

# Einschätzung der Wahrscheinlichkeit von reibungsinduzierten selbsterregten Vibrationen in Achterbahnfahrten

## Assessing the Likelihood of Friction-Induced Self-Excited Vibrations in Roller Coaster Rides

Marc Guillem Zamora Agustí, Universität Duisburg-Essen, Fakultät für Ingenieurwissenschaften, 47057 Duisburg, Deutschland, marc.zamora-agusti@stud.uni-due.de

Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Andrés Kecskeméthy, Universität Duisburg-Essen, Fakultät für Ingenieurwissenschaften, 47057 Duisburg, Deutschland, andres.kecsekemethy@uni-due.de

### Kurzfassung

Das Auftreten von Vibrationen während einer Achterbahnfahrt kann die Gesamterfahrung erheblich beeinflussen und zur strukturellen Ermüdung beitragen. Trotz ihrer Relevanz bleibt das Verständnis der Ursachen oder die genaue Vorhersage dieser Vibrationen eine ungelöste Herausforderung. Einige Untersuchungen haben die Rolle von Schienenunregelmäßigkeiten sowie die Elastizität der Fahrzeugs in den Schwingungen von Achterbahnsystemen aufgeklärt. Es ist jedoch zu beachten, dass trotz Verbesserungen bei der Schienenherstellung signifikante Vibrationen in modernen Achterbahnen nach wie vor vorhanden sind. Die Erweiterung des Ursachenspektrums für diese Vibrationen zeigt, dass reibungsinduzierte selbsterregte Vibrationen in Achterbahnsystemen auftreten könnten. In der vorliegenden Studie wird die Rolle von reinen selbsterregten Schwingungen im Zusammenhang mit einem autonomen Achterbahnsystem diskutiert. Obwohl die Schwingungsintensität während dieser selbsterregten Zustände geringer ist als bei typischen Messungen, wird gezeigt, dass dieselben Reibungseffekte in auf echten Schienen fahrenden Achterbahnen relevanter werden.

### Abstract

The occurrence of vibrations during a roller coaster ride can significantly influence the overall experience and contribute to structural fatigue. Despite its relevance, understanding the causes or accurately predicting these vibrations remains an unresolved challenge. Some studies have elucidated the role of track irregularities as well as the elasticity of the vehicle in the vibrations of roller coaster systems. However, it is noteworthy that significant vibrations still exist in modern roller coasters despite improvements in track manufacturing. The expansion of the spectrum of causes for these vibrations suggests that friction-induced self-excited vibrations could occur in roller coaster systems. In this study, the role of pure self-excited vibrations in the context of an autonomous roller coaster system is discussed. Although the vibration intensity during these self-excited states is lower than in typical measurements, it is demonstrated that the same friction effects become more relevant in roller coasters traveling along real tracks.

## 1 Einleitung

Die Dynamik von Achterbahnen wird in erster Linie von den  $g$ -Kräften bestimmt, die von den Fahrgästen erlebt werden. Das theoretische  $g$ -Last-Profil, hier als  $G$  bezeichnet, wird typischerweise durch die Simulation der Dynamik eines Achterbahnzugs entlang der idealen, entworfenen Trajektorie bestimmt, auch um die gewünschte Glätte zu gewährleisten. Dies kann durch die Darstellung des Zugs als geschlossene kinematische Kette mit wenigen Freiheitsgraden erreicht werden, normalerweise einem für herkömmliche Achterbahnen.

In der Realität erleben die Passagiere jedoch eine empfundene Beschleunigung  $\mathcal{G}$ , die die Überlagerung eines Profils nahe  $G$  und zusätzlicher Vibrationen ist. Bis heute sind die Ursachen dieser Vibrationen nicht vollständig verstanden, was Unsicherheit in den Designprozess einführt.

Verschiedene Modelle wurden vorgeschlagen, um die Vibrationen bei Achterbahnfahrten zu analysieren. Ein Viertelfahrzeugmodell mit Trajektorienabweichungen, die als

stationärer Gaußscher Prozess modelliert sind, wird in [13] untersucht. In [3] wird ein Zwei-Rad-Wagen-System unter Berücksichtigung elastischer Passagiere analysiert. Eine umfassende Simulation eines Achterbahnzugs in [6] umfasst ein realistischeres nichtlineares Rad-Schienen-Kontaktmodell basierend auf der Formulierung von Flores et. al. [2] und Schienenabweichungen. Obwohl der letzter Ansatz bis zu einem gewissen Grad eine gute Korrelation mit realen Messungen zeigt, kann er das gesamte Schwingungsspektrum nicht vollständig erklären.

Eine andere Analyse wurde durchgeführt, um Vibrationen in Achterbahnen aus der Perspektive eines selbsterregten Systems zu untersuchen [10–12], basierend auf Reibungskräften im Rad-Schienen-Kontakt [1, 4, 5, 9]. Hopf-Bifurkationen wurden für eine Reihe von Parametern gezeigt. Die praktische Bedeutung dieser Art von anhaltenden Schwingungen in realen Achterbahnen bleibt jedoch unklar. Das Ziel dieser Studie ist es, weitere Einblicke in diese Frage zu geben.



## 2 Schienenführungsmodell

### 2.1 Kontaktkräfte

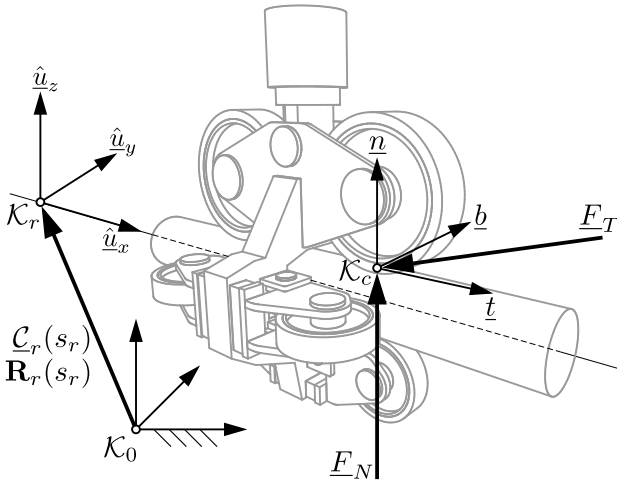
Bild 1 veranschaulicht eines der Rad-Drehgestelle eines Achterbahnwagens. Die Schienentrajektorie  $\mathcal{K}_r$  wird durch die bogenlängenparametrisierte Kurve  $\mathcal{C}_r(s_r)$  und die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_r(s_r) = [\hat{u}_x \ \hat{u}_y \ \hat{u}_z]$  repräsentiert, so dass  $\hat{u}_x = d\mathcal{C}_r(s_r)/ds_r$  und  $\hat{u}_y$  stets senkrecht zu beiden Schienen bleibt.

Die Kontaktfläche  $\mathcal{K}_c$  ergibt sich als Lösung einer Zylinder-Zylinder-Kontaktbedingung zwischen dem Rad und der Schiene. Dabei werden die Normalkraft  $\underline{E}_N$  und die Tangentialkraft  $\underline{E}_T$  wie folgt gegeben

$$\underline{E}_N = (k\delta^p + c\delta^{p-1}\dot{\delta})\mathcal{H}(\delta)\underline{n}, \quad (1)$$

$$\underline{E}_T = \begin{cases} \mu(v_s)\|\underline{E}_N\| \tanh\left(\frac{\|\underline{E}'_T\|}{\mu(v_s)\|\underline{E}_N\|}\right) \frac{\underline{E}'_T}{\|\underline{E}'_T\|}, & \text{wenn } \|\underline{E}_N\| > 0 \text{ und } \|\underline{E}'_T\| > 0, \\ 0, & \text{andernfalls,} \end{cases} \quad (2)$$

wobei  $k$  eine Steifigkeitskonstante,  $c$  eine Dämpfungskonstante,  $\delta$  die starre Eindringtiefe zwischen der Radbandage und der Schiene,  $p$  ein Parameter, der die Kontaktsteifigkeit in Abhängigkeit von  $\delta$  definiert,  $\mathcal{H}$  die Heaviside-Funktion,  $\mu$  der Reibungskoeffizient in Abhängigkeit von der Gleitgeschwindigkeit  $v_s$  des Kontaktpunkts auf der Radbandage und  $\underline{E}'_T$  die kriechgeschwindigkeitsabhängige Tangentialkraft ohne Berücksichtigung von Sättigungseffekten ist, die in diesem Fall durch Kalkers lineare Theorie gegeben ist.



**Bild 1** Schematische Darstellung des Rad-Schiene-Kontaktpunkts und der auf das vordere Laufrad wirkenden Kräfte.

Es sind mindestens acht Freiheitsgrade erforderlich, um das Drehgestell darzustellen, wobei zwei den Nick- und Gierrotationen des Tragrahmens entsprechen und sechs die Drehung der Räder entsprechen. Falls die Bewegung der Rahmen, die die Gummifedern der Seiten- und Gegenräder stützen, modelliert wird, werden vier zusätzliche Freiheitsgrade benötigt. In diesem Fall wird jedoch angenom-

men, dass  $k$  und  $c$  sie berücksichtigen und einen äquivalenten Kontakt darstellen. Sechs Bindungsgleichungen werden verwendet, um die Kontaktpunkte aller Räder zu bestimmen.

### 2.2 Frequenzverhalten bei Unregelmäßigkeiten

Die tatsächliche Schienenkurve  $\tilde{\mathcal{C}}_r(s_r)$  ist eine Überlagerung der theoretischen Kurve und einer Störung, das heißt,  $\tilde{\mathcal{C}}_r(s_r) = \mathcal{C}_r(s_r) + \tilde{\delta}(s_r)$ . Diese Störung wird durch  $\tilde{\delta}(s_r) = \tilde{\delta}_y\hat{u}_y + \tilde{\delta}_z\hat{u}_z$  gegeben.

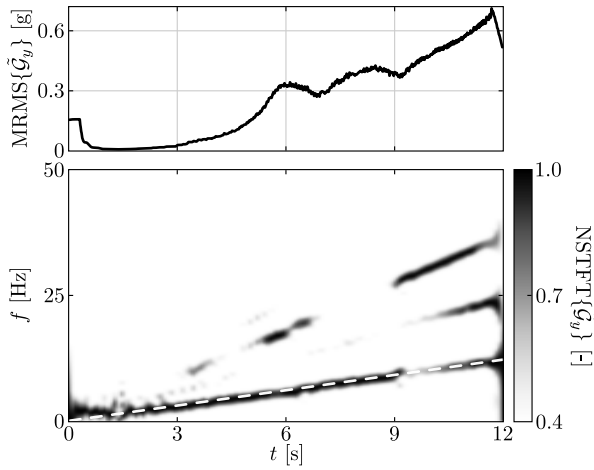
Unter der Annahme, dass ein Drehgestell entlang einer Schiene mit einem harmonischen Abweichungsprofil mit einer räumlichen Periode  $\lambda$  fährt, die fundamentale momentane Frequenz  $f$  wird

$$f(t) = \frac{\dot{s}_r}{\lambda}. \quad (3)$$

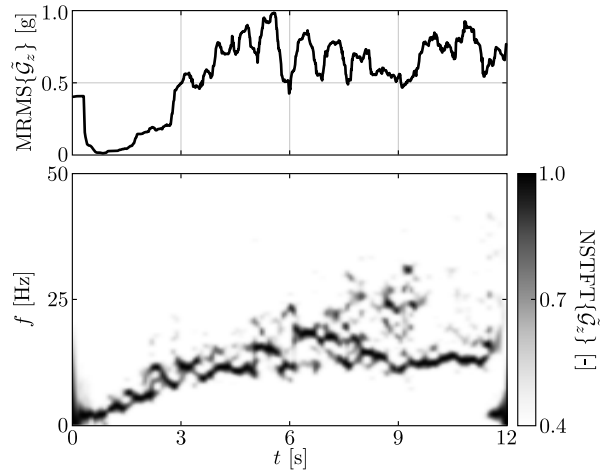
Wenn die normalen Kontaktkräfte lineare Funktionen der Eindringtiefe wären, würde das System mit einer Frequenz  $f$  (Gleichung 3) vibrieren. Mit dem nichtlinearen Normalenkontaktmodell in Gleichung 1 zeigt das System ein vielfältigeres Frequenzspektrum.

Die Spektrogramme in den Bildern 2 und 3 zeigen die Frequenzantwort eines Dreiwagen-Achterbahnzugs, der entlang einer geraden Strecke mit einem harmonischen Abweichungsprofil  $\tilde{\delta}_y = \tilde{\delta}_z$  mit einer räumlichen Periode  $\lambda = 5$  m und einem quadratischen Mittelwert  $\text{RMS}\{\tilde{\delta}\} = 0.0005$  m fährt. Die Wagen sind mittels Kugelgelenken miteinander verbunden und haben zwei hinteren Drehgestelle, ähnlich dem in Bild 1 gezeigten. Zusätzlich hat der erste Wagen eine rollende Achse, die ebenfalls von zwei Drehgestellen des gleichen Typs geführt wird. Es wird weder Kontaktspiel noch Vorspannung zwischen den Drehgestellen und den Schienen berücksichtigt. Der Fahrzeug wird mit einer konstanten Beschleunigung von ungefähr 0.5 g gezogen, von 1 m/s auf 60 m/s, was einer linearen Variation der fundamentalen momentanen Frequenz  $f$  (Gleichung 3) von 0.2 Hz bis 12 Hz entspricht. Es ist klar, dass Erzeugung superharmonischer Frequenzen für einen weiten Bereich von Geschwindigkeiten und in beiden Richtungen vorhanden ist. Die vertikale Komponente vibriert tatsächlich bei superharmonischen Frequenzen stärker als bei der fundamentalen Anregungsfrequenz.

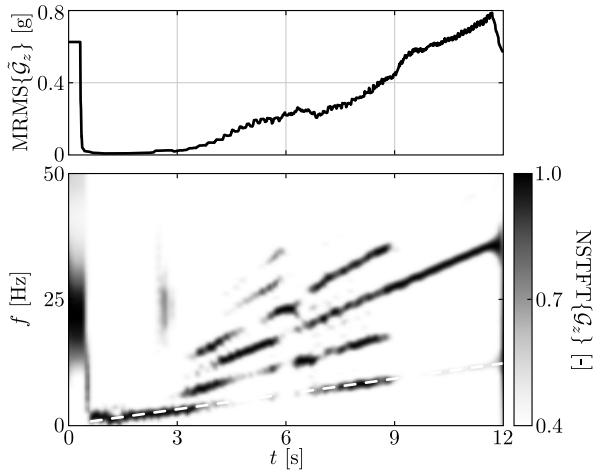
Bilder 4 und 5 zeigen die Ergebnisse für ein Abweichungsprofil mit einem Leistungsdichtespektrum, das zwischen  $\lambda = 1.2$  m und  $\lambda = 60$  m konstant ist, und sonst überall 0 beträgt, mit einem quadratischen Mittelwert  $\text{RMS}\{\tilde{\delta}\} = 0.0005$  m. Das Profil wird als stationärer Gauß-Prozess generiert [8]. Die Frequenzen, die die meiste Energie tragen, variieren nichtlinear mit der Zeit. Die Spärlichkeit scheint ebenfalls mit der Zeit zuzunehmen, was jedoch auf die steigende Schleppgeschwindigkeit zurückzuführen ist. Frequenzsprünge werden ebenfalls beobachtet, wie im Fall eines harmonischen Abweichungsprofils.



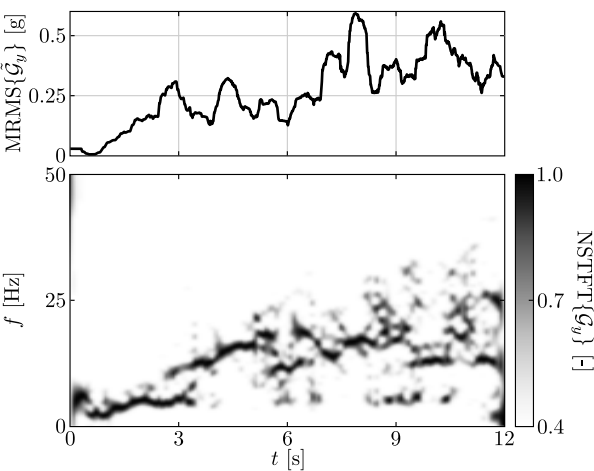
**Bild 2** Laterale Vibration des dritten Wagens. Oben: bewogender quadratischer Mittelwert. Unten: normalisierte Kurzzeit-Fourier-Transformation.



**Bild 5** Vertikale Vibration des dritten Wagens. Oben: bewogender quadratischer Mittelwert. Unten: normalisierte Kurzzeit-Fourier-Transformation.



**Bild 3** Vertikale Vibration des dritten Wagens. Oben: bewogender quadratischer Mittelwert. Unten: normalisierte Kurzzeit-Fourier-Transformation.



**Bild 4** Laterale Vibration des dritten Wagens. Oben: bewogender quadratischer Mittelwert. Unten: normalisierte Kurzzeit-Fourier-Transformation.

### 3 Reibungsinduzierte selbsterregte Vibrationen

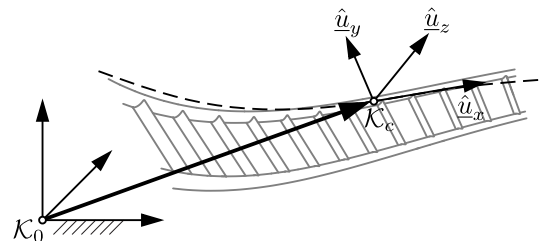
#### 3.1 Modell

Es wird nun angenommen, dass die Schienen keine Unregelmäßigkeiten aufweisen, das heißt,  $\tilde{\delta}_y = \tilde{\delta}_z = 0$ . Um das Auftreten von anhaltenden Schwingungen als rein selbsterregte zu untersuchen, wird ein autonomes System betrachtet. Insbesondere wird ein einzelner Achterbahnwagen mit konstanter Geschwindigkeit entlang einer Kurve mit konstantem Radius und konstanter Überhöhung gezogen, wobei zwei hintere Drehgestelle wie in Bild 1 dargestellt verwendet werden. Anstelle einer Vorderachse ist der Schlepppunkt über ein Kugelgelenk mit dem Wagen verbunden.

Die Vibrationsstärke wird wie folgt berechnet:

$$\tilde{\mathcal{G}}_u = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{1}{t_f - t_{tr}} \int_{t_{tr}}^{t_f} (\epsilon \ddot{r}_c^{(u)} - \mu_u)^2 dt}, \quad (4)$$

wo  $t_{tr}$  die Übergangszeit,  $t_f$  die Endzeit,  $\epsilon \ddot{r}_c^{(u)}$  die in  $\mathcal{K}_c$  zergelegte absolute lineare Beschleunigung von  $\mathcal{K}_c$  (siehe Bild 6),  $\mu_u$  die Durchschnittsbeschleunigung,  $g$  die Erdbeschleunigung und  $u \in \{y, z\}$  ist. Die Übergangszeit wird verwendet, um anfängliche Vibrationen zu beseitigen, die durch eine nicht im Gleichgewichtszustand Startkonfiguration verursacht werden.



**Bild 6** Trajektorie des Massenschwerpunkts eines Achterbahnwagens.

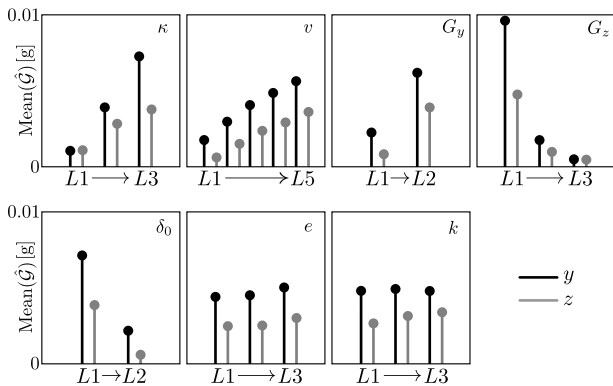
### 3.2 Ergebnisse

Die Auswirkungen verschiedener Parameter -aufgelistet in Tabelle 1- auf die Vibrationsantwort des in Abschnitt 3.1 vorgestellten Modells werden im Kontext des Versuchsdesigns untersucht.

Bild 7 zeigt das Haupteffektendiagramm für alle Parameter. Es ist klar, dass eine Erhöhung der Reibungssättigungssteifigkeit und der Schleppgeschwindigkeit die Vibrationsstärke erhöht. Dies kann nur auf Selbsterregung zurückzuführen sein, da der Wagen mit konstanter Geschwindigkeit entlang eines idealen Kreiswegs fährt. Eine Erhöhung der theoretischen lateralen g-Belastung deutet ebenfalls auf stärkere Vibrationen hin, während höhere vertikale g-Belastungen das System zu stabilisieren scheinen. Rad-Schiene-Kontaktspiel ( $L1$  bei  $\delta_0$ ) ermöglicht eindeutig größere anhaltende Vibrationen, während eine Vorspannung ( $L2$  bei  $\delta_0$ ) diese zu begrenzen scheint. Für dieses System scheinen weder der Königszapfenpielraum noch dessen Steifigkeit eine wichtige Rolle zu spielen.

**Tabelle 1** Zu untersuchende Parameter.

Parameter	Beschreibung
$\kappa$	Steigung der Reibungssättigungsfunktion (Gl. 2)
$v$	Schleppgeschwindigkeit
$G_y, G_z$	Theoretische laterale und vertikale g-Lasten
$\delta_0$	Vorspannung der Gummipuffer
$e$	Königszapfenpielraum
$k$	Königszapfensteifigkeit



**Bild 7** Haupteffektendiagramm verschiedener Parameter auf die Vibrationsintensität.

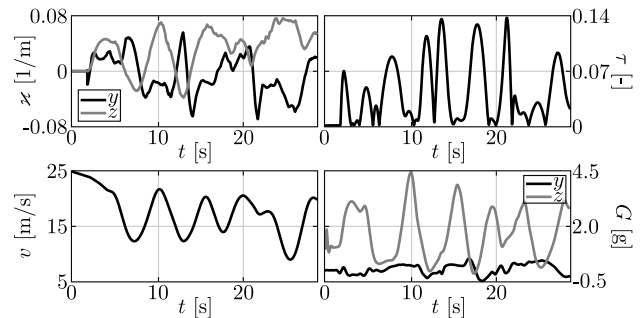
## 4 Schwingungsantwort entlang räumlicher Trajektorien

Während das im Abschnitt 3 untersuchte Modell es ermöglicht, reine selbsterregte Zustände zu identifizieren, stellt es kaum ein echtes Achterbahnsystem dar, das durch komplexe räumliche Trajektorien und dramatische Übergänge gekennzeichnet ist. Anhaltende selbsterregte Schwingungen verlieren in einem realen System ihre Bedeutung, doch dieselben Effekte in Abwesenheit von Schienenunregelmäßigkeiten können auf vorübergehende Vibrationen hinweisen, die es wert sind, analysiert zu werden. Als Nächstes

wird die Vibrationsantwort eines Achterbahnzuges untersucht, der auf einer komplexen Strecke ohne Abweichungen fährt.

### 4.1 Eigenschaften der Achterbahn

Derselbe Achterbahnzug wie der in Abschnitt 2.2 beschriebene wird berücksichtigt. Bild 8 zeigt die Hauptmerkmale der Achterbahn: die lateralen ( $\alpha_y$ ) und vertikalen ( $\alpha_z$ ) Streckenkrümmungen, die Torsion des Normalfeldes der Fahrbahnoberfläche ( $\tau$ ), das Geschwindigkeitsprofil  $v$ , und die theoretischen lateralen und vertikalen g-Belastungen.



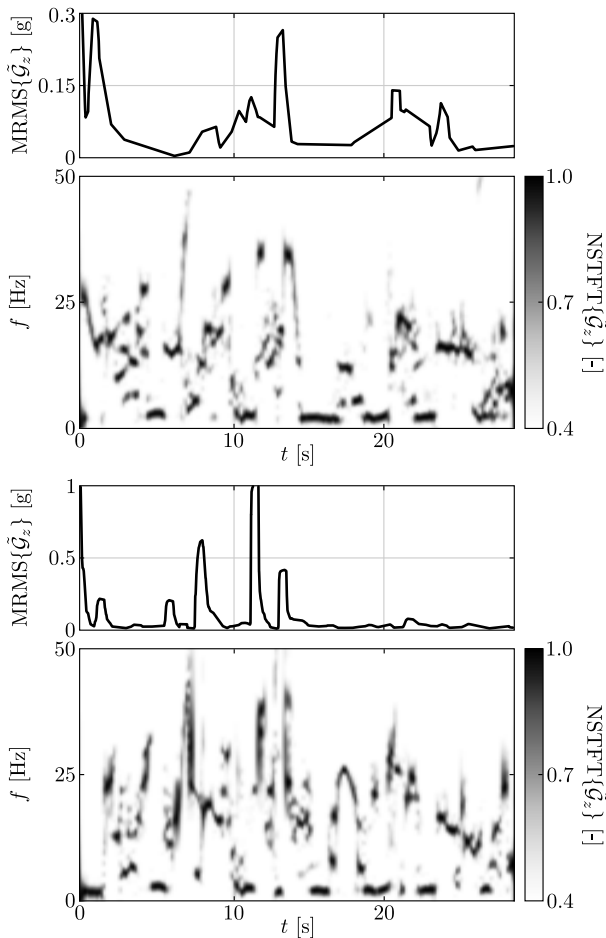
**Bild 8** Layout-Merkmale und theoretische dynamische Eigenschaften der untersuchten Achterbahn. Alle Größen werden im zeitlichen Verlauf auf den vorderen Wagen bezogen.

### 4.2 Ergebnisse

Um verschiedene Szenarien unter gleichen Geschwindigkeiten und dynamischen Belastungen vergleichen zu können, wird der Achterbahnzug mit einer vorgegebenen Geschwindigkeitsfunktion gezogen. Die Schwingungsantwort des Achterbahnzuges wird sowohl ohne als auch mit Kontaktreibung untersucht, wobei letztere sowohl Rollreibung als auch die Kriechkräfte gemäß Gleichung 2 umfasst. Bild 9 zeigt die vertikale Schwingungsantwort des dritten Wagens. In beiden Fällen werden bedeutende Schwingungsniveaus ohne das Vorhandensein von Unregelmäßigkeiten festgestellt. Im Vergleich zum Modell aus Abschnitt 3 erfährt der Achterbahnzug hier kontinuierlich schnelle Änderungen der Trajektorie. Die Variationen in den Frequenzkomponenten scheinen mit den Streckenmerkmalen in Bild 8 einherzugehen. Darüber hinaus verursacht Kontaktreibung bemerkenswert größere Schwingungsniveaus an einigen Stellen. Auch wenn es scheint, dass dies an Abschnitten mit größerer Krümmung und Torsion auftritt, wurde noch kein klarer Muster identifiziert. In Bezug auf die Frequenz scheint es ein anderes Spektrum im Vergleich zum ersten Fall zu zeigen, doch sein veränderliches Verhalten scheint durch die Strecke selbst erklärt zu werden.

Bild 10 zeigt die vertikale Vibration, die einer von einer echten Achterbahn gesammelten Messung entspricht. Im Gegensatz zum untersuchten Modell gibt es ein anhaltendes Vibrationsniveau, das eher mit Radlaufflächen- oder Streckenunebenheiten in Verbindung zu stehen scheint. Die verstreuten Frequenzkomponenten ähneln ebenfalls eher den Ergebnissen in Bild 5. Andererseits werden auch Variationen in den Frequenzkomponenten beobachtet, die mög-

licherweise eher mit den Streckenmerkmalen und dem dynamischen Profil selbst als mit der Frequenz der Abweichungen zusammenhängen.

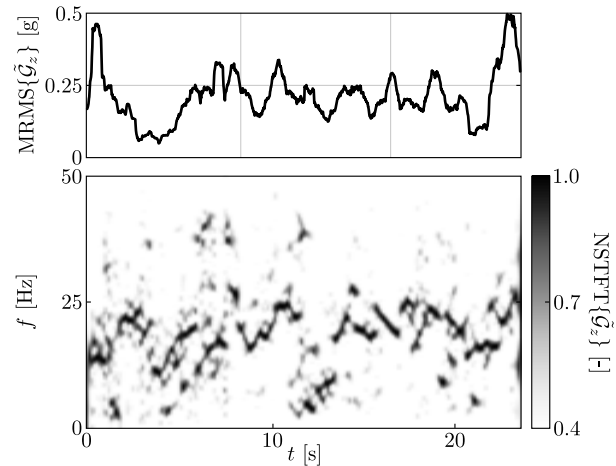


**Bild 9** Vertikale Vibration des dritten Wagens. Von oben nach unten: bewegender quadratischer Mittelwert (reibungloser Kontakt), normalisierte Kurzzeit-Fourier-Transformation (reibungloser Kontakt), bewegender quadratischer Mittelwert (reibungsbefahter Kontakt), normalisierte Kurzzeit-Fourier-Transformation (reibungsbefahter Kontakt).

## 5 Zusammenfassung

Die Studie hat die individuellen Auswirkungen von Schienenunregelmäßigkeiten, Kontaktreibung und der kontinuierlich wechselnden Trajektorie der Strecke auf die Vibrationsantwort eines Achterbahnzugs untersucht. Aufgrund des nichtlinearen Rad-Schiene-Kontakts wurde gezeigt, dass superharmonische Komponenten für einen Bereich von Geschwindigkeiten erzeugt werden, sodass keine direkte Beziehung zwischen der fundamentalen Anregungsfrequenz und dem Frequenzspektrum angenommen werden muss. Reine Reibungsinduzierte selbsterregte Schwingungen wurden anhand Simulationen beobachtet, die bei Vorhandensein von Kontaktspiel und höheren Geschwindigkeiten relevanter zu sein scheinen. Andererseits scheint die Vorspannung der Drehgestelle diese effektiv zu mindern. Darüber hinaus deuten Fahrten entlang komplexer räumlicher Trajektorien auf variierende Frequenzkompo-

nenten hin, was die transiente Natur von Achterbahnsystemen und die Schwankung der natürlichen Frequenzen verdeutlicht. Bei Berücksichtigung von Kontaktreibung wurden auch intensivere Schwingungspegel beobachtet. Obwohl das Konzept anhaltender Schwingungen aufgrund selbsterregter Phänomene in transienten Szenarien weniger relevant erscheint, verändern Reibungseffekte deutlich die Vibrationsantwort und müssen bei der Simulation von Achterbahnvibrationen berücksichtigt werden. Darüber hinaus kann seitliche Reibung den Laufflächenverschleiß beschleunigen. Die Kombination von Schienenunregelmäßigkeiten, komplexen räumlichen Trajektorien und Kontaktreibung ist Gegenstand aktueller Untersuchungen.



**Bild 10** Vertikale Vibration des ersten Wagens auf Sitzhöhe, entsprechend einer Messung einer echten Achterbahn. Oben: bewegender quadratischer Mittelwert. Unten: normalisierte Kurzzeit-Fourier-Transformation.

## 6 Literatur

- [1] Brearley, M.N.: *Investigation of Castor-Wheel Shimmy*. The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 33, No. 4, pp. 491–505, 1980.
- [2] Flores, P.; Lankarani, H.M.: *Contact Force Models for Multibody Dynamics*. Cham: Springer International Publishing, 2016.
- [3] Fujita, K.; Katsuoka, K.; Toshimitsu, H.: *Dynamics of Two-Wheels Modeling Roller Coaster Running on a Complicated 3 Dimensional (3D) Trajectory Considering Air Resistance*. Journal of System Design and Dynamics, Vol. 5, No. 3, pp. 403–415, 2011.
- [4] Horvath, H.Z.; Takacs, D.: *Analogue Models of Rocking Suitcases and Snaking Trailers*. Nonlinear Dynamics of Structures, Systems and Devices, pp. 117–126, 2020.
- [5] Lu, J.; Xu, Y.; Hu, C.; Vakakis, A.F.; Bergman, L.A.: *5-DOF Dynamic Model of Vehicle Shimmy System with Clearance at Universal Joint in Steering Handling Mechanism*. Shock and Vibration, Vol. 20, No. 5, pp. 951–961, 2013.
- [6] Malessa, C.S.: *Eine objektorientierte Simulationsumgebung für die Analyse von Schwingungsvorgän-*

*gen bei Achterbahnfahrten*. Doktorarbeit, Universität Duisburg-Essen, 2016.

- [7] Nakagawa, C.; Katsuhisa, F.: *Motion and Vibration of Multi-Vehicles on a 3D Trajectory*. 5th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control, Vol. 6, Parts A, B, and C, pp. 1331–1340, 2005.
- [8] Podwórna, M; *Modelling Of Random Vertical Irregularities Of Railway Tracks*. International Journal of Applied Mechanics and Engineering, Vol. 20, No. 3, pp. 647–655, 2015.
- [9] Stépán, G.: *Chaotic Motion of Wheels*. Vehicle System Dynamics, Vol. 20, No. 6, pp. 341–351, 1991.
- [10] Zamora Agustí, M.G.; Kecskeméthy, A.: *A first analysis of possible elementary causes of self-excited vibrations in roller coaster rides*. Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics, Wiley, 2022.
- [11] Zamora Agustí, M.G.; Kecskeméthy, A.: *Self-excitability of roller coaster trains along spatial trajectories*. ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics, 2023.
- [12] Zamora Agustí, M.G.; Kecskeméthy, A.: *Self-excitability of roller coaster trains along spatial trajectories*. Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics, Wiley, 2023.
- [13] Zheng, L.H.; Liu, Z.; Chen, M.L.; Zhu, Y.T.: *Vibration modeling and position-dependent analysis of spatial trajectory roller coaster*. Archive of Applied Mechanics, Vol. 87, No. 3, pp. 489–502, 2017.

# DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT  
D U I S B U R G  
E S S E N

*Offen im Denken*

ub | universitäts  
bibliothek

In: Zehnte IFToMM D-A-CH Konferenz 2024

Dieser Text wird via DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt. Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

**DOI:** 10.17185/duepublico/81657

**URN:** urn:nbn:de:hbz:465-20240304-110010-7



Dieses Werk kann unter einer Creative Commons Namensnennung - Nicht kommerziell - Keine Bearbeitungen 4.0 Lizenz (CC BY-NC-ND 4.0) genutzt werden.