# Untersuchung zur Auslegungsmethodik von sCO2-Kreisläufen in Abhängigkeit von Verdichter- und Kreislaufauslegungsparametern

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Abteilung Maschinenbau und Verfahrenstechnik der

Universität Duisburg-Essen

zur Erlangung des akademischen Grades

eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

Dr.-Ing.

genehmigte Dissertation

von

Alexander Johannes Hacks aus Xanten

Tag der mündlichen Prüfung: 07.06.2023

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Dieter Brillert
 Gutachter: Prof. Dr. Rene Pecnik

#### Kurzfassung

Kreisläufe mit überkritischem CO<sub>2</sub> (sCO<sub>2</sub>) als Arbeitsfluid stellen für verschiedene Anwendungen eine Möglichkeit für kompaktere, einfachere und effizientere Kreisläufe zur Stromerzeugung dar. Insbesondere in den letzten zwei Jahrzehnten wurde vermehrt an diesen Kreisläufen geforscht und Versuchskreisläufe sowie erste Demonstratoren im industriellen Maßstab sind in Betrieb. Trotz allem fehlt bis heute eine Vorgehensweise, um verschiedene Komponenten und Betriebszustände bereits in der Entwurfsphase eines sCO2-Kreislaufes mit einzubeziehen. Das Ziel dieser Arbeit ist es, diese Lücke zu schließen. Dabei wird insbesondere der Einfluss der sCO2 Fluideigenschaften auf den Verdichter berücksichtigt. Denn während das sCO<sub>2</sub> in der Turbine einem idealen Gas gleicht, sind bei üblichen Eintrittszuständen des Verdichters am kritischen Punkt große Gradienten, beispielsweise der Dichte, in Abhängigkeit von statischem Druck und statischer Temperatur zu beachten. Daher wird der Betriebsbereich bezogen auf die Verdichtereintrittstemperatur analysiert. Um die Turbomaschine und insbesondere den Verdichter abzubilden sowie eine Variation der Verdichtergeometrie und Regelung zu betrachten, wird ein Turbomaschinenmodell entwickelt. Ein zusätzliches Kreislaufmodell trägt dem sCO2-Kreislauf als geschlossener Joule Kreislauf Rechnung. Mithilfe der Modelle wird gezeigt, dass die Fluideigenschaften das Kreislaufverhalten insbesondere dann dominieren, wenn bei der Auslegung eine gewisse Spanne möglicher Verdichtereintrittstemperaturen zu berücksichtigen ist. Hingegen hat die Geometrie des Verdichters nur marginalen Einfluss auf die Empfindlichkeit des Verdichterbetriebspunktes, Kreislaufwirkungsgrades und maximalen Druckes im Kreislauf gegenüber der Verdichtereintrittstemperatur. Die Volumenverteilung im Kreislauf als auch die Wahl der Auslegungszustände von Verdichter und Turbine ermöglichen aber sehr wohl eine Beeinflussung dieser Sensitivität. In dieser Arbeit werden ein Modell und Auslegungsdiagramme entwickelt, welche es erlauben, die Abhängigkeit einzelner Parameter wie der Auslegungsdrücke der Komponenten oder des Kreislaufwirkungsgrades von der Verdichtereintrittstemperatur zu ermitteln. So ermöglichen die Diagramme es, die Sensitivität genannter Parameter bei der Festlegung des thermodynamischen Auslegungszustandes des Verdichters und der Volumenverteilung im Kreislauf zu berücksichtigen. Die Arbeit liefert damit eine Methode für die Vorauslegung eines sCO2-Kreislaufes für den zu erwartenden Temperaturbereich am Verdichtereintritt und schafft eine fundierte Basis für die Detailauslegung.

#### Abstract

Cycles with supercritical CO<sub>2</sub> (sCO<sub>2</sub>) as working fluid represent a possibility for simpler, more compact and more efficient cycles for power generation for various applications. Especially in the last two decades, research on these cycles grew and experimental cycles but also first industrial scale demonstrators are in operation. Despite all this, there are still no guidelines on how to include different components and operating conditions in the early design phase of an sCO<sub>2</sub>-cycle. The aim of this work is to close this gap. In particular, the influence of the sCO<sub>2</sub> fluid properties on the compressor is considered. This is because, while the sCO<sub>2</sub> in the turbine resembles an ideal gas, large gradients, for example of density, as a function of static pressure and temperature have to be considered for usual inlet conditions of the compressor at the critical point. Therefore, the operating range is analyzed with respect to the compressor inlet temperature. A turbomachinery model is developed to represent the turbomachine and in particular the compressor, allowing to study the effects of a variation of its geometry or a control. An additional cycle model takes into account the sCO<sub>2</sub> cycle as a closed Joule cycle. With the help of the models, it is shown that the fluid properties dominate the cycle behavior especially when a certain range of possible compressor inlet temperatures has to be considered in the design. In contrast, compressor geometry has only a marginal effect on the sensitivity of compressor operating point, cycle efficiency, and maximum pressure in the cycle to compressor inlet temperature. However, both the choice of compressor and turbine design conditions and the volume distribution in the cycle allow this sensitivity to be influenced. In this work, a model and design diagrams are developed, which allow to determine the dependence of individual parameters such as the design pressures of the components or the efficiency of the cycle on the compressor inlet temperature. Thus, the diagrams allow the sensitivity of named parameters to be taken into account when determining the thermodynamic design condition of the compressor and the volume distribution in the cycle. The work thus provides a method for a preliminary layout of a sCO<sub>2</sub> cycle for a given expected temperature range at the compressor inlet and creates a sound basis for the detailed design.

#### Deklaration

Teile der in dieser Dissertation beschriebenen Arbeit wurden bereits in den folgenden Publikationen veröffentlicht:

Hacks, Alexander, Vojacek, Ales, Dohmen, Hans Josef, und Brillert, Dieter. "Experimental investigation of the sCO2-HeRo compressor.". 2nd European sCO2 Conference: pp. 50–59. Essen, Germany, 30.-31. August 2018. DOI 10.17185/duepublico/46088.

Hacks, Alexander J., Freutel, Thomas, Strätz, Marcel, Vojacek, Ales, Hecker, Frieder, Starflinger, Jörg, und Brillert, Dieter. "Operational experiences and design of the sCO2-HeRo loop.". 3rd European Conference on Supercritical CO2 (sCO2) Power Systems 2019: pp. 125–137. Paris, France, 19.-20. September 2019. DOI 10.17185/duepublico/48906.

Hacks, Alexander, Schuster, Sebastian, Dohmen, Hans Josef, Benra, Friedrich-Karl, und Brillert, Dieter. "Turbomachine Design for Supercritical Carbon Dioxide Within the sCO2-HeRo.eu Project." Journal of Engineering for Gas Turbines and Power Vol. 140 No. 12 (2018). DOI 10.1115/1.4040861.

Hacks, Alexander Johannes, Schuster, Sebastian, und Brillert, Dieter. "Stabilizing Effects of Supercritical CO2 Fluid Properties on Compressor Operation<sup>†</sup>." International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power Vol. 4 No. 3 (2019): p. 20. DOI 10.3390/ijtpp4030020.

Hacks, Alexander J., Schuster, Sebastian, und Brillert, Dieter. "Impact of volumetric system design on compressor inlet conditions in supercritical CO2 cycles." Journal of the Global Power and Propulsion Society Vol. 5 (2021): pp. 104–110. DOI 10.33737/jgpps/140118.

Hacks, Alexander J., Abd El Hussein, Ihab, Ren, Haikun, Schuster, Sebastian, und Brillert, Dieter. "Experimental Data of Supercritical Carbon Dioxide (sCO2) Compressor At Various Fluid States." Journal of Engineering for Gas Turbines and Power (2021). DOI 10.1115/1.4052954.

## Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	I
Abstract	II
Deklaration	III
Inhaltsverzeichnis	IV
Abbildungsverzeichnis	VI
Tabellenverzeichnis	IX
Nomenklatur	X
Lateinische Formelzeichen	X
Griechische Formelzeichen	XI
Indizes	XII
Abkürzungen	XII
1 Einleitung	1
2 Kohlendioxid in überkritischem Zustand	4
2.1 Definitionen des überkritischen Zustandes	5
2.2 Eigenschaften eines Fluides oberhalb des kritischen Punktes	9
2.2.1 Widom-Linien	9
2.2.2 Frenkel-Linie	11
2.2.3 Definition des Übergangsbereiches zwischen flüssigem und gasförmige	em
Zustand	12
2.3 Zusammenfassung relevanter Fluideigenschaften für diese Arbeit	14
3 Kreisläufe mit überkritischem Kohlendioxid als Arbeitsfluid	16
3.1 Kreisläufe mit überkritschem Kohlendioxid in der Literatur	17
3.2 Erfahrungen aus dem sCO2-HeRo und sCO2-4-NPP Projekt	
3.2.1 Zusammenhang zwischen Druckverhältnis und Eintrittszustand des Verdichters	
3.2.2 Zusammenhang zwischen Druck- und Temperaturänderung im	
CO <sub>2</sub> -Kreislauf	
4 Modell	
4.1 Annahmen und Randbedingungen für das Turbomaschinenmodell	30
4.2 Verdichtermodell	
4.2.1 Bestimmung der Basisparameter	

	4.2.2	2 Berechnung des Verdichterkennfeldes	35
	4.2.3	Validierung der Kennfeldrechnung des Verdichtermodells	42
	4.2.4	4 Sensitivitätsanalyse des Verdichtermodells	44
	4.3	Turbinenmodell	47
	4.3.2	l Herleitung des Turbinenmodells	47
	4.3.2	2 Validierung des Turbinenmodells	51
	4.3.3	3 Sensitivitätsanalyse des Turbinenmodells	52
	4.4	Kreislaufmodell	53
5	Analy	se charakteristischer Kreislaufparameter	57
	5.1	Definition der Auslegungszustände des Verdichters	58
	5.2	Isobares und isochores Kreislaufverhalten	59
	5.2.1	Betriebspunkte von Verdichter und Turbine	60
	5.2.2	2 Abgegebene Leistung und Kreislaufwirkungsgrad	65
	5.2.3	Ausnutzung der Wärmequelle und Druck im Kreislauf	68
	5.3	Beeinflussung durch Drehzahlregelung	72
	5.3.	Erforderliche Drehzahlanpassung	74
	5.3.2	2 Auswirkung der Drehzahlanpassung auf den Gesamtwirkungsgrad	74
	5.3.3	Auswirkung der Drehzahlanpassung auf den maximalen Druck im Kreislauf	75
	5.4	Beinflussung durch Variation der Verdichtergeometrie	76
	5.5	Beeinflussung durch das Kreislaufverhalten	80
	5.5.	Bedeutung der Auslegungstemperaturen für das Kreislaufverhalten	84
	5.5.2	2 Beeinflussung des Kreislaufverhaltens durch die Volumenverteilung im Kreislauf	87
	5.6	Auslegungsdiagramme für den Verdichterbetriebsbereich	88
	5.6.	Randbedingungen der Auslegungsdiagramme	90
	5.6.2	2 Aufbau und Anwendung der Auslegungsdiagramme	90
6	Schlus	ssfolgerungen	98
7	Ausbl	ick	.00
8	Literat	turverzeichnis	01
A	nhang A	A Verdichter- und Turbinenmodell – Gleichungen für das	
		Massenstromverhältnis 1	10
A	nhang I	3 Sensitivitätsstudie – Steigung der Kennlinien 1	12

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 –	Thermische Wirkungsgrade $\eta$ verschiedener Kreisläufe zur	
	Stromerzeugung nach Fig. 1 von Ahn et al. [2] in Abhängigkeit der	
	Turbineneintrittstemperatur	2
Abbildung 2 –	pT-Diagramm mit Zustandsgrenzen für CO <sub>2</sub>	5
Abbildung 3 –	pT-Diagramm von CO <sub>2</sub> ohne festen Aggregatzustand mit Einteilung in	
	vier Quadranten (nach Banuti et al. [23])	7
Abbildung 4 –	pT-Diagramme von CO <sub>2</sub> mit Markierung der Quadranten und Isolinien der spezifischen isobaren Wärmekapazität $c_p$ (oben links), des	
	Kompressibilitätsfaktors Z (oben rechts), der Dichte $\rho$ (unten links)	
	und spezifischen Enthalpie h (unten rechts)	8
Abbildung 5 –	Maxima der isobaren Wärmekapizität $c_p$ und isothermen	
	Kompressibilität $\beta_T$ bestimmt entlang Isobarer und Isothermer	11
Abbildung 6 –	Grenzen des Übergangsbereichs auf Basis der Veröffentlichungen von [46] und [47] sowie der Steigung des Dichteverlaufs entlang	
	Isobarer (links) und Isothermer (rechts)	13
Abbildung 7 –	Bezeichnungen der thermodynamischen Zustände	15
Abbildung 8 –	Schema eines rekuperierten CO <sub>2</sub> -Kreislaufes (links) mit Darstellung	
-	im Ts-Diagramm (rechts)	17
Abbildung 9 –	Eintrittsbedingungen der Verdichter (blau) und Turbinen (rot)	
_	verschiedener CO <sub>2</sub> -Kreisläufe dargestellt im pT-Diagramm	19
Abbildung 10 -	- Vereinfachtes Fließbild des sCO2-HeRo Kreislaufes	21
Abbildung 11 -	- Schnittansicht der sCO2-HeRo Turbomaschine [79]	22
Abbildung 12 -	- Positionen verschiedener CO <sub>2</sub> Verdichter im Cordier Diagramm	
	(Ausschnitt für radiale Laufräder) nach Bohl und Elmendorf [80]	23
Abbildung 13 -	- Verdichterkennfeld dargestellt als Verhältnis von statischem	
	Austrittsdruck zu Eintrittsdruck über Eintrittsmassenstrom nach	
	Hacks et al. [62]	24
Abbildung 14 -	- CO <sub>2</sub> Eigenschaften – Dichte als Funktion von statischer Temperatur	
	(links) und Enthalpie (rechts) [82]	26
Abbildung 15 -	- CO <sub>2</sub> Eigenschaften – Dichtegradienten $\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$ (links) und $\left(\frac{\partial \rho}{\partial h}\right)_p$	
	(rechts) [82]	26
Abbildung 16 -	Bereiche möglicher Verdichtereintrittszustände bei konstanter	
	Turbineneintrittstemperatur und konstantem Druckverhältnis infolge	
	einer Änderung der Verdichtereintrittstemperatur für verschiedene	
	Verhältnisse von heißem zu kaltem Volumen $V_h/V_k$ nach	
	Hacks et al. [83]	28
Abbildung 17 -	- Skizze eines CO <sub>2</sub> -Kreislaufes mit Positionsnummern 1-4	29
Abbildung 18 -	- Flussdiagramm des Gesamtmodells	30

Abbildung 19 –	Aufbau des Verdichtermodells (links) und Schnitt durch den	
	Verdichter (rechts)	33
Abbildung 20 –	Auslegungsdiagramm nach (nach Abb. 388, Seite 362, [85]) mit	
	eingezeichneter Cordierlinie	35
Abbildung 21 –	Dimensionslose Geschwindigkeitsdreiecke eines Verdichters	36
Abbildung 22 –	Beispiel für ein dimensionsloses Verdichterkennfeld dargestellt als	
	Enthalpie- und Druckkenngröße über Durchflusskenngröße mit	
	Darstellung verschiedener Verlustmechanismen	37
Abbildung 23 –	Dimensionsloses Verdichterkennfeld mit einzelnen Enthalpie- und	
	Druckkenngrößen	40
Abbildung 24 –	Validierung des Verdichtermodells mit CFD- und Messdaten des	
	sCO2-HeRo Verdichters [84] (links) und des Sandia Verdichters	
	[12] (rechts)	43
Abbildung 25 –	Vergleich isentroper Druckerhöhung $(\Delta p_{12})_{is}$ im Verdichter mit	
	inkompressibler Druckerhöhung $(\Delta p_{12})_{inkomp}$ nach Gleichung (7)	
	bei veränderlicher Eintrittstemperatur $T_1$	44
Abbildung 26 –	Steigung der Verdichterkennlinie $d\Psi_y/d\varphi_2$ bezogen auf den	
	Auslegungspunkt einer beispielhaften Verdichtergeometrie	46
Abbildung 27 –	Achsnormalschnitt einer Radialturbine mit	
	Geschwindigkeitsdreiecken nach Schuster et al. [91]	48
Abbildung 28 –	sCO2-HeRo Turbinenkennfeld – Vergleich von Gleichung (43)	
	mit CFD Auslegungsrechnungen	52
Abbildung 29 –	Turbinenkennlinien für verschiedene Durchmesserverhältnisse	
	$D_4/D_{LA}$ im Vergleich zu sCO2-HeRo 50.000 1/min Kennlinie	
	$(D_4/D_{LA} = 0.375)$	53
Abbildung 30 –	Vereinfachte Skizze eines Joule Kreislaufes (oben) mit	
	Unterscheidung in heißes und kaltes Volumen des Zwei-Volumen	
	Modells (unten) nach Hacks et al. [83]	55
Abbildung 31 –	Modell für Volumenaufteilung in Wärmeübertragern	56
Abbildung 32 –	Herleitung der Auslegungsempfehlungen	58
Abbildung 33 –	Exemplarische Auslegungszustände des Verdichters	59
Abbildung 34 –	Änderung des dimensionslosen Verdichterbetriebspunktes	
	$(\varphi_2 \text{ und } \Psi_y)$ bei Änderung der Verdichtereintrittstemperatur $T_1$	
	entlang der jeweiligen Isobaren (oben) und Isochoren (unten)	61
Abbildung 35 –	Änderung des Turbinenbetriebspunktes ( $V_3$ und $\Delta h_{34}$ ) bei	
	konstanter Drehzahl und Änderung der Verdichtereintrittstemperatur	
	$T_1$ entlang der jeweiligen Isobaren (oben) und Isochoren (unten)	63
Abbildung 36 –	Änderung der Kreislaufparameter ( $P$ und $\eta_K$ ) bei konstanter Drehzahl	
	und Änderung der Verdichtereintrittstemperatur $T_1$ entlang der	
	jeweiligen Isobaren (oben) und Isochoren (unten)	66
Abbildung 37 –	Enthalpiedifferenz zwischen einer Isobaren und einer Isochoren bei	
	Steigerung der Temperatur	67

Abbildung 38 –	Änderung der Kreislaufparameter ( $\eta_{WQ}$ und $p_3$ ) bei konstanter
	Drehzahl und Änderung der Verdichtereintrittstemperatur $T_1$
	entlang der jeweiligen Isobaren (oben) und Isochoren (unten) 70
Abbildung 39 –	Änderung der Turbineneintrittstemperatur $T_3$ , der Ausnutzung der
	Wärmequelle $\eta_{WQ}$ und der Wirkungsgrade $\eta_K$ und $\eta_{ges}$ bei konstanter
	Drehzahl und Begrenzung der Wärmezufuhr $\dot{Q}_{22} = \dot{Q}_{WQ}$ für die
	$\mathcal{L}_{23} = \mathcal{L}_{23} = \mathcal{L}$
Abbildung 40 –	Änderung der Verdichtereintrittstemperatur $T_1$ entlang einer Isobaren 71 Änderung der TAC Drehzahl $N$ , des Wirkungsgrades $\eta_{ges}$ und des
	maximalen Kreislaufdruckes $p_3$ bei konstanter Turbineneintritts-
	temperatur $T_3$ und Änderung der Verdichtereintrittstemperatur $T_1$
	entlang der jeweiligen Isobaren (links) und Isochoren (rechts), um
	die verfügbare Wärme komplett zu nutzen $\eta_{WQ} = 1$
Abbildung 41 –	Auslegungsdiagramm nach Abbildung 20 mit farblich dargestellter
	Steigung der Verdichterkennlinie im Auslegungspunkt
Abbildung 42 –	Dimensionslose Kennlinien $\Psi_{th}$ und $\Psi_y$ über $\varphi_2/\varphi_{2_0}$ für die
	Geometrievariationen (Punkte a – c) aus Abbildung 41
Abbildung 43 –	Änderung des dimensionslosen Verdichterbetriebspunktes $\varphi_2$ bei
	Änderung der Verdichtereintrittstemperatur $T_1$ entlang der jeweiligen
	Isobaren (oben) und Isochoren (unten) für Geometrien aus Punkt (b)
	(links) und Punkt (c) (rechts)
Abbildung 44 –	Änderung von $\rho_1$ und $p_1$ unter Beachtung des Kreislaufverhaltens im
-	Vergleich zur Änderung bei isobarem (oben) und bei isochorem
	Kreislaufverhalten (unten)
Abbildung 45 –	Änderung des Wirkungsgrades $\eta_{ges}$ unter Beachtung des
	Kreislaufverhaltens im Vergleich zur Änderung bei isochoren und
	isobaren Kreislaufverhalten
Abbildung 46 –	Änderung des maximalen Druckes im Kreislauf $p_3$ unter Beachtung
e	des Kreislaufverhaltens im Vergleich zur Änderung bei isochoren
	und isobaren Kreislaufverhalten
Abbildung 47 –	Auswirkung einer Variation der Auslegungstemperatur am
8	Verdichtereintritt $T_{10}$ auf das Kreislaufverhalten
Abbildung 48 –	Auswirkung einer Variation der Auslegungstemperatur am
	Turbineneintritt $T_{3,0}$ auf das Kreislaufverhalten
Abbildung 49 –	Auswirkung einer Variation des physischen heißen und kalten
	Volumens auf das Kreislaufverhalten 88
Abbildung 50 –	Auslegungsdiagramm für isochores und isobares Kreislaufverhalten
	beispielhaft für die Änderung des Gesamtwirkungsgrades $\eta_{aes}/\eta_{aes}$ 92
Abbildung 51	Auslegungsdiggramm für modelliertes Kreislaufverhalten heisniglich
Aboliuulig 31 –	
	für die Anderung des Gesamtwirkungsgrades $\eta_{ges}/\eta_{ges}$

Abbildung 52	$2$ – Änderung des Gesamtwirkungsgrades $\eta_{ges}$ und maximalen Druckes $p_3$	
Abbildung 53	<ul> <li>im Auslegungsbereich im Verhältnis zu einem vorausgewählten</li> <li>Auslegungszustand am Verdichtereintritt</li> <li>3 – Änderung des Gesamtwirkungsgrades η<sub>ges</sub> und maximalen Druckes p<sub>3</sub></li> </ul>	. 95
	im Auslegungsbereich bei isobarem Kreislaufverhalten im Vergleich zu modelliertem Kreislaufverhalten	. 97
Tabellenver	zeichnis	
Taballa 1 F	afinitionen des überkritischen Zustandes in der Literatur	6

Tabelle 1 – Definitionen des überkritischen Zustandes in der Literatur	6
Tabelle 2 – Auslegungsparameter des sCO2-HeRo Kreislaufes [75]	22
Tabelle 3 – Randbedingungen für die Modellierung	30
Tabelle 4 – In der Sensitivitätsanalyse berücksichtigte Auslegungsparameter des	
Verdichters	
Tabelle 5 – Zusammenfassung der Analysen aus Kapiteln 5.2 bis 5.5	89

## Nomenklatur

## Lateinische Formelzeichen

b	m	Schaufelhöhe
С	m/s	Absolutgeschwindigkeit
<i>c</i> <sub>p</sub>	J/(kg*K)	Spezifische isobare Wärmekapazität
D	m	Durchmesser
g	J/kg	Freie spezifische Gibbs Energie
h	J/kg	Spezifische Enthalpie
'n	kg/s	Massenstrom
n	-	Polytropenexponent
Ν	1/s	Drehzahl
p	Pa	Druck
Ż	W	Wärmestrom
R	J/(kg*K)	Gaskonstante
S	J/(kg*K)	Spezifische Entropie
Т	K	Temperatur
u	m/s	Umfangsgeschwindigkeit
<i>॑V</i>	m <sup>3</sup> /s	Volumenstrom
W	m/s	Relativgeschwindigkeit
У	J/kg	Spezifische Strömungsarbeit
Ζ	-	Kompressibilitätsfaktor
$Z_R$	-	Schaufelzahl

α	0	Absolutwinkel
β	0	Relativwinkel
δ	-	Spezifischer Durchmesser: $\delta = D \sqrt[4]{\frac{2y}{\dot{V}^2} \frac{\sqrt{\pi}}{2}}$
ζ	-	Verlustkoeffizient
η	%	Wirkungsgrad
μ	-	Minderleistungsfaktor
Π	-	Druckverhältnis
ρ	kg/m³	Dichte
σ	-	Spezifische Drehzahl: $\sigma = 2N \frac{\sqrt{\dot{v}}}{(2y)^{3/4}} \sqrt{\pi}$
arphi	-	Durchflusskenngröße
$\varphi_M$	-	Lieferzahl: $\varphi_M = \frac{4\dot{V}}{D^3\pi^2 N}$
$\Psi_h$	-	Enthalpiekenngröße: $\Psi_h = 2 \frac{\Delta h}{u^2}$
$\Psi_y$	-	Druckkenngröße: $\Psi_h = 2 \frac{y}{u^2}$
ω	rad/s	Winkelgeschwindigkeit

## Indizes

0	Auslegungszustand
1-4	Positionen im Kreislauf
CO <sub>2</sub>	Kohlenstoffdioxid
el	Elektrisch
ges	Gesamt
h	Heißes (Volumen)
HF	Heizerfluid
WQ	Wärmequelle (Heizer)
i	(unbestimmte) Position
k	Kaltes (Volumen)
KP	Kompressor/Verdichter
krit	Kritisch/kritischer Punkt
krit <sub>ps</sub>	Pseudokritisch
WS	Wärmesenke (Kühler)
LA	Laufradaustritt (Verdichter), Laufradeintritt (Turbine)
m	Meridional
min / max	Minimal / Maximal
nom	Nominal
u / ob	Untere / obere (Temperatur) der Wärmezufuhr
р	Isobar
R	Reibung
ref	Referenz
Stoß	Anström-/Stoßverluste
Т	Isotherm
ТВ	Turbine
th	Theoretisch
$ h_\infty$	Theoretisch mit unendlicher Schaufelanzahl

Homenkidtur	
Abkürzungen	
CFD	Computational Fluid Dynamics
$CO_2$	Kohlendioxid
inkomp	Inkompressibel
sCO <sub>2</sub>	Überkritisches Kohlendioxid
sCO2-HeRo	Projekt: "The supercritical CO2 Heat Removal System"
TAC	Turbomaschine integraler Bauweise mit Verdichter, Generator und Turbine auf einer Welle in einem hermetisch dichten Gehäuse

Kreisläufe mit Kohlendioxid im überkritischen Zustand (sCO<sub>2</sub>) als Arbeitsmedium werden als vielversprechende Möglichkeit zum Bau kompakter, einfacher und flexibler thermodynamischer Kreisläufe zur Stromerzeugung weltweit untersucht [1–3]. Kohlendioxid (CO<sub>2</sub>) wird dabei aufgrund seiner guten Verfügbarkeit und der günstigen Lage des kritischen Punktes  $p_{krit} = 73.8 \ bar$  und  $T_{krit} = 31 \ ^{\circ}C$  gegenüber anderen Fluiden favorisiert. Denn der kritische Druck ist vergleichsweise niedrig, beispielsweise gegenüber dem von Wasser, und die kritische Temperatur liegt im Bereich üblicher Umgebungstemperaturen. Letzteres ermöglicht den Einsatz von Luftkühlern und senkt den Wasserverbrauch, sodass sCO2-Kreisläufe in trockener Umgebung eingesetzt werden können. Außerdem ist sCO2 weder brennbar noch giftig und besitzt im Kreislauf eine hohe mittlere Dichte, speziell im Vergleich mit Wasserdampf im Bereich der Niederdruckturbine im Wasser-Dampf-Kreislauf. So sollen sCO<sub>2</sub>-Kreisläufe kompakter sein als vergleichbare Joule oder Rankine Kreisläufe mit Luft oder Wasser [3]. Darüber hinaus erreichen sie unter bestimmten Voraussetzungen einen höheren thermischen Wirkungsgrad. Dies verdeutlicht der gelb und grün hinterlegte Bereich in Abbildung 1 (nach Fig. 1 van Ahn et al. [2]). Hier ist bei einer Turbineneintrittstemperatur T von mehr als 400 °C der thermische Wirkungsgrad  $\eta$  für sCO<sub>2</sub>-Kreisläufe größer als bei Dampfkreisläufen (blau) oder offenen Gasturbinenprozessen (orange). Außerdem ist die mögliche Turbineneintrittstemperatur höher als bei Kreisläufen mit organischen Arbeitsfluiden, den sogenannten ORC-Kreisläufen.

Aus diesen Gründen wird insbesondere seit den 2000er Jahren vermehrt an sCO2-Kreisläufen und den dafür benötigten Komponenten geforscht, wie White et al. anhand eines exponentiellen Anstiegs der Veröffentlichungen zwischen 2000 und 2020 sowie der Patente zwischen 2010-2020 zeigen [3]. Die veröffentlichte Literatur konzentriert sich vor allem auf drei Bereiche. Der Erste ist die Kreislaufberechnung und Optimierung. Erste Beiträge hierzu finden sich bereits in der frühen 2. Hälfte des 20. Jahrhunderts [4-6]. In diesem Bereich konzentrieren sich die Veröffentlichungen zumeist auf verschiedene thermodynamische Auslegungszustände oder verschiedene Anordnungen der Einzelkomponenten im Kreislauf, die auf Basis unterschiedlicher Anwendungsbeispiele untersucht werden (z.B. Dostal et al. [7] oder Alfani et al. [8]). Dabei wird das Turbomaschinenverhalten oftmals deutlich vereinfacht, z.B. durch die Annahme eines konstanten Wirkungsgrades oder Druckverhältnisses. Weiterhin existieren wissenschaftliche Artikel und Berichte zur Auslegung und Berechnung der Kennfelder einzelner Kreislaufkomponenten, insbesondere der Verdichter und der Wärmeübertrager [9-13]. Eine Variation der Eintrittszustände wird hier aber zumeist nicht untersucht. Darüber hinaus werden in verschiedenen Veröffentlichungen Experimente in Versuchskreisläufen und die ersten größeren Demonstrationsanlagen vorgestellt [12,14–16]. Insgesamt liegt der Fokus der Veröffentlichungen auf detaillierten Untersuchungen spezifischer Problemstellungen bezüglich der Kreislaufparameter, der Wahl der Komponenten und deren Detailauslegung sowie auf der Validierung von Berechnungen und Konzepten mit Versuchs- und Demonstrationsanlagen.



Abbildung 1 – Thermische Wirkungsgrade  $\eta$  verschiedener Kreisläufe zur Stromerzeugung nach Fig. 1 von Ahn et al. [2] in Abhängigkeit der Turbineneintrittstemperatur

Diese Arbeit strebt eine Verknüpfung der drei angesprochenen Bereiche aus den Literaturquellen an. Denn trotz der Detailuntersuchungen fehlt eine global gültige Vorgehensweise für die frühe Entwurfsphase bzw. zur Vorauslegung von sCO<sub>2</sub>-Kreisläufen oder kurz eine Auslegungsrichtlinie. Diese muss in der Lage sein, unterschiedliche, im Betrieb auftretende thermodynamische Zustände im Kreislauf zu berücksichtigen und mit der Turbomaschinen- und Kreislaufauslegung zu verknüpfen. In dieser Arbeit wird ein vereinfachtes Modell als Grundlage einer solchen Richtlinie entwickelt und eine Vorgehensweise definiert, welche zur Festlegung erster Auslegungsparameter dient. Diese werden mithilfe von Auslegungsdiagrammen hergeleitet und im Anschluss als Basis einer Detailauslegung verwendet.

Dazu werden in der Arbeit zunächst die Fluideigenschaften des sCO<sub>2</sub> bezüglich seiner Besonderheiten als Fluid im "überkritischen Zustand" dargelegt (Kapitel 2). Für den Betrieb von Kreislauf und Turbomaschine relevante Fluideigenschaften werden erläutert und die in der Arbeit verwendeten Bezeichnungen der thermodynamischen Zustände und deren Grenzen festgelegt. Die Übersicht über geplante und gebaute sCO<sub>2</sub>-Kreisläufe in Kapitel 3 erlaubt die Eingrenzung möglicher Eintrittszustände von Verdichter und Turbine für die hier durchgeführte Analyse. Erfahrungen aus dem Betrieb einer sCO<sub>2</sub> Turbomaschine in verschiedenen sCO<sub>2</sub>-Kreisläufen im sCO<sub>2</sub>-HeRo Projekt [17] und sCO<sub>2</sub>-4-NPP [18] Projekt liefern darüber hinaus eine Begründung für die Eingrenzung des Betriebsbereiches des Verdichters. Außerdem wird das Verhalten eines sCO<sub>2</sub>-Kreislaufes bei Änderung von thermodynamischen Zuständen, insbesondere am Verdichtereintritt, erläutert. Diese Erläuterungen bilden die Basis zur Festlegung von Randbedingungen für die Modellerstellung in Kapitel 4 als auch für die Auswertung in Kapitel 5. In Kapitel 4 werden geeignete vereinfachte Modelle der Turbomaschine und des Kreislaufes hergeleitet und verknüpft. Mit deren Hilfe wird in Kapitel 5 das Kreislaufverhalten für veränderliche Eintrittszustände des Verdichters erörtert und es werden entsprechende Diagramme für die Festlegung von Auslegungsparametern entwickelt. Die Schlussfolgerungen daraus werden abschließend zusammengefasst.

Die in dieser Arbeit beschriebene systematische Vorauslegung bildet eine fundierte Basis für die Detailauslegung und unterstützt so die Auslegung von sCO<sub>2</sub>-Kreisläufen insgesamt. 2

CO<sub>2</sub> ist in der Erdatmosphäre mit ca. 420 ppm enthalten und in vielen alltäglichen Anwendungen zu finden, nicht nur im gasförmigen Zustand, sondern auch flüssig für z.B. Kühlanwendungen. Die postulierten Vorteile von sCO<sub>2</sub>-Kreisläufen basieren auf den Fluideigenschaften des CO<sub>2</sub>, speziell mit Annäherung von statischem Druck und Temperatur an ihre Werte am kritischen Punkt. Diese Fluideigenschaften sind daher genauer zu beleuchten und die Grenzen zwischen dem überkritischen, flüssigen und gasförmigen Zustand zu definieren. Speziell die Unterschiede thermodynamischer Eigenschaften in den verschiedenen Zuständen sind von Interesse.

Der Zustand eines Fluides (hier CO<sub>2</sub>) ist jeweils für einen bestimmten Wertebereich des statischen Druckes p und der statischen Temperatur T definiert. Das pT-Diagramm in Abbildung 2 stellt die Zustände für CO<sub>2</sub> dar, allerdings zunächst ohne einen überkritischen Zustand zu spezifizieren. Die schwarzen Linien repräsentieren die Zustandsgrenzen der Schmelz-, Sublimations- und Dampfdruckkurve. Per Definition nimmt ein Stoff den Zustand mit niedrigstem chemischen Potenzial an. An den Zustandsgrenzen ist das chemische Potenzial zweier Zustände gleich, sodass beide koexistieren. Am Tripelpunkt, welcher den Schnittpunkt der drei Zustandsgrenzen darstellt und durch die rote Raute markiert ist, koexistieren entsprechend die drei Zustände fest, flüssig und gasförmig. Beim Überschreiten einer Zustandsgrenze in Abbildung 2 liegt ein Phasenübergang erster Ordnung vor [19]. Die Einordnung "Phasenübergang erster Ordnung" resultiert daraus, dass die ersten Ableitungen der freien Gibbs Energie g nach Gleichung (1), also die spezifische Entropie s nach Gleichung (2) und das spezifische Volumen bzw. die Dichte  $\rho$  nach Gleichung (3), eine Diskontinuität aufweisen.

$$g = h - Ts \tag{1}$$

$$s = -\left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_p \tag{2}$$

$$\frac{1}{\rho} = \left(\frac{\partial g}{\partial p}\right)_T \tag{3}$$

Wie in Abbildung 2 zu sehen, wird der Bereich oberhalb der Schmelzkurve üblicherweise als fest, zwischen Schmelzkurve und Dampfdruckkurve als flüssig und unterhalb der Sublimations- und Dampfdruckkurve als gasförmig bezeichnet. Da der feste Zustand für Turbomaschinen und damit für diese Arbeit nicht relevant ist, wird er nicht weiter betrachtet. Gase und Flüssigkeiten werden im Alltag durch makroskopische Eigenschaften unterschieden. Zum Beispiel dehnt sich ein Gas aus und füllt ein verfügbares Volumen immer vollständig aus, während eine Flüssigkeit ihr Volumen behält und einen Behälter auch nur in Teilen ausfüllen kann. Außerdem hat die Flüssigkeit eines Stoffes eine größere Dichte als das entsprechende Gas. Die Dampfdruckkurve endet jedoch im kritischen Punkt. Oberhalb des kritischen Punktes existiert in dieser Darstellung also keine Zustandsgrenze. Cagniard de la Tour zeigte bereits 1822, dass ab einer bestimmten Temperatur eine Verflüssigung durch Druckanstieg ohne sischbaren Meniskus abläuft [20]. Letzterer zeigt makroskopisch die Koexistenz von Flüssigkeit und Gas, also das Vorhandensein der Zustandsgrenze. Die von Cagniard de la Tour gemessene Temperatur markiert das Ende der Dampfdruckkurve und den kritischen Punkt (roter Punkt). So wurde der sogenannte überkritische Zustand entdeckt, der keine makroskopische Unterscheidung zwischen flüssig und gasförmig erlaubt [20]. Dieser Zustand ist zu definieren, ebenso wie die Abgrenzung zwischen flüssigem und gasförmigem Zustand.



Abbildung 2 – pT-Diagramm mit Zustandsgrenzen für CO<sub>2</sub>

#### 2.1 Definitionen des überkritischen Zustandes

Heute ist "kritischer Punkt" ein akzeptierter Begriff, der zum ersten Mal 1869 von Andrews definiert wurde [20,21]. Er maß auch als Erster den Druck  $p_{krit}$  und die Temperatur  $T_{krit}$  des kritischen Punktes von CO<sub>2</sub> [21]. Der Begriff "überkritisch" bzw. der Druck und Temperaturbereich, der als "überkritischer Zustand" bezeichnet wird, ist hingegen nicht einheitlich definiert, wie Banuti et al. [22–24] feststellen. Verschiedene Definitionen des überkritischen Zustandes sind in Tabelle 1 gelistet. Die Tabelle ordnet verschiedene Literaturquellen mit Jahr der Erscheinung und dem Anwendungsgebiet der Publikation den Quadranten in Abbildung 3 zu. Die Zuordnung erfolgt darüber, welche Quadranten in der Publikation als "überkritischer Zustand" bezeichnet werden. Abbildung 3 ist einer Darstellung von Banuti et al. [23] nachempfunden und zeigt den Zustandsbereich unterhalb der Schmelzkurve, welcher mithilfe der kritischen Isobaren und Isothermen (gestrichelte Linien) in vier Quadranten aufgeteilt wird. Quadrant I ist durch die Dampfdruckkurve (dicke schwarze Linie) wiederum unterteilt in einen flüssigen und gasförmigen Zustand.

Allein die Fülle an verschiedenen Definitionen in Tabelle 1 lässt darauf schließen, dass der überkritische Zustand nicht einfach zu definieren und vom gasförmigen und flüssigen Zustand zu unterscheiden ist. Zudem scheint es weder eine Abhängigkeit vom Anwendungsgebiet der Publikationen noch eine zeitliche Entwicklung hin zu einer einheitlichen Definition auf Basis der vier Quadranten zu geben. In neuerer Literatur ab 2017 sind stattdessen alternative, von den Quadranten unabhängige, Definitionen zu finden.

Quadrant	Jahr der Publikation	Anwendungsbereich	Literaturquelle	
III	1987	Chemie	Neindre [26]	
	1989	Chemie	Schlosky und Kevin [27]	
	1993	Extraktion	Hitchen und Dean [28]	
	1998	Reinigung	Manivannan und Sawan [29]	
	2000	Physik	Kiran et al. [30]	
	2002	Werkstofftechnik	Arai [31]	
	2005	Chemie	Kemmere und Meyer [32]	
	2014	Geologie	Ramachandran et al. [33]	
		Partikelherstellung	Türk [34]	
	2015	Molekularwissenschaften	Laboureur et al. [35]	
II+III	1970	Chemie	Tödheide [36]	
	1999	Chemie	Tucker [37]	
	2010	Physik	Carlès [38]	
III+IV	2006	Verbrennung	Candel et al. [39], Oefelein [40] IV: transkritisch	
	2011	Nuklear und Wärmeübertragung	Pioro und Mokry [25] IV: Komprimierte Flüssigkeit wird als überkritisch bezeichnet	
	2017	sCO <sub>2</sub> -Kreisläufe	Musgrove et al. [41] inkonsistente Beschreibung	
II+III+IV	2006	Verbrennung	Bellan [42]	
Neue Ansätze	2017	Verbrennung	Banuti et al. [23,24,43]	
	2018	Physikalische Chemie	Ha et al. [44]	
	2019	Maschinenbau	Imre et al. [45]	
	2019	Physikalische Chemie	Ploetz und Smith [46]	
	2020	Physikalische Chemie	Khmelinskii und Woodcock [47]	

Tabelle 1 – Definitionen des überkritischen Zustandes in der Literatur

Abgesehen von letzteren Veröffentlichungen wird Quadrant III übereinstimmend dem überkritischen Zustand zugeordnet. Hier sind sowohl der statische Druck p als auch die statische Temperatur T höher als ihr jeweiliger Wert am kritischen Punkt ( $p_{krit}$  und  $T_{krit}$ ). Quadranten II und IV werden oftmals dem gasförmig bzw. flüssigen Zustand zugeschrieben. Manche Quellen dehnen den überkritischen Zustand aber auch auf die Quadranten II und/oder IV aus. Hier ist nur die statische Temperatur *T* oder der statische Druck *p* höher als  $T_{krit}$  bzw.  $p_{krit}$ . Pior und Mokry [25] nennen das Fluid im Quadranten IV "komprimiertes Fluid" und zählen es zum "überkritischen Fluid". In anderer Literatur wird das Fluid im Quadranten IV auch als "transkritisches Fluid", "kompressible Flüssigkeit" oder einfach "Flüssigkeit" bezeichnet [24]. Gemeinsam ist allen Literaturquellen aus Tabelle 1, welche keine neuen Ansätze verfolgen, dass keine physikalischen Gründe für die Zuordnung der Quadranten zum überkritischen Zustand genannt werden. Alle Literaturquellen berichten allerdings von der großen Abhängigkeit der Fluideigenschaften, z.B. Dichte, vom statischem Druck und Temperatur in der Nähe des kritischen Punktes in Quadrant III. Die Erklärung eben dieser Abhängigkeit in Veröffentlichungen ab 2017 bildet die Basis für die Herleitung neuer Ansätze zur Beschreibung des Zustands eines Fluides oberhalb des kritischen Drucks und der kritischen Temperatur.

Dies verdeutlicht die aktuell unklare Definitionslage und ist der Grund, warum eine Analyse der Fluideigenschaften innerhalb von Quadrant III als auch an den Grenzen der Quadranten in Abbildung 3 für diese Arbeit unausweichlich ist.



Abbildung 3 – pT-Diagramm von CO<sub>2</sub> ohne festen Aggregatzustand mit Einteilung in vier Quadranten (nach Banuti et al. [23])

Abbildung 4 zeigt die Isolinien thermodynamischer Größen, wie der spezifischen isobaren Wärmekapazität  $c_p$  (oben links), des Kompressibilitätsfaktors Z (oben rechts), der Dichte  $\rho$  (unten links) und der spezifischen Enthalpie h (unten rechts) bestimmt mithilfe NIST-REFPROP Datenbank [48], welche wiederrum die Zustandsgleichung nach Span und Wagner [49] nutzt. Diese werden in pT-Diagrammen mit den Grenzen der Quadranten, dem kritischen Punkt und der Dampfdruckkurve dargestellt. Es sind grundsätzlich zwei verschiedene Verhalten festzustellen. Während die spezifische isobare Wärmekapazität am

kritischen Punkt ein Extremum (Maximum) erreicht, zeigen Dichte, Kompressibilitätsfaktor und spezifische Enthalpie keine Extrema. Die Isolinien laufen hier am kritischen Punkt allerdings sehr nah zusammen. Das bedeutet, dass die erste Ableitung, also die Gradienten, entlang einer Isobaren oder Isothermen am kritischen Punkt ein Extremum aufweisen. Wie auch von Banuti et al. [24] beschrieben sind im Gegensatz dazu keine relevanten Änderungen an den durch die gestrichelten Linien markierten Grenzen der Quadranten zu erkennen. Die Definition des überkritischen Zustandes mithilfe des kritischen Druckes und der kritischen Temperatur scheint daher, wie auch von Imre et al. [45] angemerkt, nicht physikalisch begründet, sondern eher historisch gewachsen zu sein. Entsprechend basieren die Ansätze in neuerer Literatur (siehe Tabelle 1) auf den physikalischen und thermodynamischen Fluideigenschaften und streben eine Unterscheidung in einen flüssigen und gasförmigen Zustand unabhängig von den in Abbildung 3 gezeigten Quadranten an. So wird insbesondere eine Fortsetzung der Dampfdruckkurve in Quadrant III über den kritischen Punkt hinaus untersucht, da die Definition eines separaten überkritischen Zustandes dadurch obsolet wäre.



Isolinien der spezifischen isobaren Wärmekapazität  $c_p$  (oben links), des Kompressibilitätsfaktors Z (oben rechts), der Dichte  $\rho$  (unten links) und spezifischen Enthalpie h (unten rechts)

#### 2.2 Eigenschaften eines Fluides oberhalb des kritischen Punktes

Während die Entdeckung der nicht beobachtbaren Koexistenz von Flüssigkeit und Gas oberhalb einer bestimmten Temperatur von Cagniard de la Tour aus dem Jahr 1822 zunächst zur Hypothese führte, dass Flüssigkeit und Gas Extrema desselben Kontinuums anstatt unterschiedliche Zustände [38] seien, wurde gezeigt, dass auch oberhalb des kritischen Punktes starke Änderungen der thermodynamischen Größen beobachtbar sind (Abbildung 4). Diese sind ähnlich zur Zustandsänderung über die Dampfdruckkurve [23] und die Position dieser starken Änderungen scheint darüber hinaus im pT-Diagramm auf einer Fortsetzung der Dampfdruckkurve zu liegen. So wird in neuerer Literatur auch oberhalb des kritischen Punktes (in Quadrant III) ein flüssiger und gasförmiger Zustand unterschieden [43–47,50]. Keine Unterscheidung wird jedoch jeweils zwischen Quadranten Igasförmig und II, Iflüssig und IV, II und III sowie III und IV vorgenommen. Deshalb muss auch in Quadrant III eine Zustandsgrenze zwischen flüssig und gasförmig existieren, welche aber nicht anhand makroskopischer Beobachtungen festzulegen ist. Für praktische Anwendungen bedeutet dies implizit, dass CO2 nicht nur in Quadrant I, sondern auch in Quadrant III dem flüssigen oder gasförmigen Zustand zuzuordnen und bei der Auslegung der Komponenten entsprechend zu behandeln ist. Die Zustandsgrenze in Quadrant III ist in der Literatur auf zwei Arten definiert, die Widom-Linie(n) und die Frenkel-Linie, welche auf verschiedenen Kriterien beruhen. Musgrove et al. [41] und Yang et al. [51] stellen die Bedeutung dieser Zustandsgrenze in Quadrant III für praktische Anwendungen wie z.B. beim Wärmeübergang in Wärmeübertragern oder in der Extraktion heraus. In dieser Arbeit dient sie der Begrenzung des Verdichterbetriebsbereiches, der Wahl eines geeigneten Auslegungszustandes sowie der Unterscheidung der Volumina im Kreislauf.

#### 2.2.1 Widom-Linien

Es heißt, dass H. E. Stanely den Namen "Widom-Linie" zu Ehren der Skalierungstheorie von Widom aus dem Jahr 1974 [52] vorgeschlagen hat [53]. Diese Definition beruht auf dem Maximum der Korrelationslänge als Maß für die molekulare Wechselwirkung [24,46,54]. Sie stellt eine Erweiterung der Dampfdruckkurve in Quadrant III dar [55] und ist der erste Versuch, eine Grenze zwischen flüssig und gasförmig oberhalb des kritischen Punktes zu definieren [46].

Im Gegensatz zur Zustandsänderung erster Ordnung über die Dampfdruckkurve liegt laut Ansermet und Brechet [19] bereits im kritischen Punkt, am Ende der Dampfdruckkurve, keine Diskontinuität in der ersten Ableitung der freien Gibbs Energie mehr vor. Im kritischen Punkt zeigen allerdings die zweiten Ableitungen der freien spezifischen Gibbs Energie, wie die spezifische isobare Wärmekapazität  $c_p$  nach Gleichung (4) und die isotherme Kompressibilität  $\beta_T$  nach Gleichung (5), Diskontinuitäten. Hier liegt daher ein Phasenübergang zweiter Ordnung vor [19]. Die Widom-Linie wird ebenfalls mithilfe der zweiten Ableitungen der freien Gibbs Energie, welche auch als Antwortfunktionen der Korrelationslänge bezeichnet werden, bestimmt. Die Antwortfunktionen werden hier verwendet, da die Korrelationslänge selbst schwer zu messen ist [54]. Anders als im kritischen Punkt liegt bei der Widom-Linie aber ein Extremum der Antwortfunktionen und keine Diskontinuität vor.

$$c_p = -T \left(\frac{\partial^2 g}{\partial T^2}\right)_p \tag{4}$$

$$\beta_T = -\rho \left(\frac{\partial^2 g}{\partial p^2}\right)_T \tag{5}$$

Die spezifische isobare Wärmekapazität  $c_p$  ist die thermodynamische Größe oder Antwortfunktion, welche als erstes zur Bestimmung der Widom-Linie verwendet wurde [50]. In der Definition des  $c_p$ -Maximums bestimmt entlang einzelner Isobaren wird sie als pseudokritische Linie oder Pseudoverdampfungslinie bezeichnet [23,46]. Allerdings können auch andere thermodynamische Größen wie die von Pipich und Schwahn [55] verwendete isotherme Kompressibilität  $\beta_T$  genutzt werden. Sowohl Widom-Linien der spezifischen isobaren Wärmekapazität  $c_p$  (durchgezogene Linien) als auch der isothermen Kompressibilität  $\beta_T$  (gestrichelte Linien) sind zusammen mit der Dampfdruckkurve (schwarz) im pT-Diagramm in Abbildung 5 dargestellt. Die Extrema werden mit der partiellen Ableitung nach dem Druck bei konstanter Temperatur T (orange) und der partiellen Ableitung nach der Temperatur bei konstantem Druck p (blau) bestimmt. Erkennbar ist, dass die vier Kurven noch nicht einmal für die selbe thermodynamische Größe (z.B.  $c_p$  oder  $\beta_T$ ) den gleichen Verlauf aufweisen. Deshalb wird üblicherweise von mehreren Widom-Linien gesprochen [56]. Es existiert kein Grund eine bestimmte Widom-Linie, also eine bestimmte Antwortfunktion oder die Ermittlung der Maxima entlang von Isobaren oder Isothermen vorzuziehen, wie sowohl Banuti et al. [43] als auch Ploetz und Smith [46] betonen. So geben z.B. Banuti et al. [23] oder Imre et al. [45] eine Formel für die pseudokritische Linie (Maxima der spezifischen isobaren Wärmekapazität  $c_p$  bestimmt entlang einzelner Isobaren), während Jesús et al [57] oder Proctor [58] die Maxima der spezifischen isobaren Wärmekapazität  $c_p$ entlang einzelner Isothermen ermitteln. Einzelne Widom-Linien fallen näherungsweise nur in der Nähe des kritischen Punktes zusammen (siehe Abbildung 5). Jesús et al. [57] definieren ein Kriterium zur Bestimmung des Bereiches, in dem die Widom-Linien annähernd zusammenfallen (für sCO<sub>2</sub> bis ca. 83 bar). Allerdings ist dieses Kriterium eher willkürlich gewählt. Darüber hinaus werden die Extrema der zugrunde liegenden thermodynamischen Größen bei steigendem statischen Druck und statischer Temperatur solange kleiner, bis sie fluidabhängig ab einer gewissen Temperatur und einem gewissen Druck nicht mehr zu beobachten sind und deshalb die Lage der Widom-Linien nicht mehr zu bestimmen ist [59].

Insgesamt sind Widom-Linien leicht aus der Stoffdatenbank zu ermitteln. Sie erlauben als Fortsetzung der Dampfdruckkurve in Quadrant III nur in der Nähe des kritischen Punktes eine genaue Unterscheidung zwischen flüssig und gasförmig, da die einzelnen Widom-Linien mit steigendem Druck und steigender Temperatur divergieren. Hier markieren sie vielmehr einen Bereich als eine Linie für den Zustandswechsel zwischen flüssig und gasförmig. Dabei erstreckt sich die Änderung thermodynamischer Größen über einen weiteren Temperaturund Druckbereich mit kleineren Gradienten und die Festlegung einer spezifischen Linie ist dann weniger relevant.



Abbildung 5 – Maxima der spezifischen isobaren Wärmekapazität  $c_p$  und isothermen Kompressibilität  $\beta_T$  bestimmt entlang Isobarer und Isothermer

#### 2.2.2 Frenkel-Linie

Während die Widom-Linien auf der molekularen Struktur in Form der Korrelationslänge beruhen und in der Regel mithilfe der Extrema der zweiten Ableitung der freien Gibbs Energie dargestellt werden, können flüssigkeitsartige und gasartige Eigenschaften auch durch das dynamische Verhalten der Moleküle unterschieden werden. Darauf basiert die sogenannte "Frenkel-Linie". Der Begriff geht laut Proctor [58] auf Brazhkin et al. [59] im Jahr 2012 und J. Frenkels Theorie der Flüssigkeiten zurück. Brazhkin et al. [59] beschreiben die beiden durch die Frenkel-Linie getrennten Zustände als starre und nicht starre Flüssigkeit bzw. dichtes Gas. Der Übergang von flüssig zu gasförmig basiert hier auf dem Minimum der Relaxationszeit und definiert den Übergang von Flüssigkeit zu Gas durch die Überwindung der intermolekularen Anziehungskräfte. Dies führt zu einer ballistischen Bewegung der Moleküle im Gas anstelle der oszillatorischen Bewegung in Flüssigkeiten. Die Flüssigkeit verliert beim Übergang zu Gas nach dieser Definition die Fähigkeit (hochfrequenten) Scherkräften standzuhalten [58–60]. Die Frenkel-Linie ist theoretisch für beliebig hohe Temperaturen definiert und nur begrenzt durch die Bildung eines Plasmas bei ausreichend hohen Drücken und Temperaturen [58].

Laut Ploetz und Smith [46] ist die Bestimmung der Frenkel-Linie als Resultat verschiedener Kriterien problematisch, da diese teilweise nicht direkt experimentell bestimmbar sind. Pipich und Schwahn [55] zeigen diese Problematik durch den Vergleich verschiedener Definitionen der Frenkel-Linie für CO<sub>2</sub>. Die Definition nach Fomin et al. [61] verwendet die molekulare isochore Wärmekapazität von  $c_v = 3,5k_B$  ( $k_B$  = Boltzmann Konstante) als Kriterium für das Verschwinden von zwei transversalen Schermoden und Yang at al. [51] nutzen die Autokorrelationsfunktion der Molekülgeschwindigkeit zur Bestimmung des Übergangs von oszillatorischer zu ballistischer Bewegung in einer Simulation der Moleküldynamik. Pipich und Schwahn [55] bestimmen darüber hinaus die Lage der Frenkel-Linie in CO<sub>2</sub> für 45 °C zusätzlich mithilfe eines Experiments für den strukturellen Übergang von flüssig zu gasförmig. Dieser Übergang liegt bei 45 °C knapp über der Widom-Linie.

Insgesamt resultieren die verschiedenen Definitionen im Allgemeinen und in CO<sub>2</sub> im speziellen in sehr unterschiedlichen Verläufen der Frenkel-Linie. So kann zwar davon ausgegangen werden, dass eine Unterscheidung zwischen einem gasförmigen und flüssigen Zustand auch weit oberhalb des kritischen Punktes möglich ist. Auf der anderen Seite kann mit der Frenkel-Linie eine solche Zustandsgrenze für CO<sub>2</sub> nicht sicher definiert werden, sodass sie keine Anwendung in dieser Arbeit findet.

#### 2.2.3 Definition des Übergangsbereiches zwischen flüssigem und gasförmigem Zustand

In verschiedenen neueren Literaturquellen (siehe Tabelle 1) werden neue Ansätze zur Unterscheidung von flüssig und gasförmig bei statischen Drücken und Temperaturen oberhalb des kritischen Punktes untersucht. Dabei ist immer wieder von einem Übergangsbereich zwischen gasförmig und flüssig die Rede. Während die verschiedenen Autoren [24,44,46,47] dabei grundsätzlich die gleichen Schlussfolgerungen ziehen, unterscheidet sich die Vorgehensweise zur Bestimmung der Grenzen des Ubergangsbereiches und in der Konsequenz auch die Lage der Grenzen selbst. So wird von Banuti et al. [24] und Ha et al. [44] der Übergangsbereich mithilfe der radialen Verteilungsfunktion als Maß für die Interaktion einzelner Moleküle oder einer direkten Zuordnung flüssiger oder gasförmiger Eigenschaften bestimmt. Hingegen untersuchen Ploetz und Smith [46] Dichteschwankungen und Khmelinskii und Woodcock [47] verschiedene veröffentlichte experimentelle Daten sowie Simulationsergebnisse. Gemeinsam haben die Veröffentlichungen [24,44,46], dass sich der Übergangsbereich mit steigendem Druck über einen breiteren Temperaturbereich erstreckt und im Zusammenhang mit den Gradienten thermodynamischer Parameter bzw. mit den Widom-Linien steht. Alle Veröffentlichungen stimmen auch darin überein, dass die großen Gradienten in Abhängigkeit von statischem Druck und statischer Temperatur innerhalb des Übergangsbereiches auftreten.

Abbildung 6 zeigt die Dichte entlang 4 Isobarer (links) und 4 Isothermer (rechts). Außerdem sind auch die explizit für CO<sub>2</sub> ermittelten Grenzen von Ploetz und Smith [46] (orange gestrichelte Linien) und Khmelinskii und Woodcock [47] (blaue Punkt-Strich Linien) dargestellt. Die Grenzen zeigen deutliche Unterschiede. Da Khmelinskii und Woodcock [47] ausführen, dass die Dichteänderung im Übergangsbereich näherungsweise eine lineare Abhängigkeit von statischem Druck und Temperatur aufweist, ist in Abbildung 6 jeweils auch eine Gerade (graue gepunktete Linie) mit der Steigung der Isobaren bzw. Isothermen an deren Wendepunkt (mittlerer grüner Punkt) eingezeichnet. Im rechten Diagramm stimmt der von den Grenzen nach Khmelinskii und Woodcock [47] eingeschlossene Bereich qualitativ gut mit dem Bereich überein, in dem die Geraden und die Isothermen korrelieren. Allerdings liegt diese Übereinstimmung im linken Diagramm in Abbildung 6 für die Isobaren nicht vor. Ploetz und Smith [46] liefern neben den Grenzen auch noch eine sogenannte Symmetrielinie, welche durch den Vorzeichenwechsel einer ersten partiellen Ableitung nach dem Druck entlang einer Isothermen definiert ist (mittlere orange gestrichelte Linie). Die Grenzen (obere und untere orange gestrichelte Linie) zeigen jeweils die Maxima der zweiten partiellen Ableitung nach dem Druck entlang einer Isothermen. Entsprechend stimmen die Symmetrielinie und die pseudokritische Linie im rechten Diagramm qualitativ gut überein, nicht aber im linken Diagramm. Dies resultiert aus den unterschiedlichen Werten für die Maxima der partiellen Ableitungen der freien Gibbs Energie nach Druck und Temperatur. Die Definitionen des Übergangsbereiches in Abbildung 6 stimmen also nicht überein. Wie in Kapitel 2.2.1 erläutert, kann sowohl die partielle Ableitung der freien Gibbs Energie nach dem Druck als auch nach der Temperatur verwendet werden. Entsprechend ist keine der vorgestellten Begrenzungen des Übergangsbereiches zu bevorzugen und es ist eine Definition der Grenzen zu wählen.



Abbildung 6 – Grenzen des Übergangsbereichs auf Basis der Veröffentlichungen von [46] und [47] sowie der Steigung des Dichteverlaufs entlang Isobarer (links) und Isothermer (rechts)

In dieser Arbeit werden die Grenzen des Übergangsbereiches entsprechend den relevanten physikalischen Eigenschaften für den Verdichter festgelegt. Der Übergang von flüssigem zu gasförmigen CO<sub>2</sub> (und umgekehrt) tritt in der Wärmequelle und der Wärmesenke auf. Die Zustandsänderung ist entsprechend annähernd isobar und das linke Diagramm in Abbildung 6 ist für diese Arbeit relevant. Einer besonderen Bedeutung kommt der Grenze zwischen flüssigem Zustand und Übergangsbereich zu, da der Verdichter in sCO<sub>2</sub>-Kreisläufen in flüssigem CO<sub>2</sub> betrieben wird. Hier fällt die Grenze nach Ploetz und

Smith [46] (obere orange gestrichelte Linie) in etwa mit einem Extremum der zweiten partiellen Ableitung der Dichte nach der Temperatur entlang der Isobaren (oberen grünen Punkte) zusammen. Da die Dichte darüber hinaus einen großen Einfluss auf die Druckerhöhung im Verdichter hat [62], wird in dieser Arbeit der Übergangsbereich mithilfe der selbigen eingegrenzt (obere und untere Reihe grüner Punkte). Als Referenzlinie für den Übergang von flüssigem zu gasförmigen CO<sub>2</sub> wird die pseudokritische Linie (rote gestrichelte Linie in Abbildung 6) verwendet.

### 2.3 Zusammenfassung relevanter Fluideigenschaften für diese Arbeit

Die vorangegangene Analyse zeigt, dass die Definition des überkritischen Zustandes etwa 200 Jahre nach dessen Entdeckung in der Literatur immer noch kontrovers diskutiert wird. Die gängigste Definition verlangt, dass sowohl der statische Druck als auch die statische Temperatur größer sind als im kritischen Punkt (Quadrant III). Sie wird allerdings nicht durch die thermodynamischen Eigenschaften des Fluides gerechtfertigt und führt zu einer Vielzahl von Bezeichnungen. Aus der Literatur sind jedoch folgende Eigenschaften abzuleiten:

- Das Fluid im sogenannten überkritischen Zustand (Quadrant III) ist nicht homogen. Auch hier ist es einem flüssigen und einem gasförmigen Zustand zuzuordnen. Die Definition einer geeigneten Linie bzw. eines Übergangsbereiches zur Beschreibung des Phasenwechsels von flüssig zu gasförmig ist in der Literatur jedoch nicht abschließend geklärt.
- Der Übergang von flüssig zu gasförmig wird in Quadrant III nicht von einem makroskopischen Phasengleichgewicht begleitet und erfolgt entlang einer Isobaren in einem endlichen Temperaturintervall. In diesem Übergangsbereich liegen Moleküle mit Eigenschaften einer Flüssigkeit und eines Gases nebeneinander vor. Im Übergangsbereich weisen thermodynamische Größen wie z.B. die Dichte erhöhte Gradienten entlang von Isobaren oder Isothermen auf, insbesondere in der Nähe des kritischen Punktes.
- Die verschiedenen Definitionen der Widom-Linien liegen innerhalb des Übergangsbereiches und fallen in der Nähe des kritischen Punktes asymptotisch zu einer Linie zusammen, die eine Fortsetzung der Dampfdruckkurve darstellt.
- Bei einer Verschiebung des thermodynamischen Zustandes über die kritische Isobare  $(p = p_{krit})$  oder die kritische Isotherme  $(T = T_{krit})$  sind keine grundlegenden Änderungen physikalischer Fluideigenschaften zu erwarten.
- Bei ausreichend hoher Temperatur wird Gas in Quadrant III als ideales Gas betrachtet (siehe Abbildung 7)

Auf dieser Basis und um inkonsistente Bezeichnungen in dieser Arbeit zu vermeiden, wird für diese Arbeit festgelegt:

1. Quadrant III nach Abbildung 3 wird als "überkritischer Zustand" bezeichnet. In der Bezeichnung wird in folgenden Kapiteln aber nicht zwischen sCO<sub>2</sub> und CO<sub>2</sub> unterschieden und Kohlendioxid unabhängig vom Quadrant als CO<sub>2</sub> bezeichnet.

- 2. Der flüssige und gasförmige Zustand in Quadrant III wird "flüssig" und "gasförmig" genannt (nicht "flüssigkeitsähnlich" oder "gasähnlich").
- 3. Der Prozess der Druckererhöhung im Kreislauf wird unabhängig vom Eintrittszustand (auch im flüssigen Zustand) als Verdichtung und die dafür genutzte Komponente als Verdichter bezeichnet.
- 4. Der flüssige und gasförmige Zustand in Quadrant III wird durch die pseudokritische Linie, also die Maxima der spezifischen isobaren Wärmekapazität entlang Isobarer, unterschieden. Der zugehörige Übergangsbereich in Quadrant III wird durch die Maxima der zweiten partiellen Ableitung der Dichte nach der Temperatur entlang Isobarer bestimmt. Auch CO<sub>2</sub> innerhalb des Übergangsbereiches wird abhängig von der pseudokritischen Linie als flüssig und gasförmig bezeichnet.
- 5.  $CO_2$  wird auch in Quadrant III als ideales Gas betrachtet, wenn der Kompressibilitätsfaktor nahe Z = 1 ist (nach Banuti et al. [23] im Bereich 0,95 < Z < 1,05).

Die Bezeichnungen, wie Sie in dieser Arbeit verwendet werden, sind beispielhaft in Abbildung 7 einem pT-Diagramm dargestellt.



Abbildung 7 - Bezeichnungen der thermodynamischen Zustände

#### 3 Kreisläufe mit überkritischem Kohlendioxid als Arbeitsfluid

Kreisläufe zur Stromerzeugung, die im Auslegungspunkt vollständig bei statischen Drücken oberhalb des kritischen Punktes betrieben werden, werden als überkritische Kreisläufe bezeichnet [3]. Das CO<sub>2</sub> durchläuft dabei keinen Phasenwechsel erster Ordnung, was als ein Vorteil dieser Kreisläufe angeführt wird [1]. Wegen des fehlenden Phasenwechsels kann ein geschlossener Joule Prozess als Vergleichsprozess herangezogen werden, wie er in Abbildung 8 mit einem zusätzlichen Rekuperator dargestellt ist. In diesem Kreislauf erfolgt die Verdichtung zwischen Position 1 und 2. Der Verdichtereintrittszustand liegt in der Nähe des kritischen Punktes. Anschließend wird das CO<sub>2</sub> erhitzt und in der Turbine zwischen Position 3 und 4 entspannt. Aufgrund der hohen Temperatur am Turbinenaustritt in Position 4 kann ein Rekuperator eingesetzt werden, um das CO<sub>2</sub> mit der Wärme zwischen Positionen 4 und 4a auf den Zustand in Position 2a vorzuwärmen. Das CO<sub>2</sub> muss dann in der Wärmesenke nur noch von Position 4a bis Position 1 gekühlt werden. Abhängig von der unteren Temperatur der Wärmeabfuhr bzw. der Eintrittstemperatur des Verdichters in Position 1 liegt der Eintrittszustand in Quadrant III oder Quadrant IV in flüssigem CO<sub>2</sub>. Dies stellt einen Vorteil des überkritischen Joule Kreislaufes gegenüber einem Joule Kreislauf dar, welcher vollständig mit gasförmigen Fluid betrieben wird. Denn für die Druckerhöhung wird vergleichbar zum Rankine Prozess nur eine geringe Verdichtungsarbeit benötigt. Der Verdichtereintrittsdruck nah am kritischen Druck  $p_{krit}$ begünstigt zudem den Wirkungsgrad. Denn durch die hohe spezifische Wärmekapazität in der Nähe des kritischen Punktes (siehe Abbildung 4) erfolgt zumindest ein Teil der Wärmeabfuhr bei nur geringer Temperaturänderung ähnlich zur isothermen Wärmeabfuhr im Carnot Kreislauf (siehe blaue Linie der Wärmesenke in Abbildung 8). Darüber hinaus ermöglichen Modifikationen des einfachen Joule Kreislaufes z.B. durch Hinzufügen eines Rekuperators oder eine Aufteilung der Wärmeströme (z.B. Rekompressionskreislauf) eine Steigerung des Wirkungsgrades [1]. Der Rekuperator ist einzusetzen, um das CO<sub>2</sub> nach dem Verdichter mit der im CO<sub>2</sub> enthaltenen Wärme nach der Turbine vorzuheizen und so hohe Wirkungsgrade zu erreichen [6]. Dies ist insbesondere aufgrund des begrenzten maximalen Druckes im Kreislauf erforderlich, da das Zusammenspiel mit dem hohen Verdichtereintrittsdruck ( $p > p_{krit}$ ) das Druckverhältnis limitiert und so dazu führt, dass die Änderung der spezifischen Enthalpie in der Turbine relativ klein im Vergleich zur Wärmezufuhr ist [3]. In verschiedenen Literaturquellen (z.B. White et al. [1]) werden außerdem kleine Komponenten, vor allem im Vergleich zu (Niederdruck-)Komponenten von Wasser-Dampfkreisläufen, als Vorteil der überkritischen CO<sub>2</sub>-Kreisläufe angeführt.



Abbildung 8 – Schema eines rekuperierten CO<sub>2</sub>-Kreislaufes (links) mit Darstellung im Ts-Diagramm (rechts)

#### 3.1 Kreisläufe mit überkritschem Kohlendioxid in der Literatur

Aus Gründen des potenziell höheren Wirkungsgrades und kleinerer Komponenten wurde erstmals in den 1960er Jahren von Dekhtiarev [4], Angelino [5] und Feher [6] vorgeschlagen, Kreisläufe mit CO<sub>2</sub> als Arbeitsmedium zur Stromerzeugung zu verwenden [1]. Dabei fiel die Wahl auf CO<sub>2</sub>, da es zum einen ausreichend verfügbar, günstig (im Vergleich zu z.B. Helium oder R-134a), nicht brennbar und ungiftig ist. Weiterhin ist die kritische Temperatur ( $T_{krit}$  = 31 °C) günstig für den Einsatz von Luftkühlern [1,3,6,63] und der kritische Druck ( $p_{krit}$  = 73,8 bar) moderat. Zusätzlich ist CO<sub>2</sub> nicht korrosiv und umweltfreundlich [63].

Obschon Feher [6] Wirkungsgrade von etwa 45 % für überkritische CO<sub>2</sub>-Kreisläufe postulierte, wurde bis in die 2000er Jahre die Forschung und Umsetzung in Bezug auf CO<sub>2</sub>-Kreisläufe wenig vorangetrieben. Dostal et al. [7] nennen als Grund das Fehlen benötigter Technologie insbesondere bei kompakten Wärmeübertragern. Erst mit der Arbeit von Dostal et al. [7] nahm die Forschung an CO<sub>2</sub>-Kreisläufen, messbar an den wissenschaftlichen Veröffentlichungen, wieder Fahrt auf [3]. Die ersten Studien von Angelino und Feher [5,6] wurden um Detailuntersuchungen für verschiedene Anwendungsfälle ergänzt. Neben der Anwendung in Kernkraftwerken, wie von Dostal et al. [7] aber auch dem Korea Atomic Energy Research Institute (KAERI) [64] oder dem Korea Advanced Institute of Science and Technology (KAIST) [65] untersucht, liegt der Fokus insbesondere auf Anwendungen in thermischen Solarkraftwerken, die z.B. im CARBOSOLA Projekt [66] oder der SunShot Initiative [67] untersucht werden. Ein Demonstrator in MW-Maßstab befindet sich zum Jahr 2021 im Bau [68]. Darüber hinaus wird die Anwendung in der Abwärmenutzung z.B. im I-ThERM Projekt [69] gezeigt oder von Liu et al. [70] und Soliman et al. [71] untersucht. Während hierfür mit der EPS100 von Echogen seit Ende 2014 eine erste Anlage kommerziell

18

verfügbar ist, zu der aber abgesehen von der Turbineneintrittstemperatur von 500-550 °C kaum Informationen veröffentlicht wurden [72], startete im Juni 2021 zudem das CO2OLHEAT Projekt um die Anwendung in der Abwärmenutzung im MW-Maßstab zu demonstrieren [73]. Daneben werden auch Anwendungsmöglichkeiten in Kraftwerken, welche mit fossilen Energieträgern betrieben werden, untersucht. Hier sind das sCO2-Flex Projekt [8] und ein seit dem Jahr 2018 in Betrieb befindliches 25 MWel Gaskraftwerk, welches einen direktgefeuerten CO<sub>2</sub>-Kreislauf nutzt [74], zu benennen. Zusätzlich wird noch an Sonderanwendungen wie z.B. der Anwendung als Kühlsystem für Restzerfallswärme in Kernkraftwerken im sCO2-HeRo bzw. sCO2-4-NPP Projekt [75] geforscht. Die Kreislaufparameter sowie das jeweilige optimale Kreislaufkonzept hängen dabei vom Anwendungsfall ab. Während verschiedene Kreislaufkonzepte ihre spezifischen Vor- und Nachteile haben, wird zumeist der Rekompressionskreislauf als effizienteste Variante favorisiert. Bei diesem Kreislauftyp wird nur ein Teil des Turbinenmassenstroms bis in den flüssigen Zustand heruntergekühlt und im Hauptverdichter verdichtet. Die hohe spezifische Wärmekapazität dieses Teilmassenstroms wird dann im Niedertemperaturrekuperator genutzt, um die Wärmeflussbilanz und damit den Kreislaufwirkungsgrad zu verbessern [3].

Wie zuvor beschrieben, sind Demonstratoren zur Stromerzeugung mithilfe von CO<sub>2</sub>-Kreisläufen bereits in Betrieb, in Planung oder im Bau. Turbomaschinen, Wärmeübertrager und sonstige Technologie zum Betreiben von überkritischen CO2-Kreisläufen werden außerdem in verschiedenen experimentellen Kreisläufen untersucht. Übliche thermodynamische Auslegungszustände von Verdichtern und Turbinen für diese Arbeit werden anhand der verschiedenen experimentellen Kreisläufe und Demonstratoren bestimmt, deren thermodynamische Eintrittsbedingungen in Abbildung 9 gezeigt sind. Enthält ein Kreislauf mehr als einen Verdichter oder eine Turbine, sind hier nur die thermodynamischen Eintrittsbedingungen mit der niedrigsten Eintrittstemperatur bzw. dem höchsten Eintrittsdruck dargestellt. In Abbildung 9 sind zwei Cluster der Turbineneintrittsbedingungen (rote Symbole) erkennbar. Cluster 1 ist mit geschlossenen Symbolen dargestellt und bezieht sich ausschließlich auf Testkreisläufe mit elektrischer Leistung deutlich unter 1 MW. Diese weisen Eintrittsdrücke um 130 bar und Eintrittstemperaturen unter 600 °C auf. Sie werden mit einstufigen Verdichtern betrieben, welche das Druckverhältnis auf ca.  $\Pi_{max} = 2$ limitieren. Außerdem wurde zur Erprobung der Kreisläufe zum Teil eine konservative Turbineneintrittstemperatur gewählt. Ein anderer Cluster ist mit offenen Symbolen dargestellt und findet sich bei Drücken um 250 bar mit Druckverhältnissen um  $\Pi = 3$  und Temperaturen von meist um 600 °C. Hierbei handelt es sich um geplante Kreisläufe und Demonstratoren für den MW-Maßstab mit mehrstufigen Verdichtern. Der etwas abseits liegende Punkt bei unter 400 °C Eintrittstemperatur stellt eine Anwendung in der Abwärmenutzung dar, bei der die Turbineneintrittstemperatur auch bei großen Anlagen aufgrund der Temperatur der Wärmequelle begrenzt sein kann. Auf der anderen Seite ist der thermodynamische Eintrittszustand in die Turbine bei der direkt befeuerten CO<sub>2</sub> Gasturbine des Gaskraftwerks von NET Power (300 bar, 1150 °C) [74] deutlich höher und nicht dargestellt, da der Kreislauf aufgrund der direkten anstatt indirekten Wärmezufuhr nicht mit den anderen Kreisläufen vergleichbar ist. Indirekt geheizte CO<sub>2</sub>-Kreisläufe erreichen Parameter von um 250 bar und bis zu 750 °C, welche durch die mechanische und thermische

Belastung der Rohrleitungen sowie die Belastungsgrenze der Werkstoffe begrenzt werden. Die Cluster der Turbineneintrittsdrücke in Abhängigkeit der elektrischen Leistung der CO<sub>2</sub>-Kreisläufe (kW und MW Skala) in Abbildung 9 bestätigen außerdem die von Sienicki et al. [76] vorgenommene Aufteilung für einstufige und mehrstufige Verdichter in Abhängigkeit der elektrischen Leistung der Kreisläufe und somit die Anwendung einstufiger Maschinen für kleine Leistungsklassen unter 1 MW<sub>el</sub>.



Abbildung 9 – Eintrittsbedingungen der Verdichter (blau) und Turbinen (rot) verschiedener CO<sub>2</sub>-Kreisläufe dargestellt im pT-Diagramm

Die meisten thermodynamischen Auslegungsbedingungen der Verdichter (blaue Symbole) liegen aufgrund des postulierten höheren Wirkungsgrades nah am kritischen Punkt. In einigen Fällen, wie z.B. beim IST Kreislauf, wurde der Auslegungszustand des Verdichters zu höheren Drücken verschoben. Dies wird insbesondere mit den Gradienten der Dichte in der Nähe des kritischen Punktes begründet, da diese als nachteilig für den Betrieb des Verdichters angesehen werden [15]. Der höhere Verdichtereintrittsdruck bedeutet aufgrund des begrenzten Maximaldrucks aber ein kleineres nutzbares Druckverhältnis sowie einen kleineren Kreislaufwirkungsgrad und ist insbesondere für Kreisläufe mit mehrstufiger Verdichtung und hoher elektrischer Leistung zu beachten. Die Mehrzahl der Verdichter in den gezeigten Kreisläufen arbeiten mit flüssigem CO<sub>2</sub>. Die Eintrittszustände des Verdichters im sCO2-HeRo oder SCIEL Kreislaufes scheinen direkt auf der pseudokritischen Linie zu liegen. Dies verdeutlicht, wie nah die Eintrittszustände am kritischen Punkt liegen und die daraus resultierende Bedeutung der bei der Auslegung zu berücksichtigen Fluideigenschaften des CO<sub>2</sub> im Übergangsbereich.

#### 3.2 Erfahrungen aus dem sCO2-HeRo und sCO2-4-NPP Projekt

Diese Arbeit ist im Zusammenhang mit dem sCO2-HeRo und sCO2-4-NPP Projekt entstanden. Sie basiert auf Erfahrungen und Messungen aus zwei unterschiedlichen CO<sub>2-</sub> Kreisläufen, dem SUSEN Kreislauf zur Vermessung des Kennfeldes der Turbomaschine und dem sCO2-HeRo Kreislauf zur Erprobung eines Wärmeabfuhrsystems. Die Erfahrungen dienen nicht nur als Motivation für diese Arbeit, sondern auch der Erläuterung des Einflusses der CO<sub>2</sub> Fluideigenschaften auf den Betrieb des Kreislaufes und Verdichters sowie der Bestimmung von Randbedingungen für die im nächsten Kapitel beschriebene Modellierung.

Die Motivation zur Entwicklung des hier beschriebenen Systems bzw. des CO2-Kreislaufes ist die Katastrophe im Kernkraftwerk in Fukushima im Jahr 2011. Dort kam es in Folge eines Erdbebens und Tsunamis zum sogenannten "Station Blackout", bei dem durch Verlust der externen Stromversorgung und der Notstromversorgung die Restzerfallswärme des Kernbrennstoffes nicht abgeführt werden konnte und es zur Kernschmelze kam [77]. Die Aufgabe des neu entwickelten Systems ist dementsprechend die Abführung der Restzerfallswärme des Kernbrennstoffes an die Umgebung. Dafür nutzt es die Restzerfallswärme selbst als Antriebsenergie und benötigt deshalb keine externe Energieversorgung [75]. Es ist als einfacher Joule Kreislauf aufgebaut, bei dem die Restzerfallswärme über einen Wärmeübertrager auf das CO<sub>2</sub> übertragen wird, um die Turbine zu betreiben. Diese wiederum treibt einen Generator und den Verdichter an. Letzterer zirkuliert das CO2 im Kreislauf. Die Restwärme wird über einen Luftkühler an die Umgebung abgegeben. Ziel der Verwendung von CO<sub>2</sub> war es den Kreislauf sehr kompakt zu gestalten und so die Möglichkeit zu schaffen das System auch bei existierenden Kernkraftwerken nachrüsten zu können. Eine detaillierte Beschreibung des Systems kann in den Veröffentlichungen von Benra et al. [17] oder Starflinger et al. [75] nachgeschlagen werden. Hier soll im Detail nur auf den Kreislauf und die Turbomaschine eingegangen werden.

Da der sCO2-HeRo Kreislauf nicht primär zur Stromerzeugung dient, sondern zum Transport von Wärme, muss der Wirkungsgrad des Kreislaufes, welcher durch die abgegebene elektrische Leistung *P* (unter Berücksichtigung sämtlicher Hilfssysteme) und die zugeführte Wärme  $Q_{WQ}$  nach Gleichung (6) definiert ist, gerade  $\eta > 0$  % betragen. In allen Betriebspunkten, in denen diese Anforderung erfüllt wird, kann sich das System selbst antreiben.

$$\eta = \frac{P}{Q_{WQ}} \tag{6}$$

Um das System für den Einsatz im Kernkraftwerk zu erproben, wird ein experimenteller CO<sub>2</sub>-Kreislauf, der sogenannte sCO<sub>2</sub>-HeRo Kreislauf, aus dem sCO<sub>2</sub>-HeRo Projekt verwendet. Abbildung 10 zeigt dessen vereinfachtes Fließbild und Tabelle 2 enthält die Auslegungsbedingungen [75]. Der experimentelle Kreislauf hat darüber hinaus ein Gesamtvolumen von ca. 200 Litern, wovon 91 Liter auf den elektrischen Zusatzheizer (SEH) und 79 Liter auf den CO<sub>2</sub>-Luft Wärmeübertrager (UHS) entfallen [78]. Das restliche Volumen von 30 Litern verteilt sich auf die Leitungen und die Turbomaschine, welche ein Volumen etwa einem Liter besitzt. Letzterer fördert das CO<sub>2</sub> von Position 1 zur Wärmequelle (Position 2), welche aus einem kompakten Dampf-CO<sub>2</sub> Wärmeübertrager (CHX) und dem SEH besteht. Das im Auslegungspunkt auf 200 °C aufgeheizte CO<sub>2</sub> wird in der Turbine von Position 3 zu Position 4 entspannt bevor es im UHS auf die Auslegungstemperatur von 33 °C heruntergekühlt wird. Der Auslegungsdruck am Verdichtereintritt beträgt 78,3 bar. Somit wird der Kreislauf oberhalb des kritischen Drucks und der kritischen Temperatur betrieben und das CO<sub>2</sub> ist wie üblich am Verdichtereintritt flüssig und am Turbineneintritt gasförmig.

Weiterführende detaillierte Informationen zum sCO2-HeRo Kreislauf sind der Veröffentlichung von Hacks et al. [78] zu entnehmen.



Abbildung 10 - Vereinfachtes Fließbild des sCO2-HeRo Kreislaufes

	Druck / $p_{10}$	Temperatur / $T_{10}$	Massenstrom / $\dot{m}_0$	
Verdichtereintritt	78,3 bar	33 °C	0.65 <sup>kg</sup>	
Turbineneintritt	117,5 bar	200 °C	$0,03 \frac{1}{s}$	

Tabelle 2 – Auslegungsparameter des sCO2-HeRo Kreislaufes [75]

Die Turbomaschine, genannt TAC, besteht aus Turbine, Generator und Verdichter. Diese sind gemeinsam auf einer Welle in einem hermetisch dichten Gehäuse angeordnet (Schnittansicht in Abbildung 11). Die Turbine treibt sowohl den Verdichter als auch den Generator an, welcher elektrischen Strom für die Ventilatoren des Luftkühlers liefert. Eine Leistungselektronik erlaubt die Drehzahlregelung der TAC. Von links nach rechts sind auf der Welle das Verdichterlaufrad mit Stufenlabyrinthdichtungen (1), das Axiallager (2), der mittig gelegene Generator (3), das Loslager (4) und das Turbinenlaufrad mit Stufenlabyrinthdichtungen (5) zu erkennen. Der Rotor durchdringt das Gehäuse nicht, sodass es hermetisch dicht ausgeführt werden kann. Insgesamt ist die TAC-Bauweise in den Kreisläufen kleiner Leistungsklasse aus Abbildung 9 aufzufinden und bietet eine der kompaktesten Bauweisen für Turbomaschinen in CO<sub>2</sub>-Kreisläufen. Der Maschinentyp wird deshalb als Grundlage für die Modellierung in dieser Arbeit verwendet.



Abbildung 11 – Schnittansicht der sCO2-HeRo Turbomaschine [79]

Der Verdichter als auch die Turbine sind bei diesem Maschinentyp 1-stufige Radialmaschinen und können mithilfe eines Cordierdiagramms ausgelegt werden. Den für radiale Turbomaschinen relevanten Teil eines solchen Cordierdiagramms nach Bohl und Elmendorf [80] zeigt Abbildung 12. Hier sind neben dem sCO2-HeRo Verdichter, welcher aufgrund der Reibverlustminimierung eine kleine spezifische Drehzahl  $\sigma$  und einen hohen spezifischen Durchmesser  $\delta$  aufweist [79], auch andere CO<sub>2</sub>-Verdichter verschiedener Kreisläufe aufgeführt. Insgesamt liegen die Punkte all dieser Verdichter nah an der
Cordierlinie (schwarz gestrichelt). Diese wird daher als Referenz einer sinnvollen Auslegung für CO<sub>2</sub> Verdichter betrachtet und in dieser Arbeit zur Bestimmung der Verdichtergeometrie herangezogen.



Abbildung 12 – Positionen verschiedener CO<sub>2</sub> Verdichter im Cordier Diagramm (Ausschnitt für radiale Laufräder) nach Bohl und Elmendorf [80]

## 3.2.1 Zusammenhang zwischen Druckverhältnis und Eintrittszustand des Verdichters

Die Messdaten in Abbildung 13 nach Hacks et al. [62]) zeigen das Druckverhältnis  $\Pi$ über dem Massenstrom am Verdichtereintritt für drei verschiedene Eintrittszustände und vier verschiedene Drehzahlen. Die Abbildung macht deutlich, dass der Eintrittszustand des Verdichters signifikanten Einfluss auf das Druckverhältnis hat. Speziell eine Veränderung des Eintrittszustandes von flüssig nach gasförmig bzw. von hoher zu niedriger Dichte führt zu einer massiven Reduzierung des Druckverhältnisses. In Abbildung 13 bedeutet eine Halbierung der Dichte am Verdichtereintritt für z.B. 30.000 1/min (grüne Symbole) von 660 kg/m3 (Dreiecke) auf 328 kg/m3 (Rauten), dass das maximale Druckverhältnis von 1,16 auf 1,08 fällt, was in etwa einer Halbierung der Druckerhöhung entspricht. Die Druckerhöhung im Verdichter ist also in den Messungen wie in den Ähnlichkeitsgesetzen oder auch Gleichung (7) proportional zur Dichte. Auffällig ist der kleine Druck- und Temperaturbereich von  $\Delta p = 2 bar$  und  $\Delta T = 3 \,^{\circ}C$ , in dem die Änderungen des Druckverhältnisses auftreten. Er ist durch die Nähe der Eintrittszustände des Verdichters zum kritischen Punkt zu erklären, da hier die Dichtegradienten bezogen auf statischen Druck und statische Temperatur im Übergangsbereich besonders groß sind. Da das Druckverhältnis maßgeblich für den Betriebspunkt des Kreislaufes (Schnittpunkt zwischen Verdichter und

Anlagenkennlinie) ist, ist dieser Zusammenhang bei Auslegung und Regelung des Verdichters und des Kreislaufes zu berücksichtigen.

Die Messungen verdeutlichen die Notwendigkeit, bereits bei der Vorauslegung eines Kreislaufes die möglichen Eintrittszustände in den Verdichter, z.B. aufgrund von veränderlicher Eintrittstemperatur, zu berücksichtigen. Deshalb liegt der Fokus dieser Arbeit auf den thermodynamischen Eintrittsbedingungen des Verdichters.

$$\Delta p_{12} = \Delta h_{12} \rho_1 \tag{7}$$



Abbildung 13 – Verdichterkennfeld dargestellt als Verhältnis von statischem Austrittsdruck zu Eintrittsdruck über Eintrittsmassenstrom nach Hacks et al. [62]

Darüber hinaus kommt der Regelung des Verdichtereintrittszustandes besondere Bedeutung zu, da die Auslegungszustände der Verdichter aus Abbildung 9 einschließlich des sCO2-HeRo Verdichters an der Grenze des Übergangsbereiches liegen. Hier haben schon kleine Änderungen der statischen Temperatur und des statischen Druckes das Potenzial den Kreislaufbetriebspunkt so zu beeinflussen, dass Betriebsgrenzen wie z.B. die Pumpgrenze des Verdichters erreicht werden. Deshalb führen die großen Gradienten der Dichte über Temperatur und Druck zur Annahme, dass der Eintrittszustand des Verdichters und in Konsequenz der Kreislaufbetriebspunkt schwer zu kontrollieren seien.

Allerdings berichten Conboy et al. [81] von erfolgreicher Regelung des thermodynamischen Verdichtereintrittszustandes in der Nähe des kritischen Punktes und auch bei der Vermessung des in Abbildung 13 dargestellten Kennfeldes des sCO2-HeRo Verdichters wurden keine plötzlichen Änderungen des Verdichterdruckverhältnisses festgestellt [82]. Bei letzteren Messungen wurde der Eintrittszustand niedriger Dichte in gasförmigem CO<sub>2</sub> erreicht, indem während des Betriebes des Verdichters der Kühlwassermassenstrom und damit die Kühlleistung reduziert wurde. Dadurch steigt die Verdichtereintrittstemperatur und der Eintrittszustand verschiebt sich durch den Übergangsbereich vom flüssigen ins gasförmige CO<sub>2</sub>. Diese Verschiebung des Verdichtereintrittszustandes wurde bei konstanter Masse des CO<sub>2</sub> im Kreislauf durchgeführt und es wurde ein nahezu konstanter Verdichtereintrittsdruck beobachtet. Das Druckverhältnis wird dabei entsprechend Abbildung 13 kleiner, ohne dass aber "plötzliche" Änderungen beobachtet wurden. Die Geschwindigkeit der Änderung ist über die Kühlleistung einstellbar, welche die spezifische Enthalpie des CO<sub>2</sub> am Turbinenaustritt auf die spezifische Enthalpie am Verdichtereintritt reduziert. Entsprechend wirkt die Kühlleistung auf die Verdichtereintrittsenthalpie und nicht die Temperatur ein, weshalb nicht die Gradienten der Dichte entlang einer Isobaren in Abhängigkeit der Temperatur, sondern in Abhängigkeit der spezifischen Enthalpie entscheidend sind [82].

Abbildung 14 und Abbildung 15 ermöglichen einen Vergleich der Abhängigkeiten von Temperatur (links) und spezifischer Enthalpie (rechts). Die Abbildungen zeigen die Dichte und die Dichtegradienten entlang von 4 Isobaren. Die Isobaren kreuzen die pseudokritische Linie (rot, gepunktet). Es ist also sowohl die Dichte von flüssigem als auch von gasförmigem CO<sub>2</sub> dargestellt. Im linken Diagramm weisen die Isobaren einen steileren Verlauf in der Nähe der pseudokritischen Linie auf. Währenddessen haben die Isobaren, dargestellt über spezifischer Enthalpie im rechten Diagramm, eine nahezu konstante Steigung, auch in der Nähe der pseudokritischen Linie. Dies bestätigen auch Dichtegradienten in Abbildung 15 über Temperatur und spezifischer Enthalpie. Hier sind sowohl im linken als auch im rechten Diagramm die Gradienten im Übergangsbereich am größten. In Abhängigkeit von der Temperatur (links) erreichen sie aber mehr als -500 (kg/m<sup>3</sup>)/°C im dargestellten Bereich und sind entsprechend um ein Vielfaches größer als bei der Darstellung über der spezifischen Enthalpie (rechts), wo sie bei maximal -5 (kg/m<sup>3</sup>)/(kJ/kg) liegen. Hier ist auch der Unterschied der Gradienten gegenüber dem flüssigen und gasförmigen Zustand um ein Vielfaches kleiner.

Entsprechend ist durch den Zusammenhang von Dichte und spezifischer Enthalpie auch im Übergangsbereich in der Nähe des kritischen Punktes eine Regelung des thermodynamischen Eintrittszustandes des Verdichters mithilfe der Kühlleistung möglich. Da auch sonst kein negativer Einfluss des Übergangbereiches auf den Betrieb eines Verdichters nachgewiesen wurde [81], ist dieser als Betriebsbereich für CO<sub>2</sub> Verdichter zulässig. Deshalb werden in dieser Arbeit ebenfalls Auslegungszustände des Verdichters im Übergangsbereich betrachtet.



Abbildung 14 – CO<sub>2</sub> Eigenschaften – Dichte als Funktion von statischer Temperatur (links) und spezifischer Enthalpie (rechts) [82]



Abbildung 15 – CO<sub>2</sub> Eigenschaften – Dichtegradienten  $\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$  (links) und  $\left(\frac{\partial \rho}{\partial h}\right)_p$  (rechts) [82]

# 3.2.2 Zusammenhang zwischen Druck- und Temperaturänderung im CO<sub>2</sub>-Kreislauf

Durch die Messungen in zwei unterschiedlichen Kreisläufen, dem SUSEN und dem sCO2-HeRo Kreislauf, konnten im sCO2-HeRo Projekt auch Unterschiede im Kreislaufverhalten in Abhängigkeit der Auslegungsparameter der Kreisläufe beobachtet werden. Hacks et al. [83] analysieren das Kreislaufverhalten speziell für den Zusammenhang

zwischen der Änderung der Verdichtereintrittstemperatur und des Eintrittsdruckes. Während im SUSEN Kreislauf die Verschiebung des Eintrittszustandes des Verdichters von flüssig zu gasförmig nahezu isobar erfolgt, ist im sCO2-HeRo Kreislauf eine deutliche Druckänderung zu beobachten, selbst wenn die Dichteänderung am Verdichtereintritt deutlich geringer ist [83]. In Folge dessen ist es im sCO2-HeRo Kreislauf nicht möglich, den Eintrittszustand des Verdichters durch Reduzierung der Kühlleistung von flüssigem zu gasförmigem CO<sub>2</sub> zu verschieben, da dabei der Druck am Verdichtereintritt unzulässig stark steigt. In beiden Fällen ist die CO<sub>2</sub> Masse im Kreislauf konstant. Entsprechend lässt sich aus dem unterschiedlichen Verhalten ableiten, dass einzig die unterschiedliche Verteilung der Masse im Kreislauf den Druckanstieg im sCO2-HeRo Kreislauf bewirkt [83]. Hacks et al. [83] haben ein Modell entwickelt und validiert, um diese Abhängigkeit des Druck-Temperatur-Verhaltens abhängig von der Massenverteilung vorherzusagen.

Die wichtigsten Schlussfolgerungen daraus werden mithilfe von Abbildung 16 zusammengefasst. Die Abbildung zeigt ein Ts-Diagramm mit einem beispielhaften Auslegungspunkt. Rot und blau hinterlegte Flächen markieren den Bereich, in dem sich der Verdichtereintrittszustand nach Reduzierung (blau) oder Steigerung (rot) der Temperatur am Verdichtereintritt befinden kann, wenn die Turbineneintrittstemperatur und die Masse an CO<sub>2</sub> im Kreislauf als konstant betrachtet werden. Je nach Verhältnis von heißem zu kaltem Volumen  $V_h/V_k$ , welches im Kreislauf vorliegt, ist die Druckänderung als Folge der Temperaturänderung unterschiedlich. So sind zwei Grenzfälle in Abhängigkeit der Volumenverteilung im Kreislauf zu unterscheiden.

Der Fall V<sub>h</sub>/V<sub>k</sub> → ∞ bedeutet, dass die Größe des kalten Volumens gegenüber dem heißen Volumen vernachlässigbar ist. Gleiches gilt für die darin enthaltene Masse CO<sub>2</sub>. Entsprechend bewirkt die Variation der Verdichtereintrittstemperatur zwar eine Änderung der Dichte im kalten Volumen, da die darin enthaltene Masse aber so gering ist, wird die mittlere Dichte bzw. das Druckniveau im Kreislauf kaum beeinflusst. Daher ist der Verdichtereintrittsdruck auch bei veränderter Verdichtereintrittstemperatur z.B. Erhöhung der Kühlleistung nicht zu 2-phasigem CO<sub>2</sub> am Verdichtereintritt führt, andererseits kann bei steigender Verdichtereintrittstemperatur die pseudokritische Linie überschritten und der gasförmige Zustand am Verdichtereintritt erreicht werden, sodass das Verdichterdruckverhältnis stark sinkt.

Dieses Verhalten wird in dieser Arbeit "isobares Kreislaufverhalten" genannt.

Der entgegengesetzte Fall V<sub>h</sub>/V<sub>k</sub> → 0 bedeutet umgekehrt, dass die Größe des heißen Volumens vernachlässigt werden kann. So kann bei Variation der Eintrittstemperatur des Verdichters keine Masse vom kalten zum heißen Volumen verschoben werden und die Dichte am Verdichtereintritt bleibt nahezu konstant. Entsprechend liegt eine isochore Änderung des Verdichtereintrittsdruckes vor. Das bewirkt, dass eine Reduzierung der Verdichtereintrittstemperatur dazu führen kann, dass der Verdichtereintrittszustand in das 2-Phasengebiet verschoben wird. Bei steigender Verdichtereintrittstemperatur ist zudem der Druckanstieg bei der Auslegung der Komponenten zu berücksichtigen, allerdings wird am Verdichtereintritt nicht der gasförmige Zustand erreicht.

Dieses Verhalten wird in dieser Arbeit "isochores Kreislaufverhalten" genannt.

Hacks et al. [83] führen weiter aus, dass das kalte und heiße Volumen  $V_k$  und  $V_h$  nicht rein vom physikalischen Volumen des Kreislaufes und seinen Komponenten abhängt, sondern auch von den thermodynamischen Eintrittszuständen von Verdichter und Turbine. Ein isobares Kreislaufverhalten wird so auch durch eine hohe Verdichter- und Turbineneintrittstemperatur begünstigt. Isochores Kreislaufverhalten erfordert entsprechend eine niedrige Eintrittstemperatur von Verdichter- und Turbine. Die Zusammenhänge werden in dieser Arbeit mithilfe des Modells von Hacks et al. [83] berücksichtigt und in Kapitel 5.5anhand von Beispielrechnungen detailliert erläutert.



Abbildung 16 – Bereiche möglicher Verdichtereintrittszustände bei konstanter Turbineneintrittstemperatur und konstantem Druckverhältnis infolge einer Änderung der Verdichtereintrittstemperatur für verschiedene Verhältnisse von heißem zu kaltem Volumen  $V_h/V_k$  nach Hacks et al. [83]

Die Analyse von Auslegungsparametern der Turbomaschine und des Kreislaufes, welcher mit Nummerierung der Positionen bzw. der thermodynamischen Zustände schematisch in Abbildung 17 dargestellt ist, erfordert in der Vorauslegung ein vereinfachtes Modell. In diesem Kapitel wird dieses Modell mit all seinen Gleichungen, Annahmen und Vereinfachungen vorgestellt. Das Modell besteht aus zwei Teilmodellen, dem Modell der Turbomaschine, welches wiederum in Verdichter und Turbine aufgeteilt ist, und dem von Hacks et al. [83] publizierten Kreislaufmodell der Massen- und Volumenverteilung im Kreislauf. Das in Abbildung 18 dargestellte Flussdiagramm gibt einen Überblick über die einzelnen Teilmodelle und die Parameter, die bekannt sein müssen. So werden neben den bekannten Fluideigenschaften des CO2 der thermodynamische Eintrittszustand in den Verdichter im Auslegungspunkt  $(p_{1_0}, T_{1_0})$  sowie dessen spezifische Drehzahl  $\sigma$  und eine spezifische Strömungsarbeit  $y_{12_0}$  benötigt. Letztere kann auf Basis eines Druckverhältnisses  $\Pi_0$  bestimmt werden. Darüber hinaus sind die Heizleistung  $\dot{Q}_{WQ_0}$  im Auslegungspunkt sowie die obere und untere Temperatur der Wärmezufuhr  $(T_{WQ_{ob}}, T_{WQ_{u}})$  genauso anzugeben wie die einzelnen Volumina des Kreislaufes  $V_i$ . Das Turbomaschinenmodell besteht aus zwei Untermodellen, dem Verdichter- und Turbinenmodell. Da für den thermodynamischen Eintrittszustand der Turbine in der Regel die Idealgasannahme gültig ist, wird besonderes Augenmerk auf den Verdichter gelegt. Das Turbomaschinenmodell bestimmt den Betriebspunkt des Kreislaufes, insbesondere den Massenstrom  $\dot{m}$  und das Druckverhältnis  $\Pi$ im Kreislauf. Das Kreislaufmodell entscheidet auf der anderen Seite über das Druckniveau im Kreislauf. Dieser Teil des Gesamtmodells berücksichtigt die Volumina des Kreislaufes  $V_i$ . Beide Teilmodelle, Turbomaschine und Kreislauf, sind über die Eintrittsbedingungen von Turbine und Verdichter verknüpft und ermöglichen zusammen die Voraussage verschiedener thermodynamischer Größen in Abhängigkeit der vorherrschenden thermodynamischen Zustände im Kreislauf.



Abbildung 17 - Skizze eines CO<sub>2</sub>-Kreislaufes mit Positionsnummern 1-4



Abbildung 18 - Flussdiagramm des Gesamtmodells

# 4.1 Annahmen und Randbedingungen für das Turbomaschinenmodell

Aus den vorgestellten Fluideigenschaften des CO<sub>2</sub> (Kapitel 2), den Betriebsbereichen verschiedener CO<sub>2</sub>-Kreisläufe und den publizierten Erfahrungen aus Kapitel 3 werden die Randbedingungen und Annahmen für die Modelle und die anschließende Analyse dieser Arbeit abgeleitet. Sie sind in Tabelle 3 zusammengefasst und im Anschluss beschrieben.

Randbedingung	Eingrenzung
Thermodynamische Eintrittszustände des	Nur links der pseudokritischen Linie im
Verdichters im Auslegungspunkt	flüssigen CO <sub>2</sub>
$(p_{1_0}, T_{1_0})$	$p_{1_0} > p_{krit}$ und $T_{1_0} < T_{krit_{ps}}$
Thermodynamische Eintrittszustände des Verdichters außerhalb des Auslegungspunktes $(p_1, T_1)$	Nicht im von Siede- und Taulinie eingeschlossenen 2-Phasengebiet
Berücksichtigung der CO <sub>2</sub> Eigenschaften	Verdichter: Realgasdaten, inkompressible
bei Modellierung und Berechnung von	Druckerhöhung
Turbine und Verdichter	Turbine: Ideales Gas

Tabelle 3 - Randbedingungen für die Modellierung

Maschinentyp von Verdichter und Turbine	Einstufige Radialmaschinen mit gleicher
	Drehzahl N für Verdichter und Turbine
	$A_i = D_i b_i \pi$
Leckagen ( $\dot{m}_{Leckage}$ )	$\dot{m}_{Leckage} = 0 \ kg/s$
	$\dot{m}_1=\dot{m}_2=\dot{m}_3=\dot{m}_4$
Wärmequelle	$T_{2_0} = T_{WQ_u}, T_{3_0} = T_{WQ_{ob}}, T_3 \le T_{WQ_{ob}}$
	$T_{WQ_u} \neq konstant$
	$T_{WQ_{ob}} = konstant$
	$\dot{m}_{WQ}c_{p_{WQ}} = konstant$
$CO_2$ Masse im Kreislauf $(m_{CO_2})$	$m_{CO_2} = konstant$
Druckverluste im Kreislauf ( $\Delta p_{23}, \Delta p_{41}$ )	Druckverluste werden vernachlässigt
	$\Delta p_{23} = \Delta p_{41} = 0 \text{ bar} \rightarrow \Pi_{KP} = \frac{1}{\Pi_{TB}} = \Pi$

Die thermodynamischen Eintrittszustände des Verdichters liegen im Auslegungspunkt im Regelfall im flüssigen Zustand. Der Druck ist stets höher als der kritische Druck  $p_{1_0} > p_{krit}$ , da so keine makroskopische Phasentrennung im Kühler auftritt. Die Temperatur  $T_{1_0}$  kann ober- und unterhalb der kritischen Temperatur  $T_{krit}$  liegen, muss aber stets kleiner sein als die von  $p_{1_0}$  abhängige pseudokritische Temperatur  $T_{krit_{ps}}$ . Es werden also nur thermodynamische Auslegungszustände  $(p_{1_0}, T_{1_0})$  für den Verdichter gewählt, die im für CO<sub>2</sub>-Kreisläufe üblichen und aufgrund geringerer Verdichtungsarbeit sinnvollen flüssigen Zustand liegen.

Thermodynamische Eintrittsbedingungen für Betriebspunkte des Verdichters außerhalb des Auslegungspunktes werden auf den Erfahrungsbereich aus dokumentierten Messungen beschränkt. Der Betrieb ist sowohl in flüssigem und gasförmigen CO<sub>2</sub> als auch im Übergangsbereich möglich. Es wird darüber hinaus sogar vom Betrieb von Verdichtern im unterkritischen Zweiphasengebiet berichtet [81,84]. Für den Verdichterbetrieb im Zweiphasengebiet sind bisher keine signifikanten Probleme bekannt und laut Conboy et al. [81] auch nicht zu erwarten. Trotzdem sind dem Autor keine Messungen im Zweiphasengebiet bekannt, die bei Nenndrehzahl über einen langen Zeitraum durchgeführt wurden. Daher können Langzeitfolgen auf den Verdichter nicht abgeschätzt werden und für diese Arbeit wird deshalb festgelegt, dass der Eintrittszustand in den Verdichter immer außerhalb des Zweiphasengebietes liegt.

Gemäß Abbildung 9 werden CO<sub>2</sub> Turbinen in der Regel so betrieben, dass die Eintrittstemperatur  $T_3 > 280 \,^{\circ}C$  ist. Das bedeutet, der Kompressibilitätsfaktor Z am Turbineneintritt ist nahe eins. In dieser Arbeit wird das CO<sub>2</sub> am Austritt der Wärmequelle und Eintritt der Wärmesenke daher als ideales Gas betrachtet. Am Verdichter, welcher in flüssigem CO<sub>2</sub> in der Nähe des kritischen Punktes betrieben wird, liegt der Kompressibilitätsfaktor bei Z < 0,3 und Fluideigenschaften wie z.B. die Dichte weisen mit Annäherung an den kritischen Punkt eine erhöhte Abhängigkeit vom statischen Druck und der statischen Temperatur auf. Für den Verdichter werden die Fluideigenschaften daher mithilfe der in der REFPROP Datenbank [48] implementierten Span und Wagner Zustandsgleichung [49] bestimmt. Für die Berechnung der Druckerhöhung wird Gleichung (7) verwendet und das flüssige CO<sub>2</sub> angenähert als inkompressibel betrachtet (siehe auch Validierung in Kapitel 4.2.3).

Die Turbomaschine wird aus Gründen der Kompaktheit integral als TAC ausgeführt. Der Verdichter und die Turbine sind daher einstufige radiale Maschinen, welche auf derselben Welle montiert sind und daher bei gleicher Drehzahl *N* betrieben werden. Für einstufige radiale Maschinen mit rein radialer Beschaufelung ergibt sich aus dem Cordierdiagramm in Abbildung 12, dass der spezifische Durchmesser und die spezifische Drehzahl des Verdichters auf etwa  $\delta > 4$  und  $\sigma < 0,25$  begrenzt sind. Darüber hinaus wird die Meridiangeschwindigkeit mit der radial durchströmten Fläche am Eintritt und Austritt in die Beschaufelung unter Vernachlässigung der Schaufeldicke berechnet.

Im gesamten Kreislauf, also auch im Verdichter und in der Turbine, werden keine Leckagen berücksichtigt. Daher ist der Massenstrom im Kreislauf an jeder Stelle, wie auch im Laufrad und Leitrad von Verdichter und Turbine, gleich ( $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}_3 = \dot{m}_4$ ).

Vereinfachung wird angenommen, dass die Grädigkeit, Zur also der Temperaturunterschied zwischen CO2 auf der einen und dem Wärmeträgermedium auf der anderen Seite, in der Wärmequelle konstant ist. Da hier nur Änderungen der Kreislaufparameter verglichen werden, wird diese konstante Grädigkeit vernachlässigt und vereinfacht die untere Temperatur der Wärmezufuhr  $T_{WQ_{11}}$  im Auslegungspunkt gleich der Austrittstemperatur des Verdichters  $T_{20}$  sowie die obere Temperatur der Wärmezufuhr  $T_{WQ_{ob}}$  gleich der Eintrittstemperatur der Turbine  $T_{3_0}$  gesetzt. Letztere wird in jedem Betriebspunkt durch die obere Temperatur der Wärmezufuhr begrenzt  $(T_3 \leq T_{WQ_{ob}})$ . Außerdem wird eine Abwärmenutzung mit nicht regelbarer Wärmezufuhr betrachtet, sodass auch der Massenstrom des wärmetragenden Mediums im Heizer  $\dot{m}_{WQ}$  und die spezifische Wärmekapazität  $c_{p_{WO}}$  konstant sind.

Hilfssysteme werden auch in CO<sub>2</sub>-Kreisläufen benötigt. Um die postulierte Einfachheit und Kompaktheit der Kreisläufe [3] nicht durch diese Hilfssysteme zu verlieren, ist deren Anzahl und Größe zu reduzieren. Ein Hilfssystem ist das System zur Steuerung der CO<sub>2</sub> Masse  $m_{CO_2}$  im geschlossenen Kreislauf. Dieses regelt durch dessen Zufuhr und Abfuhr den Druck im geschlossenen Kreislauf unabhängig von der Temperatur. Es werden allerdings zusätzliche Pumpen, Tanks, Ventile usw. benötigt. Diese Arbeit berücksichtigt einfache, kompakte Kreisläufe ohne ein solches System zur Regelung der CO<sub>2</sub> Masse, sodass die Masse  $m_{CO_2}$  konstant ist und das Druckniveau im Kreislauf allein durch die Temperaturbzw. Dichteverteilung und die Volumina im Kreislauf bestimmt wird.

Es wird davon ausgegangen, dass die Turbine den Strömungswiderstand im Kreislauf dominiert. Deshalb werden sämtliche Druckverluste im Kreislauf wie z.B. in der Wärmequelle  $\Delta p_{23}$  und der Wärmesenke  $\Delta p_{41}$  vernachlässigt. Die Anlagenkennlinie ist

deshalb gleich der Turbinenkennlinie und der Schnittpunkt von Verdichter- und Turbinenkennlinie definiert den Betriebspunkt des Kreislaufes. Deshalb entspricht das Turbinendruckverhältnis  $\Pi_{TB}$  dem Kehrwert des Verdichterdruckverhältnisses  $\Pi = \Pi_{KP}$ .

# 4.2 Verdichtermodell

Das Verdichtermodell ist ein vereinfachtes Modell zur Berechnung der Druckerhöhung im Verdichter in Abhängigkeit des Kreislaufmassenstroms und der CO<sub>2</sub> Eigenschaften am Eintritt des Verdichters. Die spezifische Strömungsarbeit des Verdichters und die daraus resultierende Druckerhöhung werden in dimensionsloser Form über die Druckkenngröße  $\Psi_y$ dargestellt. Durch den Minderleistungsfaktor  $\mu$  wird die Qualität der Umlenkung der Strömung entlang der Laufradschaufeln berücksichtigt. Reibungsverluste  $\Delta \Psi_R$  und Anströmbzw. Stoßverluste  $\Delta \Psi_{Stoß}$  sind ebenso Teil des Modells. Es wird in zwei Schritten implementiert, die in Abbildung 19 skizziert sind. Dabei berücksichtigt es die Verdichtergeometrie an den Positionen 1 und 2 des Laufrades und nutzt dort die thermodynamischen Zustände von Verdichtereintritt (1) und Austritt (2) aus dem Kreislauf.

- Im ersten Schritt werden aus den vorgegebenen Parametern die Basisparameter im Auslegungspunkt anhand der Cordierlinie und der Auslegungsregeln von Eckert und Schnell [85] und Bohl [86] bestimmt.
- 2. Im zweiten Schritt wird auf Basis dieser Parameter das Verdichterkennfeld berechnet. Es basiert auf der Druckkenngröße  $\Psi_y$  und der Durchflusskenngröße  $\varphi_2$ . Die resultierende Gleichung bildet das Massenstromverhältnis  $\dot{m}/\dot{m}_0$  in Abhängigkeit des Druckverhältnisses  $\Pi$ , der Verdichtergeometrie, der Drehzahl und des Eintrittszustandes ab.



Abbildung 19 – Aufbau des Verdichtermodells (links) und Schnitt durch den Verdichter (rechts)

### 4.2.1 Bestimmung der Basisparameter

\_\_\_\_\_

Eine sinnvolle Kombination von Geometrieparametern wird hier mithilfe der Cordierlinie (Abbildung 12) auf Basis einer Maschinenkenngröße wie dem spezifischen Durchmesser  $\delta$  oder der spezifischen Drehzahl  $\sigma$  definiert. Für den Auslegungszustand werden daraus die dimensionslosen Parameter wie Druckkenngröße  $\Psi_{y_0}$  und Lieferzahl  $\varphi_{M_0}$ bestimmt. Die angestrebte spezifische Strömungsarbeit  $y_{12_0}$ , der Wärmestrom der Wärmequelle  $\dot{Q}_{WQ_0}$  und die Eintrittstemperatur der Turbine  $T_{3_0}$  werden ebenfalls vorgegeben. Daraus wird die Enthalpiedifferenz des CO<sub>2</sub> über die Wärmequelle  $\Delta h_{230}$  und der Kreislaufmassenstrom berechnet. Die Drehzahl Ν und  $\dot{m}_{CO_2}$ der Laufradaußendurchmesser  $D_2$  ergeben sich nun direkt aus der spezifischen Drehzahl  $\sigma$  und dem spezifischen Durchmesser \delta. Alle anderen Geometriegrößen werden gemäß Auslegungsregeln nach Eckert und Schnell [85] festgelegt und basieren insbesondere auf der Lieferzahl  $\varphi_M$ . So werden sowohl die optimale Durchflusskenngröße  $\varphi_2$  bezogen auf den Verdichteraustritt als auch das Durchmesserverhältnis  $D_1/D_2$  mithilfe von Gleichungen (8) und (9) bestimmt (Gleichungen 83a und 85a, Seiten 360-361, [85]). Da CO<sub>2</sub> Verdichter im Auslegungszustand in flüssigem CO<sub>2</sub> betrieben werden und darüber hinaus keine Leckagen berücksichtigt werden, ist der Volumenstrom innerhalb des Verdichters annähernd konstant  $(V_1 = V_2)$ . So ergibt sich aus der Durchflusskenngröße  $\varphi_2$ , definiert durch Gleichung (10), und dem Volumenstrom direkt die Schaufelhöhe am Laufradaustritt  $b_2$ . Darüber hinaus wird laut Bohl [86] eine konstante Meridiangeschwindigkeit angestrebt. Bei konstanter Schaufeldicke bedeutet dies unmittelbar, dass das Verhältnis der Schaufelhöhen  $b_1/b_2$  der Kehrwert des Durchmesserverhältnisses  $D_1/D_2$  ist. Der Schaufeleintrittswinkel  $\beta_1$  wird mithilfe einer drallfreien, schaufelkongruenten Anströmung bestimmt und die optimale Schaufelzahl  $Z_R$  durch Gleichung (11) festgelegt (Gleichung 93, Seite 365, [85]). Hier wird für die Spanne 0,35-0,45 der Mittelwert 0,4 angesetzt und die Schaufelzahl Z<sub>R</sub> auf die nächste ganze Zahl gerundet. Dann wird der Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$  bestimmt. Dazu wird das Auslegungsdiagramm in Abbildung 20 mit der Cordierlinie (rote Linie) verwendet. So kann mithilfe von Interpolation entlang der Cordierlinie für jede Lieferzahl  $\varphi_M$  ein optimaler Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$  bestimmt werden. Zuletzt wird der Wirkungsgrad entlang der Cordierlinie im Auslegungspunkt  $\eta_0$  mit Gleichungen (12) und (13) aus dem Verhältnis der Druckkenngröße  $\Psi_{y_0}$  zur Enthalpiekenngröße  $\Psi_{th_0}$  bestimmt. Dabei werden in Formel (13) die Verlustkoeffizienten  $\zeta_I = 0, 1, \zeta_{II} = 0, 2$  und  $\zeta_{III} = 0, 25$  eingesetzt (Formel 49, Seite 350, [85]).

$$\varphi_2 = 0.75\sqrt[3]{\varphi_M} \tag{8}$$

$$\frac{D_1}{D_2} = 1,294\sqrt[3]{\varphi_M}$$
(9)

$$\varphi_i = \frac{c_{m_i}}{u_2} = \frac{V_i}{b_i dD_i \pi u_2} \tag{10}$$

$$Z_R = \frac{2\pi \sin\left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}\right)}{0.4\ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)} \tag{11}$$

$$\eta_0 = \frac{\Psi_{y_0}}{\Psi_{th_0}} = \frac{\Psi_{th_0} - \Delta \Psi_{R_0}}{\Psi_{th_0}}$$
(12)

$$\Delta \Psi_{R_0} = 1.56 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4 (\zeta_I + \zeta_{II}) \varphi_M^2 + \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \zeta_{II} + \frac{0.002}{\varphi_M} + \frac{\zeta_{III}}{4} \Psi_{th_0}^2$$
(13)



Abbildung 20 – Auslegungsdiagramm nach (nach Abb. 388, Seite 362, [85]) mit eingezeichneter Cordierlinie

### 4.2.2 Berechnung des Verdichterkennfeldes

Die in Kapitel 4.2.1 vorgestellte Vorgehensweise liefert die Verdichtergeometrie. Um auf dieser Basis das Kennfeld des Verdichters zu bestimmen, werden die Enthalpiekenngröße  $\Psi_h$  bzw. Druckkenngröße  $\Psi_y$  und die Durchflusskenngröße  $\varphi_2$  nach Gleichungen (14) und (10) genutzt. Im Auslegungspunkt mit drallfreier Anströmung und adiabater Verdichtung können diese unter Vernachlässigung von Höhenunterschieden wie in Abbildung 21 mit dimensionslosen Geschwindigkeitsdreiecken dargestellt werden. Unter diesen Bedingungen entspricht die Verdichtungsarbeit nach der Euler-Gleichung (15) der Änderung der spezifischen Totalenthalpie. Hier wird angenommen, dass der Diffusor die kinetische Energie am Laufradauslass in einen statischen Druckanstieg umwandelt und der Unterschied der Absolutgeschwindigkeiten zwischen Ein- und Austritt vernachlässigbar ist. So sind Änderung der totalen und statischen Enthalpie annähernd gleich ( $\Delta h_t \approx \Delta h$ ).

$$\Psi_h = \frac{\Delta h}{\frac{{u_2}^2}{2}}; \ \Psi_y = \frac{y}{\frac{{u_2}^2}{2}}$$
 (14)

$$\Delta h_{t_{1-2}} = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1 \tag{15}$$



Abbildung 21 - Dimensionslose Geschwindigkeitsdreiecke eines Verdichters

Im Modell sind darüber hinaus verschiedene in Abbildung 22 schematisch aufgeführte Verlustmechanismen zu betrachten, wodurch aus einer theoretischen Kennlinie  $\Psi_{th\infty}$  unter Betrachtung einer nicht perfekten Umlenkung, Reibungs-, Anström- und Spaltverlusten schließlich die Kennlinie der Druckkenngröße  $\Psi_y$  resultiert. Die Berücksichtigung der einzelnen Verlustmechanismen erfolgt mit verschiedenen Gleichungen und Annahmen, woraus die Gleichungen (22) und (23) der  $\Psi_y$  Kennlinie entstehen. Die Umsetzung der schematischen Darstellung in Abbildung 22 durch das Modell ist in Abbildung 23 dargestellt.



Abbildung 22 – Beispiel für ein dimensionsloses Verdichterkennfeld dargestellt als Enthalpie- und Druckkenngröße über Durchflusskenngröße mit Darstellung verschiedener Verlustmechanismen

Mithilfe der Geschwindigkeitsdreiecke (Abbildung 21) und der Euler-Gleichung (15) wird Gleichung (14) in Gleichung (16) überführt. So wird die theoretische Enthalpiekenngröße mit Geometrieinformationen verknüpft und  $\Psi_{th\infty}$  unter Annahme einer unbegrenzten Anzahl unendlich dünner Schaufeln bestimmt. Die Geometrieinformationen sind der Anströmwinkel  $\alpha_1$ , der Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$  und implizit die Laufraddurchmesser  $D_i$  über die in den Durchflusskenngrößen  $\varphi_i$  enthaltenen Umfangsgeschwindigkeiten  $u_i = D_i \omega$ . Über letztere wird auch die Verbindung zur Drehzahl hergestellt. Darüber hinaus enthalten die Durchflusskenngrößen  $\varphi_i$  den zu durchströmenden Querschnitt des Schaufelkanals. Die aus Gleichung (16) resultierende Kennlinie in Abbildung 23 weist eine lineare Abhängigkeit der Enthalpiekenngröße  $\Psi_{th\infty}$  von der Durchflusskenngröße  $\varphi_2$  auf, welche im Fall ohne Durchströmung den Wert  $\Psi_{th\infty} = 2$  annimmt.

$$\Psi_{th\infty} = 2 \left[ 1 + \varphi_2 \left( \cot \beta_2 - \frac{D_1}{D_2} \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \cot \alpha_1 \right) \right]$$
(16)

Die durch die Dicke der Laufradschaufeln verschlechterte Umlenkung wird bei der Enthalpiekenngröße mit einem von der Anzahl der Schaufeln  $Z_R$  und dem Strömungswinkel  $\beta_2$  abhängigen Faktor berücksichtigt. Dieser wird als Minderleistungsfaktor  $\mu$  bezeichnet, nach Formel 2.10, S. 78, [86] bestimmt und in Gleichung (17) mit  $\Psi_{th\infty}$  multipliziert. Daraus resultiert die in Abbildung 23 illustrierte theoretische Enthalpiekenngröße für endliche Schaufelzahl  $\Psi_{th}$ , welche ebenfalls eine lineare Funktion der Durchflusskenngröße  $\varphi_2$  ist.

$$\Psi_{th} = \mu \Psi_{th\infty} = \frac{\Psi_{th\infty}}{1 + \frac{\pi \sin \beta_2}{2Z_R \left(1 - \frac{D_1}{D_2}\right)}}$$
(17)

Weiterhin werden Verluste aufgrund von Reibungseffekten  $\Delta \Psi_R$  durch die Strömung im Verdichter berücksichtigt. Naturgemäß gibt es keine Reibungsverluste ohne Durchfluss ( $\Delta \Psi_R = 0$  für  $\varphi_2 = 0$ ) und für die Druckkenngröße unter Berücksichtigung von Reibverlusten gilt hier  $\Psi_R = \Psi_{th}$ . Um dem Zeitpunkt der Anwendung des Modells am Anfang der Kreislauf- und Turbomaschinenauslegung genüge zu tun, werden im Auslegungspunkt die Reibungsverluste  $\Delta \Psi_{R_0}$  mit Gleichung (13) berechnet und alle anderen Verluste vernachlässigt. Die Reibungsverluste  $\Delta \Psi_R$  werden dann nach Gleichung (18) mit dem Quadrat des Verhältnisses der Durchflusskenngrößen von Betriebs- zu Auslegungspunkt skaliert (siehe Gleichung 305, S. 469 [85]).

$$\Delta \Psi_R = \Delta \Psi_{R_0} \left(\frac{\varphi_2}{\varphi_{2_0}}\right)^2 \tag{18}$$

Aus der Fehlanströmung des Laufrades resultieren die sogenannten Stoßverluste. Sie stellen laut Abbildung 22 einen weiteren wichtigen Bestandteil der realen Verdichterkennlinie dar und resultieren aus dem Unterschied zwischen Anströmwinkel  $\beta_1$ und dem Metallwinkel der Schaufeln am Laufradeintritt. Im Auslegungspunkt wird von einer drallfreien schaufelkongruenten Anströmung ausgegangen, sodass Stoßverluste im Auslegungspunkt vernachlässigt werden ( $\Delta \Psi_{Stob_0} = 0$ ). Unter Annahme einer konstanten Meridiangeschwindigkeit können die Stoßverluste aus der Differenz der Umfangskomponenten der Anströmgeschwindigkeit und der relativen Geschwindigkeit am Laufradeintritt  $w_1$  bestimmt werden. Sie zeigen eine quadratische Abhängigkeit vom Verhältnis der Durchflusskenngrößen  $\varphi_1/\varphi_{10}$  [85]. Mit der hier vorliegenden drallfreien Anströmung und einem zusätzlichen Verlustkoeffizienten werden die Stoßverluste mithilfe von Gleichung (19) (Formel 315, Seite 471 [85]) berechnet. Der Verlustkoeffizient  $\zeta_{Stoß}$  wird mit der Annahme abgeschätzt, dass im Verdichter ohne Durchströmung keine Strömungsarbeit verrichtet wird. Da hier keine Reibungsverluste auftreten und auch keine weiteren Verluste berücksichtigt werden, werden die Stoßverluste bei  $\varphi_2 = 0$  mit der theoretisch erreichbaren Enthalpiekenngröße gleichgesetzt ( $\Delta \Psi_{Stoß} = \Psi_{th}$ ). Der Verlustkoeffizient  $\zeta_{Stoß}$  für  $\varphi_2 = 0$  wird mit Gleichung (20) bestimmt. Nach Eckert und Schnell [85] sind unterschiedliche Verlustkoeffizient für die Teillast  $\varphi_2 < \varphi_{20}$  und die Überlast  $\varphi_2 > \varphi_{2_0}$  anzuwenden. Da im Fall der Überlast in der Regel weniger Ablösung an den Laufschaufeln auftritt, sind die Stoßverluste um Faktor 10 bis 15 geringer als im Teillastfall. Der berechnete Koeffizient  $\zeta_{Stoß}$  gilt daher für die Teillast und wird als konstant betrachtet. Wie in Abbildung 22 dargestellt, beeinflussen die um den genannten Faktor reduzierten Stoßverluste den Verlauf der Kennlinie  $\Psi_{Stoß}$  in Überlast kaum, sodass sie zur Vereinfachung in dieser Arbeit vernachlässigt werden. Die Stoßverluste für den Teillastfall werden so mit Gleichung (21) berechnet.

$$\Delta \Psi_{Stoß} = \zeta_{Stoß} \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \left(1 - \frac{\varphi_1}{\varphi_1}\right)^2 \tag{19}$$

$$Z_{Stoß} = \frac{\Psi_{ht}(\varphi_2=0)}{\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2}$$
(20)

$$\Delta \Psi_{Stoß} = \Psi_{ht(\varphi_2=0)} \left( 1 - \frac{\varphi_1}{\varphi_{1_0}} \right)^2 \tag{21}$$

Die in Abbildung 22 dargestellten Spaltverluste werden nicht berücksichtigt, da sie die Kurve der Druckkenngröße  $\Psi_y$  nur zu kleinerer Durchflusskenngröße  $\varphi_2$  verschieben, die Form und damit die Abhängigkeit von der Durchflusskenngröße aber nicht verändern.

Das Verdichtermodell in dimensionsloser Schreibweise ist die Kombination der obigen Gleichungen. Es ist in Gleichung (22) für den Teillast- und in Gleichung (23) für den Überlastbereich dargestellt. Gleichungen (22) und (23) liefern im Auslegungspunkt  $(\varphi_2 = \varphi_{20})$  dieselbe Druckkenngröße  $\Psi_y$  und die selbe Steigung der Kennlinie.

$$\begin{aligned}
\Psi_{y} &= \Psi_{Stoß} = \frac{2 \left[ 1 + \varphi_{2} \left( \cot \beta_{2} - \frac{D_{1}}{D_{2}} \frac{\varphi_{1}}{\varphi_{2}} \cot \alpha_{1} \right) \right]}{1 + \frac{\pi \sin \beta_{2}}{2Z_{R} \left( 1 - \frac{D_{1}}{D_{2}} \right)}} - \Delta \Psi_{R_{0}} \left( \frac{\varphi_{2}}{\varphi_{2_{0}}} \right)^{2} \\
&= \frac{\Psi_{T_{R_{0}}} \left( \frac{\varphi_{2}}{\varphi_{2_{0}}} \right)}{-\Psi_{T_{R_{0}}} \left( 1 - \left( \frac{D_{2}}{D_{1}} \right) \varphi_{1} \cot(\alpha_{1}) - \frac{\varphi_{1}}{\varphi_{1_{0}}} \right)^{2}} \\
&= \frac{2 \left[ 1 + \varphi_{2} \left( \cot \beta_{2} - \frac{D_{1}}{D_{2}} \frac{\varphi_{1}}{\varphi_{2}} \cot \alpha_{1} \right) \right]}{1 + \frac{\pi \sin \beta_{2}}{2Z_{R} \left( 1 - \frac{D_{1}}{D_{2}} \right)}} - \Delta \Psi_{R_{0}} \left( \frac{\varphi_{2}}{\varphi_{2_{0}}} \right)^{2} \end{aligned} \tag{23}$$

Abbildung 23 veranschaulicht das Verdichtermodell nach Gleichung (22) und (23) für zwei Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2 = 90^\circ$ , 130° bei konstanter Schaufelzahl  $Z_R$  und Anströmwinkel  $\alpha_1 = 90^\circ$ . Der Auslegungspunkt ist durch den roten Stern markiert. Zu beachten sind die Steigungen von  $\Psi_{ht\infty}$  und  $\Psi_{ht}$  in Abbildung 23, welche je nach Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$  null (radial endende Schaufeln,  $\beta_2 = 90^\circ$ ) oder negativ (rückwärts gekrümmte Schaufeln,  $\beta_2 > 90^\circ$ ) sind. Dies bedeutet eine größere Abhängigkeit von der Durchflusskenngröße  $\varphi_2$  mit steigendem Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$ . Weiterhin ist die Vereinfachung des Modells in Gleichung (22) durch Vernachlässigung der Stoßverluste in der Überlast ( $\varphi_2 > \varphi_{20}$ ) zu erkennen, da die Linien für  $\Psi_R$  (Druckkenngröße nur mit Reibungsverlusten) und  $\Psi_y = \Psi_{Stoß}$  dort aufeinanderliegen. Abbildung 23 verdeutlicht, dass sowohl der Austrittsströmungswinkel  $\beta_2$  als auch der Wirkungsgrad im Auslegungspunkt  $\eta_0$ bzw. die Reibungsverluste im Auslegungspunkt  $\Delta \Psi_{R0}$  maßgeblich dafür verantwortlich sind, wie steil die Verdichterkennlinie verläuft bzw. wie groß die Abhängigkeit der Druckkenngröße  $\Psi_v$  von der Durchflusskenngröße  $\phi_2$  ist. Sowohl ein größerer Austrittsströmungswinkel als auch ein kleinerer Wirkungsgrad bzw. größere Reibungsverluste im Auslegungspunkt bedeuten eine steilere Kennlinie. Darüber hinaus haben die  $\Psi_v$ -Kennlinien die Form einer nach unten geöffneten Parabel mit einem Maximum. Das in Abbildung 23 markierte Maximum der Druckkenngröße  $\Psi_{y_{max}}$  und die dortige Durchflusskenngröße  $\varphi_{2max}(\psi_{\nu})$  werden nach API Standard 617 (nach Lüdke [87]) als Betriebsgrenze des Verdichters festgelegt. Ein Betrieb ist nur bei einem höheren Durchfluss  $\varphi_2$  als in diesem Punkt gestattet, da die Verdichterkennlinie laut API Standard 617 im zulässigen Betriebsbereich stets eine negative Steigung aufzuweisen hat. Entsprechend ist der Betriebsbereich des Verdichters mit Durchflusskenngrößen  $0 < \varphi_2 < \varphi_{2max(\Psi_{\nu})}$ unzulässig. Die Betriebsgrenze bei  $\varphi_{2max(\Psi_{y})}$  wird forthin als "Pumpgrenze" bezeichnet.



Abbildung 23 – Dimensionsloses Verdichterkennfeld mit einzelnen Enthalpie- und Druckkenngrößen

Gleichung (22) und (23) beruhen auf der Druckkenngröße  $\Psi_y$  und der Durchflusskenngröße  $\varphi_2$ . Zur Bestimmung eines Betriebspunktes im Kreislauf im Zusammenspiel mit dem im Anschluss erklärten Turbinenmodell werden allerdings das Druckverhältnis  $\Pi$  und der Massenstrom  $\dot{m}_{CO_2}$  benötigt. Die zu Massenstrom und Druckverhältnis mit  $\Delta p = y\rho$  aufgelösten Formeln der Druck- und Durchflusskenngröße ergeben Gleichungen (24) und (25). Hier tauchen nun erstmals geometrische Größen wie die Schaufelhöhe *b* und die Drehzahl in Form der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  auf. Die Variablen  $k_3$  bis  $k_5$  sind geometrische Konstanten und bilden den Minderleistungsfaktor, die Reibungsverluste im Auslegungspunkt und den Einfluss des Schaufelaustrittswinkels ab. Die Variablen  $k_1$  und  $k_2$  enthalten darüber hinaus auch den Verdichtereintrittszustand in Form des Verdichtereintrittsdruckes  $p_1$  und der Dichte  $\rho_1$ .

$$\varphi_2 \ge \varphi_{2_0} \rightarrow \qquad \qquad \Pi = \frac{k_1}{k_4} \left[ -\dot{m}^2 k_2^2 k_5 - \dot{m} k_2 k_6 - 2 \right] + 1$$
 (25)

$$k_1 = \frac{\rho_1 (D_2 \omega)^2}{8p_1} \tag{26}$$

$$k_2 = \frac{2}{\rho_1 b_2 D_2^2 \pi \omega \varphi_{2_0}}$$
(27)

$$k_{3} = \frac{\pi \sin \beta_{2}}{2Z_{R} \left(\frac{D_{1}}{D_{2}} - 1\right)} - 1$$
(28)

$$k_4 = \Delta \Psi_{R_0} k_3 \tag{29}$$

$$k_5 = 2\varphi_{2_0}\cot(\beta_2) \tag{30}$$

Gleichungen (24) und (25) werden zur Gleichsetzung mit der Gleichung des Turbinenmodells zum Massenstrom hin aufgelöst. Es ist zu beachten, dass aufgrund der Pumpgrenze des Verdichters beim Maximum der  $\Psi_y$ -Kennlinie nur die jeweilige Lösung des größeren Massenstroms relevant ist, da die andere Lösung im unzulässigen Betriebsbereich liegt. Auf Basis der Lösung für den Massenstrom wird dann das Verhältnis der Massenströme  $\dot{m}/\dot{m}_0$  zwischen zwei beliebigen Betriebspunkten bestimmt. Die Gleichungen sind aus Gründen der Übersichtlichkeit in Anhang A zu finden. Gleichungen (54) und (55) enthalten die Lösung der Gleichungen (24) und (25) nach dem Massenström und Gleichungen (56) und (57) nach dem Verhältnis der Massenströme.

Um die Austrittstemperatur des Verdichters bestimmen zu können, ist außerdem der Verdichterwirkungsgrad  $\eta_{KP}$  erforderlich. Der polytrope Wirkungsgrad wird aus dem Verhältnis von Druckkenngröße  $\Psi_y$  zur Enthalpiekenngröße  $\Psi_{th}$  bestimmt und für jeden Betriebspunkt mit Gleichung (31) berechnet.

$$\frac{\eta_{KP}}{\eta_{KP_0}} = \frac{\frac{\Psi_y}{\Psi_{y_0}}}{\frac{\Psi_{th}}{\Psi_{th_0}}}$$
(31)

### 4.2.3 Validierung der Kennfeldrechnung des Verdichtermodells

Für die Validierung der Kennfeldrechnung werden die Kennlinien des Modells mit Messungen verglichen, sowie die Annahme der inkompressiblen Druckerhöhung bei unterschiedlichen thermodynamischen Eintrittszuständen überprüft.

Für die Validierung mit Messungen werden Daten des sCO2-HeRo Verdichters [84] und des Sandia (SBK) Verdichters [12] verwendet. Ersterer weist radial endende Schaufeln und eine spezifische Drehzahl von  $\sigma < 0,1$  auf, während der Sandia Verdichter rückwärts gekrümmte Schaufeln und eine spezifischen Drehzahl von  $\sigma \approx 0.2$  besitzt. Die Validierung profitiert somit davon, dass die zwei Beispiele einen großen Bereich dimensionsloser Verdichterkenngrößen radialer Verdichter laut Cordierdiagramm (Abbildung 12) abdecken. Um die Geometrie des jeweiligen Verdichters zu definieren, werden nicht die in Kapitel 4.2.1 beschriebenen Auslegungsregeln angewandt, sondern die Geometrie aus den Veröffentlichungen direkt in den Gleichungen aus Kapitel 4.2.2 vorgegeben. Neben dem Auslegungszustand am Verdichtereintritt  $p_{1_0}, T_{1_0}$ , dem angestrebten Massenstrom  $\dot{m}_0$  und Druckverhältnis  $\Pi_0$  sowie der spezifischen Drehzahl des Verdichters  $\sigma$  sind so auch der Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$ , die Schaufelhöhen  $b_1$  und  $b_2$ , die Schaufelzahl  $Z_R$  und der Eintrittsdurchmesser  $D_1$  vorgegeben. Es werden nur noch der Außendurchmesser des Laufrades  $D_2$  und der Wirkungsgrad  $\eta_0$  im Auslegungspunkt durch das Modell bestimmt. Die Validierung bezieht sich deshalb insbesondere auf die Steigung der Kennlinie.

Zur Validierung wird das Druckverhältnis  $\Pi$  in allen Betriebspunkten ( $\dot{m}$  und N) für den Auslegungszustand am Verdichtereintritt  $p_{10}$ ,  $T_{10}$  berechnet. In Abbildung 24 werden die berechneten und gemessenen Kennfelddaten des sCO2-HeRo Verdichters [84] und des Sandia Verdichters [12] verglichen. Da die Messungen nicht im jeweiligen Auslegungszustand am Verdichtereintritt (sCO2-HeRo: 78,3 bar, 33 °C; Sandia: 76,9 bar, 32,2°C) durchgeführt wurden, werden Sie zum Vergleich auf die jeweiligen thermodynamischen Auslegungszustände bezogen. Die Modellrechnungen sind als durchgezogene Linie dargestellt. Der Vergleich mit dem Druckverhältnis Π des sCO2-HeRo Verdichters ist links abgebildet. Die Messdaten sind hier als Fit gezeigt, während die mit CFD berechneten Punkte einzeln dargestellt sind. Speziell der Vergleich der Drehzahlkennlinien für 20.000 1/min und 30.000 1/min zeigt, dass die mit dem Modell bestimmten Kennlinien gegenüber den Mess- und CFD-Daten geringfügig steiler verlaufen. So fällt die gemessene Kennlinie des Verdichters bei 30.000 1/min im Bereich zwischen 0,35 kg/s und 0,65 kg/s um  $\Delta \Pi$  = 0,04, während das Modell im selben Bereich einen Abfall von  $\Delta \Pi = 0,05$  vorhersagt, was bei einem Eintrittsdruck von  $p_{1_0} = 78,3 \text{ bar}$  einem Unterschied von 0,8 bar des Austrittsdruckes  $p_2$  entspricht. Wright et al. [12] geben in der Veröffentlichung die Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{12}$  anstelle des Druckverhältnisses an. Zum Vergleich wird diese mithilfe von  $\Delta p_{12} = \Delta h_{12} \rho_1$  und dem Auslegungsdruck am Verdichtereintritt  $p_{1_0} = 76,9$  bar in ein Druckverhältnis umgerechnet und im rechten Teil von Abbildung 24 dargestellt. Der Vergleich der Kennlinien des Models aus dieser Arbeit mit den berechneten und gemessenen Daten in Abbildung 24 zeigt allgemein eine gute Übereinstimmung und keinen signifikanten Unterschied in der Steilheit der Kennlinien. Allerdings weisen die Kennlinien nach Wright et al. [12] eine Krümmung auf, wenn der Massenstrom größer als im Auslegungspunkt ist. Diese Krümmung verursacht eine mit steigendem Massenstrom steiler werdende Kennlinie, welche vom Modell nicht abgebildet wird. Hier zeigt das Modell für die 75.000 1/min Kennlinie beispielsweise einen nahezu linearen Verlauf, wenn der Massenstrom größer als im Auslegungspunkt ( $\dot{m} > 3,5 kg/s$ ) ist. Dieser Unterschied wird voraussichtlich durch die im Modell nicht berücksichtigten Anströmverluste oberhalb des Auslegungspunktes ( $\Psi_{Stoß} = 0$  für  $\varphi_2 > \varphi_{20}$ ) hervorgerufen.

Insgesamt wird der Verlauf der Kennlinien durch die analytischen Gleichungen des Verdichtermodells gut wiedergegeben. Deshalb wird es für die Systembetrachtung in dieser Arbeit als erfolgreich validiert angesehen.



Abbildung 24 – Validierung des Verdichtermodells mit CFD- und Messdaten des sCO2-HeRo Verdichters [84] (links) und des Sandia Verdichters [12] (rechts)

Zusätzlich ist die Annahme der inkompressiblen Druckerhöhung im Verdichter nach Gleichung (7) bei unterschiedlichen thermodynamischen Eintrittszuständen zu überprüfen. Explizit werden die Abweichungen betrachtet, welche sich aufgrund unterschiedlicher Eintrittszustände aus der Vereinfachung ergeben. Für die Darstellung wird für eine Auslegungstemperatur  $T_{10} = 26 \,^{\circ}C$ , einen konstanten Eintrittsdruck  $p_1 = 75 \, bar$  und ein Druckverhältnis  $\Pi_0 = 2$  sowohl die isentrope Enthalpiedifferenz mit den Stoffdaten aus der REFPROP Datenbank [48] als auch die spezifische Strömungsarbeit mithilfe von Gleichung (7) bestimmt. Dann wird der Druckanstieg für eine Temperaturspanne  $\Delta T_1 = \pm 30^{\circ}C$  mit jeweils konstanter isentroper Enthalpiedifferenz und konstanter spezifischer Strömungsarbeit berechnet und in Abbildung 25 verglichen. Der Druckanstieg sinkt bei steigender Temperatur deutlich. Dabei resultiert aus Gleichung (7) eine maximal 4 bar oder 9 % geringere Druckerhöhung im Bereich der pseudokritischen Temperatur  $T_{\text{krit}_{ps}}$  verglichen mit der isentropen Zustandsänderung. Außerhalb dieses Bereiches wird der Unterschied kleiner, wobei durch Gleichung (7) die Druckerhöhung im flüssigen CO<sub>2</sub> um bis zu 2,5 % überschätzt und in gasförmigen CO<sub>2</sub> zwischen 4 % und 6 % unterschätzt wird.

Die auftretende Ungenauigkeit, welche vor allem im Übergangsbereich von flüssigem zu gasförmigem CO<sub>2</sub> auftritt, wird hier toleriert und die Druckerhöhung zur Vereinfachung unter Annahme von inkompressiblem CO<sub>2</sub> berechnet.





## 4.2.4 Sensitivitätsanalyse des Verdichtermodells

Das Verdichtermodell enthält eine Vielzahl von Geometriegrößen, die über mehrere Auslegungsregeln miteinander verknüpft sind, sodass es hier genügt, den Eintrittszustand  $p_{10}$ und  $T_{10}$ , die Drehzahl  $N_0$  sowie die spezifische Strömungsarbeit  $y_{120}$  oder das Druckverhältnis  $\Pi_0$  vorzugeben. Um den Einfluss der verschiedenen Geometrieparameter auf das Verdichterkennfeld zu analysieren, wird die Steigung (erste partielle Ableitung nach der Durchflusskenngröße) der dimensionslosen Verdichterkennlinie  $\partial \Psi_y / \partial \varphi_2$  (siehe Gleichungen (59) und (60) in Anhang B) berechnet. Anschließend werden einzelne Geometrieparameter innerhalb üblicher Grenzen [80,85] aus dem in Tabelle 4 angegebenen Bereich variiert. Die variierten Kennlinien werden mit einer Referenzkennlinie verglichen, deren Parametersatz in Tabelle 4 durch den Index "ref" gekennzeichnet ist.

In Abbildung 26 wird die Steigung der Kennlinie bei Variation eines Geometrieparameters jeweils relativ zur Steigung der Referenzgeometrie über der relativen Durchflusskenngröße  $\varphi_2/\varphi_{20}$  dargestellt. Die Farbe zeigt den Geometrieparameter, das Durchmesserverhältnis  $D_1/D_2$  (grün), die Schaufelzahl  $Z_R$  (blau), den

Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$  (rot) und die Lieferzahl  $\varphi_M$  (schwarz). Der Linientyp steht für die einzelnen Variationen der Parameter. Ein Ordinatenwert größer 100 % bedeutet, dass die Kennlinie steiler ist als die der Referenzgeometrie und umgekehrt. Entsprechend hat ein Parameter, dessen Kurve für alle  $\varphi_2/\varphi_{20}$  konstant bei einem Ordinatenwert von 100 % liegt, keinen Einfluss auf die Steigung. Dies wäre beispielsweise für die Schaufelhöhe der Fall, welche in den Gleichungen bei  $\alpha_1 = 90^\circ$  nicht auftaucht und in Abbildung 26 daher nicht enthalten ist. Auch die Schaufelzahl und nahezu alle Durchmesserverhältnisse insbesondere im Überlastbetrieb ( $\varphi_2/\varphi_{2_0} > 100$  %) haben ebenfalls einen geringen Einfluss und das Steigungsverhältnis liegt im Bereich 90 % - 110 %. Weiterhin sind die Kurven im Überlastbereich für alle Parameter außer dem Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$  annähernd parallel zur Abszisse. Die Steigung ist hier also um einen konstanten Faktor höher oder niedriger als die der Referenzgeometrie. Im Teillastbetrieb nähert sich die Steigung dem Extremum  $\partial \Psi_{\nu} / \partial \varphi_2 = 0$  bzw. der Pumpgrenze an. So sind die prozentualen Abweichungen der Steigung deutlich größer, auch bei geringen absoluten Unterschieden. Die Abweichungen bei der Variation der Schaufelzahl  $Z_R$ , der Lieferzahl  $\varphi_M$  und über den Großteil des Durchmesserverhältnisses  $D_1/D_2$  haben in der Regel einen untergeordneten Effekt. Den größten Einfluss hat der Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$ , welcher insbesondere in Annäherung an die Pumpgrenze einen Unterschied in der Steigung von mehreren 100 % bewirkt. Dabei wird die Kennlinie mit steigendem Winkel steiler. Ein reduzierter Winkel bedeutet hingegen eine kleinere Steigung. Außerdem fallen die Kurven in Abbildung 26 für  $\beta_2 \le 105^\circ$  bei  $\varphi_2/\varphi_{2_0} < 90$ % auf der Ordinate auf negative Werte. Das Vorzeichen der Steigung kehrt sich hier also um. Diese Umkehrung des Vorzeichens markiert die Pumpgrenze, welche bei kleiner werdendem Winkel  $\beta_2$  bei größeren Werten von  $\varphi_2/\varphi_{20}$  erreicht wird. Sie liegt also näher am Auslegungspunkt ( $\varphi_2/\varphi_{2_0} > 100$  %), sodass der Betriebsbereich des Verdichters im Teillastbetrieb eingeschränkter ist.

Da der Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$  den größten Einfluss auf die Steigung der Verdichterkennlinie hat, wird er in der späteren Analyse unterschiedlicher Geometrien des Verdichters (Kapitel 5.4) berücksichtigt.

Parameter	Bereich
Schaufelwinkel	90 ° – 150 °
$\beta_2$	$\beta_{2_{ref}} = 116^{\circ}$
Durchflusskenngröße	0,2-0,3 (0,02-0,06)
$\varphi_2 \left( \varphi_M  ight)$	$\varphi_{2_{ref}} = 0,28 \ (0,053)$
Schaufelzahl Z <sub>R</sub>	10 - 18
	$Z_{R_{ref}} = 16$
Durchmesserverhältnis $\frac{D_1}{D_2}$	0,3 - 0,6
	$\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_{ref} = 0.49$

Tabelle 4 – In der Sensitivitätsanalyse berücksichtigte Auslegungsparameter des Verdichters



Abbildung 26 – Steigung der Verdichterkennlinie  $d\Psi_y/d\varphi_2$  bezogen auf den Auslegungspunkt einer beispielhaften Verdichtergeometrie

# 4.3 Turbinenmodell

Der Kreislaufbetriebspunkt ist definiert durch den Schnittpunkt von Verdichter- und Anlagenkennlinie, welche der Turbinenkennlinie entspricht, da Druckverluste im Kreislauf vernachlässigt werden. Das Modell zur Beschreibung der Turbinenkennlinie bildet, wie beim Verdichtermodell aus Kapitel 4.2, das Verhältnis der Massenströme  $\dot{m}/\dot{m}_0$  von Betriebs- zu Auslegungspunkt in Abhängigkeit der Änderung des Druckverhältnisses  $\Pi/\Pi_0$  ab. Ein solches einfaches Modell stellt das Dampfkegelgesetz nach Stodola [88] in Gleichung (32) in der Formulierung von Traupel [89] dar. Dabei ist zu beachten, dass das Kreislauf- bzw. Verdichterdruckverhältnis anstatt des Turbinendruckverhältnisses  $\Pi_{TB} = 1/\Pi$  verwendet wird. Das Dampfkegelgesetz wurde für mehrstufig axiale Dampfturbinen entwickelt. Da in dieser Arbeit aber Kreisläufe mit kleiner Leistungsgröße evaluiert werden, sind hier wie von Sienicki et al. [76] vorgeschlagen, Radialturbinen zu betrachten. Deshalb kann, anders als bei Axialturbinen, die Änderung der Drehzahl nicht vernachlässigt werden [90]. Aufgrund zentrifugal wirkender Kräfte am Laufrad steigt das Druckverhältnis mit der Drehzahl und auch nahezu keiner Durchströmung der Turbine muss ein signifikanter bei Strömungswiederstand überwunden werden, sodass das Druckverhältnis  $\Pi > 1$  ist. Das wird vom Dampfkegelgesetz in Gleichung (32) nicht abgebildet. Hier entspricht bei  $\dot{m} = 0 kg/s$ das Druckverhältnis  $\Pi = 1$ . Gleichung (32) wird deshalb in dieser Arbeit nicht angewandt, zeigt aber bereits den grundlegenden Aufbau des Modells, wie es für Radialturbinen anhand der Veröffentlichung von Schuster et al. [91] hergeleitet wird.

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{0}} = \frac{p_{3}}{p_{3_{0}}} \sqrt{\frac{T_{3_{0}}}{T_{3}}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{1}{\overline{\Pi}}\right)^{\frac{n+1}{n}}}{1 - \left(\frac{1}{\overline{\Pi}_{0}}\right)^{\frac{n+1}{n}}}}$$
(32)

## 4.3.1 Herleitung des Turbinenmodells

Wie das Verdichtermodell basiert auch das Modell für Radialturbinen auf den Geschwindigkeitsdreiecken und der Eulergleichung in Gleichung (33). Die verwendeten Indizes sind in Abbildung 27 aufgeführt, welche auch die Geschwindigkeitsdreiecke in den Positionen 3 (Turbineneintritt = Leitradeintritt), LA (Leitradaustritt = Laufradeintritt) und 4 (Turbinenaustritt = Laufradaustritt) zeigt. Die thermodynamischen Bedingungen an Positionen 3 und 4 im Laufrad stimmen mit denen in Position 3 und 4 im Kreislauf (Abbildung 17) überein.

$$\Delta h_{t_{3-4}} = u_4 c_{u_4} - u_{LA} c_{u_{LA}} \tag{33}$$

Für das Modell der Radialturbine wird keine Geometrievariation durchgeführt und folgende Vorgaben werden für das Modell festgelegt:

• Kein Eintrittsdrall:  $\alpha_3 = 90^\circ$ 

- Keine Anströmverluste im Auslegungspunkt:  $w_{u_{LA_0}} = 0 \frac{m}{s} \rightarrow \beta_{LA_0} = 90^\circ \rightarrow c_{u_{LA_0}} = u_{LA_0}$
- Kein Austrittsdrall im Auslegungspunkt:  $c_{u_{4_0}} = 0 \frac{m}{s} \rightarrow \alpha_{4_0} = 90^{\circ}$
- Die Strömung folgt den Schaufeln stets perfekt.
- Das erhöhte Druckverhältnis bei geringem Durchfluss wird durch die Anströmungsverluste mit einbezogen.
- Verluste im Leitrad werden nicht berücksichtigt.
- Anströmverluste im Auslegungspunkt  $\Delta h_{Anströmung} = 0 kJ/kg$ .



Abbildung 27 – Achsnormalschnitt einer Radialturbine mit Geschwindigkeitsdreiecken nach Schuster et al. [91]

Die Beschleunigung der Absolutgeschwindigkeit im Leitrad bestimmt die Änderung der spezifischen Enthalpie nach Gleichung (34).

$$\Delta h_{LA-3} = -\frac{c_{LA}^2 - c_3^2}{2} \tag{34}$$

Die Meridiangeschwindigkeit am Leitradaustritt bzw. Laufradeintritt (Position LA in Abbildung 27)  $c_{m_{LA}}$  wird aus Massenstrom  $\dot{m}$ , Strömungsquerschnitt  $A_{LA}$  und Dichte  $\rho_{LA}$ bestimmt. Die Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit  $c_{u_{LA}}$  ergibt sich dann aus dem Winkel der Absolutgeschwindigkeit am Austritt der Leitradbeschaufelung  $\alpha_{LE} = \alpha_{LA}$ und der Meridiangeschwindigkeit nach Gleichung (35). Dabei ist der Winkel  $\alpha_{LA}$  unabhängig vom thermodynamischen Eintrittszustand der Turbine und dem Durchfluss.

$$c_{u_{LA}} = \frac{c_{m,LA}}{\tan(\alpha_{LA})} \tag{35}$$

Gleichung (36) gibt das Verhältnis zwischen der Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit am Laufradeintritt in einem beliebigen Betriebspunkt zu der im Auslegungspunkt "0" an. Sie zeigt, dass die Änderung der Umfangskomponente zwischen den Betriebspunkten keine geometrischen Informationen, sondern nur die Dichteänderung in Position LA und die Massenstromänderung  $\dot{m}/\dot{m}_0$  benötigt. Ähnlich wird auch die Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit am Laufradaustritt mithilfe der Gleichungen (37) und (38) bestimmt. Aufgrund der Rotation des Laufrades muss hier die Umfangsgeschwindigkeit u zusammen mit dem Winkel der Relativgeschwindigkeit  $\beta_4$ berücksichtigt werden.

$$\frac{c_{u_{LA}}}{c_{u_{LA_0}}} = \frac{\frac{\dot{m}}{\rho_{LA}A_{LA}}\frac{1}{\tan(\alpha_{LA})}}{\frac{\dot{m}_0}{\rho_{LA_0}A_{LA}}\frac{1}{\tan(\alpha_{LA})}} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_0}\frac{\rho_{LA_0}}{\rho_{LA}} \to c_{u_{LA}} = c_{u_{LA_0}}\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0}\frac{\rho_{LA_0}}{\rho_{LA}}$$
(36)

$$c_{m_4} = c_{m_3} \frac{\rho_3}{\rho_4} \frac{A_3}{A_4} = \frac{\dot{m}}{\rho_4 A_4} \tag{37}$$

$$c_{u_4} = u_4 - \frac{c_{m4}}{\tan(\beta_4)} = u_4 - \frac{\dot{m}}{\rho_4 A_4 \tan(\beta_4)}$$
(38)

Die Gleichungen (36) und (38), eingesetzt in die Eulergleichung (33), ergeben die Beziehung zwischen der Änderung der spezifischen Totalenthalpie in der Turbine  $\Delta h_{t_{3-4}}$ und dem Durchfluss  $\dot{m}$ . Gleichung (39) wird weiter vereinfacht, indem die Auslegungsbedingung  $c_{u_{4_0}} = 0 \ m/s$  eingesetzt und der Unterschied zwischen den Verhältnissen von Totalenthalpie und statischer Enthalpie vernachlässigt wird. So beschreibt Gleichung (41) die Änderung der spezifischen Enthalpie in der Turbine als Funktion des Verhältnisses des Massenstroms  $\dot{m}/\dot{m}_0$ , der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und der Laufradraddurchmesser  $D_4$  und  $D_{LA}$ .

$$\frac{\Delta h_{3-4}}{\Delta h_{(3-4)_0}} = \frac{\Delta h_{t_{3-4}}}{\Delta h_{t_{(3-4)_0}}} = \frac{u_4 \left( u_4 - \frac{\dot{m}}{\rho_4 A_4 \tan(\beta_4)} \right) - u_{LA} c_{u_{LA_0}} \frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} \frac{\rho_{LA_0}}{\rho_{LA}}}{u_{4_0} c_{u_{4_0}} - u_{LA_0} c_{u_{LA_0}}}$$
(39)

$$c_{u_{4_0}} = 0 \ \frac{m}{s} \to \tan(\beta_4) = \frac{\dot{m}_0}{A_4 \rho_{4_0} u_{4_0}} \to c_{u_4} = u_4 - u_{4_0} \frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} \frac{\rho_{4_0}}{\rho_4}$$
(40)

$$\frac{\Delta h_{3-4}}{\Delta h_{(3-4)_0}} = -\frac{D_4^2}{D_{LA}^2} \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \left(\frac{D_4^2}{D_{LA}^2} \frac{\rho_{4_0}}{\rho_4} + \frac{\rho_{LA_0}}{\rho_{LA}}\right) \frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} \frac{\omega}{\omega_0}$$
(41)

Gleichung (41) beschreibt die Enthalpieänderung in der Radialturbine ohne Verluste oder Fehlanströmung. Diese müssen zusätzlich betrachtet werden. Hier werden die Anströmverluste  $\Delta h_{Anströmung}$  nach Gleichung (42) berücksichtigt, die lediglich den Laufraddurchmesser als geometrische Information benötigen und den bereits erwähnten Drehzahleinfluss der spezifischen Strömungsarbeit bzw. des Druckverhältnisses abbilden. Die Modellierung anderer Verlustmechanismen wie Reibungs- und Düsenverluste, die von Schuster et al. [91] beschrieben werden, bedarf hingegen weiterer geometrischer Daten. Diese Verlustmechanismen werden hier nicht betrachtet. Gleichung (43) gibt das Verhältnis der spezifischen Strömungsarbeit eines Betriebspunktes zum Auslegungspunkt unter der Voraussetzung an, dass Anströmverluste im Letzteren vernachlässigbar sind. Die Gleichung besitzt eine eindeutige analytische Lösung (nur positive Lösung zulässig) für das Massenstromverhältnis  $\dot{m}/\dot{m}_0$ , benötigt aber die Dichteverhältnisse am Laufradeintritt und Austritt (Position LA und 4 in Abbildung 27). Die Dichte am Laufradaustritt (Position 4) wird über das Druckverhältnis und eine angenommene polytrope Zustandsänderung in der Turbine berechnet. Das Verhältnis der Dichte am Laufradeintritt (Position LA) allerdings hängt von der Enthalpieänderung im Leitrad nach Gleichung (34) ab. Diese kann durch iterative Berechnung oder unter Annahme des Reaktionsverhältnisses der Turbine ermittelt werden. Hier wird vereinfacht angenommen, dass die Änderung der Dichte am Laufradeintritt  $\rho_{LA}/\rho_{LA_0}$  nach Gleichung (44) dem arithmetischen Mittel zwischen der Dichteänderung am Ein- und Austritt der Turbine entspricht.

$$\Delta h_{Anströmung} = \frac{w_{u_{LA}}^{2}}{2}$$
(42)

$$\frac{y_{3-4}}{y_{(3-4)_0}} = \frac{\Delta h_{3-4} + \Delta h_{Anströmung}}{\Delta h_{(3-4)_0} - 0 \frac{kJ}{kg}}$$
(43)  
$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{D_4^2}{D_{LA}^2}\right) \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{D_4^2}{D_{LA}^2} \frac{\rho_{4_0}}{\rho_4} \frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} \frac{\omega}{\omega_0} + \frac{1}{2} \frac{\rho_{LA_0}^2}{\rho_{LA}^2} \frac{\dot{m}^2}{\dot{m}_0^2}$$
(43)  
$$\frac{\rho_{LA}}{\rho_{LA_0}} \approx \frac{\rho_3}{\rho_{3_0}} + \frac{\rho_4}{\rho_{4_0}} = \frac{\rho_3}{\rho_{3_0}} \left[ \left(\frac{\Pi_0^{-1/n_0}}{\Pi^{-1/n}}\right) + 1 \right]$$
(44)

Gleichung (43) wird für das Massenstromverhältnis  $\dot{m}/\dot{m}_0$  gelöst, Gleichung (44) eingesetzt und die spezifische Strömungsarbeit einer polytropen Zustandsänderung durch das Druckverhältnis ersetzt. Dies ergibt Gleichung (58), die aus Gründen der Übersichtlichkeit in Anhang A zu finden ist. Eine Analyse der Gleichung (44) zeigt, dass die Drehzahl und das Dichteverhältnis am Laufradeintritt (Position LA), welches wiederum von der Änderung der Turbineneintrittsbedingungen abhängt, das Massenstromverhältnis dominieren. Ferner werden die Terme, die mit dem Durchmesserverhältnis  $0,4 < D_4/D_{LA} < 0,5$  (Beispiele dargestellt von Schuster et al. in Tabelle 4 [91]) multipliziert werden, klein. So ist Gleichung (58) in Anhang A dem Ausdruck für den Massenstrom nach den Affinitätsgesetzen ähnlich und weist eine annähernd lineare Abhängigkeit des Massenstroms von der Drehzahl  $\omega$  und der Dichte  $\rho$  auf.

Um den polytropen Wirkungsgrad zu bestimmen, wird das Verhältnis der Enthalpiedifferenz ohne Verluste und der spezifischen Strömungsarbeit aus Gleichung (45) gebildet. Dabei ist zu beachten, dass das Verhältnis aufgrund der Annahme vernachlässigbarer Anströmverluste im Auslegungspunkt genau 100 % beträgt.

$$\frac{\eta_{34}}{\eta_{34_0}} = \frac{\frac{\Delta h_{3-4}}{\Delta h_{(3-4)_0}}}{\frac{y_{3-4}}{y_{(3-4)_0}}}$$
(45)

4.3.2 Validierung des Turbinenmodells

Abbildung 28 zeigt das Kennfeld der Turbine aus dem sCO2-HeRo Projekt mit Druckverhältnis  $\Pi = {p_3}/{p_4}$  dargestellt über dem Volumenstrom am Turbineneintritt  $\dot{V}_3$ . Die durchgezogenen Kennlinien beruhen auf Gleichung (43) mit der Dichteverteilung aus Gleichungen (44) und die einzelnen Symbole zeigen Auslegungsrechnungen mit CFD. Im Modell wird das Durchmesserverhältnis entsprechend der Turbinengeometrie festgelegt. Zur Variation des Betriebspunktes wird nur der Massenstrom, nicht aber der thermodynamische Eintrittszustand verändert. Der Auslegungspunkt auf der 50.000 1/min Kennlinie bildet die Basis "0" im Modell. Entsprechend fällt die Turbinenkennlinie hier genau mit dem in CFD berechneten Druckverhältnis zusammen. Neben dem Auslegungspunkt sind im Diagramm auch die Betriebspunkte bei kleinerer Drehzahl markiert, bei denen die Anströmverluste im Modell nicht berücksichtigt werden. Die Drehzahlkennlinien nach Gleichung (43) weisen eine quadratische Abhängigkeit des Druckverhältnisses vom Volumenstrom auf und die Anströmverluste bewirken, dass die Kennlinie bei  $\dot{V}_3 = 0 m^3/h$  drehzahlabhängig Druckverhältnisse  $\Pi > 1$  aufweist. Die nicht berücksichtigten Reibungs- und Düsenverluste betreffen hauptsächlich den Überlastbereich und gehen mit sinkendem Volumenstrom gegen 0 kJ/kg. So sind speziell im Überlastbereich steilere Kennlinien zu erwarten, wie durch Gleichung (43) vorhergesagt. Dies ist in Abbildung 28 insbesondere für die 30,000 1/min und 40,000 1/min Kennlinie zu sehen. Da dies anders als die Anströmverluste die Form der Kennlinien nicht grundlegend verändert, werden die Verluste aus genannten Gründen nicht berücksichtigt.

Insgesamt zeigen das Modell und die mit CFD berechneten Betriebspunkte der Turbine eine qualitativ gute Übereinstimmung insbesondere im Verlauf der Kennlinien und das Turbinenmodell ist somit validiert.



Abbildung 28 – sCO2-HeRo Turbinenkennfeld – Vergleich von Gleichung (43) mit CFD Auslegungsrechnungen

# 4.3.3 Sensitivitätsanalyse des Turbinenmodells

Zusätzlich wird eine Sensitivitätsanalyse wie auch schon beim Verdichtermodell durchgeführt. Diese ist in Abbildung 29 abgebildet, welche das Verhältnis des Druckverhältnisses  $\Pi/\Pi_0$  zum Auslegungspunkt über dem normierten Volumenstrom  $\dot{V}_3/\dot{V}_{30}$  für die Variation des Durchmesserverhältnisses  $D_4/D_{LA}$  für die 50.000 1/min Kennlinie zeigt. Ein höheres Durchmesserverhältnis bedeutet eine größere Steigung der Kennlinie. Dies führt im betrachteten Bereich zu einem Unterschied im Druckverhältnisse aus der Veröffentlichung von Schuster et al. [91]  $D_4/D_{LA} \approx 0,45$  für die spätere Analyse für eine mittlere Steigung der Kennlinie festgelegt.



Abbildung 29 – Turbinenkennlinien für verschiedene Durchmesserverhältnisse  $D_4/D_{LA}$  im Vergleich zu sCO2-HeRo 50.000 1/min Kennlinie ( $D_4/D_{LA} = 0.375$ )

### 4.4 Kreislaufmodell

Das Verdichter- und Turbinenmodell bestimmen den Betriebspunkt des Kreislaufes. Darüber hinaus ist aber auch der Zusammenhang zwischen Druckniveau und Temperaturverteilung im Kreislauf abzubilden. Dieser wird durch das von Hacks et al. [83] entwickelte Modell berücksichtigt, welches bereits im Rahmen der Publikation validiert wurde. Explizit dient das Modell dazu, die Änderung des Verdichtereintrittsdruckes  $p_1$  in Abhängigkeit der Eintrittstemperatur  $T_1$  zu berechnen. Dazu wird die Temperaturverteilung im Kreislauf in die Dichte des CO<sub>2</sub> in den einzelnen Volumina, also in die Massenverteilung des CO<sub>2</sub> im Kreislauf umgerechnet. Diese Vorgehensweise ist grundsätzlich für jeden Kreislauf gültig. Das hier verwendete Modell unterliegt folgenden Einschränkungen.

- Die einzelnen physischen Volumina im Kreislauf sind unveränderlich ( $V_i = konstant$ ).
- Die CO<sub>2</sub> Masse im Kreislauf ist konstant ( $m_{CO_2} = konstant$ ).
- Das Modell ist gültig für einen Joule Kreislauf mit CO<sub>2</sub> bei  $p_{min} > p_{krit}$ .

Abbildung 30 greift die Darstellung aus Abbildung 17 auf und zeigt die im Modell getroffene Aufteilung des Kreislaufvolumens in zwei Volumina, ein Kaltes  $V_k$  und ein Heißes  $V_h$ . Die Massenerhaltung in Gleichung (46) wird mit diesen zwei Volumina und der jeweiligen mittleren Dichte des CO<sub>2</sub> darin ausgedrückt. Daraus folgt dann die Änderung der mittleren Dichte eines thermodynamischen Zustandes gegenüber eines Ausgangszustandes "0" nach Gleichung (47).

$$m_{CO_2} = \rho_k V_k + \rho_h V_h = konstant \tag{46}$$

Gleichung (47) zeigt, dass die Dichteänderung im kalten mit der im heißen Volumen über das Größenverhältnis beider Volumina verknüpft ist. Das bedeutet, dass eine Dichteerhöhung in einem Volumen durch eine Zufuhr von Masse aus dem anderen Volumen erreicht wird. Anders herum muss Masse abgeführt werden, um die Dichte zu senken. In einem geschlossenen Kreislauf mit konstanter Masse des Arbeitsfluides und unveränderlichen Volumina kann nur die Wärmezufuhr  $\dot{Q}_{23}$  und Abfuhr  $\dot{Q}_{41}$  sowie das Druckverhältnis  $\Pi$  eingestellt werden. Daraus ergeben sich die Temperaturen und Dichten an den verschiedenen Positionen 1-4 im Kreislauf. Bei einphasigem Arbeitsfluid wiederum sind Druck und Dichte über die Temperatur gekoppelt. Diese Kopplung bildet Gleichung (48) ab, in der die Idealgasgleichung um den Kompressibilitätsfaktor Z ergänzt wird. Letzterer wird an den Positionen 3 und 4 im Kreislauf mit der Annahme idealen Gases vernachlässigt (Z = 1). Am Verdichtereintritt und Austritt (Positionen 1 und 2) ist der Kompressibilitätsfaktor hingegen in jedem Fall zu berücksichtigen, da er im Bereich von 0.2 < Z < 0.3 liegt und zudem eine starke Druck- und Temperaturabhängigkeit aufweist.

$$p = \rho RTZ \tag{48}$$

Weiterhin muss die Aufteilung in heißes und kaltes Volumen aufgrund der Temperaturund Druckverteilung in den einzelnen Komponenten detailliert betrachtet werden. Während die Volumina von Verdichter und Turbine in erster Näherung vernachlässigbar sind, müssen insbesondere die Wärmeübertrager genauer betrachtet werden. In diesem Modell verläuft die Grenze zwischen kaltem und heißem Kreislaufvolumen, wie durch die blau-rote Linie in Abbildung 30 angedeutet, durch die Wärmeübertrager und muss anhand der Temperaturverteilung bestimmt werden. Diese Aufteilung wird mithilfe eines weiteren Modells vorgenommen, welches die thermodynamischen Zustände berücksichtigt. Im Modell wird das kalte Volumen so definiert, dass es den flüssigen Anteil des CO<sub>2</sub> enthält und das heiße Volumen den gasförmigen Anteil. Damit zeichnen sich das kalte und heiße Volumen durch hohe bzw. niedrige Dichte aus. Diese Aufteilung ist in einem CO<sub>2</sub>-Kreislauf sinnvoll, da der Verdichter mit flüssigem CO<sub>2</sub> betrieben wird.



Abbildung 30 – Vereinfachte Skizze eines Joule Kreislaufes (oben) mit Unterscheidung in heißes und kaltes Volumen des Zwei-Volumen Modells (unten) nach Hacks et al. [83]

Die pseudokritische Linie als Trennlinie zwischen flüssig und gasförmig bei  $p > p_{krit}$ bietet sich an, um das kalte und heiße Volumen bzw. die Volumina mit hoher und niedriger Dichte voneinander zu trennen. Dahinter verbirgt sich die Annahme eines Wärmeübertragers mit konstanter Querschnittsfläche und einem zur Länge proportionalen Volumen. Darüber hinaus wird die Änderung der spezifischen Enthalpie über der Länge des Wärmeübertragers durch eine lineare Funktion approximiert, wie in Abbildung 31 mit der schwarzen, durchgezogenen Linie illustriert wird. Auf Basis der von Wahl et al. [13] gezeigten großen spezifischen Wärmekapazität und dem hohen Wärmeübergangskoeffizienten an der pseudokritischen Linie wird postuliert, dass der Übergang vom flüssigem zu gasförmigem Zustand oder umgekehrt nur eine vernachlässigbar kleine Länge bzw. ein vernachlässigbares Volumen des Wärmeübertragers benötigt. In Abbildung 31 wird dieser Übergang durch den senkrechten Verlauf der Kurve der Enthalpieänderung gezeigt. So ist die Stelle im Wärmeübertrager, an der die pseudokritische Temperatur  $T_{krit_{ps}}$  bei der idealisierten isobaren Zustandsänderung erreicht wird, die natürliche Grenze zwischen kaltem und heißem bzw. flüssigem und gasförmigem Volumen. Weiterführend wird angenommen, dass die Steigung der linearen Funktionen der Enthalpieänderung über dem benötigten Volumen im flüssigen und gasförmigen CO2 gleich sind (gestrichelte Linie in Abbildung 31). Die Größe beider Volumina ist deshalb mit dem Hebelgesetz berechenbar. Wird dieses für die Wärmesenke und Wärmequelle angewandt und werden die sich ergebenden Volumina anschließend addiert, ergibt sich das kalte und heiße Volumen. Dies ist beispielhaft für das kalte Volumen in Gleichung (49) dargestellt. Für das heiße Volumen ist anlog vorzugehen. Weitere Volumina  $V_{Zusatz}$  z.B. von Rohrleitungen sind entsprechend ihrer Position im Kreislauf zum kalten bzw. heißen Volumen hinzuzuaddieren.



$$V_k = V_{WS_{ges}} * \frac{\Delta h_{k_{WS}}}{\Delta h_{41}} + V_{WQ_{ges}} * \frac{\Delta h_{k_{WQ}}}{\Delta h_{23}} + V_{Zusatz}$$
(49)

Abbildung 31 – Modell für Volumenaufteilung in Wärmeübertragern

Für das frühe Stadium der Auslegung eines CO<sub>2</sub>-Kreislaufes wird zusätzlich angenommen, dass sich trotz der Änderung des Druckverhältnisses die Dichte am Austritt von Verdichter und Turbine etwa im gleichen Maße ändert wie die Dichte am Eintritt. So werden der Verdichtereintrittszustand (Position 1) und der Turbineneintrittszustand (Position 3) als Referenz für den thermodynamischen Zustand im kalten und heißen Volumen verwendet. Entsprechend sind nur der thermodynamische Eintrittszustand des Verdichters  $(p_1, T_1, Z_1)$  und die Eintrittstemperatur  $T_3$  der Turbine, das Druckverhältnis  $\Pi$  sowie die Volumina des Kreislaufes vorzugeben. Das Modell zur Berechnung der Druckänderung in Abhängigkeit der Temperaturänderung von einem Zustand "0" zu einem anderen Zustand ist somit durch Gleichung (50) gegeben. Die Druckänderung ist hier eine Funktion des Volumenverhältnisses  $V_h/V_k$ , des Verdichterdruckverhältnisses  $\Pi$  sowie der Temperaturen  $T_1$  und  $T_3$  und des Kompressibilitätsfaktors  $Z_1$ .

$$\frac{p_1}{p_{1_0}} = \frac{\frac{1}{T_{1_0}Z_{1_0}} + \frac{V_h}{V_k} * \frac{\Pi_0}{T_{3_0}}}{\frac{1}{T_1Z_1} + \frac{V_h}{V_k} * \frac{\Pi}{T_3}}$$
(50)

In diesem Kapitel wird die Abhängigkeit der charakteristischen Kreislaufparameter wie des maximalen Druckes im Kreislauf  $p_3$  oder des Wirkungsgrades  $\eta_{ges}$  von der statischen Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  im Bereich der Betriebsgrenzen der Turbomaschine analysiert. Dazu wird die Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  ausgehend von verschiedenen thermodynamischen Auslegungszuständen variiert. Anhand beispielhafter Berechnungen mit dem in Kapitel 4 vorgestellten Modell wird die Abhängigkeit der einzelnen Parameter von der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  dargestellt und der Einfluss des thermodynamischen Auslegungszustandes sowie der Verdichter- und Kreislaufgeometrie erläutert. Die Erkenntnisse werden zu Empfehlungen für das Vorgehen bei der Auslegung des Kreislaufes inklusive Turbomaschine zusammengefasst und entsprechende Auslegungsdiagramme vorgestellt.

Abbildung 32 beschreibt die Schritte zur Herleitung der Auslegungsempfehlungen und ebenfalls den Aufbau dieses Kapitels. Dabei werden ab Kapitel 5.2 zunächst die beiden Grenzfälle des Kreislaufverhaltens aus Kapitel 3.2.2 für in Kapitel 5.1 ausgewählte thermodynamische Auslegungszustände betrachtet. Dadurch wird der Bereich eingegrenzt, in dem sich die charakteristischen Kreislaufparameter sowie Betriebspunkte der Turbomaschine aufgrund einer veränderlichen Temperatur am Verdichtereintritt  $T_1$  bewegen können. Auf dieser Basis werden erste allgemeine Empfehlungen bezüglich der Wahl des thermodynamischen Auslegungszustandes des Verdichters aufgestellt. Die Änderung von Parametern wie dem Kreislaufwirkungsgrad kann mit Regeleingriffen beeinflusst werden und wird auf Basis einer Drehzahlregelung in Kapitel 5.3 analysiert. Darüber hinaus erlaubt die Variation der Geometrie des Verdichters und der Turbine es deren Kennlinien, insbesondere deren Steigung, zu beeinflussen und so die Empfindlichkeit auf veränderte thermodynamische Zustände im Kreislauf anzupassen. Die zugehörige Analyse in Kapitel 5.4 ist fokussiert auf die Verdichterkennlinie. Zuletzt wird in Kapitel 5.5 das Kreislaufmodell in die Berechnung eingebunden und der Einfluss unterschiedlicher Auslegungsparameter des Kreislaufes auf dessen Verhalten in Abhängigkeit der Verdichtereintrittstemperatur dargestellt. Die Erkenntnisse werden in Kapitel 5.6 zusammengefasst und die Wahl eines thermodynamischen Auslegungszustandes des Verdichters  $(p_{10} \text{ und } T_{10})$  mithilfe von Auslegungsdiagrammen dokumentiert.



Abbildung 32 - Herleitung der Auslegungsempfehlungen

## 5.1 Definition der Auslegungszustände des Verdichters

Diese Arbeit unterstützt die Auslegung von  $CO_2$ -Kreisläufen. Die Anwendung, für die ein Kreislauf ausgelegt wird, bestimmt daher die Randbedingungen. Damit die Analysen in den folgenden Kapiteln vergleichbar sind, werden die Auslegungsparameter der Turbomaschine und des Kreislaufes trotz verschiedener Auslegungszustände am Eintritt des Verdichters ( $p_{1_0}$  und  $T_{1_0}$ ) für die gleiche Anwendung bestimmt. Eine Anwendung sei hier durch die Wärmequelle definiert, insbesondere durch:

- deren Art und Regelbarkeit.
- den verfügbaren Wärmestrom  $Q_{WQ}$ .
- die obere und untere Temperatur der Wärmezufuhr  $T_{WQ_{ob}}$  und  $T_{WQ_{y}}$ .

Entsprechend sind der Wärmestrom  $\hat{Q}_{WQ}$  und die Temperaturen der Wärmezufuhr  $T_{WQ_{ob}}$  und  $T_{WQ_u}$  vorzugeben.  $\hat{Q}_{WQ}$  und  $T_{WQ_{ob}}$  sind für alle Auslegungszustände des Verdichters gleich und betragen hier 1000 kW bzw. 400 °C. Außerdem wird die Grädigkeit in den Wärmeübertragern vernachlässigt, sodass die Turbineneintrittstemperatur im Auslegungspunkt  $T_{30}$  der Temperatur  $T_{WQ_{ob}}$  entspricht. Die Verdichteraustrittstemperatur  $T_{20}$  wird in gleicher Weise mit der unteren Temperatur der Wärmezufuhr  $T_{WQ_u}$  und die Verdichtereintrittstemperatur  $T_{10}$  mit der unteren Temperatur der Wärmeabfuhr  $T_{WS_u}$  gleichgesetzt. Da aber die Austrittstemperatur  $T_{20}$  von der variierten Eintrittstemperatur  $T_{10}$  nur durch Anpassung der zugeführten spezifischen Strömungsarbeit im Verdichter  $y_{120}$  eingehalten werden. Aufgrund der hohen Abhängigkeit der spezifischen Enthalpie von der Temperatur am Verdichtereintritt in der Nähe des kritischen Punktes (siehe Kapitel 2) führt dies zu signifikanter Änderung der zugeführten spezifischen Strömungsarbeit im Verdichter
$y_{12_0}$  und der auf den Auslegungsregeln basierenden Verdichtergeometrie. Deshalb gelten die in Abbildung 33 in einem pT-Diagramm veranschaulichten Zusammenhänge:

- Die Bedingung  $T_{2_0} = T_{WQ_u}$  wird nur bei Variation des Auslegungsdruckes am Verdichtereintritt  $p_{1_0}$  und konstanter Verdichtereintrittstemperatur  $T_{1_0}$  eingehalten. Dadurch ist die Temperaturdifferenz über die Wärmequelle konstant. Die spezifische Strömungsarbeit  $y_{12_0}$  ist jedoch anzupassen.
- Bei unterschiedlichen Auslegungstemperaturen  $T_{10}$  und konstantem Eintrittsdruck  $p_{10}$ wird die Bedingung  $T_{20} = T_{WQ_u}$  nicht eingehalten, wodurch die Temperaturdifferenz über die Wärmequelle verändert wird. Die zugeführte spezifische Strömungsarbeit im Verdichter  $y_{120}$  ist stattdessen konstant.



Abbildung 33 - Exemplarische Auslegungszustände des Verdichters

#### 5.2 Isobares und isochores Kreislaufverhalten

Zur Analyse der Auswirkungen einer veränderlichen Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$ werden zunächst die Grenzfälle des isobaren und isochoren Kreislaufverhaltens untersucht. Dabei ist die Drehzahl *N* konstant und es werden keine Regeleingriffe angewandt. Die Turbineneintrittstemperatur ( $T_3 = T_{3_0}$ ) ist ebenfalls konstant, während die vom Kreislauf aufgenommene Wärme  $\dot{Q}_{23}$  aufgrund der veränderlichen Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  variiert.

### 5.2.1 Betriebspunkte von Verdichter und Turbine

In diesem Kapitel liegt der Fokus zuerst auf den Betriebspunkten von Verdichter und Turbine. Abbildung 34 zeigt die Änderung des Verdichterbetriebspunktes, dargestellt durch die Durchflusskenngröße  $\varphi_2$  und die Druckkenngröße  $\Psi_{\gamma}$ . Da die Abbildungen in diesem und den folgenden Kapiteln bis Kapitel 5.4 gleich aufgebaut sind, wird deren Aufbau beispielhaft anhand von Abbildung 34 erläutert. Jede der Abbildungen zeigt vier Diagramme und jedes Diagramm zeigt vier Linien, welche den Auslegungszuständen aus Abbildung 33 zugeordnet sind. Diese Linien stellen das Verhältnis verschiedener Parameter über der Differenz der Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1 = T_1 - T_{1_0}$  dar. Die Verhältnisse sind bezogen auf den jeweiligen Wert des Parameters im Auslegungszustand "O". Die oberen Diagramme beziehen sich auf das isobare Kreislaufverhalten  $(p_1 = p_{10} = konstant)$  und die Unteren auf das isochore Kreislaufverhalten ( $\rho_1 = \rho_{1_0} = konstant$ ). Betriebspunkte außerhalb der Betriebsgrenzen mit Eintrittszuständen des Verdichters im 2-Phasengebiet (blauer, senkrechter Strich) oder Eintrittsvolumenströmen jenseits der Pumpgrenze (blauer Eintrittstemperaturen Kreis) sind nicht dargestellt. Bei  $T_1$ oberhalb der Auslegungstemperatur  $T_{10}$  stellt das rote Dreieck mit der Spitze nach oben die Grenze des Übergangsbereiches hoher Dichte, das rote Kreuz den Schnittpunkt mit der pseudokritischen Line und das rote Dreieck mit der Spitze nach unten die Grenze des Übergangsbereiches niedriger Dichte dar (siehe Kapitel 2.3, Punkt 4.).



Abbildung 34 – Änderung des dimensionslosen Verdichterbetriebspunktes ( $\varphi_2$  und  $\Psi_y$ ) bei Änderung der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  entlang der jeweiligen Isobaren (oben) und Isochoren (unten)

Zunächst wird in Abbildung 34 das isobare Kreislaufverhalten betrachtet, welches durch konstanten Verdichtereintrittsdruck  $p_1 = p_{10}$  definiert ist.

• Bei einer erhöhten Eintrittstemperatur  $T_1 > T_{10}$  bzw. einer positiven Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  zeigt sich unabhängig vom Auslegungszustand I bis IV zunächst ein Anstieg der Durchflusskenngröße  $\varphi_2$  um bis zu 2,5 %, der Betriebspunkt des Verdichters wandert im Kennfeld also nach rechts zu höheren Durchflüssen. Das Maximum wird dann erreicht, wenn der Eintrittszustand des Verdichters auf der pseudokritischen Linie (rotes Kreuz) liegt. Eine darüber hinaus steigende Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  bedeutet, dass der Eintrittszustand des CO<sub>2</sub> gasförmig wird und der Betriebspunkt des Verdichters im Kennfeld nach links zu niedrigeren Durchflüssen und damit in Richtung Pumpgrenze wandert. Letztere liegt bei der exemplarisch gewählten Verdichtergeometrie bei  $\varphi_2/\varphi_{2_0} \approx 0,82$  und wird in gasförmigem CO<sub>2</sub> bei weiter erhöhter Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  erreicht. Die Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  zum Erreichen der Pumpgrenze ist umso kleiner, je kleiner der Auslegungsdruck  $p_{1_0}$  ist. Dies ist den höheren Gradienten der Dichte bezogen auf die statische Temperatur bei Annäherung an den kritischen Druck  $p_{krit}$  geschuldet. Bei isobarem Kreislaufverhalten und einer erhöhten Eintrittstemperatur  $T_1 > T_{1_0}$  sind also die Stoffeigenschaften des CO<sub>2</sub> im Übergangsbereich maßgeblich für die Änderung des Verdichterbetriebspunktes verantwortlich. Ein höherer Auslegungsdruck am Verdichtereintritt  $p_{1_0}$  erlaubt aufgrund kleiner Dichtegradienten in Abhängigkeit der Temperatur entlang der Isobaren einen größeren Verdichterbetriebsbereich.

• Bei einer Eintrittstemperatur  $T_1 < T_{10}$  bzw. einer negativen Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$ sinkt  $\varphi_2$  schon ab dem Auslegungszustand, erreicht allerdings im betrachteten Temperaturbereich nicht die Pumpgrenze. Auch hier bedeutet ein höherer Auslegungsdruck eine geringere Änderung des Verdichterbetriebspunktes.

Bei isochorem Kreislaufverhalten, welches durch konstante Dichte am Verdichtereintritt  $\rho_1 = \rho_{10}$  gekennzeichnet ist, wird im Gegensatz zum isobaren Kreislaufverhalten kein Verdichtereintrittszustand in gasförmigem CO<sub>2</sub> erreicht, da die Isochoren die pseudokritische Linie nicht schneiden, wie in Abbildung 33 zu sehen ist.

- Bei erhöhten Eintrittstemperatur  $T_1 > T_{10}$ bzw. einer einer positiven Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  steigt die Durchflusskenngröße  $\varphi_2$  wie bei isobarem Kreislaufverhalten zunächst und sinkt erst bei weiter steigender Temperatur wieder unter den Wert im Auslegungszustand  $\varphi_{2_0}$ . Die Reduzierung der Durchflusskenngröße  $\varphi_2$  ist allerdings insgesamt geringer und die Pumpgrenze wird nicht erreicht. Anders als bei isobarem Kreislaufverhalten wird die Stärke der Abhängigkeit der Durchflusskenngröße  $\varphi_2/\varphi_{2_0}$  von der Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  außerdem weniger vom Eintrittsdruck  $p_{1_0}$ , sondern vielmehr von der Eintrittstemperatur  $T_{10}$  des Verdichterauslegungszustandes beeinflusst. Dies zeigen die gestrichelten Linien in Abbildung 34. Die Änderung der Durchflusskenngröße  $\varphi_2$  als auch der Druckkenngröße  $\Psi_{\nu}$  ist für Auslegungszustand III, welcher dem kritischen Punkt am nächsten ist, am kleinsten. Dies wird durch die geringere Steigung der Isochoren dp/dT in der Nähe der pseudokritischen Linie (siehe Abbildung 33) begründet. Dadurch ist die Änderung des Druckes am Turbineneintritt  $p_3$ und der dazu proportionalen Dichte  $\rho_3$  (bei konstanter Eintrittstemperatur  $T_3$ ) kleiner und bewirkt so eine geringere Veränderung des Volumenstromes am Turbineneintritt  $\dot{V}_3$ . Das führt auch zu geringerer Verschiebung des Betriebspunktes von Kreislauf und Verdichter.
- Bei einer Eintrittstemperatur  $T_1 < T_{10}$  bzw. einer negativen Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$ wird das CO<sub>2</sub> bei isochorem Kreislaufverhalten 2-phasig. Die Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$ , bei der der Verdichtereintrittszustand auf der Siedelinie liegt, ist abhängig vom Eintrittszustand und insbesondere bei höherem Auslegungsdruck am Verdichtereintritt  $p_{10}$  größer. Der Betriebsbereich wird hier also durch die Stoffeigenschaften des CO<sub>2</sub> und speziell durch das 2-Phasengebiet begrenzt.



Abbildung 35 – Änderung des Turbinenbetriebspunktes ( $\dot{V}_3$  und  $\Delta h_{34}$ ) bei konstanter Drehzahl und Änderung der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  entlang der jeweiligen Isobaren (oben) und Isochoren (unten)

Insgesamt nähert sich der Betriebspunkt des Verdichters bei veränderlicher Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  unabhängig vom Kreislaufverhalten der Pumpgrenze an. Deshalb liegen die Verdichterbetriebspunkte vor allem im Bereich zwischen Pumpgrenze und Auslegungspunkt, sodass die Druckkenngröße  $\Psi_y$  hier einen kleinen Variationsbereich von < 7 % aufweist. Darüber hinaus bewirkt eine Erhöhung der Eintrittstemperatur  $T_1$  bei isobarem Kreislaufverhalten den Betrieb des Verdichters in gasförmigem CO<sub>2</sub>. Dies führt zum Erreichen der Pumpgrenze, weshalb bei diesem Verhalten Kreislauf und Verdichter für die höchste zu erwartende Verdichtereintrittstemperatur auszulegen sind. Hingegen ist ein Kreislauf, der ein isochores Verhalten aufweist, für die niedrigste zu erwartende Temperatur auszulegen, da eine Reduzierung der Eintrittstemperatur  $T_1$  zum Betrieb des Verdichters im 2-Phasengebiet führen würde. Außerdem ist aus Sicht des Verdichterbetriebspunktes das

Kreislaufverhalten zu bevorzugen, das die geringste Änderung von  $\varphi_2$  und  $\Psi_y$  bewirkt. Deshalb ist unter den genannten Gesichtspunkten, der geringeren Änderung von  $\varphi_2$  und des Vermeidens von 2-phasigem CO<sub>2</sub> am Verdichtereintritt, das isobare Kreislaufverhalten solange zu bevorzugen, wie der Verdichtereintrittszustand im flüssigen CO<sub>2</sub> liegt.

Neben dem Verdichterbetriebspunkt ist auch der Betriebspunkt der Turbine, welcher in Abbildung 35 gezeigt wird, zu betrachten, denn der Betriebspunkt des Kreislaufes wird mithilfe des Schnittpunktes von Turbinen- und Verdichterkennlinie bestimmt. Der Turbinenbetriebspunkt wird durch den Volumenstrom am Eintritt der Turbine  $\dot{V}_3$  und die Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{34}$  charakterisiert, welche in Abbildung 35 über der Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  dargestellt sind (unterschiedliche Skalierung der Ordinatenachsen gegenüber Abbildung 34 beachten).

- Bei isobarem Kreislaufverhalten  $(p_1 = p_{10})$  ist für erhöhte Eintrittstemperatur  $T_1 > T_{10}$ bzw. eine positive Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  eine deutliche Reduzierung von sowohl Volumenstrom  $\dot{V}_3$  als auch Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{34}$  zu erkennen, welche besonders stark im Übergangsbereich des Verdichtereintrittszustandes zwischen flüssig und gasförmig ausgeprägt ist. Anders herum ist bei reduzierter Eintrittstemperatur  $T_1 < T_{10}$  bzw. einer negativen Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$ , anders als beim Verdichter, ein Anstieg von sowohl Volumenstrom  $\dot{V}_3$  als auch Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{34}$  zu erkennen. Wie schon für den Verdichterbetriebspunkt sinkt die Abhängigkeit des Volumenstroms  $\dot{V}_3$  und der Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{34}$  von der Eintrittstemperatur des Verdichters  $T_1$ , je höher der Auslegungsdruck  $p_{10}$  ist.
- Bei isochorem Kreislaufverhalten ( $\rho_1 = \rho_{10}$ ) ist für eine erhöhte Eintrittstemperatur  $T_1 > T_{10}$  bzw. eine positive Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  ebenfalls eine deutliche Reduzierung von sowohl Volumenstrom  $\dot{V}_3$  als auch Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{34}$  zu erkennen. Ebenso steigen bei reduzierter Eintrittstemperatur  $T_1 < T_{10}$  bzw. einer negativen Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  sowohl Volumenstrom  $\dot{V}_3$  als auch Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{34}$ . Dabei ist die Abhängigkeit von der Eintrittstemperatur des Verdichters  $T_1$  kleiner, je näher der Auslegungszustand des Verdichters an den kritischen Punkt rückt.
- Beim Vergleich zwischen isobarem und isochorem Kreislaufverhalten ist in Abbildung 35 außerdem eine entgegengesetzte Krümmung der Kurven zu erkennen. So sind die Kurven für isobares Verhalten bis zum Wendepunkt, welcher durch die pseudokritische Linie (rotes Kreuz) markiert wird, konkav. Bei isochorem Kreislaufverhalten sind die Kurven hingegen stets konvex. Dies bewirkt, dass die Änderungen des Volumenstroms  $\dot{V}_3$  und der Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{34}$  bei kleiner Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  für  $T_1 > T_{10}$ bei isochorem Kreislaufverhalten stärker ausfallen und umgekehrt für  $T_1 < T_{10}$  bei isobarem Kreislaufverhalten größer sind.

Die Änderungen des Turbinen- und Verdichterbetriebspunktes in Abbildung 35 und Abbildung 34 unterscheiden sich beim Vergleich von Durchfluss und dem Fluid entzogener bzw. zugeführter Energie grundsätzlich, da die Kennlinien der Turbine anders als die des Verdichters im gesamten Betriebsbereich monoton steigend sind (siehe Kapitel 4). Die Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{34}$  und der Volumenstrom  $\dot{V}_3$  steigen oder sinken somit gleichzeitig. Deshalb wird die Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{34}$  über die Turbine bei sinkendem Volumenstrom  $\dot{V}_3$ kleiner und nicht etwa größer wie die Druckkenngröße beim Verdichter  $\Psi_y$  bei reduzierter Durchflusskenngröße  $\varphi_2$ . Außerdem sinkt der Volumenstrom am Turbineneintritt  $\dot{V}_3$ grundsätzlich, wenn die Eintrittstemperatur des Verdichters  $T_1$  steigt, da das Druckverhältnis  $\Pi$  bei erhöhter Eintrittstemperatur des Verdichters  $T_1$  aufgrund der höheren Kompressibilität des CO<sub>2</sub> im Übergangsbereich trotz der größeren Druckkenngröße  $\Psi_y$  sinkt. Außerdem bedeutet die reduzierte Dichte am Verdichtereintritt, dass der zirkulierte Massenstrom im Kreislauf sinkt. So verschiebt sich der Kreislaufbetriebspunkt zu geringerem Durchfluss und trotz reduzierter Dichte am Turbineneintritt (durch den kleineren Druck  $p_3$ ) wird der Volumenstrom  $\dot{V}_3$  und die Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{34}$  kleiner.

Insgesamt ist auch die Abhängigkeit des Betriebspunktes der Turbine von der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  bei isobarem Kreislaufverhalten geringer, solange der Verdichtereintrittszustand in flüssigem CO<sub>2</sub> außerhalb des Übergangsbereiches zwischen flüssig und gasförmig liegt. In diesem Temperaturbereich  $\Delta T_1$  ist deshalb das isobare Kreislaufverhalten zu bevorzugen.

#### 5.2.2 Abgegebene Leistung und Kreislaufwirkungsgrad

Die Betrachtung der Betriebspunkte von Verdichter und Turbine lässt darauf schließen, dass die Abhängigkeit des Kreislaufbetriebspunktes von der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$ für isobares Kreislaufverhalten geringer ist, solange der Eintrittszustand des Verdichters in flüssigem CO<sub>2</sub> außerhalb des Übergangsbereiches zwischen flüssig und gasförmig liegt. Um dies zu bestätigen, werden im Folgenden die Auswirkungen auf charakteristische Kreislaufparameter wie die abgegebene Leistung *P* der TAC, den Kreislauf- und Gesamtwirkungsgrad  $\eta_K$  und  $\eta_{ges}$  nach Gleichungen (51) und (53) sowie die Auswirkungen auf die Ausnutzung der Wärmequelle  $\eta_{WQ}$  nach Gleichung (52) und den maximalen Druck im Kreislauf  $p_3 = p_2$  betrachtet.

$$\eta_{K} = \left| \frac{P}{Q_{23}} \right| = \left| \frac{\Delta h_{12} + \Delta h_{34}}{\Delta h_{23}} \right|$$
(51)

$$\eta_{WQ} = \left| \frac{Q_{23}}{Q_{WQ}} \right| = \left| \frac{\dot{m}_{CO_2}(h_3 - h_2)}{\dot{m}_{HWQ} c_{p_{WQ}}(T_2 - T_3)} \right|$$
(52)

 $\dot{m}_{WQ} = konstant; c_{p_{HWQ}} = konstant$ 

$$\eta_{ges} = \left| \frac{P}{Q_{WQ}} \right| = \eta_K \eta_{WQ} \tag{53}$$

Abbildung 36 zeigt die abgegebene Leistung P der TAC und den Kreislaufwirkungsgrad  $\eta_K$  in Abhängigkeit der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  bzw. über der Differenz der Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1$ . Die Kurven beider Parameter zeigen unabhängig vom Kreislaufverhalten einen qualitativ ähnlichen Verlauf, welcher darüber hinaus ebenfalls

qualitativ mit dem Verlauf der Enthalpiedifferenz über die Turbine  $\Delta h_{34}$  aus Abbildung 35 übereinstimmt. Dies resultiert daraus, dass

- die Enthalpiedifferenz über die Turbine Δh<sub>34</sub> deutlich stärker von der Eintrittstemperatur des Verdichters abhängt (60 % Änderung) als die Enthalpiedifferenz über den Verdichter (Änderung der Druckkenngröße Ψ<sub>y</sub> von maximal ca. 7 %).
- der absolute Wert der Enthalpiedifferenz über die Turbine  $\Delta h_{34}$  abhängig von deren Eintrittstemperatur  $T_3$  und dem Druckverhältnis  $\Pi$  generell größer ist als die Enthalpiedifferenz über den Verdichter  $\Delta h_{12}$  (hier in etwa um das zwei bis achtfache) und entsprechend stärker ins Gewicht fällt.





Bei höherer Auslegungstemperatur am Turbineneintritt  $T_{30}$  und höherem Auslegungsdruckverhältnis  $\Pi_0$  wird das Verhältnis der Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{340}$  über die

Turbine zu der über den Verdichter  $\Delta h_{12_0}$  größer. Deshalb wird die Abhängigkeit von Kreislaufwirkungsgrad  $\eta_K$  und Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{34}$  von der Eintrittstemperatur  $T_1$  umso ähnlicher je höherer die Auslegungstemperatur am Turbineneintritt  $T_{3_0}$  und je höher das Auslegungsdruckverhältnis  $\Pi_0$  ist. Dadurch verliert die Verdichterarbeit bezogen auf die Abhängigkeit der abgegebener Leistung *P* und des Kreislaufwirkungsgrades  $\eta_K$  von der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  an Relevanz.

Darüber hinaus zeigt Abbildung 36 wie zu erwarten, dass das isobare Kreislaufverhalten insgesamt zu einer geringeren Abhängigkeit der abgegebenen Leistung P und des Kreislaufwirkungsgrades  $\eta_K$  von der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  führt, solange der Verdichtereintrittszustand in flüssigem CO<sub>2</sub> außerhalb des Übergangsbereiches zwischen flüssig und gasförmig liegt.

Im Vergleich von isobarem zu isochorem Kreislaufverhalten sind die Verläufe zwischen  $\eta_K$  und *P* in Abbildung 36 bei isochorem Kreislaufverhalten sogar quantitativ ähnlich. Dies wird mithilfe von Abbildung 37 verdeutlicht. Hier ist Differenz zweier spezifischer Enthalpien  $\Delta h$  dargestellt, welche für eine Temperaturvariation entlang einer Isobaren und Isochoren ausgehend von sechs beispielhaften Ausgangszuständen berechnet werden. Diese sind von oben nach unten weiter vom kritischen Punkt und dem Übergangsbereich von flüssig nach gasförmig entfernt. Die gepunkteten Linien repräsentieren die am weitesten entfernten Ausgangszustände in flüssigem CO<sub>2</sub> (50 bar und -25 °C) und für CO<sub>2</sub> als ideales Gas (150 bar und 400 °C).



Abbildung 37 – Enthalpiedifferenz zwischen einer Isobaren und einer Isochoren bei Steigerung der Temperatur

Wird angenommen, dass Abbildung 37 die Differenz zwischen der spezifischen Enthalpie am Eintritt der Wärmequelle  $h_2$  bei isobarem und zu der bei isochorem Kreislaufverhalten darstellt, dann lässt sich erklären, warum die Verläufe von  $\eta_K$  und P in Abbildung 36 bei isobarem Kreislaufverhalten stärker abweichen als bei isochorem Kreislaufverhalten. Die positive Enthalpiedifferenz  $\Delta h$  bei Temperaturerhöhung in Abbildung 37 zeigt, dass die spezifische Enthalpie entlang einer Isobaren deutlich stärker steigt als entlang einer Isochoren. Das ist umso deutlicher, je näher der Ausgangszustand am kritischen Punkt liegt, da hier bei isobarem Kreislaufverhalten im Gegensatz zu isochorem Kreislaufverhalten ein Zustandswechsel zwischen flüssig und gasförmig auftritt. So beeinflusst bei isobarem Kreislaufverhalten die Änderung der spezifischen Enthalpie am Eintritt der Wärmequelle  $h_2$  maßgeblich die Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{23}$  und damit den Wirkungsgrad  $\eta_K$ . Konkret mindert die kleinere Enthalpiedifferenz  $\Delta h_{23}$  bei erhöhter Eintrittstemperatur  $\Delta T_1 > 0^{\circ}C$  die Abhängigkeit des Wirkungsgrades  $\eta_K$  von der abgegebenen Leistung der TAC *P*, sodass dieser weniger stark abfällt als die Leistung *P*. Umgekehrt gilt dies auch für eine Reduzierung der Temperatur. Bei isochorem Kreislaufverhalten hingegen ist der Wirkungsgrad  $\eta_K$  nahezu ausschließlich von der abgegebenen Leistung der TAC *P* abhängig.

Mit ausreichender Entfernung vom kritischen Punkt ist sowohl für flüssiges CO<sub>2</sub> (Rankine Kreisläufe) als auch ideales Gas (Joule Kreisläufe) die Enthalpiedifferenz nahezu  $\Delta h \rightarrow 0 kJ/kg$ . Deshalb ist der Einfluss der Temperaturänderung am Eintritt der Wärmequelle auf den Wirkungsgrad  $\eta_K$  hier unabhängig vom Kreislaufverhalten.

Die Abhängigkeit des Einflusses der Temperaturänderung auf den Wirkungsgrad  $\eta_K$ vom Kreislaufverhalten ist also eine Besonderheit von CO<sub>2</sub>-Kreisläufen, bei denen der thermodynamische Eintrittszustand des Verdichters nah am kritischen Punkt liegt.

### 5.2.3 Ausnutzung der Wärmequelle und Druck im Kreislauf

Für die Auslegung der Komponenten ist der maximale Druck im Kreislauf  $p_3 = p_2$  zu beachten, da z.B. Rohrleitungen, Wärmeübertrager usw. dafür ausgelegt werden müssen. Höhere Auslegungsdrücke bedeuten hier größere Wandstärken und Kosten der Komponenten. Daher ist der maximale Druck ebenfalls in der frühen Auslegungsphase zu betrachten. Dies ist in Abbildung 38 rechts mit dem Verhältnis des maximalen Druckes  $p_3$ über der Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  gezeigt.

- Bei isobarem Kreislaufverhalten resultiert die Änderung des maximalen Druckes nur aus der Änderung des Druckverhältnisses. Entsprechend zeigt Abbildung 38 Druckänderungen von maximal 25 %. Die für die Auslegung zu beachtende Erhöhung des Druckes  $p_3$  tritt hier bei reduzierter Verdichtereintrittstemperatur  $T_1 < T_{10}$  auf.
- Bei isochorem Kreislaufverhalten steigt der maximalen Druck  $p_3$  bei erhöhter Verdichtereintrittstemperatur  $T_1 > T_{10}$  trotz eines sinkenden Druckverhältnisses  $\Pi$ , da der Verdichtereintrittsdruck  $p_1$  ansteigt und dessen Einfluss überwiegt. In Abbildung 38 wird der maximale Druck  $p_3$  für Auslegungszustand I bei  $T_{1max}$  mehr als doppelt so groß.

Da der im Temperaturintervall  $T_{1_{min}}$  bis  $T_{1_{max}}$  auftretende maximale Druck für die Auslegung der Komponenten zu berücksichtigen ist, muss bei isobarem Kreislaufverhalten entsprechend der Druck  $p_3$  bei  $T_{1_{min}}$  und bei isochorem Kreislaufverhalten entsprechend der Druck  $p_3$  bei  $T_{1_{max}}$  herangezogen werden. Da der maximale Druck bei isobarem Kreislaufverhalten deutlich geringer ist, ist dieses Kreislaufverhalten aus Sicht des maximalen Druckes  $p_3$  im Kreislauf zu bevorzugen.

Außerdem hat der Grad der Ausnutzung der verfügbaren Wärme  $\eta_{WO}$  großen Einfluss auf den Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{ges}$  und zeigt schlussendlich, wie gut das Kreislaufverhalten zur durch die Wärmequelle definierten Anwendung passt. Für die Wärmequelle wird angenommen, dass sowohl die spezifische Wärmekapazität  $c_{p_{WO}}$  als auch der Massenstrom  $\dot{m}_{WQ}$  des wärmetragenden Fluides durch den Wärmeübertrager konstant sind, die Grädigkeit vernachlässigt wird und der Wärmestrom annähernd mit den CO<sub>2</sub> Temperaturen  $T_{WQ_u} = T_2$ und  $T_{WQ_{ob}} = T_3 = konstant$  zu bestimmen ist. Entsprechend steigt die verfügbare Wärme der Wärmequelle mit Reduzierung von  $T_2$  und umgekehrt. Im Auslegungspunkt "0" wird der komplette Wärmestrom der Quelle vom CO2 aufgenommen, der Grad der Ausnutzung ist entsprechend exakt  $\eta_{WQ_0} = 1$ . Weicht die Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  von der Auslegungstemperatur  $T_{10}$  ab, dann unterscheidet sich auch der vom CO<sub>2</sub> aufgenommene Wärmestrom  $\dot{Q}_{23}$  vom zur Verfügung stehenden Wärmestrom der Wärmequelle  $\dot{Q}_{WQ}$ , sodass die Ausnutzung der Wärmequelle  $\eta_{WO}$  variiert. Die Gründe sind der veränderliche Massenstrom  $\dot{m}_{CO_2}$  und die veränderliche spezifische Wärmekapazität  $c_p$  des CO<sub>2</sub> am Eintritt in die Wärmequelle. Dies ist in Abbildung 38 links mit dem Verhältnis des Ausnutzungsgrades  $\eta_{WO}$  über der Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  gezeigt.

- Bei isobarem Kreislaufverhalten ist der zur Verfügung stehende Wärmestrom  $\dot{Q}_{WQ}$  bei reduzierter Verdichtereintrittstemperatur geringer ( $\eta_{WQ}/\eta_{WQ_0} > 1$ ) und bei erhöhter Verdichtereintrittstemperatur größer als die vom Kreislauf aufgenommene Wärme ( $\eta_{WQ}/\eta_{WQ_0} < 1$ ). Dabei ist zu beachten, dass bei einer Abwärmenutzung mit nicht regelbarer Wärmezufuhr  $\eta_{WQ}/\eta_{WQ_0} > 1$  nicht zu erreichen ist. Da die Wärmequelle den erforderlichen Wärmestrom  $\dot{Q}_{WQ}$  nicht bereitstellen kann, muss die Eintrittstemperatur der Turbine  $T_3$  bei  $\eta_{WQ}/\eta_{WQ_0} > 1$  sinken.
- Bei isochorem Kreislaufverhalten ist der zur Verfügung stehende Wärmestrom Q<sub>WQ</sub> stets ähnlich zur vom Kreislauf aufgenommenen Wärme Q<sub>23</sub>. Die Ausnutzung der Wärmequelle ist deshalb über weite Bereich η<sub>WQ</sub>/η<sub>WQ0</sub> ≈ 1. Es steht genug Wärme zur Verfügung, sodass anders als bei isobarem Kreislaufverhalten nicht mit einer nennenswerten Reduzierung der Eintrittstemperatur der Turbine T<sub>3</sub> zu rechnen ist. Der Ausnutzungsgrad der Wärmequelle η<sub>WQ</sub> variiert zudem insgesamt deutlich weniger.

Im Beispiel einer Abwärmenutzung mit nicht regelbarer Wärmequelle müsste die nicht vom Kreislauf aufgenommene Wärme anderweitig abgeführt werden. Deshalb ist unter dem Gesichtspunkt der Ausnutzung der Wärmequelle  $\eta_{WQ}$  das isochore Kreislaufverhalten zu bevorzugen.

Weiterhin tritt hier bei isobarem Kreislaufverhalten für eine konstante Temperatur am Turbineneintritt  $T_3$  eine Ausnutzung der Wärmequelle von  $\eta_{WQ} > 1$  auf. Die Wärmeleistung der Wärmequelle  $\dot{Q}_{WQ}$  müsste deshalb durch Steigerung der Menge des wärmetragenden Fluides  $\dot{m}_{WQ}$  erhöht werden. Ist die Wärmequelle jedoch nicht regelbar wie z.B. bei Abwärmenutzung aus einem industriellen Prozess, dann ist die maximal zuführbare Wärme auf  $\dot{Q}_{23_{max}} = \dot{Q}_{WQ}$  bzw. die Ausnutzung der Wärmequelle auf  $\eta_{WQ_{max}} = 1$  begrenzt. Im genannten Fall sinkt dadurch die Turbineneintrittstemperatur  $T_3$ .





Die sinkende Turbineneintrittstemperatur  $T_3$  zeigt Abbildung 39. Bei  $\eta_{WQ} = 1$  und reduzierter Verdichtereintrittstemperatur  $T_1 < T_{1_0}$  fällt sie auf unter 70 % von  $T_{3_0}$  (für Auslegungszustand III). Wie unten in Abbildung 39 gezeigt, ist in diesem Fall die Abhängigkeit des Kreislaufwirkungsgrades  $\eta_K$  und Gesamtwirkungsgrades  $\eta_{ges}$  von der Eintrittstemperatur des Verdichters  $T_1$  gleich. Im Vergleich von Abbildung 39 mit Abbildung 36 ist darüber hinaus trotz der begrenzten Turbineneintrittstemperatur  $T_3$  in Abbildung 39 kein signifikanter Unterschied im Verlauf der Kurven für den Kreislaufwirkungsgrad  $\eta_K$  bei reduzierter Verdichtereintrittstemperatur  $T_1 < T_{1_0}$  zu erkennen. Entsprechend ist die sinkende Turbineneintrittstemperatur aus Sicht des Wirkungsgrades nicht als negativ anzusehen. Für erhöhte Verdichtereintrittstemperatur  $T_1 > T_{1_0}$  bedeutet die geringere Ausnutzung der Wärmequelle  $\eta_{WQ} < 1$ , dass die Abhängigkeit des Gesamtwirkungsgrades  $\eta_{ges}$  von der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  gegenüber derer des Kreislaufwirkungsgrades höher ist.

Die hier getroffene Annahme der nicht regelbaren Wärmequelle wird in allen weiteren Auswertungen und Diagrammen durch die Begrenzung  $\eta_{WQ_{max}} = 1$  berücksichtigt.





# 5.3 Beeinflussung durch Drehzahlregelung

Das Modell erlaubt neben der Analyse des Kreislaufverhaltens auch die Untersuchung von Regelparametern. Bei Verdichtern bieten sich dazu eine Drosselregelung, eine Änderung des Vordralls mithilfe eines Eintrittsleitapparates und eine Drehzahlregelung an. Die erste Möglichkeit verursacht signifikante, nicht vernachlässigbare Druckverluste und reduziert so den Kreislaufwirkungsgrad. Ein Eintrittsleitapparat wiederum erhöht die Komplexität der Turbomaschine. Die Regelung der Drehzahl erfordert ein Getriebe oder eine Leistungselektronik. Letztere wird bei den hier betrachteten kompakten TAC Turbomaschinen mit integraler Bauweise grundsätzlich zur Stromeinspeisung verwendet. Daher ist die Regelung der Drehzahl ohne zusätzliche Steigerung der Komplexität der TAC möglich und wird in dieser Arbeit untersucht.

Dabei soll wieder der Anwendungsfall der Abwärmenutzung betrachtet werden, bei dem die Wärmemenge durch den vorgeschalteten Prozess vorgegeben ist. Die Drehzahlregelung wird eingesetzt, um den CO<sub>2</sub> Massenstrom  $\dot{m}_{CO_2}$  bei verändertem Verdichtereintrittszustand sowie konstanter Turbineneintrittstemperatur  $T_3$  an den verfügbaren Wärmestrom anzupassen und diesen vollständig auszunutzen ( $\eta_{WQ} = 1$ ). Abbildung 40 zeigt für diese Regelung die benötigte Anpassung der Drehzahl  $N/N_0$  (oben), die Auswirkung auf den Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{ges}/\eta_{ges_0}$  (mittig) und die Veränderung des maximalen Druckes im Kreislauf  $p_3/p_{3_0}$  (unten). Der Vergleich der Untersuchung mit veränderlicher Drehzahl in Abbildung 40 mit der für konstante Drehzahl (Abbildung 38) zeigt, in welchen Fällen eine Steigerung bzw. Reduzierung der Drehzahl erforderlich ist.

- Eine Drehzahlsteigerung ist erforderlich, wenn der Wärmestrom der Wärmequelle  $\dot{Q}_{WQ}$ bei konstanter Drehzahl nicht komplett genutzt wird ( $\eta_{WQ}/\eta_{WQ_0} < 1$ ), denn durch die höhere Drehzahl *N* steigt der CO<sub>2</sub> Massenstrom  $\dot{m}_{CO_2}$  im Kreislauf und der vom CO<sub>2</sub> aufgenommene Wärmestrom  $\dot{Q}_{23}$ .
- Eine Reduzierung der Drehzahl ist erforderlich, wenn der Wärmestrom der Wärmequelle *Q*<sub>WQ</sub> bei konstanter Drehzahl nicht ausreicht (η<sub>WQ</sub>/η<sub>WQ0</sub> > 1), denn die reduzierte Drehzahl N senkt den Massenstrom des CO<sub>2</sub> im Kreislauf *m*<sub>CO2</sub> und den vom CO<sub>2</sub> aufgenommenen Wärmestrom *Q*<sub>23</sub>. So bleibt die Turbineneintrittstemperatur T<sub>3</sub> konstant.



Abbildung 40 – Änderung der TAC Drehzahl N, des Wirkungsgrades  $\eta_{ges}$  und des maximalen Kreislaufdruckes  $p_3$  bei konstanter Turbineneintrittstemperatur  $T_3$  und Änderung der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  entlang der jeweiligen Isobaren (links) und Isochoren (rechts), um die verfügbare Wärme komplett zu nutzen  $(\eta_{WO} = 1)$ 

### 5.3.1 Erforderliche Drehzahlanpassung

In Abbildung 40 ist die erforderliche Drehzahlanpassung oben dargestellt. Es ist zu beobachten, dass die Drehzahlsteigerung zu Verkleinerung des Betriebsbereiches des Verdichters mit Bezug auf dessen Eintrittstemperatur  $T_1$  führt. Während hier bei isobarem Kreislaufverhalten und konstanter Drehzahl (Abbildung 38) eine Steigerung der Verdichtereintrittstemperatur um bis zu  $\Delta T_1 = 16 \,^{\circ}C$  bei  $p_{1_0} = 75 \, bar$  bzw.  $\Delta T_1 = 30 \,^{\circ}C$  bei  $p_{1_0} = 100 \, bar$  möglich ist, sind es mit höherer Drehzahl (Abbildung 40) nur  $\Delta T_1 = 6 \,^{\circ}C$  bzw.  $\Delta T_1 = 20 \,^{\circ}C$ . Dies ist bedingt durch das erforderliche Druckverhältnis der Radialturbine, welches mit der Drehzahl steigt und so dazu führt, dass die Pumpgrenze des Verdichters erreicht wird. Dabei ist die erforderliche Drehzahlanpassung bei isochorem Kreislaufverhalten (rechts) aufgrund der generell besseren Ausnutzung des verfügbaren Wärmestromes ( $\eta_{WQ}/\eta_{WQ_0} \ge 0.75$ ) bei konstanter Drehzahl mit maximal  $N/N_0 = 1.15$  deutlich geringer als bei isobarem Kreislaufverhalten (links), bei dem eine Drehzahlsteigerung auf  $N/N_0 > 2$  erforderlich ist. Für die Auslegung der TAC auch diese um 15 % bzw. um mehr als 100 % höhere maximale Drehzahl der Turbomaschine zu berücksichtigen.

### 5.3.2 Auswirkung der Drehzahlanpassung auf den Gesamtwirkungsgrad

Der Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{ges}$  ist mittig in Abbildung 40 dargestellt. Zuerst wird eine reduzierte Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1 < 0$  betrachtet.

- Für isobares Kreislaufverhalten (links in Abbildung 40) ist eine Reduzierung des Gesamtwirkungsgrades auf bis zu η<sub>ges</sub>/η<sub>ges0</sub> = 0,6 für Auslegungszustand III zu beobachten. Hingegen zeigt Abbildung 39 trotz konstanter Drehzahl und reduzierter Turbineneintrittstemperatur T<sub>3</sub> eine Wirkungsgradsteigerung auf etwa η<sub>ges</sub>/η<sub>ges0</sub> = 1,3. Für konstante Drehzahl (Abbildung 39) als auch für veränderliche Drehzahl (Abbildung 40) ist der Wärmestrom der Wärmequelle konstant und gleich dem aufgenommenen Wärmestrom des CO<sub>2</sub> (Q<sub>WQ</sub> = Q<sub>23</sub> = konstant). Da durch die reduzierte Drehzahl aber der CO<sub>2</sub> Massenstrom m<sub>CO2</sub> und die abgegebene Leistung der Turbomaschine P kleiner werden, sinkt der Gesamtwirkungsgrad. Bei konstanter Drehzahl wird die Leistung hingegen trotz kleinerer Turbineneintrittstemperatur T<sub>3</sub> größer, denn durch die kleinere Verdichtereintrittstemperatur steigt die Dichte des CO<sub>2</sub>, wodurch der Kreislaufmassenstrom m<sub>CO2</sub> und auch die Leistungsabgabe P größer werden.
- Bei isochorem Kreislaufverhalten (rechts in Abbildung 40) ist das Gegenteil zu beobachten. Hier bewirkt eine reduzierte Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1 < 0$ bei konstanter Drehzahl eine Reduzierung des Massenstroms  $\dot{m}_{CO_2}$ , während durch die Drehzahlsteigerung in Abbildung 40 der Massenstrom  $\dot{m}_{CO_2}$  als auch die abgegebene Leistung *P* zunimmt. Entsprechend steigt der Gesamtwirkungsgrad auf bis zu  $\eta_{ges}/\eta_{ges_0} = 1,8$  für Auslegungszustand II.

Bei erhöhter Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1 > 0$  ist wie zuvor der Einfluss des Übergangs des CO<sub>2</sub> von flüssig nach gasförmig zu beachten.

- Für isobares Kreislaufverhalten (links in Abbildung 40) ist im Temperaturbereich von  $\Delta T_1 = 0$  °C bis zum Eintritt des thermodynamischen Eintrittszustandes des Verdichters in den Übergangsbereich (rotes Dreieck mit Spitze nach oben) eine Steigerung des Gesamtwirkungsgrades auf ca.  $\eta_{ges}/\eta_{ges} = 1,2$  bei einer erforderlichen Drehzahlerhöhung von rund  $N/N_0 = 1,45$  zu sehen. Allerdings ist bei höherer Verdichtereintrittstemperatur, bei der der Eintrittszustand des Verdichters gasförmig wird, trotz noch höherer Drehzahl eine Reduzierung des nicht zu verhindern. Hier Gesamtwirkungsgrades  $\eta_{ges}$ sinkt der Kreislaufwirkungsgrad  $\eta_K$  so stark, dass auch die vollständige Nutzung des verfügbaren Wärmestroms ( $\eta_{WQ} = 1$ ) dies nicht kompensiert. Aufgrund der stark sinkenden Dichte  $ho_1$  ist darüber hinaus eine Drehzahlsteigerung auf  $N/N_0 > 2$  erforderlich.
- Ebenso verhält es sich bei isochorem Kreislaufverhalten (rechts in Abbildung 40). Auch hier nimmt der Kreislaufwirkungsgrad η<sub>K</sub> so stark ab, dass trotz vollständiger Nutzung der verfügbaren Wärme (η<sub>WQ</sub> = 1) der Gesamtwirkungsgrad η<sub>ges</sub> sinkt. Allerdings ist die maximale Drehzahlsteigerung mit N/N<sub>0</sub> = 1,15 deutlich kleiner.

### 5.3.3 Auswirkung der Drehzahlanpassung auf den maximalen Druck im Kreislauf

Der maximale Druck im Kreislauf  $p_3$  ist unten in Abbildung 40 dargestellt. Er wird maßgeblich durch das Druckverhältnis  $\Pi$  bei erhöhter Drehzahl  $N/N_0 > 1$  bestimmt.

- Bei isobarem Kreislaufverhalten (links) bewirkt die Drehzahlregelung eine der Abhängigkeit des maximalen Druckes  $p_3$ Umkehr von der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  gegenüber Abbildung 38. Während in Abbildung 38 eine höhere Temperatur  $\Delta T_1 > 0$  eine Reduzierung des Druckverhältnisses  $\Pi$  und damit des maximalen Druckes  $p_3$  hervorruft, sorgt die Erhöhung der Drehzahl  $N/N_0 > 1$  für eine Steigerung des Druckes auf bis zu  $p_3/p_{3_0} = 1,6$ . In dem Bereich der Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1 > 0$ , in der der Verdichtereintrittszustand noch nicht im Übergangsbereich (markiert durch das Dreieck mit Spitze nach oben) liegt, bewirkt die höhere Drehzahl eine Steigerung des Gesamtwirkungsgrades aber auch einen größeren maximalen Druck von  $p_3/p_{3_0} = 1,2$ . Der höhere Wirkungsgrad wird daher mit einem erhöhten Druck und einer höheren Drehzahl erkauft. Diese sind bei der Auslegung von Turbomaschine und Kreislauf zu berücksichtigen.
- Bei isochorem Kreislaufverhalten und erhöhter Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1 > 0$  ist selbst bei konstanter Drehzahl eine Steigerung des maximalen Druckes auf knapp das Doppelte zu erwarten (Abbildung 38). Die zusätzliche Erhöhung der Drehzahl bedeutet eine zusätzliche Steigerung des maximalen Druckes im Kreislauf auf  $p_3/p_{30} = 2,2$  (Abbildung 40).

### 5.4 Beinflussung durch Variation der Verdichtergeometrie

Die Sensitivitätsstudie des Verdichtermodells in Kapitel 4.3.3 zeigt, dass die Steigung der Verdichterkennlinie insbesondere durch den Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$  beeinflusst werden kann. Das Durchmesserverhältnis  $D_2/D_1$  und die Schaufelzahl  $Z_R$  haben hingegen nur geringen Einfluss und werden hier mithilfe der Auslegungsregeln in Kapitel 4.2.1 (Gleichung (9) und (11)) bestimmt. Damit ist die Steigung der Kennlinien nur eine Funktion des Schaufelaustrittswinkels  $\beta_2$  und der Durchflusskenngröße  $\varphi_{20}$  bzw. der Lieferzahl  $\varphi_{M_0}$ . Diese Steigung der Verdichterkennlinie im Auslegungspunkt wird qualitativ durch die Farbfläche im Auslegungsdiagramm in Abbildung 41 gezeigt. Diese ist auf den Bereich radialer Laufräder begrenzt. In Abbildung 41 sind ebenfalls drei Geometrievariationen (Punkte a – c) markiert. Punkt (a) repräsentiert die Geometrie aus den bisherigen Untersuchungen in den Kapiteln 5.2 und 5.3. Im Vergleich zur Geometrie in Punkt (b) hat einen größeren Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$  von 150 ° und im dargestellten Bereich in Abbildung 41 die steilste Kennlinie, während die Geometrie mit vorwärts gekrümmten Schaufeln in Punkt (c) mit einem  $\beta_2$ -Winkel von 60 ° die flachste Kennlinie besitzt.



Abbildung 41 – Auslegungsdiagramm nach Abbildung 20 mit farblich dargestellter Steigung der Verdichterkennlinie im Auslegungspunkt

Der direkte Vergleich der Kennlinien ist in Abbildung 42 zu sehen, welche die  $\Psi_{th}$  und  $\Psi_y$  Kennlinie über der normierten Durchflusskenngröße  $\varphi_2/\varphi_{2_0}$  für die drei Geometrien zeigt. Der Auslegungspunkt ist jeweils mit dem roten Stern markiert. Die negative Steigung der  $\Psi_{th}$  Kennlinie bei rückwärtsgekrümmten und die positive Steigung bei vorwärtsgekrümmten Schaufeln sind ebenso zu erkennen wie die größeren Reibungsverluste im Auslegungspunkt ( $\Delta \Psi_{R_0} = \Psi_{th_0} - \Psi_{y_0}$ ) bei vorwärtsgekrümmten Schaufeln. Dadurch hat die  $\Psi_y$  Kennlinie stets eine negative Steigung, welche bei Kennlinie (c) im Auslegungspunkt aber nur ca. halb so groß wie für Kennlinie (b) ist. Außerdem zeigt der in Abbildung 42 markierte Abstand von  $\varphi_2/\varphi_{2_0}$  zwischen Auslegungspunkt (Stern) und der Pumpgrenze, dass dieser für die gestrichelte Kennlinie (b) knapp dreimal so groß ist wie für die gepunktete Kennlinie (c). Der Abstand wird mit kleinerem Schaufelaustrittswinkel  $\beta_2$  also geringer.



Abbildung 42 – Dimensionslose Kennlinien  $\Psi_{th}$  und  $\Psi_y$  über  $\varphi_2/\varphi_{2_0}$  für die Geometrievariationen (Punkte a – c) aus Abbildung 41

Um den Einfluss der Kennliniensteigung auf das Verhalten des Verdichters im Kreislauf zu verstehen, wird der Einfluss der Geometrien aus Punkt (b) und (c) untersucht. Es wird eine konstante Drehzahl betrachtet und das Verfahren aus Kapitel 5.2 angewendet. Der Fokus liegt auf der in Abbildung 43 dargestellten Durchflusskenngröße des Verdichters  $\varphi_2$ .

Abbildung 43 zeigt, dass die Änderung der Durchflusskenngröße  $\varphi_2/\varphi_{2_0}$  im Variationsbereich der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  für die flachere Kennlinie von Geometrie (c) (rechts) größer ist als für die Kennlinie von Geometrie (b) (links). Für Kennlinie (c) ist darüber hinaus der mögliche Betriebsbereich in Abhängigkeit der

Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1$  eingeschränkter, da die Pumpgrenze schon bei etwa  $\varphi_2/\varphi_{2_0} = 0.9$  und nicht erst bei  $\varphi_2/\varphi_{2_0} = 0.7$  erreicht wird. Dies ist insbesondere bei isobarem Kreislaufverhalten und erhöhter Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1 > 0$  relevant. Ansonsten verlaufen die Kurven für die unterschiedlichen Geometrien aus Punkt (b) und (c) in Abbildung 43 aber qualitativ gleich. Der Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{ges}$  und der maximale Druck  $p_3$  zeigen darüber hinaus auch quantitativ keinen signifikanten Unterschied für beide Verdichtergeometrien und sind deshalb hier nicht dargestellt.



Abbildung 43 – Änderung des dimensionslosen Verdichterbetriebspunktes  $\varphi_2$  bei Änderung der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  entlang der jeweiligen Isobaren (oben) und Isochoren (unten) für Geometrien aus Punkt (b) (links) und Punkt (c) (rechts)

Die Verdichtergeometrie bzw. die Steigung dessen Kennlinie hat also keinen relevanten Einfluss auf die wichtigen Kreislaufparameter  $\eta_{ges}$  und  $p_3$ . Lediglich der kleinere Abstand  $\varphi_2/\varphi_{20}$  zwischen der Pumpgrenze und dem Auslegungspunkt bei geringerer Steigung der

Kennlinien schränkt den Betriebsbereich  $\Delta T_1$  ein. Ansonsten ist das Kreislaufverhalten, isobar oder isochor, dominant gegenüber dem Einfluss der Verdichterkennlinie.

Deshalb ist stets der Kreislauf zuerst auszulegen und das Kreislaufverhalten für eine beliebige Verdichtergeometrie zu bestimmen. Eine spezifische Verdichtergeometrie ist erst im zweiten, detaillierten Auslegungsschritt unter Berücksichtigung des Betriebsbereiches der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  zu betrachten.

### 5.5 Beeinflussung durch das Kreislaufverhalten

Während Kapitel 5.2 bis 5.4 bisher nur die beiden Grenzfälle des isobaren und isochoren Kreislaufverhaltens behandeln, wird hier die Abhängigkeit von der Volumen- und Dichteverteilung im Kreislauf untersucht. Dafür wird das zuvor in den Kapiteln 3.2.2 und 4.4 beschriebene Modell verwendet. Die gezeigten Ergebnisse werden mit der Verdichtergeometrie aus Punkt (a) in Abbildung 41 bei konstanter Drehzahl und einer Turbineneintrittstemperatur von zunächst  $T_{30} = 400 \,^{\circ}C$  bestimmt. Weiterhin wird beispielhaft die Volumenverteilung des sCO2-HeRo Kreislaufes mit einem Volumen der Wärmequelle  $V_{WQ} = 0,091 m^3$  und einem Volumen der Wärmesenke  $V_{WS} = 0,079 m^3$ angesetzt. Zusätzliche Volumina V<sub>zusatz</sub> (z.B. Rohrleitungen) werden nicht berücksichtigt.

Abbildung 44 zeigt die Druck- und Dichteänderung am Verdichtereintritt unter Berücksichtigung des Kreislaufmodells (rechts) im Vergleich zur jeweiligen Druck- und Dichteänderung bei isochorem und isobarem Kreislaufverhalten (links). Die modellierte Druckänderung  $p_1/p_{1_0}$  und Dichteänderung  $\rho_1/\rho_{1_0}$  fallen geringer aus als für isobares oder isochores Kreislaufverhalten, was die Plausibilität des Modells bestätigt. So steigt z.B. im isochoren Fall der Druck  $p_1$  bei  $\Delta T_1 = 30 \,^{\circ}C$  für Auslegungszustand I auf etwa  $p_1/p_{1_0} =$ 2,6 während er unter Berücksichtigung des Kreislaufverhaltens nur auf  $p_1/p_{1_0} = 1,7$  steigt. Gleichzeitig fällt bei einer Temperaturänderung von  $\Delta T_1 = 10 \,^{\circ}C$  im isobaren Fall die Dichte  $\rho_1$  für Auslegungszustand I auf unter  $\rho_1/\rho_{1_0} = 0,4$  und der Verdichter erreicht die Pumpgrenze. Unter Beachtung des Kreislaufverhaltens sinkt die Dichte bei  $\Delta T_1 = 30 \,^{\circ}C$  nur auf  $\rho_1/\rho_{1_0} = 0,7$  und die Pumpgrenze wird nicht erreicht, da eine größere Steigerung der Eintrittstemperatur  $\Delta T_1$  für einen gasförmigen Verdichtereintrittszustand erforderlich ist.

Mit Blick auf eine kleinere Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1 < 0 \,^{\circ}C$  ist auffällig, dass der Eintrittszustand des Verdichters auch bei modelliertem Kreislaufverhalten bei einer um wenige Grad reduzierten Temperatur  $T_1$  2-phasig wird und die entsprechende Betriebsgrenze erreicht. Dies ist insbesondere bei Auslegungszustand III nah am kritischen Punkt und nah am 2-Phasengebiet sichtbar. Hier sind bei Betrachtung im Ts-Diagramm die Isothermen und die Grenze des 2-Phasengebietes nahezu parallel, sodass eine geringe Reduzierung der Temperatur auch bei steigender Dichte zu 2-phasigem CO<sub>2</sub> führt. Bei Auslegungszuständen des Verdichters am kritischen Punkt ist also ein deutlich stärker ausgeprägtes isobares Verhalten nötig als bei niedrigerer Auslegungstemperatur  $T_{10}$ , damit das CO<sub>2</sub> bei reduzierter Verdichtereintrittstemperatur nicht 2-phasig wird.

Die Beobachtungen aus Abbildung 44 lassen bereits das Potenzial einer geschickten Kreislaufauslegung erkennen, welche in Kapitel 5.5.2 näher beschrieben wird. Um eine möglichst große Temperaturspanne  $\Delta T_1$  zu erreichen, in der ein Betrieb des Verdichters bzw. des Kreislaufes möglich ist, ist der Kreislauf so auszulegen, dass er bei Eintrittstemperaturen  $T_1$  unterhalb der Auslegungstemperatur des Verdichters ( $\Delta T_1 < 0 \ ^{\circ}C$ ) ein eher isobares Verhalten und bei höherer Verdichtereintrittstemperatur ( $\Delta T_1 > 0 \ ^{\circ}C$ ) ein eher isochores Verhalten zeigt.



Abbildung 44 – Änderung von  $\rho_1$  und  $p_1$  unter Beachtung des Kreislaufverhaltens im Vergleich zur Änderung bei isobarem (oben) und bei isochorem Kreislaufverhalten (unten)

Die gleiche Betrachtung wie in Abbildung 44 wird auch für den Gesamtwirkungsgrad des Kreislaufes  $\eta_{ges}$  und den maximalen Druck im Kreislauf  $p_3$  durchgeführt. Die Änderung des Gesamtwirkungsgrades des Kreislaufes  $\eta_{ges} / \eta_{ges_0}$  in Abhängigkeit der variierten Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1$  ist in Abbildung 45 zu sehen. In der Abbildung wird wie schon in Abbildung 44 das modellierte mit dem isobaren und isochoren Kreislaufverhalten verglichen. Grundsätzlich zeigt der Verlauf der Kurven bei modelliertem Kreislaufverhalten einen qualitativ ähnlichen Verlauf wie bei isochorem Kreislaufverhalten. Dabei sind allerdings die Änderungen für die Auslegungszustände I und III größer als für die Auslegungszustände II und IV. Während bei isochorem Kreislaufverhalten noch eine höhere Auslegungstemperatur am Verdichtereintritt  $T_{10}$  eine geringere Abhängigkeit des Gesamtwirkungsgrades von der veränderten Eintrittstemperatur des Verdichters  $\Delta T_1$  bewirkt, ist hier vor allem ein größerer Auslegungsdruck  $p_{1_0}$  wie bei isobarem Kreislaufverhalten dafür verantwortlich. Wie sehr das Kreislaufverhalten qualitativ und quantitativ dem isobaren oder isochoren Kreislaufverhalten ähnelt und ob ein Auslegungszustand des Verdichters günstig ist, ist also von der Volumenverteilung im Kreislauf abhängig.



Abbildung 45 – Änderung des Wirkungsgrades  $\eta_{ges}$  unter Beachtung des Kreislaufverhaltens im Vergleich zur Änderung bei isochoren und isobaren Kreislaufverhalten

Abbildung 46 zeigt analog zu Abbildung 45 die Abhängigkeit des maximalen Druckes im Kreislauf  $p_3$  von der Variation der Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1$ . Bei modelliertem Kreislaufverhalten ist die Abhängigkeit kleiner als bei isochorem Kreislaufverhalten, obschon der Verlauf der Kurven im Diagramm unten und im Diagramm rechts qualitativ ähnlich ist. Darüber hinaus zeigt der Vergleich des rechten Diagramms in Abbildung 46 mit dem unten rechts in Abbildung 44, dass die Abhängigkeit des maximalen Druckes  $p_3$  von  $\Delta T_1$  geringer ist als die des Verdichtereintrittsdruckes  $p_1$ . Dafür verantwortlich ist das zur Dichte am Verdichtereintritt  $\rho_1$  proportionale Druckverhältnis  $\Pi$ , welches bei steigender Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$  sinkt und umgekehrt. Außerdem ist die Änderung des maximalen Druckes  $p_3/p_{30}$  laut Abbildung 46 für isobares und isochores Kreislaufverhalten gegenläufig, so steigt der Druck bei isochorem Kreislaufverhalten für  $\Delta T_1 > 0$  °C, während er bei isobarem Kreislaufverhalten sinkt. Da das modellierte Kreislaufverhalten, abhängig von der Volumenverteilung im Kreislauf, Kurvenverläufe zwischen denen für isochores und isobares Kreislaufverhalten bewirkt, kann eine Volumenverteilung gefunden werden, die die Drucksteigerung  $p_3/p_{30} > 1$  bei veränderter Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1$  minimiert.



Abbildung 46 – Änderung des maximalen Druckes im Kreislauf  $p_3$  unter Beachtung des Kreislaufverhaltens im Vergleich zur Änderung bei isochoren und isobaren Kreislaufverhalten

Das vorherige Beispiel zeigt, dass die Reaktion des Kreislaufes auf eine Änderung der Verdichtereintrittstemperatur je nach Aufbau des Kreislaufes verschieden ausfällt. Anhand der dem Kreislaufmodell zugrunde liegenden Gleichung (50) ist dabei speziell das Verhältnis der Volumina  $V_h/V_k$  entscheidend. Da das Verhältnis der Volumina  $V_h/V_k$  nicht nur von den physischen Volumina der Wärmeübertrager, Rohrleitungen oder anderer Einbauten im Kreislauf, sondern auch von den thermodynamischen Zuständen abhängt, haben die thermodynamischen Auslegungszustände am Eintritt von Verdichter und Turbine einen Einfluss. Deshalb sind sowohl Zusammenhänge zwischen Kreislaufverhalten und thermodynamischen Auslegungszuständen als auch die zwischen Kreislaufverhalten und physikalischen Volumina zu untersuchen.

#### 5.5.1 Bedeutung der Auslegungstemperaturen für das Kreislaufverhalten

Hacks et al. [83] analysieren, dass bei hohen Eintrittstemperaturen von Verdichter und Turbine das Kreislaufverhalten zu einem isobaren Verhalten tendiert. Niedrige Eintrittstemperaturen hingegen verursachen eine Tendenz zu isochorem Verhalten (siehe auch Kapitel 3.2.2). Dies verdeutlichen auch Abbildung 47 und Abbildung 48. Sie stellen die Änderung des Druckes  $p_1$  und der Dichte  $\rho_1$  am Verdichtereintritt (oben links und rechts), des maximalen Druckes  $p_3$  (unten links) und des Wirkungsgrades  $\eta_{ges}$  (unten rechts) über der Differenz der Verdichtereintrittstemperatur zum Auslegungszustand  $\Delta T_1$  dar. In Abbildung 47 wird für eine konstante Auslegungstemperatur am Turbineneintritt von  $T_{3_0} =$  $400 \,^{\circ}C$  die Auslegungstemperatur am Verdichtereintritt  $T_{1_0}$  für die beiden Auslegungsdrücke  $p_{1_0}$  von 75 bar und 100 bar im Bereich von 11 °C bis 31 °C variiert. In Abbildung 48 ist umgekehrt die Auslegungstemperatur am Verdichtereintritt  $T_{1_0} = 21 \,^{\circ}C$ konstant und die Turbineneintrittstemperatur im Auslegungszustand  $T_{3_0}$  wird schrittweise von 200 °C auf 600 °C erhöht. Die spezifische Strömungsarbeit des Verdichters  $y_{12_0}$  und der Kreislaufmassenstrom im Auslegungspunkt  $\dot{m}_{CO_{2_0}}$  sind jeweils gleich.

Da das Verhältnis des heißen zum kalten Volumen  $V_h/V_k$  nicht nur von den physikalischen Volumina im Kreislauf, sondern auch von den thermodynamischen Auslegungszuständen abhängt, bewirkt der Variationsbereich von  $T_{1_0}$  auch eine Variation des Verhältnisses  $V_h/V_k$  von 4,2 bei 11 °C auf etwa das Dreifache bei 31 °C (für  $p_{1_0} =$ 75 bar). Das größere Verhältnis  $V_h/V_k$  bedeutet eine Annäherung an das isobare Kreislaufverhalten, wodurch bei Temperaturen  $T_1$  oberhalb der Auslegungstemperatur die Dichte am Verdichtereintritt  $\rho_1$  deutlicher sinkt. Dies ist insbesondere bei den Auslegungszuständen der Fall, welche nah am kritischen Punkt liegen und bei denen der Eintrittszustand schon durch kleine Temperaturänderung  $\Delta T_1$  in den Übergangsbereich zwischen flüssigem und gasförmigem CO<sub>2</sub> eintritt (z.B. bei  $p_{1_0} = 75 \text{ bar}$  und  $T_{1_0} = 31 \,^{\circ}C$ ).

Für die Auslegung lässt sich eine hilfreiche Beobachtung bei den Kurven der Druckänderung  $p_1/p_{1_0}$  über der Temperaturänderung  $\Delta T_1$  machen. Außer für den Auslegungszustand nah am kritischen Punkt sind alle Kurven annähernd linear und weisen für einen Auslegungsdruck  $p_{1_0}$  für alle Auslegungstemperaturen  $T_{1_0}$  ähnliche Steigungen auf. Die einzelnen Kurven weichen erst mit Eintritt des Verdichtereintrittszustandes in den Übergangsbereich (rotes Dreieck mit Spitze nach oben) sichtbar voneinander ab. Entsprechend lässt sich der maximale Druck  $p_{1_{max}}$  im Temperaturbereich  $\Delta T_1$  zwischen  $T_{1_{min}}$  bis  $T_{1_{max}}$  mithilfe einer Geraden abschätzen, solange der Verdichtereintrittszustand in flüssigem CO<sub>2</sub> außerhalb des Übergangsbereiches liegt.

Der Verlauf der Wirkungsgradkurven in Abbildung 47 entspricht qualitativ dem der Dichtekurven und erlaubt keine lineare Approximation im Temperaturbereich  $T_{1min}$  bis  $T_{1max}$ . Die Abhängigkeit des Wirkungsgrades von der Temperaturänderung  $\Delta T_1$  kann daher nicht vereinfacht abgeschätzt werden, sondern muss modelliert werden.





Abbildung 48 zeigt die gleichen charakteristischen Parameter wie Abbildung 47, diesmal aber für eine konstante Auslegungstemperatur am Verdichtereintritt von  $T_{10} = 21 \,^{\circ}C$  und unterschiedliche Auslegungstemperaturen am Turbineneintritt  $T_{30}$ . Im Vergleich dieser beiden Abbildungen fällt auf, dass die Varianz der Auslegungstemperatur am Verdichtereintritt  $T_{10}$  von 20 °C bei 75 bar größere Unterschiede im Volumenverhältnis  $V_h/V_k$  und im Verlauf der Kurven bewirkt als der Bereich von 400 °C bei der Auslegungstemperatur am Turbineneintritt  $T_{30}$ . Dennoch wird bei steigender Turbineneintrittstemperatur  $T_{30}$  das Verhältnis  $V_h/V_k$  größer und das Kreislaufverhalten hin zum isobaren Verhalten verschoben. Während die Verläufe der Drücke  $p_1/p_{1_0}$  über  $\Delta T_1$  wieder linear approximiert werden können, so ist festzustellen, dass die Steigung der einzelnen Kurven von der Auslegungstemperatur am Turbineneintritt  $T_{3_0}$  abhängt. Daher ist anders als für verschiedene Auslegungstemperaturen am Verdichtereintritt  $T_{1_0}$  jeweils eine Modellierung für unterschiedlichen Temperaturen  $T_{3_0}$  durchzuführen.



Abbildung 48 – Auswirkung einer Variation der Auslegungstemperatur am Turbineneintritt  $T_{3_0}$  auf das Kreislaufverhalten

Anders als in Abbildung 47 ist in Abbildung 48 keine signifikante Abhängigkeit des Verlaufes der Kurven des Gesamtwirkungsgrades  $\eta_{ges}$  von der veränderten Auslegungstemperatur festzustellen. Während die Variation der Auslegungstemperatur am

Verdichtereintritt  $T_{10}$  jeweils einen anderen Kurvenverlauf von  $\eta_{ges} / \eta_{ges_0}$  zur Folge hat, sind alle Verläufe für die Variation der Auslegungstemperatur am Turbineneintritt  $T_{30}$ sowohl qualitativ als auch quantitativ ähnlich. Der Einfluss der Auslegungstemperatur am Turbineneintritt  $T_{30}$  auf die Abhängigkeit des Gesamtwirkungsgrades  $\eta_{ges}$  von einer veränderten Verdichtereintrittstemperatur  $\Delta T_1$  ist also vernachlässigbar.

Entsprechend ist die Wahl des Auslegungszustandes des Verdichters für das Kreislaufverhalten bezogen auf den zu betrachtenden Bereich der Eintrittstemperatur des Verdichters entscheidender als der Turbinenauslegungszustand.

### 5.5.2 Beeinflussung des Kreislaufverhaltens durch die Volumenverteilung im Kreislauf

Die gezielte Veränderung des physikalischen Volumens ermöglicht ebenfalls, dass Kreislaufverhalten hin zu isobar oder isochor zu beeinflussen. In Abbildung 49 ist daher die Auswirkung eines modifizierten Volumenverhältnisses  $V_h/V_k$  bei gleichbleibendem thermodynamischen Auslegungszustand gezeigt. Durch Vergrößerung des physikalischen Volumens wird jeweils das kalte und heiße Volumen verdoppelt bzw. verdreifacht. Zusätzlich ist in Abbildung 49 die Auswirkung einer Änderung des symmetrischen Wärmeübertragervolumens von Kühler und Heizer auf das Kreislaufverhalten mit dem jeweiligen Verhältnis  $V_h/V_k$  dargestellt. Als symmetrisches Volumen werden hier die internen Leitungen eines Wärmeübertragers mit gleichem Querschnitt betrachtet. Das Eintritts- oder Austrittsplenum, das die Rohrleitung mit den einzelnen (symmetrischen) Strängen des Wärmeübertragers verbindet und in dem keine Wärmeübertragung stattfindet, gehört nicht dazu.

Eine Vergrößerung des physikalischen symmetrischen Volumens der Wärmeübertrager um den Faktor tausend ändert das Verhältnis  $V_h/V_k$  in diesem Beispiel nur von 5,5 auf 4,9 oder 6,2, also um etwa 11-13 %. Dies hat nur einen vernachlässigbaren Effekt auf die dargestellten Parameter in Abbildung 49, wie ein Vergleich der gestrichelten Kurven mit der durchgezogenen schwarzen Kurve zeigt. Eine gezielte Veränderung des kalten oder heißen Volumens mithilfe von  $V_{Zusatz}$  nach Gleichung (49) ohne Änderung des thermodynamischen Auslegungszustandes vermag aber das Kreislaufverhalten in Richtung isobar (rote Linien, Vergrößerung von  $V_h/V_k$ ) oder in Richtung isochor (blaue Linien, Verkleinerung von  $V_h/V_k$ ) zu verschieben. Durch die Anpassung oder das Einbringen eines zusätzlichen Volumens Vzusatz im "heißen" oder "kalten" Bereich wird das Volumen künstlich verändert. Dies wird hier als Kreislaufauslegung mit ungleicher oder asymmetrischer Volumenverteilung bezeichnet. Ein Beispiel für eine solche Anpassung wäre das Anbringen eines größeren Plenums an einem Wärmeübertrager. Am Austritt des Heizers wäre es als zusätzliches heißes Volumen zu betrachten und sorgt dafür, dass das Kreislaufverhalten hin zu isobarem Verhalten verschoben wird. Beim Kühler bewirkt eine Vergrößerung des Volumens am Austritt entsprechend eine Verschiebung hin zu isochorem Verhalten. Die Größe eines einzubringenden Volumens V<sub>Zusatz</sub> für beispielweise eine Verdopplung des Verhältnisses  $V_h/V_k$  ist dabei abhängig vom Gesamtvolumen des Kreislaufes und damit auch von den symmetrischen Volumina der Wärmeübertrager.

Es ist also nicht das symmetrische Volumen von Wärmequelle  $V_{WQ}$  und Wärmesenke  $V_{WS}$ , sondern vor allem das heiße Volumen zwischen Austritt der Wärmequelle (Position 3 im Kreislauf in Abbildung 30) und Eintritt der Wärmesenke (Position 4) sowie das kalte Volumen zwischen Austritt der Wärmesenke (Position 1) und Eintritt der Wärmequelle (Position 2) für das Kreislaufverhalten verantwortlich, wobei hier auch eventuelle asymmetrische Volumenverteilungen in Heizer und Kühler selbst enthalten sind.



Abbildung 49 – Auswirkung einer Variation des physischen heißen und kalten Volumens auf das Kreislaufverhalten

# 5.6 Auslegungsdiagramme für den Verdichterbetriebsbereich

In den vorherigen Kapiteln werden die Abhängigkeit der Betriebspunkte von Verdichter und Turbine sowie Abhängigkeiten verschiedener Kreislaufparameter von der Eintrittstemperatur des Verdichters  $T_1$  erläutert. Außerdem werden die Möglichkeiten zur Beeinflussung dieser durch Drehzahlregelung und Anpassung der Verdichtergeometrie oder Kreislaufauslegung analysiert. All dies wird für ausgesuchte Auslegungspunkte erläutert. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse werden in Tabelle 5 vor der Anwendung in Auslegungsdiagrammen kurz zusammengefasst.

Nr.	Beschreibung	Kapitel
1	Für isobares Kreislaufverhalten ist der Auslegungszustand des Verdichters $(p_{1_0}, T_{1_0})$ so zu wählen, dass im Betrieb kein Wechsel des Eintrittszustandes von flüssig nach gasförmig auftritt $(T_{1_{max}} \leq T_{krit_{ps}})$ .	5.2.1 & 5.2.2
2	Für isochores Kreislaufverhalten wird der Betriebsbereich in Abhängigkeit der Verdichtereintrittstemperatur $T_1$ durch die Siedetemperatur begrenzt. Daher ist der Auslegungszustand des Verdichters $(p_{10}, T_{10})$ so zu wählen, dass die Siedetemperatur nicht unterschritten wird $(T_{1min} \ge T_{Sieden})$ .	5.2.1 & 5.2.2
3	Für die Ausnutzung $\eta_{WQ}$ einer nicht regelbaren Wärmequelle $(Q_{WQ}, T_{WQ_{ob}})$ = konstant) ist ein isochores Kreislaufverhalten besser geeignet, da die Abhängigkeit der spezifischen Eintrittsenthalpie am Eintritt in die Wärmequelle $h_2$ von der Temperatur $T_2$ bei isobarem Kreislaufverhalten größer ist.	5.2.3
4	Die Drehzahlregelung ist geeignet, um die vom CO <sub>2</sub> -Kreislauf aufgenommene Wärme der Wärmequelle anzupassen ( $\eta_{WQ} = 1$ ). Isobares Kreislaufverhalten erfordert eine große Drehzahlsteigerung bei Zustandswechsel des CO <sub>2</sub> am Verdichtereintritt. Deshalb ist Punkt 1 dieser Tabelle zu beachten. Isochores Kreislaufverhalten bietet eine gute Ausnutzung $\eta_{WQ}$ der Wärmequelle auch ohne Drehzahlanpassung (Punkt 3 dieser Tabelle).	5.3
5	Die Verdichtergeometrie hat einen vernachlässigbaren Effekt auf die Abhängigkeit von z.B. Wirkungsgrad $\eta_{ges}$ und Druck $p_3$ von der Temperatur am Eintritt des Verdichters $T_1$ . Allerdings erlauben rückwärtsgekrümmte Schaufeln einen größeren Betriebsbereich von $T_1$ .	5.4
6	Die Einstellung des Kreislaufverhaltens durch Anpassen der Volumina zwischen Wärmequelle und Wärmesenke erlauben es, den Abfall des Wirkungsgrades $\eta_{ges}$ oder die Steigerung des Druckes $p_3$ zu reduzieren.	5.5.1 & 5.5.2
7	Die Abhängigkeit von Druck $p_1$ zur Änderung der Temperatur $\Delta T_1$ am Eintritt des Verdichters ist annähernd linear und unabhängig von der Auslegungstemperatur $T_{1_0}$ .	5.5.2

Taballa 4	5 '	7usamman	faccuna	dor	Analycan	0110	Kar	nitaln	52	his	5 5
Tabelle.	) – /	Lusaiiiiieii	lassung		Anarysen	aus	nai	леш	5.2	015	5.5

Um im Auslegungsprozess einen thermodynamischen Auslegungszustand des Verdichters mit günstigem Betriebsverhalten, wie z.B. geringer Änderung von Wirkungsgrad  $\eta_{ges}$  oder maximalem Druck  $p_3$  für einen weiten Temperaturbereich  $T_1$  zu definieren, ist ein erweiterter Bereich von Auslegungszuständen des Verdichters zu betrachten. Hier werden

deshalb Ergebnisse multipler Rechnungen für konstante Turbineneintrittstemperatur  $T_{3_0}$  und verschiedene Auslegungszustände am Verdichtereintritt ( $p_{1_0}$  und  $T_{1_0}$ ) nach Vorbild der Rechnungen aus Kapitel 5.2 bis 5.5 in Farbflächen in Auslegungsdiagrammen zusammengefasst. Diese Auslegungsdiagramme ermöglichen die vereinfachte Bestimmung des Auslegungszustandes des Verdichters und verschiedener anderer Auslegungsparameter (z.B. p oder  $\eta$ ) von CO<sub>2</sub>-Kreisläufen.

## 5.6.1 Randbedingungen der Auslegungsdiagramme

Für die Erstellung der Auslegungsdiagramme mithilfe des vorgestellten Modells und deren Nutzung bei der Auslegung wird vorausgesetzt, dass die Wärmequelle definiert durch den verfügbaren Wärmestrom  $\dot{Q}_{WQ_0} = \dot{Q}_{23_0}$  und die obere Temperatur der Wärmezufuhr  $T_{ob} = T_{3_0}$  bekannt ist. Ebenso ist der erwartete Bereich der Eintrittstemperaturen des Verdichters von der tiefsten Temperatur  $T_{1_{min}}$  bis zur höchsten Temperatur  $T_{1_{max}}$  und ein üblicher Fahrbereich von der niedrigsten mittleren Temperatur  $T_{1_{N,min}}$  bis zur höchsten mittleren Temperatur  $T_{1_{N,max}}$  zu definieren, welcher bei Einsatz eines Luftkühlers in erster Näherung z.B. mit dem vollständigen und mittleren Schwankungsbereich der Umgebungstemperatur über einen Zeitraum gleichgesetzt werden kann. Darüber hinaus ist die spezifische Strömungsarbeit  $y_{12_0}$  oder das Druckverhältnis  $\Pi_0$  sowie eine Verdichtergeometrie (Punkt 5 aus Tabelle 5 beachten) und eine Verteilung der physikalischen Volumina vorzugeben. In folgenden Diagrammen wir ein Beispiel mit folgenden Vorgaben für die Modellrechnung gezeigt:

- Spezifische Strömungsarbeit:  $y_{12_0} = 5 kJ/kg$
- Verdichtergeometrie für spezifische Drehzahl:  $\sigma = 0,2$  (Punkt (a) in Abbildung 41)
- Temperaturbereich:  $T_{1_{min}} = 17 \ ^{\circ}C \ \text{und} \ T_{1_{max}} = 45 \ ^{\circ}C$
- Normaltemperaturbereich:  $T_{1_{N,min}} = 25 \ ^{\circ}C \ \text{und} \ T_{1_{N,max}} = 37 \ ^{\circ}C$
- Turbineneintrittstemperatur:  $T_{3_0} = 400 \ ^\circ C$
- Druckbereich:  $p_{krit} < p_{1_{0,min}} = 75 \ bar \le p_{1_0} \le p_{1_{0,max}} = 120 \ bar$
- Physikalische (symmetrische) Heizer- und Kühlervolumina:  $V_{WQ} = 0,091 m^3$  und  $V_{WS} = 0,079 m^3$
- Volumina von Rohrleitungen usw. vernachlässigt:  $V_{Zusatz} = 0 m^3$

## 5.6.2 Aufbau und Anwendung der Auslegungsdiagramme

Die Farbflächen in den folgenden Diagrammen stellen die Änderung eines Parameters wie beispielsweise des Gesamtwirkungsgrades  $\eta_{ges}/\eta_{ges_0}$  oder des maximalen Druckes im Kreislauf  $p_3/p_{3_0}$  als Farbflächen dar. Jeder Punkt dieser Farbflächen markiert einen Auslegungszustand  $(p_{1_0}, T_{1_0})$ . Die Farbe dieses Punktes gibt die Änderung des Gesamtwirkungsgrades  $\eta_{ges}/\eta_{ges_0}$  für die Temperaturdifferenz  $\Delta T_1$  und damit den vorgegebenen Betriebsbereich an. Die Temperaturdifferenz ist jeweils die Differenz von der Auslegungstemperatur  $T_{1_0}$  zur zu erwartenden minimalen oder maximalen Temperatur am Verdichtereintritt  $T_{1_{min}}$  und  $T_{1_{max}}$ , wie oberhalb der Farbskala angegeben. In Abbildung 50 wird im linken Diagramm für isochores Kreislaufverhalten  $\Delta T_1 = T_{1_{min}} - T_{1_0}$  und im rechten Diagramm für isobares Kreislaufverhalten  $\Delta T_1 = T_{1_{max}} - T_{1_0}$  berücksichtigt. Innerhalb der Diagramme zeigen schwarze, gestrichelte, senkrechte Linien  $T_{1_{min}}$  und  $T_{1_{max}}$ . Darüber hinaus ist ein Normaltemperaturbereich  $T_{1_{N,min}}$  und  $T_{1_{N,max}}$  mit roten, gestrichelten, senkrechten Linien dargestellt.

Der minimale Druck  $p_{10,min}$  (rote, gestrichelte, waagerechte Linie) und maximale Druck  $p_{10,max}$  (rote, waagerechte Strich-Punkt-Punkt-Linie) sind festzulegen. Der minimale Druck  $p_{10,min}$  ist grundsätzlich größer als der kritische Druck  $p_{krit}$  (schwarze, gepunktete, waagerechte Linie). Bei isobarem Kreislaufverhalten ist er außerdem so zu wählen, dass der Eintrittszustand des Verdichters im gesamten Temperaturbereich  $T_{1min}$  bis  $T_{1max}$  in flüssigem CO<sub>2</sub> bleibt (siehe Tabelle 5, Punkt 1). Der minimale Druck  $p_{10,min}$  ist also der pseudokritische Druck  $p_{kritps}$  bei maximaler Temperatur  $T_{1max}$  und im rechten Diagramm in Abbildung 50 durch Punkt C definiert.

Bei isochorem Kreislaufverhalten ist der Auslegungszustand so zu wählen, dass bei minimaler Temperatur  $T_{1min}$  der Eintrittszustand des Verdichters nicht in 2-phasigem CO<sub>2</sub> liegt (siehe Tabelle 5, Punkt 2). So ist die minimale Dichte  $\rho_{10,min}$  definiert durch die Isochore, die bei  $T_{1min}$  die Siedelinie schneidet (Punkt A im linken Diagramm in Abbildung 50).

Mithilfe des Temperaturbereichs  $T_{1_{N,min}}$  bis  $T_{1_{N,max}}$ , des minimalen und maximalen Auslegungsdruckes  $p_{1_{0,min}}$  und  $p_{1_{0,max}}$  sowie bei isochorem Kreislaufverhalten der minimalen Dichte  $\rho_{1_{0,min}}$  wird dann der Auslegungsbereich des Verdichtereintrittszustandes eingegrenzt. Dieser ist in Abbildung 50 je durch eine grüne Umrandung gekennzeichnet.

Zusätzlich kann aus den Diagrammen direkt der Druck  $p_1$  abgelesen werden, für den beispielsweise der Kühler ausgelegt werden muss. Bei isobarem Kreislaufverhalten ist dieser gleich dem Auslegungsdruck  $p_{1_0} \ge p_{1_{0,min}}$  (C). Bei isochorem Kreislaufverhalten liegt er deutlich höher und wird durch den Schnittpunkt der Isothermen  $T_{1_{max}}$  mit der Isochoren durch den Auslegungszustand  $\rho_{1_0} \ge \rho_{1_{0,min}}$  (B) bestimmt.



Abbildung 50 – Auslegungsdiagramm für isochores und isobares Kreislaufverhalten beispielhaft für die Änderung des Gesamtwirkungsgrades  $\eta_{ges}/\eta_{ges}_0$ 

Auslegungsdiagramme für das modellierte Kreislaufverhalten in Abbildung 51 folgen grundsätzlich dem gleichen Schema wie für isobare und isochore Kreisläufe in Abbildung 50. Diese Diagramme können mithilfe der folgenden Schritte interpretiert und genutzt werden.

**Der erste Schritt** zur Festlegung des Auslegungszustandes des Verdichters ist die Bestimmung des Auslegungsbereiches bei modelliertem Kreislaufverhalten mithilfe von Abbildung 51. Dieser ist ähnlich einzugrenzen wie in Abbildung 50. Allerdings kann hier die untere Begrenzung nicht direkt durch eine Isochore  $\rho_{10,min}$  oder Isobare  $p_{10,min}$  wie in den Grenzfällen des isochoren oder isobaren Kreislaufverhaltens bestimmt werden, weil das Kreislaufverhalten durch den Auslegungszustand des Verdichters mitbestimmt wird. Eine Annäherung dessen an die pseudokritische Linie im Modell bedeutet z.B. ein isobareres Verhalten. Das grün umrandete Auslegungsgebiet wird entsprechend neben den beiden Isobaren  $p_{10,min}$  und  $p_{10,max}$  und der Isothermen  $T_{1N,min}$  nur durch die Grenze des farbig hinterlegten Bereiches innerhalb des Temperaturbereiches  $T_{1N,min}$  bis  $T_{1N,max}$  definiert. Grenzen dieses Bereiches, welche nicht durch genannte Drücke und Temperaturen definiert werden (in Richtung Siedelinie und pseudokritische Linie), stellen genau jene Auslegungspunkte dar, bei denen eine der vorher genannten Betriebsgrenzen erreicht wird. Das heißt, dass entweder der Eintrittszustand des Verdichters bei  $T_{1min}$  auf der Siedelinie liegt oder die Pumpgrenze des Verdichters erreicht wird. So kann der grün umrandete Auslegungsbereich ermittelt werden.

**Der zweite Schritt,** um graphisch einen Auslegungspunkt zu definieren, ist die Festlegung einer Modelllinie. Da sich der Verdichtereintrittsdruck  $p_1$  nahezu linear zur Änderung der Eintrittstemperatur  $\Delta T_1$  verhält (siehe Tabelle 5, Punkt 7), kann für einen Auslegungszustand (Punkt A) eine Gerade, hier Modelllinie genannt, eingezeichnet werden. Die in Abbildung 51 eingezeichnete Modelllinie a gehört zu einem beliebig gewählten Auslegungszustand. Deren Steigung ist mithilfe von Gleichung (50) und dem Verhältnis  $V_h/V_k$  für den jeweiligen Auslegungszustand zu bestimmen. Ähnlich zur Isochoren  $\rho_{10}$  bei isochorem Kreislaufverhalten ermöglicht die Modelllinie die graphische Bestimmung des Auslegungsdruckes der Wärmesenke mithilfe des Schnittpunktes von Modelllinie und Isothermer  $T_{1max}$  (Punkt A\*).

Im dritten Schritt kann mit einer Modelllinie auch das Kreislaufverhalten für andere Auslegungszustände bestimmt werden. Gründe hierfür können die Optimierung der Abhängigkeit einer durch die Farbflächen dargestellten Größe (hier der Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{ges}$ ) oder eine Verbesserung der Druckänderung  $p_1/p_{1_0}$  sein. Da die Abhängigkeit der Druckänderung  $p_1/p_{1_0}$  von der Auslegungstemperatur am Verdichtereintritt  $T_{1_0}$ vernachlässigbar ist (Tabelle 5, Punkt 7), kann eine Modelllinie parallel bei konstantem Druck  $p_{10}$  verschoben werden. Für den Auslegungszustand durch den Modelllinie b verläuft (Punkt B/C), gilt also annähernd die gleiche Abhängigkeit  $p_1/p_{10}$  von der Verdichtereintrittstemperatur  $T_1$ . Eine Optimierung der Abhängigkeit  $p_1/p_{1_0}$  durch Anpassung des Kreislaufverhaltens ist mit einer weiteren Modelllinie c darstellbar, welche durch denselben Auslegungszustand (Punkt B/C) verläuft. Ist z.B. der Auslegungsdruck des Kühlers von etwa 140 bar (Punkt B\*) zu groß, kann es ratsam sein, das Kreislaufverhalten hin zu isobarem Verhalten zu beeinflussen. So zeigt Modelllinie c einen Auslegungsdruck des Kühlers von etwa 132 bar (Punkt C\*), also eine Reduzierung um 8 bar. Gleichung (50) kann nun genutzt werden, um das zu Modelllinie c<br/> gehörende Volumenverhältnis  $V_h/V_k$  zu bestimmen. In diesem Beispiel wäre für die Änderung von Modelllinie b zu c das Volumenverhältnis  $V_h/V_k$  um etwa 75 % zu erhöhen. Mithilfe der Auslegungsdiagramme in Abbildung 51 ist es also bereits möglich, essentielle Informationen für die Komponentenauslegung zu bestimmen und eine Vorauswahl des Auslegungszustandes des Verdichters und der Volumenverteilung des Kreislaufes zu treffen.

Um im vierten Schritt festzustellen, ob es sich bezüglich weiterer charakteristischer Parameter lohnt, das Kreislaufverhalten zu beeinflussen, müssen die Farbfelder zwischen den Temperaturen  $T_{1_{N,min}}$  und  $T_{1_{N,max}}$  und den Drücken  $p_{1_{0,min}}$  und  $p_{1_{0,max}}$  weiter analysiert werden. Beispielhaft sind diese in Abbildung 52 und Abbildung 53 für den maximalen Druck im Kreislauf  $p_3$  und den Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{ges}$  gezeigt. Die Diagramme links bilden die Reduzierung der Verdichtereintrittstemperatur mit  $\Delta T_1 = T_{1min} - T_{10}$  und rechts deren Steigerung mit  $\Delta T_1 = T_{1max} - T_{10}$  ab. Abbildung 52 zeigt die Abhängigkeit der jeweils gewählten Größe für die verschiedenen Auslegungszustände  $(p_{10}, T_{10})$  bei modelliertem Kreislaufverhalten im Verhältnis zu einem vorausgewählten Auslegungszustand  $(p_{10V}, T_{10V})$ . Dieser Zustand wird in Abbildung 51 beispielhaft durch Punkt B/C definiert. Für Abbildung 52 als auch die nachfolgende Abbildung 53 gilt, dass Bereiche der Auslegungszustände  $(p_{10}, T_{10})$  mit geringer Änderung der jeweils gewählten Größe gegenüber dem Referenzzustand, also mit einem Verhältnis  $\approx 1$ , grün dargestellt sind. Ein Verhältnis < 1 ist durch blaues und ein Verhältnis > 1 durch rote Farbgebung gekennzeichnet. Die farbig dargestellte Änderung von Gesamtwirkungsgrad und maximalem Druck bezieht sich also auf die Änderung, die für den vorausgewählten Auslegungszustand bei Temperaturänderung  $\Delta T_1 = T_{1min} - T_{10}$  bzw.  $\Delta T_1 = T_{1max} - T_{10}$  auftritt und im Diagramm aus Schritt 3 zu sehen ist (hier für den Gesamtwirkungsgrad in Abbildung 51).



Abbildung 51 – Auslegungsdiagramm für modelliertes Kreislaufverhalten beispielhaft für die Änderung des Gesamtwirkungsgrades  $\eta_{ges}/\eta_{ges}$






In der Anwendung von Abbildung 52 könnte nun beispielsweise eine neue Auslegungstemperatur von  $T_{1_0} = 30$  °C anstatt von  $T_{1_{0V}} = 31$  °C untersucht werden. Abbildung 52 zeigt, dass der Auslegungsdruck dann auf ca.  $p_{1_0} = 120$  bar angehoben werden müsste, um keine Änderung des Wirkungsgradabfalls bei erhöhter Temperatur  $\Delta T_1 =$ 

 $T_{1_{max}} - T_{1_0}$  gegenüber dem vorausgewählten Auslegungszustand zu erzielen (Diagramm oben rechts). Gleichzeitig ist zu erkennen, dass sich die Druckerhöhung im Verhältnis kaum ändert, da der neue Auslegungszustand bei  $T_{1_0} = 30$  °C und  $p_{1_0} = 120$  bar im grünen Bereich (Diagramm unten rechts) liegt. Die Auswirkungen bei reduzierter Temperatur  $\Delta T_1 = T_{1_{min}} - T_{1_0}$  zeigen die linken Diagramme. So wird klar, dass die Steigerung des Wirkungsgrades bei  $\Delta T_1 = T_{1_{min}} - T_{1_0}$  im neuen Auslegungszustand geringer ausfällt (blauer Bereich) während der Druckabfall ähnlich groß bleibt.

Weitere Untersuchungen sind mit Abbildung 53 möglich. Diese stellt für jeden Auslegungszustand  $(p_{10}, T_{10})$  im Vergleich zu Abbildung 52 mögliche Verbesserungen durch Beeinflussung des Kreislaufverhaltens zu isobaren Kreislaufverhalten dar. Die einzelnen Diagramme in Abbildung 53 zeigen jeweils das Verhältnis von Gesamtwirkungsgrad und maximalem Druck bei isobarem Kreislaufverhalten zu modelliertem Kreislaufverhalten in Abbildung 52. Diese Darstellung ermöglicht einen Überblick über die Größenordnung einer eventuellen Verbesserung oder Verschlechterung durch Modifikation des Kreislaufverhaltens. Ob die größere Steigerung oder Reduzierung bei isobarem Kreislaufverhalten gegenüber dem modellierten Kreislaufverhalten eine Verbesserung oder Verschlechterung darstellt, ist dabei je nach Parameter separat zu bewerten. Während eine größere Steigerung des Wirkungsgrades vorteilhaft ist, ist eine stärkere Steigerung des maximalen Druckes im Kreislauf eher unerwünscht. In gleicher Weise kann ein Diagramm für Beeinflussung des Kreislaufverhaltens zu isochorem Kreislaufverhalten erstellt werden.

Dem vorherigen Beispiel der Modelllinien b und c aus Abbildung 51 mit Modifizierung des Kreislaufverhaltens in Richtung eines isobaren Verhaltens folgend, ist für den vorausgewählten Auslegungszustand zu erkennen, dass dadurch der Anstieg des maximalen Druckes im Kreislauf reduziert werden kann (blauer Bereich im Diagramm unten rechts). So wird nicht nur für die Wärmesenke, sondern auch die Wärmequelle ein geringerer Auslegungsdruck erzielt. Auf der anderen Seite zeigt Abbildung 53, dass die geringere Drucksteigerung mit einem stärkeren Wirkungsgradabfall erkauft wird (blauer Bereich im Diagramm oben rechts). Durch die Wahl des neuen Auslegungszustandes ( $T_{10} = 30$  °C,  $p_{10} = 120$  bar) im grünen Bereich  $\approx 1$  wird der stärkere Wirkungsgradabfall vermieden. Insgesamt ist es hier ratsam, die Auslegungstemperatur  $T_{10}$  niedrig und den Auslegungsdruck  $p_{10}$  hoch zu wählen und so die Druckänderung zu minimieren sowie gleichzeitig eine kleinere Reduzierung des Wirkungsgrades zu erreichen.

Mit Hilfe von Abbildung 51 bis Abbildung 53 lässt sich der Auslegungszustand des Verdichters so wählen, dass bestimmte Optimierungsziele (wie ein hoher Wirkungsgrad bei gleichzeitig niedrigem maximalen Druck) erreicht werden. Das gilt auch, wenn die einzelnen Ziele im Konflikt zueinanderstehen, da die Optimierungsziele für verschiedene Auslegungszustände gegeneinander abgewogen werden können.



# Maximaler Druck im Kreislauf



Abbildung 53 – Änderung des Gesamtwirkungsgrades  $\eta_{ges}$  und maximalen Druckes  $p_3$  im Auslegungsbereich bei isobarem Kreislaufverhalten im Vergleich zu modelliertem Kreislaufverhalten

#### 6 Schlussfolgerungen

Diese Arbeit analysiert das Verhalten eines geschlossenen Joule Kreislaufes mit CO<sub>2</sub> als Arbeitsfluid und Turbomaschinen integraler Bauart. Die beschriebene Vorgehensweise und das Modell erlauben es, bereits während der Vorauslegung die Abhängigkeit elementarer Kenngrößen des Kreislaufes von der unteren Temperatur der Wärmeabfuhr bzw. der Verdichtereintrittstemperatur zu berücksichtigen.

Die Grundlage bilden die Stoffeigenschaften überkritischer Fluide, CO<sub>2</sub>-Kreisläufe verschiedener Forschungseinrichtungen und Firmen sowie eigene bereits veröffentlichte experimentelle Ergebnisse. Es wird gezeigt, dass die Unterscheidung von über- und unterkritisch physikalisch irrelevant ist. Es ist vielmehr sinnvoll, auch bei Drücken und Temperaturen oberhalb des kritischen Punktes einen flüssigen und gasförmigen Zustand sowie einen Übergangsbereich zu unterscheiden. Der Eintrittszustand des Verdichters liegt üblicherweise in flüssigem CO<sub>2</sub>, während das CO<sub>2</sub> am Turbineneintritt in der Regel als ideales Gas betrachtet werden kann. Darüber hinaus ist der Betrieb eines Verdichters in CO<sub>2</sub> unabhängig von dessen Eintrittszustand möglich, solange die Stoffeigenschaften und die Abhängigkeit des Kreislaufbetriebspunktes von der Verdichtereintrittstemperatur beachtet werden.

Die Abhängigkeit des Druckniveaus im Kreislauf von der Temperatur basiert auf der Massenerhaltung und ist abhängig von der Volumen- und Dichteverteilung im Kreislauf. Aufgrund der CO<sub>2</sub> Stoffeigenschaften wird der Kreislauf unter Zuhilfenahme der pseudokritischen Linie in ein Volumen mit kaltem, flüssigen CO<sub>2</sub> und ein Volumen mit heißem, gasförmigen CO<sub>2</sub> aufgeteilt. Im Grenzfall bewirkt ein großes Verhältnis von heißem zu kaltem Volumen ein isobares und ein kleines Verhältnis von heißem zu kaltem Volumen ein isochores Kreislaufverhalten in Abhängigkeit von der Verdichtereintrittstemperatur.

Insbesondere die Verteilung physischer Volumina um den Verdichter zwischen Positionen 1 und 2 im Kreislauf (kaltes Volumen) und die Turbine zwischen Positionen 3 und 4 im Kreislauf (heißes Volumen) bestimmen das Kreislaufverhalten, während das physikalische Volumen der Wärmeübertrager trotz des üblicherweise großen Anteils am Kreislaufvolumen eine untergeordnete Rolle spielt.

Die Betriebsgrenzen des Verdichters limitieren mögliche Auslegungszustände des CO<sub>2</sub> am Verdichtereintritt. Bei isobarem Kreislaufverhalten begrenzt der Betrieb in gasförmigem CO<sub>2</sub> die maximale Eintrittstemperatur des Verdichters, da dessen Pumpgrenze erreicht wird. Bei isochorem Kreislaufverhalten ist die minimale Eintrittstemperatur des Verdichters die Siedetemperatur. Ein isochorer Kreislauf ist daher für die minimale und ein isobarer Kreislauf für die maximale Eintrittstemperatur des Verdichters auszulegen.

Die Ausnutzung der verfügbaren Wärme, auch aus nicht regelbaren Wärmequellen wie der Abwärmenutzung, ist entscheidend für einen hohen Gesamtwirkungsgrad. Bei konstanter spezifischer Wärmekapazität des wärmetragenden Fluides bewirkt die Abhängigkeit der spezifischen Wärmekapazität des CO<sub>2</sub> vom statischen Druck und der statischen Temperatur im Übergangsbereich eine deutliche Reduzierung der Wärmeausnutzung bei steigender Verdichtereintrittstemperatur. Daher ist es vorteilhaft, den Verdichter stets außerhalb des Übergangsbereiches zu betreiben. Eine Drehzahlregelung bietet sich für schnelldrehende integrale Turbomaschinen an. Wird sie zur Anpassung des CO<sub>2</sub> Massenstroms an die verfügbare Wärme genutzt, ist bei Reduzierung der Dichte am Verdichtereintritt eine Steigerung des Wirkungsgrades möglich. Dadurch ist bei der Auslegung allerdings eine höhere Drehzahl ebenso zu beachten wie ein höherer maximaler Druck im Kreislauf.

Bei Variation der Verdichtergeometrie ist die Steigung der Kennlinie entscheidend. Kleinere Schaufelaustrittswinkel bedeuten weniger Steigung und dass die Pumpgrenze näher am Auslegungspunkt liegt. Darüber hinaus hat die Verdichtergeometrie kaum Einfluss auf die Abhängigkeit bestimmter Kenngrößen von der Verdichtereintrittstemperatur. Das Kreislaufverhalten ist dominant und der Einfluss der Verdichtergeometrie bei der Festlegung des Auslegungszustandes des Verdichters zu vernachlässigen.

Kreislaufparameter lassen sich für den möglichen Bereich des Eintrittszustandes des Verdichters im pT-Diagramm abbilden. Der Auslegungszustand eines Verdichters ist mithilfe der Diagramme unter Berücksichtigung verschiedener Optimierungsziele graphisch bestimmbar, auch wenn diese teilweise im Konflikt miteinander stehen. Daher sind bei der Auslegung der Volumenverteilung oder der Auslegungszustände des CO<sub>2</sub>-Kreislaufes in jedem Fall alle Randbedingungen gegeneinander abzuwägen.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Erkenntnisse erlauben die strukturierte Vorauslegung eines CO<sub>2</sub>-Kreislaufes unter frühzeitiger Berücksichtigung thermodynamischer Eintrittszustände. So können bereits früh im Auslegungsprozess begründete Entscheidungen bezüglich der Kenngrößen von Kreislauf und Turbomaschine getroffen und eine fundierte Grundlage für eine detaillierte Auslegung geschaffen werden.

100

In dieser Arbeit wird ein Joule Kreislauf für CO<sub>2</sub> betrachtet. Die Gültigkeit für andere Fluide und Kreislauftopologien ist zu überprüfen. Dabei ist davon auszugehen, dass bei entsprechender Berücksichtigung der thermodynamischen Größen die Ergebnisse dieser Arbeit auch auf Joule-Kreisläufe mit anderen Arbeitsfluiden übertragbar sind, bei denen die Druckerhöhungen in der Nähe des kritischen Punktes ( $p_{10} > p_{krit}$ ) des jeweiligen Fluides erfolgt. Außerdem ist für die Anwendung in Kreisläufen mit Axialturbinen das Turbinenmodell durch das Dampfkegelgesetz nach Stodola zu ersetzen. Darüber hinaus ist damit zu rechnen, dass das Modell auch für CO<sub>2</sub>-Kreisläufe mit Rekuperator Gültigkeit besitzt, für Kreisläufe mit Aufteilung des Massenstroms (z.B. Re-Kompressionskreisläufe) allerdings die veränderte Aufteilung des Volumens beachtet werden muss.

### 8 Literaturverzeichnis

- Brun, Klaus, Friedmann, Peter, und Dennis, Richard, Eds. Fundamentals and applications of supercritical carbon dioxide (sCO2) based power cycles. Woodhead Publishing, Oxford (2017). ISBN: 978-0-08-100804-1.
- [2] Ahn, Yoonhan, Bae, Seong Jun, Kim, Minseok, Cho, Seong Kuk, Baik, Seungjoon, Lee, Jeong Ik, und Cha, Jae Eun. "Review of supercritical CO2 power cycle technology and current status of research and development." *Nuclear Engineering and Technology* Vol. 47 No. 6 (2015): pp. 647–661. DOI 10.1016/j.net.2015.06.009.
- [3] White, Martin T., Bianchi, Giuseppe, Chai, Lei, Tassou, Savvas A., und Sayma, Abdulnaser I. "Review of supercritical CO 2 technologies and systems for power generation." *Applied Thermal Engineering* Vol. 185 (2021): p. 116447. DOI 10.1016/j.applthermaleng.2020.116447.
- [4] Dekhtiarev V.L. "On designing a large, highly economical carbon dioxide power installation." *Elecrtichenskie Stantskii 5 No.* 5 (1962): pp. 1–6.
- [5] Angelino, G. "Carbon Dioxide Condensation Cycles For Power Production." *Journal of Engineering for Power* Vol. 90 No. 3 (1968): pp. 287–295. DOI 10.1115/1.3609190.
- [6] Feher, E. G. "The supercritical thermodynamic power cycle." *Energy Conversion* Vol. 8 No. 2 (1968): pp. 85–90. DOI 10.1016/0013-7480(68)90105-8.
- [7] Dostal, V., Driscoll, M. J., und Hejzlar P. "A Supercritical Carbon Dioxide Cycle for Next Generation Nuclear Reactors." MIT-ANP-TR-100 (2004). URL https://web.mit.edu/22.33/www/dostal.pdf. [18.06.2021].
- [8] Alfani, Dario, Astolfi, Marco, Binotti, Marco, Campanari, Stefano, Casella, Francesco, und Silva, Paolo. "Multi Objective Optimization of Flexible Supercritical CO2 Coal-Fired Power Plants.". ASME Turbo Expo 2019: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Phoenix, Arizona, USA, 17.-21. Juni 2019. DOI 10.1115/GT2019-91789.
- [9] Lee, Jekyoung, Lee, Jeong Ik, Ahn, Yoonhan, und Yoon, Hojoon. "Design Methodology of Supercritical CO2 Brayton Cycle Turbomachineries.". *Volume 5: Manufacturing Materials and Metallurgy; Marine; Microturbines and Small Turbomachinery; Supercritical CO2 Power Cycles*: pp. 975–983. Copenhagen, Denmark, 11.-15. Juni 2012. DOI 10.1115/GT2012-68933.
- [10] Schuster, Sebastian, Benra, Friedrich-Karl, und Brillert, Dieter. "Small scale sCO2 compressor impeller design considering real fluid conditions.". *The 5th International Symposium - Supercritical CO2 Power Cycles*. San Antonio, Texas, USA, 28.-31. März 2016.

- [11] Clementoni, Eric M. und Cox, Timothy L. "Effect of Compressor Inlet Pressure on Cycle Performance for a Supercritical Carbon Dioxide Brayton Cycle.". ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Oslo, Norway, 11.-15. Juni 2018. DOI 10.1115/GT2018-75182.
- [12] Wright, Steven. A., Radel, Ross F., Vernon, Milton E., Rochau, Gary E., und Pickard, Paul S. "Operation and Analysis of a Supercritical CO2 Brayton Cycle." SAND2010-0171. Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico, USA (2010).
- [13] Wahl, Andreas, Mertz, Rainer, Laurien, Eckart, und Starflinger, Jörg. "Experimental investigation of heat transfer and pressure drop in tubes to cool CO2 near the critical point.". *3rd European Conference on Supercritical CO2 (sCO2) Power Systems* 2019: pp. 255–264. Paris, France, 19.-20. September 2019. DOI 10.17185/duepublico/48882.
- [14] Cha, Jae Eun, Bae, Seong Won, Lee, Jekyoung, Cho, Seong Kuk, Lee, Jeong Ik, und Park, Joo Hyun. "Operation Results of a Closed Supercritical CO2 Simple Brayton Cycle.". *The 5th International Symposium—Supercritical CO2 Power Cycles*. San Antonio, Texas, 28.-31. März 2016.
- [15] Clementoni, Eric M., Cox, Timothy L., und King, Martha A. "Off-Nominal Component Performance in a Supercritical Carbon Dioxide Brayton Cycle." *Journal* of Engineering for Gas Turbines and Power Vol. 138 No. 1 (2016). DOI 10.1115/1.4031182.
- [16] Lee, Jekyoung, Lee, Jeong Ik, Ahn, Yoonhan, Kim, Seong Gu, und Cha, Jae Eun.
   "SCO2PE Operating Experience and Validation and Verification of KAIST\_TMD.". ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition. San Antonio, Texas, USA, 03.-07. Juni 2013. DOI 10.1115/GT2013-94219.
- [17] Benra, Friedrich-Karl, Brillert, Dieter, Frybort Otakar, Hajek, Petr, Rohde, Martin, Schuster, Sebastian, und Seewald, Michael. "A supercritical CO2 low temperature Brayton-cycle for residual heat removal.". *The 5th International Symposium -Supercritical CO2 Power Cycles*. San Antonio, Texas, USA, 28.-31. März 2016.
- [18] Hofer, Markus, Buck, Michael, Cagnac, Albannie, Prusek, Thomas, Sobecki, Nicolas, Vlcek, Petr, Kriz, D., Hecker, Frieder, und Hacks, Alexander Johannes. "Report on the validation status of codes and models for simulation of sCO2-HeRo loop.", Deliverable 1.2, sCO2-4-NPP Grant agreement No. 847606 (29 May 2020). URL https://www.sco2-4-npp.eu/wp-content/uploads/sCO2-4-NPP\_D1.2\_Report-on-the-validation-status-of-codes-and-models-for-simulation\_R1.1.pdf. [07.08.2021].
- [19] Ansermet, Jean-Philippe und Brechet, Sylvain D. *Principles of Thermodynamics*. Cambridge University Press (2018). ISBN: 9781108620932.
- [20] Berche, Bertrand, Henkel, Malte, und Kenna, Ralph. "Critical phenomena: 150 years since Cagniard de la Tour." *Revista Brasileira de Ensino de Física* Vol. 31 No. 2 (2009): 2602.1-2602.4. DOI 10.1590/S1806-11172009000200015.

- [21] Andrews, Thomas. "XVIII. The Bakerian Lecture.—On the continuity of the gaseous and liquid states of matter." *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* Vol. 159 (1869): pp. 575–590. DOI 10.1098/rstl.1869.0021.
- [22] Banuti, D. T. "Crossing the Widom-line Supercritical pseudo-boiling." *The Journal* of Supercritical Fluids Vol. 98 (2015): pp. 12–16. DOI 10.1016/j.supflu.2014.12.019.
- [23] Banuti, Daniel, Raju, Muralikrishna, Ma, Peter C., Ihme, Matthias, und Hickey, Jean-Pierre. "Seven questions about supercritical fluids - towards a new fluid state diagram.". 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting. Grapevine, Texas, 01. September 2017. DOI 10.2514/6.2017-1106.
- [24] Banuti, Daniel, Raju, Muralikrishna, und Ihme, Matthias. "On the characterization of transcritical fluid states.". Annual Research Briefs – 2017 (2018).
- [25] Pioro, Igor und Mokry, Sarah. "Thermophysical Properties at Critical and Supercritical Pressures.". *Heat Transfer - Theoretical Analysis, Experimental Investigations and Industrial Systems*. InTech (2011). DOI 10.5772/13790.
- [26] Neindre, B. "Properties of Gases under High Compression.". *High Pressure Chemistry and Biochemistry*. Springer Netherlands, Dordrecht (1987): pp. 51–92. DOI 10.1007/978-94-009-3827-4\_3.
- [27] Schlosky, Kevin M. "Supercritical phase transitions at very high pressure." *Journal of Chemical Education* Vol. 66 No. 12 (1989): p. 989. DOI 10.1021/ed066p989.
- [28] Hitchen, S. M. und Dean, J. R. "Properties of supercritical fluids.". *Applications of Supercritical Fluids in Industrial Analysis*. Springer Netherlands, Dordrecht (1993): pp. 1–11. DOI 10.1007/978-94-011-2146-0\_1.
- [29] Manivannan, Gurusamy und Sawan, Samuel P. "The Supercritical State.". Supercritical Fluid Cleaning. Elsevier (1998): pp. 1–21. DOI 10.1016/B978-081551416-9.50003-3.
- [30] Kiran, Erdogan, Debenedetti, Pablo G., und Peters, Cor J. Supercritical Fluids: Fundamentals and Applications. Springer Netherlands, Dordrecht (2000). ISBN: 978-94-011-3929-8.
- [31] Arai, Yasuhiko, Ed. Supercritical fluids: Molecular interactions, physical properties, and new applications ; with 37 tables. Springer, Berlin (2002). ISBN: 3-540-41248-4.
- [32] Kemmere, Maartje F. und Meyer, Thierry. *Supercritical carbon dioxide: In polymer reaction engineering*. Wiley-VCH, Weinheim (2005). ISBN: 9783527310920.
- [33] Ramachandran, Hariharan, Pope, Gary A., und Srinivasan, Sanjay. "Effect of Thermodynamic Phase Changes on CO2 leakage." *Energy Procedia* Vol. 63 (2014): pp. 3735–3745. DOI 10.1016/j.egypro.2014.11.402.
- [34] Türk, Michael. *Particle Formation with Supercritical Fluids: Challenges and Limitations*. Elsevier Science, Burlington (2014). ISBN: 978-0-444-59486-0.

- [35] Laboureur, Laurent, Ollero, Mario, und Touboul, David. "Lipidomics by Supercritical Fluid Chromatography." *International journal of molecular sciences* Vol. 16 No. 6 (2015): pp. 13868–13884. DOI 10.3390/ijms160613868.
- [36] Tödheide, K. "Materie im überkritischen Zustandsbereich." *Die Naturwissenschaften* Vol. 57 No. 2 (1970): pp. 72–82. DOI 10.1007/BF00590683.
- [37] Tucker, Susan C. "Solvent Density Inhomogeneities in Supercritical Fluids." *Chemical reviews* Vol. 99 No. 2 (1999): pp. 391–418. DOI 10.1021/cr9700437.
- [38] Carlès, Pierre. "A brief review of the thermophysical properties of supercritical fluids." *The Journal of Supercritical Fluids* Vol. 53 1-3 (2010): pp. 2–11. DOI 10.1016/j.supflu.2010.02.017.
- [39] Candel, S., Juniper, M., Singla, G., Scouflaire, P., und Rolon, C. "Structure and Dynamics of Cyrogenic Flames at Supercritical Pressure." *Combustion Science and Technology* Vol. 178 1-3 (2006): pp. 161–192. DOI 10.1080/00102200500292530.
- [40] Oefelein, Joseph C. "Mixing and Combustion of Cyrogenic Oxygen-Hydrogen Shear Coaxial Jet Flames at Supercritical Pressure." *Combustion Science and Technology* Vol. 178 1-3 (2006): pp. 229–252. DOI 10.1080/00102200500325322.
- [41] Musgrove, G., Ridens, B., und Brun, K. "Physical properties.". Fundamentals and applications of supercritical carbon dioxide (sCO2) based power cycles. Woodhead Publishing, Oxford (2017): pp. 23–40. DOI 10.1016/B978-0-08-100804-1.00002-5.
- [42] Bellan, Josette. "Theory, Modeling and Analysis of Turbulent Supercritical Mixing." *Combustion Science and Technology* Vol. 178 1-3 (2006): pp. 253–281. DOI 10.1080/00102200500292241.
- [43] Banuti, D. T., Raju, M., und Ihme, M. "Between supercritical liquids and gases Reconciling dynamic and thermodynamic state transitions." *The Journal of Supercritical Fluids* Vol. 165 (2020): p. 104895. DOI 10.1016/j.supflu.2020.104895.
- [44] Ha, Min Young, Yoon, Tae Jun, Tlusty, Tsvi, Jho, Yongseok, und Lee, Won Bo.
  "Widom Delta of Supercritical Gas-Liquid Coexistence." *The journal of physical chemistry letters* Vol. 9 No. 7 (2018): pp. 1734–1738. DOI 10.1021/acs.jpclett.8b00430.
- [45] Imre, Attila R., Groniewsky, Axel, Györke, Gábor, Katona, Adrienn, und Velmovszki, Dávid. "Anomalous Properties of Some Fluids – with High Relevance in Energy Engineering – in Their Pseudo-critical (Widom) Region." *Periodica Polytechnica Chemical Engineering* Vol. 63 No. 2 (2019): pp. 276–285. DOI 10.3311/PPch.12905.
- [46] Ploetz, Elizabeth A. und Smith, Paul E. "Gas or Liquid? The Supercritical Behavior of Pure Fluids." *The journal of physical chemistry*. *B* Vol. 123 No. 30 (2019): pp. 6554–6563. DOI 10.1021/acs.jpcb.9b04058.

- [47] Khmelinskii, Igor und Woodcock, Leslie V. "Supercritical Fluid Gaseous and Liquid States: A Review of Experimental Results." *Entropy (Basel, Switzerland)* Vol. 22 No. 4 (2020). DOI 10.3390/e22040437.
- [48] Lemmon, E. W., Huber, M. L., und McLinden, M. O. NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP - Version 8.0. National Institute of Standards and Technology, Standard Reference Data Program, Gaithersburg (2007).
- [49] Span, Roland und Wagner, Wolfgang. "A New Equation of State for Carbon Dioxide Covering the Fluid Region from the Triple - Point Temperature to 1100 K at Pressures up to 800 MPa." *Journal of Physical and Chemical Reference Data* Vol. 25 No. 6 (1996): pp. 1509–1596. DOI 10.1063/1.555991.
- [50] Simeoni, G. G., Bryk, T., Gorelli, F. A., Krisch, M., Ruocco, G., Santoro, M., und Scopigno, T. "The Widom line as the crossover between liquid-like and gas-like behaviour in supercritical fluids." *Nature Physics* Vol. 6 No. 7 (2010): pp. 503–507. DOI 10.1038/NPHYS1683.
- [51] Yang, C., Brazhkin, V. V., Dove, M. T., und Trachenko, K. "Frenkel line and solubility maximum in supercritical fluids." *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics* Vol. 91 No. 1 (2015): p. 12112. DOI 10.1103/PhysRevE.91.012112.
- [52] Widom, B. "The critical point and scaling theory." *Physica* Vol. 73 No. 1 (1974): pp. 107–118. DOI 10.1016/0031-8914(74)90228-6.
- [53] Artemenko, Sergey, Krijgsman, Pieter, und Mazur, Victor. "The Widom line for supercritical fluids." *Journal of Molecular Liquids* Vol. 238 (2017): pp. 122–128. DOI 10.1016/j.molliq.2017.03.107.
- [54] Ruppeiner, G., Sahay, A., Sarkar, T., und Sengupta, G. "Thermodynamic geometry, phase transitions, and the Widom line." *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics* Vol. 86 5 Pt 1 (2012): p. 52103. DOI 10.1103/PhysRevE.86.052103.
- [55] Pipich, Vitaliy und Schwahn, Dietmar. "Densification of Supercritical Carbon Dioxide Accompanied by Droplet Formation When Passing the Widom Line." *Physical review letters* Vol. 120 No. 14 (2018): p. 145701. DOI 10.1103/PhysRevLett.120.145701.
- [56] Fomin, Yu D., Ryzhov, V. N., Tsiok, E. N., Brazhkin, V. V., und Trachenko, K. "Thermodynamics and Widom lines in supercritical carbon dioxide." (2014). URL http://arxiv.org/pdf/1411.6849v1.
- [57] De Jesús, E. N., Torres-Arenas, J., und Benavides, A. L. "Widom line of real substances." *Journal of Molecular Liquids* Vol. 322 (2021): p. 114529. DOI 10.1016/j.molliq.2020.114529.

- [58] Proctor, John Edward. *The liquid and supercritical fluid states of matter*. CRC Press, Boca Raton (2021). ISBN: 9780429491443.
- [59] Brazhkin, V. V., Fomin, Yu D., Lyapin, A. G., Ryzhov, V. N., und Trachenko, K.
  "Two liquid states of matter: a dynamic line on a phase diagram." *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics* Vol. 85 3 Pt 1 (2012): p. 31203. DOI 10.1103/PhysRevE.85.031203.
- [60] Bolmatov, Dima, Brazhkin, V. V., und Trachenko, K. "Thermodynamic behaviour of supercritical matter." *Nature communications* Vol. 4 (2013): p. 2331. DOI 10.1038/ncomms3331.
- [61] Fomin, Yu D., Ryzhov, V. N., Tsiok, E. N., und Brazhkin, V. V. "Thermodynamic properties of supercritical carbon dioxide: Widom and Frenkel lines." *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics* Vol. 91 No. 2 (2015): p. 22111. DOI 10.1103/PhysRevE.91.022111.
- [62] Hacks, Alexander, Vojacek, Ales, Dohmen, Hans Josef, und Brillert, Dieter.
   "Experimental investigation of the sCO2-HeRo compressor.". 2nd European sCO2 Conference: pp. 50–59. Essen, Germany, 30.-31. August 2018. DOI 10.17185/duepublico/46088.
- [63] Sarkar, Jahar. "Review and future trends of supercritical CO2 Rankine cycle for lowgrade heat conversion." *Renewable and Sustainable Energy Reviews* Vol. 48 (2015): pp. 434–451. DOI 10.1016/j.rser.2015.04.039.
- [64] Cha, Jae-Eun, Lee, Tae-Ho, Eoh, Jae-Hyuk, Seong, Sung-Hwan, Kim, Seong-O, Kim, Dong-Eok, Kim, Moo-Hwan, Kim, Tae-Woo, und Suh, Kyun-Yul. "Development of a Supercritical CO2 Brayton Energy Conversion System Coupled with a Sodium Cooled Fast Reactor." *Nuclear Engineering and Technology* Vol. 41 No. 8 (2009): pp. 1025–1044. DOI 10.5516/NET.2009.41.8.1025.
- [65] Yu, Hwanyeal, Hartanto, Donny, Moon, Jangsik, und Kim, Yonghee. "A Conceptual Study of a Supercritical CO2-Cooled Micro Modular Reactor." *Energies* Vol. 8 No. 12 (2015): pp. 13938–13952. DOI 10.3390/en81212405.
- [66] Gampe, Uwe, Henoch, Jasmin, Gerbeth, Gunter, Hannemann, Frank, Rath, Sebastian, Hampel, Uwe, und Glos, Stefan. "Concept and preliminary design of a 600 °C+ sCO2 test facility.". 2nd European sCO2 Conference. Essen, Germany, 30.-31. August 2018. DOI 10.17185/duepublico/46084.
- [67] Moore, Jeff, Brun, Klaus, Evans, Neal, und Kalra, Chiranjeev. "Development of 1 MWe Supercritical CO2 Test Loop.". ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition. Montreal, Quebec, Canada, 15.-19. Juni 2015. DOI 10.1115/GT2015-43771.
- [68] Lariviere, Brian, Marion, John, Macadam, Scott, McDowell, Michael, Lesemann, Markus, McClung, Aaron, und Mortzheim, Jason. "sCO2 power cycle development

and STEP Demo pilot project.". *4th European sCO2 Conference for Energy Systems*: pp. 352–362. Online, 23.-24. März 2021.

- [69] Marchionni, Matteo, Saravi, Samira Sayad, Bianchi, Giuseppe, und Tassou, Savvas A. "Modelling and performance analysis of a supercritical CO2 system for high temperature industrial heat to power conversion at off-design conditions.". 3rd European Conference on Supercritical CO2 (sCO2) Power Systems 2019: pp. 281–289. Paris, France, 19.-20. September 2019. DOI 10.17185/duepublico/48908.
- [70] Liu, Liuchen, Yang, Qiguo, und Cui, Guomin. "Supercritical Carbon Dioxide(s-CO2) Power Cycle for Waste Heat Recovery: A Review from Thermodynamic Perspective." *Processes* Vol. 8 No. 11 (2020): p. 1461. DOI 10.3390/pr8111461.
- [71] Soliman, Hady, Þórsson, Björn, Trevisan, Silvia, und Guédez, Rafael. "Utilizing Industrial Waste Heat for Power Generation Using sCO2 Cycles.". 4th European sCO2 Conference for Energy Systems: pp. 322–332. Online, 23.-24. März 2021. DOI 10.17185/duepublico/73976.
- [72] Held, Timothy J. "Initial Test Results of a Megawatt-Class Supercritical CO2 Heat Engine.". *The 4th International Symposium Supercritical CO2 Power Cycles*. Pittsburgh, Pennsylvania, USA, 9.-10. September 2014.
- [73] CO2OLHEAT. "Supercritical CO2 power cycles demonstration in Operational environment Locally valorising industrial Waste Heat.", 2021. URL https://cordis.europa.eu/project/id/101022831. [29.07.2021].
- [74] Roberts, David. "That natural gas power plant with no carbon emissions or air pollution? It works.: The carbon-capture game is about to change.", 2018. URL https://www.vox.com/energy-and-environment/2018/6/1/17416444/net-powernatural-gas-carbon-air-pollution-allam-cycle. [29.07.2021].
- [75] Starflinger, Jörg, Brillert, Dieter, Frybort Otakar, Hajek, Petr, Hennink, Aldo, und Freutel, Thomas. "Raising Nuclear Reactor Safety to a Higher Level - The Supercritical CO2 Heat Removal System - "sCO2-HeRo".". 26th International Conference Nuclear Energy for New Europe. Bled, Slovenia, September 11-14, 2017.
- [76] Sienicki, James J., Moisseytsev, Anton, Fuller, Robert L., Wright, Steven. A., und Pickard, Paul S. "Scale Dependencies of Supercritical Carbon Dioxide Brayton Cycle Scale Dependencies of Supercritical Carbon Dioxide Brayton Cycle Technologies and the Optimal Size for a Next-Step Supercritical CO2 Cycle Demonstration.". *Supercritical CO2 Power Cycle Symposium*. Boulder, Colorado, USA, 24.-25. Mai 2011.
- [77] Bundesamt für Strahlenschutz. "Die Katastrophe im Kernkraftwerk Fukushima nach dem Seebeben vom 11. März 2011: Beschreibung und Bewertung von Ablauf und Ursachen.", 2012. URL http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0221-201203027611.
   [30.07.2021].

- [78] Hacks, Alexander J., Freutel, Thomas, Strätz, Marcel, Vojacek, Ales, Hecker, Frieder, Starflinger, Jörg, und Brillert, Dieter. "Operational experiences and design of the sCO2-HeRo loop.". 3rd European Conference on Supercritical CO2 (sCO2) Power Systems 2019: pp. 125–137. Paris, France, 19.-20. September 2019. DOI 10.17185/duepublico/48906.
- [79] Hacks, Alexander, Schuster, Sebastian, Dohmen, Hans Josef, Benra, Friedrich-Karl, und Brillert, Dieter. "Turbomachine Design for Supercritical Carbon Dioxide Within the sCO2-HeRo.eu Project." *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* Vol. 140 No. 12 (2018). DOI 10.1115/1.4040861.
- [80] Bohl, Willi und Elmendorf, Wolfgang. Strömungsmaschinen: 1: Aufbau und Wirkungsweise. Vogel Buchverlag, Würzburg (2013). ISBN: 978-3-8343-3288-2.
- [81] Conboy, Thomas, Wright, Steven, Pasch, James, Fleming, Darryn, Rochau, Gary, und Fuller, Robert. "Performance Characteristics of an Operating Supercritical CO2 Brayton Cycle." *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* Vol. 134 No. 11 (2012). DOI 10.1115/1.4007199.
- [82] Hacks, Alexander Johannes, Schuster, Sebastian, und Brillert, Dieter. "Stabilizing Effects of Supercritical CO2 Fluid Properties on Compressor Operation<sup>†</sup>." *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power* Vol. 4 No. 3 (2019): p. 20. DOI 10.3390/ijtpp4030020.
- [83] Hacks, Alexander J., Schuster, Sebastian, und Brillert, Dieter. "Impact of volumetric system design on compressor inlet conditions in supercritical CO<sub>2</sub> cycles." *Journal of the Global Power and Propulsion Society* Vol. 5 (2021): pp. 104–110. DOI 10.33737/jgpps/140118.
- [84] Hacks, Alexander J., Abd El Hussein, Ihab, Ren, Haikun, Schuster, Sebastian, und Brillert, Dieter. "Experimental Data of Supercritical Carbon Dioxide (sCO2) Compressor At Various Fluid States." *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* (2021). DOI 10.1115/1.4052954.
- [85] Eckert, Bruno und Schnell, Erwin. Axial- und Radialkompressoren. Springer, Berlin (1980). ISBN: 3-540-02646-0.
- [86] Bohl, Willi. Strömungsmaschinen 2: Berechnung und Konstruktion. Vogel, Würzburg (2013). ISBN: 978-3-8343-3293-6.
- [87] Lüdtke, Klaus H. Process centrifugal compressors: Basics, function, operation, design, application. Springer, Berlin (2004). ISBN: 3-540-40427-9.
- [88] Stodola, A. Dampf- und Gasturbinen: Mit Einem Anhang über die Aussichten der Wärmekraftmaschinen. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, s.l. (1924). ISBN: 978-3-642-50544-7.

- [89] Traupel, Walter. Thermische Turbomaschinen: Geänderte Betriebsbedingungen, Regelung, Mechanische Probleme, Temperaturprobleme. Springer, Berlin (2001). ISBN: 3-540-67377-6.
- [90] Watson, N. und Janota, M. S. *Turbocharging the Internal Combustion Engine*. Macmillan Education UK, London (1982). ISBN: 978-1-349-04026-1.
- [91] Schuster, Sebastian, Markides, Christos N., und White, Alexander J. "Design and offdesign optimisation of an organic Rankine cycle (ORC) system with an integrated radial turbine model." *Applied Thermal Engineering* Vol. 174 (2020): p. 115192. DOI 10.1016/j.applthermaleng.2020.115192.

# Anhang A Verdichter- und Turbinenmodell – Gleichungen für das Massenstromverhältnis

Gleichungen (54) bis (57) geben die Gleichungen des Verdichtermodells zur Berechnung des Massenstroms bzw. der Änderung des Massenstroms wieder. Gleichung (58) hingegen zeigt das Massenstromverhältnis des Turbinenmodells. Der Betriebspunkt des Kreislaufes wird durch das Gleichsetzten von Gleichung (56) und (57) mit (58) bestimmt, indem iterativ nach dem Druckverhältnis  $\Pi$  gelöst wird. Die Definitionen der Variablen  $k_1$  bis  $k_5$  sind in Kapitel 4.2.2 aufgeführt.

$$\varphi_2 \le \varphi_{2_N} \to \quad \dot{m} = \frac{[k_5 + 4] + \sqrt{[k_5 + 4]^2 + 4[-k_4 + 2]\frac{k_3}{k_1}(\Pi - 1)}}{2k_2[-k_4 + 2]} \tag{54}$$

$$\varphi_2 \ge \varphi_{2_N} \to \quad \dot{m} = -\frac{k_5 + \sqrt{k_5^2 - 4k_4 \left[\frac{k_3}{k_1}(\Pi - 1) + 2\right]}}{2k_2 k_4} \tag{55}$$

$$\varphi_{2} \leq \varphi_{2_{N}} \rightarrow \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{0}} = \frac{\rho_{1}\omega}{\rho_{1_{0}}\omega_{0}} \frac{\frac{[k_{5}+4] + \sqrt{[k_{5}+4]^{2} + 4[-k_{4}+2]\frac{k_{3}}{k_{1}}(\Pi-1)}}{[-k_{4}+2]}}{\frac{[k_{5}+4] + \sqrt{[k_{5}+4]^{2} + 4[-k_{4}+2]\frac{k_{3}}{k_{1_{0}}}(\Pi-1)}}{[-k_{4}+2]}}$$
(56)

$$\varphi_{2} \ge \varphi_{2_{N}} \rightarrow \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{0}} = \frac{\rho_{1}\omega}{\rho_{1_{0}}\omega_{0}} \frac{k_{5} + \sqrt{k_{5}^{2} - 4k_{4}\left[\frac{k_{3}}{k_{1}}(\Pi - 1) + 2\right]}}{k_{5} + \sqrt{k_{5}^{2} - 4k_{4}\left[\frac{k_{3}}{k_{1_{0}}}(\Pi - 1) + 2\right]}}$$
(57)

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{0}} = \frac{\omega}{\omega_{0}} \frac{\frac{\rho_{3}}{\rho_{30}} \left[ \left( \frac{\Pi_{0}^{-1/n_{0}}}{\Pi^{-1/n}} \right) + 1 \right]}{2} \left( \sqrt{\frac{D_{4}^{4}}{D_{LA}^{4}}} \left( \frac{\left( \frac{\Pi^{-1/n}}{\Pi_{0}^{-1/n_{0}}} \right) + 1}{2} \right)^{2} + 2 \frac{D_{4}^{2}}{D_{LA}^{2}} + 2 \frac{\omega_{0}^{2} \frac{n}{n-1} T_{3} \left( \left( \frac{1}{\Pi} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)}{\omega^{2} \frac{n_{0}}{n_{0}-1} T_{3}} \left( \left( \frac{1}{\Pi_{0}} \right)^{\frac{n_{0}-1}{n}} - 1 \right) - 1 - \frac{D_{4}^{2}}{D_{LA}^{2}} \left( \frac{\Pi^{-1/n}}{\Pi_{0}^{-1/n_{0}}} \right) + 1 \right)$$
(58)

# Anhang B Sensitivitätsstudie – Steigung der Kennlinien

Die Steigung der Kennlinien bestimmt die Sensitivität des Betriebspunktes des Kreislaufes auf z.B. Veränderungen in den Eintrittsbedingungen des Verdichters. Sie kann mithilfe der 1. Ableitung der Gleichungen der Kennlinien berechnet werden. Für den Verdichter wird die Kennlinie im Bereich von  $\varphi_2 \leq \varphi_{20}$  mithilfe von Gleichung (22) berechnet und für größere Durchflusskenngrößen mit Gleichung (23). So wird auch die Steigung für beide Bereiche von  $\varphi_2$  mit Gleichungen (59) und (60) separat bestimmt.

$$\varphi_{2} \leq \varphi_{2_{0}}: \quad \frac{\partial \Psi_{y}}{\partial \varphi_{2}} = \frac{\frac{4}{\varphi_{2_{0}}} \left(\frac{\varphi_{2}}{\varphi_{2_{0}}} - 1\right) - 2\cot(\beta_{2})}{\frac{\pi \sin(\beta_{2})}{2Z_{R} \left(\frac{D_{1}}{D_{2}} - 1\right)} - 1} - \frac{2\varphi_{2}}{\varphi_{2_{0}}^{2}} \left[2,630 \frac{\varphi_{2_{0}}^{6}}{\left(\frac{D_{1}}{D_{2}}\right)^{4}} - \frac{0,125\varphi_{2_{0}}\cot(\beta_{2}) + 0,125}{\frac{\pi \sin(\beta_{2})}{2Z_{R} \left(\frac{D_{1}}{D_{2}} - 1\right)} - 1} + \frac{8,44 * 10^{-4}}{\varphi_{2_{0}}^{3}} + 0,2\left(\frac{D_{1}}{D_{2}}\right)^{2}\right]$$
(59)

$$\varphi_{2} > \varphi_{2_{0}}: \quad \frac{\partial \Psi_{y}}{\partial \varphi_{2}} = \frac{-2 \cot(\beta_{2})}{\frac{\pi \sin(\beta_{2})}{2Z_{R}\left(\frac{D_{1}}{D_{2}}-1\right)} - 1} - \frac{2\varphi_{2}}{\varphi_{2_{0}}^{2}} \left[ 2,630 \frac{\varphi_{2_{0}}^{6}}{\left(\frac{D_{1}}{D_{2}}\right)^{4}} - \frac{0,125\varphi_{2_{0}}\cot(\beta_{2}) + 0,125}{\frac{\pi \sin(\beta_{2})}{2Z_{R}\left(\frac{D_{1}}{D_{2}}-1\right)} - 1} + \frac{8,44 * 10^{-4}}{\varphi_{2_{0}}^{3}} + 0,2\left(\frac{D_{1}}{D_{2}}\right)^{2} \right]$$
(60)

