop on Internal Erosion and Piping of Dams and Their Foundations, Aussois, France, 25-27 April 2005*. Hrsg.: Fell, R., Fry, J.-J., Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, S. 65–70
- Fellin, W., Kellermann, F., Wilhelm, T. (2003): Der Einfluss von Kanalbildungen auf die hydraulische Grundbruchsicherheit. *Österreichische Ingenieur- und Architekten-Zeitschrift (ÖIAZ)* 148 (2), S. 42–47
- Fillunger, P. (1935): Das Delesse'sche Gesetz. *Monatshefte für Mathematik und Physik* 42 (1), S. 87–96
- Fontana, N. (2008): Experimental Analysis of Heaving Phenomena in Sandy Soils. *Journal of Hydraulic Engineering* 134 (6), S. 794–799
- Fry, J.-J. (2016): Lessons on internal erosion in embankment dams from failures and physical models. In: *Scour and erosion, Proceedings of the 8th International Conference on Scour and Erosion, Oxford, UK, 12-15 September 2016*. Hrsg.: Harris, J., et al., CRC Press, Boca Raton, S. 39–56

- Garner, S. J., Fannin, R. J. (2010): Understanding internal erosion: A decade of research following a sinkhole event. *International Journal on Hydropower and Dams* 17 (3), S. 93–98
- Govindaraju, R. S., Reddi, L. N., Kasavaraju, S. K. (1995): A physically based model for mobilization of kaolinite particles under hydraulic gradients. *Journal of Hydrology* 172 (1-4), S. 331–350
- Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., Wall, W. A. (2012): *Technische Mechanik 3, Kinetik*, 12. überarbeitete Auflage, Berlin, Heidelberg: Springer
- Hanses, U., Müller-Kirchenbauer, H., Savidis, S. (1985): Zur Mechanik der rückschreitenden Erosion unter Deichen und Dämmen. *Die Bautechnik* (5), S. 163–168
- Hellström, J. G. I. (2009): *Internal Erosion in Embankment Dams, Fluid Flow Through and Deformation of Porous Media*. Dissertation, Luleå University of Technology, Schweden
- Herwig, H. (2008): *Strömungsmechanik, Einführung in die Physik von technischen Strömungen*, 1. Auflage, Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag
- Hjulström, F. (1932): Das Transportvermögen der Flüsse und die Bestimmung des Erosionsbetrages. *Geografiska Annaler* 14 (3-4), S. 244–258
- Hjulström, F. (1935): *Studies of the morphological activity of rivers as illustrated by the river Fyris*. Dissertation, Uppsala. Universitet, Uppsala
- Katzenbach, R., Weidle, A., Bachmann, G. (2011): Neue Erkenntnisse zum hydraulischen Grundbruch. In: *Vorträge zum 18. Darmstädter Geotechnik-Kolloquium am 17. März 2011*. Hrsg.: Bergmann, C., Inst. und Versuchsanst. für Geotechnik der Techn. Univ. Darmstadt, Darmstadt, S. 169–187
- Kenney, T. C., Lau, D. (1985): Internal stability of granular filters. *Canadian Geotechnical Journal* 22 (2), S. 215–225
- Kézdi, A. (1976): *Fragen der Bodenphysik*, Düsseldorf: VDI-Verlag
- Khayamyan, S., Lundström, T. S., Hellström, J. G. I., Gren, P., Lycksam, H. (2017): Measurements of Transitional and Turbulent Flow in a Randomly Packed Bed of Spheres with Particle Image Velocimetry. *Transport in Porous Media* 116 (1), S. 413–431
- Koelewijn, A., van Beek, V. M., Förster, U. (2017): The development of a coarse sand barrier as an effective measure against piping underneath dikes. In: *Proceedings of the 19th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, S. 1295–1298
- Kovács, G. (1981): *Seepage hydraulics*, Amsterdam, New York: Elsevier Scientific Publishing Company
- Machaček, J. (2020): *Contributions to the numerical modelling of saturated and unsaturated soils*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe
- Marsland, A. (1953): Model Experiments to study the Influence of Seepage on the Stability of a sheeted Excavation in Sand. *Géotechnique* 3 (6), S. 223–241

- Moffat, R., Fannin, R. J. (2011): A hydromechanical relation governing internal stability of cohesionless soil. *Canadian Geotechnical Journal* 48 (3), S. 413–424
- Moffat, R., Fannin, R. J., Garner, S. J. (2011): Spatial and temporal progression of internal erosion in cohesionless soil. *Canadian Geotechnical Journal* 48 (3), S. 399–412
- Munz, C.-D., Westermann, T. (2019): Numerische Behandlung gewöhnlicher und partieller Differenzialgleichungen, Ein anwendungsorientiertes Lehrbuch für Ingenieure, 4. Aufl. 2019, Berlin, Heidelberg: Springer
- Odenwald, B., Herten, M. (2008): Hydraulischer Grundbruch, Neue Erkenntnisse. *Bautechnik* 85 (9), S. 585–595
- Papula, L. (2018): Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Ein Lehr- und Arbeitsbuch für das Grundstudium, Springer Fachmedien Wiesbaden, 15. überarbeitete Auflage, Wiesbaden: Springer Vieweg
- Parisch, H. (2003): Festkörper-Kontinuumsmechanik, Von den Grundgleichungen zur Lösung mit Finiten Elementen, 1. Auflage, Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag
- Perau, E. (2001): Die Phasen des Bodens und ihre mechanischen Wechselwirkungen, Ein Konzept zur Mechanik teilgesättigter Böden. Habilitation, Universität Essen, Essen
- Perau, E. (2005): Hydraulischer Grundbruch und Versagen des Erdwiderlagers von Baugrubenwänden. *Bautechnik* 82 (9), S. 605–613
- Perau, E., Haubrichs, K. (2006): Numerische Berechnungen zum Nachweis der Standsicherheit tiefer Baugruben. In: Vorträge der Baugrundtagung 2006 in Bremen, Tagungsband zur 29. Baugrundtagung der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGGT) mit Fachausstellung "Geotechnik". Hrsg.: Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V., Dt. Verkehrs-Verlag, Hamburg, S. 111–118
- Perau, E., Slotta, A. (2013): Nachweis gegen hydraulischen Grundbruch und Versagen des Erdwiderlagers, Phänomene und Modellbildung. In: 9. Österreichische Geotechniktagung, Mit "Vienna - Terzaghi Lecture", Tagungsbeiträge 24. und 25. Jänner 2013, Österr. Ingenieur- u. Architekten-Verein, S. 137–148
- Perzmaier, S., Haselsteiner, R. (2006): Der Systemansatz zur Beurteilung der Gefahr der Hydrodynamischen Bodendeformation. In: Deichertüchtigung und Deichverteidigung in Bayern, Beiträge zur Fachtagung am 13. und 14. Juli 2006 in Wallgau, Oberbayern. Hrsg.: Technische Universität München, Lehrstuhl für Wasserbau und Wasserwirtschaft, München, Obernach, S. 57–74
- Pfletschinger-Pfaff, H., Kayser, J., Steeb, H. (2014): Mehrphasen-Modell zur Simulation von Suffosion. In: Ohde-Kolloquium 2014, Aktuelle Themen der Geotechnik. Mitteilungen - Institut für Geotechnik, Technische Universität Dresden. Hrsg.: Herle, I., Dresden, S. 15–25

- Potthoff, S. (2003): Simulation von Zweiphasen-Strömungen im Boden, Ein Programmsystem auf Basis der Gemischten Finite-Elemente-Methode. Dissertation, Universität Duisburg-Essen, Essen
- Saucke, U. (2006): Nachweis der Sicherheit gegen innere Erosion für körnige Erdstoffe. *geotechnik* 29 (1), S. 43–54
- Schaufler, A. (2015): Multi-physical simulations: transport and infiltration of suspensions in granular porous media. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, Bochum
- Schenk, W., Kremer, F., Beddies, G., Franke, T., Galvosas, P., Rieger, P. (2014): *Physikalisches Praktikum*, 14. Auflage, Wiesbaden: Springer Fachmedien
- Scheuermann, A., Steeb, H., Kiefer, J. (2010): Internal erosion of granular materials, Identification of erodible fine particles as a basis for numerical calculations. In: Proceedings of the 9th HSTAM International Congress on Mechanics: Vardoulakis mini-symposia. Hrsg.: Hellenic Society for Theoretical & Applied Mechanics (HSTAM), S. 275–282
- Scheuermann, A., Vardoulakis, I., Papanastasiou, P., Stavropoulou, M. (2001): A Sand Erosion Problem in Axial Flow Conditions on the Example of Contact Erosion due to Horizontal Groundwater Flow. In: IUTAM Symposium on Theoretical and Numerical Methods in Continuum Mechanics of Porous Materials, proceedings of the IUTAM symposium held at the University of Stuttgart, Germany, September 5 - 10, 1999. Hrsg.: Ehlers, W., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, S. 169–175
- Schober, P., Boley, C. (2014): Der Einfluss eines Auflastfilters auf den Bruchvorgang beim hydraulischen Versagen nichtbindiger Böden. *geotechnik* 37 (4), S. 250–258
- Seghir, A., Benamar, A., Wang, H. (2014): Effects of Fine Particles on the Suffusion of Cohesionless Soils. Experiments and Modeling. *Transport in Porous Media* 103 (2), S. 233–247
- Shire, T., O’Sullivan, C., Hanley, K. J., Fannin, R. J. (2014): Fabric and Effective Stress Distribution in Internally Unstable Soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 140 (12), S. 04014072 1-11
- Skempton, A. W., Brogan, J. M. (1994): Experiments on piping in sandy gravels. *Géotechnique* 44 (3), S. 449–460
- Steeb, H., Diebels, S. (2003): A thermodynamic-consistent model describing growth and remodeling phenomena. *Computational Materials Science* 28 (3-4), S. 597–607
- Steeb, H., Diebels, S., Vardoulakis, I. (2004): Theory and numerics of erosion processes in fluid-saturated porous media. In: *Modelling of Cohesive-Frictional Materials, Proceedings of Second International Symposium on Continuous and Discontinuous Modelling of Cohesive-Frictional Materials - CDM 2004*. Hrsg.: Vermeer, P. A., et al., Balkema, Leiden u.a., S. 307–319

- Steeb, H., Diebels, S., Vardoulakis, I. (2005): A Multiphase Continuum-Based Model Capturing Erosion and Deposition. In: Trends in applications of mathematics to mechanics, Proceedings of the XIVth International Symposium on Trends in Applications of Mathematics to Mechanics (STAMM '2004), Seeheim, Germany, 22 - 28 August 2004. Hrsg.: Wang, Y., Shaker, Aachen, S. 519–528
- Tanaka, T., Toyokuni, E. (1991): Seepage-failure experiments on multi-layered sand columns. Effects of flow conditions and residual effective stress on seepage-failure phenomena. *Soils and Foundations* 31 (4), S. 13–36
- Terzaghi, K., Peck, R. B. (1961): *Die Bodenmechanik in der Baupraxis*, Berlin, Heidelberg: Springer
- Thevanayagam, S., Shenthan, T., Mohan, S., Liang, J. (2002): Undrained Fragility of Clean Sands, Silty Sands, and Sandy Silts. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* (128 (10)), S. 849–859
- Truesdell, C. (1984): *Rational Thermodynamics*, New York, NY: Springer New York
- Truesdell, C., Noll, W. (2004): *The non-linear field theories of mechanics*, 3. Auflage, Berlin, Heidelberg, New York: Springer
- van Beek, V. M. (2015): *Backward erosion piping, Initiation and Progression*. Dissertation, Delft University of Technology, Delft
- Vardoulakis, I. (2004a): Fluidisation in artesian flow conditions, Hydromechanically stable granular media. *Géotechnique* 54 (2), S. 117–130
- Vardoulakis, I. (2004b): Fluidisation in artesian flow conditions, Hydromechanically unstable granular media. *Géotechnique* 54 (3), S. 165–177
- Vardoulakis, I., Stavropoulou, M., Papanastasiou, P. (1996): Hydro-mechanical aspects of the sand production problem. *Transport in Porous Media* 22 (2), S. 225–244
- Vollmers, H. (2000): Kritische Geschwindigkeiten und Schubspannungen. In: *Belastung, Stabilisierung und Befestigung von Sohlen und Böschungen wasserbaulicher Anlagen*, Vorträge zum Wasserbaukolloquium vom 16.03. bis 17.03.2000. Hrsg.: Horlacher, H.-B., Institut für Wasserbau und Techn. Hydromechanik, Dresden, S. 45–56
- von Soos, P., Engel, J. (2017): Eigenschaften von Boden und Fels – ihre Ermittlung im Labor. In: *Grundbau-Taschenbuch, Teil 1: Geotechnische Grundlagen*. Hrsg.: Witt, K. J., Ernst & Sohn, Berlin, S. 139–242
- Wan, C. F., Fell, R. (2008): Assessing the Potential of Internal Instability and Suffusion in Embankment Dams and Their Foundations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 134 (3), S. 401–407
- Welsch, J., Herle, I. (2022): Einfluss der Dichte auf den Suffusionsverlauf in binären granularen Packungen. *geotechnik* 45 (4), S. 268–276

- Witt, K. J. (2018): Hydraulisch bedingte Grenzzustände. In: Grundbau-Taschenbuch, Teil 2. Geotechnische Verfahren. Hrsg.: Witt, K. J., Ernst & Sohn a Wiley brand, Berlin, S. 821–862
- Witt, K. J., Wudtke, R.-B. (2007): Versagensformen des Hydraulischen Grundbruches an einer Baugrubenwand. In: 22. Christian Vadder Kolloquium, Graz, S. 229–242
- Zanke, U. (2013): Hydraulik für den Wasserbau, 3. Auflage, Berlin, Heidelberg: Springer
- Ziems, J. (1967): Neue Erkenntnisse hinsichtlich der Verformungsbeständigkeit der Lockergesteine gegenüber Wirkungen des Sickerwassers. Wasserwirtschaft - Wassertechnik (wwt) 17 (2), S. 50–55

9. Anhang

9.1. Ableitungen des Massenproduktionsterms

Ableitungen des Massenproduktionsterms (Suffosion und Sedimentation) nach der Geschwindigkeit und nach dem Volumenanteil

$m_{P1,erosion}$ nach $|\mathbf{v}_F|$ abgeleitet

$$\frac{d}{d|\mathbf{v}_F|} m_{P1,erosion} = \frac{1}{v_{F,krit,eros}} \rho_{SR} \cdot \lambda_{m1} \cdot n_{S1}^{\lambda_{m2}} \cdot \lambda_{m4} \cdot \left(\frac{|\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,eros}} - 1 \right)^{\lambda_{m4}-1}$$

$$\frac{d^2}{d|\mathbf{v}_F|^2} m_{P1,erosion} = \frac{1}{v_{F,krit,eros}^2} \rho_{SR} \cdot \lambda_{m1} \cdot n_{S1}^{\lambda_{m2}} \cdot (\lambda_{m4} - 1) \cdot \lambda_{m4} \cdot \left(\frac{|\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,eros}} - 1 \right)^{\lambda_{m4}-2}$$

$m_{P1,erosion}$ nach n_{S1} abgeleitet

$$\frac{d}{dn_{S1}} m_{P1,erosion} = \rho_{SR} \cdot \lambda_{m1} \cdot \lambda_{m2} \cdot n_{S1}^{\lambda_{m2}-1} \cdot \left(\frac{|\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,eros}} - 1 \right)^{\lambda_{m4}}$$

$$\frac{d^2}{dn_{S1}^2} m_{P1,erosion} = \rho_{SR} \cdot \lambda_{m1} \cdot \lambda_{m2} \cdot (\lambda_{m2} - 1) \cdot n_{S1}^{\lambda_{m2}-2} \cdot \left(\frac{|\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,eros}} - 1 \right)^{\lambda_{m4}}$$

$m_{P1,deposition}$ nach $|\mathbf{v}_F|$ abgeleitet

$$\frac{d}{d|\mathbf{v}_F|} m_{P1,deposition} = \frac{1}{v_{F,krit,depo}} \rho_{SR} \cdot \lambda_{m6} \cdot n_{P1}^{\lambda_{m7}} \cdot \lambda_{m9} \cdot \left(1 - \frac{|\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,depo}} \right)^{\lambda_{m9}-1}$$

$$\frac{d^2}{d|\mathbf{v}_F|^2} m_{P1,deposition} = -\frac{1}{v_{F,krit,depo}^2} \rho_{SR} \cdot \lambda_{m6} \cdot n_{P1}^{\lambda_{m7}} \cdot \lambda_{m9} \cdot (\lambda_{m9} - 1) \cdot \left(1 - \frac{|\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,depo}} \right)^{\lambda_{m9}-2}$$

$m_{P1,deposition}$ nach n_{P1} abgeleitet

$$\frac{d}{dn_{P1}} m_{P1,deposition} = -\rho_{SR} \cdot \lambda_{m6} \cdot \lambda_{m7} \cdot n_{P1}^{\lambda_{m7}-1} \cdot \left(1 - \frac{|\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,depo}} \right)^{\lambda_{m9}}$$

$$\frac{d^2}{dn_{P1}^2} m_{P1,deposition} = -\rho_{SR} \cdot \lambda_{m6} \cdot \lambda_{m7} \cdot (\lambda_{m7} - 1) \cdot n_{P1}^{\lambda_{m7}-2} \cdot \left(1 - \frac{|\mathbf{v}_F|}{v_{F,krit,depo}} \right)^{\lambda_{m9}}$$

9.2. Parametervariation

Weitere Abbildungen zu den Ergebnissen der Parametervariation aus Abschnitt 6.3:

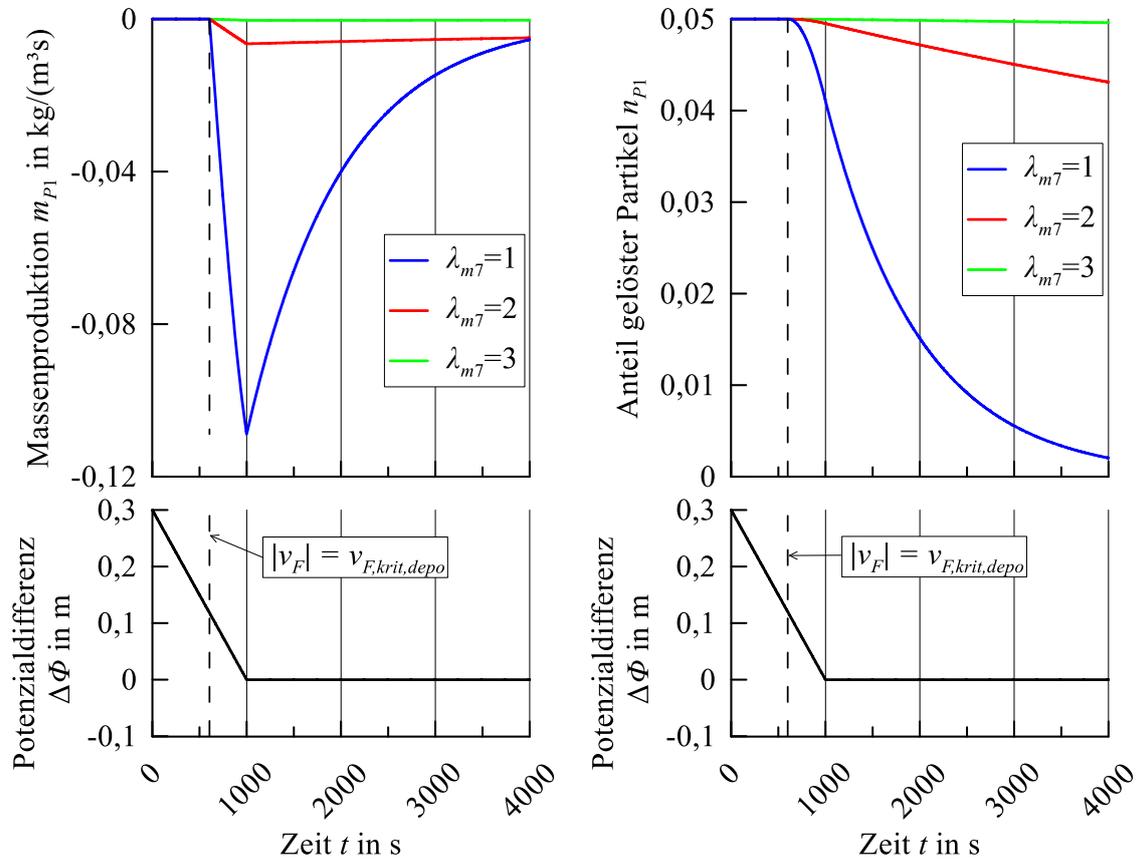


Abbildung 9.1: Variation des Exponenten λ_{m7} : Massenproduktion m_{P1} und Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} über die Zeit t

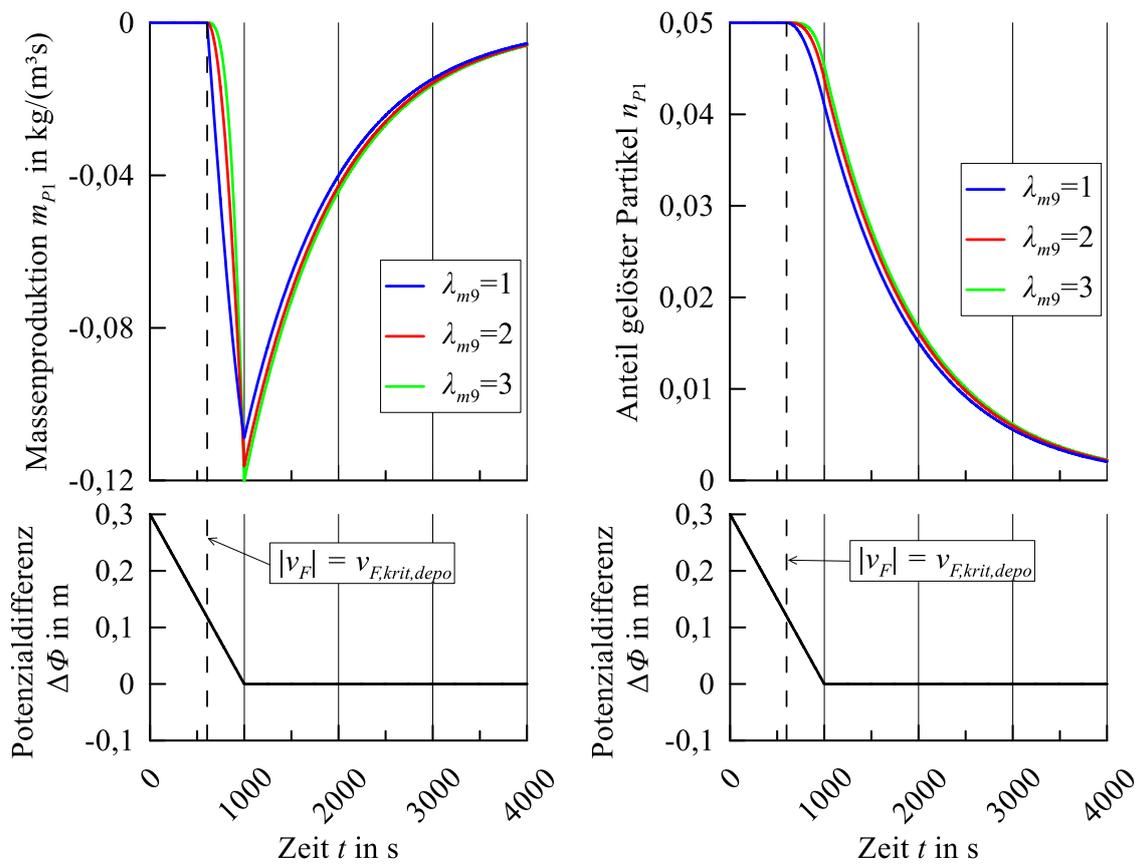


Abbildung 9.2: Variation des Exponenten λ_{m9} : Massenproduktion m_{P1} und Volumenanteil gelöster Partikel n_{P1} über die Zeit t

In der Schriftenreihe sind bisher folgende Hefte erschienen:

Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen, Universität Essen Gesamthochschule, Herausgegeben vom Dekan des Fachbereiches 10 - Bauwesen, (in dieser Reihe erschienen als Heft 4)

Heft 1 von H. Nendza und anderen (1978):

Grundbau und Bodenmechanik an der Universität Essen - GHS. Ein Überblick zu Lehre, Forschung und praktischer Anwendung

(enthält Beiträge von: H. Nendza, H. G. Gabener, D. Placzek, D. Rollberg, J. Kramer u. R. Hütz, H. Nendza u. G. Lehmann, K. R. Ulrichs, M. Donel, G. Ehl, J. Kramer, G. Reuter, K. W. John, H.-G. Pühl) *(beim Fachgebiet vergriffen)*

**ohne Angabe über die Schriftenreihe und den Herausgeber,
Druck: Fotodruck J. Mainz, Aachen**

Heft 2 von Karl R. Ulrichs (1980):

Untersuchungen über das Trag- und Verformungsverhalten verankerter Schlitzwände in rolligen Böden, (Dissertation) *(beim Fachgebiet vergriffen)*

**Mitteilungen aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik,
Universität Essen - GHS, Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. H. Nendza**

Heft 3 von Dietmar Placzek (1982):

Untersuchungen über das Schwindverhalten bindiger Böden bei der Trocknung unter natürlichen Randbedingungen (Dissertation) *(beim Fachgebiet vergriffen)*

Heft 4 mit Beiträgen verschiedener Autoren (1982):

Grundbau-Seminar 1982, Vorträge, enthält Beiträge von: H. Nendza, K. R. Ulrichs, J. Kramer, N. Veith, H.-G. Pühl, R. M. Spang, M. Donel, G. Reuter, R.H. Rübener, D. Placzek, H.-G. Gabener *(beim Fachgebiet vergriffen)*

Heft 5 von Helmut Nendza, Georg Foik (1982):

Vergleichende Untersuchungen über den Einsatz eines Messerschildes im oberflächennahen Tunnelbau

**Mitteilungen aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, Universität -
Gesamthochschule - Essen, Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. H. Nendza**

Heft 6 von Hans-Günter Gabener (1983):

Untersuchungen über die Anfangsgradienten und Filtergesetze bei bindigen Böden, (Dissertation) *(beim Fachgebiet vergriffen)*

Heft 7 von Helmut Nendza, Claus Nacke (1984):

Das Gebirgsverhalten beim Auffahren dicht beieinander liegender Tunnel im Bielefelder Juratonstein *(beim Fachgebiet vergriffen)*

Heft 8 von Georg Foik (1984):

Die Tragfähigkeit überwiegend horizontal Beanspruchter Fundamente auf dicht gelager-tem Sand, (Dissertation)

Heft 9 von Christoph Heckötter (1985):

Untersuchung zur Abschätzung des Steifemoduls von Grobschluffschüttungen mit Hilfe einfacher, bodenmechanischer Kennwerte, (Dissertation)

Heft 10 mit Beiträgen verschiedener Autoren (1985):

2. Grundbau-Seminar, Vorträge, mit Beiträgen von: H. Nendza, G. Foik, G. Ehl, K. R. Ulrichs, M. Donel, H.G. Gabener, J. Kramer, N. Veith, W. Göb, G. Lehmann, Ch. Heckötter

Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen, Universität Gesamthochschule Essen, Herausgegeben vom Dekan des Fachbereiches 10 - Bauwesen, (in dieser Reihe erschienen als Heft 35)

Heft 11 von Helmut Nendza, Christoph Heckötter (1985):

Die Verwendung von aufbereitetem Bauschutt im Erd- und Straßenbau
(beim Fachgebiet vergriffen)

Mitteilungen aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, Universität - Gesamthochschule - Essen, Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. H. Nendza

Heft 12 von Helmut Nendza, Claus Nacke (1986):

Der Einfluss der Lagerungsdichte auf die Tragfähigkeit überwiegend horizontal beanspruchter und auf Sand gegründeter Fundamente

Heft 13 von Klaus Schulte (1988):

Wasserbewegung in ungesättigten feinkörnigen Böden, (Dissertation)

Mitteilungen aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, Universität - Gesamthochschule - Essen, Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. H. Nendza, Verlag Glückauf

Heft 14 von Claus Nacke (1988):

Horizontal belastete Fundamente mit geneigter Sohlfläche, (Dissertation)

Heft 15 mit Beiträgen verschiedener Autoren (1988):

3. Grundbau-Seminar 1988, Vorträge, mit Beiträgen von: H. Schnettler u. G. Fluck, J. Kramer, H. J. Gräfer, H. Nendza, K. R. Ulrichs, W. Sondermann, Chr. Heckötter, K. Schulte, D. Placzek

Heft 16 von Stefan Schmitz (1989):

Hydraulische Grundbruchsicherheit bei räumlicher Anströmung, (Dissertation)

Heft 17 von Fähran Al. Akhras (1992):

Tragfähigkeit schrägbelasteter Streifenfundamente mit vertikalem Sporn auf dicht gelagertem Sand, (Dissertation)

Heft 18 von Klaus Haubrichs (1993):

Widerstand eines dicht gelagerten Sandes gegen Beanspruchung infolge ausmittigschräg oder exzentrisch belasteter starrer Einzelfundamente, (Dissertation)

Mitteilungen aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, Universität - Gesamthochschule Essen, Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. W. Richwien, Verlag Glückauf

Heft 19 von Eugen W. Perau (1995):

Ein systematischer Ansatz zur Berechnung des Grundbruchwiderstands von Fundamenten, (Dissertation) *(beim Fachgebiet vergriffen)*

Heft 20 von Frank Könemann (1995):

Beeinflussung des Grundwasserspiegels durch unterirdische Bauwerke, (Dissertation) *(beim Fachgebiet vergriffen)*

Heft 21 von Lothar Maßmeier (1995):

Bemessungsgrundlagen der stationären Infiltration von Grundwasser - Untersuchungen an Sanden, (Dissertation)

Heft 22 von Hans-Gerd Schoen (1996):

Untersuchungen zur Gasdurchlässigkeit trockener und teilgesättigter Sande, (Dissertation)

Heft 23 mit Beiträgen verschiedener Autoren (1998):

Beiträge zur aktuellen Forschung in Grundbau und Bodenmechanik, mit Beiträgen von: W. Richwien u. E. Perau, H.-G. Schoen, E. Perau u. K. Golücke u. W. Richwien, E. Perau

Mitteilungen aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, Universität Essen, Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. W. Richwien und Prof. Dr.-Ing. M. Achmus, Verlag Glückauf

Heft 24 von Jörg Malkus (2000):

Untersuchung des Bodenverhaltens im Kontaktbereich von zyklisch axial belasteten Pfählen und Ankern, (Dissertation)

Heft 25 von Zhenggui Wang (2000):

Behaviour of soils and foundation structures under cyclic loads, (Dissertation)

Heft 26 von Jörg Mangels (2000):

Beschreibung von Strömungen im ungesättigten Boden, (Dissertation)

Mitteilungen aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, Universität Essen, Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. W. Richwien, Verlag Glückauf

Heft 27 von Kerstin Lesny (2001):

Entwicklung eines konsistenten Versagensmodells zum Nachweis der Standsicherheit flachgegründeter Fundamente, (Dissertation)

Heft 28 von Eugen Perau (2001):

Die Phasen des Bodens und ihre mechanischen Wechselwirkungen - Ein Konzept zur Mechanik teilgesättigter Böden, (Habilitationsschrift)

[DOI: 10.17185/dupublico/73533](https://doi.org/10.17185/dupublico/73533)

URN: urn:nbn:de:hbz:464-20201207-115041-9

Heft 29 von Jens Wiemann, Kerstin Lesny, Werner Richwien (2002):

Gründung von Offshore-Windenergieanlagen Gründungskonzepte und geotechnische Grundlagen

Mitteilungen aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, Universität Duisburg-Essen, Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. W. Richwien, Verlag Glückauf

Heft 30 von Roland Weißmann (2003):

Die Widerstandsfähigkeit von Seedeichbinnenböschungen gegenüber ablaufendem Wasser, (Dissertation)

Heft 31 von Susanne Potthoff (2003):

Simulation von Zweiphasen-Strömungen im Boden Ein Programmsystem auf Basis der Gemischten Finite-Elemente-Methode, (Dissertation)

Heft 32 von Magnus Geduhn (2006):

Geokunststoffummantelte Vakuum-Säulen Ein Gründungsverfahren für sehr weiche bindige Böden, (Dissertation) *(beim Fachgebiet vergriffen)*

Mitteilungen aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, Universität Duisburg-Essen, Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. W. Richwien, VGE Verlag

Heft 33 von Jens Wiemann (2007):

Bemessungsverfahren für horizontal belastete Pfähle Untersuchungen zur Anwendbarkeit der p-y Methode, (Dissertation)

Heft 34 von Aloys Kisse (2008):

Entwicklung eines Systemgesetzes zur Beschreibung der Boden-Bauwerk-Interaktion flachgegründeter Fundamente auf Sand, (Dissertation)

Heft 35 von Patrik Lammertz (2008):

Ermittlung der Tragfähigkeit vibrierter Stahlrohrpfähle in nichtbindigen Böden, (Dissertation)

Heft 36 von Kerstin Lesny (2008):

Gründung von Offshore-Windenergieanlagen – Werkzeuge für Planung und Bemessung, (Habilitationsschrift)

Heft 37 von Peter Hinz (2009):

Beurteilung des Langzeitverhaltens zyklisch horizontal belasteter Monopile-Gründungen, (Dissertation)

**Report Geotechnik, Universität Duisburg-Essen,
Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. E. Perau, VGE Verlag**

Heft 38 von Carsten Pohl (2010):

Witterungsbedingte Gefügebildung bei See- und Ästuardeichen und ihr Einfluss auf die Deichsicherheit, (Dissertation)

(Bestellung über www.uni-due.de/geotechnik)

Heft 39 von Lars Vavrina (2011):

Bewertung der Schutzfunktion bewachsener Deichbinnenböschungen gegen Erosion, (Dissertation)

(Bestellung über www.uni-due.de/geotechnik)

Heft 40 mit Beiträgen verschiedener Autoren (2013):

Untertage-Pumpspeicherwerke in Anlagen des Berg- und Tagebaus

mit Beiträgen von: E. Perau, U. Schreiber, A. Niemann, H.-J. Wagner, M. K. Koch u. P. Mark; A. J. Daou Pulido, V. Koppers, J. Lohmann, H.-J. Wagner u. M. K. Koch; A. Niemann, R. Alvarado Montero u. T. Wortberg; E. Perau, U. Schreiber u. H. Luick; U. Schreiber, H. Luick u. E. Perau; E. Perau u. S. Korn; D. Sanio u. P. Mark

(vergriffen)

Heft 41 mit Beiträgen verschiedener Autoren (2013):

Baugruben und Grundwasser, Tagungsband zum 4. RuhrGeo Tag am 21.03.2013 in Essen, mit Beiträgen von: E. Perau; B. Schuppener; A. Hettler; K. Borchert u. F. Köne-
mann;

A. Slotta u. E. Perau; L. Röchter u. T. Schanz; C. Heitz, A. Jechorek, u. A. Verhoeks;

B. Odenwald, H. Montenegro, R. Kauther u. M. Herten; D. Placzek, L. König u.

B. Bauckhage; G. Lottritz, M. Pulsfort u. P. Waldhoff; B. Böhle, F. Ludwig u.

R. Otterbein

(Bestellung über www.uni-due.de/geotechnik)

**Report Geotechnik, Universität Duisburg-Essen,
Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. E. Perau, Shaker Verlag**
(Bestellung über www.shaker.de)

Heft 42 mit Beiträgen verschiedener Autoren (2017):

Wechselwirkung Baugrund – Bauwerk, Tagungsband zum 8. RuhrGeo Tag am 30.03.2017 in Essen, mit Beiträgen von: E. Perau; St. Kinzler, F. Sattler, E. Tafur u. Prof. M. Ziegler; C. Pohl u. D. Placzek; F. Könemann, St. Gutjahr u. B. Kosmann; A. Hettler; E. Perau u. A. Zillmann; B. Odenwald, K. Ratz u. H. Günther; D. König u. T. Schröder; C. Schmüdderich, D. König, P. Gußmann u. T. Schanz; L. Speier, K. van der Smissen u. F. Grübl; J. Schreiber u. A. Verhoeks; M. Stahl, N. Veith u. P. Knopf

Heft 43 von Randa Adel Mahmoud Arafa (2017):

Experimental Analysis of Impact Loading during Installation of Jack-up Units, (Dissertation)

Heft 44 mit Beiträgen verschiedener Autoren (2020):

Geotechnik und Wasser – Planung, Berechnung und Ausführung, Tagungsband zum 11. RuhrGeo-Tag am 26.03.2020 in Essen, mit Beiträgen von: E. Perau; A. Schlenkhoff; N. Meteling; S. Keßler u. R. Jagow-Klaff; W. Baille, K. Reinhardt, K. Sommer; L. Vollmert u. K. von Maubeuge; J. Overmans u. U. Estermann; B. Odenwald; C. Fierenkothen, M. Herten u. M. Pulsfort
(pandemiebedingt fand der 11. RuhrGeo-Tag tatsächlich erst am 24.03.2022 statt)

**Report Geotechnik, Universität Duisburg-Essen,
Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. Eugen Perau**
als Open Access verfügbar über DuEPublico:

<https://duepublico2.uni-due.de/go/geotech>

ISSN: 2700-4848

Heft 45 von Nils Jasper Meteling (2020):

Parameteridentifikation bei Grundwasserströmung auf Basis analytisch formulierter Näherungslösungen, (Dissertation)

DOI: [10.17185/dupublico/71697](https://doi.org/10.17185/dupublico/71697)

URN: urn:nbn:de:hbz:464-20200429-091836-4

Heft 46 von Matthias Hausmann (2020):

Einfluss der Ringspaltverpressung auf die Beanspruchung der Tübbingröhre in Tunnellängsrichtung, (Dissertation)

DOI: [10.17185/dupublico/73992](https://doi.org/10.17185/dupublico/73992)

URN: urn:nbn:de:hbz:464-20210129-131438-0

Heft 47 von Antonia Dahmen (2022):

Zum Nachweis der Standsicherheit von Verbauwänden mit der Finite-Elemente-Methode, (Dissertation)

DOI: [10.17185/dupublico/76327](https://doi.org/10.17185/dupublico/76327)

URN: urn:nbn:de:hbz:464-20220725-112553-8

Heft 48 von Benedikt Kosmann (2023):

Berechnung der Stabilität tiefer Geothermiebohrungen bei echten triaxialen Spannungszuständen mit einer modifizierten Grenzbedingung nach Mogi-Coulomb, (Dissertation)

DOI: [10.17185/dupublico/78839](https://doi.org/10.17185/dupublico/78839)

URN: urn:nbn:de:hbz:465-20230807-072118-7

Heft 49 von Tobias Askamp (2024):

Ein Modell zur Beschreibung innerer Erosion – Grundzüge des mechanischen Modells und Ansätze zum Massenproduktionsterm, (Dissertation)

DOI: [10.17185/dupublico/81891](https://doi.org/10.17185/dupublico/81891)

URN: urn:nbn:de:hbz:465-20240424-070216-2

Außerhalb der Reihe ist im Shaker-Verlag erschienen:

Lesny, K., Perau, E. (2015): Bodenmechanisches Praktikum, 13. Auflage, Shaker Verlag,
(Bestellung über www.shaker.de)

Ein Modell zur Beschreibung innerer Erosion – Grundzüge des mechanischen Modells und Ansätze zum Massenproduktionsterm

Bei Bauwerken, wie Deichen, Dämmen oder Baugrubenwände, ist der Nachweis gegen Versagen durch innere Erosion und Piping zu erbringen, wenn diese von einer Grundwasserströmung beeinflusst werden. Hierzu werden geometrische und hydraulische Kriterien herangezogen, durch die sichergestellt werden soll, dass einzelne Bodenkörner nicht gelöst und abtransportiert werden können. Eine mechanische Beschreibung der Erosionsprozesse findet bei dieser Nachweisführung nicht statt.

In dieser Arbeit wird an einem Modell gearbeitet, welches den Ablauf eines Erosionsprozesses mechanisch beschreibt. Das kontinuumsmechanische Modell wird mit der Theorie poröser Medien aufgestellt. Als Grundmodell wird ein Mehrphasenmodell mit einem starren Korngerüst, Wasser als Fluid und einer beliebigen Anzahl an Fraktionen lösbarer sowie bereits gelöster Partikel verwendet. Auf Basis des Grundmodells erfolgt schließlich die Herleitung eines Dreiphasenmodells für eine Beschreibung der Suffosion als ersten Spezialfall. Das Dreiphasenmodell umfasst das Korngerüst, das Fluid sowie eine Fraktion an Partikeln, die sich im Korngerüst befinden und aus diesem herausgelöst werden können oder bereits gelöst sind.

Zur Beschreibung des Austauschs von Partikeln zwischen dem Korngerüst und gelösten Partikeln wird in dieser Arbeit ein Massenproduktionsterm vorgestellt. Der Massenproduktionsterm beinhaltet sowohl einen Ansatz für das Lösen, also der Erosion von Partikeln, als auch für die Ablagerung von Partikeln. Anhand eines Berechnungsprogramms wird die Plausibilität der Berechnungsansätze belegt und die Berechnungsergebnisse liefern erste Erkenntnisse zur mechanischen Beschreibung des Suffosionsprozesses.

- ▶ Innere Erosion, Suffosion, Massenproduktion, Massenaustausch
- ▶ Kontinuumsmechanik, Theorie poröser Medien, Dreiphasenmodell
- ▶ Durchströmungsversuch, Differenzenquotient