Bestimmung der natürlichen Krümmung eines Balkens für eine bestimmte charakteristische Kennlinie mit Hilfe Neuronaler Netze Using Neural Nets to predict the Natural Curvature of a Beam for a specific Characteristic

M.Sc. Marten Zirkel¹, marten.zirkel@tu-ilmenau.de

M.Sc. Yinnan Luo², yinnan.luo@kit.edu

Dr.-Ing. Ulrich Römer², ulrich.roemer@kit.edu

Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Fidlin², alexander.fidlin@kit.edu

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Lena Zentner¹, lena.zentner@tu-ilmenau.de

1: Technische Universität Ilmenau, Fachgebiet Mechanik Nachgiebiger Systeme, 98693 Ilmenau, Deutschland

2: Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Technische Mechanik, 76131 Karlsruhe, Deutschland

Kurzfassung

Die Bedeutung der Energieeffizienz nimmt kontinuierlich zu, insbesondere in Bezug auf periodisch bewegte Systeme. Um diese effizienter zu gestalten, hat sich die Integration nachgiebiger Mechanismen als vielversprechender Ansatz erwiesen, siehe [1]. Dabei dienen elastische Kopplungen als Verbindungselemente zwischen sich relativ zueinander bewegenden Komponenten im System. Der Verlauf der charakteristischen Kennlinie der elastische Kopplung wird durch Optimierung, mit dem Ziel die Energieeffizienz zu steigern, erhalten. Darauf folgend muss ein Mechanismus mit einer ähnlichen Kennlinie für den späteren Einsatz im System synthetisiert werden.

Nach [2] wird ein nachgiebiger Mechanismus erst durch ein Designkonzept (Freedom and Constraints, Building Blocks, Topologie-Optimierung, Rigid-Body-Replacement) erhalten und anschließend untersucht und je nach Ziel optimiert. Eine andere Methode wird Isogeometric Geometry genannt. Sie ermöglicht es, die Form eines Balkenelements über seine natürliche Krümmung mittels Splines zu beschreiben und diese durch ein Optimierungsverfahren an eine gewünschte charakteristische Kennlinie anzupassen, siehe [3]. Der hier beschriebene Ansatz verfolgt diese Idee, allerdings wird die Ableitung der natürlichen Krümmung κ durch Konstanten $\dot{\kappa} = p_{\kappa,i}$, mit $i = 1, \dots, n$ für n Abschnitte des Balkenelements beschrieben. Die Initiallage des Balkenelements wird im vorgespannten Zustand gesucht, um den Auslenkwinkelbereich für φ zu erhöhen. Zur Ermittlung der Lage des Balkenelements wird das Euler-Bernoulli-Balken-Modell, Differentialgleichungen (1) bis (4), mit den Differentialgleichungen (5) und (6) erweitert. Dadurch kann gezielt im Integrationsverfahren, basierend auf einem Runge-Kutta Ansatz, an bestimmten s_i der Wert für $\dot{\kappa}$ für den nächsten Integrationsschritt geändert werden.

$\frac{dM}{ds} = F_{B,x} \sin(\theta) - F_{B,y} \cos(\theta)$	(1)
$\frac{d\theta}{ds} = \frac{M}{EI_z} + \kappa(s)$	(2)
$\frac{dx}{ds} = \cos(\theta)$	(3)
$\frac{dy}{ds} = \sin(\theta)$	(4)
$\frac{d\kappa}{ds} = \dot{\kappa}$	(5)
$\frac{d\dot{\kappa}}{ds}=0.$	(6)



Bild 1 Beispiel eines Mechanismus: der Balken ist in A und B eingespannt und B wird um den Koordinatenursprung mit dem Winkel φ gedreht

Bild 1 zeigt ein Beispiel eines Mechanismus mit der neutralen Faser des Balkenelements zwischen A und B. Der Punkt B wird mit dem Winkel φ mit dem konstanten Abstand H um den Koordinatenursprung ausgelenkt. Der Parameter θ beschreibt den Winkel zwischen der Abszisse und der Tangente an der neutralen Faser am Punkt s. Die Startparameter in A werden durch ein neuronales Netz bestimmt. Die Parameter in B ergeben sich durch Integrieren des Modells ohne



wirkende Kräfte. Die Beträge der Parameter x_B und y_B bzw. H werden danach um 5% reduziert, um den vorgespannten Zustand zu erreichen. Die Kräfte $\vec{F}_{B,x}$ und $\vec{F}_{B,y}$ und das Moment \vec{M}_B werden durch die Vorspannung und die Auslenkung hervorgerufen.

Insgesamt werden die Parameter $p_{nn} = \{x_A, y_A, \theta_A, p_{k,i}\}$ durch ein neuronales Netz vorgegeben. Das neuronale Netz wird hier in 3 Abschnitte aufgeteilt. Der erste Abschnitt ist ein Feed-Forward-Netz bestehend aus 4 Ebenen. Dieser Abschnitt transformiert die Eingabedaten (charakteristische Kennlinien) in die entsprechende Dimension für den zweiten Abschnitt. Der zweite Abschnitt ist ein Deep Equilibrium Net (DEQ), siehe [4]. Dadurch ist die Anzahl der Schichten des gesamten Netzes quasi unendlich. Mit dem letzten Abschnitt werden die Parameter p_{nn} erhalten.

Die Trainingsdaten werden mit zufällig generierten Werten für p_{nn} berechnet. Dazu wird das oben beschriebene Modell eines Euler-Bernoulli-Balkens herangezogen. Das Randwertproblem wird durch ein Trust-Region-Dogleg-Verfahren für verschiedene Auslenkungen gelöst. Somit lassen sich charakteristische Kennlinien erstellen. Dabei werden nur Moment-Winkel-Kennlinien berücksichtigt. Die so erhaltenen charakteristischen Kennlinien werden noch durch ein k-meansclustering Algorithmus sortiert. Es werden dadurch ähnliche Kennlinien mit unterschiedlichen Parametern p_{nn} aussortiert. Das erleichtert das Trainieren des neuronalen Netzes. Das neuronale Netz wird mit einem Datensatz mit der Größe 128 trainiert. Als Optimierungsalgorithmus wird der Adam-Algorithmus mit einer adaptiven Lernrate verwendet. Das Ergebnis ist in Bild 2 dargestellt. Bild 2a zeigt den Verlauf der natürlichen Krümmung $\tilde{\kappa}(s) = \kappa(s) l$ mit normierten Werten an. In Bild 2b ist das normierte Moment $\tilde{M} = \frac{Ml}{EL}$ mit der Balkenelementlänge *l*, sowie dem E-Modul *E* und dem Flächenträgheitsmoment I_z in Abhängigkeit vom Auslenkwinkel φ zu sehen. Beide Grafiken zeigen fünf Linien für die Krümmung sowie fünf charakteristische Kennlinien (in Blau), die als eine Vorgabe dienen. Das neuronale Netz ermittelt passende p_{nn} zu diesen Kennlinien und zu diesen Parametern werden die charakteristischen Kennlinien berechnet, welche in rot bzw. grün dargestellt sind. Die roten Kennlinien wurden vor und die grünen Kennlinien nach dem Training ermittelt. Es ist zu erkennen, dass das neuronale Netz nach dem Training Vorschläge für p_{nn} liefert, die annähernd die gewünschten Kennlinien hervorrufen. Die Werte der Krümmung können unterschiedlich sein, da verschiedene Parameter p_{nn} zu ähnlichen charakteristischen Kennlinien führen können.



Bild 2 Vergleich von 5 charakteristischen Kennlinien: Die gewünschten Kennlinien sind in blau dargestellt und in rot werden die Kennlinien auf Basis p_{nn} des neuronalen Netzes dargestellt.

Danksagung: Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für Ihre Unterstützung. Die Zuschussnummern lauten: **FI 1761/4-1/2** und **ZE 714/16-1/2**.

Literatur

- Yinnan Luo u. a. "Improving Energy Efficiency of a Bipedal Walker with Optimized Nonlinear Elastic Coupling". In: *Advances in Nonlinear Dynamics*. Hrsg. von Walter Lacarbonara u. a. NODYCON Conference Proceedings Series. Cham: Springer International Publishing und Imprint Springer, 2022, S. 253–262. DOI: 10.1007/978-3-030-81166-2_23.
- [2] Pietro Bilancia und Giovanni Berselli. "An Overview of Procedures and Tools for Designing Nonstandard Beam-Based Compliant Mechanisms". In: *Computer-Aided Design* 134 (2021), S. 103001. DOI: 10.1016/j.cad. 2021.103001.
- [3] Giuseppe Radaelli und Just L. Herder. "Isogeometric Shape Optimization for Compliant Mechanisms With Prescribed Load Paths". In: American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2015. DOI: 10.1115/ DETC2014-35373.
- Shaojie Bai, J. Zico Kolter und Vladlen Koltun. "Deep Equilibrium Models". In: CoRR abs/1909.01377 (2019).
 DOI: 10.48550/arXiv.1909.01377.

