

Universität Duisburg-Essen
Institut für Deutsch als Zweit- und Fremdsprache

**Die Sprache der Zahlenmauern –
Prozessbezogene Kompetenzen im Bereich
„Argumentieren“ im Mathematikunterricht der
Grundschule**

Inaugural-Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Philosophie (Dr. phil.)

der Fakultät für Geisteswissenschaften der Universität Duisburg-Essen

vorgelegt von

Ingrid Weis

aus Witten

Gutachterin/Betreuerin: Prof. Dr. Katja Cantone-Altıntaş,

Universität Duisburg-Essen

Zweitgutachterin: Prof. Dr. Constanze Niederhaus,

Universität Paderborn

Tag der mündlichen Prüfung: 20.01.2023

Essen, im Juni 2022

DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Offen im Denken

ub | universitäts
bibliothek

Diese Dissertation wird via DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt und liegt auch als Print-Version vor.

DOI: 10.17185/duepublico/78869

URN: urn:nbn:de:hbz:465-20230926-064753-3

Alle Rechte vorbehalten.

Dank

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die mich bei dem Verfassen dieser Dissertation begleitet und unterstützt haben.

Meinen beiden Betreuerinnen Frau *Prof. Dr. Katja Cantone-Altıntaş* und Frau *Prof. Dr. Constanze Niederhaus* gebührt ein besonderer Dank für die sehr gute Betreuung der Arbeit. Beide standen immer für Fragen zur Verfügung, hatten ein offenes Ohr für meine Anliegen und motivierten mich durch konstruktive Anmerkungen zur Weiterarbeit.

Die Diskussionen mit den *Kolleginnen und Kollegen* aus dem Projekt ProDaZ und dem Fachbereich Deutsch als Zweit- und Fremdsprache der Universität Duisburg-Essen waren mir eine große Hilfe. Euer Schwung hat sich auf mich übertragen. An dieser Stelle gilt mein besonderer Dank Frau *Dr. Claudia Benholz (†)*.

Die interessanten und anregenden Diskussionen im Forschungskolloquium waren sehr hilfreich für mich. Euch allen dafür mein herzliches Dankeschön. Bei *Claudia Scochi* bedanke ich mich für die Bereitschaft zum Korrekturlesen und die vielen ermutigenden Gespräche.

Bedanken möchte ich bei meiner *Familie*, besonders bei meinem Mann *Arnold* und meiner Tochter *Swantje*, die durch zahlreiche kritische und konstruktive Anmerkungen zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Ohne das Engagement der *Schülerinnen und Schüler* und ihrer *Lehrkräfte*, die an der Unterrichtsstudie mitgewirkt haben, wäre es mir nicht möglich gewesen, diese Dissertation zu verfassen. Ihnen gilt mein besonderer Dank.

Darüber hinaus denke ich an alle die *Schülerinnen und Schülern*, die ich unterrichten durfte. Eure Rückmeldungen, Fragen und Reaktionen haben dazu beigetragen, dass ich mich mit Themen der Schul- und Unterrichtsentwicklung intensiver beschäftigt habe.

Vorwort

„Wenn Du ein Schiff bauen willst, dann trommle nicht Männer zusammen, um Holz zu beschaffen, Aufgaben zu vergeben und die Arbeit einzuteilen, sondern lehre die Männer die Sehnsucht nach dem weiten, endlosen Meer.“

nach Antoine de Saint-Exupéry

Diesem Spruch, angelehnt an ein Zitat aus dem Buch „Die Stadt in der Wüste“ („Citadelle“) (Saint-Exupéry 1989, 182) bin ich oft begegnet, wenn Diskussionen um interessanten, schülerorientierten und erfolgreichen Unterricht geführt wurden. Zwar wird mit dem Zitat hauptsächlich die Frage angesprochen, wann und wie ein Mensch motiviert werden könnte oder sollte, sich auf neue und spannende Dinge einzulassen. Dennoch habe ich damit während meiner beruflichen Tätigkeit als Lehrerin und Schulleiterin auch immer die Frage nach der Verantwortung der Lehrenden für die Lernenden in Verbindung gebracht – der Verantwortung für die Sicherheit der Reisenden, wenn diese das weite, endlose Meer kennenlernen möchten, dazu sichere Schiffe bauen müssen und Navigationskenntnisse brauchen. Was passiert, wenn diese Voraussetzungen nicht oder nur unzureichend vorhanden sind? Was passiert, wenn die Sehnsucht nach dem Meer nicht dazu führt, die Voraussetzungen zu schaffen und die nötigen Kenntnisse zu erwerben?

In den langen Jahren meiner beruflichen Tätigkeit als Lehrerin konnte ich oft beobachten, dass Schülerinnen und Schüler entmutigt wurden, weil der Unterricht sie vor Situationen stellte, die sie nicht bewältigen konnten. Der Unterricht befähigte sie nicht, grundlegende Kompetenzen zu erwerben. Diese Schülerinnen und Schüler verzagten – wenn sie ans endlose Meer dachten, empfanden sie keine Sehnsucht, sondern Angst, zu versagen. Der Traum, das Meer zu entdecken, wurde für sie zu einem Alptraum.

Was muss und kann Schule, was müssen und können Lehrkräfte tun, um sowohl die Lernenden zum Träumen anzuregen als auch die Voraussetzungen zu schaffen, die Träume zu verwirklichen? Wie können sie die Sehnsucht nach dem Meer wecken und gleichzeitig die nötigen Kenntnisse von Schiffbau und Navigation vermitteln? Diese Fragen beschäftigen mich bis heute, auf der Suche nach Antworten habe ich mich entschlossen, diese Arbeit zu schreiben.

Inhalt

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS	10
1. EINLEITUNG	12
2. DER KOMPETENZBEGRIFF	20
2.1 Kompetenzdiskurs	20
2.2 Der Paradigmenwechsel in der Schulpolitik	22
2.3 Bildungsstandards und Lehrpläne	23
2.4 Bildungsstandards für das Fach Mathematik	24
2.5 Kompetenzmodell für das Fach Mathematik	26
2.6 Zusammenschau	26
3. DER ARGUMENTATIONSBEGRIFF	28
3.1 Argumentationstheorien	28
3.2 Der Argumentationsbegriff in der Linguistik	31
3.2.1 Die Textsorte <i>Argumentieren</i>	32
3.2.2 Die Sprachhandlung Argumentieren	33
3.3 Der Argumentationsbegriff im Fach Mathematik	36
3.3.1 Der Argumentationsbegriff in Bildungsstandards und Lehrplänen	37
3.3.2 Der Argumentationsbegriff in Schulleistungsstudien	38
3.3.3 Der Argumentationsbegriff im fachdidaktischen Diskurs	40
3.4 Zusammenschau	45
4. KOMPETENZEN IM FACH MATHEMATIK	47
4.1 Sprachliche Kompetenzen	47

4.1.1 Funktionen von Sprache	47
4.1.2 Sprache als Lerngegenstand, Lernmedium und Lernhürde	50
4.1.3 Das Repertoire fach- und bildungssprachlicher Kompetenzen im Fach Mathematik	53
4.2 Exkurs Mehrsprachigkeit und Zuwanderungsgeschichte	55
4.3 Empirische Befunde	57
4.3.1 Ergebnisse von Schulleistungsstudien und Vergleichsarbeiten	57
4.3.2 Disparitäten	59
4.3.3 Ergebnisse empirischer Studien zum Zusammenhang mathematischer und sprachlicher Kompetenzen	61
4.4 Argumentationskompetenzen	63
4.4.1 Geforderte Kompetenzen	63
4.4.2 Erforderliche Kompetenzen	64
4.4.3 Erreichte Kompetenzen	66
4.5 Zusammenschau	69
5. KOMPETENZORIENTIERTER MATHEMATIKUNTERRICHT	72
5.1 Grundideen	72
5.2 Substanzielle Lernumgebungen	75
5.3 Das Übungsformat Zahlenmauer	75
5.3.1 Aufbau einer Zahlenmauer	75
5.3.2 Fachliche und sprachliche Anforderungen beim Bearbeiten von Zahlenmauern	77
5.4 Zusammenschau	78
6. SPRACHBEWUSSTER FACHUNTERRICHT	80
6.1 Methodisch -didaktische Konzeptionen	80
6.2 Konzeptionen zur Förderung der Argumentationsfähigkeit	82

6.3 Grundsätze zur Erarbeitung einer Konzeption zur Förderung von Argumentationskompetenzen im sprachsensiblen Mathematikunterricht	84
6.4 Zusammenschau	86
7. FORSCHUNGSFRAGEN UND HYPOTHESEN	88
7.1 Prä-Postdesign	89
7.2 Lehrkräfte	93
7.3 Schulbücher	94
8. FORSCHUNGSDESIGN	96
8.1 Triangulation	96
8.2 Mixed-Methods-Design der Studie	97
9. METHODEN DER DATENERHEBUNG UND DATENAUSWERTUNG	100
9.1 Prä-Post-Design	100
9.1.1 Erhebungsinstrumente	100
9.1.2 Beschreibung der Stichprobe	104
9.1.3 Durchführung der Untersuchung	107
9.1.4 Datenanalyse	111
9.1.5 Auswertung der Daten	114
9.2 Lehrkräfteinterviews	118
9.2.1 Entstehungssituation	118
9.2.2 Interviewleitfaden	119
9.2.3 Analysetechnik	120
9.2.4 Kategoriensystem	121
9.2.5 Datenanalyse	122
9.3 Schulbuchanalyse	125

9.3.1 Das Unterrichtsmedium Schulbuch	125
9.3.2 Auswahl des Materials	127
9.3.3 Datenanalyse	127
9.4 Gütekriterien	129
10. ERGEBNISSE	132
10.1. Auswertung Pre-Post-Design	132
10.1.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen	133
10.1.2 Allgemeine sprachliche Kompetenzen	134
10.1.3 Aufgabenspezifische mathematische und fachsprachliche Kompetenzen zu Beginn der Unterrichtsreihe	137
10.1.3.1 Deskriptive Analyse mathematischer und fachsprachlicher Kompetenzen zu Beginn der Unterrichtsreihe	137
10.1.3.2 Interferenzstatistische Analyse mathematischer und sprachlicher Kompetenzen zu Beginn der Unterrichtsreihe	141
10.1.4 Lernergebnisse mit und ohne sprachliche Unterstützung	144
10.1.4.1 Deskriptive Analyse der Lernergebnisse mit und ohne sprachliche Unterstützung	145
10.1.4.2 Interferenzstatistische Analyse der Lernergebnisse mit und ohne sprachliche Unterstützung	158
10.1.5 Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler	160
10.1.6 Zusammenschau	168
10.2 Ergebnisse der Lehrkräfteinterviews	168
10.2.1 Ausgangslage	168
10.2.2 Unterricht	170
10.2.3 Zusammenschau	173
10.3 Ergebnisse Schulbuchanalyse	174
10.3.1 Welt der Zahl	174
10.3.2 Flex und Floh	177
10.3.3 Zahlenbuch	180
10.3.4 Denken und Rechnen	184

10.3.5 Zusammenschau	186
11. ZUSAMMENSCHAU DER ERGEBNISSE	188
11.1 Methodologische Vorbemerkungen	188
11.2 Die prozessbezogene Kompetenz Argumentieren	189
11.3 Das Zusammenspiel von inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen	190
11.4 Kompetenzerwerb und Unterrichtskonzeption	193
11.5 Kompetenzen ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler	195
12. BEANTWORTUNG DER FORSCHUNGSFRAGEN UND ÜBERPRÜFUNG DER HYPOTHESEN	198
13. FAZIT	208
13.1 Zusammenfassung	208
13.2 Diskussion der Ergebnisse	210
13.3 Methodenkritik und Grenzen der Studie	214
13.4 Ausblick	217
LITERATURVERZEICHNIS	223
TABELLENVERZEICHNIS	237
ABBILDUNGSVERZEICHNIS	240
ANLAGEN	241
EIGENSTÄNDIGKEITSERKLÄRUNG	269

Abkürzungsverzeichnis

Abschn.	Abschnitt
EXMARaIDA	System für das computergestützte Arbeiten mit (vor allem) mündlichen Korpora
FÖRMIG	Projekt Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Migrationshintergrund
GS	Grundschule
IEA	International Association for the Evaluation of Educational Achievement
IGLU	Internationale Grundschul-Lese-Untersuchung
IQB	Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen
Kap.	Kapitel
Kl.	Klasse
KMK	Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland
KS	Kompetenzstufe
LaMa	Projekt Language and Mathematics
LK	Lehrkraft
LP	Lehrplan
NRW	Nordrhein-Westfalen
MSW	Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen
OECD	Organisation for Economic Cooperation and Development
PISA	Programme for International Student Assessment
QUA-LIS NRW	Qualitäts- und Unterstützungsagentur – Landesinstitut NRW

SEK I	Sekundarstufe I
SEK II	Sekundarstufe II
SOKKE	Längsschnittstudie: Sozialisation und Akkulturation in Erfahrungsräumen von Kindern mit Migrations- hintergrund
SPREEG	Spracherhebung Essener Grundschulen 2002
SUS	Schülerinnen und Schüler
TIMMS	Trends in International Mathematics and Science
VERA	Vergleichsarbeiten in der Schule
ZP 10	Zentrale Prüfungen am Ende der Klasse 10

1. Einleitung

1997 vereinbarte die Kultusministerkonferenz der Bundesländer durch den sogenannten Konstanzer Beschluss Maßnahmen eine Neuausrichtung der Bildungspolitik (KMK 1997). Die Konferenz beschloss die Beteiligung an internationalen und nationalen Vergleichsuntersuchungen, um auf deren Grundlage Befunde und Hinweise bezüglich Stärken und Schwächen der Schülerinnen und Schüler in zentralen Kompetenzbereichen zu erhalten. Die Vergleichsstudien sollten vorrangig die von den Schülerinnen und Schüler erreichten Kompetenzen untersuchen. Die erste dann in Deutschland durchgeführte internationale Schulleistungsstudie, die PISA-Studie 2000, zeigte nicht die erwünschten und erhofften Ergebnisse (Baumert et al. 2001). Der Begriff „PISA-Schock“ prägte die Diskussion. Die Kultusministerkonferenz einigte sich daraufhin, grundlegende Reformen in Angriff zu nehmen und legte „einen besonderen Schwerpunkt ihrer Arbeit auf die Entwicklung und Einführung von bundesweiten geltenden Bildungsstandards.“ (KMK 2005a, 5) Die Bildungsstandards und ihre Konkretisierung durch die Richtlinien und Lehrpläne der einzelnen Bundesländer beschreiben Kompetenzen, die zu bestimmten Zeitpunkten verbindlich erreicht werden sollen. 2003 wurden diese bundesweit für die Fächer Deutsch, Mathematik und Erste Fremdsprache für den Schulabschluss nach Jahrgangsstufe 10 beschlossen. 2004 folgte die Verabschiedung der Bildungsstandards für die Primarstufe für die Fächer Deutsch und Mathematik (ebd.) Die einzelnen Bundesländer verpflichteten sich, ihre Richtlinien und Lehrpläne auf der Grundlage der Konzeption der Bildungsstandards zu überarbeiten. Die neuen Lehrpläne traten 2008 in NRW (MSW 2008) und 2014 (Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung 2014) in

Bayern in Kraft.¹ Eine Neuerung für das Fach Mathematik besteht darin, dass zu dem bereits bestehenden inhaltsbezogenen Bereich die allgemeinen mathematischen Kompetenzen² als gleichwertige Säule aufgenommen wurden. Nach Inkrafttreten der Richtlinien und Lehrpläne zeigten die internationalen und nationalen Vergleichsstudien (PISA 2018, TIMMS 2007, 2011, 2015; IQB-Ländervergleich der IGLU-Studie 2001), sowie die von den Schulen verbindlich durchzuführenden Vergleichsarbeiten VERA (QUALISNRW 2019) für viele Bereiche keine grundlegenden Verbesserungen.

Diese Ergebnisse stimmen mit meinen eigenen unterrichtlichen Erfahrungen überein und waren Anstoß für weitere Überlegungen. Die Motivation für diese Arbeit gründet sich auf meinen Beobachtungen, dass es im Fach Mathematik vielen Schülerinnen und Schüler nicht gelang, die Anforderungen des kompetenzorientierten Unterrichts, insbesondere die für den Bereich der Argumentationskompetenz, die hohe sprachliche und kognitive Anforderung verlangt, zu erfüllen. Der Zusammenhang zwischen den sprachlichen und fachlichen Anforderungen ist für diesen Bereich des Mathematikunterrichts kaum erforscht. Die Befunde einiger weniger Studien deuten darauf hin, dass Argumentationskompetenzen, besonders bei Grundschulkindern, kaum vorhanden sind (Fetzer 2011, Bezold 2009, Neumann/Beier/Ruwisch 2014, Nagel/Reiss 2016). Dagegen konnte der Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen im Allgemeinen durch zahlreiche Studien nachgewiesen werden (Schlager 2019, Bochnik/Ufer 2017, Gürsoy 2016, Wilhelm 2016, Prediger et al. 2015, Paetsch et

¹ Die empirische Studie dieser Arbeit wurde in NRW und in Bayern durchgeführt. Daher werden die Lehrpläne dieser beiden Bundesländer betrachtet.

² Der Bereich der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, die auch als prozessbezogene Kompetenzen bezeichnet werden, umfasst die Bereiche Argumentieren, Problemlösen, Kommunizieren, Modellieren und das Darstellen von Mathematik.

al. 2015, Leutner/Klieme/ Meyer/Wirth 2004, Heinze/Herwartz-Emden/Reiss 2007). Mit dieser Arbeit wird versucht, die Forschungslücke zu schließen. Am Beispiel des Übungsformats Zahlenmauern soll systematisches Wissen darüber erlangt werden, von welchen allgemeinen mathematischen und sprachlichen Lernvoraussetzungen bezüglich der Argumentationskompetenz bei ein- und mehrsprachigen Lernern auszugehen ist und ob eine unterrichtliche Unterstützung des sprachlichen Repertoires in Form von Scaffolds (Kniffka 2012, Gibbons 2010) sowohl fachliche als auch sprachliche Leistungen beeinflusst. Die Arbeit ist interdisziplinär und multiperspektivisch konzipiert. Sie stellt dar, welche Hinweise die Forschungen der Bildungswissenschaft, Linguistik, Mehrsprachigkeitsforschung und Mathematikdidaktik auf die Entwicklung der mathematischen Argumentationskompetenz geben.

Die übergeordnete Forschungsfragen lauten:

Inwiefern hängt der Lernerfolg beim mathematischen Lernen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* und der inhaltsbezogenen *Kompetenzen im Bereich Zahlen und Operationen im Mathematikunterricht der Grundschule von sprachlichen Fähigkeiten ab?*

Inwiefern kann der Lernerfolg durch sprachliche Hilfestellungen gefördert werden?

Grundlegende Bedeutung für diese Arbeit hat die theoretische Auseinandersetzung mit den Begriffen 'Kompetenz' und 'Argumentationskompetenz'. Das zweite Kapitel beschreibt, welche vielschichtigen Bedeutungen der Kompetenzbegriff hat und welche Rolle er im schulischen Diskurs spielt – insbesondere für den bildungspolitischen Paradigmenwechsel, den der Konstanzer Beschluss der KMK (KMK 1997) eingeleitet hat. Dazu wird erläutert, welche Ziele und Erwartungen die

Bildungspolitik durch die Einführung kompetenzorientierter Bildungsstandards und Lehrpläne für das Fach Mathematik damit verbunden hat und welche Anforderungsbereiche³ für das Fach Mathematik definiert wurden. Um die Fragestellung der Arbeit beantworten zu können, werden die dort beschriebenen und somit verbindlich geforderten Kompetenzen, insbesondere die der Argumentationskompetenz, betrachtet.

Im dritten Kapitel folgt die theoretische Auseinandersetzung mit dem Argumentationsbegriff aus bildungswissenschaftlicher, linguistischer und argumentationstheoretischer Sicht. Die Analyse wird komplettiert durch die Betrachtung der Interpretation des Begriffes in den neu konzipierten Bildungsstandards Mathematik (KMK 2005b) und der Mathematikdidaktik.

Im vierten Kapitel werden Forschungsergebnisse und Diskurse bezüglich der geforderten, erforderlichen⁴ und erreichten Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern im Fach Mathematik zusammengefasst. Das Kapitel betrachtet die Funktionen von Sprache und ihre Bedeutung für Lernprozesse sowie das im Mathematikunterricht erforderliche fach- und bildungssprachliche Repertoire. Die Anforderungen der Kompetenzbeschreibungen der Bildungsstandards bezüglich der erforderlichen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen für das Fach Mathematik, insbesondere die der prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren*,⁵ werden mit denen von Schülerinnen und Schülern erreichten Kompetenzen in Beziehung gesetzt. Es folgen die Analysen der Befunde von internationalen und nationalen Schulleistungstudien und na-

³ In den Schulleistungstudien werden die Anforderungsbereiche als Kompetenzstufenmodell bezeichnet.

⁴ Erforderliche Kompetenzen sind die Lernvoraussetzungen der SuS, die zur Bearbeitung einer Aufgabenstellung vorhanden sein müssen.

⁵ Die Bildungsstandards fordern ein Zusammenspiel von inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen. Zu den prozessbezogenen Kompetenzen gehören Argumentieren, Kommunizieren, Problemlösen, Modellieren und das Darstellen von Mathematik (KMK 2005b)

tionalen Vergleichsarbeiten zum Zusammenhang zwischen Sprachkompetenz und Mathematikleistung unter Berücksichtigung außerschulischer Einflussfaktoren wie Mehrsprachigkeit und sozialer Herkunft sowie die der Ergebnisse empirischer Forschung.

Als Reaktion auf die in den Bildungsstandards implementierte Kompetenzorientierung im Fach Mathematik haben sich neue didaktische Prinzipien durchgesetzt, die auf konstruktivistischen Lerntheorien basieren. Diese Prinzipien und die daraus abgeleiteten didaktischen Modelle wie substanzielle Lernumgebungen und Übungsformate wie das Übungsformat Zahlenmauern mit seinen mathematischen und sprachlichen Anforderungen, insbesondere die der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren*, werden im fünften Kapitel vorgestellt.

Parallel zu der Implementierung der Bildungsstandards und der veränderten Sichtweise der Mathematikdidaktik erforschen Erziehungswissenschaft, Linguistik und Mehrsprachigkeitsforschung den Zusammenhang zwischen sprachlichen und fachlichen Leistungen. Im sechsten Kapitel werden die daraus entstandenen Konzeptionen für einen sprachbewussten Fachunterricht⁶, der sprachliches und fachliches Lernen integriert, dargestellt. Diese Konzeptionen stehen zumindest teilweise im Widerspruch zu den Grundannahmen der aktuellen Mathematikdidaktik. Die Mathematikdidaktik geht davon aus, dass erfolgreiches Lernen im Wesentlichen vom eigenen aktiven Handeln der Lernenden abhängt. Die Konzeptionen des sprachbewussten Fachunterrichts nehmen dagegen an, dass Lehrkräfte äußere Impulse in Form von sprachlichen Hilfen in den Unterricht integrieren müssen.

⁶Diese Unterrichtskonzeptionen werden als Durchgängige Sprachbildung (Gogolin/Lange 2011), sprachsensibler (Butler/Goschler 2019; Leisen 2010), sprachbewusster (Tajmel/Hägi-Mead 2017), sprachbildender (Prediger 2020), sprachaufmerksamer Unterricht oder sprachintensiver (Kurz et al. 2015) Unterricht bezeichnet.

Das siebte Kapitel leitet Forschungsfragen und Hypothesen ab, die sich aus offenen Fragen und Widersprüchen zwischen den verschiedenen normativen Konzepten und den theoretischen und empirischen Forschungsergebnissen ergeben.

Mit dem achten Kapitel beginnt der empirische Teil der Arbeit. Hier werden das Forschungsdesign und die Methode der Datenerhebung und Datenauswertung begründet. Es wird ein aus drei Säulen bestehendes multiperspektivisches Design – Prä-Post-Design, Lehrkräfteinterviews, Schulbuchanalyse - gewählt, die gewonnenen Daten werden trianguliert. Für diese Studie werden Daten der sprachlichen und fachlichen Lernvoraussetzungen und zu Lernergebnissen ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler, die mit und ohne sprachliche Hilfen unterrichtet wurden, erhoben. Außerdem werden Interviews mit Lehrkräften ausgewertet und die Gestaltung von Schulbüchern untersucht.

Im neunten Kapitel werden die Forschungsmethoden im Einzelnen erläutert. Im Rahmen des Prä-Post-Designs wird die Lernausgangslage sowie der Kompetenzzuwachs von ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schülern für den Bereich *Zahlen und Operationen* (inhaltsbezogene Kompetenz) sowie für das *Argumentieren* (prozessbezogene Kompetenz) am Beispiel der Zahlenmauern ermittelt. Dabei werden Unterrichtsarrangements, die sprachliche Hilfen bereitstellen, verglichen mit denen, die auf die Bereitstellung sprachlicher Hilfen verzichten. Die Lernergebnisse werden dreifach durch getrennte Skalen geratet und sowohl deskriptiv als auch interferenzstatistisch ausgewertet. Die Einschätzung der Lehrkräfte zum Thema wird anhand von leitfadengestützten Interviews ermittelt und mit der Methode der Qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2015) ausgewertet. Bei der Schulbuchanalyse werden die Häufigkeit des Vorkommens des Übungsformats Zahlenmauern, die Art der Unterstützung für Schülerinnen und Schüler beim Lernen sowie Hinweise für Lehrkräfte zur Unterrichtsgestaltung

untersucht. Die Daten werden mit der Methode der Frequenzanalyse (Lamnek 2005, 501) ausgewertet.

Die Ergebnisse des Prä-Post-Designs, der Lehrkräfteinterviews und der Schulbuchforschung werden im zehnten Kapitel vorgestellt. Die Unterrichtsstudie stellt zunächst die allgemeinen und aufgabenspezifischen mathematischen und sprachlichen Vorkenntnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler dar. Auf dieser Grundlage vergleicht sie die Lernergebnisse der Schülergruppen, die mit und ohne sprachliche Unterstützung unterrichtet wurden sowie die Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler. Die Auswertung der Lehrkräfteinterviews erfolgt mittels der Kategorien Unterrichtsplanung, Unterrichtsbeobachtung, methodisch-didaktische Hilfen. Für den Bereich der Schulbuchanalyse wird die Form der Umsetzung der Kompetenzorientierung der Lehrpläne, die Häufigkeit des Vorkommens des Übungsformats Zahlenmauern und die Frage, welche Erläuterungen sowohl Schülerinnen und Schülern als auch Lehrkräften zur Verfügung gestellt werden, untersucht.

Es folgt im elften Kapitel die nähere Betrachtung der einzelnen Ergebnisse. Die Daten werden trianguliert.

Auf dieser Datengrundlage können nun im folgenden Kapitel zwölf die einzelnen Forschungsfragen beantwortet und die Hypothesen überprüft werden. Nach erfolgter Daten- und Methodentriangulation wird abschließend die übergeordnete Forschungsfrage der Studie beantwortet.

Im dreizehnten Kapitel, dem letzten Kapitel der Arbeit, werden die Ergebnisse der Studie zusammengefasst und diskutiert, der Studienlage gegenübergestellt und bewertet. Es folgt eine kritische Reflexion der gezogenen Schlussfolgerungen, die Limitation der Studie wird aufge-

zeigt. Danach werden Vorschläge zur Förderung von Argumentationskompetenzen im Unterricht, Handlungsmöglichkeiten für Lehrkräfte und Gestaltungsideen für Schulbüchern aufgezeigt. Die Studie schließt mit einem Ausblick auf weitere Forschungsdesiderata.

2. Der Kompetenzbegriff

In diesem Kapitel werden die verschiedenen Definitionen, Deutungen und Verwendungen des Kompetenzbegriffs beschrieben. Den Schwerpunkt dieses Kapitels bildet die Betrachtung des bildungspolitischen und bildungswissenschaftlichen Diskurses, der zu einem Paradigmenwechsel in der Bildungspolitik führte und maßgeblich die Entwicklung der Bildungsstandards beeinflusst hat. Die Aufnahme der Argumentationskompetenz in die Bildungsstandards für das Fach Mathematik werden in diesem Zusammenhang erläutert.

2.1 Kompetenzdiskurs

Dem Begriff 'Kompetenz' wurden im Laufe der historischen Entwicklung verschiedene Bedeutungen wie Zuständigkeit, Zugehörigkeit, Befugnis, Angemessenheit und Eignung zugeschrieben. In der Alltagssprache wird der Begriff 'Kompetenz' mit teils widersprüchlichen Bedeutungen verwendet wie 'Qualifikation', 'Handlungsfähigkeit' oder auch 'Legitimation' und 'Zuständigkeit'.

Im wissenschaftlichen Kontext wird 'Kompetenz' nicht nur in den Fachsprachen verschiedener Disziplinen unterschiedlich verwendet, auch innerhalb einzelner Disziplinen gibt es nicht immer einheitliche Definitionen. In der Linguistik ist der Begriff 'Kompetenz' im Gegensatz zum Begriff 'Performanz' eindeutig definiert. In den Sozialwissenschaften besteht bezüglich der Definition kein Konsens. „Die einige Zeit in der Erziehungswissenschaft dominierenden Figuren (die Unterscheidung z.B. von Fach-, Sozial- und Medienkompetenz) haben keine allgemeine Anerkennung gefunden.“ (Tenort/ Tippelt 2007, 413) In der empirischen Bildungsforschung (Rohlf/Harring/Palentien 2014; Jung 2010) wird häufig die Definition des Kognitionspsychologen Weinert zu Grunde gelegt.

„[Man versteht] unter Kompetenzen, die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten [sic!] um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können.“ (Weinert 2002, 27-28.)

Klieme bezeichnet den Kompetenzbegriff als „funktional“, da dieser eine Kombination von „inhaltsübergreifend“ und „anforderungs- und situationsbezogen“ verbindet (Klieme 2004, 11).

In den Bildungswissenschaften und den Fachdidaktiken erfolgt als Reaktion auf PISA 2000 (Baumert et al. 2001) eine intensive bildungspolitische Diskussion mit einem breit angelegten Diskurs des Kompetenzbegriffs, mit dem Ergebnis, dass der Kompetenzbegriff durch den Qualifikationsbegriff als pädagogischen Leitbegriff abgelöst wurde (Jung 2010, 18). Der Leistungsbegriff wird dahingehend erweitert, dass neben den Basisqualifikationen, dem Wissen und Können in den Fächern auch fächerübergreifende Kompetenzen zu betrachten sind (PISA 2000, 22). In den als Reaktion auf PISA 2000 entwickelten Bildungsstandards wird „ein relativ pragmatisches Verständnis von Kompetenzen [zu Grunde gelegt]. Sie werden als Fähigkeiten und Fertigkeiten betrachtet, die sich in konkreten Anforderungssituationen als Können manifestieren.“ (Stanat et al. 2012, 49)

Es wird deutlich, dass trotz eines breit angelegten Kompetenzdiskurses von keinem einheitlichen Verständnis des Begriffes ausgegangen werden kann. Unklar bleibt das Verhältnis des kognitiven Lernens zu weiteren Lernbereichen. Des Weiteren ist die Abgrenzung zu anderen im pädagogisch-didaktischen Kontext verwendeten Begriffen wie ‚Qualifikationen‘, ‚Fähigkeiten‘ oder ‚Kenntnisse‘ nicht trennscharf. Die Begriffe werden „nahezu synonym verwendet.“ (Jung 2019, 19) Ebenso wird die mangelnde Gestuftheit des Kompetenzerwerbs und deren entsprechende Berücksichtigung in den entworfenen Kompetenzmodellen

kritisiert. Jung, Professor für Wirtschaftswissenschaft und Didaktik der ökonomischen Bildung, bezeichnet diese Unklarheiten des Diskurses als kompetenztheoretische Defizite. (ebd.)

2.2 Der Paradigmenwechsel in der Schulpolitik

Die Veröffentlichung der ersten mit deutscher Beteiligung durchgeführten PISA Vergleichsuntersuchung der OECD im Jahr 2000 zum Leistungsstand der 15-jährigen Schülerinnen und Schüler (PISA 2001), zeigt, dass deren Leistungen entgegen vieler Erwartungen in allen untersuchten Bereichen (Lesekompetenz, Mathematik und Naturwissenschaften) unter dem OECD-Durchschnitt lagen. Die Studie belegt die Reproduktion herkunftsbedingter Ungleichheit und wies einen Zusammenhang zwischen der sozialen Herkunft, Migrationshintergrund und Bildungserfolg nach. Die Ergebnisse der Studie lösen eine intensive bildungspolitische Debatte aus. Die KMK leitet daraufhin einen Reformprozess ein, der als Paradigmenwechsel bezeichnet wird. Zwei Aspekte sind entscheidend. Erstens hat die bis dahin praktizierte Input- und Prozessorientierung, die sich auf die Beschreibung von Lernzielen und die Entwicklung von didaktischen Modellen und Lehrmaterialien konzentrierte, nicht zu den erwünschten Lernergebnissen geführt. Zweitens werden die besseren Leistungen von Schülerinnen und Schülern in skandinavischen und einigen angloamerikanischen Staaten auf eine systematische Rechenschaftslegung und regelmäßig durchgeführte Schulleistungstudien in diesen Ländern zurückgeführt (KMK 2005a, 9).

Durch diesen Paradigmenwechsel der Schulpolitik erfolgt eine Abkehr von der ausschließlichen Fokussierung auf Lernzielformulierungen und Entwicklung von didaktischen Modellen und Lehrmaterialien hin zu einer vergleichenden Analyse, die durch Formulierung verbindlicher Kompetenzerwartungen und deren regelmäßigen Überprüfung durch Schulleistungstests zu organisieren sei. Es sollen vergleichbare und ver-

bindliche Standards entwickelt werden. „Die Qualitätsentwicklung in den Schulen ...[wird] zum ersten Mal an einem gemeinsam vereinbarten Maßstab in Form von Regelstandards verortet.“ (KMK 2005a, 6) Die wissenschaftliche Begleitung wird 2004 dem Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) an der Humboldt-Universität zu Berlin übertragen.

2.3 Bildungsstandards und Lehrpläne

Die von der KMK verabschiedeten Bildungsstandards (KMK 2005a, 2005b) sind normative Vorgaben, die für das Bildungssystem eine Steuerungsfunktion haben sollen (Reiss 2004, 635). Sie sind stets auf die Schulfächer bezogen, greifen die Grundprinzipien des Faches auf und beschreiben fachbezogene Kompetenzen auf einem mittleren Anforderungsniveau, das zu bestimmten Zeitpunkten erreicht werden sollte. Aufgabenbeispiele veranschaulichen diese Kompetenzbeschreibungen (KMK 2005a).

2003 beschließt die Kultusministerkonferenz bundesweite Kompetenzstandards für die Fächer Deutsch, Mathematik und Erste Fremdsprache für den Schulabschluss nach Jahrgangsstufe 10. 2004 folgt die Verabschiedung der Bildungsstandards für die Primarstufe für die Fächer Deutsch und Mathematik (KMK 2005b). Die Bundesländer verpflichten sich, die Bildungsstandards der KMK umzusetzen, zu überprüfen und weiterzuentwickeln (KMK 2003).

Diese Standards formulieren die normativen Erwartungen an die Schülerinnen und Schüler. Sie sollen den Lehrkräften Orientierung bieten für Planung und Analyse des Unterrichts und den Schülerinnen und Schülern Orientierung und Transparenz, was von ihnen erwartet wird. Außerdem soll die Schulaufsicht damit ein Instrument erhalten, um Schulen zu beraten und zu überprüfen. (KMK 2005a, 11).

2.4 Bildungsstandards für das Fach Mathematik

Leitend für die Entwicklung der Bildungsstandards für das Fach Mathematik ist die Annahme, dass die Entwicklung mathematischer Kompetenzen nicht nur davon abhängt, „*welche* Inhalte unterrichtet wurden, sondern in mindestens gleichem Maße davon, *wie* sie unterrichtet wurden, d.h. in welchem Maße den Kindern Gelegenheit gegeben wurde, selbst Probleme zu lösen, über Mathematik zu kommunizieren usw.“ (KMK 2005b ,6)

Lernen soll zukünftig dadurch produktiv organisiert werden, indem sowohl inhaltsbezogene Kompetenzen als auch prozessbezogene Kompetenzen im Zusammenspiel unterrichtet werden. Beide Kompetenzbereiche werden untrennbar aufeinander bezogen. (KMK 2005b, Krauthausen/Scherer 2014, Walther et al. 2016, Büchter/Leuders 2016). Sowohl die Veröffentlichung der KMK als auch die einschlägige Forschungsliteratur heben hervor, dass

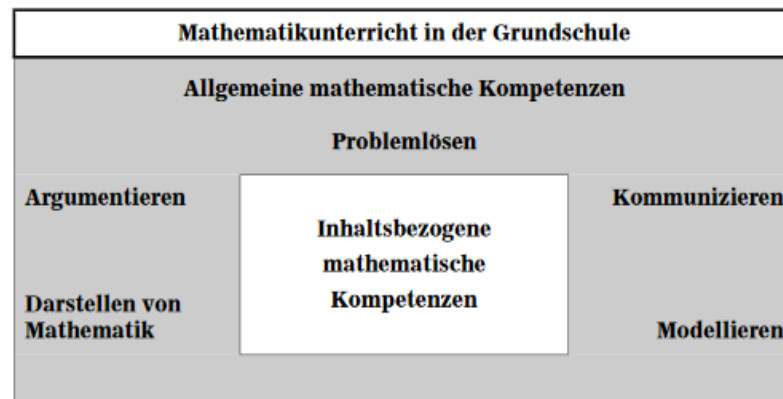
„Die mathematische Grundbildung für Schülerinnen und Schüler [...] also wesentlich davon ab[hängt], in welchem Maße im Unterricht Anlässe geschaffen werden, selbst oder gemeinsam *Probleme mathematisch zu lösen*, über das Verstehen und das Lösen von Aufgaben zu kommunizieren, über das Zutreffen von Vermutungen oder über mathematische Zusammenhänge *zu argumentieren*, Sachsituationen in der Sprache der Mathematik *zu modellieren* und für die Bearbeitung von Problemen geeignete *Darstellungen zu ersinnen* oder auszuwählen.“ (Walther et al. 2016. S. 20)

Somit werden erstmals für das Fach Mathematik neben den inhaltsbezogenen Kompetenzen wie *Zahlen und Operationen; Raum und Form; Muster und Strukturen; Größen und Messen, Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* auch allgemeine mathematische Kompetenzen⁷ wie *Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Modellieren* als verbindliche Standards festgeschrieben. „Diese allgemeinen Kompetenzen

⁷ Allgemeine mathematischen Kompetenzen werden in den Lehrplänen Mathematik GS für NRW (2012) und Bayern (LehrplanPLUS 2014) als prozessbezogene Kompetenzen bezeichnet.

sind „in der Unterrichtsrealität selten voneinander zu trennen.“
(Walther et al. 2016, 26)

Abbildung 1: Bildungsstandards Mathematik in der Grundschule⁸



Quelle: KMK (2005b): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich 2004,7.

Die Erwartungen an die neu konzipierten Bildungsstandards sind hoch.

„Das Ziel ist die Entwicklung eines gesicherten *Verständnisses* mathematischer Inhalte [...] Diese allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind mitentscheidend für den Aufbau positiver Einstellungen und Grundhaltungen zum Fach. In einem Mathematikunterricht, der diese Kompetenzen in den Mittelpunkt des unterrichtlichen Geschehens rückt, wird es besser gelingen, die Freude an der Mathematik und die Entdeckerhaltung der Kinder zu fördern und weiter auszubauen.“
(KMK 2005b, 6)

Die KMK setzt sich das Ziel, die Bildungsstandards „unter Berücksichtigung der Entwicklung in den Fachwissenschaften, in der Fachdidaktik und in der Schulpraxis durch eine [...] wissenschaftliche Einrichtung [zu überprüfen].“ (KMK 2005b, 3)

⁸ Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden häufig als prozessbezogene Kompetenzen bezeichnet. In dieser Arbeit wird außerhalb von Zitaten der Begriff prozessbezogene Kompetenzen verwendet.

2.5 Kompetenzmodell für das Fach Mathematik

Die in den Bildungsstandards beschriebenen Kompetenzanforderungen werden durch Aufgabenbeispiele und Kompetenzmodelle, die Aspekte, Abstufungen und Entwicklungsverläufe von Kompetenzen abbilden, für die einzelnen Fächer konkretisiert (KMK 2005b, 13; Klieme et al. 2003, 21). Das IQB kategorisiert mathematische Kompetenzen anhand einer Prozessdimension, einer Inhaltsdimension und der Anspruchsdimension. Diese drei „Klassen“ oder „Dimensionen“ sind untrennbar miteinander verwoben. Jede Mathematikaufgabe lässt sich in Bezug darauf charakterisieren (Stanat et. al 2012, 35f.). Die Prozessdimension beschreibt allgemeine mathematische Kompetenzen wie *Problemlösen*, *Kommunizieren*, *Argumentieren*, *Modellieren* und *Darstellen*, die Inhaltsdimension die Bereiche *Zahlen und Operationen*, *Raum und Form*, *Muster und Strukturen*, *Größen und Messen* und *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*. Die drei Anforderungsbereiche⁹ *Reproduzieren*, *Zusammenhänge herstellen* und *Verallgemeinern und Reflektieren* beschreiben, welche Qualität und Komplexität kognitive Leistungen, die beim Lösen einer Aufgabe erbracht werden müssen, aufweisen (ebd., 36-38.).

2.6 Zusammenschau

Der Kompetenzbegriff ist vielschichtig und sowohl alltagssprachlich als auch im wissenschaftlichen Kontext nicht eindeutig definiert. Als Reaktion auf PISA 2000 werden von der KMK (KMK 2005a, 2005b) für Deutschland einheitliche Kompetenzbeschreibungen in Form von Bildungsstandards für die Unterrichtsfächer entwickelt, die von allen Bundesländern umgesetzt werden sollen. Die beschriebenen Kompetenzen sind normativ. Die einheitlichen Standards sollen die Vergleichbarkeit von Leistungen ermöglichen, Schwächen aufdecken und dadurch die Qualitätsentwicklung des Bildungssystems auf eine neue

⁹ Diese drei Anforderungsbereiche sind mit denen der Bildungsstandards (KMK 2005b, S. 13) identisch.

Grundlage stellen. Nach Jung (2010) weisen die Kompetenzbeschreibungen theoretische Defizite auf.

Die Bildungsstandards für das Fach Mathematik bauen auf zwei Säulen, den inhaltsbezogenen Kompetenzen sowie den prozessbezogenen (mathematischen) Kompetenzen auf. Die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* ist fester Bestandteil der Bildungsstandards und Lehrpläne. Kompetenzmodelle konkretisieren die beschriebenen Kompetenzen.

Im folgenden Kapitel wird gezeigt, dass der Argumentationsbegriff je nach wissenschaftlicher Perspektive unterschiedlich definiert ist und eine mathematische Argumentation darüber hinaus Besonderheiten aufweist, die im fachdidaktischen Diskurs nicht klar herausgearbeitet sind.

3. Der Argumentationsbegriff

Für die Fragestellung der Arbeit ist eine Auseinandersetzung mit den Begriffen der Argumentationskompetenz sowie der der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* zentral. Beide Begriffe werden in verschiedenen Wissenschaftsbereichen und Unterrichtsfächern unterschiedlich definiert. In diesem Kapitel werden zur Begriffsklärung Argumentationstheorien, das Verständnis der Linguistik sowie das der Mathematikdidaktik betrachtet und dazu Merkmale, Funktionen und Perspektiven einer Argumentation, sowie die formulierten Anforderungen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* dargestellt und diskutiert. Beim Letzteren liegt der Fokus auf der Darstellung der Interpretationen des Begriffs in Schulleistungsstudien, Bildungsstandards und Lehrplänen sowie in der Mathematikdidaktik.

3.1 Argumentationstheorien

Ausgangspunkt einer Argumentation ist eine Meinung, eine Behauptung oder eine These, die strittig ist und begründet werden muss (Budke/Meyer 2015, Hannken-Illjes 2018, Bayer 1999, Kopperschmidt 1995).

„Wenn Menschen argumentieren, tauschen sie Gründe aus. Spezifisch für das Begründungshandeln in einem argumentativen Rahmen ist, dass hier Gründe eingefordert oder gegeben werden, weil etwas strittig geworden ist, d.h. die Geltung einer Aussage bestritten wird.“ (Hannken-Illjes 2018, 19)

Argumentation enthalten somit Aussagen, die akzeptiert werden oder akzeptiert werden sollen. Mit Hilfe einer Argumentation kann eine Streitfrage bearbeitet werden. Entweder wird Strittigkeit nur bearbeitet oder auch Geltung hergestellt (ebd., 20-21). Eine Argumentation kann somit als ein Problemlösungsverfahren betrachtet werden, bei dem eine strittige Behauptung durch Begründungen widerlegt oder bestätigt wird

und bei der der Gesprächspartner möglichst der eigenen Position zustimmen sollte (Budke/Meyer 2015, 10). Zentrale Merkmale einer Argumentation sind einerseits der soziale Rahmen und Diskurs, andererseits die Strittigkeit unterschiedlicher Standpunkte. Wenn Aussagen durch eine Argumentation akzeptiert werden oder akzeptiert werden müssen, sollten dieses möglichst auf der Grundlage eines Diskurses getroffen werden, in dem die besten und überzeugendsten Argumente ausgetauscht worden sind. In diesem Fall kann eine Argumentation ein Verfahren sein, um auf der Grundlage einer erzielten Übereinstimmung (Geltung) gewaltfreie Lösungen zu erreichen (ebd.,11).

Die Komplexität einer Argumentation, ihre Ziele, ihre Struktur und die Art des strittigen Umgangs miteinander können sich voneinander unterscheiden. Krelle (2007) hat dazu ein Vierstufenmodell entwickelt. Die erste Stufe stellen Argumentationen dar, die lediglich elementare Meinungsbekundungen enthalten. Die zweite Stufe ist durch das Vorhandensein von Prämissen gekennzeichnet, gefolgt von der dritten Stufe, in der die Argumentationen durch Beispiele abgesichert sind. Die vierte Stufe beinhaltet „komplexe Formate“, die Begründungen wie belegen, vergleichen, verallgemeinern, relativieren und resümieren enthält.

Eine andere Betrachtungsweise des Argumentationsbegriffes erfolgt durch Wenzel (1980), der eine Dreiteilung vorschlägt und drei Perspektiven (logisch, dialektisch, rhetorisch) für eine Beschreibung des Argumentationsbegriffes nennt.

Aus *der logischen Perspektive* werden die Verknüpfungen von Aussagen durch Argumente betrachtet, um weitere Aussagen belegen zu können. Diese Perspektive trifft keine Aussagen über die Wahrheit oder über die Wahrscheinlichkeit einer Annahme, sondern nur über die Beziehungen der Annahmen untereinander. Die Logik deckt auf, worin die Folgerichtigkeit der Aussagen besteht.

1. Immer wenn es schneit (a), dann ist es kalt (b). Es ist nicht kalt (\neg b), also schneit es nicht (\neg a).

Wenn a, dann b. Wenn nicht b, dann nicht a.

2. Immer wenn es schneit (a), dann ist es kalt (b). Es ist kalt (b), also schneit es (a).

Wenn a, dann b. Wenn b, dann a.

3. Immer wenn es schneit(a), dann ist es warm (b). Es ist warm (b), also schneit es (a).

Wenn a, dann b. Wenn b, dann a.

Im ersten Satz trifft die Aussage uneingeschränkt zu, im zweiten Satz kann die Aussage zutreffen. Im dritten Satz ist die Aussage formal richtig, aber inhaltlich falsch.

Die dialektische Perspektive betrachtet die Argumentation als Verfahren und dialogischen Austausch für den Fall, dass eine Aussage oder eine Handlungsoption strittig ist. Diese Form der Argumentation findet meist in einer kommunikativen Situation statt, in der Gründe für und Gründe gegen etwas angeführt werden. Die Gründe werden abgewogen. Am Ende des Argumentationsprozesses sollte eine Einigung oder Lösung eines Problems stehen (Hannken-Illjes 2018,35).

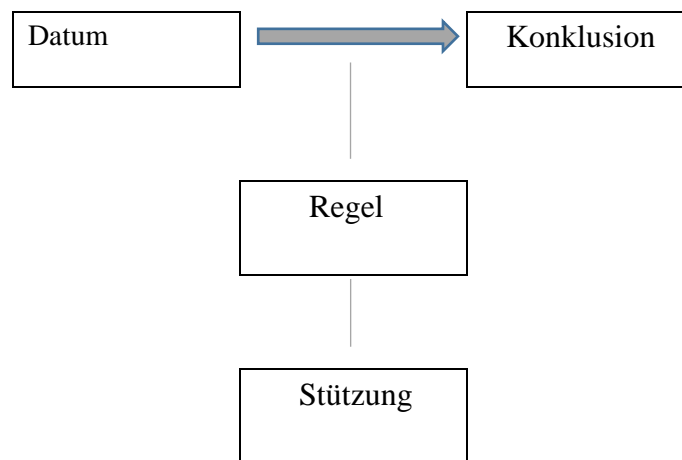
Die rhetorische Perspektive versteht Argumentation als Konzept des Überredens oder Überzeugens einer strittigen Bewertung. Der Argumentierende versucht, seine Meinung begründet darzustellen. Er führt hierzu relevante Kriterien an, versucht seine Sichtweise plausibel zu machen. Ein gutes Argument ist aus rhetorischer Sicht ein effektives Argument, eines, mit dem der Sprecher seine oder die Sprecherin ihre Ziele erreicht.

Bei einer Argumentationsanalyse werden selten alle drei Perspektiven gleichermaßen berücksichtigt, meistens wird nur eine der Perspektiven betrachtet. „Zudem sind die verschiedenen Ansätze in sich nicht klar abgeschlossen.“ (ebd., 39)

Eine Kernfrage der Argumentationswissenschaft, wie Gründe Geltung erlangen, versucht der Philosoph Toulmin (1996) durch die Entwicklung eines Argumentationsmodells, das verschiedene Teile des Arguments nach ihrer Funktion unterscheidet, zu beantworten. Ausgangspunkt einer Argumentation ist das sogenannte *Datum* (*data/grounds*), das Fakten und Tatsachen, die von einer Person oder Personengruppe als wichtig und richtig anerkannt werden, beschreibt. Aus dem *Datum* ergibt sich eine Schlussfolgerung, *Konklusion* (*claim*) genannt. Da die Konklusion nicht zwingend wahr, überzeugend und unstrittig sein muss, wird sie durch die sogenannte Schlussregel (*warrant*) gestützt.

Ein Argument besteht mindestens aus einem Datum, der Konklusion und einer Schlussregel, die gegebenenfalls durch eine Stützung (*backing*) abgesichert und untermauert wird.

Abbildung 2: Argumentationsmodell nach Toulmin (1996)



Quelle: eigene Darstellung

3.2 Der Argumentationsbegriff in der Linguistik

In diesem Abschnitt wird der Argumentationsbegriff aus linguistischer Perspektive betrachtet. Eine Argumentation wird hier sowohl als Textsorte als auch, wenn aus linguistisch-pragmatischer Perspektive betrachtet, als Sprachhandlung bezeichnet (Hövelbrinks 2014, Vollmer 2011, Vollmer/Thürmann 2013, Redder 2008, Aust et al. 2007, Fix

2006, Rehbein 1984). Unter Textsorte ist dabei das Muster eines Textes zu verstehen, das mit spezifischen textinternen Merkmalen wie Textstruktur, Wortwahl und Satzbau und kontextabhängigen Merkmalen wie z.B. informieren, unterhalten, überzeugen besondere kommunikative Funktionen erfüllt (Beese et al. 2014, 98-101, Fix 2006, 87). Eine Sprachhandlung wird als sprachliches Handeln zwischen Sprecher und Hörer unter Nutzung von bestimmten sprachlichen Mitteln und unter Berücksichtigung des Handlungskontextes verstanden (Redder/Guckelsberger/Graßer 2013, 12-19.; Redder 2008, 10). Es geht um „die konventionelle Art und Weise, bestimmte Sprachhandlungen auszuführen, also zum Beispiel zu berichten, zu beschreiben, zu begründen, zu argumentieren, zu erklären.“ (Lengyel 2010, 597)

3.2.1 Die Textsorte *Argumentieren*

Die Textsorte Argumentation bezeichnet einen Sachtext, der unterschiedliche Funktionen hat und in unterschiedliche Kommunikationssituationen eingebettet sein kann. Inhaltlich strukturell sollte ein Argumentationstext „einen deutlich erkennbaren und logisch nachvollziehbaren Argumentationsgang enthalten, der zu einem bestimmten Ergebnis oder einer Konklusion führt. Durch klares Begründen und Positionsbeziehen seitens des Schreibers entsteht beim Leser der Eindruck eines vertexteten Gedankenganges, der zu überzeugen in der Lage ist.“ (Aust/Disselhoff/Henrich/Pohl/Völzing 2007, 203) Die Textstruktur weist eine Einleitung mit Problemaufriss unter Einbezug des Adressaten, einen Diskussionsteil mit Pro- und Kontra-Argumenten und einen Abschluss mit einer Konklusion und/oder einem Schlusssatz auf (ebd.).

Fix beschreibt die Funktion einer Argumentation dahingehend, dass „es dem Autor also darum [geht], einen Standpunkt oder eine – möglicherweise strittige – Behauptung durch Berufung auf Fakten, Autoritäten oder allgemeine Normen in eine Unstrittige zu überführen.“ (Fix 2006, 102) Der Argumentierende versucht mit plausiblen Begründungen den

Adressaten von der Richtigkeit seiner These zu überzeugen. Strukturell enthält eine Argumentationsstruktur, in Anlehnung an Toulmin (1996), mindestens eine These und ein Argument, kann aber durch weitere Kategorien ergänzt werden. Eine Argumentation ist nach Fix schlüssig, „wenn die Argumente so verkettet sind, dass einem nachfolgenden Argument nicht widersprochen werden kann. [...] [Es] werden rationale, moralische, emotionale, aber auch taktische Argumentationsfiguren (Topoi) unterschieden.“ (ebd., 103)

3.2.2 Die Sprachhandlung Argumentieren

In diesem Abschnitt wird die Sprachhandlung *Argumentieren* für den schulischen Handlungskontext erläutert. Vollmer und Thürmann analysierten geforderte Sprachmuster in der Schule, die von ihnen als Diskursfunktionen bezeichnet werden, aus linguistisch-pragmatischer Perspektive. Sie definieren Sprachmuster als kognitive Werkzeuge, die in verschiedenen fachlichen Kontexten sprachliches Handeln im Unterricht abbilden (Vollmer/Thürmann 2010, 115-117).

Im Auftrag des Europarats untersuchen beide Autoren 2008 sprachliche Anforderungen und Kompetenzerwartungen in der Schule. Anhand der Analyse von Curricula aus der SEK I und Unterrichtsbeobachtungen identifizierten sie für den schulischen Kontext acht zentrale Diskursfunktionen. Die identifizierten Diskursfunktionen bilden ebenfalls die Situation in der Primarstufe ab, da sie „in allen Fächern und über alle Fächer hinweg von Anfang an zentral sind.“ (Vollmer 2011, 1)

Die acht identifizierten Diskursfunktionen sind:

- „1. AUSHANDELN (...)
2. ERFASSEN/BENENNEN (...)
3. BESCHREIBEN/DARSTELLEN (...)
4. BERICHTEN/ ERZÄHLEN (...)

5. ERKLÄREN/ERLÄUTERN (...)
6. ARGUMENTIEREN/STELLUNG NEHMEN (...)
7. BEURTEILEN/(BE)WERTEN (...)
8. SIMULIEREN/MODELLIEREN (...)" (Vollmer 2011, 2)

Die Diskursfunktion *Argumentieren/Stellung nehmen* wird wie folgt beschrieben:

„Vor- und Nachteil von Sachverhalten und Verhaltensweisen klären, abwägen und erörtern, um zu einer eigenen Position zu gelangen – in Gesprächen und in Texten den Gang einer Argumentation nachvollziehen und ihre Stimmigkeit auf der Grundlage eigenen Wissens, eigener Erfahrungen überprüfen und ggfs. widerlegen – die Argumente anderer durch Gegenargumente entkräften. auf Argumente des Gegenüber eingehen und verbleibende Unterschiede erkennen.“ (Vollmer 2011, 8)

Bei der Bewertung von Argumentationen soll „zwischen faktengestützten Aussagen und Annahmen/Vermutungen unterschieden werden. Der Diskursfunktion *Argumentieren* gehen andere Diskursfunktionen wie *Beschreiben* oder *Erklären* voraus. „Die Diskursfunktion [Argumentieren] umfasst [...] Aspekte des Erschließens, des Analysierens, des Deutens, des argumentativen Unterstützens und des Interpretierens.“ (Vollmer 2011, 8)

Quasthoff/Heller/Morek sehen *Erklären* und *Argumentieren* „als zentral für das diskursive Repertoire mündlicher Unterrichtskommunikation [...], insofern deren kommunikative Zwecke mit der Konstruktion, Demonstration und Aushandlung allgemeingültigen Wissens und Geltens zu tun haben.“ (Quasthoff/Heller/Morek 2021, 17) Dabei weisen die Verfasserinnen diskursiven Praktiken verschiedene Funktionen zu. „Während das Erklären darauf zugeschnitten ist, Probleme des Wissenstransfers und der Wissensdemonstration zu lösen, ermöglicht das Argumentieren die Behandlung divergenter Geltungsansprüche.“ (Heller 2021, 304)

Hövelbrinks bezeichnet, bedingt durch die Einbettung einzelner Sprachhandlungen in andere, die Abgrenzung der einzelnen Diskursfunktionen zueinander als Schwierigkeit.“ BESCHREIBEN als Teil des ERKLÄRENS, [...] oder ARGUMENTIEREN als komplexe Abfolge von BEHAUPTEN, WIDERSPRECHEN oder BEGRÜNDEN.“ (Hövelbrinks 2014, 74).

In diesem Kapitel wurde die Frage analysiert, wie eine Argumentation aus argumentationstheoretischer und linguistischer Perspektive definiert wird. Eine Zusammenfassung der unterschiedlichen Perspektiven zeigt die folgende Tabelle.

Tabelle 1: Die Definition des Argumentationsbegriff durch Argumentationstheorien und in der Linguistik

Argumentationstheorien	Merkmal (Hannen-Iljes)	Streitfrage → Strittigkeit oder Geltung
	Struktur (Krelle)	Meinungsbildung: Prämisse → Beispiele → komplexe Formate wie begründen, belegen, vergleichen, verallgemeinern
	Perspektive (Wenzel)	logisch, dialektisch, rhetorisch
	Modell (Toulmin)	Datum, Regel, Stützung, Konklusion
Linguistik	Textsorte (Fix)	Sachtext: Problemaufriss (These), Pro- und Kontradiskussion (Argument), Schluss (Konklusion)
	Diskursfunktion (Vollmer/Quasthoff, Heller, Morek)	Vor- und Nachteile klären, abwägen, erörtern → eigene Position, zwischen Aussagen und Annahmen unterscheiden
		Mündliche Unterrichtskommunikation: Konstruktion, Demonstration, Aushandlung von Wissen und Geltungsansprüchen

Quelle: eigene Darstellung

3.3 Der Argumentationsbegriff im Fach Mathematik

Mathematisches Argumentieren stellt eine zentrale Arbeitsweise der wissenschaftlichen Mathematik dar, denn Mathematik ist als einzige Wissenschaft eine beweisende Disziplin. (Nagel/Reiss 2016, 302). Obwohl Argumentationen und Beweise im Fach klaren Regeln folgen, besteht in der mathematikdidaktischen Forschung keine Einigkeit über die Deutung des Begriffes und dessen Abgrenzung zum Beweisen, Begründen und Erklären.

In diesem Abschnitt werden die unterschiedlichen Definitionen, Interpretationen und Einordnungen des Begriffes in den Bildungsstandards Mathematik, den Grundschullehrplänen Mathematik für NRW und Bayern, in den Schulleistungstudien *TIMMS 2011*, *PISA 2018* und dem *IQB Ländervergleich 2011* sowie im fachdidaktischen Diskurs der Mathematikdidaktik betrachtet.

3.3.1 Der Argumentationsbegriff in Bildungsstandards und Lehrplänen

Die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich der KMK 2005 beschreiben die Kompetenzerwartungen für die allgemeinen mathematischen Kompetenzen.¹⁰ *Argumentieren* wird hier definiert als „

- mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit überprüfen,
- mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln,
- Begründungen suchen und nachvollziehen.“ (KMK 2005b, 8)

Die Lehrpläne der einzelnen Bundesländer, die auf der Grundlage der Vorgaben der KMK ausgearbeitet worden sind, unterscheiden sich bezüglich der Formulierung einzelner Kompetenzerwartungen.

Im Lehrplan Mathematik für die Grundschule in NRW wird der Begriff *Argumentieren* wie folgt beschrieben:

„Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen über mathematische Zusammenhänge oder Auffälligkeiten an (vermuten)
- testen Vermutungen anhand von Beispielen und hinterfragen, ob ihre Vermutungen, Lösungen, Aussagen, etc. zutreffend sind (überprüfen)

¹⁰ Die fünf allgemeinen mathematischen Kompetenzen umfassen: Darstellen von Mathematik, Argumentieren, Problemlösen, Kommunizieren, Modellieren.

- bestätigen oder widerlegen ihre Vermutungen anhand von Beispielen und entwickeln – ausgehend von den Beispielen – ansatzweise allgemeine Überlegungen oder vollziehen diese nach (folgen)
- erklären Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten an Beispielen und vollziehen Begründungen anderer nach (begründen)“ (MSW NRW 2012, 60)

In Bayern wird der Argumentationsbegriff im LehrplanPLUS Grundschule folgendermaßen ausgelegt:

„Die Lernenden werden zunehmend sicher im *Argumentieren*, indem sie mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit oder Plausibilität überprüfen (z.B. Sachsituationen: *Kann das stimmen?*). Dabei erkennen sie mathematische Zusammenhänge, entwickeln im Rahmen ihrer Möglichkeiten Lösungswege und suchen situationsangemessen Begründungen, welche sie alleine oder zusammen mit anderen erläutern. Auch ungewöhnliche Rechenwege regen zum Nachdenken an und fordern zum Argumentieren heraus.“ (Staatsinstitut München: LehrplanPLUS Grundschule 2014, 104)

Voraussetzung für den Aufbau von Argumentationskompetenzen wäre deren sukzessiv gestalteter curricularer Aufbau. Der Vergleich der Lehrpläne für die Primarstufe mit denen der Sekundarstufe I beider Bundesländer zeigt jedoch, dass grundlegende Kompetenzen im Argumentieren bereits in der Primarstufe erworben werden sollten oder müssen, was die Kritik von Jung (2010, 19) erhärtet. Aufbauend verlangt der Lehrplan SEK I für NRW lediglich die Fähigkeiten mathematische Informationen zu analysieren und zu beurteilen, Begriffe zu vernetzen und Argumentationsketten zu nutzen (MSW NRW 2004, 14). Im LehrplanPLUS Realschule für Bayern werden als weiterführende Kompetenzerwartungen formuliert, „Fragen, die für Mathematik typisch sind, zu stellen und mathematische Aussagen zu begründen und zu beweisen“ (Staatsinstitut München: LehrplanPLUS Realschule 2007, 3).

3.3.2 Der Argumentationsbegriff in Schulleistungstudien

Der *IQB Ländervergleich* versteht unter *Argumentieren*, „dass mathematische Begründungen selbst gesucht oder die Aussagen anderer

nachvollzogen, hinterfragt und auf Korrektheit geprüft werden. [...] ...beim Argumentieren [steht] das Identifizieren von Zusammenhängen und das Anstellen von Vermutungen *an sich* im Zentrum der Tätigkeit, etwa um Begründungen für einen Sachverhalt angeben zu können.“ (Stanat et al. 2012, 37)

Die Kompetenzmodelle der Schulleistungsstudien *TIMMS 2015* und *PISA 2009* (Kap. 2.) beziehen sich nur indirekt auf den Begriff.

Die *TIMSS Studie 2015* beruft sich auf die fünf allgemeinen mathematischen Kompetenzen der KMK (2005b) (Kap.2), konkretisiert diese für ihre Untersuchungen dann an drei kognitiven Anforderungsbereichen.

Anforderungsbereich I - Reproduzieren

Anforderungsbereich II - Anwenden

Anforderungsbereich III – Problemlösen.

Dem Anforderungsbereich „Problemlösen“ werden folgende kognitive Aktivitäten zugeordnet: Erkennen mathematischer Beziehungen, Integrieren und Kombinieren, Evaluieren, Schlussfolgern, Verallgemeinern, Begründen (Wendt et al. 2016, 90-91.). Der Argumentations- und auch der Beweisbegriff werden hier ebenfalls nicht verwendet.

PISA 2018 legt für die Lösung der gestellten Aufgaben sieben fundamentale mathematische Fähigkeiten (capabilities) zu Grunde: „Kommunizieren, Mathematisieren, Repräsentieren, Argumentieren, Problemlösungsstrategien entwickeln, mit Mathematik symbolisch formal und technisch umgehen sowie mathematische Hilfsmittel verwenden“ (Reiss et al. 2019, 190). Der Argumentationsbegriff wird nicht definiert.

Auf Grund der unterschiedlichen Verwendung der Begrifflichkeiten sind die Schulleistungsstudien bezüglich des Kompetenzbereichs *Argumentieren* kaum vergleichbar.

3.3.3 Der Argumentationsbegriff im fachdidaktischen Diskurs

Obwohl in der Fachdidaktik Einigkeit darüber besteht, dass mathematisches *Argumentieren* wesentlich für das Lernen von Mathematik sein sollte, besteht bezüglich der Definition des Argumentationsbegriffes und den daraus abgeleiteten Kompetenzbeschreibungen- und Erwartungen kein Konsens.

Walther et al. (2016) möchten Lehrkräften Anregungen für die Implementierung und Konkretisierung der Bildungsstandards durch die Entwicklung von Aufgaben für den Unterricht geben, sehen die Kompetenz „*Argumentieren*“ als Oberbegriff, der folgende Teilkompetenzen einschließt:

- mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit überprüfen,
- mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln,
- Begründungen suchen und nachvollziehen.

Es wird betont, dass „die allgemeinen Kompetenzen häufig nur schwer voneinander zu trennen sind und auf unterschiedliche Weise miteinander verwoben sind.“ (Walther et al. 2016, 32)

Büchter/Leuders unterscheiden mathematische Argumentationsprozesse in außer- und innermathematisches Argumentieren. „Das außer-mathematische *Argumentieren* findet in der Regel im Rahmen von Modellierungsprozessen statt. [...] Es treten viele subjektive, normative Entscheidungen auf, die schlüssig begründet werden müssen.“ (Büchter/ Leuders 2016, 47) Die charakteristische Form des innermathematischen Argumentierens sei das Führen von Beweisen. (ebd., 50) Die Begriffe Beweisen und Begründen werden nicht trennscharf geführt. Bei der Beschreibung von Aufgaben wird zusätzlich der Begriff „authentisches Argumentieren“ verwendet.

Neumann/Beier/Ruwisch folgern aus den Bildungsstandards, dass „Besonders Modellieren und Argumentieren, und damit auch das mathematische Begründen, [...] erweiterte sprachlich-kommunikative Fähigkeiten im Mathematikunterricht, wie das Verbalisieren und Verschriften eigener Lösungswege [erfordern].“ (Neumann/Beier/Rubisch 2014, 114.) Sie sehen mathematisches *Argumentieren* als ein vierschrittiges Handlungsmuster, das aus Entdecken, Beschreiben, Hinterfragen und Begründen besteht. Durch mathematisches Begründen und Beweisen wird der Wahrheitsgehalt einer Aussage geprüft, nachgewiesen bzw. widerlegt (Ruwisch 2017, 43).

Hirt/Wälti favorisieren das HarmoS Schweiz ¹¹. Hier werden die Kompetenzen *Argumentieren* und *Begründen* zusammengefasst. (Hirt/Wälti 2012, 29)

Brunner beschäftigt sich in ihrer Arbeit mit dem Verhältnis der Begriffe *Argumentieren*, *Begründen* und *Beweisen* zueinander. Sie schlägt vor, den Begriff „Begründen“ als Oberbegriff für Formen des Argumentierens und Beweisen zu verwenden. Argumentieren und Beweisen seien in einem Kontinuum des Begründens miteinander verbunden, das in Abhängigkeit von der konkreten Situation als alltagsnahes, mit mathematischen Mitteln oder logischem Argumentieren oder als formal-deduktives Beweisen erfolgt (Brunner 2014, 48-50).

Krauthausen/Scherer führen aus, dass es bezüglich der [Definition der allgemeinen mathematischen Kompetenzen] offenbar keine konsensuelle >Liste< gibt, zumindest keine begrifflich durchgängige Übereinstimmung, gewiss aber vergleichbare Verhältnisse.“ (Krauthausen/Scherer 2014, 151) Es wird von den beiden Autoren ein Versuch der Begriffsklärung unternommen. *Argumentieren* wird neben Erklären als argumentativ begründen verstanden (ebd., 156).

¹¹ Kompetenzmodell der Schweiz (Linneweber-Lammerskitten, H. & Wälti, B. 2008)

Bezold stellt fest, dass eine Analyse des Argumentationsbegriffs „eine intensive Auseinandersetzung mit den Begriffen ‚Begründen‘ und ‚Beweisen‘ [erfordert].“ (Bezold 2009, 30) Argumentieren wird eingeteilt „in substanzielles Argumentieren: Bilden und Verstehen von logischen Argumentationsketten einschließlich Begründen und analytischem Argumentieren: Beweisen im streng deduktiven Sinn“ (ebd.). Für die Grundschuldidaktik legt die Autorin den Begriff des substanziellen Argumentierens zu Grunde, sie definiert den Argumentationsbegriff

„über Aktivitäten, die als Voraussetzung fungieren (können) sowie über explizit argumentative Tätigkeiten:

Entdecken von mathematischen Besonderheiten (Voraussetzungen), Beschreiben von Entdeckungen (Schritt 1), Hinterfragen von Entdeckungen (Schritt 2), Finden von Begründungen bzw. Begründungsideen (Schritt 3)“ (ebd., 37)

Diese Definition wird dadurch erweitert, dass einerseits das Formulieren als unverzichtbare argumentative Tätigkeit beschrieben wird und andererseits auch Argumentationsvorgänge, die sich als mentale Prozesse, bei dem ein Lösungsverfahren oder ein Ergebnis erklärt oder überprüft, aber nicht explizit formuliert, als Argumentation zu bezeichnen wird. Diese mentalen Argumentationsprozesse werden als „*inneres Argumentieren*“ bezeichnet. (ebd., 39).

In der folgenden Tabelle werden für das Fach Mathematik die unterschiedlichen Definitionen und Interpretationen des Argumentationsbegriffs der Schulleistungsstudien, der Bildungsstandards und Lehrpläne für die Grundschule aus Bayern und NRW sowie die der Mathematikdidaktik zusammenfassend dargestellt. Es wird deutlich, dass es keine einheitliche Definition des Argumentationsbegriffes gibt. Somit sind die Schulleistungsstudien sowie die Anforderungen der Lehrpläne in den Bundesländern nicht vergleichbar. In der Mathematikdidaktik wird die Spezifik einer mathematischen Argumentation nicht herausgearbeitet. Durch die nicht eindeutig und einheitlich formulierten Anforderun-

gen an eine mathematische Argumentation wird die Operationalisierung der Kompetenzanforderungen erschwert, bez. teilweise verhindert.

Tabelle 2: Der Argumentationsbegriff innerhalb des Faches Mathematik

Schulleistungsstudien	Anforderungsbereich Problemlösen TIMMS	Mathematische Beziehungen erkennen, integrieren, kombinieren, evaluieren, schlussfolgern, verallgemeinern, begründen → Begriff Argumentieren kommt nicht vor
	Argumentieren PISA	Eine von 7 fundamentalen mathematischen Fähigkeiten (capabilities) → Begriff wird nicht definiert
	Argumentationsbegriff IQB	Zusammenhänge identifizieren, vermuten, begründen
Bildungsstandards und Lehrpläne	Argumentationsbegriff Bildungsstandards KMK	Aussagen hinterfragen, Zusammenhänge erkennen, Vermutungen entwickeln, Begründungen suchen
	Lehrplan Mathematik GS NRW	Vermuten, überprüfen, folgern, begründen
	Lehrplan GS PLUS Bayern	Hinterfragen, Zusammenhänge erkennen, Lösungswege entwickeln, Begründungen suchen
Mathematikdidaktik	Bezold	Substantielles Argumentieren (logische Argumentationsketten, Begründen) Analytisches Argumentieren (Beweisen)
	Brunner	Begründen als Oberbegriff für Argumentieren und Beweisen
	Büchter/Leuders	Außermathematisches Argumentieren (subjektive Begründungen) und innermathematisches Argumentieren (beweisen)
	Neumann/Beier/Rubisch	Entdecken, beschreiben, hinterfragen, begründen
	Hirt/ Wälti	Argumentieren & Begründen
	Krauthausen/ Scherer	Erklären, argumentativ begründen
	Rubisch & Beier	Entdecken, Beschreiben, Hinterfragen, Begründen
	Walther et al.	Formulieren, inneres Argumentieren Mathematische Aussagen hinterfragen, Zusammenhänge erkennen, Vermutungen, Begründungen

Quelle: eigene Darstellung

3.4 Zusammenschau

In diesem Kapitel wurde der Argumentationsbegriff aus unterschiedlichen Perspektiven verschiedener Wissenschaftsbereiche betrachtet. Als Fazit ist festzuhalten, dass es keine einheitliche und eindeutige Begriffsbestimmung gibt, die Deutungen des Begriffes unterscheiden sich in einzelnen Wissenschaftsbereichen voneinander. Innerhalb der Mathematikdidaktik gibt es keine einheitliche Definition für eine *mathematische Argumentation*.

Argumentationstheorien beschreiben den Begriff durch Merkmale (sozialer Rahmen, Strittigkeit, Geltung), Perspektiven (logisch, rhetorisch, dialektisch) oder durch die Darstellung der Funktionen des Arguments (Toulmin 1996).

In der Linguistik wird der Begriff als Textsorte, die die Struktur einer Argumentation beschreibt oder als Diskursfunktion, die die kognitivsprachliche Funktion untersucht, betrachtet. Die Abgrenzung der Diskursfunktion *Argumentieren* zu anderen Diskursfunktionen wie Beschreiben, Erklären, Behaupten, Widersprechen und Begründen ist nicht trennscharf.

Der bildungspolitische und bildungswissenschaftliche Diskurs verwendet den Begriff sehr unterschiedlich. Es gibt für die Schulleistungsstudien, die Lehrpläne der Bundesländer und auch in der Fachdidaktik keine einheitliche und eindeutige Definition und weitgehend auch kein gemeinsames zu Grunde liegendes theoretisches Konzept. Der Vergleich der Lehrpläne für Nordrhein-Westfalen und Bayern zeigt, dass die Anforderungen der prozessbezogene Kompetenz *Argumentieren* jeweils unterschiedlich formuliert werden.

Im fachdidaktischen Diskurs ist die Abgrenzung der Begriffe „Argumentieren“ und „mathematisches Argumentieren“ ebenso wenig trennscharf wie die Beziehungen der Kompetenzen Argumentieren, Vermuten, Erklären, Begründen, Beweisen, Formulieren, Problemlösen zuei-

einander. Es bestehen unterschiedliche Vorstellungen bezüglich der Hierarchisierung der Prozesse Argumentieren, Erklären, Beweisen und Begründen zueinander. Einige Autoren verwenden weitere Begriffe wie „authentisches Argumentieren“ oder „inneres Argumentieren“.

Anhand des Argumentationsmodells von Toulmin (1996) kann der Argumentationsbegriff für das Fach Mathematik als beweisende Disziplin beschrieben werden. Die *Konklusion* (Schlussfolgerung) kann im Gegensatz zum außermathematischen Argumentieren immer nur richtig oder falsch sein. Die Richtigkeit der Konklusion steht fest, unterliegt den Gesetzen der Mathematik. Das *Datum* (die Annahme) kann richtig und auch falsch sein, die *Regel* (Argumentationsregel), die im didaktischen Kontext als die Kompetenz des *Argumentierens* bezeichnet würde, ist immer dann als richtig anzusehen, wenn die Konklusion durch das richtige Verständnis des mathematischen Sachverhaltes verifiziert oder falsifiziert werden kann. Die *Stützung* der Regel muss sich folglich immer auf den vorliegenden Algorithmus beziehen und diesen verdeutlichen. Regel und Stützung, die in anderen Kontexten auch mit dem Ziel zu überzeugen, Grundlage eines Kompromisses oder der Durchsetzung der eigenen Interessen oder einer Alternative sein können, sind im mathematischen Kontext insofern eindimensional, als dass die Richtigkeit der Konklusion hier an sich argumentativ nicht verhandelbar ist.

Das folgende Kapitel geht der Frage nach, welche fachlichen und insbesondere welche sprachlichen Kompetenzen der Mathematikunterricht verlangt. Besonders betrachtet werden die sprachlichen Anforderungen einer mathematischen Argumentation.

4. Kompetenzen im Fach Mathematik

Um die Forschungsfrage beantworten zu können, werden die durch die Bildungsstandards und Lehrpläne geforderten (KMK 2005a) und die von den Schülerinnen und Schülern erreichten und nicht erreichten fachlichen und fachsprachlichen Kompetenzen bezüglich der prozessbezogenen Kompetenz *Argumentieren* und der inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* analysiert. Dazu wird besonders das Zusammenspiel von inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen betrachtet. Es wird die Bedeutung des fach- und bildungssprachlichen Repertoires für die Lernprozesse im Fach beleuchtet. Internationale sowie nationale Schulleistungsstudien sowie die nationalen Vergleichsarbeiten geben Hinweise auf die erreichten Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler, sowie auf den Zusammenhang von Sprachkompetenz, sozialer Herkunft, Migrationshintergrund und Mathematikleistung. Neben den Ergebnissen dieser Schulleistungsstudien werden weitere empirische Befunde zu erreichten mathematischen und fachsprachlichen Kompetenzen sowie zu Argumentationskompetenzen, insbesondere von Grundschülerinnen und Schülern, vorgestellt.

4.1 Sprachliche Kompetenzen

In diesem Abschnitt wird das für das Mathematiklernen erforderliche fach- und bildungssprachliche Repertoire aus linguistischer, bildungswissenschaftlicher und mathematikdidaktischer Perspektive analysiert. Konsens besteht darüber, dass dieses fach- und bildungssprachliche Repertoire eine wichtige Rolle in Bildungsprozessen zukommt, da „Transport, Vermittlung und Abruf von Leistungen in der Schule vornehmlich über Sprache – mündlich wie schriftlich – erfolgen.“ (Holler 2007, 25)

4.1.1 Funktionen von Sprache

Durch Sprache wird nicht nur vorhandenes Wissen dargestellt, sondern auch neues Wissen erzeugt. Dabei erfüllt Sprache sowohl eine kognitiv-

epistemische als auch eine kommunikative Funktion. Sprache ist einerseits ein Mittel, um das eigene Denken zu ordnen und ihm neue Möglichkeiten zu eröffnen (kognitive Funktion), und andererseits das zentrale Medium für den Gedankenaustausch mit anderen (kommunikative Funktion). (Meyer/Tiedemann 2017, 42).

Zunächst wird die kognitive Funktion betrachtet. Es geht im Fach Mathematik darum, den Wahrheitsgehalt vorgegebener Thesen und Aussagen zu beweisen (Abschn. 3.4). Um diesen Wahrheitswert (Richtigkeit der Konklusion) bestimmen und diskutieren zu können (richtig oder falsch), muss die Bedeutung der verwendeten sprachlichen Formulierung exakt durch Konventionen zugewiesen und somit eindeutig sein. Trotz dieser geforderten Eindeutigkeit kann ein verwendeter Begriff durch unterschiedliche Erfahrungen erworben sein oder unterschiedliche Objekte oder Prozesse abbilden, wie die zwei folgenden Beispiele zeigen. Das Objekt „Dreieck“ ist mathematisch dadurch definiert, dass die Summe zweier Seiten immer größer als die der dritten Seite ist

$$a+b>c, b+c>a, c+a>b.$$

In der Wirklichkeit gibt es viele verschiedene Dreiecke: größere, kleinere, rote, blaue, aus Holz, Pappe oder Kunststoff gefertigte, als Bauelement oder Puzzleteil verarbeitete Dreiecke. Es muss gelingen, alle diese Gegenstände als Dreiecke zu identifizieren.

Rechengesetze geben allgemein an, für welche Menge von Zahlen und Operationen Gültigkeit besteht. Für die Beschreibung des Rechengesetzes „Bei einer Additions- oder einer Multiplikationsaufgabe ändert sich der Wert der Summe bez. des Produkts nicht, wenn die Reihenfolge der Summanden, bez. Faktoren vertauscht werden“ ist der Begriff Kommutativgesetz vereinbart:

$$“a + b = b + a \text{ und } a \cdot b = b \cdot a”.$$

Um diesen Lehrsatz zu verstehen und um von jeder beliebigen Einzelaufgabe abstrahieren zu können, müssen alle Gesprächsteilnehmer zur Formulierung dieser Erkenntnis eine exakte und vereinbarte Definition der Begriffe (Summand, Faktor, Kommutativgesetz) verwenden. Nur wenn die definierte Formulierung gewählt und verstanden ist, kann eine mathematische Argumentation überprüft werden (richtig oder falsch). Sprache übernimmt eine kognitive Funktion, wenn ausgehend von konkreten Objekten, Eigenschaften oder Prozessen, eine Auseinandersetzung auf verschiedenen Abstraktionsebenen stattfindet und Abstraktionsleistungen zum Ausbau und Aufbau mathematischer Kompetenzen erbracht werden müssen (Maier/Schweiger 1999, 17; Wessels 2015, 16-19; Meyer/Tiedemann 2017, 42-43). Sprache ist somit ein Werkzeug des Denkens (Morek/Heller 2012, 70).

Sprache dient darüber hinaus der Verständigung und ist somit Medium des Wissenstransfers. In so einem Kontext übernimmt Sprache eine kommunikative Funktion. Die eigene Meinung, Denkweise, Fragestellung, das eigene Anliegen wird formuliert, Bedeutungen werden ausgehandelt. Es kann ein Austausch über Fachinhalte stattfinden (Knapp 2006, 594). Der Gesprächsteilnehmer versteht die Äußerungen des Gesprächspartners oder auch nicht. Er kann diese prüfen, kritisieren oder als neue Erkenntnis übernehmen. Im Fach Mathematik können in diesen Diskursen neben den durch Konventionen eindeutig und exakt definierten Bezeichnungen auch deiktische Begriffe, ungenaue oder falsche Bezeichnungen verwendet werden (Wessels 2015, 16-19; Meyer/Tiedemann 2017, 33). Beim Sprechvorgang werden Ideen und Vorstellungen vor dem Aussprechen in der Regel geordnet und strukturiert. Formuliert Vorstellungen und Ideen des Sprechers können für den Hörer anregend sein, weiterentwickelt oder verworfen werden (Maier/Schweiger 1999, 18; Schlager 2019, 20). Die kommunikative Funktion ist dann mit der kognitiven Funktion verwoben.

4.1.2 Sprache als Lerngegenstand, Lernmedium und Lernhürde

In einigen Forschungsarbeiten zur Praxis des sprachbewussten Mathematikunterrichts wird Sprache mit den Kategorien, Lernmedium, Lerngegenstand und Lernhürde bzw. Lernhindernis beschrieben (Prediger 2020; Meyer/Tiedemann 2017). Prediger spricht von Sprachkompetenz als ungleich verteilte Lernvoraussetzung (Prediger 2020, 8). Sprache als Lernmedium umfasst die kommunikative und die kognitive Funktion, da sie als Werkzeug des Denkens und als Medium für Kommunikation fungiert. In den letzten Jahren rücken Ergebnisse von Forschungsarbeiten in den Fokus, die nachweisen konnten, dass sowohl die kommunikative als auch die kognitive Funktion von Sprache fördernd entwickelt, folglich Lerngegenstand bzw. Lernziel werden muss, um nicht zur Lernhürde bzw. zum Lernhindernis zu werden (Schütte 2009, Bezold 2009, Prediger/Wessels 2011, Heinze et al. 2011, Schleppegrell 2012, Meyer/Prediger 2012, Becker-Mrotzek et al. 2013, Neumann et al. 2014, Prediger 2015, Wilhelm 2016, Brandt/Gogolin 2016, Gürsoy 2016, Bochnik 2017, Meyer/Tiedemann 2017).

Dieses entstandene Problembewusstsein verlangt nach weiteren fachspezifischen Forschungen, die das genaue Ineinandergreifen von fachlichen und sprachlichen Herausforderungen thematisieren (Prediger/Wessel 2011, 163). Es gilt zu klären, welche besonderen sprachlichen Hürden bestehen, wie sie das Mathematiklernen einschränken oder verhindern und wie sie überwunden werden können. Um sich dieser Frage zu nähern, müssen die in der Schule verwendeten sprachlichen Register¹² der Alltags-, der Bildungs- und der Fachsprache betrachtet werden. In dieser Arbeit liegt der Fokus nicht auf der Betrachtung von alltagssprachlichen Kompetenzen als Lerngegenstand bzw. Lernziel, da diese vorhanden sind bzw. sehr schnell erworben werden

¹² Als sprachliches Register wird bezeichnet ein „set of meanings that is appropriate to a particular function of language, together with the words and structures which express these meanings.“ (Halliday 1978, 195).

(Knapp 1997).¹³ Im Folgenden werden komplexere sprachliche Formen, die den Registern der Fach- und Bildungssprache zu zuordnen sind, betrachtet. Hoffmann definiert Fachsprache als „die Gesamtheit aller sprachlichen Mittel, die in einem fachlich begrenzten Kommunikationsbereich verwendet werden, um die Verständigung zwischen den in diesem Bereich tätigen Menschen zu gewährleisten“ (Hoffmann 1985, 53). Roelke gliedert Fachsprachen und beschreibt die horizontale Gliederung als Fächergliederung und die vertikale als die kommunikativen Ebenen des einzelnen Faches (Roelke 2010, 30-40).

Der Begriff 'Bildungssprache' ist angelehnt an Forschungen im englischsprachigen Raum, mit denen nachgewiesen werden konnte, dass für den Schulerfolg ein spezielles sprachliches Register vorhanden sein muss, das als *language of schooling* (Schleppegrell 2004) und *cognitive academic language proficiency* (Cummins 2000) bezeichnet wird. Der Begriff 'Bildungssprache' wird im deutschsprachigen Raum aus bildungswissenschaftlicher und linguistischer Perspektive unterschiedlich akzentuiert. Das Register Bildungssprache wird beschrieben als Register, das in der Schule Orientierungswissen ermöglicht (Habermas 1977), mit dem hoch verdichtete, kognitiv anspruchsvolle Informationen übermittelt werden und dessen Beherrschung von erfolgreichen Schülerinnen und Schülern erwartet wird (Gogolin/Lange 2011). Es ist ein Register, das Sprachhandlungen umfasst, die als kognitiv-sprachliche Diskursfunktionen im Unterricht zentral sind (Vollmer/Thürmann 2013). Da Bildungssprache auch immer eine Sprache des Lernens und Lehrens darstellt, ist diese somit eine „didaktisch genutzte Sprache“ (Feilke 2012). Der Begriff wird teilweise synonym mit den Begriffen Schulsprache/Sprache der Schule (Vollmer/Thürmann 2010, Feilke 2012) und Standardsprache, Sprache, die in der Schule gesprochen und geschrieben wird (Beyer 2015), verwendet. Morek/Heller (2012) erweitern die Definitionen des Begriffes 'Bildungssprache', indem sie neben

¹³ Lediglich neu zugewanderte SuS ohne Deutschkenntnisse müssen in der ersten Phase des Schulbesuchs auch Alltagssprachliche Register lernen.

der kommunikativen (Medium von Wissenstransfer), der epistemischen (Werkzeug des Denkens) auch die sozialsymbolische Funktion (Eintritts- und Visitenkarte) einbeziehen, da „die soziale Einbettung von Lern- und Vermittlungsprozessen ebenso wenig vernachlässigt werden [darf] wie die sozialsymbolische und identitätsstiftende Kraft sprachlicher Praktiken.“ (ebd., 82) Diese Perspektive ermöglicht die Betrachtung der sprachlich-kommunikativen Anforderungen, Erwartungen und Bewertungen, die an Schülerinnen und Schüler gestellt werden (ebd., 93).

Der Begriff ´mathematische Fachsprache` ist nach dem Stand der Forschungen ebenfalls nicht eindeutig definiert, wohl aber durch die Darstellung von wichtigen lexikalischen und syntaktischen Merkmalen beschrieben (Baukó 2009, 17). Für diese Studie werden, da einerseits die Abgrenzung der Register der Fach- von denen Bildungs- und Schulsprache nicht trennscharf und andererseits die Definition dieser Begriffe nicht einheitlich und eindeutig ist, diese mathematischen fach- und bildungssprachliche Praktiken¹⁴ bzw. fach- und bildungssprachliche Kompetenzen als fach- und bildungssprachliches Repertoire zusammengefasst und in Abgrenzung zur Alltagssprache gesehen. Das mathematische fach- und bildungssprachliche Repertoire aus der Perspektive des Kontexts Schule betrachtet, wird als Lerngegenstand bzw. Lernziel verstanden. Es bildet die fachlichen Kommunikationsstrukturen des Faches (Hoffmann 1985) ab und lässt eine vertikale Gliederung (Roelke 2010) in Form eines Spiralcurriculums erkennen. Das Register spielt für Schülerinnen und Schülern eine wichtige Rolle, verlangt exakte eindeutige Formulierungen und beinhaltet verdichtete, anspruchsvolle Informationen, die teilweise durch Sprachhandlungen übermittelt und nicht vorausgesetzt werden dürfen (Meyer/Tiedemann 2017, Vollmer/Thürmann 2013, Tiedemann 2015, Morek/Heller 2012/ Gogolin 2011, Schleppegrell 2004, Cummins 2000).

¹⁴ Morek/Haller verwenden den Begriff „bildungssprachliche Praktiken“ (Morek/Heller 2012, 84).

4.1.3 Das Repertoire fach- und bildungssprachlicher Kompetenzen im Fach Mathematik

In diesem Abschnitt werden die geforderten domänenspezifischen sprachlichen Merkmale der mathematischen Fach- und Bildungssprache beschrieben. Dazu werden die in der Literatur meist quantitativ erfassten lexikalischen und syntaktischen Merkmale nach Wort-, Satz- und Textebene zusammengestellt (u.a. Meyer/Tiedemann 2017, Wildemann/Fornol 2016, Gürsoy 2016, Götze 2015, Abshagen 2015, Beese et al. 2014, Weis 2013a, Weis 2013b, Morek/Heller 2012, Baukó 2009, Maier/Schweiger 1999).

Auf Wortebene zeichnet sich die Fach- und Bildungssprache im Fach Mathematik durch eine hohe lexikalische Dichte und Differenziertheit - Nominalphrasen, Nominalisierungen, nominale Zusammensetzungen und normierte Fachbegriffe - aus (Wessels 2015, 24). Meyer/Tiedemann unterscheiden drei Kategorien:

1. Wörter, die nur in der Fach- und Bildungssprache, nicht aber in der Alltagssprache vorkommen (z.B. addieren).
2. Wörter, die sowohl in der Alltags- und als auch in der Fach- und Bildungssprache mit ähnlicher Bedeutung vorkommen (z.B. Länge und Breite).
3. Wörter, die in beiden Registern mit gänzlich unterschiedlichen Bedeutungen vorkommen (z.B. Produkt, Wurzel).

Die im Fach verwendeten Symbole werden ebenfalls der Wortebene zugeordnet, da diese durch Fachwörter bezeichnet und verbalisiert werden (Meyer/Tiedemann 2017, 22-23.).

Götze (2015, 12-21), Wildemann/Fornol (2016, 183) und Gürsoy (2016, 135) nennen bildungssprachliche Begriffe, die im Alltag eher selten verwendet werden (z.B. Erlös, Zuschauerschnitt). Gürsoy weist auf die Bedeutung des Strukturwortschatzes, besonders auf die von abstrakten Präpositionen für die Mathematikleistung hin. (Gürsoy 2016, 136-139)

Die Satzstellung zeichnet sich häufig durch komplexe Satzgefüge und Varianz in der Wortstellung, zum Beispiel durch Topikalisierung, aus. Mathematische Sätze und Texte sind gekennzeichnet durch eine verdichtete Sprache, die durch Knappheit und Prägnanz eine hohe Informationsdichte aufweist (Bochnik 2017,33; Weis 2013b, 144-153). Objekte, Eigenschaften und Prozesse werden meist nicht isoliert, sondern im Zusammenhang, häufig abstrahierend, betrachtet (Kap. 4.1.1) Zur sprachlichen Realisation sind Kohärenzmarkierungen wie Konnektivpartikel wie *obwohl*, *trotzdem* sowie Konjunktionen wie *und*, *oder* und Satzgefüge wie *Konjunktionalsätze*, *Kausalsätze*, *Relativsätze* und *Infinitivsätze* typisch (Wilhelm 2016, 39). Weitere typische Sprachformen sind eine unpersönliche Ausdrucksweise und festgelegte strukturelle und sprachliche Merkmale, z.B. bei Konstruktionsbeschreibung: „*Gegeben ist ...*“, oder bei Beweisen: „*Es gilt..., Wegen... ist..., Damit stimmen..., dann muss...*“ (Meyer/Tiedemann 2017, 26).

Im Gegensatz zu den bisher dargestellten sprachlichen Mitteln, die lexikalische und grammatische Normen repräsentieren und mit „richtig“ oder „falsch“ unterschieden werden können, muss im Blick auf die pragmatische Norm der sprachlichen Anforderungen gefragt werden, welche Kriterien erfüllt werden sollen oder müssen. Es ist nicht geklärt, welche Kriterien Sprachhandlungen erfüllen müssen. Es bleibt offen, wann eine Beschreibung eine gute Beschreibung ist, wie eine gute Erklärung formuliert werden müsste. Meyer/Tiedemann regen an, dass darüber in der jeweiligen Lerngruppe diskutiert und die Kriterien ausgehandelt werden sollten. Die Autoren schlagen als Kriterien für eine gute Erklärung vor, „dass sie bildungssprachlich formuliert ist, sodass sie unabhängig von der konkreten Unterrichtssituation verständlich und darüber hinaus exakt, allgemein und präzise ist.“ (ebd., 33)

Prediger/Wessel fokussieren auf die Bedeutung und Versprachlichung nichtverbaler Repräsentationsformen (enaktiv, ikonisch, symbolisch), da sich mathematische Begriffe erst durch Kombination dieser ver-

schiedenen sprachlichen Darstellungsformen in Form von „sprachlichen Übersetzungsleistungen“ vollständig ausbilden lassen (Prediger/Wessel 2011, 166).

4.2 Exkurs Mehrsprachigkeit und Zuwanderungsgeschichte

In dieser Arbeit wird untersucht, ob die Vorgaben der Bildungsstandards und Lehrpläne bezüglich der prozessbezogene Kompetenz *Argumentieren* am Beispiel des Übungsformats Zahlenmauern erfolgreich umgesetzt werden können. Dabei geht es auch um die Frage, ob sich die Kompetenzen ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler unterscheiden. Um die Frage beantworten zu können, muss der häufig als Oberbegriff verwendete Begriff *Mehrsprachigkeit* näher betrachtet werden.

In diesem Exkurs werden verschiedene Kategorisierungen des Begriffes aufgezeigt und die für den empirischen Teil der Studie verwendete Definition begründet.

Riehl definiert diesen Begriff anhand folgender Kriterien

- „nach Art des Erwerbs
- nach gesellschaftlichen Bedingungen
- nach Kompetenz
- nach Sprachkonstellationen.“ (Riehl 2014, 11).

Das Kriterium *Sprachkonstellationen* (Status der beteiligten Sprachen) wird, da kein Aspekt der empirischen Untersuchung, nicht diskutiert. Für das Kriterium *Kompetenz* (Ab wann ist ein Mensch mehrsprachig?) werden die Definitionen von Bredthauer (2018) Riehl (2014), Jostes (2017) zu Grunde gelegt. Bredthauer beschreibt Personen als mehrsprachig, wenn diese nicht nur „auf muttersprachlichem Niveau zwei oder mehr Sprachen beherrschen, sondern auch jene, die weitere Sprachen nur rudimentär erworben haben.“ (Bredthauer 2018, 275). Die *Art des Erwerbs* unterscheidet, ob ein Kind mehrere Sprachen simultan oder sukzessive und gesteuert oder ungesteuert erwirbt (ebd. 11). Die *gesellschaftlichen Bedingungen*, in denen Mehrsprachigkeit praktiziert wird

oder werden muss, unterscheiden sich durch die Dimensionen individuelle (der einzelne Sprecher), gesellschaftliche (Sprachgebrauch in mehrsprachigen Staaten oder Regionen) und institutionelle (Verwendung mehrerer Sprachen in Institutionen) Mehrsprachigkeit (Riehl 2014, 12).

Da in der empirischen Studie die Leistungen der Schülerinnen und Schüler, die Deutsch als Erstsprache mit denen, die Deutsch als Zweit- oder Drittsprache erworben haben, verglichen werden, wird Mehrsprachigkeit hier lediglich auf die individuelle Dimension der `äußeren Mehrsprachigkeit` bezogen. Sprachvarietäten wie Dialekte und Soziolekte werden nicht berücksichtigt. Die institutionelle Verwendung wird nicht betrachtet, da dann alle Probanden der Studie als mehrsprachig zu bezeichnen wären, da sie neben Deutschkenntnissen auch über die im schulischen Kontext gesteuert erworbenen Englischkenntnisse verfügen. Des Weiteren wird auch die Art des Erwerbs nicht betrachtet.

Ebenso ist eine Betrachtung des Begriffs *Zuwanderungsgeschichte* für die Entwicklung der Fragestellungen dieser Studie und der späteren Einordnung der Forschungsergebnisse bezüglich der Konzeptionen und Ergebnisse von Schulleistungstudien und Vergleichsarbeiten essentiell. Nachdem in *PISA 2000* (PISA 2001) erstmals der Zusammenhang zwischen Herkunft und Bildungserfolg belegt wurde (Abschn. 2.2), erfassen die dann folgenden Schulleistungstudien *PISA*, *TIMMS*, der *IOB-Ländervergleich* und die Vergleichsarbeiten *VERA* regelmäßig den Zusammenhang zwischen herkunftsbedingten Hintergrundfaktoren wie soziale Herkunft, Migrationsgeschichte, sprachliche Kompetenz und schulischen Leistungen im Fach Mathematik. Die in den Studien verwendeten Kategorien sind nicht einheitlich. Der Begriff *Mehrsprachigkeit* wird in keiner der Studien verwendet. Die Vergleichsarbeiten *VERA 3* (QUA-LIS NRW 2019) unterscheiden nach „Deutsch dominant“ oder „Deutsch nicht dominant“. Die *TIMMS-Studie* betrachtet den Zusammenhang des Kompetenzerwerbs von Schülerinnen und Schülern mit und ohne Migrationshintergrund. Migrationshintergrund

wird definiert für „Kinder [...], wenn ein Elternteil oder beide Elternteile außerhalb Deutschlands geboren wurden.“ (Wendt et al. 2016, 319). Im *IQB-Ländervergleich* und in *PISA* (seit 2003) wird zur Definition des Zuwanderungsstatus ebenfalls das Geburtsland der Kinder und Eltern herangezogen, allerdings wird hier nach vier Kategorien unterschieden:

- Ohne Zuwanderungsgeschichte: Kein Elternteil in Ausland geboren.
- Ein Elternteil im Ausland geboren.
- Zweite Generation: Beide Elternteile im Ausland, die Schülerin oder der Schüler selbst in Deutschland geboren.
- Erste Generation: Beide Elternteile und die Schülerin oder der Schüler selbst im Ausland geboren. (Reiss et al. 2019, 134/ Stanat et al. 2012, 211).

4.3 Empirische Befunde

In diesem Abschnitt werden die von Schülerinnen und Schülern erreichten fachlichen und fachsprachlichen Kompetenzen im Fach Mathematik betrachtet. Dazu werden Ergebnisse von Large-Scale Schulleistungsstudien, Vergleichsarbeiten und weiterer empirischer Studien dargestellt.

4.3.1 Ergebnisse von Schulleistungsstudien und Vergleichsarbeiten

Deutschland nimmt seit dem Jahr 2000 an der internationalen Vergleichsuntersuchung *PISA* der OECD (Abschn. 2.2), seit 2007 an der von der IEA verantworteten *TIMMS-Studie*, die alle vier Jahre mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern im internationalen Vergleich untersucht, und seit 2001 an der *IGLU-Lesestudie* teil. Diese wird national durch einen von dem *IQB* durchgeführten *Ländervergleich*, der auch den Bereich der mathematischen Kompetenzen erfasst, erweitert. Als Reaktion auf *PISA 2000* werden in Deutschland flächendeckende Lernstandserhebungen in Form von Vergleichsarbeiten (VERA) in allen 18 Bundesländern in der

Klasse 8 und der Klasse 3 (2004 bis 2006 in Klasse 4) in den Fächern Deutsch und Mathematik verbindlich durchgeführt.

Im Folgenden werden einige Ergebnisse bezüglich der erreichten mathematischen Leistungen der Large-Scale-Studien *PISA* und *TIMMS-Studien*, des *IQB-Ländervergleichs* sowie der Lernstandserhebung VERA zusammengefasst.

Die mit der *PISA Studie 2018* ermittelten mathematischen Kompetenzen der Fünfzehnjährigen liegen leicht über dem OECD Durchschnitt, aber nicht in der Spitzengruppe. Im Vergleich zu *PISA 2012* ergibt sich bei *PISA 2018* ein signifikanter Rückgang der mathematischen Leistungen. Der Anteil leistungsschwacher Jugendlicher, die die Kompetenzstufe II¹⁵ nicht erreichen, beträgt 21 Prozent und hat gegenüber der Untersuchung *PISA 2012* zugenommen. Die Leistungsunterschiede zwischen leistungsschwachen und leistungsstarken Schülerinnen und Schülern ist in Deutschland signifikant höher als im OECD- Durchschnitt. „der Unterschied zwischen leistungsstarken und leistungsschwachen Schülerinnen und Schülern ist nach wie vor sehr groß.“ (Reiss et al. 2019, 204) Der Vergleich der Testleistungen der *TIMMS Studien*¹⁶ 2007, 2011 und 2015 zeigt, „dass Deutschland einer von neun Teilnehmerstaaten ist, bei denen keine signifikante Veränderung zwischen den Testergebnissen der Jahre 2007 und 2015 festzustellen ist. Gleichwohl zählt Deutschland [...] zu den wenigen Staaten, in denen das Testergebnis von *TIMMS 2015* im Vergleich zu *TIMMS 2007* etwas, wenn auch nicht bedeutsam, schwächer geworden ist.“ (ebd., 109) Deutschland befindet sich, anders „als bei den Studienzyklen 2007 und 2011 [...] damit nicht mehr im oberen Drittel der internationalen Rangreihe, sondern nur noch im Mittelfeld der teilnehmenden Staaten.“ (Wendt et al. 2016, 16) Der Anteil von leistungsstarken Schülerinnen

¹⁵ Die Erfassung der mathematischen Kompetenzen wird bepunktet und in sechs Kompetenzstufen (aufsteigend I-VI) eingeteilt.

¹⁶ Die Leistungswerte werden fünf Kompetenzstufen (aufsteigend I-V) zugeordnet.

und Schülern ist im internationalen Vergleich gering. Bezüglich der Leistungen von Grundschülerinnen und -schülern ist bemerkenswert, dass „nur 5 Prozent aller Grundschul Kinder in Deutschland [...] in *TIMMS 2015* [ein] Leistungsniveau [zeigen], das der *Kompetenzstufe V* zuzuordnen ist. [...] In den asiatischen Teilnehmerstaaten verfügen 30 bis 50 Prozent aller Kinder über ein entsprechendes Leistungsniveau.“ (ebd.) Besonders auffallend ist, dass ein Viertel der Schülerinnen und Schüler in Deutschland im Gegensatz zu Teilnehmerstaaten, die besser als Deutschland abgeschnitten hatten, „am Ende ihrer Grundschulzeit nur die erste oder zweite Kompetenzstufe erreicht und damit allenfalls über einfache mathematische Fertigkeiten und Fähigkeiten verfügt.“ (ebd., 133) Bei den stärksten Teilnehmerstaaten beträgt dieser Anteil lediglich sieben Prozent. In Deutschland sind somit circa 20 Prozent der Schülerinnen und Schüler sowohl im Bereich Lesen als auch im Bereich Mathematik als Risikogruppe zu bezeichnen. Es ist somit davon auszugehen, dass diese Schülerinnen und Schüler erhebliche Schwierigkeiten haben werden, den Anschluss in der Sekundarstufe I zu finden und die Anforderungen zu erfüllen (Stanat et. al 2012, 293). Im oberen Bereich ist der Anteil an leistungsstarken Schülerinnen und Schüler sehr gering. Nur fünf Prozent der Grundschul Kinder erreichen Kompetenzstufe V (Wendt et al. 2016, 16).

4.3.2 Disparitäten

Sowohl die Schulleistungsstudien als auch die Vergleichsarbeiten VERA¹⁷ untersuchen den Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft, Migrationshintergrund, Sprachkompetenz und Mathematikleistungen.

Alle Studien zeigen deutliche Leistungsunterschiede zwischen Schülerinnen und Schülern, bei denen kein Elternteil, ein oder beide Elternteile in Deutschland geboren wurden. Im Vergleich zu den Schülerinnen und Schülern, bei denen kein Elternteil in Deutschland geboren

¹⁷ Die Ergebnisse des Bundeslandes Bayern werden nicht veröffentlicht. Die Einzelschule erhalten Rückmeldungen zu ihren Ergebnissen. Im Folgenden werden die Ergebnisse für das Land NRW betrachtet.

wurde, erzielt die Gruppe der Schülerinnen und Schüler mit einem oder beiden im Ausland geborenen Elternteilen in allen Studien (TIMMS 2015, 2011, 2007, IQB – Ländervergleich) deutlich schlechtere Ergebnisse.

Die *TIMMS-Studien* zeigen, dass sich das Ausmaß der Disparitäten zwischen sozialer Herkunft und mathematischen Kompetenzen in den letzten Jahren nicht verändert hat (Wendt et al. 2016, 313). Schülerinnen und Schüler aus armutsgefährdeten Elternhäusern liegen circa ein Schuljahr zurück (ebd., 310). Die VERA 3-Ergebnisse für Nordrhein-Westfalen (QUA-LIS NRW 2019) zeigen ebenfalls einen signifikanten Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft und Mathematikleistung. So haben im Bereich Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeiten 8,7 Prozent der Schülerinnen und Schüler des Standortfaktors 1¹⁸ die Kompetenzstufe 1 (KS 1)¹⁹ erreicht, dagegen 31,2 % die Kompetenzstufe 5 (KS5). Im Vergleich dazu haben 31,2 % der Schülerinnen und Schüler des Standortfaktors 5 die Kompetenzstufe 1 (KS 1) und nur 7,7 % die Kompetenzstufe 5 (KS5) erreicht. (VERA 2019, 11).

Die Ergebnisse der Schulleistungsstudien bezüglich der Lese- und der Mathematikleistungen weisen tendenziell in dieselbe Richtung. Die Ergebnisse der Vergleichsarbeiten VERA zeigen einen Zusammenhang zwischen sprachlichen (Lesen und Zuhören) und mathematischen Leistungen (Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit und Raum und Form).

¹⁸ VERA unterscheidet 5 Standorttypen nach Migrantanteil der Schülerschaft und Anteil von SGB-II-Empfängern im Schulumfeld. Standorttyp I: 12 % Migrantanteil und 5 % SGB II Empfänger. Standorttyp V: 67% Migrantanteil, 15-30 % SGB II Empfänger. Standorttyp I günstiger, Standorttyp V ungünstiger Standort.

¹⁹ Die Erfassung der Kompetenzen wird in 5 Kompetenzstufen (aufsteigend I-V) eingeteilt.

Tabelle 3: VERA Ergebnisse NRW (2019) Prozentuale Verteilung der Kompetenzstufen (KS) differenziert nach Sprachkompetenz

		KS1	KS2	KS3	KS4	KS5
Lesen	Deutsch dominant	12,9	21,7	24,8	17,7	22,9
	Deutsch nicht dominant	41,4	29,9	16,7	7,1	4,9
Zuhören	Deutsch dominant	12,4	24,0	18,5	20,5	24,6
	Deutsch nicht dominant	44,3	30,9	12,0	7,5	5,3
Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlich-	Deutsch dominant	12,0	22,9	22,7	25,3	15,5
	Deutsch nicht dominant	34,4	30,8	17,4	12,3	5,1
Raum und Form	Deutsch dominant	15,4	21,8	29,2	18,1	15,5
	Deutsch nicht dominant	35,7	27,9	22,4	8,9	5,1

Quelle: QUA-LIS NRW, VERA3 -2019, 10

Zwischen 35 und 44 Prozent der Schülerinnen und Schüler mit Deutsch als nicht dominanter Sprache erreichen nur die niedrigste Kompetenzstufe 1, die Kompetenzstufe V wird dagegen nur von circa 5 Prozent erreicht. Die Ergebnisse der Schülerinnen und Schüler mit Deutsch als dominanter Sprache verhalten sich fast antiproportional, zwischen 12 und 15 Prozent erreichen die Kompetenzstufe I, zwischen 15, 5 und 24,5 Prozent die Kompetenzstufe V.

4.3.3 Ergebnisse empirischer Studien zum Zusammenhang mathematischer und sprachlicher Kompetenzen

Neben den Large-Scale Studien und den Vergleichsarbeiten liefern weitere empirische Studien Ergebnisse zu den von Schülerinnen und Schülern erreichten mathematischen und sprachlichen Kompetenzen. Diese Studien versuchen die Frage, nach einem möglichen Zusammenhang zwischen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen zu beantworten.

Im Jahr 2012 wurden die Ergebnisse der Zentralen Prüfungen (ZP 10 Mathematik) in NRW untersucht. Die Auswertung dieser Studie zeigt, dass die Mathematikleistungen signifikant mit dem Faktor Sprachkompetenz korrelieren. Schülerinnen und Schüler mit geringeren sprachlichen Kompetenzen erzielen schlechtere Mathematikleistungen. Der Faktor Sprachkompetenz, der in dieser Studie lexikalische, grammati-

sche Komponenten von rezeptiven und produktiven Fähigkeiten umfasste, zeigt einen stärkeren Zusammenhang zu der Mathematikleistung als die Faktoren soziökonomischer Hintergrund oder Zeitpunkt des Deutscherwerbs. (Schlager 2020, Gürsoy 2016, Prediger et al. 2015) Diesen Zusammenhang kann Wilhelm ebenso für den Bereich der Textaufgaben nachweisen (Wilhelm 2016, 294).

Durch die Ergebnisse der SOKKE-Studie (Sozialisation und Akkulturation in Erfahrungsräumen von Kindern mit Migrationshintergrund) liegen erstmals Daten einer längsschnittlich angelegten Studie²⁰ vor, die den Zusammenhang von Sprachverständnis, Bilingualität und deren Effekte auf mathematische Kompetenzen erforscht hat (Ufer/ Reiss/ Mehringer 2013, 190-198). „Die Auswertung der Mathematiktest ergab [...] bereits am Ende des ersten Schuljahres signifikante Unterschiede zwischen Kindern mit und ohne Migrationshintergrund bestanden, die auch in den folgenden beiden Schuljahren nicht ausgeglichen werden konnten.“ (Heinze et al. 2011, 25) Diese Unterschiede verschwinden, wenn der Sprachstand statistisch kontrolliert wurde. Unter der Kontrolle der kognitiven Grundfähigkeiten werden keine signifikanten Unterschiede in den arithmetischen Rechenleistungen nachgewiesen. Symbolisch dargestellte Items wie „17-3-4-6“ in Klasse 1, „24:8“ in Klasse 2 oder „763-356“ als Aufgabe für die schriftliche Division in Klasse 3 werden gleich gut gelöst (ebd., 26). Systematische Unterschiede zeigen sich, wenn für den Prozess des Mathematisierens das Verständnis mathematischer Begriffe und Grundvorstellungen ausschlaggebend waren. Die Autoren folgern, dass „die Ausbildung eines umfassenden Verständnisses mathematischer Begriffe und Darstellungen [...] deutlich von sprachlichen Interaktionen im Unterricht abhängt.“ (ebd.)

In dem Projekt LaMa (Language and Mathematics) wird die Rolle der fachsprachlichen Kompetenzen als Variable des Zusammenhangs von

²⁰ Die Studie wurde 2003 bis 2010 von der Deutschen Forschungsgemeinschaft gefördert und untersucht Akkulturationsprozesse von Kindern mit und ohne Migrationshintergrund während aller vier Grundschuljahre und umfasst Daten von 417 Schülerinnen und Schülern.

allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz untersucht (Bochnik/Ufer 2017, 85). Die Studie, die von der Annahme ausgeht, dass Fähigkeiten in der Unterrichtssprache Deutsch ein zentraler Faktor für den Erwerb mathematischer Kompetenz darstellen, wurde von Dezember 2013 bis Juni 2014 mit 383 Drittklässlern durchgeführt. Es werden mathematische Kompetenzen im Bereich der Arithmetik, mathematisch-fachsprachliche und allgemeinsprachliche Kompetenzen erfasst und korreliert (ebd., 87). Entgegen den Erwartungen der Studienleitung zeigt sich kein Zusammenhang von mathematischen und allgemeinsprachlichen Kompetenzen. Dagegen zeigt sich „dass fachsprachliche Kompetenzen diesen Zusammenhang zu einem großen Teil vermitteln, insbesondere in der Gruppe der Lernenden mit nicht-deutscher Familiensprache.“ (Bochnik 2017, 226) Fachsprachliche Kompetenzen umfasst in der Studie die Bereiche der mathematischen Fachbegriffe, das textintegrative Verständnis und die Kompetenz, aus einem mathematikhaltigen Text durch lokale und globale Kohärenzbildungen ein Modell abbilden zu können.

4.4 Argumentationskompetenzen

In diesem Abschnitt werden die geforderten, erforderlichen und erreichten Kompetenzen bezüglich der prozessbezogenen Kompetenz *Argumentieren* im Mathematikunterricht dargestellt.

4.4.1 Geforderte Kompetenzen

Die geforderten Argumentationskompetenzen für das Fach Mathematik sind in den Bildungsstandards (KMK 2005b) und den Lehrplänen der Bundesländer festgelegt. Diese weisen neben den bereits bestehenden inhaltsbezogenen Kompetenzen seit 2004 auch Argumentationskompetenzen als einen Teil der prozessbezogenen Kompetenzen aus. Beide Kompetenzbereiche sind untrennbar aufeinander bezogen (Abschn. 2.3) Die formulierten Anforderungen der prozessbezogenen Kompetenz *Argumentieren* in den Lehrplänen der einzelnen Bundesländer unterscheiden sich, wie anhand der Lehrpläne für NRW und Bayern dar-

gestellt. Da auch in der Fachdidaktik Mathematik kein Konsens hinsichtlich der Definition des Argumentationsbegriffes besteht (Abschn. 3.3), ist es nicht möglich, die Anforderungen bezüglich der Argumentationskompetenz eindeutig zu fassen. Erschwerend kommt hinzu, dass im Gegensatz zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen keine präzisen und empirisch, theoretisch oder fachdidaktisch begründeten Formulierungen der Erwartungshorizonte für die verschiedenen Altersstufen vorliegen. Durch den Vergleich der Lehrpläne beider Bundesländer für die Primarstufe mit denen der Sekundarstufe I wird deutlich, dass grundlegende Einsichten in Argumentationsstrukturen bereits als Kompetenz am Ende der Primarstufe gefordert werden.

4.4.2 Erforderliche Kompetenzen

Argumentationskompetenzen sollen den Bildungsstandards zu Folge in den Curricula in fast allen Fächern aufgebaut werden. Die geforderten Argumentationskompetenzen im Fach Mathematik unterscheiden sich von denen der anderen Fächer und nehmen somit eine Sonderrolle ein. (Budke/Meyer 2015, 23) (Abschn. 3.4). Im mathematischen Kontext geht es immer darum, die *Konklusion* (Schlussfolgerung), die argumentativ nicht verhandelbar ist, zu verifizieren oder zu falsifizieren. Das *Datum* (die Annahme), die *Regel* (Argumentationsregel) und die *Stützung* der Regel sind Gegenstand einer mathematischen Argumentation (Kap. 3.1). Die *Konklusion* an sich kann nicht durch Kompromissvorschläge, Zugeständnisse, eigene, kreative, abweichende Ideen, eigene Normvorstellungen oder durch eine Pro- oder Kontradiskussion argumentativ diskutiert und verhandelt werden.

„... eine Strittigkeit [wird] von dem im Unterricht Beteiligten gewissermaßen simuliert, indem eine Begründung für eine hervorgebrachte mathematische Aussage eingefordert wird und (i.d.R. von der Lehrperson) signalisiert wird, dass der Unterricht erst weitergeführt werden kann, wenn eine adäquate Begründung für die thematisierte Aussage entwickelt worden ist.“ (Schwarzkopf 2015, 38)

Argumentieren im Mathematikunterricht verlangt die Kompetenz, die *Konklusion*, die immer ein abstraktes Modell, ein Objekt, einen Prozess

oder eine Eigenschaft repräsentiert und argumentativ nicht verhandelbar ist, zu beschreiben, zu erklären, begründen oder zu beweisen.²¹ Schülerinnen und Schüler müssen erkennen, dass *Datum*, *Regel* und *Stützung* sich nur auf die Korrektheit der Konklusion beziehen und nur dahingehend gedacht werden dürfen.

Des Weiteren muss erkannt werden, dass das mathematische *Argumentieren* zwei Bereiche, Argumentationen bezüglich des Rechenweges (Argumentieren WIE) und auch Argumentieren bezüglich des Algorithmus (Argumentieren WAS) umfassen kann.

Wenn mathematische Inhalte (Argumentieren WAS) argumentativ beschrieben, erklärt, begründet oder bewiesen werden, müssen neben dem fach- und bildungssprachlichen Wortschatz der betreffenden Aufgabe auch syntaktische Strukturen, die inhaltlich vorgezeichnet sind, beherrscht werden. Hier reicht es nicht „sprachlich korrekte Neben- und Hauptsätze zu formulieren, sondern [es kommt darauf an] auch richtig zu entscheiden, was als Prämisse und was als Konklusion zu beschreiben ist“ (Meyer/Tiedemann 2017, 31) Mathematische Argumentationen verlangen, wenn Argumente verknüpft werden als sprachliche Kompetenz, die Formulierung von Konditionalsatzkonstruktionen verbunden mit der Fähigkeit zwischen dem Algorithmus selber und dessen Erklärung, Begründung und Beweis zu unterscheiden. Zunächst muss die gemachte Annahme dargelegt (konditionaler Nebensatz), dann die abgeleitete Schlussfolgerung (Hauptsatz) beschrieben oder begründet und schließlich die zentrale Konklusion expliziert werden (ebd., 24-26). Wird diese Reihenfolge nicht identifiziert, und „wenn – dann“ vertauscht, können falsche Aussagen entstehen.

Argumentationskompetenz umfasst die Kompetenz des *Beweisens* (Abschn.3.3). Auch hier sind die Kompetenzanforderungen nicht eindeutig

²¹ Die konkreten Anforderungen sind in der Mathematikdidaktik nicht trennscharf und eindeutig gefasst (Abschn. 3.3)

gefasst, denn „es gibt unterschiedliche Ansätze dazu, was im Mathematikunterricht als Beweis gelten soll.“ (Tebaartz/Lengnink 2015, 107) Grundlegend kann jedoch festgehalten werden, dass um einen mathematischen Beweis führen zu können, mehrere Annahmen als gültig erkannt werden müssen, um anschließend die logische Folgerung deduktiv abzuleiten. Diese strukturelle Rahmung verlangt den Gebrauch von spezifischen Verben wie „gelte -gilt“, „sei“ sowie den Adverbien (u.a. *auch, deshalb, daher, dann, folglich, daher*) und Konjunktionen verbunden mit einer Nebensatzkonstruktion (z.B. *weil..., (immer) wenn ..., falls...*).

Aus den dargestellten Kompetenzanforderungen bezüglich einer mathematischen Argumentation werden die im Pre-Post-Design verwendeten Scaffolds entwickelt (Abschn. 9.1.3).

4.4.3 Erreichte Kompetenzen

Im folgenden Abschnitt werden die Befunde der Studien dargestellt, die Argumentationskompetenzen von Schülerinnen und Schüler empirisch erforscht haben. (Fetzer 2011, Bezold 2009, Neumann/Beier/Ruwisch 2014, Nagel/Reiss 2016)

Als Ergebnis einer querschnittlich angelegten empirischen Studie mit 439 Studienanfängern der Ingenieurwissenschaften identifizierten Nagel/Reiss, als größte Probleme für Studienanfänger in Studiengängen, die einen hohen Mathematikanteil aufweisen, das Erlernen mathematischer Argumentationen, da deren strenger Aufbau in der Schule kaum realisiert wurde (Nagel/Reiss 2016, 301).

In Studien an Gymnasien der Klassenstufen sieben bis dreizehn im Geometrieunterricht zeigen Schülerinnen und Schüler eine schwach ausgeprägte Fähigkeit, elementargeometrische Aussagen zu beweisen (Heinze 2004). „Ursachen [...] scheinen weniger mangelndes Faktenwissen zu sein als ein unzureichendes Wissen darüber, was einen ma-

thematischen Beweis ausmacht, und Probleme beim Aufbau einer Beweiskette sowie der Verknüpfung relevanter Argumente zu einer Argumentkette.“ (Tebaartz/ Lengnink 2015, 108)

Hinweise über die erreichten Argumentationsfähigkeiten von Grundschulkindern liefern die Studien von Bezold (2009), Fetzer (2011), Neumann, Beier und Ruwisch (2014) und Bezold (2009, 2010).

Fetzer legt ihrer Langzeitstudie, die in einer Grundschule in Süddeutschland über drei Jahre durchgeführt wurde und dazu Episoden aus dem Mathematikunterricht der ersten bis dritten Klasse videografiert wurden, das Argumentationsmodell Toulmins zu Grunde. Die Analyse argumentativer Prozesse dieser Studie erfolgt durch Funktionale Argumentationsanalysen, wobei die Äußerungen und/oder Aktivitäten hinsichtlich ihrer Funktion bzw. Rolle innerhalb des Arguments untersucht werden. (Fetzer 2011, 31) Durch Rekonstruktion der Argumentationen von Grundschülerinnen- und -schülern werden folgende vier charakteristische Aspekte herausgearbeitet:

1. Einfache Schlüsse: Begründungen fehlen, die Argumentation erfolgt aus Datum und Konklusion.
2. Substanzielle Argumentationen: Es wurde kein Beispiel für analytische, sondern nur für substantielle Schülerargumentationen²² gefunden.
3. geringe Explizität: Einzelne Elemente bleiben implizit, die Funktionsbeschreibung manchmal diffus und unklar.
4. verbales und non-verbales Argumentieren: Nicht alle Elemente der Argumentation werden durch `gesprochene` Äußerung explizit. Vieles wird non-verbal durch Zeigen und Verweisen verdeutlicht. (ebd., 33 - 45.)

Bezold hat für ihre Forschung das Argumentationsverständnis wie folgt definiert (Kap. 3.3): „Argumentieren bedeutet Vermutungen über mathematische Zusammenhänge zu äußern (zu formulieren), diese zu hinterfragen sowie zu begründen bzw. hierfür eine Begründungsidee zu

²² Nach Toulmin (1996) lassen analytische Argumentationen keinen Zweifel über den Schluss zu. Im Gegensatz dazu sind substantielle Argumentationen vage.

liefern.“ (Bezold 2009, 38) In dieser Studie hat sie ein Unterrichtskonzept in sechs dritten Grundschulklassen erprobt und anhand eines Kompetenzmodells zum Entdecken komplexer Zahlbeziehungen für das Argumentieren und Begründen durch die funktionale Argumentationsanalyse nach Toulmin (1996) ausgewertet. Die arithmetischen Kompetenzen werden in vier Niveaustufen (NO – N3) erfasst. Dabei sind Schülerinnen und Schüler, die über höhere mathematische Kompetenz verfügen, viel besser in der Lage, Entdeckungen zu begründen. „Kinder, die komplexe oder sehr komplexe Zahlbeziehungen erkennen, [sind] offensichtlich auch in der Lage [sic!] diese zu begründen. [...] Dennoch stellt sich die Frage, ob das Begründen eine so hohe Anforderung an Kinder stellt, dass es nicht von jedem Grundschüler erwartet bzw. verlangt werden kann.“ (Bezold 2009, 239) Durch die Unterrichtsstudie kann eine Steigerung der Argumentationskompetenzen bei 83 Prozent der Schülerinnen und Schüler erreicht werden. Dennoch können auch nach Beendigung der Unterrichtsstudie 15 und 17 Prozent der Schülerinnen und Schüler (je nach Item) keine der Grundanforderungen erfüllen (ebd., 285).

Neumann, Beier und Ruwisch (2014) haben in ihrem Lüneburger Forschungsprojekt in dritten, vierten und sechsten Klassen (n= 477) in Hamburg und Niedersachsen die Qualität von mathematischen und sprachlichen Begründungsstrukturen untersucht und dazu Daten aus mathematikdidaktischer sprachwissenschaftlicher und sprachdidaktischer Perspektive getrennt erhoben und korreliert. Sie definieren *mathematisches Argumentieren*, das als Entdecken, Beschreiben, Hinterfragen und Begründen mathematischer Gesetzmäßigkeiten und Zusammenhänge.

Die Aufgaben im arithmetischen Bereich werden in drei Abschnitte gegliedert: Rechnen, Regelmäßigkeiten erkennen und fortführen. In zwei Textblöcken müssen dazu Auffälligkeiten beschrieben und begründet werden. Durch ein Ratingverfahren werden die Aspekte codiert vergli-

chen. Die Auswertung zeigt, „dass [das] Entdecken und Fortführen mathematischer Zusammenhänge einfacher ist als eine mathematische Begründungsstruktur zu verwenden; beides jeweils einfacher als die sprachliche Realisierung der Begründungsstruktur.“ (Neumann/Beier/Ruwisch 2014, 121.) Die Qualität der sprachlichen Begründungsstrukturen ist nicht von der arithmetischen Komplexität der Aufgaben abhängig. Einfache Additionspäckchen, die relativ gut erkannt und fortgesetzt werden konnten, erweisen sich besonders schwierig zu begründen. Die Autoren der Studie sehen die Notwendigkeit weitere Forschung zur Überprüfung der internen Zusammenhänge zwischen mathematischen und sprachlichen Ansprüchen zum Begründen (ebd., 123).

4.5 Zusammenschau

In diesem Kapitel wurden die geforderten, die zum weiteren erfolgreichen Kompetenzerwerb erforderlichen und die tatsächlich erreichten Kompetenzen dargestellt. Die geforderten Kompetenzen werden durch die Anforderungen der durch die Bildungsstandards und Lehrplänen normativ formulierten inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen dargestellt.

Um einen Kompetenzzuwachs erzielen zu können, müssen Schülerinnen und Schüler bereits über gewisse Vorkenntnisse mathematischer fach- und bildungssprachlicher Aspekte des Themas verfügen oder diese im Unterricht erlernen, damit die verdichteten, kognitiv anspruchsvollen Informationen des Faches verstanden und darauf aufbauend neue weiterführende Inhalte erschlossen werden können.

Neben den Large-Scale Studien wie *PISA*, *TIMMS* sowie der *IQB-Ländervergleich* und den Vergleichsarbeiten *VERA* geben empirische Studien Hinweise zu den von Schülerinnen und Schülern erreichten Kompetenzen. Die Schulleistungsstudien und die Vergleichsarbeiten identifizieren lediglich eine relativ kleine Spitzengruppe von Schülerinnen und Schülern, dagegen ein Viertel, die am Ende der Grundschulzeit nur

untere Kompetenzstufen erreichen konnten. Für diese Gruppe werden Schwierigkeiten beim Weiterlernen in der SEK I erwartet. Die Schulleistungsstudien sowie die Vergleichsarbeiten weisen alle einen signifikanten Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft, Migrationshintergrund²³ und Sprachkompetenz nach. Empirische Studien belegen den Zusammenhang von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen für erfolgreiches Lernen. Besonders das Verständnis fachsprachlicher mathematischer Begriffe korreliert signifikant mit der Mathematikleistung. Schülerinnen und Schüler, die Deutsch als Zweitsprache lernen, erzielen schlechtere Ergebnisse. Die SOKKE- Studie (Heinze et al. 2011) weist diese Disparitäten bereits in einer ersten Klasse nach und stellt fest, dass die Leistungsunterschiede auch in folgenden Schuljahren nicht ausgeglichen werden können.

Die geforderten Argumentationskompetenzen sind ebenso wie die Interpretationen der Mathematikdidaktik (Abschn. 3.3) in den Lehrplänen der einzelnen Bundesländer nicht einheitlich dargestellt und weisen keine begründete Taxonomie im Sinne eines Spiralcurriculums aus. Eine mathematische Argumentation verlangt als sprachliche Kompetenz ein Verstehen der themenspezifischen fach- und bildungssprachlichen Formulierungen sowie die Fähigkeit, die gemachte Annahme in einem konditionalen Nebensatz und die daraus abgeleitete Schlussfolgerung in einem Hauptsatz zu beschreiben. Neben diesen syntaktischen Kenntnissen müssen Lerner den Gebrauch von Adverbien, Konjunktionen und besonderen Verbformen beherrschen. Empirische Studien weisen die erreichten Argumentationskompetenzen für Schülerinnen und Schüler aller Jahrgänge als nicht zufriedenstellend aus. Studien aus dem Grundschulbereich zeigen bezüglich des Zusammenhangs zwischen den mathematischen Anforderungen der inhaltsbezogenen Kompetenzen und der Qualität der Begründungsstrukturen widersprüchliche Ergebnisse.

²³ Die Begriffe Migrationshintergrund, Mehrsprachigkeit, Zuwanderungsgeschichte werden nicht einheitlich verwendet.

Im nächsten Kapitel wird ausgeführt, in wieweit Konzepte eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts die fachlichen und insbesondere auch die sprachlichen Anforderungen der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* thematisieren und diesbezüglich didaktisch und methodische Hilfestellungen formulieren.

5. Kompetenzorientierter Mathematikunterricht

Die Einführung der Bildungsstandards (2005b) ist verbunden mit einer veränderten Sichtweise auf das Verständnis von mathematischem Lernen. In diesem Kapitel werden diese Veränderung in der Mathematikdidaktik, die eine Abkehr von behavioristischen Lerntheorien hin zu einer auf der Theorie des Konstruktivismus basierenden Auffassung von Lernen mit den daraus resultierenden curricularen und methodisch-didaktischen Konsequenzen, dargestellt.

5.1 Grundideen

Behavioristische Lerntheorien²⁴ betrachten Lernprozesse unter dem Fokus von Ein- und Ausgabe. Die Lernenden selber werden als eher passive Objekte im Lernprozess betrachtet. Der Lehr-Lernprozess basiert auf dem Prinzip des Reiz-Reaktions-Lernens und ist durch Kleinschrittigkeit, Belehrung, der Notwendigkeit eines systematischen Inputs verbunden mit einer extensiven Übungspraxis vom Leichten zum Schweren gekennzeichnet (Wittmann 1990, 154 -157, Winter 1987, 9). Dem Konstruktivismus²⁵ dagegen liegt die Annahme zu Grunde, dass Lernen ein aktiver Prozess des Individuums ist und durch Interaktion des Lernenden mit seiner Umwelt und nicht von außen gesteuert stattfindet. Der Lernende konstruiert eigenständig und aktiv in Abhängigkeit seines Vorwissens und seiner wahrnehmungsbedingten Erfahrung neues Wissen. Mittlerweile besteht in der Mathematikdidaktik ein breiter Konsens darüber, Lernen nicht als „Abilden“, sondern als „Konstruieren“ zu betrachten. Diese Auffassung ist curricular verortet. „Mathematiklernen [wird] durchgängig als konstruktiver, entdeckender Prozess verstanden.“ (MSW: Richtlinien und Lehrpläne 2008 ,55)

²⁴Wichtige Vertreter des Behaviorismus: Brownell (Reiz-Reaktions-Lernen), Thorndike (Lernen durch Versuch und Irrtum); Skinner (Operantes Konditionieren).

²⁵ Wichtige Vertreter des Konstruktivismus: Piaget (Entwicklungsstufenmodell), Deweys (Pragmatisch Lerntheorie), Bruner (Entdeckendes Lernen).

Nach Winter handelt es dabei um

„ein theoretisches Konstrukt, die Idee nämlich, dass Wissenserwerb, Erkenntnisfortschritt und die Ertüchtigung in Problemlösungsfähigkeiten [...] durch eigenes aktives Handeln unter Rekurs auf die schon vorhandene kognitive Struktur [geschieht], allerdings in der Regel angeregt und somit erst ermöglicht durch äußere Impulse.“ (Winter 1989, 2)

Auf der Grundlage dieser Prämisse entwickeln die Mathematikdidaktiker Winter und Wittmann das Unterrichtsprinzip des aktiv-entdeckenden Lernens (Winter 1989, Wittmann 1990). Sie machen deutlich, dass sich sowohl die „Lehrer- als auch die „Schülerrolle“ verändern müsse. Lernende sollten Verantwortung für ihren eigenen Lernprozess übernehmen, Lehrkräfte müssen statt zu belehren, Lernprozesse begleiten, eine Art Mentorenrolle übernehmen. Sie vermitteln den Lernstoff nicht mehr kleinschrittig, sondern organisieren Lernumgebungen, in denen die Schülerinnen und Schüler ihre Fähigkeiten im Austausch miteinander selbstständig entwickeln können, um dadurch ein immer höheres Niveau zu erreichen. Die Autoren beschreiben ihre Perspektive auf das Lernen als stärkeorientiert, da „man sich schwerpunktmäßig an dem, was Kinder schon können [orientiert]“ im Gegensatz zu dem „noch weitverbreiteten Belehrungs-Schema [...] [das] sich hauptsächlich an dem [orientiert], was die Kinder noch lernen müssen und was sie falsch machen.“ (Müller/Selter/Wittmann 2012, 22)

Bezüglich der Förderung der Argumentationskompetenz wird betont, dass es wichtig sei, dass der Unterricht dazu zahlreiche Gelegenheiten bieten müsse. Der Unterricht sollte „Schülerinnen und Schülern von Beginn an kontinuierlich Möglichkeiten zu mathematischen Entdeckungen [...] bieten und ausgehend von deren Beschreibungen auch die darauf aufbauenden Kompetenzen immer wieder an[zu]regen [...] die Nichtverfügbarkeit formaler mathematischer Mittel kann sich sogar als fruchtbar erweisen, weil sie zu einem anschaulichen Argumentieren führt.“ (Fitzlar 2019, 7)

Seitens der linguistischen Forschung wird dagegen kritisiert, dass

„diskursive Praktiken wie Erklären und Argumentieren im Unterricht in ihrer Rolle als Lernmedium von den Beteiligten oftmals unhinterfragt bleiben [...] von den meisten Lehrkräften umstandslos vorausgesetzt [werden] [...] Die Konsequenz ist, dass die unterrichtlichen Partizipationsgelegenheiten, die Voraussetzung für den Erwerb und Ausbau von bildungssprachlichen Diskursfähigkeiten sind, im besten Fall zufällig entstehen.“ (Quasthoff/Heller/Morek 2021, 20)

Zur Umsetzung des Unterrichtsprinzips des aktiv-entdeckenden Lernens entwickelten Mathematikdidaktiker (Winter 1987, Müller//Selter/Wittmann 2012, Wittmann 1990, Schipper et al. 2000, Krauthausen/Scherer 2014, Radatz et al. 1996, 1998,1999) neue didaktische Konzepte, die als Lernumgebungen oder substantielle Lernumgebungen bezeichnet werden. Unterricht sollte spielerisch durch aktiv-entdeckendes, sozial- und problemorientiertes Lernen und produktives Üben in herausfordernden Lernsituationen organisiert werden. Die Entwicklung von mathematischen Kompetenzen wird nach dem Prinzip der fortschreitenden Schematisierung, also einem Prozess zunehmender Verallgemeinerung, erreicht werden (Krauthausen/Scherer 2014, 132-150). Innerhalb der Mathematikdidaktik bestehen Unklarheiten bezüglich dieser didaktischen Konzeption.

„Die Forschungslage zu den Auswirkungen der als neuartig propagierten Lehrverfahren ist [...] absolut unübersichtlich. Dies hängt vermutlich damit zusammen, dass niemand genau sagen kann, was ein relativ selbst gesteuertes, kooperatives, problemlösendes, in authentischer Lernumgebung stattfindendes und lebenslanges Lernen eigentlich ist“ (Edelmann 2000, 7)

Für den Mathematikunterricht sehen Krauthausen/Scherer (2014) die Situation nicht so pessimistisch, da „in den letzten Jahren zahlreiche Beispiele veröffentlicht [wurden], die konkretisieren, wie selbst gesteuertes, problemlösendes oder kooperatives Lernen im Grundschulunterricht zu realisieren ist.“ (Krauthausen/Scherer 2014, 115) Die Autoren verweisen auf Aufgabenformate in Form von substanziellen Lernumgebungen.

5.2 Substanzielle Lernumgebungen

Der Begriff Lernumgebung ist seit 1997 ein fester Begriff der fachdidaktischen Konzeption des kompetenzorientierten Unterrichts. (Friedrich/Mandel 1997, Winter 1989, Wittmann 1990/1992, Hirt/Wälti 2012, Krauthausen/Scherer 2014) Mit diesem Begriff werden „als Erweiterung des üblichen Begriffs 'Aufgabe' somit im Wesentlichen eine Unterrichtssituation mit Zielen, Inhalten und Vorgehensweisen bzw. Tätigkeiten der Lehrperson wie auch der Schülerinnen und Schüler [beschrieben].“ (Hirt/Wälti 2012, 13)

Substantielle Lernumgebungen müssen folgende Kriterien erfüllen:

„Sie müssen zentrale Ziele, Inhalte und Prinzipien des Mathematikunterrichts präsentieren. Sie müssen reiche Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten von Schülerinnen und Schülern bieten. Sie müssen flexibel sein und leicht an die speziellen Gegebenheiten einer bestimmten Klasse angepasst sein. Sie müssen mathematische, psychologische und pädagogische Aspekte des Lehrens und Lernens in einer ganzheitlichen Weise integrieren und so ein weites Potenzial für empirische Forschung bieten.“ (ebd.)

Empirische Studien, die die Wirksamkeit substantieller Lernumgebungen nachweisen, sind der Verfasserin nicht bekannt.

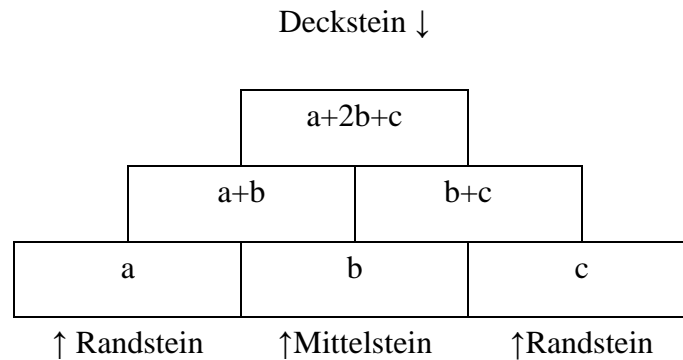
5.3 Das Übungsformat Zahlenmauer

Zahlenmauern gehören neben Rechendreiecken, Zahlenketten, Zauberquadraten, Minustürmen, Mal-Plus-Häusern zu den grundlegenden Übungsformaten in substantiellen Lernumgebungen (Selter 2017, 30).

5.3.1 Aufbau einer Zahlenmauer

Zahlenmauern bestehen aus mehreren Steinen, die in Reihen aufeinander aufgebaut sind. In jedem Stein steht eine Zahl. Von der zweiten Reihe an steht in jedem Stein die Summe der beiden Zahlen der darunterliegenden Steine.

Abbildung 3: Aufbau einer Zahlenmauer²⁶



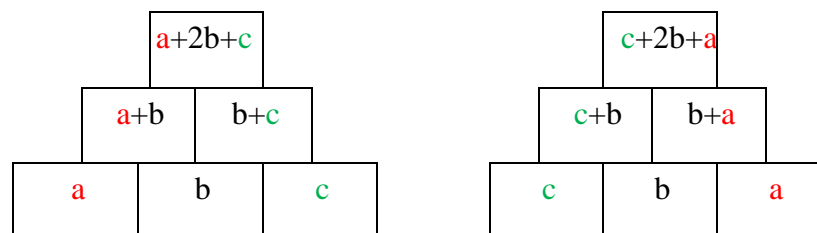
Quelle. Eigene Darstellung

Das Übungsformat Zahlenmauer bietet zahlreiche Möglichkeiten, mathematische Operationen auszuführen oder Rechengesetze zu entdecken, je nachdem welche Zahlen in welcher der Steine vorgegeben sind. Wenn Rechengesetze dargestellt oder entdeckt werden sollen, müssen mindestens zwei Mauern, die den Algorithmus repräsentieren, vorgegeben sein. Im Folgenden werden die Algorithmen drei Lerneinheiten (Abschn. 9.1.3) der empirischen Studie vorgestellt.

Einheit 1.: Beide Randsteine werden vertauscht.

Es gilt das Kommutativgesetz der Addition.

Abbildung 4: Zahlenmauer mit vertauschten Randsteinen



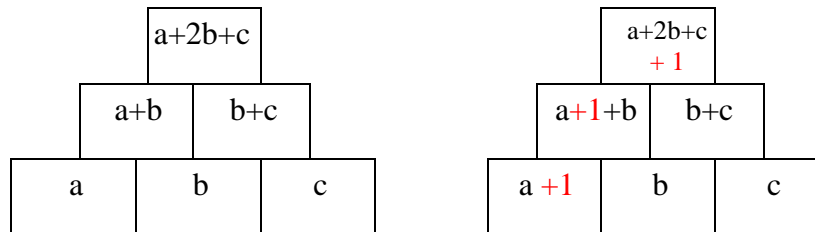
Quelle: eigene Darstellung

Einheit 2: Ein Randstein oder beide Randsteine werden verändert (erhöht oder vermindert).

²⁶ Die Bezeichnungen Deckstein und Zielstein und die Bezeichnungen Randstein und Eckstein werden synonym verwendet.

Es gilt das Assoziativgesetz der Addition.

Abbildung 5: Zahlenmauer mit einem +1 erhöhten Randstein

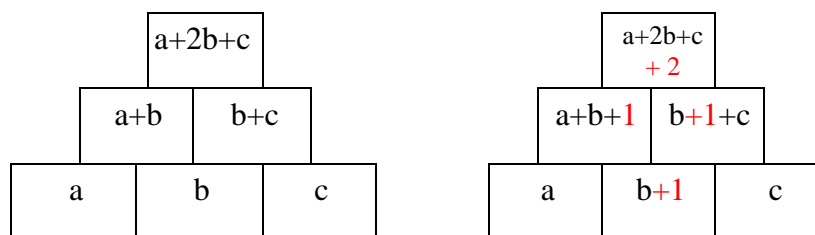


Quelle: eigene Darstellung

Einheit 3: Der Mittelstein wird verändert (erhöht oder vermindert).

Es gilt das Assoziativgesetz der Addition.

Abbildung 6: Zahlenmauer mit einem +1 erhöhten Mittelstein



Quelle: eigene Darstellung

5.3.2 Fachliche und sprachliche Anforderungen beim Bearbeiten von Zahlenmauern

Bei der Bearbeitung der Zahlenmauern werden sowohl inhaltsbezogene als auch prozessbezogene Kompetenzen im Zusammenspiel evoziert. Bezüglich der inhaltsbezogenen Kompetenzen sind die Kompetenzerwartungen eindeutig, sie sind dem Bereich *Zahlen und Operationen* zu zuordnen. Fehlende Steine müssen richtig ausgerechnet werden. Diese Kompetenz verlangt die dritte Aufgabenstellung dieser Studie. Die Anforderungen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* sind theoretisch nicht einheitlich begründet und können somit nicht eindeutig beschrieben werden.²⁷ Argumentationstheoretisch können

²⁷ Die Anforderungen bezüglich der prozessbezogenen Kompetenz sind für diese empirische Studie definiert worden (Abschn.8.2)

weder die logische noch die dialektische oder die rhetorische Perspektive zu Grunde gelegt werden. Das Argumentationsmodell von Toulmin (1996) bedarf einer Modifizierung, in dem die Sonderstellung der „Konklusion“ für den Bereich der mathematischen Argumentation als nicht verhandelbar gekennzeichnet werden muss wird. Die Betrachtung aus linguistisch-pragmatischer Perspektive lässt Unschärfen deutlich werden, da die unter dem Oberbegriff der prozessbezogenen Kompetenz Argumentieren geforderten Sprachhandlungen des Beschreibens, Erklärens, Begründens und Beweisens in der Mathematikdidaktik nicht eindeutig gefasst und voneinander abgegrenzt sind (Absch. 3.3). Eindeutige Kriterien, die die pragmatischen Normen explizieren, fehlen. Die Fragen, „Was macht eine gute Erklärung aus? Wie formuliert man eine Erklärung? [...] Ist die fragliche Sprachhandlung mehr oder weniger angemessen?“ (Meyer/Tiedemann 2017, 33) sind für die einzelnen Jahrgangstufen nicht beantwortet. Es fehlt eine altersgemäße Taxonomie der formulierten Lernziele und Kompetenzerwartungen (Absch. 4.1.2 und 4.1.3). Die Frage, ob Schülerinnen und Schüler eigenaktiv durch ein selbstständiges Bearbeiten der Aufgaben einen Kompetenzzuwachs erzielen oder ob sie zusätzliche Anregungen und Impulse (Winter 1989, 2) seitens der Lehrkraft dazu benötigen, und wenn ja, welche das sein müssten, ist theoretisch und empirisch nicht beantwortet. Die Formulierung der sprachlich epistemischen Anforderungen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* stellt ein Forschungsdesiderat dar.

5.4 Zusammenschau

Grundideen der konstruktivistischen Lerntheorie bestimmen heute sowohl die Vorgaben in Bildungsstandards und Lehrplänen als auch die Konzepte der Mathematikdidaktik. Diese beschreiben im Gegensatz zu der bis dahin vorherrschenden, behavioristischen Sicht auf Lernen sowohl eine veränderte Schüler- als auch Lehrerrolle sowie als weitere Konsequenz eine Umgestaltung des Unterrichts. Dieser soll durch das Arrangement von substantiellen Lernumgebungen selbstgesteuertes,

kooperatives, problemlösendes und authentisches Lernen ermöglichen. Kritisch wird angemerkt, dass diese neue Sicht auf Unterricht theoretisch nicht präzise gefasst und der Erfolg empirisch nicht belegt ist. Zur Ausgestaltung der Lernumgebungen werden neue Übungsformate, z.B. das Übungsformat Zahlenmauern, entwickelt. Während die Anforderungen bezüglich der inhaltsbezogenen Kompetenzen bezüglich des Übungsformats Zahlenmauern klar gefasst sind, sind die Anforderungen bezüglich der prozessbezogenen Kompetenzen nicht klar und eindeutig gefasst.

Des Weiteren bleibt unklar, in wieweit Schülerinnen und Schüler in den substantiellen Lernumgebungen mit den neu geschaffenen Übungsformaten selbstständig durch eigenes aktives Handeln lernen oder durch äußere Impulse mittels weiterreichender Instruktion angeregt und unterstützt werden müssen.

Um die Forschungsfragen dieser Arbeit zu beantworten, muss die Frage, ob und inwieweit sprachliche Impulse mathematische Lernprozesse unterstützen, betrachtet werden. Hierzu werden im nächsten Kapitel Konzepte für einen sprachbewussten Unterricht dargestellt. Es wird untersucht, inwieweit methodisch-didaktische Konzeptionen zu Förderung von Argumentationskompetenzen entwickelt, erprobt und empirisch überprüft wurden.

6. Sprachbewusster Fachunterricht

Die KMK sieht die Organisation eines sprachbewussten Fachunterrichts als Aufgabe der Schule an. „Den Erwerb bildungssprachlicher Kompetenzen organisiert die Schule als durchgängige Aufgabe aller Schulstufen und Fächer.“ (KMK 2013, 5)

Im 4. Kapitel wurden die Funktionen von Sprache, die Charakteristika fach- und bildungssprachlicher Kompetenzen und die spezifischen sprachlichen Anforderungen an mathematische Argumentationskompetenzen dargestellt. Jetzt wird die Frage diskutiert, auf welche methodisch-didaktische Konzeptionen Schule dabei zurückgreifen kann. Dazu wird in diesem Kapitel der Forschungsstand zu den in den letzten Jahren diesbezüglich entwickelten Konzeptionen vorgestellt.

6.1 Methodisch -didaktische Konzeptionen

Ausgehend von der Annahme, dass das fach- und bildungssprachliche Repertoire als Sprache des Lehrens und Lernens für das Fachlernen erwartet, aber nicht vorausgesetzt werden darf (Kap. 4), wird die Bedeutung des Inputs neu bewertet. Die Erziehungswissenschaft, die Linguistik sowie die Mehrsprachigkeitsforschung entwickeln neue didaktische Konzeptionen mit unterschiedlichen Schwerpunkten und Bezeichnungen²⁸ zum integrierten Sprach- und Fachlernen (u.a. Abshagen 2015, Altun et al. 2021, Butler/Goschler 2019, Tajmel/Hägi-Mead 2017, Michalak 2017, Michalak/Lemke/ Goeke 2015, Kurtz et al. 2015, Beese et al. 2014, Vollmer/Thürmann 2013, Weis 2013a, Weis 2013b, Schmölzer-Eibinger 2013, Quehl/Trapp 2013, Kniffka 2012, Prediger/Özdil 2011, Lange/Gogolin 2010, Leisen 2010, Gibbons 2010). In allen Veröffentlichungen sind Vorschläge zu finden, wie eine Koordination von fachlichem und sprachlichem Lernen realisiert werden

²⁸ Im Rahmen dieser Arbeit wird mit dem Begriff *Sprachbewusster Fachunterricht* gearbeitet.

könnte, alle verfolgen das gemeinsame Ziel der Bildungsgerechtigkeit. Schülerinnen und Schülern sollen bei der Bewältigung der bildungs- und fachsprachlichen Anforderungen unterstützt werden. Ständen zunächst hauptsächlich Schülerinnen und Schülern mit nicht deutscher Muttersprache oder jene, die in ihrem Lebensumfeld mangelnde sprachliche Anregungen erfahren haben, im Mittelpunkt des Forschungsinteresses, besteht mittlerweile Einigkeit darüber, dass der Unterricht für alle Lernenden sprachbewusst zu gestalten sei, da das bildungs- und fachsprachliche Repertoire nicht vorausgesetzt werden dürfe. Eine dauerhafte Reduktion sprachlich-kognitiver Anforderungen wird als kein probates Mittel angesehen, die Vermittlung von Fach- und Bildungssprache wird als Aufgabe der Institution Schule verstanden. „Die situativ angemessene Verwendung von Bildungssprache in Abgrenzung zur Alltagsvarietät [ist] abhängig von bewusstmachenden Lernprozessen.“ (Vollmer/Thürmann 2013, 51). Ob die Annahme und die damit verbundene Hoffnung, dass durch einen sprachbewussten Unterricht Bildungschancen erhöht werden, erfüllt werden können, konnte empirisch bisher nicht ausreichend belegt werden. Es liegen Vorschläge, die „jedoch keine Patentrezepte für die sprachliche Förderung [darstellen]“ (Michalak/Lemke/ Goeke 2015, 189) und zahlreiche Erfahrungsberichte aus der Praxis vor. Bis heute existiert trotz der zahlreich vorhandenen Publikationen und einer intensiv geführten didaktischen Diskussion weder eine einheitliche Bezeichnung noch ein einheitlich definierter Rahmen dieser Unterrichtskonzeption. Die vorhandenen Konzeptionen unterscheiden sich in ihren Schwerpunktsetzungen und in ihren Vorstellungen der unterrichtspraktischen Realisierung. Das Konzeption der „Durchgängigen Sprachbildung“ (Lange/Gogolin 2011) betrachtet verschiedene Ebenen des Bildungssystems, „Scaffolding“ (Gibbons 2010/ Kniffka 2012) kann als didaktische Handreichung zur Planung für einen sprachbewussten Unterricht betrachtet werden, andere Konzeptionen liefern unterrichtspraktische Handreichungen und mit Beispielen für eine mögliche methodische Umsetzung

(Altun et a. 2021, Tajmel/Hägi-Mead 2017, Selter 2017, Meyer/Tiedemann 2017, Kurz 2015, Leisen 2010, Michalak/Lemke/Goeke 2015, Benholz et al. 2015, Beese et al. 2014, Weis 2013a, Weis 2013b, Quehl/Trapp 2013, Schmölzer-Eibinger et al. 2013, Prediger/Özdil 2011).

6.2 Konzeptionen zur Förderung der Argumentationsfähigkeit

Bezüglich der Förderung der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* kann weder auf einen begründeten theoretischen Rahmen und noch auf empirische Daten zurückgegriffen werden. In zahlreichen Fachzeitschriften wird lediglich empfohlen, den Unterricht so zu organisieren, dass Schülerinnen und Schülern Möglichkeiten zum Argumentieren erhalten.

„Mathematische Entdeckungen nicht nur zu formulieren, sondern deren Allgemeingültigkeit auch zu begründen, stellt besonders hohe Anforderung an Grundschulkindern. [...] Naheliegender ist es deshalb, den Schülerinnen und Schülern von Beginn an und kontinuierlich die Möglichkeit zu mathematischen Entdeckungen zu bieten und ausgehend von deren Beschreibungen auch die darauf aufbauenden Komponenten immer wieder anzuregen.“
(Fritlar 2019, 7)

Das Projekt PIKAS²⁹ hat auf der Grundlage der Leitidee, dass inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen zusammengedacht werden müssen, Konzepte und Material zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts erarbeitet und zehn Leitideen guten Mathematikunterrichts formuliert. Diese sehr allgemein gehaltenen Leitlinien formulieren Hinweise für einen sprachbildenden Unterricht. „Guter Mathematikunterricht betreibt Sprachbildung als eine zentrale Aufgabe auch des Mathematikunterrichts und orientiert sich dabei am WEGE-Konzept (Wortspeicher, Einschleifübungen, Ganzheitliche Übungen, Eigenproduktionen)“ (Selter 2017, 3) Ein ausgearbeitetes und evaluiertes Konzept zur Förderung der mathematischen Argumentationsfähigkeit fehlt

²⁹ Ein Projekt in NRW seit 2009 unter Leitung der Universität Dortmund mit Unterstützung der Deutschen Telekom Stiftung.

Götze/Hang schlagen zur Förderung der Argumentationskompetenzen vor, die verschiedenen Sprachhandlungen genauer zu betrachten, betonen die Notwendigkeit didaktisch-methodischer Hilfen und leiten daraus drei zentrale Schwerpunkte ab. Erstens sollte der Fachwortschatz aufgebaut werden, zweitens das Sprachverständnis gesichert und drittens mathematische Kommunikation ermöglicht werden. (Götze/Hang 2017, 70)

Bezold (2009/2010) konzipiert ein zur Förderung der Argumentationskompetenzen ein Vier-Phasen-Unterrichtsmodell und untersucht dessen Wirksamkeit (Kap. 4.4). In der Initiierungsphase (Phase 1) wird die Forscheraufgabe gestellt, danach setzen sich die Schülerinnen und Schüler in der Phase des individuellen Forschens selbstständig mit der Aufgabe auseinander (Phase 2). Im anschließenden Forschertreff (Phase 3) werden die Ergebnisse und Entdeckungen diskutiert. In der Präsentationsphase (Phase 4) tragen die einzelnen Gruppen ihre Ergebnisse der Klasse vor. Die Autorin kann für einen großen Teil der Schülerinnen und Schüler einen individuellen Lernfortschritt nachweisen (Bezold 2009, 299). Dennoch erfüllen nur sehr wenig leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler die Anforderungen. Als Konsequenz schlägt Bezold für diese Schülerinnen und Schüler vor, Modifizierungen vorzunehmen, in dem Sprachmuster vorgegeben, die Grundanforderungen weiter reduziert und auf schriftliches Argumentieren zugunsten des mündlichen Argumentierens verzichtet werden sollte (ebd., 333).

Vereinzelt finden sich allgemeine methodische Hilfen zur Wortschatzarbeit oder zur Vorgabe von Satzstrukturen (Wessels/Büchter/Prediger 2018, 5; Götze 2015, 38-40; Meyer/Prediger 2012, 8) Bezüglich der sprachlichen Förderung der mathematischen Argumentationskompetenz nennt Götze (2015) folgende sprachliche Anforderungen: Substantive, die das mathematische Objekt bezeichnen. Verben, die die mathe-

matische Rechenoperation beschreiben. Satzphrasen, die die Veränderungen der Zahlen umschreiben, Bedingungssätze und Begründungssätze (Götze 2015, 38-39).

6.3 Grundsätze zur Erarbeitung einer Konzeption zur Förderung von Argumentationskompetenzen im sprachsensiblen Mathematikunterricht

Wie dargestellt, kann auf keine Konzeption für einen sprachbewussten Mathematikunterricht, in eine mathematische Argumentationskompetenz sprachlich unterstützt wird, zurückgegriffen werden. Aus diesem Grund wurden für diese Studie die für einen mathematischen Argumentationsprozess erforderlichen fach- und bildungssprachlichen Kompetenzen analysiert. Dabei wurde deutlich, dass die Konzeption des in Bildungsstandards und Lehrplänen geforderten kompetenzorientierten Mathematikunterricht Unsicherheiten enthält, eine Progression nicht vorhanden und Erwartungshorizonte nicht formuliert sind.

Ein Konzept zur Förderung der Argumentationskompetenzen kann auf der Grundlage des lerntheoretischen Konzepts „Scaffolding“ -englisch scaffold =Gerüst- (Gibbons 2010 /Kniffa 2012) erarbeitet werden. Scaffolding setzt sich aus vier Bausteinen zusammen. Die ersten drei Bausteine werden als Makro-Scaffolding bezeichnet, sie bestehen aus der fachlichen und sprachlichen Bedarfsanalyse, der Lernstandsanalyse sowie der Unterrichtsplanung. Der vierte Baustein, die Unterrichtsinteraktion, wird als Mikroscaffolding bezeichnet. Die Aufgabe der Lehrkräfte besteht darin, Gerüste (scaffolds) zu bauen, um die Lücke zwischen dem bisher erreichten sprachlichen Kompetenzniveau der Schülerinnen und Schülern und den Anforderungen der Lernaufgaben zu schließen. Scaffolds können u.a. Wortschatzhilfen, Vorgabe von Satzmustern oder grammatikalischen Strukturen, Mustertexte oder eine Segmentierung der Lernaufgaben sein. Insbesondere in Fachzeitschriften wird Lehrkräften empfohlen, Elemente des Scaffoldings im Unterricht umzusetzen. Der erste Baustein, die Bedarfsanalyse, muss hinsichtlich der sprachlichen Kompetenzen auf der Grundlage der linguis-

tischen Analyse der besonderen sprachlichen Anforderungen einer mathematischen Argumentation basieren. Diese werden im Folgenden noch einmal zusammengefasst.

1. Bei einer mathematischen Argumentation müssen Prämisse und Konklusion erkannt werden. Die Prämisse wird in einem konditionalen Nebensatz (Kausal- oder Konditionalsatz) und die Konklusion in einem Hauptsatz formuliert. (Abschn. 4.4.2)

2. Auf der Wort- und Satzebene sind sprachliche Muster, die die mathematische Rechenoperation und die Veränderungen der Zahlen ausdrücken, zu berücksichtigen.

3. Da durch das Bearbeiten des Übungsformats ein allgemeingültiger Algorithmus erkannt werden soll, müssen entsprechende Adverbien verwendet sein.

Für den zweiten Baustein, der Lernstandsanalyse, wären die Lehrkräfte verantwortlich. Diese müssten somit mit den spezifischen Anforderungen einer mathematischen Argumentation vertraut sein und über Diagnosekompetenzen verfügen.

Für den dritten und vierten Baustein, der Unterrichtskonzeption und der Unterrichtsinteraktion, werden die didaktischen Leitlinien für einen sprachbewussten Fachunterricht (Schmölzer-Eibinger et al.2013, 22-52) und die Methoden der sprachbewussten Unterrichtsplanung (Tajmel/Hägi-Mead 2017) zu Grunde gelegt. Diese können durch in der Praxis erprobte didaktische Modelle und Verfahren ergänzt werden.

Da für den Mathematikunterricht der Grundschule noch keine „Konzeptionen [vorliegen], die grundsätzlich Fördersituationen im Sinne des Scaffoldings entwickeln und evaluieren.“ (Ruwisch 2017, 49) ist die Entwicklung eines Unterrichtskonzepts zur Förderung der Argumentationskompetenzen als Forschungsdesiderat zu bezeichnen.

6.4 Zusammenschau

Die Konzeption eines sprachbewussten Fachunterrichts wird curricular zwar normativ gefordert, aber weder im Curriculum selber präzise gefasst noch theoretisch definiert und empirisch ausreichend belegt. Für einzelne Komponenten des sprachbewussten Mathematikunterrichts wie Beschreibungen der fach- und bildungssprachlichen Anforderungen liegen Forschungsergebnisse vor. Des Weiteren sind Erfahrungsberichte zu den von der Bildungswissenschaft, der Linguistik oder der Mehrsprachigkeitsforschung entwickelten allgemeinen Unterrichtskonzeptionen für einen sprachbewussten Unterricht vorhanden. Diese Konzeptionen stellen Handlungsempfehlungen dar. Für ein schlüssiges Gesamtkonzept eines sprachbewussten Mathematikunterrichts fehlt sowohl ein „akzeptierter theoretischer Rahmen [als auch] hinreichend empirische Daten oder evaluierte Förderansätze (Rubisch 2017, 48).

Die Frage, wie die in Bildungsstandards (KMK 2005b) und Lehrplänen der Länder implementierte prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* im Mathematikunterricht durch eine Unterrichtskonzeption, die Bildungs- und Fachsprache als Lerngegenstand betrachtet (Vollmer/Thürmann 2013, Feilke 2012), erfolgreich im Unterricht umgesetzt werden kann und inwieweit diese Umsetzung Auswirkungen auf die inhaltsbezogenen Kompetenzen hat, ist weiterhin als Forschungsdesiderat zu bezeichnen.

Ebenso ist die Frage, ob ein Unterrichtskonzept zur Förderung der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* im Rahmen eines sprachbewussten Mathematikunterrichts nach dem Scaffoldingkonzept bessere Lernergebnisse zeigt, nicht empirisch belegt.

Diese Arbeit hat das Ziel, diese Forschungslücke zu bearbeiten. Am Beispiel der Förderung der Argumentationskompetenzen und der inhaltsbezogenen Kompetenzen aus dem Bereich Zahlen und Operationen im Zusammenspiel anhand des Übungsformats Zahlenmauern wird

dazu Pre-Post-Design entwickelt und empirisch erprobt. Es werden Interviews mit Lehrkräften geführt und Schulbücher analysiert.

7. Forschungsfragen und Hypothesen

Die in dem theoretischen Teil dargestellten Befunde weisen darauf hin, dass die Ziele der Bildungsstandards (KMK 2005a) eventuell nicht oder nicht von allen Schülerinnen und Schülern erreicht werden können. Das würde bedeuten, dass die mit den Bildungsstandards verbundenen bildungspolitischen Erwartungen wie „die Entwicklung eines gesicherten *Verständnisses* mathematischer Inhalte [...] Aufbau positiver Einstellungen [...] Freude an der Mathematik [...] [Förderung der] Entdeckerhaltung der Kinder.“ (KMK 2005b, 6) (Kap. 2) nicht erfüllt würden. Ziel dieser Arbeit ist es zu untersuchen, ob die normativ formulierten Erwartungen der Bildungsstandards für das Fach Mathematik in der Grundschule (KMK 2005b), die eine Verzahnung von inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen verlangen, so erfolgreich umgesetzt werden können, dass ein Kompetenzzuwachs für alle Schülerinnen und Schüler in beiden Kompetenzbereichen erzielt werden kann.

Die übergeordnete Forschungsfrage lautet:

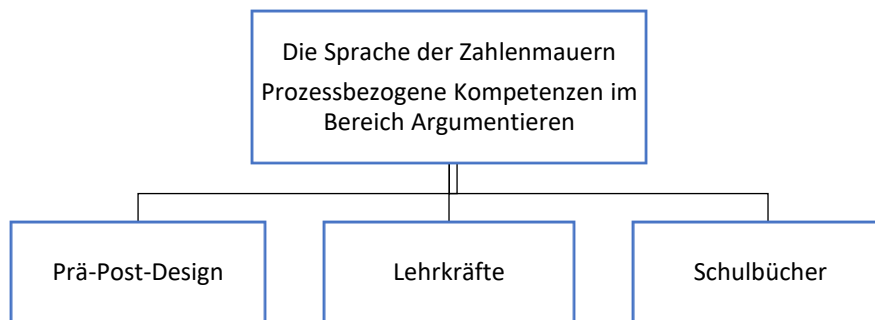
Inwiefern hängt der Lernerfolg beim mathematischen Lernen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* und der inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* im Mathematikunterricht der Grundschule von sprachlichen Fähigkeiten ab?

Inwiefern kann der Lernerfolg durch sprachliche Hilfestellungen gefördert werden?

Um diese Fragestellung umfassend zu erörtern, wird ein multiperspektivisch angelegtes Design gewählt, das besonders die erforderlichen sprachbasierten mathematischen Kenntnisse berücksichtigt (Kap. 4). Es

werden sowohl die Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler als auch die Einschätzung der Lehrkräfte sowie die Darbietung des Übungsformats in Schulbüchern betrachtet.

Abbildung 7: Drei Säulen des Forschungsdesigns



Quelle: eigene Darstellung

7.1 Prä-Postdesign

Die Schulleistungsstudien und Lernstandüberprüfungen im Fach Mathematik der letzten Jahre haben für beide Bereiche große Leistungsunterschiede aufgezeigt, circa 20 Prozent der Schülerinnen und Schülern als Risikogruppe beschrieben sowie einen Zusammenhang zwischen Mathematikleistungen und Sprachkompetenz statistisch belegt (Absch. 4.3.1). In dieser Studie werden die für die Bearbeitung der Zahlenmauern erforderlichen inhaltsbezogenen Kompetenzen und die prozessbezogene Kompetenz im Bereich *Argumentieren* empirisch für ein- und mehrsprachige Schülerinnen und Schüler untersucht. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen sind dem Bereich *Zahlen und Operationen* zuzuordnen. Um den Algorithmus der Zahlenmauern darzustellen, müssen Additionsaufgaben im Zahlenraum bis Hundert richtig ausgerechnet werden (ebd.). Die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* verlangt die Fähigkeit, mathematisch zu argumentieren. Hierzu muss ein

Repertoire an angemessenen allgemeinsprachlichen Kompetenzen in der Unterrichtssprache Deutsch und ein fach- und bildungssprachliches Repertoire vorhanden sein. In getrennten Skalen werden die allgemeinen sprachlichen Kompetenzen in der Unterrichtssprache Deutsch, die für die Aufgabenstellung erforderlichen fach- und bildungssprachlichen Kompetenzen und die erforderlichen Fähigkeiten, Additionsaufgaben sicher lösen zu können, die dem Bereich *Zahlen und Operationen* zugeordnet sind, erhoben.

Bezüglich der allgemeinen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen werden folgende Forschungsfragen formuliert, die mittels statistischer Analysen überprüft werden.

(F1) Über welche für das Bearbeiten des Übungsformats Zahlenmauern notwendigen Lernvoraussetzungen in Bezug auf die allgemeinen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen verfügen die Schülerinnen und Schüler in einer dritten Grundschulklasse?

(F2) Unterscheiden sich die Lernvoraussetzungen der allgemeinen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler?

Es stellt sich die Frage, inwieweit allgemeine sprachliche und mathematische Kompetenzen die Bearbeitung der Aufgabenstellungen des Übungsformats Zahlenmauern beeinflussen. Die Befunde mehrerer Studien (Schlager 2020, Gürsoy 2016, Wilhelm 2016, Prediger et al. 2015, Heinze et al. 2011, Prediger 2011, Ufer/Reiss 2013) zeigen einen signifikanten Zusammenhang zwischen allgemeinen sprachlichen Kompetenzen und Mathematikleistung auf und weisen einen Zusammenhang zwischen fachsprachlichen Kenntnissen und Mathematikleistung nach (Absch. 4.3.3). In dieser Studie wird unter Berücksichtigung dieser empirischen Befunde angenommen, dass beim Bearbeiten der Zahlenmauern ein Zusammenhang zwischen allgemeinen sprachlichen

Kompetenzen und der mathematischen *Argumentationskompetenz* besteht. Es wird folgende Hypothese aufgestellt, die mittels statistischer Analysen überprüft wird.

(H1) Je besser die allgemeinen sprachlichen Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern im 3. Jahrgang der Grundschule ausgeprägt sind, desto besser sind deren Leistungen für den Bereich der *Argumentationskompetenz* (prozessbezogene Kompetenz) beim Bearbeiten der Zahlenmauern.

Die Frage, ob ein Zusammenhang zwischen allgemeinen mathematischen Kompetenzen und mathematischer *Argumentationsfähigkeit* besteht, ist bisher nicht ausreichend erforscht worden. In einer Untersuchung weist Bezold (2009) einen Zusammenhang zwischen dem mathematischen Leistungsniveau und der Fähigkeit der mathematischen Argumentation nach (Absch. 4.4.3). In dieser Studie wird angenommen, dass zwischen denen zur Bearbeitung der Zahlenmauern erforderlichen allgemeinen mathematischen Kompetenzen und der mathematischen *Argumentationsfähigkeit* ein positiver Zusammenhang besteht. Es wird folgende Hypothese aufgestellt, die mittels statistischer Analysen überprüft wird.

(H2) Je besser die erforderlichen allgemeinen mathematischen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* (inhaltsbezogene Kompetenzen) von Schülerinnen und Schülern in einer dritten Grundschulklasse sind, desto besser ist deren mathematische *Argumentationskompetenz* (prozessbezogene Kompetenz) beim Bearbeiten der Zahlenmauern.

Die bildungswissenschaftliche und linguistische Forschung hat sowohl die Funktionen von Sprache (Absch. 4.1.1) als auch das fach- und bildungswissenschaftliche Repertoire für das Fach Mathematik (Absch. 4.1.3) identifiziert. Diese Befunde wurden von einigen Mathematikdidaktikern aufgegriffen. Sie betrachten Sprache als Gegenstand, der vermittelt werden muss, um nicht zur Lernhürde oder zum Lernhindernis

zu werden (Absch. 4.1.2). In dieser Studie werden die teilweise konträr zueinanderstehenden didaktischen Konzeptionen des kompetenzorientierten Mathematikunterrichts (Kap. 5) einerseits denen einer sprachbewussten Unterrichtsplanung andererseits (Kap. 6) gegenübergestellt. Es wird untersucht, ob Schülerinnen und Schüler, die im Unterricht auf sprachliche Hilfe in Form von Scaffolds (Abschn. 6.4) zurückgreifen können, bessere Lernergebnisse erzielen. Befunde aus Bildungswissenschaft und Linguistik lassen den Schluss zu, dass ein positiver Zusammenhang zwischen sprachlichen Hilfen und Lernergebnissen besteht. Es werden folgende Hypothesen aufgestellt, die mittels statistischer Analysen überprüft werden.

(H3) Wenn Schülerinnen und Schüler in einer dritten Grundschulklasse beim Bearbeiten von Zahlenmauern sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds erhalten, dann hat das einen positiven Einfluss auf die mathematische Kompetenz im Bereich *Zahlen und Operationen* (inhaltsbezogene Kompetenz).

(H4) Wenn Schülerinnen und Schüler in einer dritten Grundschulklasse beim Bearbeiten von Zahlenmauern sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds erhalten, dann hat das einen positiven Einfluss auf die *Argumentationskompetenz* (prozessbezogene Kompetenz).

Befunde von Large-Scale-Studien, Lernstandsüberprüfungen und empirischen Studien der letzten Jahre (Abschn. 4.3) zeigen Disparitäten der Leistungen ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler auf. In dieser Studie wird angenommen, dass diese Disparitäten auch bei der Bearbeitung des Übungsformats Zahlenmauern sowohl für den Bereich der inhalts- als auch für den der prozessbezogenen Kompetenzen nachgewiesen werden können. Es werden folgende Hypothesen aufgestellt, die mit Methoden der deskriptiven Statistik empirisch überprüft werden.

(H5) Mehrsprachige Schülerinnen und Schüler erzielen beim Bearbeiten der Zahlenmauern im Bereich *Zahlen und Operationen* (inhaltbezogene Kompetenz) schlechtere Lernergebnisse als einsprachige Schülerinnen und Schüler.

(H6) Mehrsprachige Schülerinnen und Schüler erzielen beim Bearbeiten der Zahlenmauern im Bereich *Argumentieren* (prozessbezogene Kompetenz) schlechtere Lernergebnisse als einsprachige Schülerinnen und Schüler.

7.2 Lehrkräfte

„Gute Lehrpersonen, so Hattie, verstehen es, das Lernen der Schülerinnen und Schüler aus der Perspektive derselben zu betrachten und dann mit den fachlichen und überfachlichen Aufgaben zu verknüpfen.“ (Meyer 2014b, 129)

Diese Aussage des Unterrichtsforschers Hilbert Meyer ist grundlegend, um die Einschätzung der Lehrkräfte zu untersuchen. Die fachlichen und überfachlichen Anforderungen des Forschungsfeldes dieser Studie sind analysiert (Kap. 4). Es stellt sich die Frage, wie Lehrkräfte ihren Unterricht unter Berücksichtigung der Perspektive von Schülerinnen und Schülern diesbezüglich planen und durchführen. Der Verfasserin sind dazu keine Studien bekannt. Mit dieser Arbeit sollen Erkenntnisse darüber gewonnen werden, welche Einschätzungen Lehrkräfte bezüglich des kompetenzorientierten Mathematikunterrichts, bezüglich der Vielschichtigkeit des Argumentationsbegriffes, der Lernausgangslage ihrer Schülerinnen und Schüler und den daraus resultierenden Entscheidungen hinsichtlich ihrer eigenen Unterrichtsplanung für das Übungsformat Zahlenmauern formulieren. Es werden folgende Forschungsfragen formuliert.

(F3) Welche Lernziele formulieren die beteiligten Lehrkräfte für das Übungsformat Zahlenmauern?

(F4) Wie schätzen die beteiligten Lehrkräfte die allgemeinen mathematischen und sprachlichen und fach- und bildungssprachlichen Kompetenzen und mögliche Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler während des Lernprozesses bezüglich des Übungsformats Zahlenmauern ein?

(F5) Wie unterstützen und fördern die beteiligten Lehrkräfte Schülerinnen und Schüler in ihrer Kompetenzentwicklung?

7.3 Schulbücher

Zur Analyse der Darstellung des Argumentationsbegriffs in Mathematikbüchern der Grundschule sind der Verfasserin keine Studien bekannt. Dies verwundert, da die Formulierung und Darstellung von Aufgaben als ein wichtiger Faktor im Lernprozess angesehen werden muss. In dem Projekt MUS³⁰ wird die Frage untersucht, welchen Einfluss Schulbücher auf den unterrichtlichen Umgang mit mathematischer Sprache haben können. „Erste Ergebnisse legen nahe, dass die Wahl des Schulbuchs in erheblichem Ausmaß determiniert, welche sprachlichen Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler gestellt werden.“ (Schlicher/Röhl/Krauss 2017, 32) In dieser Studie wird untersucht, ob und wie die durch die Bildungsstandards und Lehrpläne vorgegebene Kompetenzorientierung bei der Konzeption von Schulbüchern berücksichtigt wird. Des Weiteren stellt sich die Frage, ob und wie das zur Bearbeitung der Zahlenmauern erforderliche fach- und bildungssprachliche Repertoire in den Schulbüchern dargestellt wird. Darüber hinaus werden die meist in Lehrerhandreichungen dargestellten Hinweise für Lehrkräfte daraufhin untersucht, ob und wie die Vielschichtigkeit des Argumentationsbegriffs erläutert sowie die Konzeptionen und die daraus resultierenden didaktischen Entscheidungen des kompetenzorientierten oder sprachbewussten Unterrichts begründet werden. In den Schulbüchern und Lehrerhandreichungen werden mögliche sprachliche

³⁰ MUS: Forschungsprojekt Mathematik und Sprache, Leitung Prof. Besser & Prof. Linneweber-Lammerskitten, Prof. Leiss (2014)

Hilfestellungen in Form von Scaffolds identifiziert und folgende Forschungsfragen gestellt.

(F6) Welche Kompetenzbereiche werden durch das Übungsformat Zahlenmauern in den Schülerbüchern evoziert?

(F7) Wird der Argumentationsbegriff für das Fach Mathematik in Schülerbänden und Lehrerhandreichungen präzisiert oder definiert?

(F8.1) Können Schülerinnen und Schüler in Zusammenhang mit dem Übungsformat Zahlenmauern in Schülerbänden auf sprachliche Hilfen in Form von Scaffolds zurückgreifen?

(F8.2) Enthalten Lehrerhandreichungen Hinweise für den Einsatz sprachlicher Hilfen in Form von Scaffolds zur Unterstützung der Argumentationskompetenz?

8. Forschungsdesign

In diesem Kapitel wird das Forschungsdesign der Studie erläutert. Zunächst wird die Methode der Triangulation und anschließend das Mixed-Methods-Design der Studie vorgestellt.

8.1 Triangulation

Der Begriff Triangulation, zunächst eine Metapher aus Militärstrategie und Navigation, einem aus der Trigonometrie entlehnten Begriff meint, „durch multiple Bezugspunkte die genaue Position des Objekts bestimmen zu können.“ (Lamnek 2005, 277) Auf wissenschaftlich-methodischer Ebene wird der Begriff heute als systematische und begründete Kombination verschiedener Perspektiven definiert (ebd.; Aguado 2014, 47). „Triangulation beinhaltet die Einnahme unterschiedlicher Perspektiven auf den untersuchten Gegenstand oder allgemeiner: bei der Beantwortung von Forschungsfragen [...] ein prinzipieller Erkenntniszuwachs [sollte] damit weiterreichen, als es mit einem Zugang möglich wäre.“ (Flick 2001, 12) Eine Triangulation von Forschungsmethoden wird als methodologische Triangulation oder Mixed-Methods bezeichnet. Bei einer Datentriangulation werden verschiedene Datenquellen mit einbezogen, bei einer Methodentriangulation wird versucht, methodenübergreifend (between-methods) die Begrenzung der Einzelmethode zu überwinden (ebd., 13-15). Sowohl die Daten- als auch die Methodentriangulation dient dazu, durch die Betrachtung der verschiedenen Perspektiven ein umfassenderes und differenzierteres Bild des Forschungsgegenstandes zu erlangen. „Das zentrale Ziel eines multimethodischen Designs muss in der theoretischen Konvergenz qualitativer und quantitativer Forschungsergebnisse bestehen, d.h. der Integration der Forschungsergebnisse in einen einheitlichen theoretischen Bezugsrahmen.“ (Kelle 2004, 41)

8.2 Mixed-Methods-Design der Studie

In diesem Abschnitt werden die Methodenauswahl und das Mixed-Methods-Design der Studie vorgestellt.

Für die Untersuchung des Forschungsfeldes bestimmen die normativen Vorgaben der durch die KMK verabschiedeten Bildungsstandards, die theoretische Analyse des Argumentationsbegriffs sowie empirische Befunde aus Erziehungswissenschaft, Linguistik, Mehrsprachigkeitsforschung und Mathematikdidaktik den Diskurs. Zur Beantwortung der übergeordneten Forschungsfrage werden zwei grundlegend unterschiedliche Perspektiven berücksichtigt. Zum einen die durch die Bildungsstandards vorgegebenen normativen Erwartungen sowie der Argumentationsdiskurs, zum anderen die Umsetzung im Unterricht, die durch die Parameter Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler, Unterrichtsgestaltung seitens der Lehrkräfte, Aufbereitung des Übungsfeldes in Schulbüchern abgebildet werden. Die Perspektive der Bildungsstandards einschließlich des Diskurses des Argumentationsbegriffs wird theoretisch, die unterrichtliche Umsetzung anhand von Daten dargestellt, die durch quantitative und qualitative Methoden erhoben werden (Kap. 9). Die normativ formulierten Kompetenzbeschreibungen sowie die Analyse des Argumentationsbegriffs werden mit den triangulierten Daten und dem theoretischen Bezugsrahmen kontrastiert.

Die Beantwortung der Forschungsfragen F1 und F2 erfordert statistisch auswertbare Daten. Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden durch ein von der Verfasserin entwickeltes Testinstrument, einem Arithmetiktest erhoben, die allgemeinen sprachlichen Kompetenzen anhand von Schülertexten rekonstruiert, deren Sprachprofile mittels der Profilanalyse nach Griebhaber (2010) identifiziert werden.

Die in der Formulierung der Hypothesen H1-H6 vermuteten Zusammenhänge zwischen den Variablen allgemeine mathematische und sprachliche Kompetenz und den für die Bearbeitung der Zahlenmauern aufgabenspezifischen inhaltsbezogenen Kompetenzen, Bereich *Zahlen*

und Operationen und denen der prozessbezogenen Kompetenz *Argumentieren*, den Unterrichtsergebnissen mit und ohne Unterstützung von Scaffolds, sowohl für ein- als auch für mehrsprachige Schülerinnen und Schüler werden durch unabhängige Variablen quantitativ erfasst und anhand statistischer Verfahren ausgewertet. Dazu sind für diese Studie sowohl der Begriff 'Mehrsprachigkeit' (Abschn. 4.3.2) als auch die in den Bildungsstandards und Lehrplänen nicht einheitlich formulierten Kompetenzerwartungen bezüglich der prozessbezogenen Kompetenz *Argumentieren* definiert worden. Die folgende Abbildung zeigt die Reduktion der in den Bildungsstandards formulierten Kompetenzbeschreibungen bezüglich der Argumentationskompetenz am Beispiel des Übungsformats Zahlenmauern.

Abbildung 8: Deduktion der Vorgaben der Bildungsstandards und Lehrpläne



Quelle: eigene Darstellung

Die Forschungsfragen (F3 –F5) sollen einerseits Auskunft darüber geben, wie Lehrkräfte die Kompetenzerwartungen der Bildungsstandards interpretieren sowie den Argumentationsbegriffs definieren und andererseits klären, wie diese Einschätzungen ihre Unterrichts- und Förderplanung beeinflussen. Der Zugang zu diesem explorativen Forschungsfeld erfolgt anhand qualitativer Interviews.

Bei der Analyse der Schulbücher und der dazugehörigen Lehrerhandreichungen handelt es sich ebenso um ein exploratives Forschungsfeld. Um die Bedeutung der Zahlenmauern und das den Schulbüchern zu Grunde liegende Konzept darstellen zu können, werden die geforderten

Aufgabenstellungen und Lehrerhinweise inhaltsanalytisch erfasst. Die Häufigkeit des Vorkommens der Zahlenmauern und die evozierten Kompetenzen werden mit dem qualitativen Verfahren der Frequenzanalyse ausgewertet.

Durch die unterschiedlichen Zugangsweisen zum Forschungsfeld können quantitative und qualitative Datensätze, die die Facetten des Untersuchungsgegenstandes abbilden, erhoben werden. Die Datensätze bilden die Grundlage für den Prozess der Triangulation. Diese Vernetzung ermöglicht schlussendlich die Beantwortung der übergeordneten Forschungsfrage.

9. Methoden der Datenerhebung und Datenauswertung

In diesem Kapitel werden die Methoden der Datenerhebung und Datenauswertung für die drei Säulen des Forschungsdesigns dargestellt.

9.1 Prä-Post-Design

Es werden, wie dargestellt, die für die Bearbeitung von drei Aufgabstellungen des Übungsformats Zahlenmauern (Abschn. 5.3.1) erforderlichen inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bereiches *Zahlen und Operationen* sowie die der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* untersucht. Dazu werden die Zusammenhänge zwischen den allgemeinen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen und aufgabenspezifischen mathematischen und fach- und bildungssprachlichen Kompetenzen der Schülerinnen und Schülern, der Art der Unterrichtsgestaltung (mit und ohne sprachliche Hilfen) und den Lernergebnissen sowohl für einsprachige als auch für mehrsprachige Schülerinnen und Schülern erfasst und statistisch ausgewertet.

9.1.1 Erhebungsinstrumente

Im Rahmen der Unterrichtsforschung werden folgende Erhebungsinstrumente eingesetzt: Kinderfragebogen, Arithmetiktest, Schülertext, Arbeitsblätter als Pre- und Posttests.

Kinderfragebogen: Die allgemeinen Daten der Schülerinnen und Schüler sowie die sprachbiografischen Daten werden anhand eines Kinderfragebogens (Anlage 1) erhoben. Der Fragebogen ist in Anlehnung an den Fragebogen des SPREEG-Projektes³¹ (Beese et al. 2014, 11.) von der Verfasserin entwickelt worden.

³¹ SPREEG – Sprachenerhebung Essener Grundschulen 2002

Arithmetiktest: Um die allgemeinen mathematischen Kompetenzen der drei für die Bearbeitung der Zahlenmauern relevanten Aufgabenstellungen (Abschn. 5.3.1) zu erheben, ist von der Verfasserin ein Arithmetiktest entwickelt worden. Ein vorliegendes Diagnoseinstrument zur Bestimmung eines allgemeinen Arithmetikprofils (Schipper/Dröge/Ebeling 2000, L1) wird auf den Inhaltsbereich Addition im Zahlenraum bis 100 fokussiert und erweitert, da Schülerinnen und Schüler über diese Kompetenz bei der Bearbeitung der Zahlenmauern dieser Studie verfügen müssen. Auf dem konzipierten Arbeitsblatt 'Arithmetiktest' sind insgesamt acht Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 in vier sukzessiv aufgebauten Schwierigkeitsstufen zu lösen (Anlage 2). Die Kompetenzbeschreibungen der Lehrpläne fordern, dass alle Schüler und Schülerinnen diese Aufgaben halbschriftlich oder im Kopf sicher rechnen müssen³².

Schülertext: Die allgemeinen sprachlichen Kompetenzen (Abschn.1) werden anhand eines von den Schülerinnen und Schüler verfassten Textes ermittelt. Dieser Text wird mit der 'Profilanalyse nach Griebhaber' ausgewertet. Das diagnostische Verfahren der Profilanalyse basiert auf der empirisch begründeten Annahme, dass die „grundlegenden grammatischen Konstruktionsprinzipien der deutschen Sprache, [...] entsprechend ihrer Komplexität in bestimmten Sequenzen erworben werden.“ (Griebhaber 2010, 147) Zur Ermittlung der allgemeinen sprachlichen Kompetenzen wird das syntaktische Profil eines Textes als grundlegendes grammatisches Konstruktionsprinzip betrachtet. Dazu wird der Text in satzwertige Einheiten gegliedert, deren Verbstellungen dann im Einzelnen kategorisiert und einer Erwerbsstufe zugeordnet.

Die Profilanalyse nach Griebhaber legt zur Ermittlung des syntaktischen Profils folgende Erwerbsstufen zu Grunde:

Stufe 0: Bruchstückhafte Äußerungen

³² Das Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 ist den inhaltbezogenen Kompetenzen zu zuordnen. Diese Kompetenz soll am Ende der Schuleingangsphase (Ende der Klasse 2) erreicht worden sein (LP NRW 2008, 62).

Stufe 1: Finites Verb in einfachen Äußerungen

Stufe 2: Trennung von finitem und infinitem Verbeil

Stufe 3: Subjekt nach finitem Verb (Inversion)

Stufe 4: Nebensatz mit finitem Verb in Endstellung (Grießhaber/Heilmann 2012, 13)

Nach Grießhaber steht mit der Profilanalyse ein Verfahren zur Verfügung, das ein aussagekräftiges Bild des erreichten Sprachstandes liefert und an mündlichen und schriftlichen Sprachproben gleichermaßen durchgeführt werden kann (ebd. 23). Der Verfasser empfiehlt, dass Schülerinnen und Schülern anhand eines Bildimpulses einen Text verfassen. Für diese Studie wird als Elizitierungsmaterial ein Bild ausgewählt, das einen Stau in einer Baustelle zeigt. Durch das Bildmaterial (Anlage 3) ist sichergestellt, dass für eine angemessene Bearbeitung alle vier Erwerbsstufen zum Tragen kommen, da das Staubild beschrieben und auf der zweiten Seite eine Erklärung für die Ursache des Staus formuliert werden muss.

Arbeitsblätter für die Pre- und Posttests: Um die Wirksamkeit der Unterrichtsgestaltung mit und ohne sprachliche Hilfen in Form von Scaffolds zu untersuchen, werden Daten sowohl der aufgabenspezifischen inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* als auch der sprachlichen Darstellung der prozessbezogenen Kompetenz im Bereich *Argumentieren* in einem Pre-Postdesign erhoben. Die Arbeitsblätter sind für die drei Lerneinheiten „Randsteine vertauscht“, „Randstein verändert“ und „Mittelstein verändert“ gleich aufgebaut. Die erforderlichen Kompetenzen werden durch drei voneinander unabhängige, identische Subskalen (Abschn. 5.3.1) operationalisiert, wobei sich zwei Subskalen auf die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* (Beschreiben Was und Erklären) und eine auf die inhaltsbezogene Kompetenz des Bereiches *Zahlen und Operationen* (Mauern erfinden und ausrechnen) beziehen (Abschn. 8.2). Für das Pre-

und Posttests sind von der Verfasserin jeweils gleich aufgebaute Arbeitsblätter, die sich lediglich durch das Zahlenmaterial unterscheiden, entwickelt worden (Anlagen 4,5,6).

Konzeption der Arbeitsblätter der Pre- und Posttests: Um zu verhindern, dass aufgabenspezifischen fachsprachlichen Kompetenzen durch unzureichende mathematische Kompetenzen (Rechenfehler) beeinflusst werden, müssen die Schülerinnen und Schüler zur Darstellung der Argumentationskompetenzen keine Mauern ausrechnen. Sie können sich bei der Formulierung der Aufgabenstellungen an den auf den Arbeitsblättern dargestellten ausgerechneten Mauern orientieren.

1. Aufgabenstellung: *„Beschreibe die beiden Mauern“*

Hier wird die prozessbezogene Kompetenz *„Argumentieren - Mathematische Zusammenhänge erkennen (Beschreiben WAS)“* gefordert. Die Formulierung macht deutlich, dass nicht die Beschreibung des Rechenwegs (Beschreiben WIE) gefordert ist, sondern der Zusammenhang der beiden Zahlenmauern (Beschreiben WAS) beschrieben werden soll.

2. Aufgabenstellung: *„Erkläre den Rechenrick“*

Diese Aufgabenstellung fordert ebenfalls die prozessbezogene Kompetenz *„Argumentieren - Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten erklären“*. Die Argumentation wird durch die altersgemäß formulierte Arbeitsanweisung *„Erkläre den Rechenrick“* elizitiert.

3. Aufgabenstellung: *„Erfinde eigene Mauern, die so wie die beiden oberen gebaut sind“*.

Es wird die inhaltsbezogene Kompetenz des Bereiches *Zahlen und Operationen*, Rechengesetze erkennen, Zahlenmauern ausrechnen, eigene Mauern erfinden, Additionsaufgaben lösen gefordert. Die Schülerinnen und Schüler müssen den Algorithmus der dargestellten ausgefüllten Mauern erkennen, um in den zwei leeren Zahlenmauern den dargestellten Algorithmus mit anderem Zahlenmaterial darzustellen. Des Weiteren werden Kompetenzen der Grundrechenart Addition verlangt, um die Mauern richtig ausrechnen zu können.

Die folgende Abbildung zeigt das Pre- Postdesign der 3. Lerneinheit: Mittelstein verändert.

Abbildung 9: Pre- und Posttest Mittelstein erhöht

Posttest

Name:	Datum:	3 / 2																			
<table style="margin: auto;"> <tr><td colspan="3" style="text-align: center;">145</td><td colspan="3" style="text-align: center;">147</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">68</td><td style="text-align: center;">77</td><td></td><td style="text-align: center;">69</td><td style="text-align: center;">78</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">36</td><td style="text-align: center;">32</td><td style="text-align: center;">45</td><td style="text-align: center;">36</td><td style="text-align: center;">33</td><td style="text-align: center;">45</td></tr> </table>				145			147			68	77		69	78		36	32	45	36	33	45
145			147																		
68	77		69	78																	
36	32	45	36	33	45																
① Beschreibe die beiden Mauern.																					
② Erkläre den Rechentrick.																					
③ Erfinde eigene Mauern, die so wie die beiden oberen Mauern aufgebaut sind.																					
<table style="margin: auto;"> <tr><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td></tr> </table>																					

Pretest

Name:	Datum:	3 / 1																			
<table style="margin: auto;"> <tr><td colspan="3" style="text-align: center;">191</td><td colspan="3" style="text-align: center;">193</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">94</td><td style="text-align: center;">97</td><td></td><td style="text-align: center;">95</td><td style="text-align: center;">98</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">38</td><td style="text-align: center;">56</td><td style="text-align: center;">41</td><td style="text-align: center;">38</td><td style="text-align: center;">57</td><td style="text-align: center;">41</td></tr> </table>				191			193			94	97		95	98		38	56	41	38	57	41
191			193																		
94	97		95	98																	
38	56	41	38	57	41																
① Beschreibe die beiden Mauern.																					
② Erkläre den Rechentrick.																					
③ Erfinde eigene Mauern, die so wie die beiden oberen Mauern aufgebaut sind.																					
<table style="margin: auto;"> <tr><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td><td style="width: 20px; height: 15px;"></td></tr> </table>																					

Quelle: eigene Darstellung

9.1.2 Beschreibung der Stichprobe

Für die Studie werden die Daten von 100 Schülerinnen und Schülern von sechs dritten Grundschulklassen aus vier Schulen ausgewertet.³³ Bei der Auswahl der Schulen bemühte sich die Autorin, Lehrkräfte zu gewinnen, die an verschiedenen Schulstandorten³⁴ unterrichten. Die Akquise der Schulen erfolgte auf Grund persönlicher Kontakte, somit handelt es sich somit um eine nicht zufallsgesteuerte Gelegenheitsstichprobe. (Aeppli/Gasser/Gutzwiller/Tettenborn 2016, 145)

³³ Für die Studie wurden nur die Daten der SuS berücksichtigt, für die der komplette Datensatz vorliegt.

³⁴ Schulen in städtischen oder ländlichen Regionen mit unterschiedlich hohem Migrationsanteil.

Der Schulstandort der Schule der Klasse A (n= 22), Großstadt im Ruhrgebiet, ist als sozialer Brennpunkt³⁵ zu beschreiben. Die Klassen B (n= 17) und C (n= 19) sind Parallelklassen einer Schule, die sich in einer Kleinstadt in der Nähe von Köln befindet. Die Schulen der Klassen D (n=15), E (n=13) und F (n=14) liegen in zwei kleinen Ortschaften im ländlichen Bereich in der Umgebung im schwäbischen Landkreis Augsburg. Die Klassen E und F sind Parallelklassen.

Die im folgenden Abschnitt dargestellten Daten werden durch die Auswertung des Kinderfragebogens (Abschn. 9.1.1) ermittelt. Zum Zeitpunkt der Erhebung sind die Schülerinnen und Schüler zwischen acht und elf Jahre alt.

Tabelle 4: Altersverteilung der Stichprobe (n=100)

Alter	8 Jahre	9 Jahre	10 Jahre	11 Jahre
n	25	63	10	2

Quelle: eigene Darstellung

Die Verteilung nach Geschlechtern ist fast ausgeglichen. Es nahmen 48 Jungen und 52 Mädchen an der Studie teil.

33 Prozent der Schülerinnen und Schüler der Gesamtstichprobe geben an, neben Deutsch noch mindestens eine weitere Sprache zu sprechen.³⁶

Die Sprecher verteilen sich wie folgt: Rumänisch (16), Englisch (15), Arabisch (7), Türkisch (7), Kurdisch (5), Griechisch (4), Spanisch (3), Russisch (2), Italienisch (1), Mazedonisch (1), Persisch (1), Polnisch (1), Ungarisch (1).

³⁵ Hier wird die Definition des Deutschen Städtetages von 1979 zu Grunde gelegt. Nach dieser Definition werden als soziale Brennpunkte Wohngebiete bezeichnet, in denen Faktoren gehäuft auftreten, die die Lebensbedingungen ihrer Bewohner und insbesondere die Entwicklungschancen von Kindern und Jugendlichen negativ bestimmen. (Deutscher Städtetag 1979).

³⁶ Die Unterrichtssprache Englisch wurde dabei nicht berücksichtigt (Abschn. 4.3.2)

Tabelle 5: Sprachbiografische Daten der Stichprobe

	einsprachig	mehrsprachig	gesamt
SuS	67	33	100

Quelle: eigene Darstellung

Um zu überprüfen, ob ein sprachsensibler Unterricht mit der Bereitstellung von Scaffolds die Lernerfolge der Schülerinnen und Schüler beeinflusst, wurde die Gesamtstichprobe in zwei Gruppen aufgeteilt. In den Unterricht der Gruppe I (Klassen A; B, E) wurden Scaffolds integriert, in den Unterricht der Gruppe II (Klassen D, C, F) nicht. (Kap. 6)

Die beiden Gruppen werden nicht zufallsgesteuert (Random Samples) gezogen, sondern soweit es die organisatorischen Rahmenbedingungen zu ließen, anhand der Repräsentativität der Merkmale der Schulstandorte möglichst gleichmäßig zusammengestellt. Parallelklassen werden jeweils unterschiedlichen Gruppen zugeordnet.

Tabelle 6: Gruppe I mit sprachlicher Unterstützung von Scaffolds

	einsprachig		mehrsprachig		gesamt	
	n	%	n	%	n	%
Klasse A	10	45,5	12	54,2	22	100
Klasse B	7	41,2	10	58,8	17	100
Klasse E	12	92,3	1	7,7	13	100
gesamt	29	55,8	23	44,2	52	100

Quelle: eigene Darstellung

Tabelle 7: Gruppe II ohne sprachliche Unterstützung von Scaffolds

	einsprachig		mehrsprachig		gesamt	
	n	%	n	%	n	%
Klasse D	13	86,7	2	13,3	15	100
Klasse C	11	57,9	8	42,1	19	100
Klasse F	14	100	0	0	14	100
gesamt	38	79,1	10	20,8	48	100

Quelle: eigene Darstellung

9.1.3 Durchführung der Untersuchung

Die Unterrichtsreihen werden in vier Klassen am Ende des dritten Schuljahrs vor Beginn der Sommerferien 2018 und in zwei Klassen aus Zeitgründen sofort nach den Sommerferien durchgeführt. Den beteiligten Lehrkräften wird erklärt, dass mit der Studie der Zusammenhang zwischen mathematischen und sprachlichen Leistungen am Beispiel von Zahlenmauern untersucht werden sollte. In einem Vorgespräch geben alle Lehrkräfte an, sich bisher nicht mit dem Themenkomplex des sprachsensiblen Fachunterrichts befasst zu haben. Alle erklären, dass ihre Klassen bereits mit dem Übungsformat Zahlenmauern gearbeitet hätten, sodass das Übungsformat den Schüler und Schülerinnen nicht unbekannt wäre. Welche Rechenoperationen bisher mit dem Übungsformat geübt und wie die einzelnen Steine der Mauern bezeichnet wurden, können die meisten Lehrkräfte nicht sicher angeben.

Die Konzeption der Unterrichtsreihe und deren Lernziele wurden den Lehrkräften im Vorfeld erläutert. Vor Beginn der Unterrichtsreihe müssen die Schülerinnen und Schülern den Schülerfragebogen ausfüllen, den Arithmetiktest bearbeiten und zu dem Bildmaterial „Stau an der Baustelle“ einen Text schreiben. Alle drei Dokumente haben die Schülerinnen und Schüler nach einführenden Erläuterungen der Lehrkräfte ohne weitere Hilfestellungen selbstständig ausgefüllt, bzw. bearbeitet.

In allen Klassen wird vor Beginn der Unterrichtsreihe eine Wiederholungsstunde durchgeführt, in der der Aufbau des Übungsformats Zahlenmauern wiederholt und die Begriffe zur Bezeichnung der Steine eingeführt bzw. wiederholt werden. Für die dann folgende aus drei Lerneinheiten bestehende Unterrichtseinheit stehen sechs bis acht Stunden zur Verfügung, sodass für jede der drei Lerneinheiten zwei oder drei Unterrichtsstunden zur Verfügung stehen. Vor Beginn und im Anschluss an jede Einheit wird die Pre-Posttestung durchgeführt. Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten dazu die jeweiligen Arbeitsblätter. Auf den Arbeitsblättern ist der Argumentationsbegriff von der Verfasserin entsprechend eines an das Alter der Schülerinnen und Schüler angepassten Erwartungshorizontes definiert (Abschn. 8.2). Die Schülerinnen und Schüler werden daraufhin gewiesen, dass bei der Aufgabenstellung 1 *Beschreibe die beiden Mauern* das „Beschreiben WAS“ gefordert ist, und nicht das Beschreiben des Rechenweges „Beschreiben WIE“.

Die Unterrichtsreihe beginnt mit einer Wiederholungsstunde und umfasst drei Lerneinheiten.

Tabelle 8: Aufbau der Unterrichtsreihe

Einheit	Lerneinheit	Aufgabenstellung
	Wiederholung: Aufbau einer Zahlenmauer	1. Mauern rechnen 2. Bezeichnungen klären
1.	Aufgabe: Randsteine vertauscht	1. Beschreiben 2. Erklären 3. Mauern ausrechnen
2.	Aufgabe: Randsteine verändert	1. Beschreiben 2. Erklären 3. Mauern ausrechnen
3.	Aufgabe: Mittelstein verändert	1. Beschreiben 2. Erklären 3. Mauern ausrechnen

Quelle: eigene Darstellung

Um Fehler bei den Ergebnissen durch das Phänomen der self-fulfilling prophecy (Merton 1948) zu reduzieren, wird allen Lehrkräften erklärt, dass sie Material zur sprachlichen Unterstützung erhalten werden und gebeten, dieses Material einzusetzen. Jedoch erhalten nur für die erste Einheit alle Lehrkräfte sprachliche Hinweise in Form des Lernplakates Zahlenmauer. Das Lernplakat stellt die für die Auswertung erforderliche einheitliche Verwendung der Bezeichnung der Steine sicher.

Abbildung 10: Lernplakat Zahlenmauer



Quelle: eigene Darstellung

Für die drei folgenden Einheiten (2-4), in denen die relevanten mathematischen Aufgabenstellungen zu erarbeiten sind, erhalten nur Lehrkräfte der Gruppe I³⁷ Tipps und Material mit sprachlichen Hilfen. Die sprachlichen Hilfen werden von der Verfasserin auf der Grundlage der Analyse der in den Abschnitten 4.2.2 und 6.3 erläuterten fach- und bildungssprachlichen Analysen zusammengestellt (Meyer/Tiedemann 2017, Tebaartz/Lengnink 2015, Götze 2015). Die Unterstützung der Argumentationsfähigkeit (Beschreiben WAS und Erklären) in Form von Scaffolds umfasst Adverbien (*immer, auch*), und Satzphrasen (Konditional- und Kausalsätze) in Verbindung mit Konjunktionen (*weil..., (immer) wenn...*). Scaffolds zur Beschreibung der Veränderung

³⁷ Gruppe I mit sprachlicher Unterstützung von Scaffolds

der Zahlbeziehungen und des Algorithmus umfassen Verben und bildungssprachliche Formulierungen (vertauschen, um 1 größer), eingebettet in vorformulierte Satzmuster.

Für das Prä-Post-Design sind folgende sprachliche Hilfen von Bedeutung:

1. Haupt- und Nebensatzstrukturen, um Prämisse und Konklusion zu formulieren: *Der Deckstein muss um ... größer sein, weil wir der Randstein um ... größer ist.*
2. Satzphrasen, die die Veränderung der Zahlen beschreiben: *...wird um ... größer/kleiner, ... verändert sich, ... bleibt gleich, wird um ... verringert/ vermehrt, wird vertauscht.*
3. Formulierung der Allgemeingültigkeit durch Adverbien wie *immer*.

Zur Bewältigung dieser sprachlichen Anforderungen werden zur Unterstützung der Lernprozesse Scaffolds entwickelt.

Dazu hat die Verfasserin Lernplakate mit den sprachlichen Hilfen hergestellt, diese den Lehrkräften der Gruppe I erläutert und zur Verfügung gestellt. Die Lernplakate enthalten Formulierungshilfen und nicht ausgefüllte Zahlenmauern, da anhand der Plakate der Algorithmus so im Unterricht thematisiert werden konnte. Die nicht ausgefüllten Mauern werden von den Lehrkräften zusammen mit den Schülerinnen und Schülern im Unterricht bearbeitet (Anlagen 7-9). Des Weiteren erhalten die Klassen der Gruppe I ein weiteres Lernplakat mit Formulierungshilfen (Anlage 10).

Abbildung 11: Scaffolds für die Gruppe mit sprachlicher Unterstützung

<p style="text-align: center;">Haupt- und Nebensatzkonstruktionen:</p> <p style="text-align: center;">Der ... bleibt gleich, weil...</p> <p style="text-align: center;">Der muss um ...größer/kleiner werden, weil ...</p> <p style="text-align: center;">Satzmuster zur Veränderung von Zahlen</p> <p style="text-align: center;">...wird um ...größer/kleiner.</p> <p style="text-align: center;">Wird um ...verringert, vermehrt, verändert.</p> <p style="text-align: center;">Der ... verändert sich nicht.</p> <p style="text-align: center;">Adverbien, die Allgemeingültigkeit ausdrücken</p> <p style="text-align: center;">Bleibt immer gleich.</p> <p style="text-align: center;">Wird immer um</p> <p style="text-align: center;">Dann muss auch</p>
--

Quelle: eigene Darstellung

Die Bedeutung der Scaffolds und die sich dadurch ergebenden Möglichkeiten der Unterrichtsgestaltung werden den Lehrkräften erklärt, das entsprechende Material dazu zur Verfügung gestellt. Die Anwendung des Materials, die Gestaltung der Unterrichtsinteraktion wird nicht betrachtet (Abschn.13.3).

9.1.4 Datenanalyse

In diesem Abschnitt wird das Kodierungssystem der Daten sowie die statistischen Methoden der Auswertung dargestellt.

Um die inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen beurteilen und miteinander vergleichen zu können, werden die Leistungen dieser beiden Bereiche sowie die allgemeinen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen in einer einheitlichen Rating-Skala erfasst. Diese ordinalskalierte Skala bildet eine Rangfolge der Ergebnisse ab. Für alle

Items der Erhebungsinstrumente, mit Ausnahme des Kinderfragebogens, wurde ein einheitliches Kategoriensystem entwickelt. Alle Leistungen werden auf einer Skala zwischen 0 und 4 Punkten kodiert.

Die folgende Tabelle zeigt, die Kodierung der Leistungen des Arithmetiktests.

Tabelle 9: Kodierung der Ergebnisse des Arithmetiktests

Punkte	0	1	2	3	4
Richtige Aufgaben	0	1-2	3-4	5-6	7-8

Quelle: eigene Darstellung

Die anhand der Auswertung der Schülertexte durch die Profilanalyse ermittelten Profilstufen werden ebenfalls in das Punktesystem überführt, wie die folgende Tabelle deutlich macht.

Tabelle 10: Kodierung der Ergebnisse der Profilanalyse

Punkte	0	1	2	3	4
Profilstufe	0	1	2	3	4

Quelle: eigene Darstellung

Die Leistungen der Schülerinnen und Schüler bezüglich der drei Lerneinheiten (Randsteine vertauscht, Randsteine verändert, Mittelstein verändert) werden von der Autorin anhand eines eigenständig entwickelten Kategoriensystems, das fachliche Richtigkeit und fach- und bildungssprachliche Kompetenz zusammenführt, erfasst. Dazu werden die spezifischen inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* und die prozessbezogenen *Kompetenzen im Bereich Argumentieren* der Pre- und Posttest einheitlich kodiert und somit vergleichbar gemacht.

Aufgabenstellung 1: Kodierung *Beschreiben WAS* (Prozessbezogene Kompetenz *Argumentieren*)

Tabelle 11: Kodierung Aufgabenstellung 1 - Beschreiben WAS

Punkte	0	1	2	3	4
Kategorie	Beschreibung unpassend, falsch	Beschreibung unbedeutender Aspekte, teilweise fehlerhaft	Beschreibung des Algorithmus teilweise erkennbar, nicht schlüssig	Beschreibung des Algorithmus teilweise erkennbar, aber ungenau	Beschreibung des Algorithmus korrekt, fach- und bildungs- sprachliche Formulierungen

Quelle: eigene Darstellung

Aufgabenstellung 2: Kodierung *Erkläre den Rechenrick* (Prozessbezogene Kompetenz *Argumentieren*)

Tabelle 12: Kodierung Aufgabenstellung 2 - Erklären

Punkte	0	1	2	3	4
Kategorie	Äußerungen beziehen sich nicht auf die mathematische Fragestellung	Äußerungen zu einzelnen Aspekten, teilweise fehlerhaft	Erklärung des Algorithmus teilweise vorhanden, nicht schlüssig, ungenau	Erklärung des Algorithmus erkennbar, aber ungenau	Erklärung des Algorithmus korrekt, fach- und bildungs- sprachliche Formulierungen

Quelle: eigene Darstellung

Aufgabenstellung 3: Kodierung *Mauern erfinden und ausrechnen* (Inhaltsbezogene Kompetenz *Zahlen und Operationen*)

Tabelle 13: Kodierung Aufgabenstellung 3 - Mauern erfinden und ausrechnen

Punkte	0	1	2	3	4
Fehler	7-8	5-6	3-4	2-1	0

Quelle: eigene Darstellung

Die Daten werden codiert (Anlage 11) und mit dem Statistikprogramm SPPS ausgewertet.

9.1.5 Auswertung der Daten

Die Auswertung der Daten erfolgt sowohl mit Methoden der deskriptiven Statistik als auch mit Methoden der Interferenzstatistik auf Grundlage folgender Datensätze.

Tabelle 14: Prädiktoren Unterrichtsforschung

Abhängige Variablen:	Messniveau
1. Posttest: Argumentationskompetenz (Beschreiben) von zwei inhaltlich zusammenhängenden Zahlenmauern	ordinalskaliert
2. Posttest: Argumentationskompetenz (Erklären) von zwei inhaltlich zusammenhängenden Zahlenmauern	ordinalskaliert
3. Posttest: Inhaltsbezogene Kompetenz (Zahlen und Operationen): Rechnerische Lösung von zwei zusammenhängenden Zahlenmauern	intervallskaliert
Prädiktoren:	Messniveau
1. Sprachbiografie: einsprachig/mehrsprachig	dichotom
2. Arithmetische Vorkenntnisse im Bereich Addition im Zahlenraum bis 100 - Arithmetiktest	intervallskaliert
3. Sprachkompetenz Deutsch - Profilstufen	ordinalskaliert
4. Pretest: Prozessbezogene Kompetenzen Argumentieren, Bereich Beschreiben von zwei inhaltlich zusammenhängenden Zahlenmauern	ordinalskaliert
5. Pretest: Prozessbezogene Kompetenzen Argumentieren im Bereich Erklären von zwei inhaltlich zusammenhängenden Zahlenmauern	ordinalskaliert
6. Pretest: Inhaltsbezogene Kompetenzen im Bereich Arithmetik: Rechnerische Lösung von zwei zusammenhängenden Zahlenmauern	ordinalskaliert
7. Sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds	dichotom

Quelle: eigene Darstellung

Insgesamt werden somit sieben Prädiktoren als Einflussvarianten für die Bewertung der erreichten Kompetenzen bezüglich der inhaltsbezogenen Kompetenz im Bereich *Zahlen und Operationen* und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* berücksichtigt.

Die Darstellung der Ergebnisse der Untersuchung erfolgt zunächst in Form von Häufigkeitsverteilungen mit deskriptiven, also beschreibenden statistischen Verfahren. Es werden die Häufigkeitsverteilungen der einzelnen Merkmale in absoluten und relativen Häufigkeiten erfasst und die Lagemaße Modalwert und Median errechnet. Die Berechnung von Mittelwerten ist nur für die intervallskalierten Daten des Bereiches der inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich Arithmetik zulässig. Durch die Methode der Deskriptivanalyse in Form von Häufigkeitsverteilungen werden die einzelnen Merkmalsausprägungen erkennbar und vergleichbar. Alle mit den Verfahren der deskriptiven Statistik getroffenen Aussagen gelten nur für die Stichprobe der Untersuchung (Gültekin-Karakçok/Feldmeier 2014, 187).

Im zweiten Schritt werden die Daten mit Methoden der Interferenzstatistik ausgewertet. Die Voraussetzungen dafür sind erfüllt, da die Variablen voneinander unabhängig, normalverteilt und varianzhomogen sind. Die aufgestellten Hypothesen sind Zusammenhangshypothesen mit mindestens einer Testvariable auf Ordinalskalen-Niveau. Ein möglicher Zusammenhang zwischen den Daten der Datensätze (allgemeine mathematische und sprachliche Kompetenzen und aufgabenspezifische mathematische und fach- und bildungssprachliche Kompetenzen) in Pre- und Posttests sowie den Lernergebnissen mit und ohne sprachliche Unterstützung wird mit der Rangkorrelationsanalyse nach Spearman³⁸ berechnet. Die Effektstärke wird durch den Korrelationskoeffizienten nach Spearman`s Rho ermittelt (Rangkorrelation). Die Effektstärkengröße orientiert sich an der Klassifikation nach Cohen (1988), die an empirischer Forschung orientiert und weitgehend akzeptiert ist

³⁸ Die Rangkorrelationsanalyse nach Spearman berechnet den linearen Zusammenhang zweier mindestens ordinalskalierter Variablen.

(Bortz/Döring 2006, 626). Der Korrelationskoeffizient r ist ein Richtwert, der im Bereich -1 bis $+1$ liegt und die Stärke und Richtung des Zusammenhangs ausdrückt.

Tabelle 15: Verbale Beschreibung des Korrelationskoeffizienten r

Wert des Korrelationskoeffizient	Verbale Beschreibung
$< r \leq 0,2$	sehr geringe Korrelation
$0,2 < r \leq 0,5$	geringe Korrelation
$0,5 < r \leq 0,7$	mittlere Korrelation
$0,7 < r \leq 0,9$	hohe Korrelation
$0,9 < r \leq 1,0$	sehr hohe Korrelation

Quelle: Aepli/ Gasser/Gutzwiller/Tettenborn 2016, 302

Für diese Studie wird ein Signifikanzniveau $p \leq 0,05$ festgelegt (Gültik-Karakoç/Feldmeier 2014, 194). Bei $p \leq 0,05$ (bzw. α) wird davon ausgegangen, dass mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% das Ergebnis nicht zufällig entstanden ist.

9.2 Lehrkräfteinterviews

In diesem Abschnitt werden Design und Forschungsmethode der Interviews, die mit den beteiligten Lehrkräften geführt wurden, dargestellt.

9.2.1 Entstehungssituation

Die Autorin führt mit fünf an der Unterrichtsstudie beteiligten Lehrkräften³⁹ nach Beendigung der Unterrichtsreihen Interviews. Die Interviews werden telefonisch durchgeführt und aufgezeichnet. Dieses Erhebungsverfahren ist als Experteninterview (Bortz/Döring 2006, 315) zu bezeichnen, da

„der Begriff des ‘Experten’ unmittelbar mit einer besonderen Art des Wissens verbunden ist ‘Experte’ wird man dadurch, dass man über ein Sonderwissen verfügt, das andere nicht teilen, bzw. – konstruktivistisch formuliert – dadurch, dass einem solch ein Sonderwissen von anderen zugeschrieben wird und man es selbst für sich in Anspruch nimmt.“ (Pryborski/Wohlrab-Sahr 2010, 131)

Lehrkräfte haben erfolgreich eine Berufsausbildung absolviert und verfügen des Weiteren durch eigene Erfahrungen über besonderes Wissen

³⁹ Eine Lehrkraft stand aus persönlichen Gründen nicht für ein Interview zur Verfügung.

und Können zum Thema Unterricht. Dieses Wissen und Können legitimiert sie und sie legitimieren ihre unterrichtlichen Entscheidungen und Beurteilungen damit auch selbst.

Die Autorin erklärt den Lehrkräften vor Beginn des Interviews, dass ihre Erfahrungen und Expertise bezüglich der Lernsituation der Schülerinnen und Schüler im Umgang mit dem Übungsformat Zahlenmauern für das Forschungsvorhaben von großem Interesse sei. Die Interviews werden als offene Leitfrageninterviews geführt (Pryborski/Wohlrab-Sahr 2010, 138-145), da das Forschungsvorhaben klar eingegrenzte Forschungsfragen verfolgt. Der Interviewleitfaden (Anlage 12) wird so konzipiert, dass sowohl dezidierte als auch offene Fragestellungen berücksichtigt wurden.

9.2.2 Interviewleitfaden

Die Erstellung des Interviewleitfadens leitet sich aus der Fragestellung dieser Studie (Abschn. 7.2) ab. Die Items des Fragebogens weisen fünf Bereiche auf, die sich vom Allgemeinen zum Spezifischen bewegen: Erhebung der biografischen Daten der Lehrkräfte, Vorerfahrung der Schülerinnen und Schüler bezüglich des Übungsformats Zahlenmauern, Unterrichtsplanung, Unterrichtsbeobachtung und den Bereich der methodisch-didaktischen Entscheidungen.

Themenblock I: Der erste Themenblock beginnt mit einem Dank für die Durchführung der Unterrichtsreihe und Fragen zur Berufsbiografie, die die Bereiche Studium und Unterrichterfahrung umfassen.

Themenblock II: Im zweiten Themenblock wird erfragt, mit welchem Schulbuch die Klasse arbeitet, bzw. gearbeitet hat und wie oft das Übungsformat Zahlenmauern im Unterricht eingesetzt wurde. Es handelt sich um direkte Fragen.

Themenblock III: Dieser Themenblock umfasst Aspekte von Unterrichtsplanung. Mit offenen Fragen werden die Lehrkräfte zum einen gebeten, sowohl ihre Lernziele bezüglich des Übungsformats als auch deren Gewichtung und Bedeutung für den Unterricht zu beschreiben.

Themenblock IV: Die Lehrkräfte werden hier gebeten, ihre Unterrichtsbeobachtungen zu schildern. Es werden direkte Fragen zu folgenden Bereichen gestellt: Allgemeine Erfahrungen mit dem Übungsformat, Motivation der Schülerinnen und Schüler, allgemeine Schwierigkeiten beim Bearbeiten des Übungsformats und der Umgang sowohl der einsprachigen als auch der mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler mit dem Übungsformat.

Themenblock V: Dieser Themenblock fokussiert auf eine Bewertung von methodisch-didaktischen Entscheidungen. Es wird anhand direkter Fragen ermittelt, welche Unterstützung und Hilfestellungen im Unterricht sowohl für ein- als auch für mehrsprachige Schülerinnen und Schüler als wichtig und notwendig erachtet werden.

Die Interviews enden mit einer offenen Ausstiegsfrage.

9.2.3 Analysetechnik

Die Interviews werden mit der Software des Transkriptionssystems EXMARAlDA transkribiert (Transkriptionsregeln in Anlage 13). Die Auswertung der ersten beiden Bereiche (Berufsbiografische Daten und Vorerfahrungen der SuS) erfolgt anhand einer tabellarischen Darstellung. Die anderen Abschnitte der Interviewtexte werden mit der Methode der Qualitativen Inhaltsanalyse (Mayring 2015) ausgewertet, da aus der Theorie abgeleitete Kategorien an den Text herangetragen werden. Zur Analyse des Materials wird die Analysetechnik der inhaltlichen Strukturierung (deduktive Kategorienanwendung) gewählt.

„Strukturierung: Ziel der Analyse ist es, bestimmte Aspekte aus dem Material herauszufiltern, unter vorher festgelegten Ordnungsprinzipien einen Querschnitt durch das Material zu legen

oder das Material aufgrund bestimmter Kriterien einzuschätzen.“
(Mayring 2015, 67)

9.2.4 Kategoriensystem

„Das Kategoriensystem stellt das zentrale Instrument der Analyse dar.“
(Mayring 2015, 51) Die gebildeten Oberkategorien sind aus den von Meyer (2014a) und Helmke (2010) aufgestellten Grundsätze unterrichtsrelevanter Lehrerkompetenzen entwickelt sowie den Forschungsfragen (Abschn. 7.2) abgeleitet worden. Sie erfüllen die wichtige Anforderung für deduktive Kategorienbildung disjunkt und erschöpfend zu sein (Kuckartz 2012, 61).

1. Oberkategorie: Unterrichtsplanung

In dieser Kategorie wird untersucht, inwieweit bei der Unterrichtsplanung die Vorgaben der Bildungsstandards und Lehrpläne (Abschn. 2.4) berücksichtigt wurden. Dabei soll zum einen analysiert werden, inwieweit die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* bei der Unterrichtsplanung als gleichwertige Säule gegenüber den inhaltsbezogenen Kompetenzen berücksichtigt wurde. Zum anderen wird die damit verbundene Frage, ob eine Definition des Begriffes *Argumentieren* der eigenen Unterrichtsplanung zu Grunde liegt, beleuchtet.

2. Oberkategorie: Unterrichtsbeobachtung

Unterrichtsbeobachtung ist eine zentrale Lehrerkompetenz, die mehrere Bereiche umfasst. Mit dieser Oberkategorie soll analysiert werden, wie die Lehrkräfte anhand ihrer eigenen Erfahrungen die Motivation, die Erfolge und die Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten des Übungsformates einschätzen. Dabei wird der Zusammenhang zwischen fachlichem und sprachlichem Lernen sowie die Lernsituation ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler betrachtet.

3. Oberkategorie: Methodisch –didaktische Entscheidungen und Hilfestellungen

Um individuelles Lernen zu ermöglichen, müssen die Vorgaben der Lehrpläne sowohl für die gesamte Lerngruppe als auch für einzelne Schülerinnen und Schüler didaktisch sinnvoll reduziert und arrangiert werden. Dazu benötigen Lehrkräfte ein reiches Handlungs- und Methodenrepertoire. Mit dieser Kategorie wird analysiert, welche Hilfestellungen die Lehrkräfte als sinnvoll und notwendig erachten. In dieser Kategorie werden die methodisch-didaktischen Entscheidungen bezüglich des fachlichen und sprachlichen Erwartungshorizonts und Hilfestellungen für die Bereiche Arithmetik und Sprache untersucht.

9.2.5 Datenanalyse

Im ersten Schritt werden alle nicht inhaltstragenden Textbestandteile gestrichen und die Textabschnitte generalisiert. Dieser Arbeitsschritt wird im Folgenden beispielhaft dargestellt.

Originaltext:

„Die sag ich mal, die sag ich mal ein bisschen begabter an sich sind, die halt ja einfach bisschen schlauer sind, die kommen damit super zurecht. Die habns auch gleich begriffen gehabt. Und die Schwächeren, also die bedarf jedes Mal wieder neu die Erklärung.“ (Originaltext aus dem Interview, Lehrkraft 5)

Paraphrase:

Begabtere, ein bisschen schlauere Schülerinnen und Schüler kommen super zurecht und haben es sofort verstanden. Schwächere benötigen jedes Mal wieder von neuem eine Erklärung.

Generalisierung:

Begabte, schlaue Schülerinnen und Schüler kommen gut zurecht, schwächere brauchen jedes Mal wieder eine Erklärung.

Im nächsten Arbeitsschritt werden die aus der Theorie abgeleiteten Kategorien an die Interviewtexte herangetragen. Es wird analysiert, welcher Teil des Materials welcher Kategorie zugeordnet werden kann.

Dazu wird ein dreistufiges Verfahren, das auf Kategorisierungstheorien der Allgemeinen Psychologie beruht, zu Grunde gelegt.

„1. Definition der Kategorien

Es wird genau definiert, welche Textbestandteile unter eine Kategorie fallen.

2. Ankerbeispiele

Es werden konkrete Textstellen angeführt, die unter eine Kategorie fallen und als Beispiel für diese Kategorie gelten soll.

3. Kodierregeln

Es werden dort, wo Abgrenzungsprobleme zwischen Kategorien bestehen, Regeln formuliert, um eindeutige Zuordnungen zu ermöglichen.“ (Mayring 2015, 97)

Durch die Analyse des Materials können nun für alle Kategorien deduktiv Subkategorien entwickelt und ein Kodierleitfaden erstellt werden.

Der Kodierleitfaden für die Oberkategorie Unterrichtsplanung umfasst die Äußerungen der Lehrkräfte bezüglich der Aspekte, die ihnen bei ihrer Unterrichtsplanung zum Thema Zahlenmauern wichtig sind.

Tabelle 16: Kodierleitfaden Kategorie Unterrichtsplanung

Oberkategorie Unterrichtsplanung	Definition/ Kodierregeln	Ankerbeispiele
Subkategorie 1 Lernziele	Umfasst alle Aussagen zu den Lernzielen, die die Lehrkraft mit dem Einsatz des Übungsformats Zahlenmauern erreichen möchte.	„Plus und Minus rechnen, Knobeln, Abwechslung, Verschiedenes“ (LK 2)
Subkategorie 2 Bedeutung des Übungsformats	Umfasst alle Aussagen der Lehrkraft, zur Bedeutung des Übungsformats.	„(Zahlenmauern) würden eine Rolle spielen“ (LK 4)

Quelle: eigene Darstellung

Der Kodierleitfaden für die Oberkategorie Unterrichtsbeobachtung umfasst die Beobachtungen und Erfahrungen der Lehrkräfte, die diese während der Durchführung der Unterrichtsreihe gemacht haben.

Tabelle 17: Kodierleitfaden Unterrichtsbeobachtung

Oberkategorie Unterrichtsbeobachtung	Definition/ Kodierregeln	Ankerbeispiele
Subkategorie 1 Motivation der SuS	Umfasst die Beobachtung der Lehrkräfte bezüglich der Motivation	„Eigentlich haben alle damit gerne gearbeitet“(LK 2)
Subkategorie 2 Schwierigkeiten im Bereich der Arithmetik	Stellt dar, welche Schwierigkeiten die Lehrkräfte im Lernprozess der SuS für diesen Bereich beobachtet haben.	„Zehnerübergang, Ergänzungen. Kinder mit Dyskalkulie Zahlendreher, bei Flüchtlingskindern, wenn die einfach vom Wortspeicher nicht die Zahlen haben.“ (LK 1)
Subkategorie 3 Sprachliche Schwierigkeiten	Stellt dar, welche Schwierigkeiten die Lehrkräfte beim Lernprozess der SuS für diesen Bereich beobachtet haben.	„Sprechen über Mathematik ist immer schwierig. Da die richtigen Worte zu finden und das, was man sich denkt, dann auch zum Ausdruck zu bringen, dass die Anderen es verstehen.“ (LK 2)
Subkategorie 4 Unterschiede ein- und mehrsprachiger SuS	Stellt dar, ob Lehrkräfte Unterschiede im Lernverhalten zwischen einsprachigen und mehrsprachigen SuS beobachtet haben, bzw. beobachten konnten.	„Ein Kind, wo Russisch gesprochen wird, hat massive Probleme. Wenn der Wege erklären muss oder verschriftlich ist im Arbeitsauftrag, kann der das nicht umsetzen.“ (LK 3)
Subkategorie 5 Zusammenhang von sprachlichem und fachlichem Lernen	Umfasst alle Äußerungen der Lehrkräfte bezüglich eines möglichen Zusammenhangs.	„Wenn die Aufgaben komplexer werden.“ (LK3)
Subkategorie 6 Sonstige Beobachtungen	Umfasst sonstige Beobachtungen der Lehrkräfte, die keiner der anderen Kategorien zugeordnet werden können.	„Es melden sich zwei, die alles wunderbar erklären und man denkt `Jetzt habens alle`. Dann merkt man, dass bloß genau die zwei, die sich gemeldet haben, die einzigen waren, die es kapiert haben.“(LK 3)

Quelle: eigene Darstellung

Der Kodierleitfaden für die Oberkategorie methodisch-didaktische Entscheidungen umfasst alle aus Sicht der Lehrkräfte wichtigen, sinnvollen und notwendigen Unterstützungsmaßnahmen zur Verbesserung der Lern- und Unterrichtssituation.

Tabelle 18: Kodierleitfaden Methodisch-didaktische Entscheidungen

Oberkategorie Methodisch-didaktische Entscheidungen	Definition/ Kodierregeln	Ankerbeispiele
Subkategorie 1 Hilfestellungen Be- reich Sprache	Umfasst alle Hilfestel- lungen der Lehrkräfte für diesen Bereich.	„Sprachliche haben sie auf jeden Fall gebraucht und zum Teil nochmal die Erklärung, was ist ge- nau passiert.“ (LK 5)
Subkategorie 2 Hilfestellungen Be- reich Arithmetik	Umfasst alle Hilfestel- lungen der Lehrkräfte für diesen Bereich.	„Beim reinen Rechnen wenig Hilfestellung“ (LK 2)
Subkategorie 3 Veranschaulichungs- mittel	Umfasst alle von den Lehrkräften genannten Veranschaulichungsmit- tel zur Entlastung des Lernprozesses.	„Rechenrahmen oder Mehrsystemblöcke“ (LK 1)
Subkategorie 4 Differenzierung	Umfasst die von den Lehrkräften genannten methodischen Möglich- keiten in heterogenen Lerngruppen zu differen- zieren.	„Die Kinder können auf unterschiedlichem Ni- veau arbeiten. Kinder ha- ben mit unterschiedli- chen Zahlen gearbeitet.“ (LK 2)
Subkategorie 5 Weitere Hilfestellun- gen	Umfasst alle weiteren Hilfestellungen, die nicht mit den Kategorien 1-4 abgedeckt werden.	„Wenn man Zeit hat, et- was sacken zu lassen.“ (LK3)

Quelle: eigene Darstellung

Das anhand des dreiteiligen Kodierleitfadens analysierte Material wird in Form einer Themenmatrix (Kuckartz 2012, 74) zusammengefasst und interpretiert. Die Themenmatrix (Anlage 14) enthält sowohl eine kategorisierte Auswertung der einzelnen Subkategorien als auch eine Fallzusammenfassung für jede der fünf interviewten Lehrkräfte.

9.3 Schulbuchanalyse

In diesem Abschnitt werden nach kurzer Beschreibung des Mediums Schulbuch die Analysemethoden der Mathematiklehrwerke für die Grundschule einschließlich der zugehörigen Lehrerhandreichungen dargestellt.

9.3.1 Das Unterrichtsmedium Schulbuch

Schulbücher sind staatlichen Genehmigungsverfahren unterworfen und dienen dazu, die allgemein gehaltenen Lehrpläne zu konkretisieren und

damit in den Unterricht zu implementieren (Rezat 2009,3). Für die Genehmigungsverfahren sind die einzelnen Bundesländer verantwortlich. Nach Stein lassen sich aus der Tatsache, dass Schulbücher ein staatliches Genehmigungsverfahren durchlaufen müssen, noch keine Aussagen ableiten, ob das Medium aus pädagogischer Hinsicht als eher vorteilhaft oder ungünstig einzuschätzen ist (Stein 2003, 25).

Schulbücher spielen eine wichtige Rolle für die Unterrichtsgestaltung. Die Effizienz verschiedener Mathematikbücher einschließlich ihrer Übungsformate bezüglich des Lernerfolgs von Schülerinnen und Schülern für die Schulform Grundschule ist nicht erforscht und kann somit als Forschungsdesiderat bezeichnet werden (Abschn. 7.3).

Schulbücher nehmen mehrere unterschiedliche pädagogisch-didaktische Funktionen ein. Sie strukturieren das zu erlernende Wissen, sie unterstützen und entlasten Lernprozesse und sie sind als Arbeitsmittel, Werkzeug und Lerngegenstand (Wiater 2003,14).

Wird der Fokus auf den Bereich des Unterrichts und des schulischen Lernens gelegt, übernehmen sie die Funktion eines pädagogischen Hilfsmittels. Hierbei ist zu klären, ob das Schulbuch nur als Arbeitsmittel konzipiert wurde oder sogar die Funktion als Lehrersatz bzw. als „Teamteacher“ in offenen Unterrichtsformen einnehmen soll. Des Weiteren muss geklärt werden, ob das Schulbuch ausschließlich als Buch für Schülerinnen und Schüler oder auch als Lehrerbuch konzipiert wurde oder ob für Lehrkräfte gesonderte Lehrerhandreichungen zur Verfügung stehen (Rezat 2009,2-14).

Obwohl Schulbücher als wichtige Komponente der Unterrichtsgestaltung anzusehen sind, spielt die Schulbuchforschung bisher in der pädagogisch-erziehungswissenschaftlichen Forschung eine „nahezu nebensächliche Rolle“ (Kahlert 2010, 41). Die Effizienz von Mathematikbüchern mit ihren Übungsformaten ist wenig erforscht. Für die Schulform Sekundarstufe I liegen einige, teilweise im europäischen Ausland,

durchgeführte Studien vor, die das Mathematikbuch und deren Aufgaben als Instrument des Schülers analysieren (Rezat 2009). Für die Primarstufe sind der Verfasserin keine Studien bekannt. Für den Primarbereich fehlt somit eine theoretisch begründete Analyse und Bewertung von Mathematikbüchern und einschließlich deren Aufgabenformaten.

9.3.2 Auswahl des Materials

In Nordrhein-Westfalen sind derzeit 23 Mathematikbücher vom MSW zugelassen (MSW 2016)⁴⁰. Die Auswahl der Mathematikbücher für die Untersuchung erfolgte durch eine eigens durchgeführte Umfrage an allen Essener Grundschulen. Von den 84 Essener Grundschulen (Stadt Essen 2017) haben 59 an der Telefonumfrage teilgenommen. Eine dieser Schulen wollte mit Hinweis auf den Datenschutz keine Auskunft geben (Anlage 15). Die Mathematikbücher *Welt der Zahl*, *Flex und Floh*, *Zahlenbuch* und *Denken und Rechnen* sind die im Jahr 2017 am häufigsten verwendeten Mathematikbücher in Grundschulen der Stadt Essen.

9.3.3 Datenanalyse

Gegenstand der Analyse sind die vier genannten Schulbücher für alle vier Grundschuljahrgänge einschließlich der dazugehörigen Lehrerhandreichungen. Aus den Forschungsfragen (Abschn. 7.3) und aus den Ausführungen zum Unterrichtsmedium Schulbuch (Abschn. 9.3.1) wurden sieben Analysekatoren abgeleitet, anhand derer die Materialien inhaltsanalytisch untersucht werden.

Tabelle 19: Analysekatoren Schulbücher und Lehrerhandreichungen

	Kategorie
1.	Methodisch-didaktische Grundkonzeption des Unterrichtswerks

⁴⁰ Diese Schulbücher sind alle in den anderen Bundesländern zugelassen. Für einige Bundesländer existieren gesonderte Ausgaben. Für diese Arbeit wurden die für NRW zugelassenen Schulbücher verwendet.

2.	Darstellung der Kompetenzanforderungen der Bildungsstandards und Lehrpläne Mathematik GS
3.	Definition, Interpretation des Argumentationsbegriffes
4.	Sprachlichen Hilfestellungen für Schülerinnen und Schüler
5.	Didaktisch-methodische Hilfestellungen für Lehrkräfte
6.	Häufigkeit des Vorkommens des Übungsformates Zahlenmauern - Formulierung der Aufgabenstellung bezüglich der Evokation inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen

Quelle: eigene Darstellung

Die ersten drei Kategorien werden reduktiv bearbeitet, in dem zu „den vorgegebenen Variablen manifeste Aussagen [...], die als Merkmalsausprägungen die Repräsentationen dieser Variablen sind“ (Lamnek 2005, 501) zusammengefasst werden. Zunächst wird die Grundkonzeption des Unterrichtswerks (1), der Bezug zu Bildungsstandards und Lehrplänen (2), die Darstellung der Kompetenzanforderungen, insbesondere die der Argumentationskompetenz inhaltsanalytisch betrachtet. Es wird untersucht, inwieweit der Argumentationsbegriff im Sinne einer mathematischen Argumentation erläutert oder definiert wird (3). Die Unterrichtswerke werden im Folgenden daraufhin betrachtet, ob und in welcher Form sprachliche Hilfestellungen für Schülerinnen und Schüler enthalten sind (4). Danach folgt die Zusammenstellung der methodisch-didaktischen Empfehlungen für Lehrkräfte in den Lehrerhandreichungen, insbesondere die Hinweise bezüglich sprachlicher Hilfestellungen (5). Die Häufigkeit des Vorkommens des Übungsformats einschließlich der Formulierungen der Aufgabenstellungen (7) wird durch die der Methode der Frequenzanalyse untersucht. Die Frequenzanalyse ist eine qualitativ-inhaltsanalytische Technik, die „darin [besteht], bestimmte Elemente des Materials auszuzählen und in ihrer Häufigkeit mit dem Auftreten anderer Elemente zu vergleichen.“ (Mayring 2015, 13) Die gewonnenen Daten sind intervallskaliert. Es wird ermittelt, wie oft das Übungsformat Zahlenmauern in den Schulbüchern vorkommt und welche sprachlichen und mathematischen Aufgabenstellungen damit verbunden sind. Die Arbeitsaufträge werden notiert und

den Kompetenzbeschreibungen zugeordnet⁴¹. Der erste Bereich (inhaltbezogenen Kompetenzen) umfasst alle Operatoren⁴² und Arbeitsanweisungen, die ausschließlich arithmetische Kompetenzen evozieren, der zweite Bereich umfasst Operatoren und Arbeitsanweisungen, die sowohl inhalts- als auch prozessbezogene Kompetenzen verlangen. Im dritten Bereich wird die Zahl der Aufgaben gezählt, die mit keinem sprachlich formulierten Arbeitsauftrag versehen sind (Anlage 16).

9.4 Gütekriterien

In diesem Abschnitt werden die sowohl für quantitative als auch für qualitative empirische Forschung formulierten Gütekriterien in Bezug auf das Forschungsdesign vorgestellt.

„[Die] klassische Testtheorie nimmt an, dass das Testergebnis direkt dem wahren Ausprägungsgrad des untersuchten Merkmals entspricht, dass aber jede Messung oder jedes Testergebnis zusätzlich von einem Messfehler überlagert ist.“ (Bortz/Döring 2006, 193). Um eventuelle Messfehler dieser Studie zu identifizieren, werden die messtheoretischen Kriterien für die quantitative Forschung *Objektivität*, *Reliabilität* und *Validität* diskutiert.

Die *Objektivität* bezieht sich auf die Unabhängigkeit der Messergebnisse von der forschenden Person. Bezüglich der *Durchführungsobjektivität* sind hier Effekte der sozialen Erwünschtheit (Bortz/Döring 2006, 232 f./ Lamnek 2005, 151) sowie Voreinstellungen bezüglich des Themenfeldes auf die Ergebnisse nicht auszuschließen. Der Effekt der sozialen Erwünschtheit wird durch den Hinweis an alle Lehrkräfte, sprachliche Hilfen zu erhalten, reduziert (Abschn. 9.1.3). Die Auswertungsobjektivität ist durch die von zwei Personen unabhängig voneinander durchgeführte Skalierung der Daten gegeben.

⁴¹ Als eine Aufgabenstellung wird die Nummer der jeweiligen Aufgabe gezählt. Einzelnen Aufgabennummern enthalten teilweise mehrere zu berechnende Zahlenmauern.

⁴² Der Begriff Operator wird definiert als ein Verb, das Schülerinnen und Schüler zu einer bestimmten Handlung auffordert.

Die *Reliabilität* bezeichnet die Messgenauigkeit eines Messinstruments. Methoden zur Quantifizierung der Messgenauigkeit wie Testwiederholungen, Paralleltests, Testhalbierungen sowie die Berechnung der internen Konsistenz können für diese Studie nicht realisiert werden. Es kann somit nicht ausgeschlossen werden, dass die Messergebnisse durch Messfehler wie z.B. Müdigkeit, Unkonzentriertheit oder mangelnde Motivation der Schülerinnen und Schüler beeinflusst wurden und somit Ungenauigkeiten bewirken.

Validität ist das wichtigste Textgütekriterium. „Die Validität gibt an, ob ein Text das misst, was er messen soll bzw. was er zu messen vorgibt.“ (Bortz/Döring 2006, 200). Die Validität des Messinstruments Profilanalyse muss insofern kritisch betrachtet werden, da entgegen der Darstellung von Griebhaber (2010), der mündliche und schriftliche Sprachproben als gleichwertig beschreibt, diese Einschätzung in einer anderen Studie widerlegt wurde. Ehl et al. haben durch unterschiedliche Elizitierungsmaterialien (mündlich oder schriftlich) verschiedene Erwerbsstufen ermittelt. (Ehl/ Grosche/Paul 2017, Ehl u.a. 2018, 1270-1280) Für diese Studie wird ein schriftlicher verfasster Text zu Grunde gelegt, da mündliche Äußerungen von Schülerinnen und Schüler aus organisatorischen Gründen nicht erhoben werden konnten.

Die anderen Instrumente Arithmetiktest, Pre- und Posttests können als valide bezeichnet werden, da die Testitems theoretisch begründet und aus den theoretischen Annahmen folgerichtig abgeleitet wurden. Die Testitems umfassen die relevanten mathematischen fach- und bildungssprachlichen Aspekte.

Die Gütekriterien qualitativer Forschung zielen im Gegensatz zu denen der quantitativen Forschung mit deren zentralen Kriterien *Objektivität*, *Reliabilität* und *Validität*, im Wesentlichen auf die „prozedurale Verlässlichkeit und Verfahrensrationalität“ (Flick 2007, 501). Bortz und Döring sprechen „von unterschiedlichen Kriterien der ‘Validität’

(Bortz/Döring 2006, 326). Bei den Lehrkräfteinterviews sind die Fragestellungen inhaltsvalide, da dem Forschungsprozess angemessen. Die Forschungsergebnisse sind in den Daten empirisch verankert und dokumentiert (Aeppli/Gasser/Gutzwiller/Tettenborn 2016, 263). Da die Interviews offen geführt und Durchführung, Auswertung und Interpretation der Daten nur durch die Verfasserin, ohne Kontrolle weiterer Forscherinnen oder Forscher erfolgt, ist eine Intercodierreliabilität (Mayring 2015,53) nicht hinreichend gegeben. Des Weiteren ist nicht auszuschließen, dass die Äußerungen der Lehrkräfte durch Effekte der sozialen Erwünschtheit (Bortz/Döring 2006,232 f./ Lammek 2005,151) beeinflusst worden sind, da ihnen vor Beginn der Studie mitgeteilt wurde, dass der Zusammenhang zwischen mathematischen und sprachlichen Leistungen untersucht werden sollte. Außerdem muss berücksichtigt werden, dass die Aussagen von fünf Lehrkräften als nicht repräsentativ gewertet werden können. Die Kategorien der Schulbuchanalyse sind inhaltsvalide, da diese theoretisch begründet und dem Forschungsprozess angemessen sind. Die Forschungsergebnisse sind in den Daten empirisch verankert und dokumentiert. (Aeppli/Gasser/Gutzwiller/Tettenborn 2016, 263). Bei der Bewertung der Aussagekraft der Daten muss die relativ geringe Stichprobe ($n=4$) berücksichtigt werden.

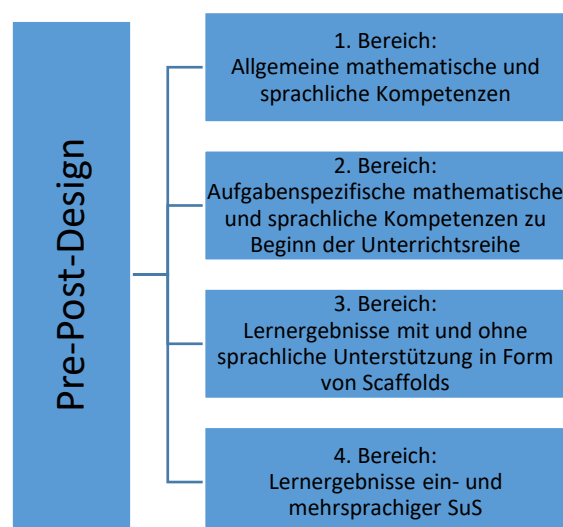
10. Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der drei Säulen des Forschungsmodells Unterrichtsforschung, Einschätzung der Lehrkräfte und Schulbuchanalyse vorgestellt.

10.1. Auswertung Pre-Post-Design

Dieser Abschnitt umfasst die Ergebnisse der vier Teilbereiche der Unterrichtsforschung (Abschn. 9.1). Im ersten Teil werden die in getrennten Skalen die für das Bearbeiten der Zahlenmauern erforderlichen allgemeinen sprachlichen und mathematischen Kenntnisse vorgestellt. Der zweite Teil umfasst die Darstellung der Lernausgangslagen vor Beginn der Unterrichtsreihe. Diese werden durch die Auswertung der Skalen der Pretests bezüglich der erforderlichen mathematischen Kompetenzen und der Argumentationskompetenzen berechnet. Die Lernergebnisse nach Beendigung der Unterrichtsreihe werden für die Gruppen, die mit und ohne Scaffolds unterrichtet wurden, getrennt errechnet und im dritten Teil dargestellt. Der vierte Teil vergleicht die Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler miteinander.

Abbildung 12: Die vier Bereiche des Pre-Post-Designs



Quelle: eigene Darstellung

10.1.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen

Die Auswertung der Arithmetiktests gibt Auskunft über die zur Bearbeitung der Zahlenmauern erforderlichen allgemeinen mathematischen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler. Der Datensatz wird sowohl deskriptiv mittels Häufigkeitsanalyse als auch interferenzstatistisch ausgewertet.

Tabelle 20: Ergebnisse Arithmetiktests

	Kind ist nicht mehrsprachig n=67		Kind ist mehrsprachig n=33		Gesamt n=100	
	n	%	n	%	n	%
0 Punkte	0	0	1	3	1	1
1 Punkt	4	6,4	1	3	5	5
2 Punkte	11	16,4	9	27,3	20	20
3 Punkte	34	50,7	13	39,4	47	47
4 Punkte	18	26,0	9	27,3	27	27

Quelle: eigene Darstellung

Die Tabelle stellt die Auswertung der Arithmetiktests sowohl für ein- als auch für mehrsprachige Schülerinnen und Schüler dar. Bei circa einem Viertel der Schülerinnen und Schüler der Stichprobe (27 Prozent) kann davon ausgegangen werden, dass eine ausreichende Sicherheit im Bereich der inhaltsbezogenen Kompetenzen (Addition im Zahlenraum bis 100) vorhanden ist und freie Steine von Zahlenmauern richtig ausgerechnet werden können. Somit ist für diese Gruppe die Voraussetzung für die Anwendung der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* gegeben. Für die Gruppe der Schülerinnen und Schüler, die drei Punkte erreicht haben (47 Prozent) trifft dies mit Einschränkungen zu. Als problematisch sind bei Auswertung dieser Stichprobe die Leistungen der Schülerinnen und Schüler, die zwischen 0 und 2 Punkten erreichten, zu bezeichnen. Es ist davon auszugehen, dass diese Schülerinnen und Schüler (26 Prozent) nicht die erforderliche Sicherheit im Bereich der inhaltsbezogenen Kompetenzen erreicht haben, um fehlende Steine richtig auszurechnen. Das bedeutet, dass der Algorithmus nicht

dargestellt werden kann und somit die Grundlage für einen Argumentationsprozess nicht gegeben ist.

Um beurteilen zu können, ob sich die Leistungen ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler unterscheiden, werden die Mittelwerte der Punktzahlen verglichen. Für die gesamte Stichprobe ergibt sich beim Testergebnis ein Mittelwert von 2,94 Punkten. Für die Gruppe der einsprachigen Schülerinnen und Schüler ein Mittelwert von 2,99, für die Gruppe der mehrsprachigen Schülerinnen und Schülern ein Mittelwert von 2,85. Der Mittelwertunterschied ($p = 0,465$) ist mit einem zugrunde gelegten Signifikanzniveau von 5 %, ($p \leq 0,05$) nicht signifikant. Die arithmetischen Vorkenntnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler dieser Stichprobe unterscheiden sich nicht signifikant.

10.1.2 Allgemeine sprachliche Kompetenzen

Durch die Auswertung der Schülertexte mittels der Profilanalyse nach Griebhaber (2010) können die allgemeinen sprachlichen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler dargestellt werden. Der Datensatz wird sowohl deskriptiv mittels Häufigkeitsanalyse als auch interferenzstatistisch ausgewertet.

Tabelle 21: Ergebnisse der Auswertung der Schülertexte

	Kind ist nicht mehrsprachig n=67		Kind ist mehrsprachig n=33		Gesamt n=100	
	n	%	n	%	n	%
0 Punkte	1	1,5	2	6,1	3	3
1 Punkt	30	44,8	18	54,5	48	48
2 Punkte	4	6	1	3,0	5	5
3 Punkte	14	29,9	4	12,1	18	18
4 Punkte	18	26,9	8	24,2	26	26

Quelle: eigene Darstellung

Die Tabelle stellt die Auswertung der Schülertexte sowohl für ein- als auch für mehrsprachige Schülerinnen und Schüler dar. Die diagnostizierten allgemeinen sprachlichen Kompetenzen weisen eine große Spannbreite auf. Die Anwendung der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* bei der Bearbeitung der Zahlenmauern verlangt neben der Sicherheit im arithmetischen Bereich ausreichende allgemeinen sprachlichen Kompetenzen. Es werden Verkettung von Äußerungen z. B. durch Nebensatzstrukturen wie Kausal- und Konditionalsatzkonstruktionen benötigt (Abschn. 4.4.2). Ohne diese Fähigkeit können Handlungsabläufe nicht verbalisiert und der Argumentationsprozess nicht realisiert werden. Nach Grießhaber muss dazu mindestens die Profilstufe 3 erreicht sein. (Grießhaber/Heilmann 2012, 68-82) Bei 18 Prozent der Schülerinnen und Schüler ist zu erwarten, dass das in Ansätzen gelingt und somit Zusammenhänge und Erklärungen für Algorithmen formuliert werden können. Mit dem Erwerb der Profilstufe 4 (4 Punkte) werden Nebensatzkonstruktionen gebildet. Somit können Sachverhalte genauer erklärt und Erklärungen und Begründungen sprachlich realisiert werden. Die Auswertung der Stichprobe zeigt, dass bei circa einem Viertel der Schülerinnen und Schüler (26 Prozent) davon ausgegangen werden kann, dass die allgemeine sprachliche Kompetenz vorhanden ist, um die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* sprachlich zu realisieren. Als problematisch sind die Leistungen der Schülerinnen und Schüler (56 Prozent) zu bezeichnen, die sich auf den Stufen 0, 1 oder 2⁴³ (Profilstufe 0,1,2) befinden. Es ist davon auszugehen, dass bei mehr als der Hälfte aller Schülerinnen und Schüler der Stichprobe, selbst wenn mathematische Zusammenhänge erkannt oder entdeckt worden

⁴³SuS, bei denen die Stufe 0 diagnostiziert wurde, stehen am Beginn des Deutscherwerbs. Sie beherrschen lediglich bruchstückhafte Äußerungen.

SuS, bei denen die Stufe 1 diagnostiziert wurde, bilden einfache Sätze, bei denen das finite Verb immer hinter dem Subjekt steht.

SuS, bei denen die Stufe 2 diagnostiziert wurde, gelingt es Sätze zu bilden, bei denen der finite und der infinite Verbeil getrennt ist. Somit können Sätze mit trennbaren Verben, Modalverben und Perfektkonstruktionen gebildet werden.

sind, diese sprachlich nicht oder zumindest sprachlich nicht angemessen und verständlich dargestellt werden können.

Der Vergleich der allgemeinen sprachlichen Kompetenzen unter Berücksichtigung der sprachbiografischen Voraussetzungen zeigt für die Gruppe der mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler eine schlechtere Lernausgangslage. Bei 6,1 Prozent dieser Gruppe wird die Erwerbstufe 0 diagnostiziert, im Vergleich dazu beträgt der Anteil der nicht mehrsprachigen Kinder hier 1,5 Prozent. Bei der Erwerbstufe 1 beträgt der Unterschied zwischen den beiden Schülergruppen circa 10 Prozentpunkte. Nach Auswertung der Schülertexte sind 44,8 Prozent der einsprachigen und 54,5 Prozent der mehrsprachigen Schüler und Schülerinnen dieser Stufe zuzuordnen. Um die Leistungen von ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler zu vergleichen, werden für die ordinalskalierten Datensätze die Lagemaße Modalwert und Median berechnet. Sowohl für die gesamte Stichprobe als auch für die Gruppe der ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler beträgt der Modalwert 1. Der Median der Gesamtstichprobe liegt bei 1. Der Median der Gruppe der einsprachigen Schülerinnen und Schüler beträgt 2, der der mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler 1. Die Lagemaße Modalwert und Median zeigen, dass global betrachtet, die sprachlichen Vorkenntnisse aller Schülerinnen und Schüler als nicht ausreichend zu bezeichnen sind. Diese Werte sind jedoch bezüglich der didaktischen Relevanz nur bedingt aussagkräftig, da die Streuung der erreichten Stufen sowohl bei der Gesamtschülergruppe, bei der Gruppe als der einsprachigen sowie der Gruppe der mehrsprachigen Schüler und Schülerinnen 0 bis 4 beträgt. Die sprachlichen Vorkenntnisse sind somit als sehr heterogen zu bezeichnen.

Um zu überprüfen, ob es einen statistischen Zusammenhang zwischen den sprachbiografischen Voraussetzungen ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler und den Ergebnissen der Profilanalyse besteht, wird die Spearman's Rho Korrelation berechnet. Die Berechnung

der Rangkorrelation Spearman`s Rho ($r = 0,120$) zeigt bei einem Signifikanzniveau ($p = 0,117$) einen sehr geringen Zusammenhang zwischen den sprachbiografischen Voraussetzungen und den Ergebnissen der Profilanalyse. Nach Cohen (1988) wird ein sehr geringer Effekt vermutet, das heißt., dass die sprachbiografischen Voraussetzungen wahrscheinlich keinen Einfluss auf die Ergebnisse der Profilanalyse haben.

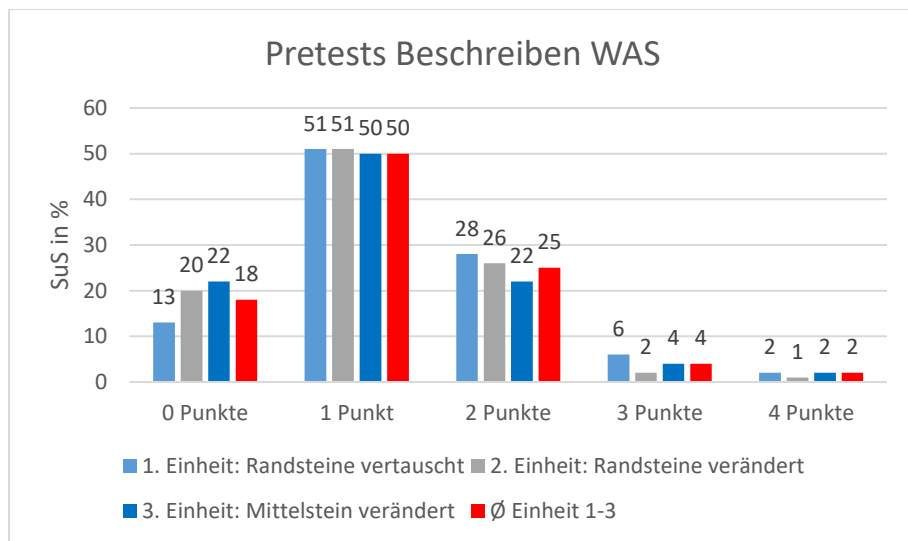
10.1.3 Aufgabenspezifische mathematische und fachsprachliche Kompetenzen zu Beginn der Unterrichtsreihe

Im folgenden Abschnitt werden die Daten der Pretests bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenzen Argumentieren* anhand der Aufgabenstellungen der Arbeitsblätter „Beschreibe die beiden Mauern“ (Mathematische Zusammenhänge erkennen) und „Erkläre den Rechenrick“ (Begründungen suchen) sowie die der inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bereiches *Zahlen und Operationen* anhand der Fragestellung „Erfinde eigene Mauern“ (Algorithmus erkennen und rechnerisch darstellen) für alle drei Lerneinheiten (1. Randsteine vertauscht, 2. Randsteine verändert, 3. Mittelstein verändert) betrachtet. Die Datensätze werden deskriptiv mittels Häufigkeitsanalyse und interferenzstatistisch durch die Berechnung der Spearman`Rho Rangkorrelation ausgewertet.

10.1.3.1 Deskriptive Analyse mathematischer und fachsprachlicher Kompetenzen zu Beginn der Unterrichtsreihe

Zunächst wird die Auswertung der ersten Aufgabenstellung der Arbeitsblätter der Pretests „Beschreibe WAS“ dargestellt.

Tabelle 22: Auswertung Pretests Beschreiben WAS



Quelle: eigene Darstellung, n=100; n=%

Einheit 1: Modalwert 1, Median: 1

Einheit 2: Modalwert 1, Median: 1

Einheit 3: Modalwert 1, Median: 1

Ø Einheit 1-3: Modalwert 1, Median 1⁴⁴

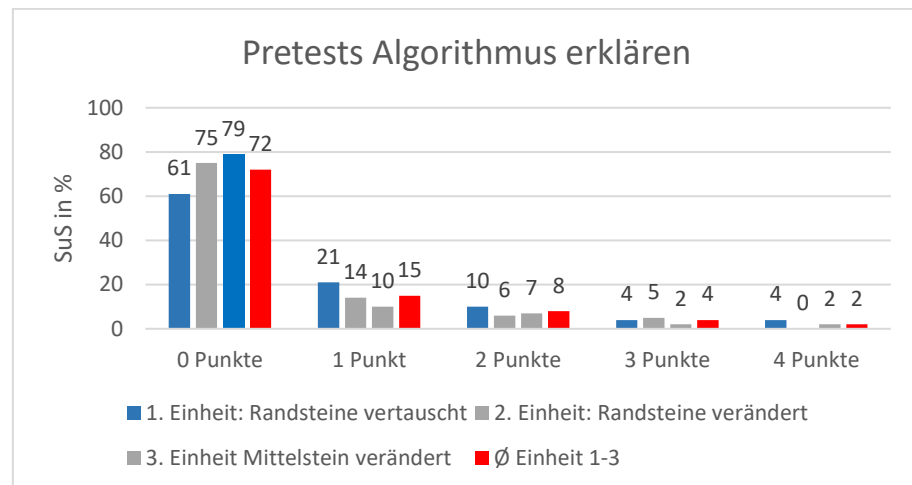
Die Grafik stellt die Auswertung der Pretests für die Aufgabenstellung „Beschreiben WAS“ für alle drei Lerneinheiten dar. Die Ergebnisse der drei Lerneinheiten unterscheiden sich kaum. Die meisten Schülerinnen und Schülern gelingt es nicht, die Aufgabenstellung und den Algorithmus verständlich und fachlich korrekt zu beschreiben, 18 Prozent erreicht keinen, die Hälfte von ihnen erreicht nur einen Punkt, ein Viertel von ihnen zwei Punkte. Ihre Beschreibung ist teilweise fehlerhaft oder nicht schlüssig. Vier Prozent der Schülerinnen und Schüler erreichen drei Punkte, zwei Prozent vier Punkte. Ihnen gelingt es, den Algorithmus teilweise mittels fach- und bildungssprachlicher Formulierungen korrekt zu beschreiben. Über 90 Prozent der Schülerinnen und Schüler

⁴⁴ Die Ergebnisse sind durch die Rundung auf volle Einer Näherungswerte. Diese Ergebnisse sind als zuverlässig zu betrachten, da die Abweichungen nicht größer als 0,5 betragen

können den Algorithmus entweder gar nicht, fehlerhaft und nur teilweise beschreiben.

Es folgt die Auswertung der zweiten Aufgabe des Arbeitsblattes „Erkläre den Rechenrick“.

Tabelle 23: Auswertung Pretests Algorithmus erklären



Quelle: eigene Darstellung

n=100, n=%

Einheit 1: Modalwert 0, Median: 0

Einheit 2: Modalwert 0, Median: 0

Einheit 3: Modalwert 0, Median: 0

Ø Einheit 1 – 3: Modalwert 0, Median 0⁴⁵

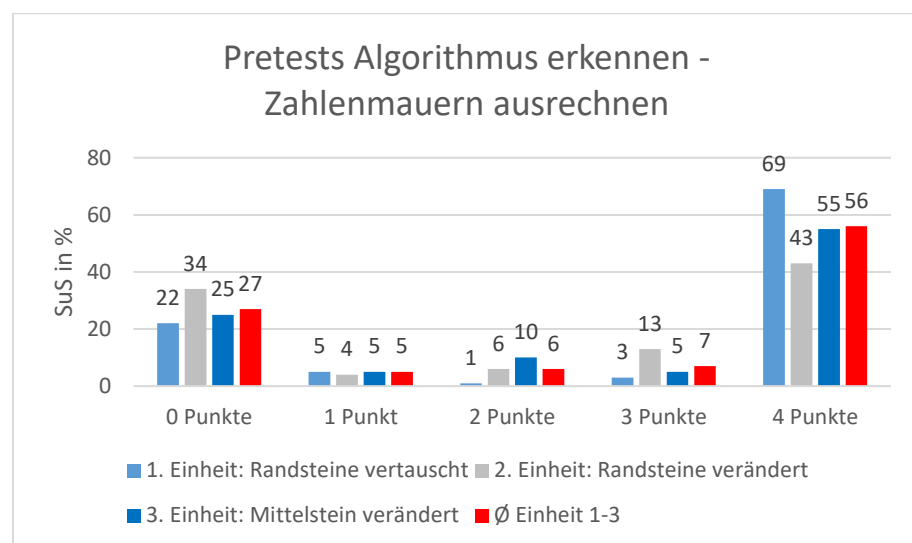
Auch bei dieser Aufgabenstellung unterscheiden sich die Ergebnisse der einzelnen Lerneinheiten kaum. Die Ergebnisse zeigen deutlich, dass es den meisten Schülerinnen und Schüler nicht gelingt, den Algorithmus sprachlich zu erklären. Bei fast zwei Drittel (72%) beziehen sich die Äußerungen nicht auf den mathematischen Zusammenhang der Aufgabenstellung, sie erreichen keinen Punkt. 15 Prozent der Schülerinnen und Schüler erzielten einen Punkt, sie äußerten sich, teilweise fehlerhaft, zu einzelnen Aspekten. Vier Prozent der Schülerinnen und

⁴⁵ Die Ergebnisse sind durch die Rundung auf volle Einer Näherungswerte. Diese Ergebnisse sind als zuverlässig zu betrachten, da die Abweichungen nicht größer als 0,5 betragen

Schüler erreichen drei Punkte. Ihnen gelingt es, die Erklärung des Algorithmus erkennbar, aber teilweise ungenau zu verschriftlichen. Lediglich zwei Prozent der Formulierungen enthielten fach- und bildungssprachliche Mittel (Abschn. 9.1.4).

Die dritte Aufgabenstellung der Arbeitsblätter „Erfinde eigene Mauern, die so wie die beiden oberen Mauern aufgebaut sind“ verlangt, dass der Algorithmus erkannt, aber hier im Gegensatz zu den beiden vorherigen Aufgabenstellungen nicht sprachlich, sondern mathematisch zu notieren ist. Das verlangt die Beherrschung der inhaltsbezogenen Kompetenz im Bereich der Arithmetik, Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 richtig ausrechnen zu können.

Tabelle 24: Auswertung Pretests Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen



Quelle: eigene Darstellung

n= 100, n=%

Einheit 1: Mittelwert 2,92; Modalwert: 4; Median:4

Einheit 2: Mittelwert 2,27; Modalwert: 4; Median: 4

Einheit 3: Mittelwert 2,60; Modalwert: 4; Median: 4

Ø Einheit 1 – 3: Mittelwert 2,4; Modalwert: 4; Median 4 ⁴⁶

⁴⁶ Die Ergebnisse sind durch die Rundung auf volle Einer Näherungswerte. Diese Ergebnisse sind als zuverlässig zu betrachten, da die Abweichungen nicht größer als 0,5 betragen.

Die Grafik stellt die Auswertung der Pretests für die Aufgabenstellung „Algorithmen erkennen – Zahlenmauern“ ausrechnen dar. Die erreichten Leistungen weisen eine große Streuung der Daten auf. Mehr als die Hälfte der Schülerinnen und Schüler (56 Prozent) erreichen vier Punkte. Es gelingt ihnen, die Zahlbeziehungen zu erkennen und die Zahlenmauern korrekt auszurechnen. 27 Prozent der Schülerinnen und Schülern gelingt das nicht, sie erreichen keinen Punkt.

10.1.3.2 Interferenzstatistische Analyse mathematischer und sprachlicher Kompetenzen zu Beginn der Unterrichtsreihe

In diesem Abschnitt wird mittels Berechnung der Spearman-Rangkorrelation (Abschnitt 9.1.4) geprüft, ob zwischen allgemeinen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen und den aufgabenspezifischen Lernausgangslagen der mathematischen Argumentationsfähigkeit (Beschreiben WAS und Erklären) bei der Bearbeitung der drei Lerneinheiten des Übungsformats Zahlenmauern (Randsteine vertauscht, Randsteine verändert, Mittelstein verändert) ein Zusammenhang besteht. Es werden die Mittelwerte der ordinalskalierten Daten der drei Aufgabenstellungen der jeweiligen Pretests (Einheit 1 = Randstein vertauscht, Einheit 2 = Randstein verändert, Einheit 3 = Mittelstein verändert) mit den Ergebnissen der Profilanalyse sowie die der Arithmetiktests korreliert.

Rangkorrelation r_s (nach Spearman) zwischen allgemeinen sprachlichen Kompetenzen und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* (Beschreiben WAS)

Tabelle 25: Spearman's Rho mit den Variablen allgemeine sprachliche Kompetenzen und den Pretests Beschreiben WAS

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3
Rangkorrelation (r)	-0,39	0,006	-0,21
Signifikanz (p)	0,351	0,475	0,418

Quelle: eigene Darstellung

Die Tabelle stellt die Korrelation zwischen den allgemeinen sprachlichen Kompetenzen und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* (Beschreiben WAS) dar. Es liegt eine negative Korrelation zwischen den allgemeinen sprachlichen Vorkenntnissen und der Argumentationsfähigkeit (Beschreiben WAS) vor. Der Korrelationskoeffizient r und das Signifikanzniveau p zeigen einen sehr geringen Zusammenhang, der nach Cohen (1988) einen geringen Zusammenhang vermuten lässt. Somit ist davon auszugehen, dass gute allgemeine sprachliche Kompetenzen keine Auswirkungen auf die Argumentationsfähigkeit (Beschreiben WAS) haben.

Rangkorrelation r_s (nach Spearman) zwischen allgemeinen sprachlichen Kompetenzen und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* (Erklären)

Tabelle 26: Spearmans`Rho mit den Variablen allgemeine sprachliche Kompetenzen und den Pretests Erklären

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3
Rangkorrelation (r)	-0,41	0,252	0,39
Signifikanz (p)	0,341	0,006	0,348

Quelle: eigene Darstellung

Die Tabelle stellt die Korrelation zwischen den allgemeinen sprachlichen Kompetenzen und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* (Erklären) dar. Es liegt bei der Aufgabe 1 eine positive und bei den Aufgaben 2 und 3 eine negative Korrelation zwischen den allgemeinen sprachlichen Vorkenntnissen und der Argumentationsfähigkeit (Erklären) vor. Der Korrelationskoeffizient r und das Signifikanzniveau p zeigen einen sehr geringen Zusammenhang, der nach Cohen (1988) einen geringen Zusammenhang vermuten lässt. Somit ist davon auszugehen, dass gute allgemeine sprachliche Vorkenntnisse keine oder nur eine geringe Auswirkung auf die Argumentationsfähigkeit (Erklären) haben.

Rangkorrelation r_s (nach Spearman) zwischen allgemeinen mathematischen Kompetenzen im Bereich Arithmetik und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* (Beschreiben WAS)

Tabelle 27: Spearman`s Rho mit den Variablen allgemeine mathematische Kompetenzen (Arithmetiktest) und den Pretests Beschreiben WAS

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3
Rangkorrelation (r)	0,12	0,142	-0,40
Signifikanz (p)	0,451	0,79	0,348

Quelle: eigene Darstellung

Die Tabelle stellt die Korrelation zwischen den allgemeinen mathematischen Kompetenzen und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* (Beschreiben WAS) dar. Es liegt eine sehr geringe Korrelation zwischen den allgemeinen mathematischen Kompetenzen und der Argumentationsfähigkeit (Beschreiben WAS) vor. Der Korrelationskoeffizient r und das Signifikanzniveau p zeigen einen sehr geringen Zusammenhang, der nach Cohen (1988) einen geringen Zusammenhang vermuten lässt. Somit ist davon auszugehen, dass gute allgemeine mathematische Vorkenntnisse im Bereich Arithmetik nur sehr geringe Auswirkungen auf die Argumentationsfähigkeit (Beschreiben WAS) haben.

Rangkorrelation r_s (nach Spearman) zwischen mathematischen Kompetenzen im Bereich Arithmetik und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* (Erklären)

Tabelle 28: Spearman`s Rho mit den Variablen allgemeine mathematische Kompetenzen (Arithmetiktest) und den Pretests Erklären

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3
Rangkorrelation (r)	0,16	-0,091	-0,125
Signifikanz (p)	0,437	0,183	0,348

Quelle: eigene Darstellung

Die Tabelle stellt die Korrelation zwischen den allgemeinen mathematischen Kompetenzen und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* (Erklären) dar. Es liegt eine sehr geringe positive Korrelation bei Aufgabe 1 und eine sehr geringe negative Korrelation bei Aufgabe 2 und 3 zwischen den allgemeinen mathematischen Vorkenntnissen und der Argumentationsfähigkeit (Erklären) vor. Der Korrelationskoeffizient r und das Signifikanzniveau p zeigen einen sehr geringen Zusammenhang, der nach Cohen (1988) einen geringen Zusammenhang vermuten lässt. Somit ist davon auszugehen, dass gute allgemeine mathematische Kompetenzen im Bereich Arithmetik nur sehr geringe Auswirkungen auf die Argumentationsfähigkeit (Erklären) haben.

10.1.4 Lernergebnisse mit und ohne sprachliche Unterstützung

Im folgenden Abschnitt werden die Leistungen der Schülerinnen und Schülerin in den Pre- und Posttests für alle drei Lerneinheiten (1. Randsteine vertauscht, 2. Randsteine verändert, 3. Mittelstein verändert), die mit und ohne sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds unterrichtet wurden, verglichen und sowohl mit Methoden der deskriptiven Statistik als auch mit Methoden der Interferenzstatistik ausgewertet. Da die Ergebnisse der jeweiligen Aufgabenstellungen „Beschreiben WAS“, „Erklären“ und „Erfinde eigene Mauern“ der drei Lerneinheiten (Randsteine vertauscht, Randsteine verändert, Mittelstein verändert) kaum voneinander abweichen, können sie zusammengefasst werden. Die Auswertung stellt die von den Schülerinnen und Schülern dieser

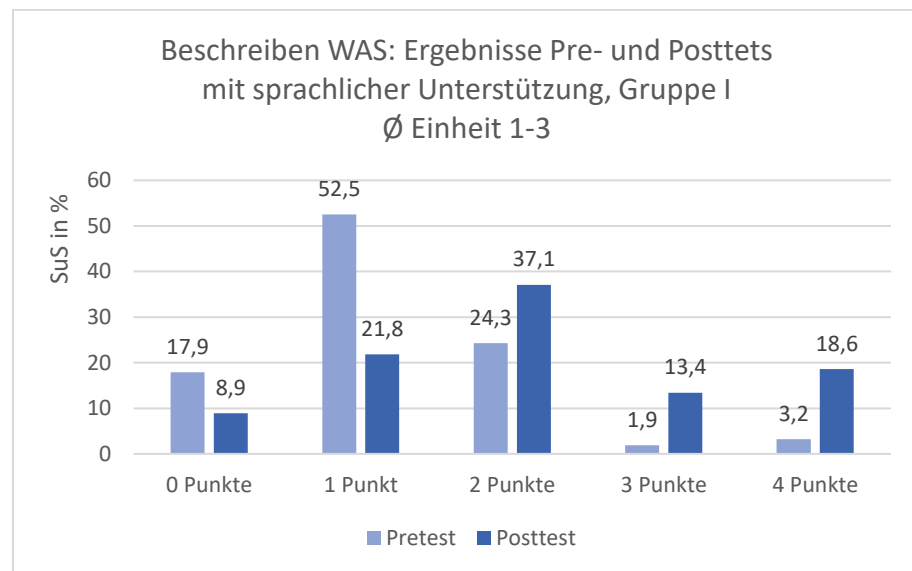
Stichprobe erreichten Mittelwerte der drei Lerneinheiten dar, deren detaillierte Auswertung sich im Anhang befindet (Anlage 17).

10.1.4.1 Deskriptive Analyse der Lernergebnisse mit und ohne sprachliche Unterstützung

1. Auswertung der ersten Aufgabenstellung der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* „Beschreiben WAS“ für die Gruppe I und die Gruppe II

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse der Pre – und Posttests der Aufgabenstellung Algorithmus „Beschreiben WAS“ mit sprachlicher Unterstützung in Form von Scaffolds, Gruppe I.

Tabelle 29: Algorithmus beschreiben: Ergebnisse Pre- und Posttests mit sprachlicher Unterstützung



Quelle: eigene Darstellung

n = 52

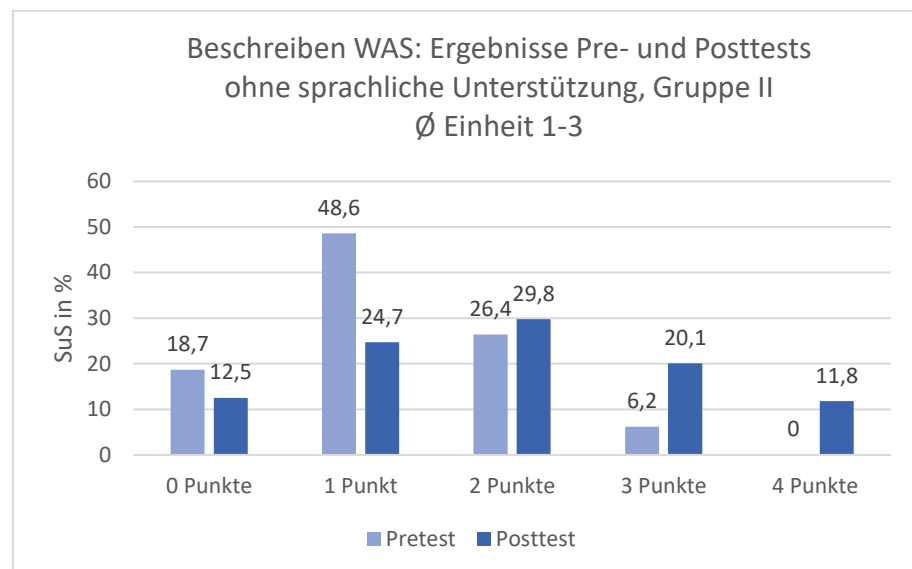
Nach Beendigung der Unterrichtsreihe zeigen die Schülerinnen und Schülern der Gruppe I deutlich bessere Lernergebnisse. Die Zahl derjenigen, die keinen Punkt erreichen, halbierte sich. Bei dem Item 1 Punkt verringert sich die Anzahl der Schülerinnen und Schüler um 30,7 Prozentpunkte. Deutlich mehr von ihnen erreichen zwei Punkte (+12,8 Prozentpunkte), drei (+11,2 Prozentpunkte) oder vier Punkte (+15,4

Prozentpunkte). Nach Beendigung der Unterrichtsreihe können dennoch nur ca. ein Drittel der Schülerinnen und Schüler (32 Prozent), die drei oder vier Punkte erreichen, den Algorithmus der Aufgabenstellungen verständlich beschreiben, zwei Drittel gelingt das nicht.

Auswertung der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* (Beschreiben WAS) Gruppe II

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse der Aufgabenstellung Algorithmus „Beschreiben WAS“ ohne sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds, Gruppe I.

Tabelle 30: Algorithmus beschreiben: Ergebnisse Pre- und Posttest ohne sprachliche Unterstützung



Quelle: eigene Darstellung

n= 48

Nach Beendigung der Unterrichtsreihe zeigen auch die Schülerinnen und Schülern dieser Gruppe bessere Lernergebnisse. Die Zahl derjenigen, die keinen (- 6,2 Prozent) oder nur einen Punkt (- 23,9 Prozent) erreichen, verringert sich erheblich. Dagegen erhöht sich die Anzahl der Schülerinnen und Schüler, die zwei (+3,4 Prozent), drei (+13,9 Prozent) oder vier Punkte (+11,8 Prozent) erreichten deutlich. Nach Beendigung der Unterrichtsreihe können weniger als ein Drittel der Schülerinnen

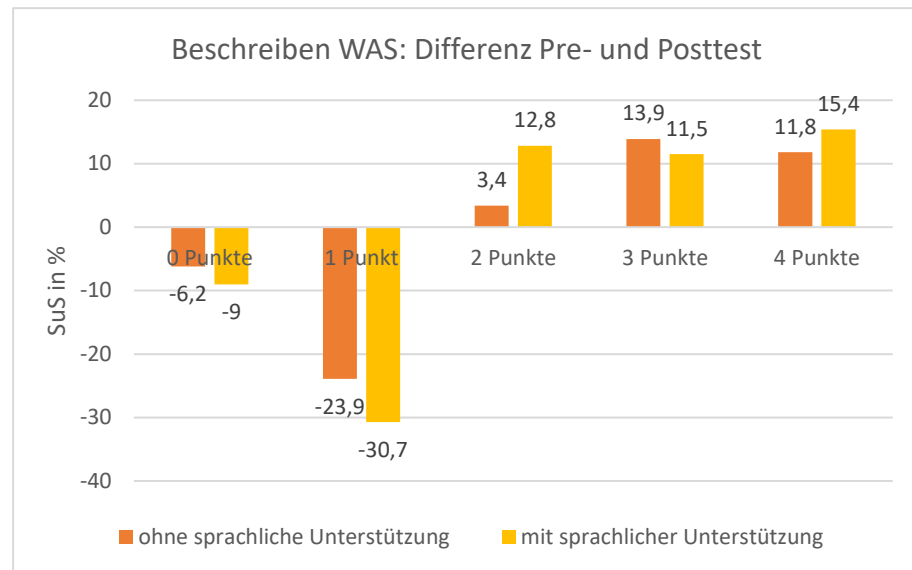
und Schüler (31,9 Prozent), die drei oder vier Punkte erreichen, den Algorithmus der Aufgabenstellungen verständlich beschreiben, zwei Drittel gelingt das nicht.

Vergleich der Lernergebnisse von Gruppe I mit Gruppe II, 1. Aufgabenstellung „Beschreiben WAS“

Der Vergleich der Lernausgangslagen der Schülerinnen und Schüler, die mit und ohne sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds unterrichtet wurden, zeigt minimale Unterschiede. In beiden Gruppen ist der Anteil derer, die im Pretest drei oder vier Punkte erreicht hat, sehr gering (Gruppe I/ 5,1 % bzw. Gruppe II/ 6,2 %). Eine große Zahl erreicht keine Punkte (Gruppe I/17,9 % bzw. Gruppe II/18,7 %). Ein oder zwei Punkte erreichen 76,8 % der Schülerinnen und Schüler der Gruppe I und 75 % in der Gruppe II. Für beide Gruppen kann nach Beendigung der Unterrichtsreihe ein Lernzuwachs für den Bereich der ersten Aufgabenstellung „Beschreiben WAS“ festgestellt werden, der in folgender Tabelle dargestellt wird.

Die Tabelle zeigt die Lernzuwächse nach Beendigung der Unterrichtsreihe der Gruppe I und der Gruppe II durch die Berechnung der Differenz der Ergebnisse von Pre- und Posttests.

Tabelle 31: Vergleich Pre- und Posttests der Gruppen mit und ohne sprachliche Unterstützung – 1. Aufgabenstellung „Beschreiben WAS“



Quelle: eigene Darstellung

ohne sprachliche Unterstützung n= 48, mit sprachlicher Unterstützung n= 52

Beide Gruppen erreichen bei der ersten Aufgabenstellung „Beschreiben WAS“ im Posttest bessere Leistungen. Bei der Gruppe I (mit sprachlicher Unterstützung) verringert sich die Zahl der Schülerinnen und Schüler, die keinen Punkt erreichen um 9 Prozentpunkte (Gruppe II/6,2 Prozentpunkte), diejenigen, die einen Punkt erreichen um 30,9 Prozentpunkte (Gruppe II/23,9 Prozentpunkte). Lernzuwächse werden bei den Items zwei, drei und vier Punkte erzielt.

Der Zuwachs bei dem Item zwei Punkte beträgt für die Schülerinnen und Schüler der Gruppe I/12,8 Prozentpunkte, für die der Gruppe II/3,4 Prozentpunkte. Bei dem Item drei Punkte verbessern sich die Schülerinnen und Schüler der Gruppe I um 11,5 Prozentpunkte, die der Gruppe II um 13,9 Prozentpunkte. Bei dem Item vier Punkte beträgt der Zuwachs für die Schülerinnen und Schüler der Gruppe I/15,4 Prozentpunkte, der für die Gruppe II/11,8 Prozentpunkte.

In beiden Gruppen verringert sich die Zahl der Schülerinnen und Schüler, die keinen oder einen Punkt erreichen. Der Rückgang beträgt für diese Items durchschnittlich 19,9 Prozentpunkte für die Gruppe I und

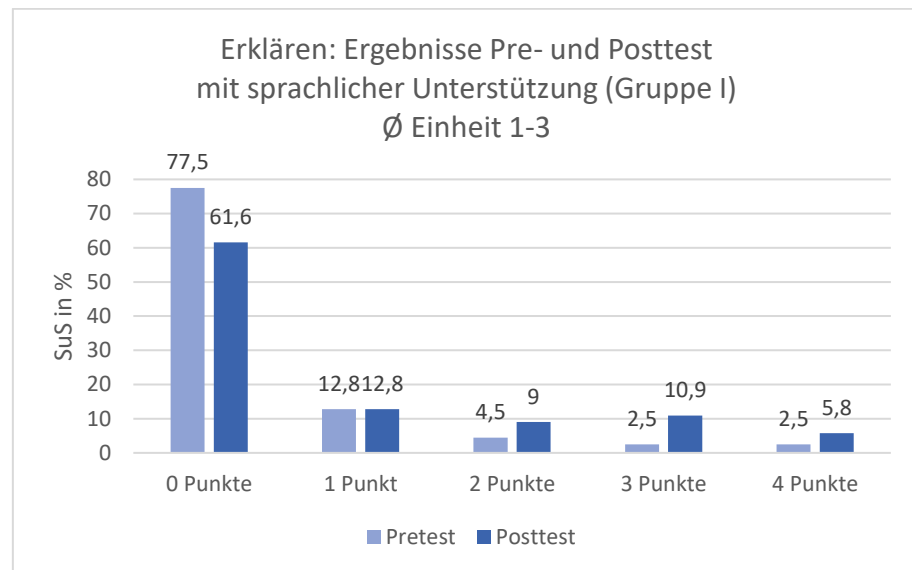
15 Prozentpunkte für die Gruppe II. Mehr Schülerinnen und Schüler erreichen zwei, drei oder vier Punkte. Der durchschnittliche Zuwachs für diese Items beträgt für die Gruppe I/13,2 Prozentpunkte, für die Gruppe II/9,7 Prozentpunkte.

Sowohl der Rückgang der Schülerinnen und Schüler, die 0 Punkte oder 1 Punkt erreichen als auch der Zuwachs für diejenigen, die zwei, drei und vier Punkte erreichen ist bei die Gruppe I gegenüber der Gruppe II deutlich höher. Somit erzielen die Schülerinnen und Schüler dieser Stichprobe der Gruppe I, die mit sprachlicher Unterstützung in Form von Scaffolds unterrichtet wurden, bei der ersten Aufgabenstellung „Beschreiben WAS“ bessere Lernergebnisse.

2. Auswertung der zweiten Aufgabenstellung der prozessbezogenen Kompetenz Argumentieren „Erklären“ für die Gruppe I und die Gruppe II

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse der Pre – und Posttests der Aufgabenstellung Algorithmus „Erklären“ mit sprachlicher Unterstützung in Form von Scaffolds, Gruppe I.

Tabelle 32: Algorithmus Erklären: Ergebnisse Pre- und Posttests mit sprachlicher Unterstützung



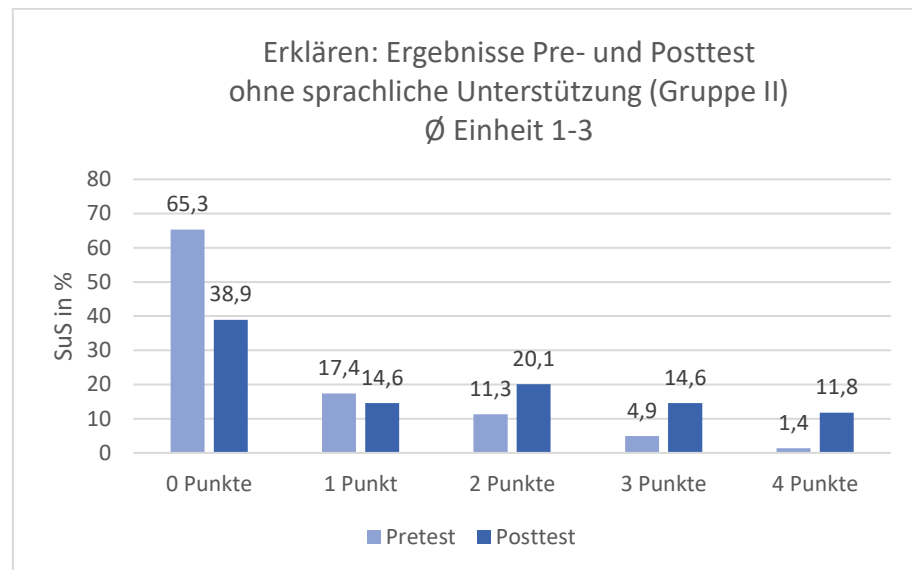
Quelle: eigene Darstellung

n= 52

Nach Beendigung der Unterrichtsreihe zeigen die Schüler und Schülerinnen dieser Gruppe einen nur geringen Kompetenzzuwachs. Der größte Unterschied beträgt –15,9 Prozentpunkte bei dem Item 0 Punkte. Trotz dieses Rückgangs erreichen im Posttest immer noch 61,6 Prozent der Schülerinnen und Schüler 0 Punkte. Die anderen Items zeigen alle nur geringe oder keine (1 Punkt) Verbesserungen. Diese betragen bei dem Item 2 Punkte 4,5 Prozentpunkte, bei dem Item 3 Punkte 8,4 Prozentpunkte und bei dem Item 4 Punkte 3,3 Prozentpunkte. Nach Beendigung der Unterrichtsreihe können lediglich 16,7 Prozent der Schülerinnen und Schüler den Algorithmus der Aufgabenstellungen verständlich erklären, mehr 80 Prozent gelingt das nicht.

Diese Tabelle zeigt die Ergebnisse der Aufgabenstellung Algorithmus Erklären ohne sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds (Gruppe II).

Tabelle 33: Algorithmus Erklären: Ergebnisse Pre- und Posttests ohne sprachliche Unterstützung



Quelle: eigene Darstellung

n= 48

Nach Beendigung der Unterrichtsreihe zeigen die Schülerinnen und Schüler der Gruppe II einen geringen Kompetenzzuwachs. Die Zahl derjenigen, die im Pretest keinen Punkt erreichten, verringert sich um 26,4 Prozentpunkte. Die Zahl derjenigen, die im Pretest einen Punkt erreichen, verringert sich kaum (2,8 Prozentpunkte). Die Gruppe derer, die im Posttest zwei, drei oder vier Punkte erreichen, erhöhte sich um 8,8, um 9,7 bzw. 10,4 Prozentpunkte.

Die Gruppe II (ohne sprachliche Unterstützung) erzielt für die Items 2-4 Punkte einen Zuwachs zwischen 3,3 und 8,4 Prozentpunkten. Der durchschnittliche Zuwachs beträgt 5,4 Prozentpunkte.

Nach Beendigung der Unterrichtsreihe können circa ein Viertel der Schülerinnen und Schüler (26,4 Prozent) den Algorithmus der Aufgabenstellungen erklären, fast drei Viertel gelingt das nicht.

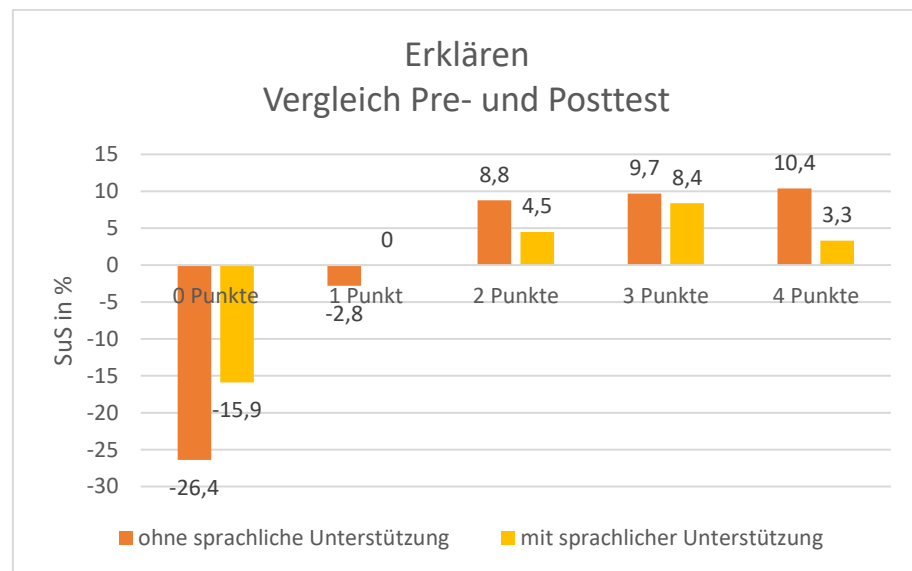
Vergleich der Lernergebnisse Gruppe I und Gruppe II, 1. Aufgabenstellung „Erklären“

Die Lernausgangslagen der beiden Gruppen (mit und ohne sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds) unterscheiden sich minimal. In beiden Gruppen ist der Anteil derer, die im Pretest drei oder vier Punkte erreichen, sehr gering (Gruppe I/5,0 % bzw. Gruppe II/6,3 %). Der größte Anteil der Schülerinnen und Schüler erreicht keine Punkte (Gruppe I/ 77,5 % bzw. Gruppe II/ 65,3 %). Bei den Items ein und zwei Punkte unterscheiden sich die beiden Gruppen um 17,3 Prozentpunkte (Gruppe I) und 28.7 Prozentpunkte (Gruppe II).

Vergleich Pre- und Posttests der zweiten Aufgabenstellung Algorithmus erklären für die Gruppen mit und ohne sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds

Für beide Gruppen kann nach Beendigung der Unterrichtsreihe ein geringer Lernzuwachs festgestellt werden. Die folgende Tabelle zeigt die Differenz der Ergebnisse der Pre- und Posttests „Erklären“.

Tabelle 34: Vergleich Pre- und Posttests mit und ohne sprachliche Unterstützung, 2. Aufgabenstellung „Erklären“



Quelle: eigene Darstellung

ohne sprachliche Unterstützung n= 48, mit sprachlicher Unterstützung n= 52

Die Tabelle zeigt die Veränderungen in der Gruppe I und der Gruppe II nach Beendigung der Unterrichtsreihe durch die Berechnung der Differenz der Ergebnisse der Pre- und Posttests. Beide Gruppen erreichen bei der zweiten Aufgabenstellung „Erklären“ im Posttest bessere Leistungen. Bei der Gruppe I (mit sprachlicher Unterstützung) verringert sich die Zahl der Schülerinnen und Schüler, die keinen Punkt erreichen um 15,9 Prozentpunkte (Gruppe II/26,4 Prozentpunkte). Die Zahl derer, die einen Punkt erreichen, verändert sich für die Gruppe I nicht, verringerten sich für die Gruppe II um 2,8 Prozentpunkte. Zuwächse werden für die Items zwei, drei oder vier Punkte erzielt. Der Zuwachs bei dem Item zwei Punkte beträgt für die Gruppe I/4,5 Prozentpunkte, für die der Gruppe II/8,8 Prozentpunkte. Bei dem Item drei Punkte verbessern sich die Gruppe I um 8,4 Prozentpunkte, die Gruppe II um 9,7 Prozentpunkte. Bei dem Item vier Punkte beträgt der Zuwachs der Gruppe I/3,3 Prozentpunkte, der der Gruppe II/11,8 Prozentpunkte.

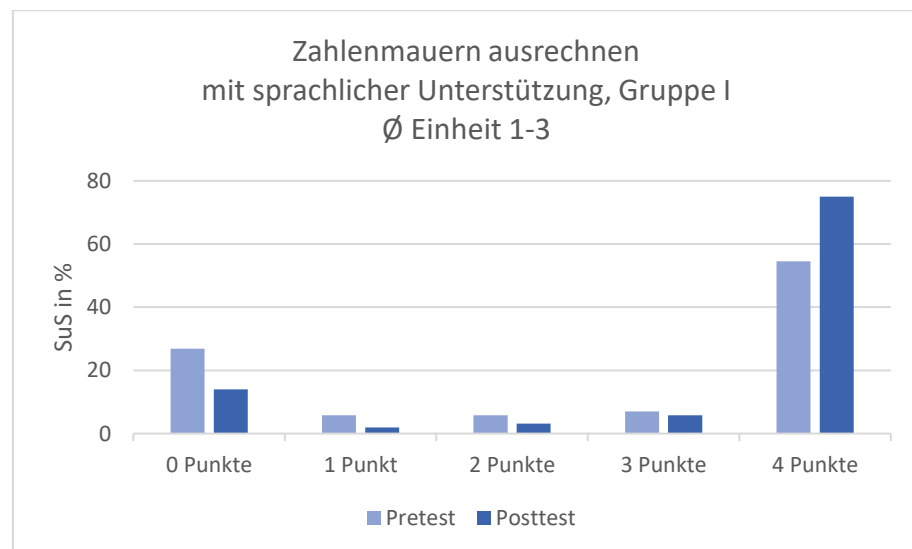
In beiden Gruppen verringert sich die Zahl der Schülerinnen und Schüler, die keinen oder einen Punkt erreichten. Der Rückgang beträgt für diese Items durchschnittlich 15,9 Prozentpunkte für die Gruppe I und 14,6 Prozentpunkte für die Gruppe II. Mehr Schülerinnen und Schüler erreichen zwei, drei oder vier Punkte. Der durchschnittliche Zuwachs für diese Items beträgt für die Gruppe I/5,4 Prozentpunkte, für die Gruppe II/9,6 Prozentpunkte.

Der Rückgang an Schülerinnen und Schüler der Gruppe I, die keinen oder einen Punkt erreicht, ist geringfügig höher als in der Gruppe II. Demgegenüber erreichen mehr Schülerinnen und Schüler der Gruppe II zwei, drei oder vier Punkte. Somit erzielen die Schülerinnen und Schüler dieser Stichprobe, die mit sprachlicher Unterstützung in Form von Scaffolds unterrichtet wurden (Gruppe I) bei der zweiten Aufgabenstellung „Erklären“ nicht durchgehend bessere Lernergebnisse.

3. Auswertung der dritten Aufgabenstellung der inhaltsbezogenen Kompetenz „Rechengesetze erkennen – Zahlenmauern ausrechnen“ für die Gruppe I und die Gruppe II

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse der Aufgabenstellung „Algorithmus erkennen – Zahlenmauern ausrechnen“ mit sprachlicher Unterstützung in Form von Scaffolds (Gruppe I).

Tabelle 35: Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen. Ergebnisse Pre- und Posttests mit sprachlicher Unterstützung



Quelle: eigene Darstellung

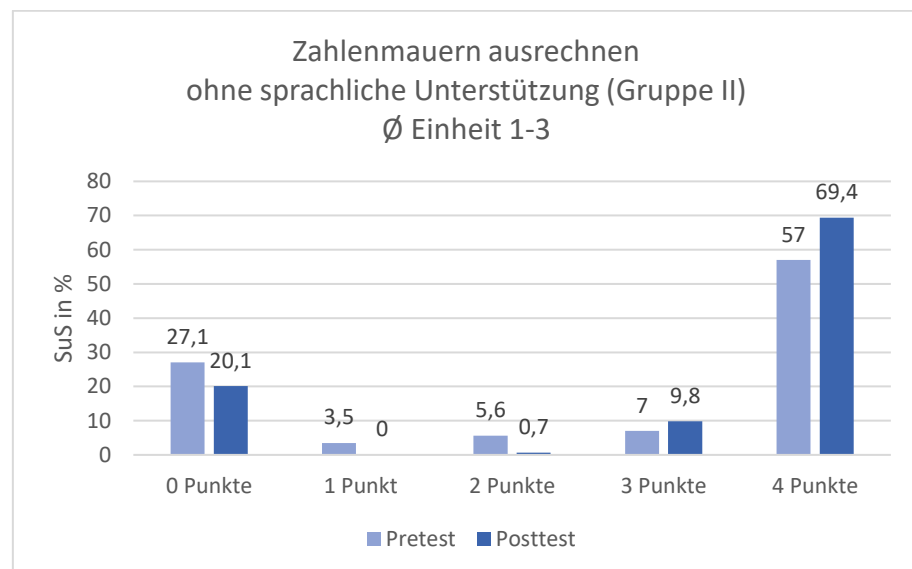
n = 52

Nach Beendigung der Unterrichtsreihe zeigen die Schülerinnen und Schüler der Gruppe I bessere Ergebnisse. Die Zahl derjenigen, die keinen oder nur einen Punkt erreichten, verringert sich um 12,9 Prozentpunkte (0 Punkte) und um 3,9 Prozentpunkte (1 Punkt). Dennoch gelingt es nach Beendigung der Unterrichtsreihe 15,9 Prozent der Schülerinnen und Schüler nicht, den Algorithmus rechnerisch darzustellen. Sehr geringe Veränderungen gibt es für die Items 2 und 3 Punkte. Das Item 4 Punkte zeigt eine Steigerung um 20,5 Prozentpunkte. Somit er-

füllen drei Viertel der Schülerinnen und Schüler der Gruppe I nach Beendigung der Unterrichtsreihe die Anforderungen der inhaltsbezogenen Kompetenz im *Bereich Zahlen und Operationen*. Sie können den Algorithmus erkennen und die Zahlenmauern korrekt ausrechnen.

Diese Tabelle zeigt die Ergebnisse der Pre- und Posttests der dritten Aufgabenstellung „Rechengesetze erkennen – Zahlenmauern ausrechnen“ für die Gruppe II, die ohne sprachliche Unterstützung von Scaffolds unterrichtet wurde.

Tabelle 36: Algorithmus erkennen- Zahlenmauern ausrechnen. Ergebnisse Pre- und Posttests ohne sprachliche Unterstützung



Quelle: eigene Darstellung

n= 48

Nach Beendigung der Unterrichtsreihe zeigen die Schülerinnen und Schüler der Gruppe II geringfügig bessere Ergebnisse. Die Zahl derjenigen, die keinen Punkt erreicht hatte, verringert sich um 7 Prozentpunkte. Die Items ein, zwei, drei Punkte zeigen nur geringfügige Veränderungen. Bei dem Item vier Punkte beträgt der Zuwachs 12,4 Prozentpunkte.

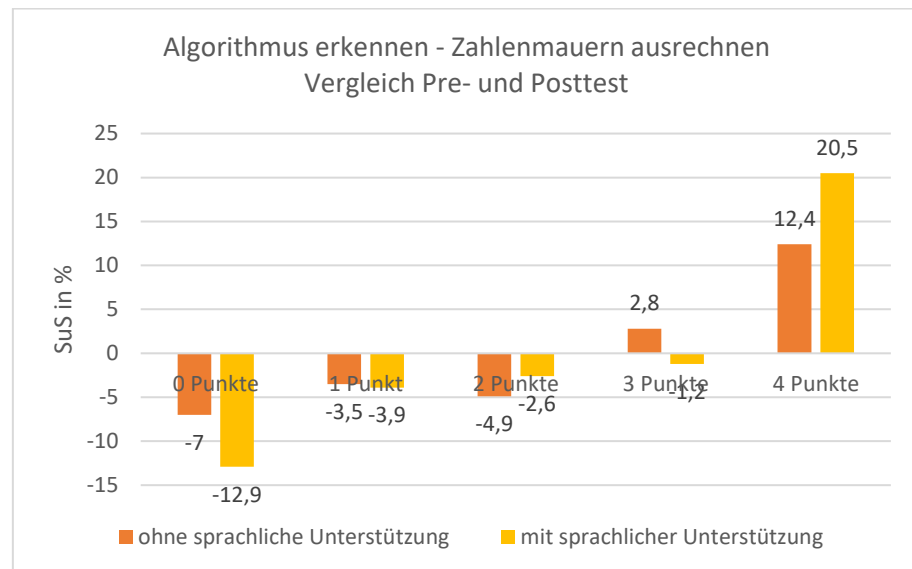
Circa 70 Prozent der Schülerinnen und Schüler dieser Gruppe beherrschten nach Beendigung der Unterrichtsreihe die inhaltsbezogene Kompetenz im *Bereich Zahlen und Operationen*. Sie können den Algorithmus erkennen und die Zahlenmauern korrekt ausrechnen, 30 Prozent gelingt das nicht.

Vergleich der Lernergebnisse Gruppe I und Gruppe II, 3. Aufgabenstellung „Algorithmus erkennen – Zahlenmauern ausrechnen“

Die Lernausgangslagen der Schülerinnen und Schüler, die mit und ohne sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds unterrichtet wurden, unterscheiden sich kaum. In beiden Gruppen erreichen die meisten von ihnen im Pretest vier Punkte (Gruppe I/54,5 %, Gruppe II/57 %). 26,1 % der Schülerinnen und Schüler der Gruppe I und 27,1 % der Gruppe II erreichen keinen Punkt. 11,6 % der Schülerinnen und Schüler der Gruppe I und 9,1 % aus der Gruppe II erreichen ein oder zwei Punkte.

Für beide Gruppen kann nach Beendigung der Unterrichtsreihe ein Lernzuwachs für den Bereich „Algorithmus erkennen – Zahlenmauern ausrechnen“ festgestellt werden, der in folgender Tabelle dargestellt wird.

Tabelle 37: Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen. Vergleich Pre- und Posttests der Gruppen mit und ohne sprachliche Unterstützung



Quelle: eigene Darstellung

ohne sprachliche Unterstützung n= 48, mit sprachlicher Unterstützung n= 52

Beide Gruppen erreichen bei der Aufgabenstellung der inhaltsbezogenen Kompetenz Algorithmus erkennen – Zahlenmauern ausrechnen bessere Leistungen. Bei beiden Gruppen verringert sich die Zahl der Schülerinnen und Schüler, die keinen, einen oder zwei Punkte erreicht haben. Den höchsten Rückgang mit –12,9 Prozentpunkten erzielt die Gruppe I (mit sprachlicher Unterstützung) bei dem Item 0 Punkte. Zuwächse wurde bei den Items drei und vier Punkte erreicht. Bei dem Item 4 Punkte erzielt die Gruppe I (mit sprachlicher Unterstützung) gegenüber der Gruppe II (ohne sprachliche Unterstützung) einen um 8,1 Prozentpunkte höheren Zuwachs.

Sowohl der Rückgang der Schülerinnen und Schüler, die 0 Punkte, 1 oder 2 Punkte erreichen (Gruppe I/-6,7 Prozentpunkte, Gruppe II/-5,1 Prozentpunkte) als auch der Zuwachs bei den Items drei und vier Punkte ist für die Gruppe I gegenüber der Gruppe II deutlich höher (Gruppe I/10,9 Prozentpunkte, Gruppe II 7,6 Prozentpunkte). Somit erzielen die Schülerinnen und Schüler der Gruppe I dieser Stichprobe, die mit sprachlicher Unterstützung in Form von Scaffolds unterrichtet wurden,

bei der dritten Aufgabenstellung „Algorithmus erkennen – Zahlenmauern ausrechnen“ bessere Lernergebnisse.

10.1.4.2 Interferenzstatistische Analyse der Lernergebnisse mit und ohne sprachliche Unterstützung

In diesem Abschnitt wird mittels Berechnung der Spearman-Rangkorrelation geprüft, ob zwischen Lernergebnissen der drei Lerneinheiten und der sprachlichen Unterstützung in Form von Scaffolds ein Zusammenhang besteht. Es werden die Mittelwerte der ordinalskalierten Daten der Posttests der drei Lerneinheiten (Einheit 1= Randsteine vertauscht, Einheit 2= Randsteine verändert, Einheit 3= Mittelstein verändert) mit dem dichotomen Datensatz der sprachlichen Unterstützung korreliert.

Prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* „Beschreiben WAS“

Die folgende Tabelle zeigt die Berechnung der Rangkorrelation r_s (nach Spearman) zwischen sprachlicher Unterstützung in Form von Scaffolds und den Ergebnissen der Posttests Algorithmus „Beschreiben WAS“ für alle drei Lerneinheiten.

Tabelle 38: Spearman`s Rho mit den Variablen sprachliche Unterstützung und Posttests „Beschreiben WAS“

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3
Rangkorrelation (r)	0,322	0,245	0,210
Signifikanz (p)	0,20	0,80	0,134

Quelle: eigene Darstellung

Die Kompetenz den Algorithmus zu beschreiben, zeigt für alle drei Lerneinheiten eine positive Korrelation. Der Korrelationskoeffizient r ($r= 0,322/ 0,245/ 0,210$) zeigt für alle drei Lerneinheiten einen geringen statistischen Zusammenhang, der nach Cohen (1988) einen geringen

Effekt vermuten lässt. Es ist davon auszugehen, dass die sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds zu einer geringen Verbesserung der Leistungen der Schülerinnen und Schüler Bereich „Beschreiben WAS“ geführt haben könnte.

Prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* „Erklären“

Die folgende Tabelle zeigt die Berechnung der Rangkorrelation r_s (nach Spearman) zwischen sprachlicher Unterstützung in Form von Scaffolds und den Ergebnissen der Posttests „Algorithmus erklären“ für alle drei Lerneinheiten.

Tabelle 39: Spearman`s Rho mit den Variablen sprachliche Unterstützung und Posttests Algorithmus „Erklären“

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3
Rangkorrelation (r)	0,126	0,343	0,261
Signifikanz (p)	0,374	0,13	0,61

Quelle: eigene Darstellung

Die Argumentationskompetenz „Erklären“ zeigt für alle drei Lerneinheiten eine positive Korrelation. Der Korrelationskoeffizient r ($r=0,126/0,343/0,261$) zeigt einen geringen statistischen Zusammenhang, der nach Cohen (1988) einen geringen Effekt vermuten lässt. Es ist davon auszugehen, dass die sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds zu einer geringen Verbesserung der Leistungen der Schülerinnen und Schüler im Bereich der Argumentationskompetenz Algorithmus „Erklären“ geführt haben könnte.

Inhaltsbezogene Kompetenz Zahlen und Operationen „Algorithmus erkennen – Zahlenmauern ausrechnen“

Die folgende Tabelle zeigt die Berechnung der Rangkorrelation r_s (nach Spearman) zwischen sprachlicher Unterstützung in Form von Scaffolds

und den Ergebnissen der Posttests „Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen“ für alle drei Lerneinheiten.

Tabelle 40: Spearman´s Rho mit den Variablen sprachliche Unterstützung und Posttests „Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen“

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3
Rangkorrelation (r)	0,081	0,293	0,86
Signifikanz (p)	0,568	0,35	0,42

Quelle: eigene Darstellung

Der Korrelationskoeffizient r zeigt für die erste Lerneinheit einen sehr geringen ($r = 0,081$), für die zweite Lerneinheit einen geringen ($r = 0,293$) und für die dritte Lerneinheit ($r = 0,86$) einen hohen statistischen Zusammenhang. Nach Cohen (1988) ist davon auszugehen, dass auf Grund der sprachlichen Unterstützung in Form von Scaffolds bei der zweiten Lerneinheit ein geringer und bei dritten Lerneinheit ein großer Effekt vermutet werden kann. Die sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds könnte eine Verbesserung der inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* „Rechengesetze erkennen – Zahlenmauern ausrechnen“ bewirkt haben.

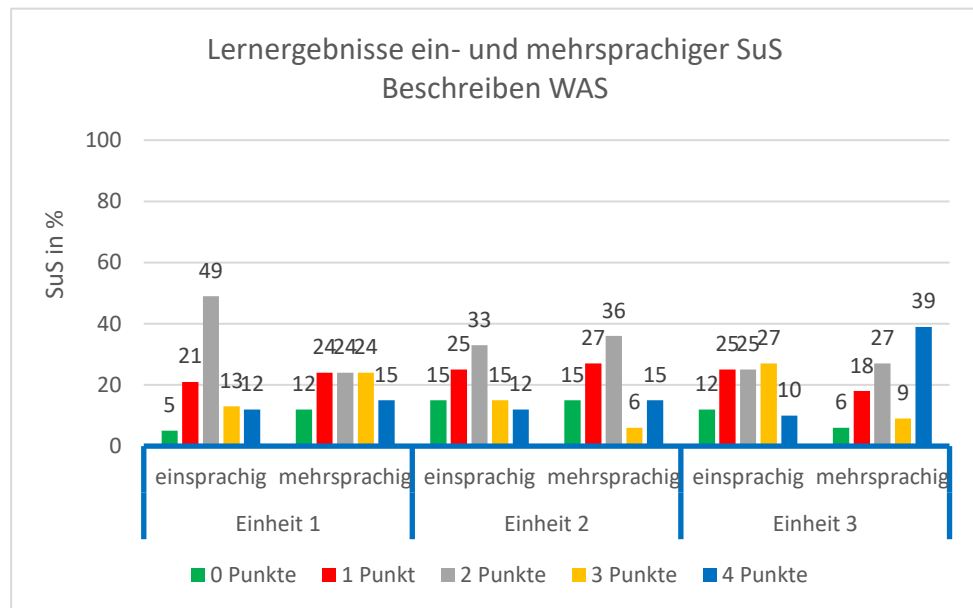
10.1.5 Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler

Im folgenden Abschnitt werden die Leistungen der ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler für alle drei Lerneinheiten (1. Einheit: Randsteine vertauscht, 2. Einheit: Randsteine verändert, 3. Einheit: Mittelstein verändert) verglichen und mit Methoden der deskriptiven Statistik ausgewertet. Ausgewertet werden die Ergebnisse der Posttests.⁴⁷

⁴⁷ Dabei sind die Ergebnisse durch die Rundung auf volle Einer Näherungswerte. Diese Ergebnisse sind als zuverlässig zu betrachten, da die Abweichungen nicht größer als 0,5 betragen.

Zunächst wird die Auswertung der Posttests der ersten Aufgabenstellung „Beschreiben WAS“ der ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler dargestellt. Die folgende Tabelle zeigt die Lernergebnisse aller drei Lerneinheiten.

Tabelle 41: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler Posttests „Beschreiben WAS“



Quelle: eigene Darstellung

einsprachig n= 67, mehrsprachig n= 33

Bei der ersten Aufgabenstellung der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* „Beschreiben WAS“ unterscheiden sich die Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler kaum. Bei allen drei Aufgabenstellungen erreichen zwischen 5 % und 15 % sowohl der einsprachigen als auch der mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler keinen Punkt. Minimal sind die Unterschiede bei der Anzahl derer, die einen Punkt erreicht haben. Sie liegt je nach Aufgabenstellung bei den einsprachigen Schülerinnen und Schülern zwischen 21 und 25 Prozentpunkten, bei den mehrsprachigen zwischen 18 und 27 Prozentpunkten.

Die Anzahl derjenigen, die zwei Punkte erreicht haben, liegt bei der Gruppe der einsprachigen Schülerinnen und Schüler zwischen 25 und

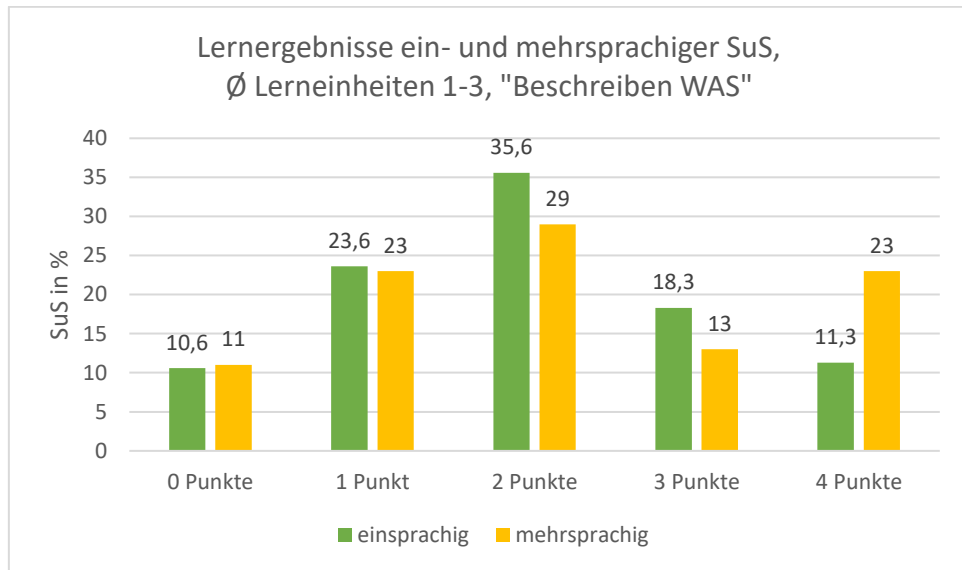
49 Prozentpunkten und bei der Gruppe der mehrsprachigen zwischen 24 und 36 Prozentpunkten.

Die Anzahl derer, die drei Punkte erreicht haben, liegt bei der Gruppe der einsprachigen zwischen 13 und 27 Prozentpunkten und bei der Gruppe der mehrsprachigen zwischen 6 und 24 Prozentpunkten.

Die Anzahl der Schülerinnen und Schülern, die vier Punkte erreicht haben, liegt bei der Gruppe der mehrsprachigen zwischen 15 und 39 Prozentpunkten und ist somit höher als bei der Gruppe der einsprachigen, die zwischen 10 und 12 Prozentpunkten erreicht haben.

Die folgende Tabelle zeigt anhand der Berechnung der Mittelwerte der Lernergebnisse der drei Lerneinheiten für die erste Aufgabenstellung „Beschreiben WAS“, dass sich die Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler nur wenig unterscheiden. Entscheidend zur Beurteilung der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* ist, dass für beide Gruppen nach Beendigung der Unterrichtsreihe davon auszugehen ist, dass nur circa ein Drittel aller Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, den Algorithmus zu beschreiben. Drei oder vier Punkte erreicht haben 29,6 Prozent der einsprachigen und 36 Prozent der mehrsprachigen Schüler und Schülerinnen.

Tabelle 42: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger SuS, Ø Lerneinheiten 1-3 „Beschreiben Was“

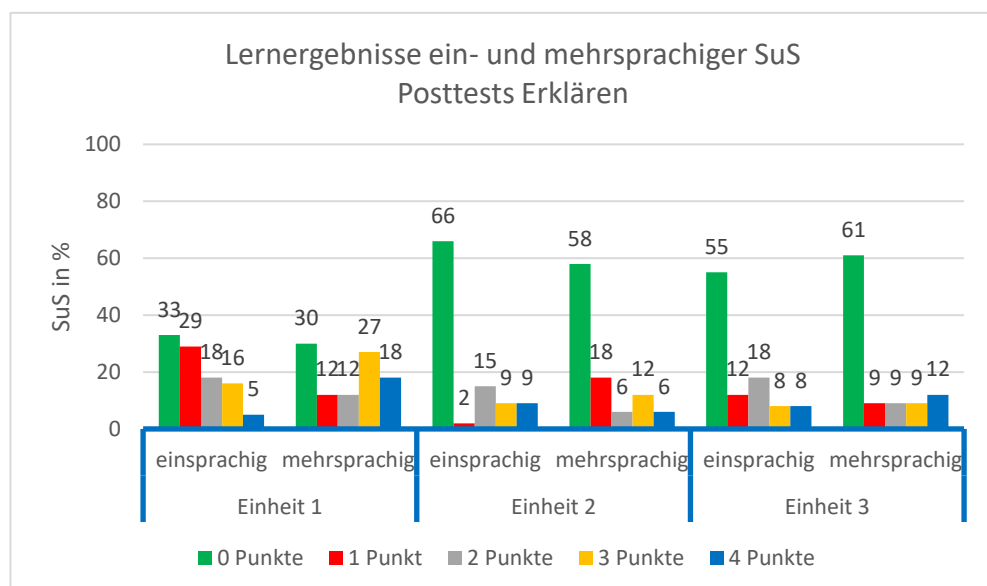


Quelle: eigene Darstellung

einsprachig n= 67, mehrsprachig n= 33

Es folgt die Auswertung der Posttests der zweiten Aufgabenstellung „Erklären“ für die ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler. Die folgende Tabelle stellt die Lernergebnisse aller drei Lerneinheiten dar.

Tabelle 43: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler Posttests „Erklären“



Quelle: eigene Darstellung

einsprachig n= 67, mehrsprachig n= 33

Bei der zweiten Aufgabenstellung der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* „Erklären“ unterscheiden sich die Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler kaum. Ein sehr großer Teil sowohl der einsprachigen (zwischen 33 und 66 Prozentpunkten) als auch der mehrsprachigen (zwischen 30 und 61 Prozentpunkten) erreichen keinen Punkt.

Die Anzahl derjenigen, die einen Punkt erreichen haben, liegt bei der Gruppe der einsprachigen zwischen 2 und 29 Prozentpunkten und bei der Gruppe der mehrsprachigen zwischen 9 und 18 Prozentpunkten.

Die Anzahl derer, die zwei Punkte erreichen, liegt bei der Gruppe der einsprachigen zwischen 15 und 18 Prozentpunkten und bei der Gruppe der mehrsprachigen zwischen 6 und 12 Prozentpunkten.

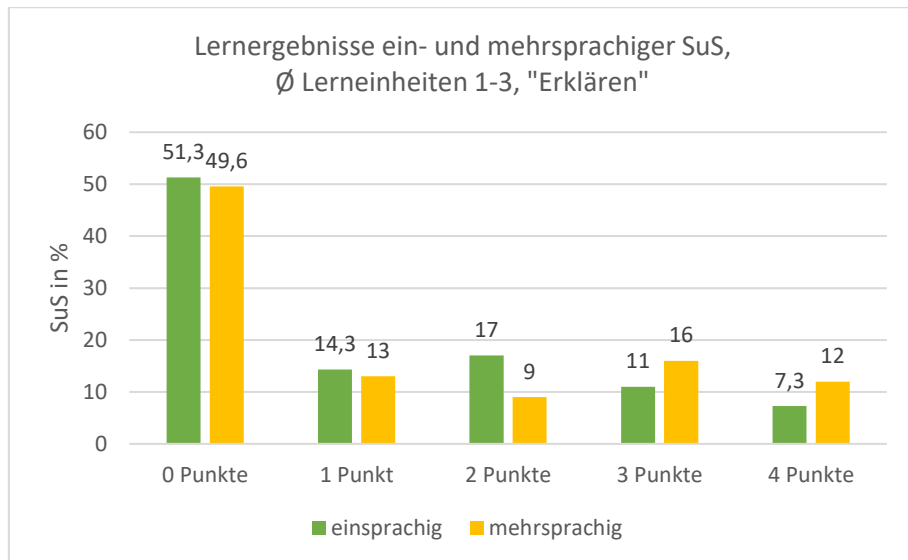
Die Anzahl der Schülerinnen und Schüler, die drei Punkte erreichen, liegt bei der Gruppe der einsprachigen zwischen 9 und 16 Prozentpunkten und bei der Gruppe der mehrsprachigen zwischen 9 und 27 Prozentpunkten.

Die Anzahl der Schülerinnen und Schüler, die vier Punkte erreichen, ist in beiden Gruppen sehr gering. Sie liegt in der Gruppe der einsprachigen Schülerinnen und Schülern zwischen 5 und 8 Prozentpunkten, in der Gruppe der mehrsprachigen zwischen 6 und 18 Prozentpunkten.

Die folgende Tabelle zeigt anhand der Berechnung der Mittelwerte der Lernergebnisse der drei Lerneinheiten für die zweite Aufgabenstellung „Erklären“, dass sich die Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler nur wenig unterscheiden. Drei oder vier Punkte erreichen 18,3 Prozent der einsprachigen und 28 Prozent der mehrsprachigen Schüler und Schülerinnen. Somit sind in beiden Gruppen nach Beendigung der Unterrichtsreihe deutlich weniger als ein Drittel aller Schülerinnen und Schüler in der Lage, den Algorithmus zu erklären. Circa 50 Prozent der Schülerinnen und Schüler beider Gruppen erreicht

keinen Punkt. Die Formulierungen ihrer Erklärungen waren somit entweder unpassend oder fehlerhaft.

Tabelle 44: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger SuS, Ø Lerneinheiten 1-3 „Erklären“

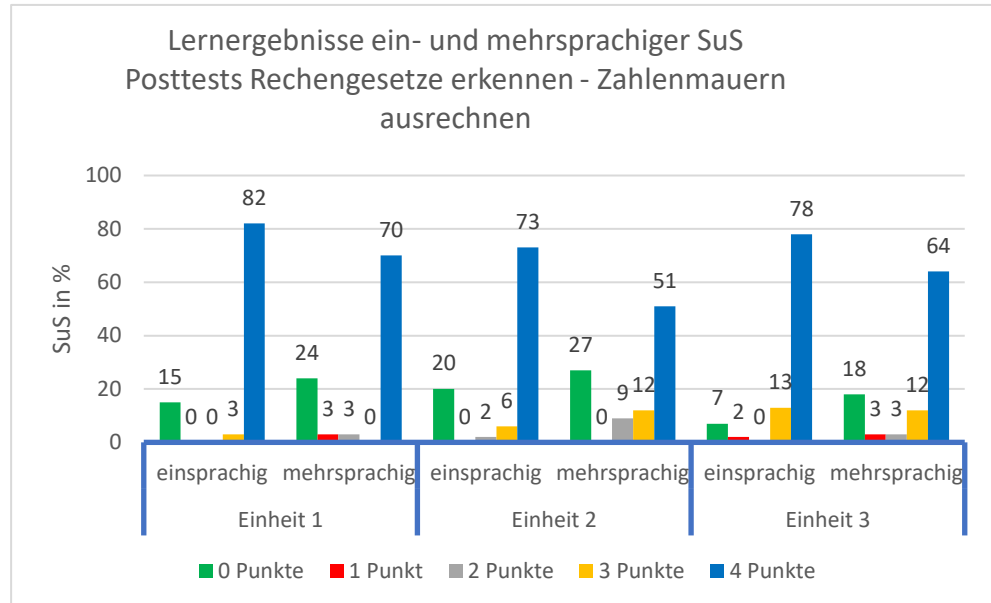


Quelle: eigene Darstellung

einsprachig n= 67, mehrsprachig n= 33

Es folgt die Auswertung der Posttests der dritten Aufgabenstellung „Algorithmus erkennen – Zahlenmauern ausrechnen“ der ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler. Die folgende Tabelle stellt die Lernergebnisse aller drei Lerneinheiten dar.

Tabelle 45: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler Posttests „Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen“



Quelle: eigene Darstellung

einsprachig n= 67, mehrsprachig n= 33

Bei der inhaltsbezogenen Kompetenz des Bereiches *Zahlen und Operationen* Algorithmus erkennen, Zahlenmauern ausrechnen unterscheiden sich die Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler kaum. Ein sehr großer Teil sowohl der einsprachigen (zwischen 73 und 82 Prozentpunkten) als auch der mehrsprachigen (zwischen 51 und 70 Prozentpunkten) erreicht vier Punkte.

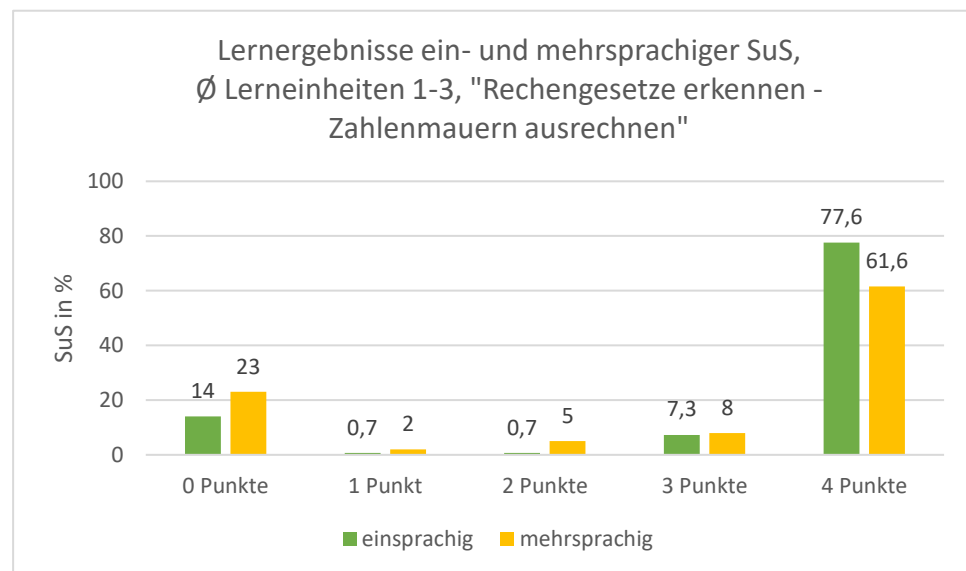
Die Anzahl deren, die einen, zwei oder drei Punkte erreichen, liegt bei der Gruppe der einsprachigen Schülerinnen und Schüler zwischen 7 und 15 Prozentpunkten und bei der Gruppe der mehrsprachigen zwischen 18 und 27 Prozentpunkten.

Minimal sind die Unterschiede bei der Anzahl derjenigen, die keinen Punkt erreicht haben. Sie liegt je nach Aufgabenstellung bei den einsprachigen zwischen 7 und 20 Prozentpunkten und bei den mehrsprachigen zwischen 18 und 27 Prozentpunkten.

Die folgende Tabelle zeigt anhand der Berechnung der Mittelwerte der Lernergebnisse der drei Lerneinheiten für die dritte Aufgabenstellung

„Rechengesetze erkennen – Zahlenmauern ausrechnen“, dass sich die Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler unterscheiden. Diese Unterschiede sind jedoch im Hinblick auf die Gesamtbetrachtung der Ergebnisse gering. Entscheidend ist, dass in beiden Gruppen nach Beendigung der Unterrichtsreihe davon auszugehen ist, dass der größte Teil der Schülerinnen und Schüler den Algorithmus erkannt hat und diesen rechnerisch darstellen konnte (77,6 Prozent der einsprachigen und 61,6 Prozent der mehrsprachigen Schüler und Schülerinnen) und somit über die für die Bearbeitung der Zahlenmauern erforderlichen inhaltsbezogene Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* erworben hat. Andererseits kann eine große Gruppe von Schülerinnen und Schülern keinen Punkt erreichen. Für dieses Item ist die Gruppe der mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler mit 23 Prozent gegenüber der Gruppe der einsprachigen mit 14 Prozent etwas größer.

Tabelle 46: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger SuS, Ø Lerneinheiten 1-3 "Rechengesetze erkennen - Zahlenmauern ausrechnen"



Quelle: eigene Darstellung

einsprachig n= 67, mehrsprachig n= 33

10.1.6 Zusammenschau

Die Vorkenntnisse im Bereich der allgemeinen mathematischen Kenntnisse (Additionsaufgaben rechnen) sind deutlich besser als die im Bereich der allgemeinen sprachlichen Kompetenzen. Es kann kein Zusammenhang zwischen allgemeiner mathematischer Kompetenz und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* sowie zwischen allgemeiner sprachlicher Kompetenz und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* nachgewiesen werden. Die mathematische Argumentationskompetenz ist sehr gering ausgeprägt, nur ein geringer Anteil der Schülerinnen und Schüler erreicht zufriedenstellende Ergebnisse. Die Anforderungen bezüglich des Bereichs der inhaltsbezogenen Kompetenzen kann die Mehrheit der Schülerinnen und Schüler erfüllen, allerdings wird hier eine Gruppe von circa 20 Prozent ermittelt, die die Anforderungen nicht erfüllen konnten. Die Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler unterscheiden sich kaum. Die Gruppe, die im Sinne eines sprachsensiblen Unterrichts mit Hilfe von Scaffolds unterrichtet wurde, erzielt für alle Bereiche bessere Lernergebnisse.

10.2 Ergebnisse der Lehrkräfteinterviews

In diesem Abschnitt wird die Auswertung der Lehrerinterviews dargestellt. Nach Einschätzung der Verfasserin sind alle Lehrkräfte engagiert, aufgeschlossen und den Schülerinnen und Schüler gegenüber zugewandt. Sie waren trotz hoher Arbeitsbelastung bereit, die Unterrichtsreihe durchzuführen und anschließend für ein Interview zur Verfügung zu stehen.

10.2.1 Ausgangslage

Die folgende Tabelle zeigt die Angaben der Lehrkräfte bezüglich ihrer Unterrichtserfahrungen und ihrer Ausbildung.

Alle Lehrkräfte haben das Lehramt Grundschule und das Fach Mathematik studiert und verfügen über lange Berufserfahrung

Tabelle 47: Berufsbiografische Daten der Lehrkräfte

Lehrkraft	1	2	3	4	5
Unterrichtserfahrungen	17 J.	14 J.	9 J.	20 J.	3 J. ⁴⁸
Grundschullehrkraft	ja	ja	ja	ja	ja
1. und 2. Staatsexamen	ja	ja	ja	ja	ja
Mathematik Studienfach	ja	ja	ja	ja	ja

Quelle: eigene Darstellung

Um die Lernausgangssituationen der Schulklassen bezüglich des Übungsformats Zahlenmauern zu erfassen, wird neben den Angaben zu dem im Unterricht verwendeten Lehrwerk auch danach gefragt, ob das Übungsformat bereits im Unterricht eingesetzt wurde. Die Ergebnisse werden in der folgenden Tabelle dargestellt.

Tabelle 48: Angaben der Lehrkräfte zur Lernausgangslage der Klassen

Klasse	B	C	D	E	F
Schulbuch	Matherad	Matherad	Zahlenzauber	Fredo	Fredo
Übungsformat Zahlenmauer	bekannt	bekannt	bekannt	bekannt	bekannt

Quelle: eigene Darstellung

Die im Unterricht verwendeten Lehrwerke enthalten alle Aufgabenstellungen mit dem Übungsformat, den beteiligten Klassen ist Übungsformat Zahlenmauern bekannt.

⁴⁸ Lehrkraft 5 hatte aus familiären Gründen nach der Ausbildung 17 Jahre lang nicht gearbeitet und arbeitet jetzt seit 3 Jahren wieder im Schuldienst.

Im Folgenden werden die in der Themenmatrix dargestellte kategorienbasierte Auswertung und die Fallzusammenfassungen der Lehrkräfte dargestellt.

10.2.2 Unterricht

Zunächst werden die Angaben der Lehrkräfte zum Bereich *Unterrichtsplannung* vorgestellt. Alle Lehrkräfte sehen das Übungsformat Zahlenmauern als bedeutsam an, so dass es in ihrem Unterricht eine Rolle spielen wird. Auffallend ist, dass die von den Lehrkräften genannten Lernziele überwiegend dem Bereich der inhaltsbezogenen Kompetenzen zuzuordnen sind.

„Also, ähm, erst einmal Plus und Minus rechnen ...“ (LK 2)

„Vertiefung von Addition, Subtraktion, dann Finden von verschiedenen Lösungswegen ...“ (LK3)

„Also, dass man einfach so ein bisschen abwechslungsreiche Aufgabenstellungen hat, zum Beispiel auch beim schriftlichen Rechnen.“ (LK4)

„Dass man damit auch Minus und Plus rechnen kann...“ (LK5)

Viele der genannten Lernzielformulierungen stimmen nicht mit den Lernzielbeschreibungen der Lehrpläne und Bildungsstandards überein.

„Kobeln, Denken, Strategien entwickeln“ (LK 1)

„dann auch mal Knobeln, mal Abwechslung, also ähm Verschiedenes“ (LK 2)

Diese Formulierungen sind wage, sehr allgemein gehalten und keiner der in den Bildungsstandards und Lehrplänen formulierten prozessbezogenen Kompetenzen zuzuordnen.

Lediglich die Formulierung *Zusammenhänge erkennen* (LK 1) ist im Lehrplan bei der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* zu finden. Eine Lehrkraft unterscheidet Lernziele für einfachere (Abwechslung zur Rechenfertigkeit) und komplexeren Mauern (flexibles Denken). Ein Zusammenwirken von Lernzielen aus beiden Bereichen (prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzen), die Bildungsstandards und

Lehrpläne als grundlegend für ein erfolgreiches Mathematiklernen beschreiben, wird von keiner Lehrkraft als Lernziel genannt.

Es folgt die Auswertung der Angaben der Lehrkräfte zum Bereich *Unterrichtsbeobachtung*. Nach Beobachtungen der Lehrkräfte haben alle Schülerinnen und Schüler motiviert und gern an dem Thema Zahlenmauern gearbeitet. Eine Lehrkraft gibt an, dass ein leistungsschwacher Schüler, obwohl er die prozessbezogene Kompetenz Begründen und Entdecken nicht beherrschte, trotzdem Spaß beim Lernen hatte.

Eine andere Lehrkraft beobachtet, dass leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler sich mit dem Übungsformat schwertun.

„die sich eher schwer tun in Mathe, die finden es natürlich, da gibt's ja manchmal diese Zahlenmauern, wenn bloß der Deckstein da ist oder ... wenn man richtig überlegen muss, die finden das denn echt als Horror, diese Zahlenmauern.“ (LK3)

Als Schwierigkeiten im Bereich der Arithmetik werden der Zehnerübergang und die Beherrschung der Grundrechenarten genannt. Eine Lehrkraft beschreibt Zahlendreher als besonderes Problem für Schülerinnen und Schülern mit Dyskalkulie. Die Schwierigkeiten im Bereich der Arithmetik werden von den Lehrkräften allgemein als geringer als die sprachlichen Schwierigkeiten eingeschätzt. Drei Lehrkräfte berichten, bezogen auf die ganze Klasse, über Schwierigkeiten im Lernprozess, wenn der Zahlenraum nicht sicher beherrscht würde. Keine der Lehrkräfte beschreibt aber das Problem, dass ca. 25 Prozent der Schülerinnen und Schüler über völlig unzureichende arithmetische Kompetenzen verfügen und somit für sie keine Grundlage für ein Zusammenspiel von inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen einschließlich einer mathematischen Argumentation gegeben ist.

Sprachliche Schwierigkeiten werden bei der Umsetzung der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* (Beschreiben und Begründen, Erklären, Begründen), sowie der Anwendung von Fachbegriffen genannt. Die Schwierigkeiten beim Beschreiben und Begründen werden nicht genau gefasst, sondern allgemein formuliert.

„Wenn sie das jetzt auch erklären sollen, wenn ihnen die Worte fehlen“ (LK1)

*„Das is/ also • verbalisieren war ganz schwierig für ganz viele.“
(LK 4)*

Die Lehrkräfte definieren ihren Erwartungshorizont bezüglich der Kompetenzerwartungen (z.B. beim „Beschreiben WAS“ oder „Beschreiben Wie“) nicht.

Einen Zusammenhang zwischen fachlichem und sprachlichem Lernen sehen nur vier Lehrkräfte. Besonders bei komplexeren Aufgabenstellungen sehen sie einen Zusammenhang beider Kompetenzbereiche.

„Ja, also dann, wenn die Aufgaben, finde ich eben komplexer werden. Dann, dann ... also, wenn es dann zum Beispiel nicht das Mechanische ist, jetzt so Schriftliche, ähm, das ja klar, das läuft ja auch viel über Kommunikation natürlich ab, klar eigentlich gibt es immer einen Zusammenhang da, gel. Aber ich finde vor allen Dingen dann, wenn die Aufgabenformate halt schwieriger werden, dann wird's halt umso wichtiger, dass man richtige sprachlich Impulse gibt.“ (LK3)

Eine der Lehrkräfte gab an, diese Frage nicht beantworten zu können.

Die Antworten auf die Frage bezüglich der Unterschiede des Lernerfolgs ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler fällt sehr unterschiedlich aus. Eine Lehrkraft gab an, diese Frage nicht beantworten zu können. Eine andere Lehrkraft sieht Unterschiede in den Bereichen Grammatik und Formulierungen. Eine weitere Lehrkraft schildert die Situation eines Schülers mit der Erstsprache Russisch. Dieses Kind würde über gute mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten verfügen, habe aber Aufgabenstellungen nicht erklären und schriftliche Arbeitsaufträge schlecht umsetzen können. Eine Lehrkraft sieht keinen grundlegenden Unterschied zwischen den Lernerfolgen ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler, sondern gibt als Ursache für Leistungsunterschiede allgemeine Leistungsstärke oder Unterschiede bezüglich einer Sprachbegabung an.

„Also es hängt tatsächlich, würde ich sagen sehr vom Kind ab so. ●● Ähm ●● generell wie leistungsstark das Kind ist und/ ●●● ja. Oder es/ ich hab auch einen deutschen Schüler, der sprachlich sehr/ sehr schwach. Dem fällt das auch schwer das zu beschreiben. Also das würde ich nicht unbedingt an der Mehrsprachigkeit glaube ich festmachen, sondern eher so ein bisschen auch an der Sprachbegabung, die ein Kind hat, ●●ja.“ (LK2)

Zwei Lehrkräfte erklären, keine mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler zu unterrichten. Für eine der Klassen stimmt diese Angabe nicht mit den Angaben der Kinderfragebögen überein.

Zusätzlich merkt eine andere Lehrkraft an, dass Lehrkräfte sich immer dann oft blenden lassen, wenn im Unterrichtsgespräch zwei Schülerinnen oder Schüler die richtige Lösung präsentieren und Lehrkräfte dann davon ausgehen würden, dass alle die Aufgabenstellungen verstanden hätten.

In diesem letzten Abschnitt werden die Angaben der Lehrkräfte zum Bereich ihrer *methodisch-didaktischen Entscheidungen* dargestellt. Bezüglich von Hilfestellungen für den Bereich der Arithmetik machen alle Lehrkräfte keine Angaben. Als sprachliche Hilfen werden Wortspeicher, Plakate, sprachliche Impulse und Versprachlichung der Rechenoperation genannt. Zwei Lehrkräfte erwähnen Veranschaulichungsmittel. Eine Lehrkraft nutzt Rechenrahmen und Mehrsystemblöcke als Differenzierungsmaterial, eine andere variiert die Größe des Zahlenraums. Eine Lehrkraft gibt an, vor dem Einsatz flexibler Denkaufgaben zunächst das Übungsformat zu sichern. Des Weiteren ist es einer Lehrkraft wichtig, das Formulieren zu begleiten und zu kontrollieren. Eine andere Lehrkraft plant Wiederholungen zur Festigung des Lernstandes ein.

10.2.3 Zusammenschau

Die von den Bildungsstandards und Lehrpläne geforderten Kompetenzen werden von den Lehrkräften nicht eindeutig benannt. Die in der empirischen Unterrichtsstudie beschriebenen Probleme werden größtenteils nicht als solche gesehen. Die Aussagen zur Lernsituation ein-

und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler ist widersprüchlich. Es werden einzelne Hinweise zu sprachförderlichen Maßnahmen genannt und deren Wichtigkeit betont, aber kein Gesamtkonzept für einen sprachbewussten Unterricht beschrieben.

10.3 Ergebnisse Schulbuchanalyse

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Analyse der Schulbücher und den dazugehörigen Lehrhandreichungen vorgestellt.

10.3.1 Welt der Zahl

1. Kategorie: Methodisch-didaktische Grundkonzeption des Unterrichtswerks

Das Unterrichtswerk „Welt der Zahl“ (2015, Bd. 1-4) bietet für jede Jahrgangsstufe ein eigenes Buch für Schülerinnen und Schüler mit dazugehörigen Lehrmaterialien an. Die Autoren beschreiben „das **Prinzip des ganzheitlichen Lernens** [..], das einen handlungsorientierten Mathematikunterricht und eine am entdeckenden Lernen orientierte Unterrichtsorganisation einschließt und Mathematiklernen als einen konstruktiven Akt des Kindes in sozialer Lernumgebung auffasst.“ (Lehrmaterialien, Bd. 1, S. 5) als Grundkonzeption des Werkes.

2. Kategorie: Darstellung der Kompetenzanforderungen der Bildungsstandards und Lehrpläne Mathematik GS

Die den Bildungsstandards und Lehrplänen zu Grunde liegenden inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen werden zitiert, das Zusammenspiel der Kompetenzen soll zur lebenslangen Auseinandersetzung mit mathematischen Anforderungen motivieren und die Grundlage für das Mathematiklernen in weiterführenden Schulen bieten. (ebd.)

3. Kategorie: Definition bzw. Interpretation des Argumentationsbegriffs

Der Argumentationsbegriff wird nicht erläutert bzw. definiert.

4. Kategorie: Sprachliche Hilfestellungen für Schülerinnen und Schüler

Systematische Hilfestellungen zur Formulierung des Algorithmus fehlen. An einer Stelle, im Band der 2. Klasse findet sich eine Satzphrase, die das Beschreiben der Mauern strukturiert. „Von Mauer zu Mauer: Unten in der Mitte immer _ mehr, oben immer _ mehr.“ (Schülerbuch 2, 2015, 11) Das Adverb immer weist auf den Algorithmus hin.

5. Kategorie: Methodisch-didaktische Hilfestellungen für Lehrkräfte

In den Lehrermaterialien finden sich zu jeder Schulbuchseite in einer markierten Spalte eine Liste der aufgabenspezifischen inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen sowie didaktisch-methodische Hilfen und Erklärungen für Lehrkräfte. Zu allen Aufgabenstellungen des Übungsformats Zahlenmauern sind methodische Vorschläge bezüglich der inhaltsbezogenen Kompetenzen zu finden. „Wie heißen die beiden unteren Steine? Auch hier können die Kinder die Lösung mithilfe der Zerlegungsaufgaben finden.“ (Bd. 1, Lehrerhandreichungen 2015, 126) „Die Kinder lösen die Zahlenmauern nach bekannten Regeln.“ (Bd. 2, Lehrerhandreichungen 2015, 130) Die Darstellung der prozessbezogenen Kompetenzen, die mit einer Ausnahme die allgemeingehaltenen Formulierungen der Bildungsstandards enthalten, finden Lehrkräfte gut sichtbar in einer eigenen Spalte. Systematische didaktisch-methodische Hilfestellungen zur Umsetzung der prozessbezogenen Kompetenzen im Unterricht fehlen. Vereinzelt sind Hinweise zur Erläuterung des Argumentationsbegriffes zu finden.

Tabelle 49: Auswertung der Begleitbände zum Unterrichtswerk „Welt der Zahl“

	Klasse 1	Klasse 2	Klasse 3	Klasse 4
Hinweis auf bzw. Erläuterung der prozessbezogenen Kompetenz Argumentieren ⁴⁹	2	2	-	-

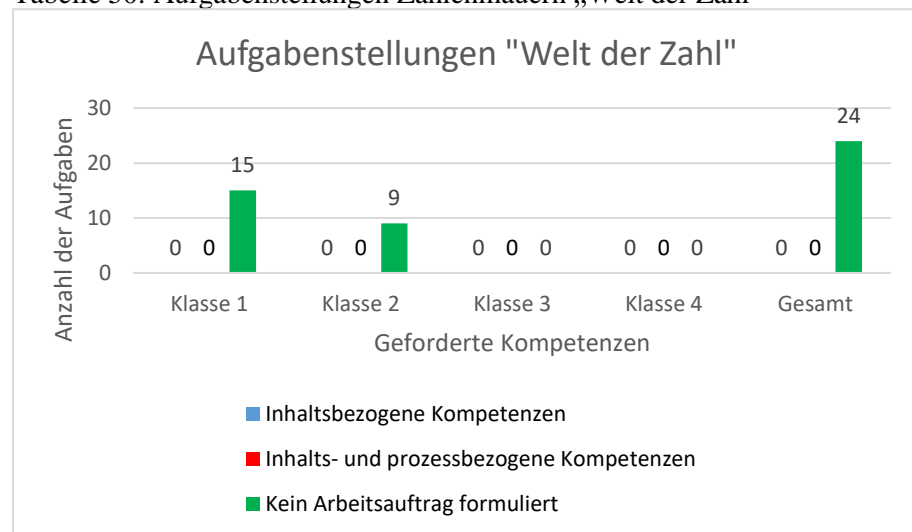
Quelle: eigene Darstellung

In keinem der Lehrerbände finden sich Tipps für sprachliche Hilfen oder Formulierungsvorschläge in Form von Scaffolds.

6. Kategorie: Formulierung der Aufgabestellungen bezüglich der Evokation inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen

Die folgende Tabelle zeigt die durch Aufgabestellungen evozierten Kompetenzen des Unterrichtswerks „Welt der Zahl“.

Tabelle 50: Aufgabestellungen Zahlenmauern „Welt der Zahl“



Quelle: eigene Darstellung

Das Übungsformat Zahlenmauern kommt nur in den Schülerbänden für das 1. und 2. Schuljahr vor. Alle Aufgabestellungen erscheinen in den Bänden ohne formulierten Arbeitsauftrag.

⁴⁹ In den Lehrerhandreichungen Kl. 1 wird statt der prozessbezogenen Kompetenz Argumentieren die prozessbezogene Kompetenz Problemlösen (Zusammenhänge erkennen und zum Lösen problemhaltiger Aufgaben nutzen) genannt.

10.3.2 Flex und Floh

1. Kategorie: Methodisch-didaktische Grundkonzeption des Unterrichtswerks

Das Unterrichtswerk „Flex und Floh“⁵⁰ bietet für jede Jahrgangsstufe vier Themenhefte als Verbrauchsmaterial für Schülerinnen und Schüler und dazugehörige Lehrermaterialien an. Das Material soll den Schülerinnen und Schülern ein selbstständiges Arbeiten und Lernen, auch in jahrgangsübergreifenden Klassen, ermöglichen. „Die Themenhefte [...] sind gemäß den Anforderungen an das Werk selbsterklärend, d.h. die Kinder können und sollen eigenständig damit arbeiten.“ (Lehrermaterialien 1, 4) Somit übernimmt dieses Lehrwerk zumindest teilweise die Funktion als Lehrerersatz und kann als „Teamteacher“ (Abschn.9.3.1) bezeichnet werden.

2. Kategorie: Darstellung der Kompetenzanforderungen der Bildungsstandards und Lehrpläne Mathematik GS

Der Bezug zu den Bildungsstandards und Lehrplänen wird in den Lehrermaterialien verdeutlicht. Zu jeder Doppelseite des Schülermaterials werden die für die jeweilige Aufgabenstellung relevanten prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen beschrieben. Die Formulierungen entsprechen denen der Bildungsstandards und Lehrplänen. Das Übungsformat Zahlenmauern wird in einem gesonderten Kapitel erläutert. Hier werden den Lehrkräften formale Hinweise zum Aufbau der Mauern und zum Einsatz des Übungsformates in jahrgangsübergreifendem Unterricht gegeben.

3. Kategorie: Definition bzw. Interpretation des Argumentationsbegriffs

Der Argumentationsbegriff wird nicht erläutert, bzw. definiert.

⁵⁰ Flex und Floh (2014) Themenhefte, KL. 1 und 2. Braunschweig: Diesterweg.
Flex und Floh (2015) Themenhefte, Kl. 3 und 4. Braunschweig: Diesterweg.

4. Kategorie: Sprachliche Hilfestellungen für Schülerinnen und Schüler

Sprachliche Hilfe in Form von Scaffolds finden sich in den Themenheften „Addieren und Subtrahieren“ der Kl. 2 und der Kl.3.

Aufgabe 4:

„Was fällt euch auf?

a) Die Zahlen der unteren Reihe _____

b) Die Zahlen in den oberen Steinen sind _____

c) Es gibt nur _____

Die Zahl im oberen Stein ist am größten, wenn _____“

(Themenheft Addieren und Subtrahieren; KL. 2, S. 65)

Aufgabe 1:

„Was fällt dir auf? Vervollständige die Sätze.

Die Zahl im oberen Stein wird immer um ... größer.

Die Zahl im mittleren Stein in der unteren Reihe wird immer um ... größer.“

(Themenheft Addieren und Subtrahieren, Kl. 3,43)

Das sprachliche Gerüst im Themenheft Kl. 2 strukturiert die Beschreibung der Mauern (4a, 4b) sowie die Erklärung oder Begründung des Algorithmus (4c).

Das sprachliche Gerüst im Themenheft KL. 3 entlastet die Beschreibung der Veränderung der Zahlen und weist mit dem Adverb „immer“ auf die Allgemeingültigen eines Algorithmus hin.

5. Kategorie: Methodisch-didaktische Hilfestellungen für Lehrkräfte

Für die Unterrichtsgestaltung werden Rechenkonferenzen⁵¹ empfohlen.
„Die Fähigkeit im Problemlösen, Argumentieren und Kommunizieren

⁵¹Als Rechen- oder Mathekonferenz wird ein „Zusammenschluss von Kindern in heterogenen Kleingruppen zur Präsentation und Reflexion von individuellen Lösungswegen im Mathematikunterricht [bezeichnet]... Die Kinder werden hier herausgefordert, ihr Vorgehen bei der Lösung einer Aufgabe oder ihre Entdeckungen zu beschreiben und zu begründen sowie die Gedankengänge ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler nachzuvollziehen.“ (Info-Papier Mathekonferenzen, PI-KAS 2017, 1)

werden ausgebaut, das kreative Denken wird gefördert, das Gesprächsverhalten wird trainiert. Somit unterstützen Rechenkonferenzen den Ausbau eines tragfähigen, sinnvoll vernetzten Wissensfundaments, das sich aktiv zum Lösen von Problemen nutzen lässt.“ (Flex und Floh 1, Lehrermaterialien 2015, 7)

Zu allen Aufgabenstellungen des Übungsformats Zahlenmauern sind methodische Vorschläge bezüglich der inhaltsbezogenen Kompetenzen zu finden. „Die fehlenden Steine sind durch Addition zu finden.“ (Lehrermaterialien, Kl. 1, 147) „Durch Subtraktion, additives oder subtraktives Ergänzen können die fehlenden Zahlen in den leeren Steinen bestimmt werden.“ (Lehrermaterialien, Kl. 2, 13) Es finden sich nur einzelne, meist sehr allgemein gehaltene Hinweise auf die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren*. „Zu den stets gleichen Grundsteinen wurden sechs verschiedene Rechenmauern gebaut. Die Kinder vervollständigen in Partnerarbeit die Rechenmauern und beschreiben die Auffälligkeiten.“ (Lehrermaterialien, Kl. 2, 93)

Lediglich im Lehrermaterial für die 2. Klasse findet sich eine Erläuterung bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren*.

Tabelle 51: Auswertung der Begleitbände zum Unterrichtswerk Flex und Floh

	Klasse 1	Klasse 2	Klasse 3	Klasse 4
Hinweis auf bzw. Erläuterung der prozessbezogenen Kompetenz				
Argumentieren ⁵²	0	1	0	-

Quelle: eigene Darstellung

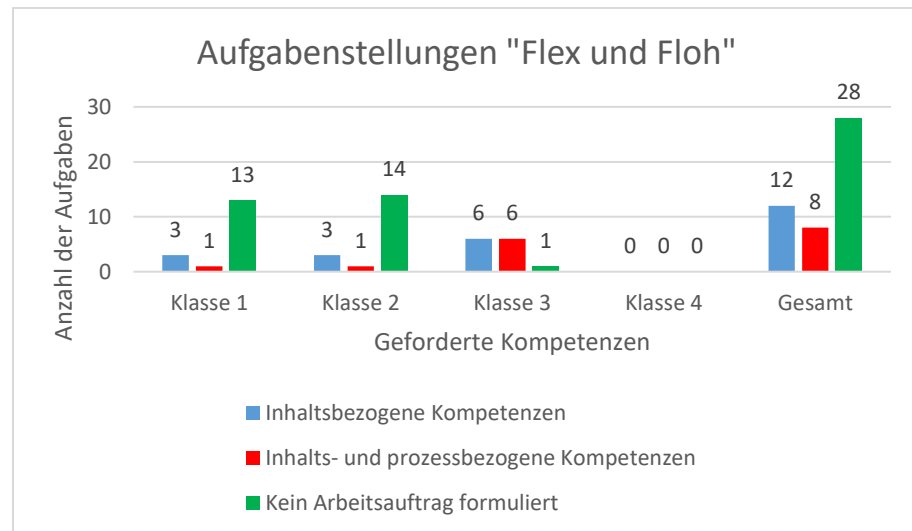
In keinem Band der Lehrermaterialien finden sich Tipps für sprachliche Hilfen oder Formulierungsvorschläge in Form von Scaffolds.

⁵² In den Lehrerhandreichungen Kl. 1 wird statt der prozessbezogenen Kompetenz Argumentieren die prozessbezogene Kompetenz Problemlösen (Zusammenhänge erkennen und zum Lösen problemhaltiger Aufgaben nutzen) genannt.

6. Kategorie: Formulierung der Aufgabestellungen bezüglich der Evolution inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen

Die folgende Tabelle zeigt die durch Aufgabenstellungen evozierten Kompetenzen in dem Unterrichtswerk „Flex und Floh“.

Tabelle 52: Aufgabenstellungen Zahlenmauern „Flex und Floh“



Quelle: eigene Darstellung

Das Übungsformat Zahlenmauern kommt in den Themenheften Addition und Subtraktion der Jahrgänge 1-3 vor. Für den größten Teil der Aufgaben, besonders bei denen in den Themenheften 1 und 2 ist kein Arbeitsauftrag formuliert, nur jeweils eine Aufgabenstellung weist hier sowohl auf inhaltsbezogene als auch auf prozessbezogene Kompetenzen hin. In dem Themenheft für die Kl. 3 evozieren fast die Hälfte der Aufgabenstellungen beide Kompetenzbereiche.

10.3.3 Zahlenbuch

1. Kategorie: Methodisch-didaktische Grundkonzeption des Unterrichtswerks

Das „Zahlenbuch“ (2012, Bd. 1-4) bietet für jede Jahrgangsstufe der Grundschule ein eigenes Schulbuch und ein zusätzliches Übungsheft sowie für jede Jahrgangsstufe einen Begleitband für Lehrkräfte an. Gegenstand der Analyse sind die vier Schülerbücher mit den dazugehörigen Begleitbänden für Lehrkräfte. Die Grundkonzeption des Werkes ist

im Begleitband⁵³ zum Zahlenbuch 1 zu finden (Begleitband, 158-173).
“Mathematik [wird] als `Wissenschaft von Mustern gesehen. Der Unterricht orientiert sich weniger an der fertigen Mathematik, sondern mehr an den individuellen und sozialen *Prozessen*, die zu mathematischen Wissen führen.“ (ebd., 158)

2. Kategorie: Darstellung der Kompetenzanforderungen der Bildungsstandards und Lehrpläne Mathematik GS

Bei der Darstellung der Kompetenzen werden zwei Ebenen unterschieden: Die inhaltlichen Lernziele (Inhaltsbezogene Kompetenzen) und die allgemeinen Lernziele (allgemeine Kompetenzen) (ebd., 159). Die Formulierung „allgemeine Kompetenz“ weicht von den Formulierungen der Bildungsstandards und Lehrpläne ab, die den Begriff „Allgemeine mathematische Kompetenzen“ führen. Das Lernziel bzw. die Kompetenzbeschreibung für das Argumentieren „Lösungswege zu erklären und zu begründen“ findet sich nicht in den Bildungsstandards. Obwohl in der Konzeption des Zahlenbuchs *Argumentieren* auch die Kompetenz „Lösungswege zu beschreiben“ umfasst, wird sowohl in den Schülerbüchern als auch in den Begleitbänden nicht zwischen „Beschreiben WIE“ und „Beschreiben WAS“ und nicht zwischen „Erklären WIE“ und „Erklären WAS“ unterschieden.

3. Kategorie: Definition bzw. Interpretation des Argumentationsbegriffs

Argumentieren wird definiert als „mathematische Sachverhalte und Lösungswege erklären und begründen.“(ebd.)

4. Kategorie: Sprachliche Hilfestellungen für Schülerinnen und Schüler

In keinem der Schulbücher sind sprachliche Hilfen in Form von Scaffolds zu finden.

⁵³ Die Lehrerhandreichung wird als Begleitbuch bezeichnet.

5. Kategorie: Methodisch-didaktische Hilfestellungen für Lehrkräfte

In den vier Begleitbüchern finden sich zu jeder Schulbuchseite didaktisch-methodische Hilfen und Erklärungen für Lehrkräfte. Für die Unterrichtsgestaltung wird empfohlen, dass die Verbindung von inhaltlichen und allgemeinen Lernzielen durch den Einsatz produktiver Übungen mit Übungsformaten, wie z.B. Zahlenmauern erfolgen sollte. Zu den Aufgabenstellungen des Übungsformats Zahlenmauern sind Erklärungen und methodische Vorschläge bezüglich der inhaltsbezogenen Kompetenzen zu finden. „Bei Zahlenmauern mit diesen Vorgaben bietet sich eine Lösung durch Ergänzen an.“ (Begleitband Zahlenbuch 1, 2012, 114) „Die Mauern a) und b) sind durch Addition zu lösen. Bei c) und d) muss subtrahiert werden. Die Kinder entscheiden selbst, ob sie ergänzen oder abziehen möchten.“ (Begleitband Zahlenbuch 3, 2012, 21.) Hinweise auf prozessbezogene Kompetenzen, bzw. auf den Zusammenhang beider Kompetenzbereiche sind sehr wenig vorhanden. Teilweise wird darauf verwiesen, dass man nach dem Ausrechnen der Mauern Muster erkennen kann. „Auch hier erkennt man beim Ausrechnen oder nach dem Ausrechnen Muster.“ (Begleitband Zahlenbuch 1, 2012, 112) Diese Formulierung ist sehr allgemein gehalten. Sie enthält keine Erklärung des zugrundeliegenden Algorithmus und keine Hinweise darauf, welche prozessbezogene Kompetenz gefordert wird. In den Begleitbänden 1-3 finden sich einzelne Hinweise auf die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren*. Es wird empfohlen, die operative Veränderung von Zahlen, bez. Steinen als Anlass für Begründungen zu nutzen. „Man kann die Kinder z.B. auch dazu anleiten, die Beziehungen zwischen den Grundsteinen und dem Deckstein zu entdecken und zu begründen.“ (Begleitband Zahlenbuch 1, 137) Teilweise sind die Erläuterungen sehr allgemein gehalten. Das Übungsformat Zahlenmauern soll „nicht nur zur Wiederholung des Rechnens aus dem zweiten Band eingesetzt werden, sondern auch ihre Fähigkeiten zum Beschreiben und Begründen weiterentwickeln.“ (Begleitband Zahlenbuch 3, 28) Ein Teil der Aufgabenstellungen sind mit Hinweisen und Erläuterungen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* versehen.

Tabelle 53: Auswertung der Begleitbände zum Unterrichtswerk „Zahlenbuch“

	Klasse 1	Klasse 2	Klasse 3	Klasse 4
Hinweis auf bzw. Erläuterung zu prozessbezogenen Kompetenzen	3	1	3	0

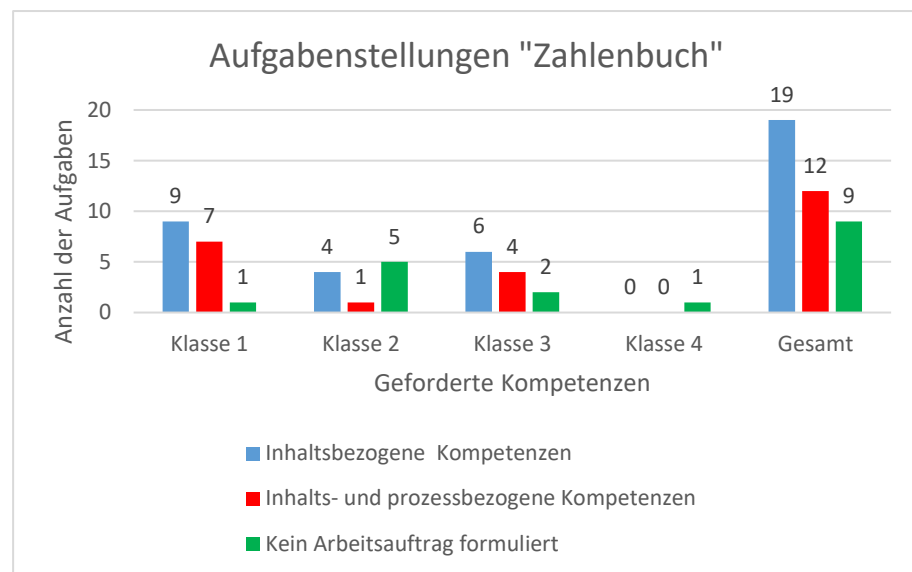
Quelle: eigene Darstellung

In keinem der Begleitbände finden sich Tipps für sprachliche Hilfen oder Formulierungsvorschläge in Form von Scaffolds.

6. Kategorie: Formulierung der Aufgabestellungen bezüglich der Evokation inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen

Die folgende Tabelle zeigt die durch Aufgabenstellungen evozierten Kompetenzen in dem Unterrichtswerk „Zahlenbuch“.

Tabelle 54: Aufgabenstellungen Zahlenmauern „Zahlenbuch“



Quelle: eigene Darstellung

Das Übungsformat Zahlenmauern kommt in den Schulbüchern aller Jahrgänge vor, am häufigsten in den Schulbüchern für die Klassen 1-3. Die Anzahl der Operatoren, die nur inhaltsbezogene Kompetenzen evokieren ist im Vergleich zu denen, die beide Kompetenzbereiche umfassen, deutlich höher. Mehr als ein Drittel aller Zahlenmauern haben keinen formulierten Arbeitsauftrag.

10.3.4 Denken und Rechnen

1. Kategorie: Methodisch-didaktische Grundkonzeption des Unterrichtswerks

Das Unterrichtswerk „Denken und Rechnen“ (2011, Bd. 1-4) bietet für jede Jahrgangstufe der Grundschule ein eigenes Schulbuch und dazugehörige Lehrermaterialien für Lehrkräfte an. Bei der Grundkonzeption sind nach Angaben der Autoren die aktuellen fachdidaktischen und pädagogischen Diskussionen und die Erfahrungen von vielen Lehrerinnen und Lehrern berücksichtigt (Denken und Rechnen 1, Lehrermaterialien, 2011, 3). Als Leitgedanke für den Kompetenzerwerb wird formuliert, dass verstärkt selbstgesteuerte Lösungswege durch Rechenkonferenzen oder Forschungsaufträge eine produktive Auseinandersetzung mit dem Lernstoff ermöglichen sollen (ebd.).

1. Kategorie: Darstellung der Kompetenzanforderungen der Bildungsstandards und Lehrpläne Mathematik GS

Die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* wird in allen vier Lehrermaterialbänden als eine Weiterführung der Kompetenz Kommunizieren definiert. „Vorrangig sollen die Kinder ihre Fähigkeit schulen, mathematische Aussagen zu hinterfragen und auf Korrektheit zu prüfen, mathematische Zusammenhänge zu erkennen und Vermutungen zu entwickeln. ...Aufgabenformulierungen wie ‚überlege‘, ‚erkläre‘, ‚begründe‘ regen immer dazu an, Begründungen zu suchen und Rechenwege anderer nachzuvollziehen.“ (ebd., 4-5.)

2. Kategorie: Definition bzw. Interpretation des Argumentationsbegriffs

Der Argumentationsbegriff wird nicht erläutert, bzw. definiert.

3. Kategorie: Sprachliche Hilfestellungen für Schülerinnen und Schüler

Im Schülerbuch 3 ist ein Scaffold als sprachliche Hilfe formuliert.

„Beschreibt, wie sich die Zahlenmauern verändern. Die unteren Zahlen werden jeweils __. Deshalb wird die Zielzahl __.“

(Denken und Rechnen, Schülerbuch 3, 2011, 8)

Der erste Satz weist auf das „Beschreiben WAS“ hin. Im zweiten Satz wird durch die Vorgabe des Adverbs „deshalb“ die Formulierung des Algorithmus entlastet.

4. Kategorie: Methodisch-didaktische Hilfestellungen für Lehrkräfte

In den Lehrerhandreichungen werden zu Beginn jedes Kapitels die inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen in sehr allgemeiner Form aufgelistet. Die allgemeinen Kompetenzbeschreibungen werden durch Kommentare auf den einzelnen Schulbuchseiten konkretisiert. Zu allen Aufgabenstellungen des Übungsformats Zahlenmauern sind Erklärungen und methodische Vorschläge bezüglich der inhaltsbezogenen Kompetenzen zu finden. „Bei den Aufgaben 7 bis 9 und 11 müssen die Kinder neben dem Addieren auch das Subtrahieren und das Ergänzen anwenden, um zu den entsprechenden Lösungen zu gelangen.“ (Denken und Rechnen 1, Lehrermaterialien, 2011, 211) „Die Zahlenmauern nach dem bekannten Muster mithilfe von Addition und Subtraktion lösen.“ (Denken und Rechnen 2, Lehrermaterialien, 2011, 163)

Nur an einer Stelle finden sich Hinweise und bzw. Erläuterungen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren*.

Tabelle 55: Auswertung der Begleitbände „Denken und Rechnen“

	Klasse 1	Klasse 2	Klasse 3	Klasse 4
Hinweis auf bzw. Erläuterung der prozessbezogenen Kompetenz				
Argumentieren	0	1	0	-

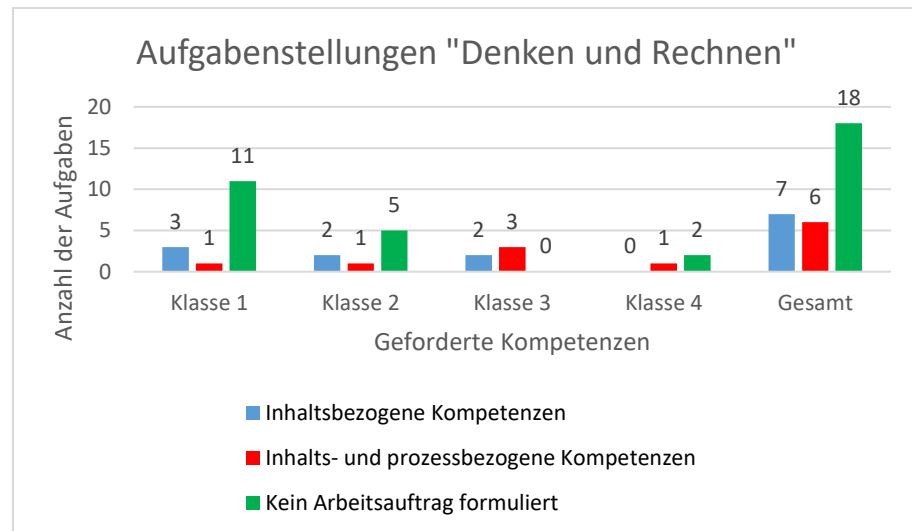
Quelle: eigene Darstellung

In keinem Band der Lehrermaterialien finden sich Tipps für sprachliche Hilfen oder Formulierungsvorschläge in Form von Scaffolds.

5. Kategorie: Formulierung der Aufgabestellungen bezüglich der Evo-
kation inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen

Die folgende Tabelle zeigt die durch Aufgabenstellungen evozierten Kompetenzen in dem Unterrichtswerk „Denken und Rechnen“.

Tabelle 56: Aufgabenstellungen „Denken und Rechnen“



Quelle: eigene Darstellung

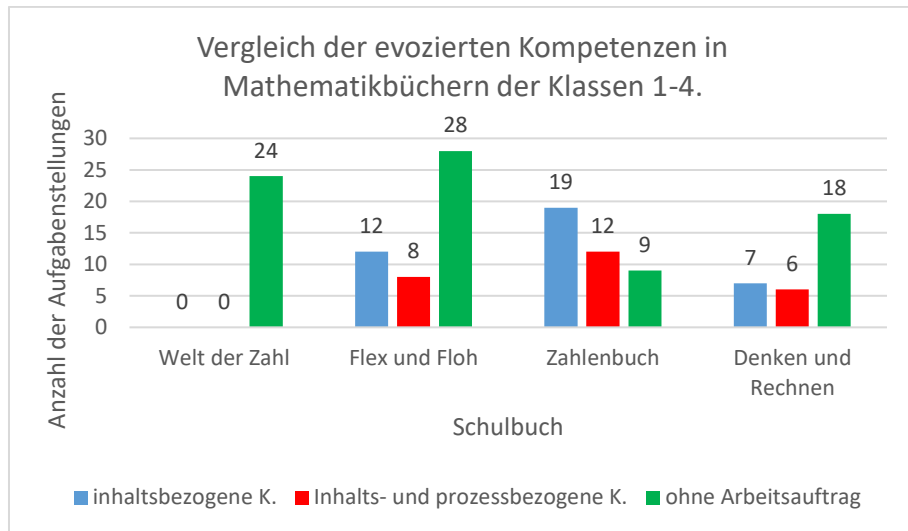
Das Übungsformat Zahlenmauern kommt in den Schulbüchern aller Jahrgänge vor. Die meisten Aufgabenstellungen, besonders die im Schülerbuch 1, enthalten keinen formulierten Arbeitsauftrag.

10.3.5 Zusammenschau

Alle Unterrichtswerke legen ihrer Konzeption die Bildungsstandards und Lehrpläne zu Grunde und beziehen sich auf die Prämissen der konstruktivistischen Lerntheorie. Der Argumentationsbegriff wird in keinem der Unterrichtswerke definiert. Sprachliche Hilfestellungen finden sich sehr vereinzelt. Eine konzeptionelle Implementierung im Sinne einer Taxonomie der sprachlichen Anforderungen fehlt. Diesbezügliche methodisch-didaktische Hilfestellungen für Lehrkräfte sind in keinem der Werke zu finden.

Die folgende Tabelle zeigt die bezüglich des Übungsformats Zahlenmauern evozierten Kompetenzbereiche der analysierten Schulbücher.

Tabelle 57: Evozierte Kompetenzen für das Übungsformat Zahlenmauern in Mathematikbüchern der Klassen 1-4



Quelle: eigene Darstellung

60,1⁵⁴ Prozent der Zahlenmauern erscheinen in den Schulbüchern ohne einen formulierten Arbeitsauftrag. 29,2 Prozent der Aufgabenstellungen evozieren nur inhaltsbezogene Kompetenzen. Lediglich 10 Prozent evozieren beide Kompetenzbereiche. Sowohl bei den Aufgabenstellungen, die ohne Arbeitsauftrag, als auch diejenigen, die nur die inhaltsbezogenen Kompetenzen evozieren, ist davon auszugehen, dass Schülerinnen und Schüler diese Mauern lediglich rechnen. Das geforderte Zusammenspiel beider Kompetenzbereiche wird durch die Aufgabenstellungen in den Schulbüchern nicht ausreichend dargestellt, gefordert und gefördert.

⁵⁴ Die Ergebnisse sind durch die Rundung auf volle Zehntel Näherungswerte. Diese Ergebnisse sind als zuverlässig zu betrachten, da die Abweichungen nicht größer als 0,5 betragen

11. Zusammenschau der Ergebnisse

In diesem Kapitel wird der Kompetenz- und der Argumentationsbegriff in Zusammenhang mit den Ergebnissen der drei Säulen des Forschungsdesigns zusammenfassend betrachtet.

11.1 Methodologische Vorbemerkungen

Die Auseinandersetzung mit der Fragestellung der Arbeit hat deutlich gemacht, dass es sich um ein interdisziplinäres Forschungsfeld handelt. Für diese Studie wird ein multiperspektivisches Design gewählt und versucht, durch die Analyse der theoretischen und normativen Annahmen, die der Formulierung der Kompetenzerwartungen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* zu Grunde liegen, und der Auswertung der empirischen Daten der drei Säulen der empirischen Studie (Unterrichtsstudie, Einschätzung der Lehrkräfte, Schulbuchanalyse), die übergeordnete Forschungsfrage zu beantworten. Dazu werden im Folgenden für zentrale Aspekte der Studie, theoretische sowie normative Annahmen mit den erhobenen Daten trianguliert.

Bestand lange Zeit die Hauptfunktion der Triangulation in der Datenvalidierung, was den Einsatz verschiedener Methoden auf denselben Untersuchungsgegenstand erfordert, wird der Begriff der Triangulation jedoch weiter gefasst.

„Die Triangulation dient [...] dazu, ein umfassenderes, die verschiedenen Facetten des untersuchten Gegenstandes berücksichtigendes und damit angemesseneres Bild zu ermöglichen. Insbesondere sich ergänzende, komplementäre Befunde werden hier als für den Erkenntnisfortschritt wünschenswert betrachtet.“
(Aguado 2014, 52)

Es geht in dieser Studie weniger um die Validierung von Ergebnissen, sondern um „die Konstruktion von plausiblen Erklärungen mithilfe aller zur Verfügung stehenden Mittel.“ (ebd.).

11.2 Die prozessbezogene Kompetenz Argumentieren

Bedingt durch den Paradigmenwechsel der Bildungspolitik verabschiedete die KMK 2004 kompetenzorientierte Bildungsstandards (KMK 2005b) für das Fach Mathematik, die für alle Bundesländer die Grundlage der Neukonzeption ihrer Lehrpläne darstellt. Erstmals werden inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen als gleichwertige Säulen, die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* als integraler Bestandteil für mathematisches Lernen betrachtet (Kap. 2). Obwohl mathematisches Argumentieren eine zentrale Arbeitsweise der Mathematik als beweisende Wissenschaft darstellt, zeigt die theoretische Auseinandersetzung mit dem Begriff der mathematischen Argumentationskompetenz und die Betrachtung der Kompetenzbeschreibungen der Bildungsstandards und Lehrpläne Unschärfen und Widersprüche auf (Kap. 2).

Anhand des Argumentationsmodells von Toulmin kann die Spezifik einer mathematischen Argumentation dargestellt werden. Die Konklusion bildet den Algorithmus und somit die Definition abstrakter Strukturen oder Muster ab und ist **argumentativ nicht** verhandelbar. Die Eigenschaften und Muster dieser Strukturen können durch das Datum, die Regel, bez. der Stützung der Regel argumentativ bearbeitet werden. Diese Besonderheit wird in den Bildungsstandards und Lehrplänen und im fachdidaktischen Diskurs nicht berücksichtigt. Hinzu kommt, dass im fachdidaktischen Diskurs

eine gemeinsame und begründete Operationalisierung des Argumentationsbegriffes ebenso wie eine in Form eines Spiralcurriculums aufgebaute Beschreibung der jeweiligen mathematischen und fach- und bildungssprachlichen Erwartungshorizonte fehlt. , Lehrkräfte müssten diese dargestellte Unklarheiten durch inhaltliche Klärung der Bedeutung des Argumentationsbegriffs im Unterricht entgegenwirken.. Die Auswertung der Lehrkräfteinterviews ergab, dass keiner der Lehrkräfte die dargestellte Problematik bewusst ist (Abschn. 9.2.5). Des Weiteren

sollten die Unschärfen durch entsprechende Hinweise und Erläuterungen in Unterrichtsmaterialien kompensiert werden. Alle vier untersuchten Unterrichtswerke beziehen sich zwar auf die Kompetenzbeschreibungen der Bildungsstandards, die entweder zitiert oder beschreibend dargestellt werden. Der Argumentationsbegriff wird in drei der vier untersuchten Unterrichtsmaterialien nicht erläutert oder definiert. In einem der Schulbücher wird der Argumentationsbegriff mit einer Formulierung beschrieben, die in den Bildungsstandards so nicht zu finden ist (Abschn. 9.3.3). Da normativ und empirisch auf keine Erkenntnisse zurückgegriffen werden kann, hat die Verfasserin für das Pre-Post-Design die Anforderungen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* erfahrungsbasiert definiert und operationalisiert. (Abschn. 9.1)

11.3 Das Zusammenspiel von inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen

Das in den neuen Bildungsstandards (KMK 2005b) formulierte Ziel, die mathematische Grundbildung von Schülerinnen und Schülern zu verbessern, soll durch die Implementierung einer Unterrichtskonzeption, die die Förderung von inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen als gleichwertige Bereiche beschreibt, organisiert werden (Abschn. 2.3). Im folgenden Abschnitt werden Daten dieser Studie bezüglich beider Kompetenzbereiche sowie dessen Zusammenspiels zusammenfassend dargestellt.

Sicherheit bei der Bewältigung der inhaltsbezogenen Kompetenzanforderungen im Bereich *Zahlen und Operationen*, Additionsaufgaben richtig zu lösen, sind für die Aufgabenformate dieser Studie eine entscheidende Voraussetzung zur Realisation einer mathematischen Argumentation. Nur durch das richtige Ausrechnen von fehlenden Steinen kann der Algorithmus dargestellt und erkennbar werden. Aufschlussreich sind die Daten der Unterrichtsstudie, die zeigen, dass circa ein Viertel der Schülerinnen und Schüler zu Beginn der Unterrichtsreihe nicht über

diese Kompetenz verfügen (Abschn. 10.1.1 und 10.1.3). Die Auswertung der Posttests zeigt, dass auch nach Beendigung der Unterrichtsreihe circa 20 Prozent der Schülerinnen und Schüler die erforderliche inhaltliche Kompetenz im Bereich *Zahlen und Operationen*, die Zahlenmauern auszurechnen, nicht erreichen konnte. Circa drei Viertel der Schülerinnen und Schüler kann diese Kompetenzanforderungen erfüllen (Abschn. 10.1.4.). Die Daten dieser Studie korrespondieren mit den Ergebnissen des IQB-Ländervergleichs (Stanat et al. 2012) und denen der TIMMS-Studie (Wendt et al. 2016). Die Autoren beider Schulleistungsstudien prognostizieren für die genannte Gruppe von Schülerinnen und Schülern erhebliche Schwierigkeiten in der Sekundarstufe I (Abschn. 4.3.1). Bezüglich des Kompetenzerwerbs der inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* ist somit eine deutliche Divergenz der Leistungen zu konstatieren, die nach Durchführung der Unterrichtsreihe dieser Studie nicht verbessert wurde.

Nicht vorhandene Kompetenzen müssten durch das Handeln der Lehrkräfte sowie durch Differenzierungsangebote in Unterrichtsmaterialien bearbeitet werden. Die Lehrkräfte schätzen die Schwierigkeiten ihrer Schülerinnen und Schüler bezüglich der inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* jedoch geringer als diejenigen im Bereich der prozessbezogenen *Kompetenzen Argumentieren* ein. Keine der Lehrkräfte identifizierte eine große Gruppe ihrer Schülerinnen und Schüler als Risikogruppe. Eine Lehrkraft bemerkt diesbezügliche Probleme und variierte den Zahlenraum, nannte aber keine gezielten Fördermaßnahmen (Abschn. 10.2). In den Unterrichtsmaterialien sind allgemeine Hinweise zur Wahl des Rechenweges z.B. Addition- oder Subtraktionsaufgaben, Zerlegungs- oder Ergänzungsaufgaben zu finden. Die zur Lösung dieser Aufgaben erforderlichen arithmetischen Kompetenzen, werden nicht thematisiert, sondern vorausgesetzt. (Abschn. 10.3). Diesbezügliche Förderangebote fehlen.

Die Anforderungen der Bildungsstandards bezüglich der prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* werden für diese Studie durch die

Items „Mathematische Zusammenhänge erkennen (Beschreiben WAS) und Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten erklären (Erkläre den Rechenrick)“ erfasst (Abschn. 8.2). Allgemeine sprachliche Kompetenzen, die anhand der Auswertung der Schülertexte mittels der Profilanalyse ermittelt wurden, haben keine (Beschreiben WAS) oder nur eventuell nur sehr geringe Auswirkungen (Erklären) auf die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* (Abschn. 10.1.2 und 10.1.3). Zu Beginn der Unterrichtsreihe gelingt es lediglich sechs Prozent der Schülerinnen und Schülern, den Algorithmus der Mauern korrekt und verständlich und zumindest ansatzweise mit fach- und bildungssprachlichen Mitteln zu beschreiben oder zu erklären. Bei dem Item „Beschreiben WAS“ erreichen 18 Prozent der Schülerinnen und Schüler keinen, 50 Prozent einen Punkt. Beim Item „Erklären“ sind es 72 Prozent, die keinen und 15 Prozent der Schülerinnen und Schüler, die einen Punkten erreichen. Nach Beendigung der Unterrichtsreihe verbessern sich die Leistungen für beide Items geringfügig. Die Zahl der Schülerinnen und Schüler, die drei oder vier Punkte erreichen, beträgt für das Item „Beschreiben WAS“ 16 Prozentpunkte, für das Item „Erklären“ 11 Prozentpunkte. Die Zahl der Schülerinnen und Schüler, die nach Beendigung der Unterrichtsreihe keinen oder nur einen Punkt erreicht und somit nur eine fehlerhafte oder unpassende Beschreibung oder Erklärung formuliert, verringert sich, beträgt aber dennoch 17 Prozentpunkte für das Item „Beschreiben WAS“ und 32 Prozentpunkte für das Item „Erklären“. Somit ist das Kompetenzniveau für den Bereich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* für die meisten Schülerinnen und Schüler niedriger als das der inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen*. Die in den Lehrplänen und Bildungsstandards formulierten Kompetenzanforderungen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* werden somit von den meisten der Schülerinnen und Schülern dieser Studie nicht erreicht. Diese Ergebnisse bestätigen die Befunde der Studien von Fetzer (2011), Bezold (2009) und Neumann, Beier, Rubisch (2014) (Abschn. 4.4.3) Werden diese Ergebnisse im Zusammenhang mit der Einschätzung der

Lehrkräfte sowie der Konzeption der Unterrichtsmaterialien betrachtet, zeigt sich, dass Schülerinnen und Schüler wahrscheinlich nur wenig unterrichtliche Unterstützung erfahren. Keiner der Lehrkräfte äußert sich zu dieser Problematik, bei der Konzeption der Unterrichtsmaterialien sowie der Lehrerhandreichungen werden die Lernvoraussetzungen nicht thematisiert.

Nach der Darstellung der beiden Kompetenzbereiche im Einzelnen wird im Folgenden deren Zusammenspiel diskutiert. Das geforderte Zusammenspiel der beiden Kompetenzbereiche wird von keiner der Lehrkräfte explizit als Planungsziel genannt. Die Auswertung der Unterrichtsmaterialien zeigen, dass die Verzahnung beider Kompetenzbereiche nicht systematisch umgesetzt ist. Lediglich 22 Prozent aller Aufgabenstellungen evozieren beide Kompetenzbereiche (Abschn. 10.3.5)

11.4 Kompetenzerwerb und Unterrichtskonzeption

Die Einführung der Bildungsstandards war verbunden mit der Entwicklung von neuen, auf konstruktivistischen Lerntheorien basierenden Unterrichtsprinzipien und methodischen Arrangements wie substanziellen Lernumgebungen, die selbstgesteuertes, kooperatives, problemlösendes und authentisches Lernen ermöglichen sollen (Kap.5). Demgegenüber stehen die Annahmen der Vertreter einer Konzeption von sprachbewusstem Fachunterricht. Hier wird die Bedeutung des sprachlichen Inputs betont. Fach- und bildungssprachliches Repertoire darf nicht vorausgesetzt werden, sondern muss integriert mit dem fachlichen Lernen im Unterricht, z.B. durch Scaffolds, gezielt vermittelt werden. Um Erkenntnisse zu diesem Spannungsfeld zu gewinnen, ist für diese Studie die Gesamtstichprobe in zwei Gruppen geteilt worden, von denen eine Gruppe mit und eine Gruppe ohne Hilfe in Form von Scaffolds unterrichtet wurde. Die Scaffolds sind nach linguistischer Analyse des erforderlichen fach- und bildungssprachlichen Repertoires der Argumentationsprozesse im Rahmen der zur Bearbeitung des Übungsformat Zahlenmauern geforderten Aufgabenstellungen entwickelt worden. Dazu

werden insbesondere die inhaltlich in Bezug auf Datum und Konklusion vorgezeichneten syntaktischen Strukturen sowie spezifische Verben und der Gebrauch von Adverbien berücksichtigt (Abschn. 4.4). Nach Beendigung der Unterrichtsstudie ist sowohl für die Gruppe I, die mit Hilfe von Scaffolds, als auch für die Gruppe II, die ohne Scaffolds unterrichtet wurde, ein Lernzuwachs für beide Kompetenzbereiche zu verzeichnen. Für die erste Aufgabenstellung „Beschreiben WAS“ und dritte Aufgabenstellung „Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen“ hat die Gruppe I, die mit sprachlicher Unterstützung in Form von Scaffolds unterrichtet wurde, deutlich bessere Lernergebnisse erzielt. Die Lernergebnisse der zweiten Aufgabenstellung „Erklären“ sind für die drei Lerneinheiten nicht einheitlich. Zusammenfassend ist festzustellen, dass die für alle drei Aufgabenstellungen berechnete Rangkorrelation r_s nach Spearman einen geringen statistischen Zusammenhang von Lernergebnissen und sprachlicher Unterstützung zeigt. Sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds könnten zu einer geringen Verbesserung der Leistungen geführt haben (Abschn. 10.1.4).

Bezüglich des Spannungsfeldes Konstruktion versus Instruktion geben die Lehrkräfte an, dass nach ihren Beobachtungen Schülerinnen und Schüler Fachbegriffe fehlen und Schwierigkeiten bei der Darstellung der Rechenwege bestehen. Als sprachliche Hilfen werden Wortspeicher, Plakate, sprachliche Impulse sowie Hilfen bei der Versprachlichung der Rechenwege genannt. Das Spannungsfeld Konstruktion versus Instruktion sowie ein Konzept für einen sprachbewussten Fachunterricht oder ein entsprechendes Synonym dafür, verbunden mit einer konzeptionellen Vorstellung zur Notwendigkeit der Verbindung von fachlichem und sprachlichem Lernen, wird nicht genannt.

Die vier untersuchten Schulbücher einschließlich ihrer Lehrerhandreichungen beziehen sich in bei der Darstellung ihrer methodisch-didaktischen Grundkonzeption auf die in den Bildungsstandards formulierten Grundannahmen. Lernen solle als „konstruktiver Akt in sozialer Lernumgebung, eigenständig, individuell, selbstgesteuert“ (Abschn. 10.3)

organisiert werden. Keines der Unterrichtswerke beschreibt ein Konzept für einen sprachbewussten Mathematikunterricht. Keines der Werke entlastet die geforderten Lernprozesse durch sprachliche Hilfestellungen in Form von Scaffolds. Eines der Schulbücher dient als Selbstlernmaterial, kann somit als „Teamteacher“ bezeichnet werden, was vermutlich Hilfestellungen seitens der Lehrkräfte deutlich reduzieren lässt (Abschn. 9.3.1). In zwei der vier untersuchten Schulbücher finden sich zur Strukturierung des Argumentationsprozesses bei einer, bzw. zwei Aufgaben sprachliche Hilfen für Schülerinnen und Schüler. Eine systematische Förderung sprachlicher Kompetenzen findet sich in keinem Schulbuch. Ebenso sind in keinem der Lehrerhandbücher sprachliche Hilfen in Form von Scaffolds als Anregungen oder Hilfestellungen für Lehrkräfte zu finden (Abschn. 10.3)

11.5 Kompetenzen ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler

Sowohl die Large-Scale Studien *TIMMS* (Wendt et al. 2016), *PISA* (Reiss et al. 2019) als auch der *IQB-Ländervergleich* (Stanat et al. 2012) sowie die Vergleichsarbeiten *VERA* (QUA-LIS NRW 2019) belegen einen Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft, Migrationshintergrund, Sprachkompetenz und Mathematikleistung auf (Abschn. 4.3.2). Die SOKKE-Studie (Heinze et al. 2011) zeigt auf, dass Grundschulkindern der ersten Klasse, die Deutsch als Zweitsprache lernen, schlechtere Lernergebnisse erzielen und dass der Leistungsunterschied in den folgenden Schuljahren nicht ausgeglichen werden konnte (Abschn. 4.5). Studien, die Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler bezüglich der prozessbezogenen Kompetenz *Argumentieren* untersucht haben, sind der Verfasserin nicht bekannt.

Im folgenden Abschnitt werden die von den ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schülern erzielten Lernergebnisse dieser Studie zusammengefasst.

Bezüglich einer Diskrepanz der Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler stimmen die Befunde dieser Studie nicht

mit denen der Leistungsstudien und Vergleichsarbeiten überein. Die Befunde dieser Studie weisen keine nennenswerten Unterschiede zwischen beiden Gruppen aus.

Ein bedeutsamer Befund ist, dass nur ein kleiner Teil beider Gruppen die Kompetenzanforderungen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* erreichen konnte. Beim Item „Erklären“ erzielten beide Gruppen schlechtere Ergebnisse als beim Item „Beschreibe WAS“.

Bei der dritten Aufgabenstellung „Rechengesetze erkennen – Zahlenmauern ausrechnen“ erreichen 78 bzw. 62 Prozent der Schülerinnen und Schüler vier Punkte, sie haben somit die Kompetenzanforderungen bezüglich der inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bereiches *Zahlen und Operationen* erfüllt. Andererseits haben in diesem Bereich eine große Zahl, sowohl in der Gruppe der einsprachigen als auch in der Gruppe der mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler, keinen Punkt erreicht (14 Prozent der einsprachigen und 23 Prozent der mehrsprachigen SuS) und sind somit als Risikogruppe zu bezeichnen. In diesem Punkt stimmen die Ergebnisse dieser Studie mit denen der Leistungsstudien und Vergleichsarbeiten überein.

Aufschlussreich ist die Analyse der Einschätzung der Lehrkräfte bezüglich der Lernsituation und der Lernerfolge ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler. Es ergibt sich kein einheitliches Bild und teilweise kritisch zu hinterfragende Äußerungen (Abschn. 10.2). Bemerkenswert ist auch, dass keines der untersuchten Unterrichtswerke einschließlich der Lehrermaterialien Hinweise auf die Lernsituationen ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler enthält. Didaktisch-methodische Hilfestellungen, wie zum Beispiel Differenzierungshinweise oder sprachliche Hilfen in Form von Scaffolds sind nicht zu finden.

Schlussendlich kann festgestellt werden, dass eine Unterrichtskonzeption für erfolgreiches Lernen sprachlich heterogener Lerngruppen, sowohl konzeptionell als auch didaktische-methodisch, nicht ausgemacht werden konnte.

12. Beantwortung der Forschungsfragen und Überprüfung der Hypothesen

In diesem Kapitel werden nach Auswertung der empirischen Daten und der zusammenfassenden Betrachtung einzelner Bereiche die Forschungsfragen beantwortet und die Hypothesen überprüft.

Zunächst werden die Forschungsfragen für den Bereich Unterrichtsforschung beantwortet und die aufgestellten Hypothesen überprüft. Es folgt die Beantwortung der Forschungsfragen bezüglich der Einschätzung der Lehrkräfte sowie die der Fragen zur Schulbuchanalyse. Abschließend werden die Ergebnisse zur Beantwortung der übergeordneten Forschungsfrage zusammengefasst.

1. Beantwortung der Forschungsfragen und Hypothesenüberprüfung für den Bereich Unterrichtsforschung:

Nach Auswertung der Daten (Abschn. 10.1) können die ersten beiden Forschungsfragen (F1) und (F2) beantwortet werden.

(F1) Über welche für das Bearbeiten des Übungsformats *Zahlenmauern* notwendigen Lernvoraussetzungen in Bezug auf die allgemeinen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen verfügen die Schülerinnen und Schüler in einer dritten Grundschulklasse?

Bei circa zwei Drittel der Schülerinnen und Schülern der Stichprobe kann davon ausgegangen werden, dass die allgemeinen mathematischen Lernvoraussetzungen im Bereich der Arithmetik, Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 sicher oder weitgehend sicher auszurechnen, vorhanden sind. Bei circa einem Viertel der Schülerinnen und Schülern der Stichprobe fehlen die erforderlichen mathematischen Kompetenzen. Diese Gruppe ist nicht in der Lage, das Übungsformat *Zahlenmauern* im Zusammenspiel der inhalts- und prozessbezogenen

Kompetenzen sinnvoll zu bearbeiten, da falsche Zahlen den Algorithmus nicht abbilden und somit keine Grundlage für einen mathematischen Argumentationsprozess geschaffen wird.

Auf Grund der Überprüfung der allgemeinen sprachlichen Voraussetzungen muss davon ausgegangen werden, dass weniger als die Hälfte der Schülerinnen und Schüler (Profilstufe 3 und 4) über die Kompetenz verfügen, eine Argumentation sprachlich angemessen formulieren zu können. Bei mehr als der Hälfte von ihnen (Profilstufe 0-2) muss davon ausgegangen werden, dass die erforderlichen sprachlichen Kompetenzen zur Formulierung einer Argumentation nicht gegeben sind. Es ist davon auszugehen, dass diese Gruppe, auch wenn aus mathematischer Perspektive, Zusammenhänge und Algorithmen erkannt wurden, diese Erkenntnisse sprachlich nicht ausreichend verständlich formuliert werden können.

(F2) Unterscheiden sich die Lernvoraussetzungen der allgemeinen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler?

Im Bereich der allgemeinen mathematischen Vorkenntnisse unterscheiden sich die Leistungen der ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler nur wenig. Die Leistungsunterschiede sind statistisch nicht signifikant. Es ist davon auszugehen, dass Mehrsprachigkeit als sprachbiografische Voraussetzung keinen Einfluss auf die allgemeinen mathematischen Kompetenzen im Bereich der Arithmetik, Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 sicher lösen zu können, hat.

Im Bereich der allgemeinen sprachlichen Vorkenntnisse sind die Leistungsunterschiede zwischen ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schülern statistisch nicht signifikant. Die Werte der Stichprobe weisen dennoch für die Gruppe der mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler, mit Ausnahmen derjenigen, die die Stufe 4 erreicht haben, geringere allgemeine sprachliche Vorkenntnisse auf. Bei beiden Gruppen ist da-

von auszugehen, dass nur circa ein Viertel aller Schülerinnen und Schüler (Profilstufe 4) über die zur Bearbeitung der Zahlenmauern erforderlichen sprachlichen Kompetenzen verfügen. Für 30 Prozent der einsprachigen und 12 Prozent der mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler (Profilstufe 3) trifft das mit Einschränkungen zu.

(H1) Verworfen: Je besser die allgemeinen sprachlichen Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern im 3. Jahrgang der Grundschule ausgeprägt sind, desto besser sind deren Leistungen für den Bereich der *Argumentationskompetenz* (prozessbezogene Kompetenz) beim Bearbeiten der Zahlenmauern.

Entgegen der Annahme kann kein Zusammenhang zwischen guten allgemeinen sprachlichen Kompetenzen und guten Ergebnissen im Bereich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* nachgewiesen werden. Bei allen drei Aufgabenstellungen ist der errechnete Zusammenhang sehr gering. Gute allgemeine sprachliche Kompetenzen sind kein signifikanter Prädiktor für gute mathematische Argumentationskompetenzen.

(H2) Verworfen: Je besser die mathematischen Fähigkeiten im Bereich *Zahlen und Operationen* (inhaltsbezogene Kompetenzen) von Schülerinnen und Schülern in einer dritten Grundschulklasse sind, desto besser ist deren *mathematische Argumentationskompetenz* (prozessbezogene Kompetenz) beim Bearbeiten der Zahlenmauern.

Entgegen der Annahme können Schülerinnen und Schüler mit besseren allgemeinen mathematischen Kompetenzen im Bereich Zahlen und Operationen (Addition) keine besseren Ergebnisse im Bereich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* erzielen. Für die zwei Aufgabenstellungen „Beschreiben WAS“ und „Erklären“ kann ein nur sehr geringer Zusammenhang nachgewiesen werden. Gute mathematische Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* sind kein signifikanter Prädiktor für eine gute mathematische *Argumentationskompetenz*.

(H3) Bestätigt: Wenn Schülerinnen und Schüler in einer dritten Grundschulklasse beim Bearbeiten von Zahlenmauern sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds erhalten, dann hat das einen positiven Einfluss auf die mathematische Kompetenz im *Bereich Zahlen und Operationen* (inhaltsbezogene Kompetenz).

Werden sprachliche Hilfen in Form von Scaffolds in den Unterricht integriert, verbessern sich die Leistungen im Bereich Zahlen und Operationen (Rechengesetze erkennen – Zahlenmauern ausrechnen). Für die drei Lerneinheiten sind Effekte nachgewiesen. Für die erste Lerneinheit ist ein sehr geringer, die zweite Lerneinheit ein geringer und für die dritte Lerneinheit ein hoher Zusammenhang nachgewiesen.

(H4) Bestätigt: Wenn Schülerinnen und Schüler in einer dritten Grundschulklasse beim Bearbeiten von Zahlenmauern sprachliche Unterstützung in Form von Scaffolds erhalten, dann hat das einen positiven Einfluss auf die *Argumentationskompetenz* (prozessbezogene Kompetenz).

Für beide Items - „Beschreiben WAS“ und „Erklären“ - kann eine Verbesserung der Leistungen festgestellt werden.

(H5) Verworfen: Mehrsprachige Schülerinnen und Schüler erzielen beim Bearbeiten der Zahlenmauern im *Bereich Zahlen und Operationen* (inhaltsbezogene Kompetenz) schlechtere Lernergebnisse als einsprachige.

Für diese Stichprobe kann entgegen der Annahme kein Zusammenhang zwischen dem sprachbiografischen Hintergrund und den Lernergebnissen im Bereich der inhaltsbezogenen Kompetenzen nachgewiesen werden. Die Unterschiede der Lernergebnisse von ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler sind gering.

(H6) Verworfen: Mehrsprachige Schülerinnen und Schüler erzielen beim Bearbeiten der Zahlenmauern im *Bereich Argumentieren* (prozessbezogene Kompetenzen) für die Items „Beschreiben WAS“ und „Erklären“ schlechtere Lernergebnisse als einsprachige.

Für diese Stichprobe kann entgegen der Annahme kein Zusammenhang zwischen dem sprachbiografischen Hintergrund und den Lernergebnissen im Bereich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* nachgewiesen werden. Die Unterschiede der Lernergebnisse von ein- und mehrsprachigen Schülerinnen und Schülern sind gering.

2. Beantwortung der Forschungsfragen für den Bereich Einschätzung der Lehrkräfte

Nach Auswertung der Daten (Abschn. 10.2) können die Forschungsfragen (F3), (F4) und (F2) beantwortet werden.

(F3) Welche Lernziele formulieren die beteiligten Lehrkräfte für das Übungsformat Zahlenmauern?

Keine der Lehrkräfte nennt als Lernziel die in den Bildungsstandards und Lehrplänen formulierte Vorgabe, inhalts- und prozessbezogene als gleichwertige Säulen zu betrachten, um durch deren Zusammenspiel einen Kompetenzzuwachs beim mathematischen Lernen zu erzielen. Für den Bereich der inhaltsbezogenen Kompetenzen werden das Rechnen von Plus- und Minusaufgaben genannt. Lehrkräfte nennen weitere Lernziele, die im weitesten Sinne den prozessbezogenen Kompetenzen zuzuordnen sind. Die meisten der genannten Formulierungen sind weder in den Bildungsstandards noch in den Lehrplänen zu finden.

(F4) Wie schätzen die beteiligten Lehrkräfte die allgemeinen mathematischen und sprachlichen sowie die fach- und bildungssprachlichen Kompetenzen und mögliche Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler während des Lernprozesses bezüglich des Übungsformats Zahlenmauern ein?

Die Lehrkräfte schätzen die Schwierigkeiten ihrer Schülerinnen und Schüler bezüglich der mathematischen Kompetenzen geringer als die sprachlichen Kompetenzen ein. Für den Bereich der sprachlichen Kom-

petenzen werden Schwierigkeiten bei der Verwendung von Fachbegriffen sowie der sprachlichen Realisation der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* genannt. Die Einschätzungen bezüglich eines möglichen Zusammenhangs von Kompetenzniveau und Sprachbiografie sind nicht einheitlich. Schlechtere Leistungen werden auch an Faktoren wie Sprachbegabung, allgemeine Leistungsstärke gekoppelt oder können nicht beantwortet werden.

(F5) Wie unterstützen und fördern die beteiligten Lehrkräfte Schülerinnen und Schüler in ihrer Kompetenzentwicklung?

Bezüglich der Unterstützung der Kompetenzentwicklung im Bereich der Arithmetik werden keine Angaben gemacht. Für den sprachlichen Bereich werden Beispiele von Scaffolds genannt. Konzeptionelle Überlegungen bezüglich der Planung des eigenen Unterrichts in Form eines sprachbewussten Fachunterrichts äußert keine der Lehrkräfte.

3. Beantwortung der Forschungsfragen für den Bereich Schulbuchanalyse

Nach Auswertung der Daten (Abschn. 10.3) können die Forschungsfragen (F6), (F7) und (F8) beantwortet werden.

(F6) Welche Kompetenzbereiche werden durch das Übungsformat Zahlenmauern in den Schülerbüchern evoziert?

Der Anteil der Aufgabenstellungen, die inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen im Zusammenspiel evozieren, ist sehr gering. Die meisten Aufgabenstellungen erscheinen ohne einen formulierten Arbeitsauftrag oder mit einem, der lediglich inhaltsbezogene Kompetenzen evoziert.

(F7) Wird der Argumentationsbegriff für das Fach Mathematik in Schülerbüchern und Lehrerhandreichungen präzisiert oder definiert?

In keinem der Unterrichtswerke, einschließlich der Lehrerhandreichungen, wird der Begriff einer mathematischen Argumentation definiert oder präzisiert.

(F8.1) Können Schülerinnen und Schüler in Zusammenhang mit dem Übungsformat Zahlenmauern in Schülerbänden auf sprachliche Hilfen in Form von Scaffolds zurückgreifen?

Schüler und Schülerinnen können auf einzelne sprachliche Hilfen in Form von Scaffolds zurückgreifen. Ein Konzept im Sinne eines sprachbewussten Unterrichts fehlt in allen Unterrichtswerken.

(F8.2) Enthalten Lehrerhandreichungen Vorschläge für den Einsatz sprachlicher Hilfen in Form von Scaffolds zur Unterstützung der Argumentationskompetenz?

In keinem der Lehrerbände finden sich Vorschläge zur Unterstützung der Argumentationskompetenz durch den Einsatz sprachlicher Hilfen in Form von Scaffolds.

Abschließend wird die übergeordnete Forschungsfrage beantwortet.

Inwiefern hängt der Lernerfolg beim mathematischen Lernen bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* und der inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* im Mathematikunterricht der Grundschule von sprachlichen Fähigkeiten ab?

Inwiefern kann der Lernerfolg durch sprachliche Hilfestellungen gefördert werden?

Für die Beantwortung der Forschungsfrage werden die inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen im Zusammenspiel dargestellt. Dazu werden Ergebnisse der theoretischen Analyse des Begriffes der mathematischen Argumentationskompetenz, die Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler wie sprachbiografische Daten und

allgemeine sprachliche Kompetenzen sowie das Repertoire an fach- und bildungssprachlichen Kompetenzen für das mathematische Lernen betrachtet.

Aus der theoretischen Betrachtung des Argumentationsbegriffes wird abgeleitet, dass für den Bereich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* mathematisches Lernen nur dann angemessen organisiert und valide überprüft werden kann, wenn die Operatoren, die eine mathematische Argumentation verlangen („Beschreiben WIE und WAS“, „Erklären WIE und WAS“, Begründen und Beweisen), seitens der Fachdidaktik eindeutig definiert und operationalisiert sind.

Für diese Studie kann kein Zusammenhang zwischen sprachbiografischen Voraussetzungen – ein- und mehrsprachig – und mathematischem Lernen sowohl für den Bereich der inhaltsbezogenen als auch für den Bereich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* nachgewiesen werden.

Es kann kein Zusammenhang zwischen guten allgemeinen sprachlichen Kompetenzen und der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* für die Bereiche „Beschreiben WAS“ und „Erklären“ nachgewiesen werden. Schlussfolgernd ist festzustellen, dass die mathematische Argumentationskompetenz wahrscheinlich nicht durch eine Förderung der allgemein sprachlichen Kompetenzen zu verbessern ist.

Für den Bereich der inhaltsbezogenen *Kompetenz Zahlen und Operationen* kann nur bedingt ein Zusammenhang zum sprachlichen Lernen nachgewiesen werden. Die zu Beginn der Unterrichtsreihe für diesen Bereich identifizierte Risikogruppe, die circa ein Viertel der Schülerinnen und Schüler umfasst, konnte nach Beendigung der Unterrichtsreihe auch für die Gruppe, die mit Hilfe sprachlicher Unterstützung in Form von Scaffolds unterrichtet wurde, kaum reduziert werden. Durch sprachliche Unterstützung der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* können grundlegende Probleme im Bereich der inhaltsbezogenen *Kompetenz Zahlen und Operationen*, Bereich der Addition, nicht behoben werden. Somit ist davon auszugehen, dass die Förderung der grund-

legenden Kompetenzen im Bereich der Addition anders, zum Beispiel durch den Aufbau mentaler mathematischer Grundvorstellungen mittels geeigneter Anschauungs- und Veranschaulichungsmittel erfolgen muss. Inwieweit hier sprachliche Unterstützung die Ausbildung der arithmetischen Kompetenzen durch Klärung von fach- und bildungssprachlichen Begriffen sowie durch sprachliche Hilfestellungen hinsichtlich des Verständnisses mathematischer Hilfsmittel wie Zahlenstrahl, Stellenwerttafel oder Hundertertafel beeinflusst, wird in dieser Arbeit nicht thematisiert.

Die skizzierten Befunde zeigen, dass nur ein sehr geringer Teil der Schülerinnen und Schüler vor Beginn der Unterrichtsreihe in der Lage ist, die Anforderungen für den Bereich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* zu erfüllen. Somit stimmen die Ergebnisse dieser Studie mit Befunden vorhandener Studien überein (Abschn. 4.4.3). Im Gegensatz zur prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* beherrscht ein sehr großer Teil der Schülerinnen und Schüler die Anforderung der inhaltsbezogenen Kompetenz im Bereich *Zahlen und Operationen*. Sie erkennen den Algorithmus und rechnen die Zahlenmauern richtig aus, viele sind aber nicht in der Lage, diese Erkenntnisse durch Beschreibung oder Erklärung des Algorithmus sprachlich auszudrücken. Nach Beendigung der Unterrichtsreihe erzielt die Gruppe, die mit Hilfe von Scaffolds unterrichtet wurde, bessere Ergebnisse als die Gruppe, die ohne Hilfe in Form von Scaffolds unterrichtet wurde. Allerdings sind die Ergebnisse insgesamt auch für diese Gruppe nicht ausreichend. Es kann somit festgestellt werden, dass die mathematische Argumentationskompetenz in einem sehr großen Maße von der Beherrschung des aufgabenspezifischen fach- und bildungssprachlichen Repertoires abhängt und nicht alleine im sozialen Austausch zwischen Schülerinnen und Schülern mit ihren Lehrkräften oder zwischen Schülerinnen und Schülern untereinander erworben wird. Erfolgreiches mathematisches Lernen bedarf einer sprachbewusst organisierten Unterrichtskonzeption, die die Schülerinnen und Schüler durch gezielte Hilfestellungen in Form von Scaffolds unterstützt. Dazu müssen Lehrkräfte ausgebildet

sein und bei ihrer Unterrichtsplanung auf sprachsensibel konzipierte Unterrichtsmaterialien zurückgreifen können.

13. Fazit

In diesem letzten Kapitel werden zunächst die dargestellten Ergebnisse der Studie zusammengefasst. Die Ergebnisse werden diskutiert, interpretiert, anschließend die Grenzen des Forschungsprojekts aufgezeigt. Im Anschluss folgen Handlungsempfehlungen für die Gestaltung eines sprachbewussten Mathematikunterrichts sowie die Formulierung von Anschlussfragen.

13.1 Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit ist es, zu untersuchen, inwieweit die mathematische Argumentationskompetenz mit fachlichen sowie fach- und bildungssprachlichen Kompetenzen zusammenhängt. Um dieses Ziel zu erreichen, wird zunächst die Genese der normativ formulierten Kompetenzerwartungen in den Bildungsstandards und Lehrplänen dargestellt sowie der Begriff der Argumentation aus argumentationstheoretischer, linguistischer und mathematikdidaktischer Perspektive betrachtet.

Durch die theoretische Analyse des Argumentationsbegriffs können die Spezifika einer mathematischen Argumentation dargestellt werden. Es wird deutlich, dass diese in den Bildungsstandards und Lehrplänen nicht formuliert sowie in der Fachdidaktik Mathematik nicht thematisiert werden. Die Auslegung des Argumentationsbegriffs hier ist vielfältig und ungenau.

Nach Sichtung des empirischen Forschungsstandes bezüglich geforderten, erforderlichen und erreichten Kompetenzen im Fach Mathematik aus bildungswissenschaftlicher, linguistischer und mathematikdidaktischer Perspektive und der Betrachtung der Unterschiede der Unterrichtskonzeptionen sowohl eines kompetenzorientierten als auch eines sprachbewussten Unterrichts, wird ein aus drei Säulen bestehendes Forschungsdesign – Pre-Post-Design für den Bereich Unterricht, Einschätzung der Lehrkräfte, Schulbuchanalyse- entwickelt. Im Rahmen des

Pre-Post-Designs wird in getrennten Skalen Daten zu der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* und zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* erhoben, mit einem einheitlichen Kategoriensystem ausgewertet und somit vergleichbar gemacht. Der Unschärfe des Argumentationsbegriffes wird in der empirischen Unterrichtsstudie durch die Operationalisierung der Anforderungen „Beschreiben WAS“ und „Erklären“ begegnet. Die Ergebnisse der empirischen Unterrichtsstudie zeigen, dass die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* ohne sprachliche Hilfestellungen für den größten Teil der Schülerinnen und Schüler unabhängig vom sprachbiografischen Hintergrund - einsprachig oder mehrsprachig - nicht realisiert und kurzfristig auch nicht zufriedenstellend erworben werden kann. Die Ergebnisse der Gruppe mit sprachlichen Hilfestellungen sind ebenfalls als nicht zufriedenstellend zu werten. Die Anforderungen der inhaltsbezogenen Kompetenz im Bereich *Zahlen und Operationen* können zwar von einer Mehrheit der Schülerinnen und Schüler erfüllt werden, jedoch sind hier circa ein Fünftel von ihnen als Risikogruppe, die die erforderlichen Grundanforderungen nicht erfüllen, identifiziert, unabhängig vom sprachbiografischen Hintergrund. In dieser Studie wird, wie von den Bildungsstandards gefordert, das Zusammenspiel beider Kompetenzbereiche organisiert. Es werden weder die inhaltsbezogenen Kompetenzen im Bereich *Zahlen und Operationen* noch die prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* entscheidend verbessert.

Die durch die Studie ermittelten Lernausgangssituationen und Lernergebnisse werden von keiner der beteiligten Lehrkräfte erkannt. Es wird weder auf die Risikogruppe der Schülerinnen und Schüler im Bereich Zahlen und Operationen hingewiesen, noch die Anforderungen der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* beschrieben. Methodische Hilfen im Sinne eines sprachsensiblen Unterrichts werden vereinzelt genannt, ein Konzept kann keine der Lehrkräfte darstellen.

In den analysierten Unterrichtswerken lässt sich ebenso kein Konzept für einen sprachbewussten Unterricht, keine Klarheit in Bezug auf die

Präzisierung des Argumentationsbegriffes sowie einer methodisch-didaktisch aufbereiteten Konzeption zur Verzahnung beider Kompetenzbereiche (prozessbezogen/inhaltsbezogen), so wie in Bildungsstandards und Lehrplänen gefordert, finden. Hinweise auf Differenzierungsangebote, die an die Lernausgangslage der Risikogruppe angepasst sind, fehlen.

13.2 Diskussion der Ergebnisse

Der den Bildungsstandards und Lehrplänen zugrundeliegende Kompetenzbegriff ist mehrdeutig und innerhalb verschiedener wissenschaftlicher Disziplinen nicht trennscharf. Die von Jung formulierten kompetenztheoretischen Defizite wie „fehlende Trennschärfe zu anderen pädagogisch-didaktischen Leitbegriffen (Qualifikation, Fähigkeiten und Kenntnisse) [...] eine mangelnde Gestuftheit des Kompetenzerwerbs und der entworfenen Kompetenzmodelle“ (Jung 2020,19) können hinsichtlich der Kompetenzanforderungen für eine mathematische Argumentation bestätigt werden.

Es mag verwundern, dass der Begriff der mathematischen Argumentationskompetenz, obwohl ein zentrales Element bei der Neuausrichtung der Bildungsstandards und Lehrpläne für das Fach Mathematik, die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzen sollen, „Anforderungen tatsächlich zu bewältigen“ (Walther et al. 2016, 21) sowie „positive Einstellungen und Grundhaltungen im Fach, [...] Freude an der Mathematik [...] [aufzubauen]“ (KMK 2005b, 6) sowohl seitens der Fachdidaktik und als auch in den Kompetenzbeschreibungen der Bildungsstandards und Lehrplänen nicht einheitlich definiert ist (Abschn. 3.3). Darüber hinaus ist bemerkenswert, dass die Spezifik einer mathematischen Argumentation nicht präzise gefasst ist und der Argumentationsbegriff seitens der Fachdidaktik unterschiedlich ausgelegt wird (Abschn. 3.3.3). Hier muss Klarheit geschaffen werden. Des Weiteren fehlen sowohl in den Bildungsstandards und Lehrplänen als auch seitens der Fachdidaktik eine schlüssige und theoretisch begründete Taxono-

mie der Kompetenzanforderungen, wie für den Bereich der inhaltsbezogenen Kompetenzen vorhanden. Diese Taxonomie muss erstellt werden. Sie ist eine entscheidende Grundlage für den Lernerfolg, nur auf ihrer Grundlage können sprachliche Hilfen passgenau formuliert werden.

Bezüglich der methodisch-didaktischen Gestaltung eines erfolgreichen Mathematikunterrichts stehen die konzeptionellen Vorstellungen seitens der Befürworter des kompetenzorientierten Unterrichts zumindest teilweise mit denen des sprachbewussten Unterrichts durch unterschiedliche Sichtweisen auf die Bedeutung des Inputs in einem Widerspruch. Eine Steigerung von Lernerfolgen durch die im Rahmen des kompetenzorientierten Unterrichts empfohlenen Unterrichtsformate wie substanziellen Lernumgebungen einschließlich deren Übungsformate - wie das Übungsformat Zahlenmauern - ist empirisch nicht belegt. Seit PISA 2000 (Baumert et al. 2001) haben sich die Leistungen der Schülerinnen und Schüler nicht nennenswert verbessert. Die Large-Scale-Studien und Vergleichsarbeiten weisen nach wie vor große Leistungsunterschiede zwischen leistungsstarken und leistungsschwachen Schülerinnen und Schüler aus, die in Deutschland signifikant höher als im OECD-Durchschnitt sind (Reiss 2019, 204). Die Ergebnisse der TIMMS-Studien 2007 und 2015 (Wendt et al. 2016) zeigen, dass der Anteil leistungsstarker Schülerinnen und Schüler im internationalen Vergleich gering ist und circa 20 Prozent der Schülerinnen und Schüler als Risikogruppe zu bezeichnen sind. Die empirischen Ergebnisse dieser Studie weisen für den Bereich der inhaltsbezogenen Kompetenzen ebenfalls circa 20 Prozent der Schülerinnen und Schüler als Risikogruppe aus. Die Ergebnisse für den Bereich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* decken sich mit den Forschungsergebnissen der bisher durchgeführten Studien. Eine Verbesserung der Leistungen der Schülerinnen und Schüler durch das Zusammenspiel beider Kompetenzbereiche kann nicht nachgewiesen werden. Ein Zusammenhang zwischen den Leistungen der Schülerinnen und Schüler beim mathema-

tischen Lernen und deren sprachlichen Fähigkeiten wird in dieser Arbeit theoretisch durch die Analyse des Argumentationsbegriffs und empirisch im Rahmen des Pre-Post-Designs nachgewiesen.

Die Überlegenheit von Unterrichtsarrangements, die auf der Grundlage der Prinzipien eines sprachbewussten Unterrichts durchgeführt wurden, ist empirisch nicht hinreichend erforscht, obwohl die allgemeinen sprachlichen Anforderungen im Mathematikunterricht und die spezifischen sprachlichen Anforderungen einer mathematischen Argumentation aus linguistischer Perspektive gut analysiert sind. (Abschn. 4.1.3 und 4.4.1) In dieser Studie wird der Zusammenhang zwischen *Argumentationskompetenzen* und mathematischem Lernen der inhaltsbezogenen Kompetenzen *Zahlen und Operationen* unter Berücksichtigung von sprachlichen Hilfen im Unterricht sowohl für ein- als auch für mehrsprachige Schülerinnen und Schüler untersucht. Als Ergebnis ist festzuhalten, dass ein kompetenzorientierter Unterricht ohne bewusste sprachliche Hilfestellungen und Strukturierungen weniger erfolgreich ist, als ein Unterricht, der sprachbewusst konzipiert wurde. Einschränkend ist festzuhalten, dass grundlegende Defizite hinsichtlich der Basiskompetenzen im Bereich der Arithmetik auch durch eine sprachbewusste Unterrichtsgestaltung nicht erfolgreich behoben werden konnte. Weiterhin gelingt es einem großen Teil der Schülerinnen und Schüler auch mit Hilfe von sprachlicher Unterstützung nicht, eine mathematische Argumentation zufriedenstellend zu verfassen.

Sowohl die Ergebnisse der Large-Scale-Studien, der Vergleichsarbeiten VERA als auch zahlreiche Befunde empirischer Studien zeigen Disparitäten zwischen sprachbiografischen und mathematischen Kompetenzen auf (Abschn. 4.3.2). Die Ergebnisse dieser Studie stimmen mit den dort dokumentierten empirischen Ergebnissen nicht überein.

Aus bildungswissenschaftlicher Perspektive verlangt ein erfolgreicher kompetenzorientierter Unterricht eine präzise Analyse der Kompetenz- und Anforderungsbereiche, eine aktivierende Aufgabenkultur, einen

systematischen Wissensaufbau einschließlich Differenzierungsstrategien (Meyer 2014a, 169). Eine präzise Analyse der Kompetenz- und Anforderungsbereiche muss, wie die Ergebnisse dieser Studie belegen, durch eine Präzisierung der normativen Vorgaben der Bildungsstandards und Lehrpläne und durch einen Diskurs innerhalb der Fachdidaktik Mathematik geleistet werden. Dazu wäre eine Fokussierung auf die Spezifik von mathematischen Argumentationen einschließlich damit verbundener Klärung des Begriffes *Argumentieren* sowie eine Taxonomie der Kompetenzanforderungen für die verschiedenen Bildungsetappen grundlegend. Eine aktivierende Aufgabenkultur, die einen systematischen Wissensaufbau ermöglicht, kann nach den Ergebnissen dieser Studie auf Elemente einer sprachbewussten Unterrichtskonzeption nicht verzichten. Dazu werden Lehrkräfte geschult und Unterrichtsmaterialien überarbeitet. Lehrkräfte stellen außerdem Differenzierungsangebote bereit, um den Lernbedürfnissen aller Schülerinnen und Schülern gerecht zu werden. Differenzierungsschleifen werden zur Absicherung von Basiskompetenzen bei der Formulierung der Kompetenzstandards berücksichtigt. Risikofaktoren wie unzureichende Grundkenntnisse im Bereich der inhaltsbezogenen Kompetenzen sowie nicht ausreichend entwickelte sprachliche Kompetenzen für den Bereich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* lassen sich nicht oder nicht ausschließlich durch Formulierung des Outputs sowie vergleichenden Analysen in Form von Schulleistungsstudien und Vergleichsarbeiten ausschalten. Es stellt sich die Frage, inwieweit eine präzise Formulierung des Inputs mit klaren Lernzieltaxonomien einschließlich der Ausarbeitung von theoretisch und empirisch abgesicherten didaktischen Modellen, die sprachliche Hilfestellungen inkludieren und verbindlich formulierten Kompetenzanforderungen im Sinne des Konzepts der Outputorientierung, Gegensätze sind oder deren Zusammenspiel neu bewertet werden sollte. Diese Frage bleibt offen. Es spricht vieles dafür, diese Synthese zu denken, denn Verstehen läuft über Verständigung (Krauthausen/Scherer 2014,165) und Verständigung muss verstanden

und gegebenenfalls durch Instruktion ermöglicht werden. Die Diskussion dieser Frage ist aber auf Grund der nicht verbesserten Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler unabdingbar. Ebenso muss die Annahme, die der Neugestaltung der Bildungsstandards und Lehrpläne Mathematik zu Grunde liegt, dass eine Verzahnung von inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen ein besseres Verständnis mathematischer Inhalte bewirkt, in weiteren empirischen Studien überprüft werden.

13.3 Methodenkritik und Grenzen der Studie

Die vorliegende Studie hat den Anspruch, den Zusammenhang beim mathematischen Lernen zwischen der prozessbezogenen Kompetenz *Argumentieren* und inhaltsbezogenen Kompetenzen in dem Bereich *Zahlen und Operationen* sowie sprachlichen Fähigkeiten unter Berücksichtigung von sprachlichen Hilfen sowohl für ein- als auch für mehrsprachige Schülerinnen und Schüler zu untersuchen. Um die Ergebnisse der Arbeit einordnen zu können, wird die Studie im Folgenden einer Methodenkritik unterzogen.

Prä-Post-Design: Die Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler und deren Lernergebnisse werden in sechs Klassen durch Lehrkräfte anhand eines Pre-Post-Designs ermittelt. Dazu werden Daten zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen im *Bereich Zahlen und Operationen* und zu den prozessbezogenen Kompetenzen im Bereich *Argumentieren* in getrennten Skalen erhoben, in eine Rangordnung transformiert und qualitativ ausgewertet, da vermutet wird, dass sich die Schülerleistungen hinsichtlich ihrer Ausprägung deutlich unterscheiden. (Bortz/Döring 2006,155). Das Aufstellen dieser Rangordnungen durch ein qualitatives Verfahren ermöglicht es, beide Leistungsbereiche, unter Berücksichtigung des sprachbiografischen Hintergrunds und der Auswirkungen sprachlicher Hilfen miteinander zu vergleichen. Eine qualitative Auswertung als interpretatives Verfahren intendiert dagegen keine direkten Vergleiche verschiedener Variablen auf Gruppenebene (ebd.,297).

Die Testgüte des Designs wird im Folgenden diskutiert. Die Reliabilität wird dadurch, dass keine Daten zum Vorwissen der Schülerinnen und Schüler bezüglich des Übungsformats Zahlenmauern und zu den allgemeinen und mathematischen Argumentationskompetenzen erhoben, eingeschränkt. Die den Lehrkräften zur Verfügung gestellten Scaffolds sind von der Autorin aus der Forschung abgeleitet worden. Schwierigkeiten bereiteten dabei die nicht eindeutige Definition des Argumentationsbegriffes sowie fehlende Angaben bezüglich eines Erwartungshorizonts in Bildungsstandards und Lehrplänen. Hinzu kommt, dass eine individuelle Anpassung im Rahmen einer Bedarfsanalyse an das Vorwissen der Schülerinnen und Schüler nicht erfolgen konnte. Da die Autorin selbst nicht am Unterricht teilgenommen hat, bleibt der Einfluss der Lehrkräfte auf die Unterrichtsergebnisse unberücksichtigt. Die Art und Weise und der Umfang wie Lehrkräfte die Scaffolds im Unterricht eingesetzt haben, wurde forschungsmethodisch nicht erfasst. Ebenso ist kritisch anzumerken, dass die Qualität der Unterrichtsinteraktion als wesentliches Element des Scaffoldingkonzepts nicht betrachtet wurde.

Bei der Auswahl der Stichprobe und der Zusammenstellung der Vergleichsgruppen (Unterricht mit und ohne Scaffolds, ein- und mehrsprachig) handelt es um eine nicht zufallsgesteuerte Gelegenheitsstichprobe, was die Generalisierbarkeit der Ergebnisse einschränkt (Aeppli/Glaser/Gutzwiller/Tettenborn 2016,145).

Die Aufteilung der Gesamtstichprobe in zwei Gruppen, von denen die eine mit und andere ohne Scaffolds unterrichtet wurde, erfolgt ebenfalls nicht zufallsgesteuert (Abschn. 9.1.2).

Bei der Aufteilung der Gesamtstichprobe in die Gruppe der ein- und in die Gruppe der mehrsprachigen Schülerinnen und Schüler wird das Kriterium der individuellen Mehrsprachigkeit zu Grunde gelegt (Abschn. 4.2) Die Art des Spracherwerbs sowie der Umfang der Sprachkontakte werden nicht berücksichtigt.

Zwar ermöglichen die getrennten Skalen der Datenerhebung den Zusammenhang der Kompetenzbereiche zu erfassen. Bei der Bewertung der Datenvalidität müssen aber diese Punkt berücksichtigt werden:

Die allgemeinen sprachlichen Kompetenzen werden mittels des Diagnoseinstruments Profilanalyse (Grießhaber 2010) anhand schriftlicher Texte erhoben. Nach Grießhaber haben weder unterschiedliche Elizitierungsmaterialien noch die Modalität der Durchführung (mündlich oder schriftlich) Einfluss auf die Ergebnisse. Dagegen zeigen Daten einer Evaluation des Verfahrens, dass die Erwerbsstufen durch unterschiedliche Elizitierungsmaterialien und durch die Modalität der Durchführung zu signifikant verschiedenen Erwerbstufen führen. Bei schriftlicher Durchführung werden niedrigere Erwerbsstufen erreicht (Ehl et al. 2018/ Ehl et al. 2017). Somit ist nicht auszuschließen, dass die Ergebnisse bei einer mündlichen durchgeführten Erhebung besser ausgefallen wären.

Die fach- und bildungssprachlichen Kompetenzen sowohl im Pre- als auch im Posttest werden ebenfalls schriftlich erhoben. Auch hier ist nicht auszuschließen, dass die Auswertung mündlicher Äußerungen zu anderen Ergebnissen geführt hätte.

Um diese forschungsmethodologischen Ungenauigkeiten zu bewerten, wären Anschlussstudien, die die allgemein sprachlichen Fähigkeiten mündlich und die fach- und bildungssprachlichen Kompetenzen anhand von qualitativer Interviewstudien ermitteln, erforderlich.

Für die Auswertung der Daten hat sich das entwickelte Kategoriensystem als sinnvoll erwiesen. Einschränkend ist zu bemerken, dass die Daten ohne Kontrolle der kognitiven Grundfertigkeiten erhoben und ausgewertet wurden. Bei der Interpretation der Ergebnisse muss die relativ kurze Dauer der Unterrichtsreihe (6-8 Stunden) berücksichtigt werden, da der Erwerb grundlegender Kompetenzen in der Regel längere Zeit braucht. Somit müssen die Ergebnisse als Momentaufnahme gesehen werden. Generalisierbare Aussagen zur Überlegenheit des sprachbewussten Unterrichts in Bezug auf die mathematische Argumentations-

kompetenz müssten durch Langzeitstudien belegt werden. Des Weiteren muss betont werden, dass die Ergebnisse der Studie, die mittels Methoden der deskriptiven Statistik berechnet wurden, nur für diese Stichprobe Gültigkeit besitzen. Die mittels der interferenzstatistischen Methode der Rangkorrelationsanalyse nach Spearman`s Rho ausgewerteten Daten zeigen deren Zusammenhang auf, lassen aber keine Schlussfolgerungen in Bezug auf kausale Ursachen zu.

Lehrkräfteinterviews: In dieser Arbeit wurden die Interviews von fünf Lehrkräften ausgewertet. Diese geringe Stichprobe lässt keine validen Ergebnisse zu, sondern kann lediglich eine Momentaufnahme ausdrücken.

Schulbuchanalyse: Die Analyseitems sind folgerichtig aus den Forschungsfragen abgeleitet. Bezüglich der Interpretation der Lernergebnisse ist einschränkend zu bemerken, dass die Ergebnisse keinen Hinweis darauf geben, wie Lehrkräfte das Material im Unterricht einsetzen.

13.4 Ausblick

In diesem letzten Kapitel werden aus den Befunden der Arbeit Entwicklungsperspektiven für die Schulpraxis abgeleitet sowie Empfehlungen für die didaktische Forschung und Anschlussfragen formuliert.

Die Befunde der Studie untermauern bezüglich der mathematischen Argumentationskompetenz die von Jung (2010) (Abschn. 2.1) formulierte Kritik, dass der Kompetenzbegriff durch fehlende Trennschärfe sowie mangelnde Gestuftheit kompetenztheoretische Defizite aufweist. Des Weiteren wurde deutlich, dass nur dann, wenn die Spezifika einer mathematischen Argumentation im Vergleich zu anderen Kontexten von Argumentationen präzise formuliert werden, die Kompetenzerfordernungen eindeutig gefasst werden können (Kap. 3). Nur nach theoriegeleiteter Klärung dieser Aspekte kann ein Konzept für einen erfolgreichen Mathematikunterricht, das sowohl inhaltsbezogene als prozessbezogene Kompetenzen, wie zum Beispiel das Argumentieren als gleich-

wertige Säulen betrachtet, entwickelt werden. Dieses Konzept analysiert die kognitiven und kommunikativen fach- und bildungssprachlichen Anforderungen der einzelnen Bildungsetappen und formuliert diesbezüglich fachliche und sprachliche Erwartungshorizonte (Abschn. 6.1). Es wird akzeptiert, dass die Bedeutung des Inputs neu gedacht werden muss, da das fach- und bildungssprachliche Repertoire sowohl für ein- als auch für mehrsprachige Schülerinnen und Schüler nicht vorausgesetzt werden darf und in der Regel nicht ungesteuert im Unterricht erworben wird (Abschn. 5.1), Kap.6). Des Weiteren wird die Notwendigkeit anerkannt, fachliches Grundlagenwissen abzusichern, um gegebenenfalls durch gezielte Instruktion, Wiederholungsschleifen in die Unterrichtsplanung verbindlich zu integrieren. Es wird im Gegensatz zu Krauthausen (Krauthausen 2001) nicht davon ausgegangen, dass das Problem der Nichtverfügbarkeit formaler mathematischer Mittel automatisch durch eine Formulierung des Outputs im Rahmen eines kompetenzorientierten Unterrichts gelöst werden könnte. Um Konstruktion zu ermöglichen, bedarf es einer ebenso gezielten Instruktion.

Dieses neu entwickelte Konzept stellt deshalb eine Entwicklungsperspektive für einen erfolgreicherer Mathematikunterricht dar, weil zum einen die normativ verfassten Formulierungen des Outputs und die Zielformulierungen des Inputs nicht als Widerspruch, sondern als gleichwertige Komponenten gesehen werden und zum anderen Konsens darüber besteht, dass die didaktische Konzeption kompetenzorientiert und sprachbewusst gleichermaßen zu entwickeln ist.

Das Konzept wird nur dann umgesetzt werden können, wenn die Kompetenzbeschreibungen in Bildungsstandards und Lehrpläne präzisiert, der methodisch-didaktische Diskurs geführt, Lehrkräfte darin geschult und Unterrichtsmaterial dazu entwickelt wird.

Für ein erfolgreiches mathematisches Lernen müssen Änderungen im Sinne von Präzisierungen bei den normativ formulierten curricularen Vorgaben ebenso erfolgen wie eine Diskussion über den Ertrag didaktischer Konzeptionen. Ein erfolgreicher Mathematikunterricht, der die

prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen gleichermaßen fordert, wird im Sinne eines sprachbewussten Unterrichts entwickelt.

Die folgende Grafik stellt in einer Übersicht den Ist-Stand für das mathematische Lernen am Beispiel der prozessbezogene *Kompetenz Argumentieren* und der inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bereiches *Zahlen und Operationen* und mögliche Entwicklungsperspektiven dar.

Abbildung 13: Entwicklungsperspektiven für mathematisches Lernen am Beispiel der prozessbezogenen Kompetenz Argumentieren

	Prozessbezogene Kompetenz Argumentieren	Inhaltsbezogene Kompetenzen Bereich Zahlen und Operationen	Didaktisch-methodische Umsetzung
Ist - Stand	<p>Kompetenzbeschreibungen nicht eindeutig formuliert</p> <p>Taxonomie der Kompetenzanforderungen nicht vorhanden</p> <p>Argumentationskompetenzen bei SuS in der Grundschule kaum vorhanden</p> <p>Notwendiges fach- und bildungssprachliche Repertoire als Lernmedium bei Lehrkräften oft nicht hinterfragt</p> <p>Kaum Hilfe- und Klarstellungen in Unterrichtswerken</p>	<p>Kompetenzbeschreibungen eindeutig</p> <p>Taxonomie der Kompetenzanforderungen vorhanden</p> <p>Grundanforderungen im Bereich Arithmetik von der Mehrheit der SuS erfüllt, aber ca. 20-25 Prozent Risikoschülerinnen und -schüler</p>	<p>Definition der sprachlichen Erwartungshorizonte nicht vorhanden</p> <p>Aufgabenstellungen oft nicht eindeutig</p> <p>Aufgabenstellung evozieren meistens nicht das Zusammenspiel prozess- und inhaltsbezogener Kompetenzen</p> <p>Argumentationskompetenzen sollen allein durch das Bereitstellen entsprechender Übungsformate erworben werden</p> <p>Widerspruch zwischen den Konzeptionen des kompetenzorientierten und des sprachbewussten Unterrichts</p>
Entwicklungsperspektiven	<p>Theoretisch begründete Definition einer mathematischen Argumentation formulieren</p> <p>Begründete Taxonomie der Kompetenzanforderungen erarbeiten</p> <p>Sprache als Lernmedium betrachten</p> <p>Sprachliche Hilfestellungen bezüglich des fach- und bildungssprachlichen Repertoires identifizieren</p> <p>Kognitive, kommunikative und sozialsymbolische Anforderungen der Diskursfunktionen (Beschreiben WIE und WAS, Erklären WIE und WAS, Begründen, Beweisen) festlegen</p>	<p>Absicherung der fachlichen Grundanforderungen, dazu:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lehrkräfte bezüglich Diagnosekompetenz schulen • Risikogruppen identifizieren • Wiederholungsschleifen als verbindliche Lernziele implementieren • Fachlichen Input durch Anschauungs- und Veranschaulichungsmittel sowie sprachliche Hilfen organisieren 	<p>Prozessbezogene <i>Kompetenz Argumentieren</i> fördern durch:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Erwartungshorizonte definieren • Lernausgangslagen identifizieren • Sprachliche Anforderungen definieren • Scaffolds der sprachlichen Anforderungen als Input bereitstellen <p>Konzepte für einen kompetenzorientierten sprachbewussten Unterricht entwickeln und empirisch überprüfen</p> <p>Lehrkräfte schulen</p> <p>Unterrichtsmaterial überarbeiten</p>

Quelle: eigene Darstellung

Abschließend werden auf Grund der Befunde dieser Studie und ihrer Diskussion Anschlussfragen für weitere mögliche Forschungsprojekte und Studien formuliert.

1. Welche sprachlichen Anforderungen verlangen alle anderen von den Bildungsstandards und Lehrplänen verlangten prozessbezogenen Kompetenzen?
2. Welche Übungsformate eignen sich zur Vermittlung der inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen in ihrem Zusammenspiel besonders gut? Welche fachlichen und sprachlichen Anforderungen verlangen diese Übungsformate?
3. Wie können die Erwartungshorizonte bezüglich der prozessbezogenen Kompetenz Argumentieren für die einzelnen Bildungsetappen/Klassenstufen empirisch begründet formuliert werden?
4. Wie kann das fach- und bildungssprachliche Repertoire bezüglich der prozessbezogenen *Kompetenz Argumentieren* in den einzelnen Bildungsetappen/Klassenstufen sukzessive aufgebaut werden? Welche sprachlichen Hilfestellungen in Form von Scaffolds müssen erarbeitet werden?
5. Wie werden nicht vorhandene fachliche Grundvorstellungen ermittelt und gezielt gefördert? Welche sprachlichen Anforderungen sind damit verbunden und welche sprachlichen Unterstützungsmaßnahmen sind dazu hilfreich?

Schlusswort

Auch nach dem Paradigmenwechsel in der Bildungspolitik, neuen didaktischen Konzepten wie dem kompetenzorientierten Unterricht, neuen methodischen Konzeptionen wie den substanziellen Lernumgebungen sind die Ergebnisse im Fach Mathematik nach wie vor nicht zufriedenstellend. Mit dieser Arbeit wurde versucht, durch eine mehrperspektivische Betrachtung und Analyse kritische Bereiche im Mathematikunterricht zu identifizieren und Lösungsperspektiven aufzuzeigen. Um das Ziel, „positive Einstellungen und Grundhaltungen im

Fach, [...] Freude an der Mathematik [...] [aufzubauen]“ (KMK 2005b, 6) durch didaktische Konzeptionen, die an dem Denken und Handeln der Kinder und an deren individuellen Fähigkeiten ausgerichtet sind, zu erreichen (Müller/Selter/Wittmann 2012, 23), dürfen die Analyse der individuellen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler und die Ergebnisse empirischer Studien nicht ausgeklammert werden. Befunde, seitens der Linguistik, der Mehrsprachigkeitsdidaktik als auch von Forschenden der Mathematikdidaktik, die den Zusammenhang von sprachlichem und fachlichem Lernen untersuchten, liefern dazu wertvolle Hinweise.

Literaturverzeichnis

Abshagen, M. (2015): Praxishandbuch Sprachbildung Mathematik. Stuttgart: Klett.

Aeppli, J. & Gasser, L. & Gutzwiller, E. & Tettenborn, A. (2016): Empirisches wissenschaftliches Arbeiten. Heilbronn: Klinkhardt.

Aguado, K. (2014): Triangulation. In: Settinieri, J. & Demirkaya, S. & Feldmeier, A. & Gültekin-Karakoç, N. & Roemer, C. (Hrsg.): Empirische Forschungsmethoden für Deutsch als Fremd- und Zweitsprache. Paderborn: Schöningh, 47-56.

Altun, T. & Handt, C. & Hinrichs, B. & Hoffacker, A. & Niederhaus, C. & Weis, I. (2021): Sprachbildung in der Grundschule, DLL 17. Stuttgart: Klett.

Aust, G. & Disselhoff, K. & Henrich, A. & Pohl, T. & Völzing P. (2007): Text-Sorten-Kompetenz. Frankfurt a. M.: Internationaler Verlag der Wissenschaften.

Baukó, A.-E. (2009): Die Fachsprache der Mathematik. Saarbrücken: VDM Verlag Dr. Müller.

Baumert, J. & Klieme, E. & Neubrand, M. & Prenzel, M. & Schiefele & Schneider, W. & Stanat, P. & Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (2001) (Hrsg.): PISA 2000. Opladen: Leseke + Budrich.

Bayer, K. (1999): Argument und Argumentation. Logische Grundlagen der Argumentationsanalyse. Opladen: Westdeutscher Verlag.

Becker-Mrotzek, M. & Schramm, K. & Thürmann, E. & Vollmer, H.-J. (2013): Sprache im Fach. Münster: Waxmann.

Beese, M. & Benholz, C. & Chlosta, C. & Gürsoy, E. & Hinrichs, B. & Niederhaus, C. & Oleschko, S. (2014): Sprachbildung in allen Fächern, DLL 16. München: Klett Langenscheidt.

Benholz, C. & Frank, M. & Gürsoy, E. (2015): Deutsch als Zweitsprache in allen Fächern. Stuttgart: Fillibach bei Klett.

Beyer, A. (2015): Wenn zwei sich streiten, freut sich der Dritte? *Bildungssprache* vs. *Schulsprache* – eine terminologische Untersuchung. In: Pegasus-Onlinezeitschrift XV. Heft 2.

Bezold, A. (2010): Mathematisches Argumentieren in der Grundschule fördern – was Lehrkräfte dazu beitragen können. Kiel: Leibniz Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik.

Bezold, A. (2009): Förderung von Argumentationskompetenzen durch selbst-differenzierende Lernangebote. Hamburg: Dr. Kovač.

Bochnik, K. (2017): Sprachbezogene Merkmale als Erklärung für Disparitäten mathematischer Leistung. Münster: Waxmann.

Bochnik, K. & Ufer, S. (2017): Fachsprachliche Kompetenzen im sprachsensiblen Mathematikunterricht der Grundschule. In: Leiss, D. & Hagen, M. & Neumann, A. & Schwippert, K. (Hrsg.): Mathematik und Sprache. Münster: Waxmann, 81-98.

Bortz, J. & Döring, N. (2006): Forschungsmethoden und Evaluation. Heidelberg: Springer.

Bos, W. & Wendt, H. & Köller, O. & Selter, C. (2012) (Hrsg.): TIMMS 2011. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich. Münster: Waxmann.

Bos, W. & Bonson, M. & Baumert, J. & Prenzel, M. & Selter, C. & Walther, G. (2008) (Hrsg.): TIMMS 2007. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich. Münster: Waxmann.

Bos, W. & Lankes, E.-M. & Prenzel, M. & Schwippert, K. & Valtin, R. & Walther, G. (2004) (Hrsg.): IGLU. Einige Länder der Bundesrepublik Deutschland im nationalen und internationalen Vergleich. Münster: Waxmann.

Brandt, H. & Gogolin, I. (2016): Sprachförderlicher Fachunterricht. Münster: Waxmann.

Bredthauer, S. (2018): Mehrsprachigkeitsdidaktik an deutschen Schulen – eine Zwischenbilanz. In: DDS-Die Deutsch Schule. 110 (3), 275-286.

Brunner, E. (2014): Mathematisches Argumentieren, Begründen und Beweisen. Heidelberg: Springer.

Budke, A. & Meyer, M. (2015): Fachlich argumentieren lernen – Die Bedeutung der Argumentation in den unterschiedlichen Schulfächern. In: Budke, A. & Kuckuck, M. & Meyer, M. & Schäbitz, F. & Schlüter, K. & Weiss, G. (2015): Fachlich argumentieren. Münster: Waxmann, 9-28.

Büchter, A. & Leuders, T. (2016): Mathematikaufgaben entwickeln. Berlin: Cornelsen.

Butler, M. & Goschler, J. (2019) (Hrsg.): Sprachsensibler Fachunterricht. Wiesbaden: Springer.

Chlosta, C. (2014): Fragebogen zur Erhebung von Sprachdaten. In: Beese, M. & Benholz, C. & Chlosta, C. & Gürsoy, E. & Hinrichs, B. & Niederhaus, C. & Olesko, S.: Sprachbildung in allen Fächern. München: Klett Langenscheidt, 11-12.

Cohen, J. (1988): Statistical power analysis for the behavioral sciences. Hillsday, NJ: Erlbaum.

Cummins, J. (2000): Language, power and pedagogy. Bilingual children in the crossfire. In: Multilingual Matters (Bilingual education und bilingualism 23). Clevedon, Buffalo (N.Y.):

De Saint Exupéry, Antoine (1989): Die Stadt in der Wüste „Citadelle“: Düsseldorf: K. Rauch.

Deutscher Städtetag (1979) (Hrsg.): Hinweise zur Arbeit in sozialen Brennpunkten. DST-Beiträge zur Sozialpolitik, Reihe D.

Edelmann, W. (2000): Erfolgreicher Unterricht. Was wissen wir aus der Lernpsychologie? Pädagogik, H. 3, 6-9.

Ehl, B. & Paul, M. & Bruns, G. & Fleischauer, E. & Vock, M. & Gronostaj, A. & Grosche, M. (2018): Testgütekriterien der „Profilanalyse nach Griebhaber“. Evaluation eines Verfahrens zur Erfassung grammatischer Fähigkeiten von ein- und mehrsprachigen Grundschulkindern. In: Zeitschrift für Erziehungswissenschaft (21). Wiesbaden: Springer, 1261 -1281.

Ehl, B. & Grosche, M. & Paul, M. (2017): Eignet sich die „Profilanalyse nach Griebhaber“ als Sprachstandsdiagnostikinstrument im Grundschulalter? Erste Ergebnisse aus dem Evaluationsprojekt BISS-EOS. In: BISS-Journal 7. November 2017. Köln: Trägerkonsortium BISS. Mercator-Institut für Sprachförderung und Deutsch als Zweitsprache, 29-32.

Feilke, H. (2012): Bildungssprachliche Kompetenzen – fördern und entwickeln. In: Praxis Deutsch 39 (233), 4-13.

Fetzer, M. (2011): Wie argumentieren Grundschul Kinder im Mathematikunterricht? Eine argumentationstheoretische Perspektive. In: Journal für Mathematik-Didaktik 32(1), 27-51.

Fix, M. (2006): Texte schreiben. Paderborn: Schöningh.

Flick, U. (2011): Triangulation. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Flick, U. (2007): Qualitative Sozialforschung. Reinbeck bei Hamburg. Rowohlt.

FörMig – Transfer Berlin – Diagnose und Sprachbildung in der Grundschule
<http://www.foermig-berlin.de/> (20.5.2020)

Friedrich, H.-F. & Mandel, H. (1997): Analyse und Förderung selbstgesteuerten Lernens. In: Weinert; F.-E. & Mandl, H. (Hrsg.): Psychologie der Erwachsenenbildung, Enzyklopädie der Psychologie, Pädagogische Psychologie. Göttingen: Hogrefe, 237-293.

Fritzlar, T. (2019): Argumentieren im Mathematikunterricht. In: Praxis Grundschule: Argumentieren lernen. (2) 2019, 6-8.

Gibbons, P. (2010): Learning Academic Registers in Context: Challenges and opportunities in Supporting Migrant Learners. In: Benholz, C. & Kniffka, G. & Winters-Ohle, E. (Hrsg.): Fachliche und sprachliche Förderung von Schülern mit Migrationsgeschichte. Münster: Waxmann, 25-37.

Götze, D. & Hang, E. (2017): Mathematische Sprache und Ausdruck. In: Hänsel-Weise, U. & Nührenbörger, M. (Hrsg.): Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechnen. Frankfurt a. M.: Grundschulverbund, 68-77.

Götze, D. (2015): Sprachförderung im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen.

Gogolin, I. & Lange, I. (2011): Bildungssprache und Durchgängige Sprachbildung. In: Fürstenau, S. & Gomolla, M.: Migration und schulischer Wandel: Mehrsprachigkeit. Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaft.

Grießhaber, W. & Heilmann, B. (2016): Diagnostik & Förderung – leicht gemacht. Stuttgart: Klett.

Grießhaber, W. (2010): Spracherwerbsprozesse in Erst- und Zweitsprache. Duisburg: Universitätsverlag.

Gültekin-Karakoç, N. & Feldmeier, A. (2014): Analyse quantitativer Daten: In: Settineri, J. & Demirkaya, S. & Feldmeier, A. & Gültekin-Karakoç, N. & Riemer, C. (Hrsg.): Empirische Forschungsmethoden für Deutsch als Fremd- und Zweitsprache. Paderborn: Ferdinand Schöningh.

Gürsoy, E. (2016): Kohäsion und Kohärenz in mathematischen Prüfungstexten türkisch-deutschsprachiger Schülerinnen und Schüler. Münster: Waxmann.

Habermas, J. (1977): Umgangssprache, Wissenschaftssprache, Bildungssprache. In: Jahrbuch der Max-Planck-Gesellschaft. Göttingen, 36-51.

- Halliday, M.A.K. (1978): Language is social semiotic. The social interpretation of language and meaning. London: Arnold.
- Hannkes-Illjes, K. (2018): Argumentation. Tübingen: Narr.
- Heinze, A. & Herwartz-Emden, L. & Braun, C. & Reiss, K. (2011): Die Rolle von Kenntnissen der Unterrichtssprache beim Mathematiklernen. In: Prediger, S. & Özdil, E. (Hrsg.): Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit. Münster: Waxmann.
- Heinze, A. & Herwartz-Emden, L. & Reiss, K. (2007): Mathematikkenntnisse und sprachliche Kompetenz bei Kindern mit Migrationshintergrund zu Beginn der Grundschulzeit. Zeitschrift für Pädagogik 53(2007) 4, 562-581.
- Heinze, A. (2004): Schülerprobleme beim Lösen von geometrischen Beweisaufgaben – eine Interviewstudie. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 36 (5), 150-161.
- Heller, V. (2021): Die sprachlich-diskursive Darstellung komplexer Zusammenhänge im Fachunterricht. In: Quasthoff, U. & Heller, V. & Morek, M. (Hrsg.): Diskurserwerb in Familie, Peergroup und Unterricht. Berlin: De Gruyter, 303-346.
- Helmke, A. (2010): Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Seelze: Klett/Kallmeyer.
- Hirt, U. & Wälti, B. (2012): Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Seelze: Klett Kallmeyer.
- Hövelbrinks, B. (2014): Bildungssprachliche Kompetenz von einsprachig und mehrsprachig aufwachsenden Kindern. Weinheim: Beltz.
- Hoffmann, L. (1985): Kommunikationsmittel Fachsprache: eine Einführung. Tübingen: Narr.
- Holler, D. (2007): Bedeutung sprachlicher Fähigkeiten für Bildungserfolge. In: Jampert, K. & Best, P. & Guadatiello, A. & Holler, D. & Zehnbauer, A. (Hrsg.): Schlüsselkompetenz Sprache: Sprachliche Bildung und Förderung im Kindergarten. Weimar: Verlag das Netz, 24-28.
- Jostes, B. (2017): „Mehrsprachigkeit“, „Deutsch als Zweitsprache“, „Sprachbildung“ und „Sprachförderung“: Begriffliche Klärungen. Münster: Waxmann.
- Jung, E. (2010): Kompetenzerwerb. Grundlagen, Didaktik, Überprüfbarkeit. München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag.

Kahlert, J. (2010): Das Schulbuch – ein Stiefkind der Erziehungswissenschaft? In: Fuchs, E. & Kahlert, J. & Sandfuchs, U. (Hrsg.): Schulbuch konkret. Bad Heilbronn: Klinkhardt.

Kelle, U. (2004): Integration qualitativer und quantitativer Methoden. In: Kuckartz, U. & Grunenberg, H. & Lauterbach, A. (Hrsg.): Qualitative Datenanalyse: computergeschützt. Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften, 27-41.

Klieme, E. (2004): Was sind Kompetenzen und wie lassen sie sich messen? In: Pädagogik 56. Jg., H.6, 10-13.

Klieme, E. & Avenarius, H. & Blum, W. & Gruber, H. & Prenzel, H. & Reiss, K. & Riquarts, K. & Rost, J. & Tenorth, H.-E. & Vollmer, H. (2003): Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise. Berlin: BMBF.

KMK (2013): Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland. Interkulturelle Bildung und Erziehung in der Schule. Beschluss vom 25.10.1996 i.d.F. vom 05.12.2013 https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/1996/1996_10_25-Interkulturelle-Bildung.pdf (06.06.2022).

KMK (2005a): Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland. Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz. Erläuterung zur Konzeption und Entwicklung. Beschluss vom 16.12.2004. München: Wolters Kluwer.

KMK (2005b): Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. München: Wolters Kluwer.

KMK (2003): Pressemitteilung zur 304. Plenarsitzung am 04. Dezember 2003 in Bonn. <https://www.kmk.org/presse/pressearchiv/mitteilung/304-plenarsitzung-der-kultusministerkonferenz-am-04-dezember-2003-in-bonn.html> (06.06.2022).

KMK (1997): Grundsätzliche Überlegungen zu Leistungsvergleichen innerhalb der Bundesrepublik Deutschland – Konstanzer Beschluss. https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/1997/1997_10_24-Konstanzer-Beschluss.pdf (06.06.2022).

Knapp, W. (2006): Sprachunterrichts als Unterrichtsprinzip und Unterrichtsfach. In: Bredel, U. & Günther, H. & Klotz, P. & Ossner, J. & Siebert-Ott: Didaktik der deutschen Sprache: Paderborn: Schöningh Utb.

Knapp, W. (1997): Schriftliches Erzählen in der Zweitsprache. Tübingen: Niemeyer.

Kniffka, G. (2012): Scaffolding. In: Michalak, M. & Kuchenreuther, M. (Hrsg.): Grundlagen der Sprachdidaktik Deutsch als Zweitsprache. Baltmannsweiler: Schneider, 208-225.

Kopperschmidt, J. (1995): Grundlagen einer allgemeinen Argumentationstheorie unter besonderer Berücksichtigung formaler Argumentationsmuster. In: Wohlrapp, H.: Wege der Argumentationsforschung. Stuttgart: Frommann-Holzboog, 50-73.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014): Einführung in die Mathematikdidaktik. Heidelberg: Springer.

Krauthausen, G. (2001): „Wann fängt das Beweisen an? Jedenfalls ehe es einen Namen hat.“ In: Weise, W. & Wollring, B. (Hrsg.): Beiträge zur Didaktik der Mathematik für die Primarstufe. Hamburg: Dr. Kovač, 99-113.

Krelle, M. (2007): Wissensbasierte Argumentation lehren und lernen. In: Wiltenberger, H. (Hrsg.): Kompetenzhandbuch für den Deutschunterricht. Baltmannsweiler: Schneider, 107-114.

Kuckartz, U. (2012): Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis und Computerunterstützung. Weinheim: Beltz.

Kurtz; G. & Hofmann, N. & Bierma, B. & Back, T. & Haseldiek, K. (2015): Sprachintensiver Unterricht. Hohengehren: Schneider.

Lamnek, S. (2005): Qualitative Sozialforschung. Weinheim: Beltz.

Lange, I. & Gogolin, I. (2010): Durchgängige Sprachbildung. Münster: Waxmann.

Leisen, J. (2010): Handbuch Sprachförderung im Fach. Sprachsensibler Fachunterricht in der Praxis. Bonn. Varus.

Lengyel, D. (2010): Bildungssprachförderlicher Unterricht in mehrsprachigen Lernkonstellationen. In: Zeitschrift für Erziehungswissenschaft. Vol. 13(4), 593-608.

Linneweber-Lammerskitten, H. & Wälti, B. (2008): Beiträge zur Lehrerbildung. 26(2008) HarmoSMathematik: Kompetenzmodell und Vorschläge für Bildungsstandards, 326-337. https://www.pedocs.de/volltexte/2017/13683/pdf/BZL_2008_3_326_37.pdf (06.06.2022)

Maier, H. & Schweiger, F. (1999): Mathematik und Sprache: zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht. Wien: Öbv&hpt.

Mayring, P. (2015): Qualitative Inhaltsanalyse. Weinheim: Beltz.

- Merton, R. K. (1948): Die Eigendynamik gesellschaftlicher Voraussagen. In: Topisch, E. (Hrsg.): Logik der Sozialwissenschaften. Köln: Kiepenheuer & Witsch.
- Meyer, H. (2014a): Leitfaden Unterrichtsvorbereitung. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Meyer, H. (2014b): Auf den Unterricht kommt es an. In: Terhart, E. (Hrsg.): Die Hattie-Studie in der Diskussion. Seelze: Klett Kallmeyer, 117-133.
- Meyer, M. & Tiedemann, K. (2017): Sprache im Fach Mathematik. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Meyer, M. & Prediger, S. (2012): Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht. In: Praxis der Mathematik in der Schule, Heft 45, 2-9.
- Michalak, M. (2017) (Hrsg.): Sprache als Lernmedium im Fachunterricht. Hohengehren: Schneider.
- Michalak, M. & Lemke, V. & Goeke, M. (2015): Sprache im Fachunterricht. Tübingen: Narr.
- Morek, M. & Heller, V. (2012): Bildungssprache – Kommunikative, epistemische, soziale und interaktive Aspekte ihres Gebrauchs. In: Zeitschrift für angewandte Linguistik, Heft 57, 67-101.
- MSW (2012): Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen. Frechen: Ritterbach.
- MSW (2008): Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen. Frechen: Ritterbach.
- MSW (2004): Kernlehrplan Mathematik SEK I Gesamtschule in NRW. https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/44/gs_mathematik.pdf (10.04.2022)
- MSW (2003): Zulassung von Lernmitteln in NRW. <https://www.schulministerium.nrw/sites/default/files/documents/Zulassung.pdf> (06.06.2022).
- Müller, G. & Selter, C. & Wittmann, E. (2012): (Hrsg.): Zahlen, Muster und Strukturen. Stuttgart: Klett.
- Nagel, K. & Reiss, K. (2016): Zwischen Schule und Universität: Argumentation in der Mathematik. In: Zeitschrift für Erziehungswissenschaft 19, 299-327.
- Neumann, A. & Beier, F. & Ruwisch, S. (2014): Schriftliches Begründen im Mathematikunterricht. In: Zeitschrift für Grundschulforschung. Jahrgang 7 – Heft 1, 113-125.

Paetsch, J. & Felbrich, A. & Stanat, P. (2015): Der Zusammenhang von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 29(1), 19-29.

Prediger, S. (2020) (Hrsg.): Sprachbildender Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Prediger, S. & Wilhelm, S. & Büchter, A. & Gürsoy, E. & Benholz, C. (2015): Sprachkompetenz und Mathematikleistung – Empirische Untersuchung sprachlich bedingter Hürden in den Zentralen Prüfungen 10. Für Math (36) 1, 776-104.

Prediger, S. & Özdil, E. (2011) (Hrsg.): Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit. Münster: Waxmann.

Prediger, S. & Wessel, L. (2011): Darstellen – Deuten – Darstellungen vernetzen. In: Prediger, S. & Özdil, E. (Hrsg.): Mathematiklernen unter den Bedingungen der Mehrsprachigkeit. Münster: Waxmann.

Przyborski, A. & Wohrab-Sahr, M. (2010): Qualitative Sozialforschung. München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag.

QUA-LIS NRW (2019): VERA, Vergleichsarbeiten in Klasse 3 https://www.schulentwicklung.nrw.de/e/upload/vera3/mat_2019/Bericht-VERA3-2019.pdf (15.02.2022)

Quasthoff, U. & Heller, V. & Morek, V. (2021): Diskurserwerb und diskursive Partizipation. In: Quasthoff, U. & Heller, V. & Morek, M. (Hrsg.): Diskurserwerb in Familie, Peergroup und Unterricht. Berlin: De Gruyter, 13-34.

Quehl, T. & Trapp, U. (2013): Sprachbildung im Sachunterricht der Grundschule. Münster: Waxmann.

Radatz, H. & Schipper, W. & Dröge, R. & Ebeling, A. (1996, 1998, 1999): Handbuch für den Mathematikunterricht, 1./2./3. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Redder, A. & Guckelsberger, S. & Graßer, B. (2013): Mündliche Wissensprozessierung und Konnektierung. Münster: Waxmann.

Redder, A. (2008): Grammatik und sprachliches Handeln in der Funktionalen Pragmatik. In: Japanische Gesellschaft für Germanistik (Hrsg.). Grammatik und sprachliches Handeln. München: iudicum, 9-26.

Rehbein, J. (1984): Beschreiben, Berichten und Erzählen. In: Ehlich, K. (Hrsg.): Erzählen in der Schule. Tübingen: Narr, 67-124.

Reiss, K. & Weis, M. & Klieme, E. & Köller, O. (2019) (Hrsg.): PISA 2018. Grundbildung im internationalen Vergleich. Münster: Waxmann.

- Reiss, K. (2004): Bildungsstandards und die Rolle der Fachdidaktiken am Beispiel der Mathematik. *Zeitschrift für Pädagogik* 50 Jg., H. 5; 635-649.
- Rezat, S. (2009): *Das Mathematikbuch als Instrument des Schülers*. Wiesbaden: Vieweg & Teubner.
- Riehl, C. (2014): *Mehrsprachigkeit*. Darmstadt: WBG.
- Roelke, T. (2010): *Fachsprachen*. Berlin: Erich Schmidt.
- Rohlf, C. & Harring, M. & Palentien, C. (2014) (Hrsg.): *Kompetenz-Bildung*. Wiesbaden. Springer.
- Ruwisch, S. (2017): Herausforderungen im Mathematikunterricht der Grundschule durch veränderte sprachliche Anforderungen. In: Michalak, M. (Hrsg.): *Sprache als Lernmedium im Fachunterricht*. Baltmannsweiler: Schneider, 43-52.
- Schipper, W. & Dröge, R. & Ebeling, A. (2000): *Handbuch für den Mathematikunterricht*. 4. Schuljahr. Braunschweig: Schroedel.
- Schlager, S. (2019): *Zur Erforschung des Zusammenhangs zwischen Sprachkompetenz und Mathematikleistung*. Wiesbaden: Springer.
- Schleppegrell, M. (2004): *The language of schooling: a functional linguistics perspective*. Mahwah, N.J. Erlbaum.
- Schleppegrell, M. (2012): *Academic Language in Teaching and Learning Introduction to the Special Issue*. In: *The Elementary School Journal*. Vol 112, No.3, 409-418.
- Schlicher, A. & Röhl, S. & Krauss, S. (2017): *Sprache im Mathematikunterricht – eine Bestandsaufnahme des aktuellen didaktischen Diskurses*. In: Leiss, D. & Hagen, M. & Neumann, A. (Hrsg.): *Mathematik und Sprache*. Münster: Waxmann, 11-42.
- Schmölzer-Eibinger, S. & Dorner, M. & Langer, E. & Helten-Pacher, M.-R. (2013): *Sprachförderung im Fachunterricht*. Stuttgart. Fillibach bei Klett.
- Schmölzer-Eibinger, S. (2013): *Sprache als Medium des Lernens im Fach*. In: Becker-Mrotzek, M. & Schramm, K. & Thürmann, E. & Vollmer, H.-J. (Hrsg.): *Sprache im Fach*. Münster: Waxmann, 25 – 40.
- Schramm, K. & Thürmann, E. & Vollmer, H.-J.: *Sprache im Fach*. Münster: Waxmann.
- Schütte, M. (2009): *Sprache und Interaktion im Mathematikunterricht der Grundschule*. Münster: Waxmann.

Schwarzkopf, W. (2015): Argumentationsprozesse im Mathematikunterricht der Grundschule. In: Budke, A. & Kuckuck, M. & Meyer, M. & Schäbitz, F. & Schlüter, K. & Weiss, G. (Hrsg.): Fachlich argumentieren lernen. Münster: Waxmann, 31-45.

Selter, C. (2017): Guter Mathematikunterricht. Konzeptionelles und Beispiele aus dem Projekt PIKAS. Berlin: Cornelsen.

Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung: Förmig: Durchgängige Sprachbildung. <http://www.foermig-berlin.de/konzeption.html> (05.02.2021)

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung (2014): Lehrplan-PLUS Grundschule. Maß: München.

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung (2007). Lehrplan-PLUS Realschule. Fachprofile. Maß: München.

Stanat, P. & Pant, H.-A. & Böhme, K. & Richter, D. (2012) (Hrsg.): Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik. Ergebnisse des IQB-Ländervergleichs 2011. Münster: Waxmann.

Stein, G. (2003): Schülrbücher in berufsfeldbezogener Lehrerbildung und pädagogischer Praxis. In: Wiater, W. (Hrsg.): Schulbuchforschung in Europa – Bestandsaufnahme und Zukunftsperspektive. Heilbronn: Klinkhardt.

Taimel, T. & Hägi-Mead, S. (2017): Sprachbewusste Unterrichtsplanung. Münster. Waxmann.

Tebaartz, P. & Lengnink, K. (2015): Was heißt „mathematischer Beweis“? – Realisierung in Schülerdokumenten. In: Budke, A. & Kuckuck, M. & Meyer, M. & Schäbitz, F. & Schlüter, K. & Weiss, G. (2015): Fachlich argumentieren. Münster: Waxmann, 105-120.

Stadt Essen: Schulen in Essen (2017). [URL:http://use24.essen.de/Portal/agency/default.aspx?Organisation-UnitId=1578](http://use24.essen.de/Portal/agency/default.aspx?Organisation-UnitId=1578) (08.07.2017)

Tenorth, H.-E. & Tippelt, R. (2007) (Hrsg.): Lexikon der Pädagogik. Weinheim. Beltz.

Thürmann, E. & Vollmer, H.-J. (2013): Schulsprache und Sprachsensibler Fachunterricht: Eine Checkliste mit Erklärungen. In: Röhner, C. & Hövelbrinks, B.: Fachbezogene Sprachförderung in Deutsch als Zweitsprache. Weinheim: Beltz.

Tiedemann, K. (2015): Unterrichtsfachsprache. Zur interaktionalen Normierung von Sprache im Mathematikunterricht der Grundschule. MathDidact 38, 37-62.

- Toulmin, S. (1996): Der Gebrauch von Argumenten. Weinheim: Beltz Athenäum.
- Ufer, S. & Reiss, K. & Mehringer, V. (2013): Sprachstand, soziale Herkunft und Bilingualität: Effekte auf Facetten mathematischer Kompetenz. In: Becker-Mrotzek, M. & Schramm, K. & Thürmann, E. & Vollmer, H.-J. (Hrsg.): Sprache im Fach. Münster: Waxmann, 185-201.
- Vollmer, H.-J. & Thürmann, E. (2013): Sprachbildung und Bildungssprache als Aufgabe aller Fächer der Regelschule. In: Becker-Mrotzek, M. & Schramm, K. & Thürmann, E. & Vollmer, H.-J. (Hrsg.): Sprache im Fach. Münster: Waxmann, 41-57.
- Vollmer, H. J. (2011): Schulsprachliche Kompetenzen. Zentrale Diskursfunktionen. <https://www.home.uni-osnabrueck.de/hvollmer/VollmerDF-Kurzdefinitionen.pdf> (06.06.2022)
- Vollmer, H. J. & Thürmann, E. (2010): Zur Sprachlichkeit des Fachlernens: Modellierung eines Referenzrahmens für Deutsch als Zweitsprache. In: Ahrenholz, B. (Hrsg.): Fachunterricht und Deutsch als Zweitsprache. Tübingen. Narr, 107-132.
- Walther, G. & v.d. Heuvel-Panhuizen, M. & Granzer, D. & Köller, O. (2016) (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin: Cornelsen.
- Weinert, F. E. (2002): Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In: Weinert, F.E. (Hrsg.): Leistungsmessung in Schulen. Weinheim, Beltz, 17-31.
- Weis, I. (2013a): Sprachförderung PLUS. Förderbausteine für den Soforteinsatz im Mathematikunterricht. Stuttgart: Klett.
- Weis, I. (2013b): DaZ im Fachunterricht. Mülheim: Verlag a.d. Ruhr.
- Wendt, H. & Bos, W. & Selter, C. & Köller, O. & Schwippert, K. & Kasper, D. (2016) (Hrsg.): TIMSS 2015. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich. Münster: Waxmann.
- Wenzel, J. (1980): Perspectives on Argument. In: Rhodes; J. & Newell, S. (Hrsg.): Proceedings of the Summer Conference on Argumentation, Utah: SCA, 112-133.
- Wessels, L. & Büchter, A. & Prediger, S. (2018): Weil Sprache zählt. Sprachsensibel unterrichten und planen. In: Zeitschrift Mathematiklernen 206, 2-7.
- Wessels, L. (2015): Fach- und sprachintegrierte Förderung durch Darstellungsnetzwerk und Scaffolding. Wiesbaden: Springer.

Wiater, W. (2003) (Hrsg.): Schulbuchforschung in Europa – Bestandsaufnahme und Zukunftsperspektive. Bad Heilbronn: Klinkhardt.

Wildemann, A. & Fornol, S. (2016): Sprachsensibel unterrichten in der Grundschule. Seelze: Klett Kallmeyer.

Wilhelm, N. (2016): Zusammenhänge zwischen Sprachkompetenz und Bearbeitung mathematischer Textaufgaben. Wiesbaden: Springer.

Winter, H. (1989): Entdeckendes Lernen. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für den Unterricht. Braunschweig: Vieweg.

Winter, H. (1987): Mathematik entdecken. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Wittmann, E. (1990): Wider die Flut der >bunten Hunde< und der >grauen Päckchen<: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In: Wittmann, G. & Müller, E. (Hrsg.): Handbuch produktiver Rechenübungen, Bd. 1. Stuttgart: Klett, 152-166.

Wittmann, E. (1992): Üben im Lernprozess. In: Wittmann, G. & Müller, E. (Hrsg.): Handbuch produktiver Rechenübungen, Bd. 2. Stuttgart: Klett, 175-182.

Schulbücher und Lehrerhandreichungen

Buschmeier, G. & Buttermann, E. & Eidt, H. & Hacker, J. & Lack, C. & Lammel, R. & Thümmeler, A. & Wichmann, M. (2011): Denken und Rechnen. Schülerbücher Kl. 1-4. Braunschweig: Westermann.

Buschmeier, G. & Buttermann, E. & Eidt, H. & Hacker, J. & Lack, C. & Lammel, R. & Thümmeler, A. & Wichmann, M. (2011): Denken und Rechnen. Lehrmaterialien Kl. 1-2. Braunschweig: Westermann.

Buschmeier, G. & Buttermann, E. & Eidt, H. & Hacker, J. & Lack, C. & Lammel, R. & Thümmeler, A. & Wichmann, M. (2012): Denken und Rechnen. Lehrmaterialien Kl. 3. Braunschweig: Westermann.

Buschmeier, G. & Buttermann, E. & Eidt, H. & Hacker, J. & Lack, C. & Lammel, R. & Thümmeler, A. & Wichmann, M. (2013): Denken und Rechnen. Lehrmaterialien Kl. 4. Braunschweig: Westermann.

Buschmeier, G. & Buttermann, E. & Eidt, H. & Hacker, J. & Lack, C. & Lammel, R. & Wichmann, M. (2015): Denken und Rechnen, Bd. 1-4 mit Lehrbegleitband, Braunschweig: Westermann.

Hoffmann, C. & Westphal, W. (2014): Flex und Floh; Klasse 1 und 2. Themenhefte Addition und Subtraktion. Braunschweig: Diesterweg.

- Hofele, A. & Timmermann, N. (2015): Flex und Floh; Klasse 3 und 4. Themenhefte Addition und Subtraktion. Braunschweig. Diesterweg.
- Hoffmann, C. & Westphal, W. (2014): Flex und Floh; Klasse 1 und 2. Lehrermaterialien. Braunschweig: Diesterweg.
- Hofele, A. & Timmermann, N. (2015): Flex und Floh Klasse 3 und 4, Lehrermaterialien. Braunschweig: Diesterweg.
- Rinkens, H.-D. & Rottmann, T. & Träger G. (2015): Welt der Zahl – Allgemeine Ausgabe. Schülerbände 1-3. Braunschweig: Schroedel.
- Rinkens, H. -D. & Rottmann, T. & Träger, G. (2016): Welt der Zahl. – Allgemeine Ausgabe. Schülerband 4. Braunschweig: Schroedel.
- Rinkens, H.-D. & Rottmann, T. & Träger, G. (2015) (Hrsg.): Welt der Zahl, Bd. 1-3, Lehrermaterialien. Braunschweig: Schroedel.
- Rinkens, H.-D. & Hönisch, K. & Träger, G. (2015) (Hrsg.): Welt der Zahl, Bd.4, Lehrermaterialien. Braunschweig: Schroedel.
- Wittmann, E. & Müller, G. (2012): Das Zahlenbuch, Bd. 1-4. Stuttgart: Klett.
- Wittmann, E. & Müller, G. (2012): Das Zahlenbuch, Begleitbände 1-4. Stuttgart: Klett.

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Die Definition des Argumentationsbegriff durch Argumentationstheorien und in der Linguistik.....	36
Tabelle 2: Der Argumentationsbegriff innerhalb des Faches Mathematik....	44
Tabelle 3: VERA Ergebnisse NRW (2019) Prozentuale Verteilung der Kompetenzstufen (KS) differenziert nach Sprachkompetenz	61
Tabelle 4: Altersverteilung der Stichprobe (n=100).....	105
Tabelle 5: Sprachbiografische Daten der Stichprobe	106
Tabelle 6: Gruppe I mit sprachlicher Unterstützung von Scaffolds	106
Tabelle 7: Gruppe II ohne sprachliche Unterstützung von Scaffolds.....	107
Tabelle 8: Aufbau der Unterrichtsreihe	108
Tabelle 9: Kodierung der Ergebnisse des Arithmetiktests.....	112
Tabelle 10: Kodierung der Ergebnisse der Profilanalyse	112
Tabelle 11: Kodierung Aufgabenstellung 1 - Beschreiben WAS.....	113
Tabelle 12: Kodierung Aufgabenstellung 2 - Erklären.....	113
Tabelle 13: Kodierung Aufgabenstellung 3 - Mauern erfinden und ausrechnen	113
Tabelle 14: Prädiktoren Unterrichtsforschung.....	115
Tabelle 15: Verbale Beschreibung des Korrelationskoeffizienten r.....	118
Tabelle 16: Kodierleitfaden Kategorie Unterrichtsplanung.....	123
Tabelle 17: Kodierleitfaden Unterrichtsbeobachtung.....	124
Tabelle 18: Kodierleitfaden Methodisch-didaktische Entscheidungen	125
Tabelle 19: Analysekatoren Schulbücher und Lehrerhandreichungen ..	127
Tabelle 20: Ergebnisse Arithmetiktests	133
Tabelle 21: Ergebnisse der Auswertung der Schülertexte	134
Tabelle 22: Auswertung Pretests Beschreiben WAS.....	138
Tabelle 23: Auswertung Pretests Algorithmus erklären	139
Tabelle 24: Auswertung Pretests Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen	140

Tabelle 25: Spearman´s Rho mit den Variablen allgemeine sprachliche Kompetenzen und den Pretests Beschreiben WAS	141
Tabelle 26: Spearmans`Rho mit den Variablen allgemeine sprachliche Kompetenzen und den Pretests Erklären	142
Tabelle 27: Spearman`s Rho mit den Variablen allgemeine mathematische Kompetenzen (Arithmetiktest) und den Pretests Beschreiben WAS.....	143
Tabelle 28: Spearman`s Rho mit den Variablen allgemeine mathematische Kompetenzen (Arithmetiktest) und den Pretests Erklären	144
Tabelle 29: Algorithmus beschreiben: Ergebnisse Pre-und Posttests mit sprachlicher Unterstützung	145
Tabelle 30: Algorithmus beschreiben: Ergebnisse Pre- und Posttest ohne sprachliche Unterstützung	146
Tabelle 31: Vergleich Pre- und Posttests der Gruppen mit und ohne sprachliche Unterstützung – 1. Aufgabenstellung „Beschreiben WAS“	148
Tabelle 32: Algorithmus Erklären: Ergebnisse Pre- und Posttests mit sprachlicher Unterstützung	150
Tabelle 33: Algorithmus Erklären: Ergebnisse Pre- und Posttests ohne sprachliche Unterstützung	151
Tabelle 34: Vergleich Pre- und Posttests mit und ohne sprachliche Unterstützung, 2. Aufgabenstellung „Erklären“	152
Tabelle 35: Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen. Ergebnisse Pre- und Posttests mit sprachlicher Unterstützung	154
Tabelle 36: Algorithmus erkennen- Zahlenmauern ausrechnen. Ergebnisse Pre- und Posttests ohne sprachliche Unterstützung	155
Tabelle 37: Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen. Vergleich Pre- und Posttests der Gruppen mit und ohne sprachliche Unterstützung..	157
Tabelle 38: Spearman`s Rho mit den Variablen sprachliche Unterstützung und Posttests „Beschreiben WAS“	158
Tabelle 39: Spearman`s Rho mit den Variablen sprachliche Unterstützung und Posttests Algorithmus „Erklären“	159
Tabelle 40: Spearman´s Rho mit den Variablen sprachliche Unterstützung und Posttests „Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen“	160
Tabelle 41: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler Posttests „Beschreiben WAS“	161
Tabelle 42: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger SuS, Ø Lerneinheiten 1-3 „Beschreiben Was“	163
Tabelle 43: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler Posttests „Erklären“	163

Tabelle 44: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger SuS, Ø Lerneinheiten 1-3 „Erklären“	165
Tabelle 45: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler Posttests „Algorithmus erkennen - Zahlenmauern ausrechnen“ ...	166
Tabelle 46: Lernergebnisse ein- und mehrsprachiger SuS, Ø Lerneinheiten 1-3 "Rechengesetze erkennen - Zahlenmauern ausrechnen“	167
Tabelle 47: Berufsbiografische Daten der Lehrkräfte	169
Tabelle 48: Angaben der Lehrkräfte zur Lernausgangslage der Klassen ...	169
Tabelle 49: Auswertung der Begleitbände zum Unterrichtswerk „Welt der Zahl“	176
Tabelle 50: Aufgabenstellungen Zahlenmauern „Welt der Zahl“Quelle: eigene Darstellung	176
Tabelle 51: Auswertung der Begleitbände zum Unterrichtswerk Flex und Floh.....	179
Tabelle 52: Aufgabenstellungen Zahlenmauern „Flex und Floh“	180
Tabelle 53: Auswertung der Begleitbände zum Unterrichtswerk „Zahlenbuch“	183
Tabelle 54: Aufgabenstellungen Zahlenmauern „Zahlenbuch“	183
Tabelle 55: Auswertung der Begleitbände „Denken und Rechnen“	185
Tabelle 56: Aufgabenstellungen „Denken und Rechnen“	186
Tabelle 57: Evozierte Kompetenzen für das Übungsformat Zahlenmauern in Mathematikbüchern der Klassen 1-4	187
Tabelle 58: Mathematikbücher an Grundschulen in Essen	263

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Bildungsstandards Mathematik in der Grundschule.....	25
Abbildung 2: Argumentationsmodell nach Toulmin (1996)	31
Abbildung 3: Aufbau einer Zahlenmauer	76
Abbildung 4: Zahlenmauer mit vertauschten Randsteinen.....	76
Abbildung 5: Zahlenmauer mit einem +1 erhöhten Randstein.....	77
Abbildung 6: Zahlenmauer mit einem +1 erhöhten Mittelstein	77
Abbildung 7: Drei Säulen des Forschungsdesigns	89
Abbildung 8: Deduktion der Vorgaben der Bildungsstandards und Lehrpläne	98
Abbildung 9: Pre- und Posttest Mittelstein erhöht	104
Abbildung 10: Lernplakat Zahlenmauer.....	109
Abbildung 11: Scaffolds für die Gruppe mit sprachlicher Unterstützung ..	111
Abbildung 12: Die vier Bereiche des Pre-Post-Designs.....	132
Abbildung 13:Entwicklungsperspektiven für mathematisches Lernen am Beispiel der prozessbezogenen Kompetenz Argumentieren	220

Anlagen

1. Kinderfragebogen
2. Arithmetiktest
3. Bildmaterial als Schreibimpuls
4. Pre- und Posttest Lerneinheit 1: Randsteine vertauscht
5. Pre- und Posttest Lerneinheit 2: Randsteine verändert
6. Pre- und Posttest Lerneinheit 3: Mittelstein verändert
7. Lernplakat Randsteine vertauscht
8. Lernplakat Randsteine verändert
9. Lernplakat Mittelstein verändert
10. Lernplakat Formulierungshilfen Zahlenmauern
11. Datencodierung
12. Interviewleitfaden
13. Transkriptionsregeln
14. Themenmatrix
15. Mathematikbücher an Grundschulen in Essen (2007)
16. Analyseraster Mathematikbücher
17. Detaillierte Auswertung der Lernergebnisse für alle drei Aufgabenstellungen mit und ohne Scaffolds

Anlage 1: Kinderfragebogen

Name:	Klasse:	Datum:	Nr.
-------	---------	--------	-----

1. Wie alt bist du?
 Ich bin 7 Jahre 8 Jahre 9 Jahre 10 Jahre alt.

2. Bist du ein Junge oder ein Mädchen?
 Ich bin ein Mädchen ein Junge.

3. In welchem Land bist du geboren?
 Ich bin in _____ geboren. Ich weiß es nicht.

4. In welchem Land ist dein Vater geboren?
 Mein Vater ist in _____ geboren. Ich weiß es nicht.

5. In welchem Land ist deine Mutter geboren?
 Meine Mutter ist in _____ geboren. Ich weiß es nicht.

6. Welche Sprachen kannst du sprechen?
 Ich spreche _____.

7. Wie gut kannst du Deutsch sprechen?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Wie gut kannst du Deutsch schreiben?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Wie gut bist du in Mathe?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10. Welche Matheaufgaben gefallen dir gut?
 Mir gefallen _____


11. Welche Matheaufgaben gefallen dir nicht gut?
 Mir gefallen nicht _____


Vielen Dank für deine Hilfe!

Anlage 2: Arithmetiktest

Klasse: _____	Name: _____	Da- tum: _____	Nr. _____
<h3>Additionsaufgaben</h3>			
Platz für Notizen			
1.	$248 + 31 =$		
2.	$46 + 552 =$		
3.	$387 + 59 =$		
4.	$26 + 587 =$		
5.	$471 + 325 =$		
6.	$124 + 421 =$		
7.	$276 + 496 =$		
8.	$345 + 576 =$		

Anlage 3: Bildmaterial als Schreibimpuls

Name:	Datum:	Klasse:	
			
<small>Quelle: APA/Epine</small>			
① Beschreibe, was du auf dem Bild siehst.			

Name:	Datum:	Klasse:	
			
<small>Quelle: APA/Epine</small>			
② Kannst du erklären, warum die Autos im Stau stehen?			

Anlage 4:

Pre-und Posttest Lerneinheit 1

Randsteine vertauscht

Posttest

Name:	Datum:	Klasse:	1/2	
-------	--------	---------	-----	--

129		
64	65	
10	54	11

129		
65	64	
11	54	10

① Beschreibe die beiden Zahlenmauern.

② Erkläre den Rechen-trick.

③ Erfinde eigene Mauern, die so wie die beiden oberen aufgebaut sind.

Pretest

Name:	Datum:	Klasse:	1/1	
-------	--------	---------	-----	--

149		
74	75	
13	61	14

149		
75	74	
14	61	13

① Beschreibe die beiden Zahlenmauern.

② Erkläre den Rechen-trick.

③ Erfinde eigene Mauern, die so wie die beiden oberen Mauern aufgebaut sind.

Anlage 5:

Pre-und Posttest Lerneinheit 2

Randsteine verändert

Posttest

Name:	Datum:	2/2	
-------	--------	-----	--

190		
98		92
62	36	56

192		
99		93
63	36	57

① Beschreibe die beiden Mauern.

② Erkläre den Rechen-trick.

③ Erfinde eigene Mauern, die so wie die beiden oberen Mauern aufgebaut sind.

Pretest

Name:	Datum:	2/1	
-------	--------	-----	--

188		
90		98
54	36	62

190		
91		99
55	36	63

① Beschreibe die beiden Mauern.

② Erkläre den Rechen-trick.

③ Erfinde eigene Mauern, die so wie die beiden oberen Mauern aufgebaut sind.

Anlage 6:

Pre-und Posttest Lerneinheit 3

Mittelstein verändert

Posttest

Name:	Datum:	3/2	
-------	--------	-----	--

145		
68	77	
36	32	45

147		
69	78	
36	33	45

① Beschreibe die beiden Mauern.

② Erkläre den Rechen-trick.

③ Erfinde eigene Mauern, die so wie die beiden oberen Mauern aufgebaut sind.

Pretest

Name:	Datum:	3/1	
-------	--------	-----	--

191		
94	97	
38	56	41

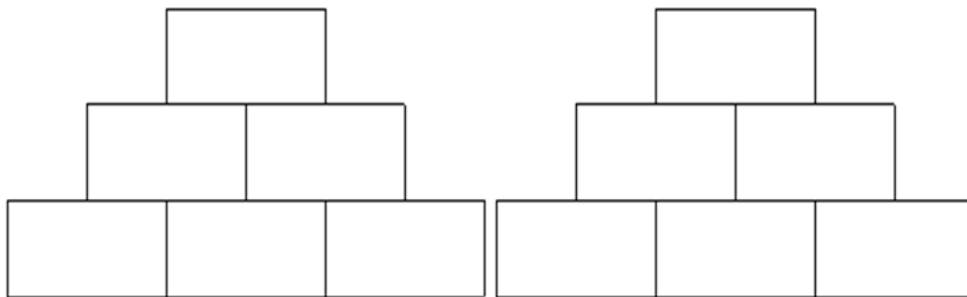
193		
95	98	
38	57	41

① Beschreibe die beiden Mauern.

② Erkläre den Rechen-trick.

③ Erfinde eigene Mauern, die so wie die beiden oberen Mauern aufgebaut sind.

Anlage 7: Lernplakat Randsteine vertauscht



Beschreibe die beiden Mauern?



Was **siehst** du? Welche Steine sind **gleich**? Welche Steine sind **nicht gleich**?

Beide Mauern haben gleiche Zahlen. Nur der rechte und der linke Randstein sind vertauscht. Der Deckstein bleibt gleich.

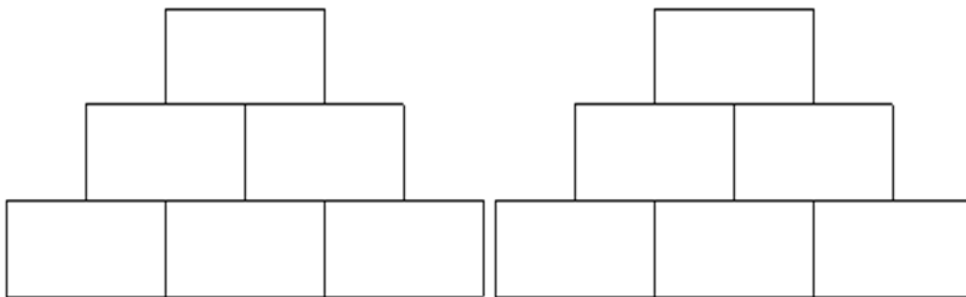
Erkläre den Rechenrick!



Warum ist das so?

Wir rechnen Tauschaufgaben. Tauschaufgaben haben immer das gleiche Ergebnis. Der Deckstein bleibt gleich, weil es Tauschaufgaben sind.

Anlage 8: Lernplakat Randsteine verändert



Beschreibe die beiden Mauern?

Was **siehst** du? Welche Steine sind **gleich**? Welche Steine sind **nicht gleich**?

Bei der zweiten Mauer ist der linke Randstein um 1 größer. Der linke Randstein der zweiten Reihe ist auch um 1 größer. Der Deckstein ist um 1 größer.

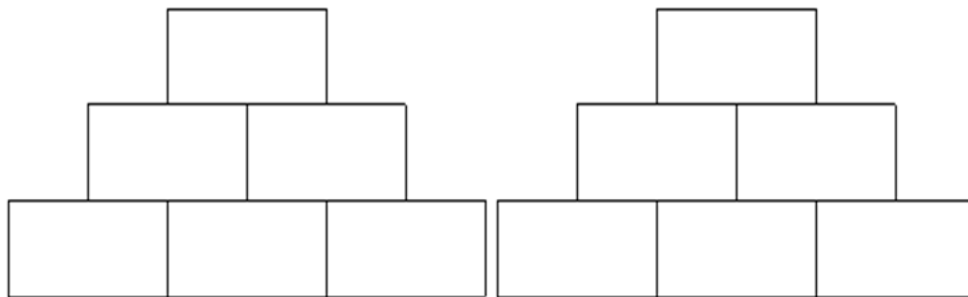


Erkläre den Rechentrick!

Warum ist das so?

Der linke Randstein ist um 1 größer. Dann muss auch der linke Stein der zweiten Reihe um 1 größer sein. Der Deckstein muss um 1 größer sein, weil ein Randstein um 1 größer ist.

Anlage 9: Lernplakat Mittelstein verändert



Beschreibe die beiden Mauern?

Was **siehst** du? Welche Steine sind **gleich**? Welche Steine sind **nicht gleich**?

Bei der zweiten Mauer ist der Mittelstein um 1 größer.
Der linke Stein der zweiten Reihe ist um 1 größer. Der rechte Stein der zweiten Reihe ist auch um 1 größer.
Der Deckstein ist 2 größer .



Erkläre den Rechenrick!

Warum ist das so?

Der Deckstein ist um 2 größer, weil der rechte und auch der linke Stein der zweiten Reihe um 1 größer werden. Weil wir beide Steine addieren, muss das Ergebnis um 2 größer sein.

Lernplakat 10: Formulierungshilfen Zahlenmauern

+	-	=
...wird größer.	...wird kleiner.	... bleibt/ bleiben immer gleich.
... wird immer um 1 größer.	... wird immer um 1 kleiner.	... verändert/ verändern sich.
...wird immer um 1 vermehrt.	...wird immer um 1 verringert.	... verändert/verändern sich nicht.

Anlage 11: Datencodierung

Identifikationscode für die Untersuchungsteilnehmenden:

Nachname (ersten zwei Buchstaben), Vorname (ersten zwei Buchstaben), Schulstandort (1. oder 1. und 2. Buchstabe); Klasse (Jahrgang 3, Klasse a = 1, Klasse b = 2)

A	B	C	D	E	F	G
1	2	3	4	5	6	7

H	I	J	K	L	M	N
8	9	10	11	12	13	14

O	P	Q	R	S	T	U
15	16	17	18	19	20	21

V	W	X	Y	Ä	Ö	Ü
22	23	24	25	27	28	29

Anlage 12: Interviewleitfaden Lehrerinterviews

Bibliografische Daten:

Zunächst habe ich ein paar allgemeine Fragen.

1. Wie lange unterrichten Sie schon in der Grundschule?
2. Haben Sie das Fach Mathematik studiert?
3. Welche Ausbildung haben Sie absolviert?
4. Wie lange unterrichten Sie die Klasse schon in Mathematik?
5. Mit welchem Schulbuch arbeiten Sie?
6. Hat die Klasse immer schon mit diesem Schulbuch gearbeitet?

Inhaltliche Fragen

Die nächsten Fragen beziehen sich auf das Übungsformat Zahlenmauern.

1. Wie oft hat die Klasse in den einzelnen Jahrgängen mit dem Übungsformat Zahlenmauern gearbeitet?
2. Welche Lernziele möchten Sie mit dem Übungsformat Zahlenmauern erreichen?
3. Welche Erfahrungen haben Sie mit dem Übungsformat Zahlenmauern gemacht? Schildern Sie alle Erfahrungen, positive und/oder negative.
4. Welche Schülerinnen und Schüler haben gern mit dem Übungsformat gearbeitet?
5. Bei welchen Aufgabenformaten im Bereich der Arithmetik haben Sie für welche Schülerinnen und Schüler besondere Schwierigkeiten beobachten können?
6. Sehen Sie einen Zusammenhang zwischen mathematischem Lernen und sprachlichem Können?
7. Welche Unterschiede haben Sie zwischen mehrsprachigen und einsprachigen Schülerinnen und Schülern beobachten können?
8. Welche Unterstützung und Hilfestellung brauchen Ihre Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten von Zahlenmauern?

Die folgenden Fragen sind offene Fragen. Vervollständigen Sie bitte diese Sätze.

9.Schülerinnen und Schülern gelingt es nicht, Aufgaben mit dem Übungsformat Zahlenmauern zu bearbeiten, wenn...

10.Sie entwerfen ihr eigenes Schulbuch. Das Übungsformat Zahlenmauern würde dabei...

11.Für die Vermittlung arithmetischer Strukturen wäre aus didaktisch-methodischer Sicht besonders wichtig, das ...

12.Gibt es aus Ihrer Sicht etwas, was Sie noch sagen möchten? Gibt es Aspekte, Ideen und Gedanken, die durch die Fragen nicht berücksichtigt worden sind?

Anlage 13: Transkriptionsregeln

Die Transkription erfolgte mit der Software des Transkriptionssystems EXMARaDA mit folgenden Transkriptionsregeln in Anlehnung an Przyborski/Wohlrab-Sahr (2010, 166).

1. Die interviewende Person wird mit einem „I“ und die befragte Person durch ein „B“ gekennzeichnet.
 2. Die Transkription erfolgt lautsprachlich.
 3. Ein Satz wird beibehalten, auch wenn er syntaktische und grammatische Fehler aufweist.
 4. Jeder Sprecherbeitrag erhält einen eigenen Absatz.
 5. Es wurden durchlaufende Zeilennummern verwendet.
4. Folgende Transkriptionszeichen wurden verwendet:

Zeichen	Zeichenerklärung
.	ganz kurze Pause, absetzen
..	etwas längere Pause (bis zu 0,5 Sekunden)
...	längere Pause (mehr als 0,5 Sekunden)
((0,9s))	Pause in Sekunden
(la- chen)	emotionale Äußerungen
(unver- ständ- lich)	unverständliche Wörter
/	Wort oder Äußerung im Abbruch
:	Dehnung nach Vokalzeichen

Anlage 14: Themenmatrix

Auswertung der Lehrkräfteinterviews: Unterrichtsplanung

Unterrichtsplanung			
	Lernziele	Bedeutung des Übungsformats	Fallzusammenfassungen
LK 1	Knobeln, Denken, Strategien entwickeln, geschickt rechnen, Zusammenhänge erkennen und für das Rechnen nutzen.	Das Übungsformat Zahlenmauern sollte vorkommen.	LK 1 möchte das flexible Denken, die Entwicklung von Rechenstrategien und das Erkennen von Zusammenhängen fördern. Das Übungsformat Zahlenmauern sollte vorkommen.
LK 2	Plus- und Minus rechnen, Knobeln, Abwechslung, Verschiedenes	Das Übungsformat Zahlenmauern sollte auf jeden Fall vorkommen.	LK 2 möchte die Grundrechenarten Addition und Subtraktion sowie das Knobeln fördern. Weitere LZ sind Abwechslung und Verschiedenes. Das Übungsformat Zahlenmauern sollte auf jeden Fall vorkommen.
LK 3	Vertiefung Addition und Subtraktion, Finden von Lösungswegen, vielfältiger Einsatz	Das Übungsformat Zahlenmauern sollte verwendet werden.	LK 3 möchte die Grundrechenarten Addition und Subtraktion vertiefen und das Finden vielfältigen Lösungswegen fördern. Das Übungsformat Zahlenmauern sollte verwendet werden.
LK 4	Einfache Zahlenmauern: Abwechslung zur Rechenfertigkeit Komplexere Zahlenmauern: flexibles Denken.	Das Übungsformat Zahlenmauern sollte eine Rolle spielen.	LK 4 verbindet mit einfacheren Mauern andere LZ als mit komplexeren Mauern. Einfache Mauern: Training der Rechenfertigkeit abwechslungsreich gestalten. Durch komplexere Mauern soll das flexible Denken gefördert werden. Das Übungsformat Zahlenmauern sollte eine Rolle spielen.
LK 5	Flexibler Einsatz soll erkannt werden, Plus und Minus rechnen	Das Übungsformat Zahlenmauern sollte eine mittlere Rolle spielen.	LK 5 möchte Zahlenmauern flexibel einsetzen, die Grundrechenarten Addition und Subtraktion fördern. Das Übungsformat Zahlenmauern sollte bedingt eine Rolle spielen.
Kategorienbasierte Auswertung ↓			

Lernziele	Bedeutung des Übungsformats
Knobeln, Denken, Strategien, flexibles und geschicktes Rechnen, Lösungswege finden, Plus- und Minusaufgaben, flexibler Einsatz	Das Übungsformat sollte eine Rolle spielen.

Auswertung der Lehrkräfteinterviews: Unterrichtsbeobachtung

Unterrichtsbeobachtung							
	Motivation	Schwierigkeiten im Bereich Arithmetik	Sprachliche Schwierigkeiten	Unterschiede ein- und mehrsprachiger SuS	Zusammenhang sprachliches und fachliches Lernen	Sonstige Beobachtungen	Fallzusammenfassungen
LK 1	Alle SuS waren motiviert.	Zehnerübergang, Ergänzen, SuS mit Dyskalkulie Zahlen-dreher	Flüchtlingskinder beim Wortspeicher Zahlen nicht sicher	Grammatik, Formulierung	Genaueres Aufschreiben, Formulieren	Schlecht, wenn der Zahlenraum SuS überfordert. Gute Erfahrungen, da alle Dinge zu entdecken sind.	Nach Beobachtungen von LK 1 haben die SuS motiviert mitgearbeitet. Schwierigkeiten gab es für SuS mit Dyskalkulie und beim Zehnerübergang. Flüchtlingskinder hatten sprachliche Schwierigkeiten. In den Bereich Grammatik und Formulierungen unterscheiden sich ein- und mehrsprachige SuS. Beim genauen Aufschreiben und Formulierungen gab es zwischen ein- und mehrsprachigen SuS Unterschiede. SuS dürfen beim Zahlenraum nicht überfordert werden. Ansonsten hat LK 1 gute Erfahrungen gemacht, weil Dinge zu entdecken sind.
LK 2	Alle SuS haben gern mit dem Übungsformat gearbeitet, da es nicht im Vordergrund schwierige Aufgaben zu lösen, sondern zu entdecken, zu begründen. Das schwächste Kind hatte Spaß, obwohl es Begründen oder Entdecken nicht konnte.	Keine Schwierigkeiten. Schwierigkeiten bei Minusaufgaben, schriftliche Subtraktion, Division mit Rest	SuS haben entdeckt, konnten die Entdeckungen nicht beschreiben, also in Worte fassen. Begründen. Begrifflichkeiten wie Tauschaufgabe.	Hängt sehr vom Kind ab, wie leistungsstark das Kind ist. Ist nicht an der Mehrsprachigkeit festzumachen, sondern ein bisschen auch an der Sprachbegabung.	Auf jeden Fall. Rechenwege auf verschiedene Arten lösen, Plus und Minus, Ergänzungsaufgaben	Die guten SuS kamen zurecht, viele haben nur mechanisch gearbeitet. Übung ist wichtig, über Entdeckungen sprechen ist ganz wichtig. SuS gelingt es nicht, wenn der Zahlenraum nicht beherrscht wird.	Nach Beobachtungen von LK 2 haben die SuS gern mit dem Übungsformat gearbeitet, da das Entdecken im Vordergrund stand. Auch das Kind, das das Entdecken und Begründen nicht leisten konnte, hatte Spaß. Die Angaben zu Schwierigkeiten im Bereich Arithmetik sind widersprüchlich. Einerseits gab Lehrkraft 1 an, dass es keine Schwierigkeiten gab, andererseits wurde die Bereiche schriftliche Subtraktion und Division mit Rest genannt. Sprachliche Schwierigkeiten gab es beim Beschreiben, Begründen und Fachbegriffen wie Tauschaufgaben. LK 2 sieht keine grundsätzlichen, sondern individuelle Unterschiede zwischen ein- und mehrsprachigen SuS. Diese hingen mit der Sprachbegabung zusammen. Ein Zusammenhang zwischen fachlichem und sprachlichem Lernen

LK 3	Spannende Herausforderung für SuS, die gern knobeln. SuS mit Problemen in Mathe keine große Lust. Leistungsstarke SuS fanden es spannend, die sich in Mathe schwer tun, empfanden schwierige Zahlenmauern als Horror.	Kopfrechnen, Hunderterüberschreitung, Minus. Bei komplizierteren, abstrakteren oder Knobelaufgaben, bei allen was im Kopf ablaufen muss.	Fehlender sprachlicher Grundwortschatz	Erfahrungen mit einem mehrsprachigen Kind (L1 Russisch): gut in Mathe, konnte Wege nicht erklären, konnte verschriftliche Arbeitsaufträge nicht umsetzen.	Immer dann, wenn die Aufgaben komplexer werden. Wenn es nicht mechanisch, sondern über Kommunikation läuft, wenn die Aufgabenformate schwieriger werden.	Wenn sich zwei SuS melden, die alles erklären, sind es manchmal einzigen, die es verstanden haben. Man lässt sich von zwei Wortmeldungen oft blenden.	Nach Beobachtungen von LK 3 haben leistungsstarke SuS motiviert mitgearbeitet. SuS mit Problemen erlebten die Zahlenmauern als Horror. LK 3 nannte Schwierigkeiten im Bereich der Arithmetik und bei Knobelaufgaben, bei allen Aufgaben, die im Kopf bearbeitet werden müssen. Im sprachlichen Bereich stelle ein fehlender Grundwortschatz ein Problem dar. Für ein mehrsprachiges Kind beschrieb LK 3 besondere Probleme, obwohl er über gute mathematische Fähigkeiten verfügte, Rechenwege sprachlich nicht erklären und schriftliche Arbeitsaufträge nicht umsetzen konnte. Einen Zusammenhang zwischen sprachlichem und fachlichem Lernen werden für komplexere Aufgaben, die nicht mechanisch, sondern über Kommunikation bearbeitet werden, beschrieben. LK 3 ist der Meinung, dass Lehrkräfte sich oft blenden ließen, da, wenn sich zwei SuS melden und alles erklären, dann fälschlicherweise angenommen wird, dass alle anderen SuS das ebenfalls verstanden hätten.
LK 4	Die Motivation hat im Laufe der Reihe nachgelassen.	Verbalisieren	Sprechen über Mathematik	In der Lerngruppe sollen nur einsprachige SuS sein.	Es gibt auf jeden Fall einen Zusammenhang.	Alle kamen gut zu recht, die Bearbeitung gelang fast immer.	Nach Beobachtungen von LK 4 hat die Motivation im Laufe der Unterrichtsreihe nachgelassen. Es sein alle SuS gut zurechtgekommen. Im Bereich der Arithmetik wird als Schwierigkeit das Verbalisieren genannt, im Bereich der sprachlichen Schwierigkeiten das Sprechen über Mathematik. Es wird ein Zusammenhang zwischen sprachlichem und fachlichem Lernen gesehen. LK 4 gab an, dass nur einsprachige SuS die Klasse besuchen würden.
LK 5	Es hat Spaß gemacht.	Keine Aussage	SuS konnten es nicht in Worte fassen	In der Lerngruppe sollen nur einsprachige SuS sein.	Schwierig, Frage kann nicht beantwortet werden.	Begabtere, schlauere SuS kamen gut zu recht, die schwächeren brauchten jedes Mal neu die Erklärung.	Nach Beobachtungen von LK 5 hat die Unterrichtsreihe allen SuS Spaß gemacht. Schlauere, begabtere SuS kamen gut zurecht, schwächere bräuchten jedes Mal neu die Erklärung. Zu Schwierigkeiten im Bereich der Arithmetik machte LK 5 keine Aussagen. Sprachliche Schwierigkeiten bestanden darin, dass SuS es nicht in Worte fassen konnten. LK 5 gab an, dass nur einsprachige SuS die Klasse besuchen würden. Zu der Frage nach einem möglichen Zusammenhang von fachlichem und sprachlichem Lernen konnte LK 5 keine Angaben machen.

Kategorienbasierte Auswertung

<p>4 LK gaben an das, alle SuS motiviert waren. 1 LK gab an, dass auch leistungsschwächere SuS Spaß gehabt haben, eine andere LK gab an, dass es für einige SuS Horror gewesen sei. In einer Klasse habe die Motivation im Laufe der Reihe nachgelassen.</p>	<p>Zehnerübergang, Ergänzen, Minus- und Subtraktionsaufgaben, Division mit Rest, Kopfrechnen. Bei einer LK waren die Angaben widersprüchlich. Eine LK ordnete das Verbalisieren arithmetischen Schwierigkeiten zu.</p>	<p>Entdeckungen beschreiben, begründen. Fachbegriffe, Grundwortschatz, Sprechen über Mathematik.</p> <p>1 LK gab an, dass bei Flüchtlingskindern die Zahlenschreibweise nicht sicher sei.</p>	<p>Grammatik, Formulierung.</p> <p>1 LK gab an, dass ein mehrsprachiges Kind mathematische Erkenntnisse sprachlich nicht erklären konnte.</p> <p>1 Lk sah keinen generellen Unterschied zwischen ein- und mehrsprachigen SuS, sondern den Faktor der individuellen Sprachbegabung</p> <p>2 LK gaben an, keine mehrsprachigen SuS zu unterrichten.</p>	<p>Antworten sehr unterschiedlich: 2 LK sahen auf jeden Fall einen Zusammenhang, 1 LK machte keine Angaben.</p> <p>1 LK sah einen Zusammenhang beim Aufschreiben, Formulieren.</p> <p>1 LK sah diesen bei Rechenwegen und Plus-, Minus- und Ergänzungsaufgaben.</p> <p>1 LK sah einen Zusammenhang für komplexere Aufgabenstellungen, die Kommunikation erfordern.</p>	<p>SuS kamen schlecht zurecht, wenn der Zahlenraum nicht beherrscht wurde. Es wurde zwischen „guten“ und „schlechten“ SuS unterschieden. Die „guten, begabteren, schlauerer“ kamen gut zurecht, die anderen haben mechanisch gearbeitet oder brauchten stets neu Erklärungen.</p> <p>1 LK gab an, dass LK sich teilweise durch die richtigen Wortmeldungen zweier SuS blenden lassen würden.</p>
--	--	---	---	--	--

Auswertung der Lehrkräfteinterviews: Methodisch-didaktische Entscheidungen

Methodisch- didaktische Entscheidungen/ Hilfestellungen						
	Hilfestellungen Sprache	Hilfestellungen Arithmetik	Veranschaulichungsmittel	Differenzierung	Weitere Hilfestellungen	Fallzusammenfassungen
LK 1	Wortspeicher, Plakate	Keine Angaben	Rechenrahmen, Mehrsystemblöcke	Differenzierung anhand von Montessorimaterial	Gemeinsam mit den SuS sprechen, sie nicht alleine arbeiten lassen. Lehrkraft muss Formulieren begleiten und kontrollieren.	Für LK 1 sind Wortspeicher und Plakate sprachliche Hilfen, Rechenrahmen und Mehrsystemblöcke Veranschaulichungsmittel. Zur Differenzierung setzt LK1 Montessorimaterialien ein. Des Weiteren nennt LK 1 das gemeinsame Sprechen und die Notwendigkeit der Kontrolle durch die Lehrkraft beim Formulieren.
LK 2	Wortspeicher, alles versprachlichen	Beim reinen Rechnen keine Hilfestellung erforderlich	Keine Angaben	Unterschiedliches Niveau durch Differenzierung des Zahlenraums.	Keine Angaben	LK 2 nennt Wortspeicher und die Notwendigkeit der Versprachlichung als sprachliche Hilfen. Im Bereich Arithmetik seien keine Hilfen notwendig. Differenzierung durch Größe des Zahlenraums. Zu den anderen Items wurden keine Angaben gemacht.
LK 3	Sprachliche Impulse	Keine Angaben	Anschauungsmaterial	Keine Angaben	Wiederholungen, Lernstoff sacken lassen.	LK 2 nennt sprachliche Impulse als sprachliche Hilfen. Des Weiteren nennt sie Veranschaulichungsmaterial und die Notwendigkeit Wiederholungen einzubauen, um den Lernstoff sacken zu lassen.
LK 4	Keine Angaben	Keine Angaben	Keine Angaben	Zunächst Übungsformat sichern, dann, um flexibles Denken zu erreichen, abwechseln	Einfachen Zahlenmauern wenig Unterstützung, sonst Aufgabenstellung wiederholen	LK 4 macht zu den ersten drei Items keine Angaben. Eine Differenzierung bestünde darin, dass zunächst das Übungsformat gesichert werden müsse, um danach flexibles Denken zu erreichen.

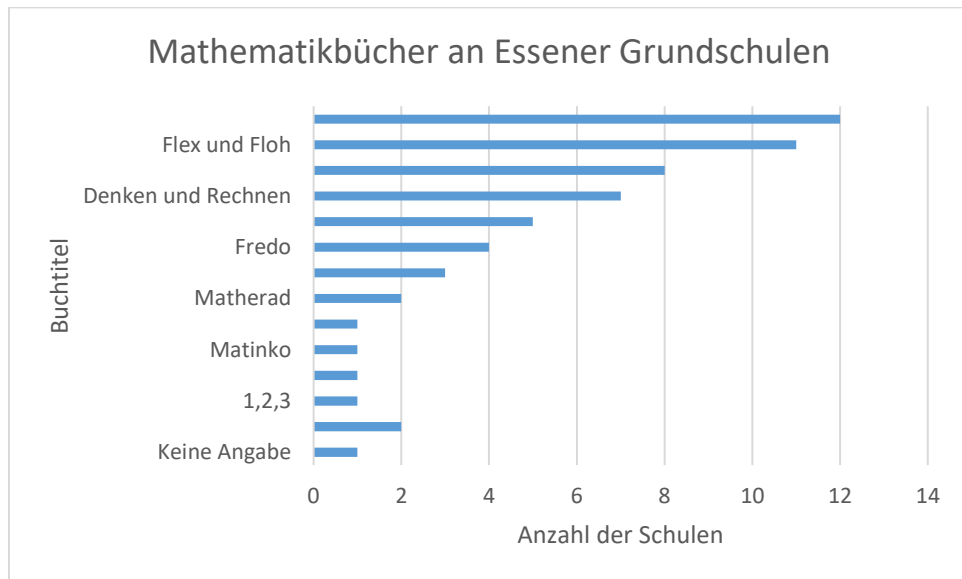
						Bei einfache Zahlenmauern sei wenig Unterstützung notwendig, ansonsten müsse die Aufgabenstellung wiederholt werden.
LK 5	Sprachliche Unterstützung, Erklärung, was genau passiert, Verbalisierung, Versprachlichung	Keine Angaben	Keine Angaben	Keine Angaben	Keine Angaben	LK 5 sieht die Notwendigkeit der sprachlichen Unterstützung. Zu Items 2-5 machte sie keine Angaben.

Kategorienbasierte Auswertung

Hilfestellungen Sprache	Hilfestellung Arithmetik	Veranschaulichungsmittel	Differenzierung	Weitere Hilfestellungen
Wortspeicher, Plakate, sprachliche Impulse, Verbalisieren, Versprachlichung	4 LK machten keine Angaben. 1 LK sah keine Notwendigkeit für Hilfestellungen	3 LK machten keine Angaben. 1 LK nannte Rechenrahmen, Mehrsystemblöcke. 1 LK allgemein Veranschaulichungsmaterial	2 LK machten keine Angaben. 1LK nutze Montessorimaterial zur Differenzierung. 1 LK differenziert durch die Höhe des Zahlenraums. 1 LK sichert zunächst das Übungsmaterial, um dann flexibles Denken zu fördern.	2 LK machten keine Angaben. 2 LK nannte Wiederholungen, gemeinsam mit den SuS die Aufgaben besprechen. 1 LK möchte die SuS nicht alleine arbeiten lassen, sie als Lehrkraft müsse das Formulieren begleiten und kontrollieren.

Anlage 15: Mathematikbücher an Grundschulen in Essen (2007)

Tabelle 58: Mathematikbücher an Grundschulen in Essen



Quelle: eigene Darstellung

Anlage 16: Analyseraster Mathematikbücher

Mathematikbuch: _____

		Kl.1	Kl.2	Kl.3	Kl.4	Kl.1-4
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Berechne, rechne					
	Baue					
	Lege					
	Finde (passende Zahlen), erfinde					
	Finde verschiedene Möglichkeiten					
	Finde passende Zahlen					
	Probiere					
	Löse durch Ergänzen					
	Trage die passenden Zahlen ein					
	Setze die Muster fort					
	Schreibe immer 2 Plus- und 2 Minusaufgaben					
	Zwei Zahlen nebeneinander addiert ergeben die Zahl darüber					
	Wie musst du die Zahlen verändern?					
	Minusmauern					
	Schreibe eigene Mauern					
Gesamt						

Inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen	Löse durch Ergänzen. Vergleiche die Mauern					
	Rechne, vergleiche, beschreibe					
	Finde Mauern und vergleiche					
	Vergleiche					
	Baue Mauern. Was fällt dir auf?					
	Was fällt dir/euch auf?					
	Beschreibe					
	Vergleiche die Mauern. Was fällt dir auf? Begründe					
	Erkläre					
	Gesamt					

Kein Arbeitsauftrag formuliert					
--------------------------------	--	--	--	--	--

Anlage 17:

Detaillierte Auswertung der Lernergebnisse für alle drei Aufgabenstellungen mit und ohne Scaffolds⁵⁵

Beschreiben: Ergebnisse Pre- und Posttests

Pretest: Beschreiben mit sprachlicher Unterstützung, n=52

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	15,4	19,2	19,2	17,9
1 Punkt	50,0	53,8	53,8	52,5
2 Punkte	26,9	23,1	23,1	24,3
3 Punkte	3,8	1,9	0,0	1,9
4 Punkte	3,8	1,9	3,8	3,2

Pretest: Beschreiben ohne sprachliche Unterstützung, n=48

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	10,4	20,8	25,0	18,7
1 Punkt	52,1	47,9	45,8	48,6
2 Punkte	29,2	29,2	20,8	26,4
3 Punkte	8,3	2,1	8,3	6,2
4 Punkte	0,0	0,0	0,0	0,0

Posttest: Beschreiben mit sprachlicher Unterstützung, n=52

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	7,7	15,4	3,8	8,9
1 Punkt	17,3	21,2	26,9	21,8
2 Punkte	40,3	40,4	30,8	37,1
3 Punkte	25,4	9,6	15,4	13,4
4 Punkte	19,2	13,5	23,1	18,6

Posttest: Beschreiben ohne sprachliche Unterstützung, n=48

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	6,3	14,6	16,7	12,5
1 Punkt	27,1	31,3	18,7	24,7
2 Punkte	41,7	27,1	20,8	29,8
3 Punkte	18,8	14,6	27,1	20,1
4 Punkte	6,3	12,5	16,7	11,8

⁵⁵ Alle Angaben stellen den prozentualen Anteil der Schülerinnen und Schüler dar, die die entsprechende Stufe erreicht haben.

⁵⁶ Die Werte wurden auf eine Stelle hinter dem Komma gerundet.

Erklären: Ergebnisse Pre-und Posttests

Pretest: Erklären **mit** sprachlicher Unterstützung, n=52

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	73,1	75,0	84,6	77,5
1 Punkt	11,5	15,4	11,5	12,8
2 Punkte	7,7	3,8	1,9	4,5
3 Punkte	1,9	5,8	0,0	2,5
4 Punkte	5,8	0,0	1,9	2,5

Pretest: Erklären **ohne** sprachliche Unterstützung, n=48

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	47,9	75,0	72,9	65,3
1 Punkt	31,3	12,5	8,3	17,4
2 Punkte	12,5	8,3	12,5	11,3
3 Punkte	6,3	4,2	4,2	4,9
4 Punkte	2,1	0	2,1	1,4

Posttest: Erklären **mit** sprachlicher Unterstützung, n=52

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	40,4	71,2	73,1	61,6
1 Punkt	23,1	5,8	9,6	12,8
2 Punkte	9,6	11,5	5,8	9,0
3 Punkte	17,3	9,6	5,8	10,9
4 Punkte	9,6	1,9	5,8	5,8

Posttest: Erklären **ohne** sprachliche Unterstützung, n=48

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	22,9	54,2	39,6	38,9
1 Punkt	22,9	8,3	12,5	14,6
2 Punkte	22,9	12,5	25,0	20,1
3 Punkte	22,9	10,4	10,4	14,6
4 Punkte	8,3	14,6	12,5	11,8

Algorithmus erkennen – Mauern ausrechnen

Pretest: Algorithmus erkennen – Mauern ausrechnen **mit sprachlicher Unterstützung**, n=52

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	19.2	36.5	25.0	26.9
1 Punkt	5.8	3.8	7.7	5.8
2 Punkte	0.0	3.8	13.5	5.8
3 Punkte	3.8	11.5	5.8	7.0
4 Punkte	71.2	44.2	48.1	54.5

Pretest: Algorithmus erkennen – Mauern ausrechnen **ohne sprachliche Unterstützung**, n=48

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	25.0	31.3	25.0	27.1
1 Punkt	4.2	4.2	2.1	3.5
2 Punkte	2.1	8.3	6.3	5.6
3 Punkte	2.1	14.6	4.2	7.0
4 Punkte	66.7	41.7	62.5	57.0

Posttest: Algorithmus erkennen – Mauern ausrechnen **mit sprachlicher Unterstützung**, n=52

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	11.5	19.2	11.5	14.0
1 Punkt	1.9	0.0	3.8	1.9
2 Punkte	1.9	5.8	1.9	3.2
3 Punkte	0.0	9.6	7.7	5.8
4 Punkte	84.6	65.4	75.0	75.0

Posttest: Algorithmus erkennen – Mauern ausrechnen **ohne sprachliche Unterstützung**, n=48

	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3	Ø Einheit 1-3
0 Punkte	25.0	25.0	10.4	20.1
1 Punkt	0.0	0.0	0.0	0.0
2 Punkte	0.0	2.1	0.0	0.7
3 Punkte	4.2	6.3	18.8	9.8
4 Punkte	70.8	66.7	70.8	69.4

Vergleich Lernergebnisse Pre- und Posttest

Ergebnisse Ø Lerneinheiten Aufgaben 1-3 mit und ohne sprachliche Unterstützung⁵⁷

Beschreiben

	ohne sprachliche Unterstützung, n=48			mit sprachlicher Unterstützung, n=52		
	Pretest	Posttest	Differenz	Pretest	Posttest	Differenz
	%	%	%	%	%	%
0 Punkte	18,7	12,5	-6,2	17,9	8,9	-9,0
1 Punkt	48,6	24,7	-23,9	52,5	21,8	-30,7
2 Punkte	26,4	29,8	3,4	24,3	37,1	12,8
3 Punkte	6,2	20,1	13,9	1,9	13,4	11,5
4 Punkte	0,0	11,8	11,8	3,2	18,6	15,4

Erklären

	ohne sprachliche Unterstützung, n=48			mit sprachlicher Unterstützung, n=52		
	Pretest	Posttest	Differenz	Pretest	Posttest	Differenz
	%	%	%	%	%	%
0 Punkte	65,3	38,9	-26,4	77,5	61,6	-15,9
1 Punkt	17,4	14,6	-2,8	12,8	12,8	0,0
2 Punkte	11,3	20,1	8,8	4,5	9,0	4,5
3 Punkte	4,9	14,6	9,7	2,5	10,9	8,4
4 Punkte	1,4	11,8	10,4	2,5	5,8	3,3

Algorithmus erkennen – Mauern ausrechnen

	ohne sprachliche Unterstützung, n=48			mit sprachlicher Unterstützung, n=52		
	Pretest	Posttest	Differenz	Pretest	Posttest	Differenz
	%	%	%	%	%	%
0 Punkte	27,1	20,1	-7,0	26,9	14,0	-12,9
1 Punkt	3,5	0,	-3,5	5,8	1,9	-3,9
2 Punkte	5,6	0,7	-4,9	5,8	3,2	-2,6
3 Punkte	7,0	9,7	2,8	7,0	5,8	-1,2
4 Punkte	57,0	69,4	12,4	54,5	75,0	20,5

⁵⁷ Alle Angaben stellen den prozentualen Anteil der Schülerinnen und Schüler dar, die die entsprechende Stufe erreicht haben.

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt. Alle Stellen der Arbeit, die dem Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken entnommen worden sind, wurden durch Angabe von Quellen kenntlich gemacht. Dazu zählen auch Internetquellen.

Ich erkläre außerdem, dass ich die Dissertation in keinem anderen Promotionsverfahren eingereicht habe.

Essen, den 15.06.2022