
Berechnung des elektromagnetischen Feldes von Freileitungen zur Anwendung in Funkstör-Risikoanalysen für VSC-MMC

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften
Abteilung Elektrotechnik und Informationstechnik
der Universität Duisburg-Essen

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

Markus Franke

aus

Duisburg

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Holger Hirsch

Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. Achim Enders

Tag der mündlichen Prüfung: 07.12.2022

Kurzfassung

Seitdem im Jahr 2000 das Erneuerbare-Energien-Gesetz (EEG) beschlossen wurde, befindet sich die elektrische Energieversorgung im Wandel. Insbesondere der auf den nördlichen Teil des Landes konzentrierte Ausbau von erneuerbaren Energien hat einen erhöhten Bedarf an Stromtransfer von Nord- nach Süddeutschland zur Folge. Für lange Übertragungsstrecken erweist sich die Hochspannungsgleichstromübertragung (HGÜ) gegenüber der konventionellen Hochspannungsdrehstromübertragung (HDÜ) als vorteilhafter. Im Bereich der HGÜ hat sich die Technologie der selbstgeführten modularen Multilevel-Konverter (VSC-MMC) durchgesetzt. Durch ihre Funktionsweise bedingt, ergeben sich beim Betrieb derartiger Konverter spektrale Anteile bis in den einstelligen Megahertzbereich.

Mit der Einführung der EMV-Richtlinie 2014/30/EU¹ und der Überführung in das Gesetz über die elektromagnetische Verträglichkeit von Betriebsmitteln (EMVG) sowie dem Leitfaden zur Anwendung der EMV-Richtlinie², bleibt die Entbehrung einer CE-Kennzeichnung bzw. einer Konformitätserklärung oder einer förmlichen EMV-Bewertung für ortsfeste Anlagen, wie es bspw. Freileitungen sind, bestehen. Allerdings wurde hier eine Dokumentationspflicht in Form einer Risikoanalyse, welche für Überprüfungszwecke durch eine nationale Behörde bereitzuhalten ist, eingeführt. Problematisch hierbei ist, dass die Technologie der VSC-MMC im Bereich der Energieübertragung hinsichtlich ihrer EMV in den bestehenden Normen nicht lückenlos und eindeutig beschrieben ist. Speziell für größere transversale Entfernungen von mehr als 100 m besteht Ungewissheit.

Daher wird in dieser Dissertation erstmalig ein Modell zur Berechnung des elektromagnetischen Feldes von Freileitungen im Frequenzbereich entwickelt, welches die Berechnung des Feldes in beliebigen Beobachtungspunkten um die Leitung durch die Superposition einzelner quasi-statischer und abgestrahlter Felder ermöglicht. Das Modell wird auf verkettete Leitungen und Mehrleitersysteme ausgeweitet und ermöglicht so die Untersuchung des Einflusses der Freileitungsmasten. Die Verifizierung wird anhand von Simulationen auf Basis der Momentenmethode durchgeführt. Die Validierung erfolgt mittels Messungen in einem Absorberraum und an einem 30 km langen Freileitungssystem.

Darüber hinaus befasst sich diese Arbeit mit der Erarbeitung eines Beeinflussungsmodells zur EMV-Risikoanalyse von Funkdiensten, mit Hilfe dessen die Angabe eines objektiven, quantifizierbaren technischen Risikos ermöglicht wird. Die Anwendung des entwickelten Modells zur Berechnung des elektromagnetischen Feldes von Freileitungen wird beispielhaft gezeigt.

¹ Richtlinie 2014/30/EU des europäischen Parlaments und des Rates vom 26. Februar 2014 zur Harmonisierung der Rechtsvorschriften der Mitgliedstaaten über die elektromagnetische Verträglichkeit

² Leitfaden zur Anwendung der EMV-Richtlinie (Richtlinie 2014/30/EU), Europäische Kommission, 19. Dezember 2018

Abstract

Since the Erneuerbare-Energien-Gesetz (EEG) was passed in 2000, the electrical energy supply has been in a state of change. In particular, the expansion of renewable energies concentrated in the northern part of the country has resulted in an increased demand for electricity transfer from northern to southern Germany. For long transmission distances, high-voltage direct current (HVDC) transmission is proving more advantageous than conventional high-voltage three-phase current (HVDC) transmission. Here, the technology of voltage-source-converter modular multilevel converters (VSC-MMC) has become established. Due to their mode of operation, spectral components down to the single-digit megahertz range result when operating such converters.

With the introduction of the EMC Directive 2014/30/EU and the transfer into the law on electromagnetic compatibility of equipment (EMVG) as well as the guideline for the application of the EMC Directive, the dispensing with a CE marking or a declaration of conformity or a formal EMC assessment for fixed installations, such as overhead lines, remains. However, a documentation obligation was introduced in the form of a risk analysis, which must be kept available for inspection purposes by a national authority. With regard to the technology of VSC-MMC the problem arises that this technology is not completely and clearly described in the existing standards with regard to its EMC. Especially for transverse distances exceeding 100 m, there is uncertainty.

In this dissertation, for the first time, a model for the calculation of the electromagnetic field of overhead lines in the frequency domain is developed, which allows the calculation of the field in arbitrary observation points around the line by the superposition of static and radiated fields. The model is extended to concatenated lines and multi-conductor systems, allowing the investigation of the influence of the towers. Verification is performed using simulations based on the method of moments. Validation is performed by measurements in an anechoic chamber and on a 30 km long overhead line.

Furthermore, this work deals with the development of an influence model for EMC risk analysis for radio services, with the help of which the specification of an objective, quantifiable technical risk is possible. The application of the developed model for the calculation of the electromagnetic field of overhead lines is shown as an example.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	2
Abstract	3
Inhaltsverzeichnis	4
Abbildungsverzeichnis	7
Tabellenverzeichnis	11
Abkürzungsverzeichnis	13
Symbolverzeichnis	14
1 Einleitung	19
2 Modalanalyse von Freileitungen	23
2.1 Leitungsgleichung für Zweileitersysteme	23
2.2 Leitungsgleichungen für Mehrleitersysteme	26
2.2.1 Entkopplung der Leitungsgleichungen.....	28
2.2.2 Lösung der Leitungsgleichungen	30
2.2.3 Bestimmung und Eigenschaften der Transformationsmatrizen	33
2.3 Definition der Moden	35
2.4 Periodische Strukturen.....	37
2.5 Bestimmung der Leitungsparameter.....	41
2.5.1 Impedanzen.....	41
2.5.2 Admittanzen	48
3 Modell zur Berechnung des EM-Feldes von Freileitungen	49
3.1 EM-Feld von Zweidrahtleitungen	49
3.1.1 Berücksichtigung der Leitungsenden	59
3.2 Verkettete Leitungen	61
3.3 Erweiterung auf Mehrleitersysteme	61
3.4 Vergleich mit Ergebnissen von numerischen Feldberechnungen	63
3.4.1 Leitung über PEC	63
3.4.2 Verkettete Leitungen	70
3.4.3 Mehrleitersystem	74
3.5 Validierung im Absorberraum.....	78
4 Untersuchungen am Modell	84
4.1 Dominierende Komponenten.....	85
4.1.1 Moden.....	88
4.1.2 Quasi-statisches und gestrahltes Feld.....	91

4.2	Einfluss der Masten	93
4.3	Einfluss des Mastwiderstands.....	99
4.4	Einfluss der Bodenleitfähigkeit	100
5	Vergleich des entwickelten Modells mit Messungen an einem bestehenden Freileitungssystem	104
5.1	Versuchsaufbau	104
5.2	Einspeise- und Messmethodik.....	106
5.3	Vergleichsmethodik.....	107
5.4	Versuchsergebnisse	109
5.4.1	Longitudinaler Verlauf	109
5.4.2	Transversaler Verlauf	110
6	Modell zur EMV-Risikoanalyse	114
6.1	Grundlegende Überlegungen.....	114
6.2	Zeitwahrscheinlichkeit von Nutz- und Störsignal	118
6.3	Ortswahrscheinlichkeit der Empfänger	120
6.4	Wahrscheinlichkeit der plangemäßen Reichweite.....	120
6.5	Frequenzwahrscheinlichkeit von Nutz- und Störsignal.....	121
6.6	Polarisationsübereinstimmung	121
6.7	Zusätzliche Parameter	122
6.7.1	Äquivalente elektrische Feldstärke.....	122
6.7.2	Bandbreitenumrechnung.....	122
6.7.3	Empfängerspezifische Eigenschaften	122
6.8	Wahrscheinlichkeit eines ausreichenden SIR.....	122
6.8.1	Nutzfeldstärke.....	123
6.8.2	Störfeldstärke.....	124
6.9	Beispielhafte Anwendung	125
7	Zusammenfassung und Ausblick	130
8	Literaturverzeichnis	133
Anhang	141
Mastkopfgeometrie Kapitel 4	141
Feldverlauf transversal zur Leitung unter Berücksichtigung der Leiter-Mast-Kapazitäten	142
Messpunkte – longitudinaler Verlauf	143
Messpunkte – transversaler Verlauf	144
Versuchsergebnisse – longitudinaler Verlauf.....	148
Versuchsergebnisse – transversaler Verlauf.....	152

Veröffentlichungen des Autors 156

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1: Leitungsmodell einer Leitung der Länge L mit charakteristischer Impedanz Z_C und Fortpflanzungskonstante γ , sowie angeschlossener Quelle (Index Q) und Last (Index L).....	23
Abbildung 2.2: Ersatzschaltbild für ein elektrisch kurzes $m + 1$ Mehrleitersystem	27
Abbildung 2.3: Vereinfachtes Ersatzschaltbild eines Mehrleitersystems mit quellen- und lastseitigem Netzwerk.....	32
Abbildung 2.4: Qualitative Darstellung des Stromflusses für Gleich- und Gegentakt für ein System mit $m = 2$ Leitern. Die Länge der Pfeile skizziert das Verhältnis der einzelnen Leiterströme	35
Abbildung 2.5: Qualitative Darstellung der modalen Stromflussrichtung für ein System mit $m = 3$ Leitern. Die Länge der Pfeile skizziert das Verhältnis der einzelnen Leiterströme	36
Abbildung 2.6: Einheitszelle aus zwei Leitungsstücken und Mast	37
Abbildung 2.7: Vereinfachtes Mast-Ersatzschaltbild	38
Abbildung 2.8: Quotient aus Leiterradius und Stromeindringtiefe für ein Al/St 240/40 mm ² Seil.....	43
Abbildung 2.9: a) Spiegelleiterdarstellung bei perfekt leitendem Boden zur Berechnung der externen Induktivitäten und Kapazitäten b) Verschiebung der Spiegelungsebene um p zur Berücksichtigung des Erdbodens nach Dubanton.....	44
Abbildung 2.10: Bündelleiteranordnung mit Leiterradius r_c und Teilkreisradius r_T	45
Abbildung 2.11: Prozentuale Abweichung der Selbstimpedanzbeläge nach Theodoulidis (blau und rot), sowie nach Dubanton (grün und schwarz) bezogen auf die Näherungslösungen in [33] und [50]	47
Abbildung 2.12: Prozentuale Abweichung der Gegenimpedanzbeläge nach Theodoulidis (blau und rot), sowie nach Dubanton (grün und schwarz) bezogen auf die Näherungslösungen in [33] und [50]	47
Abbildung 3.1: Zweidrahtleitung im Freiraum. Die blauen Pfeile deuten den Stromfluss im oberen und unteren Leiter sowie an den Leitungsenden an .	49
Abbildung 3.2: Skizze der individuellen zylindrischen Koordinaten für den oberen und unteren Leiter der Übertragungsleitung	51
Abbildung 3.3: Qualitative Darstellung eines rechtsseitigen Abschlusses (RT), a), und linksseitigen Abschlusses (LT), b), der Zweidrahtleitung für eine hinlaufende Welle	55
Abbildung 3.4: Qualitative Darstellung eines rechtsseitigen Abschlusses (RT) in a) und linksseitigen Abschlusses (LT) in b) der Zweidrahtleitung für eine rücklaufende Welle	56
Abbildung 3.5: a) Schematische Darstellung einer endlichen Zweidrahtleitung mit eingezeichneter Stromflussrichtung der hin- und rücklaufenden Wellen. b) Schematische Darstellung der Winkelbeziehungen zur Berechnung der Abstrahlung der jeweiligen Leitungsenden durch Draufsicht auf die y - z -Ebene.....	57
Abbildung 3.6: Qualitative Darstellung der Berechnung des EM-Feldes einer hinlaufenden Welle entlang einer Zweidrahtleitung (schwarz) aus der	

Superposition des quasi-statischen Feldes (grün) und des abgestrahlten Feldes anhand von isotropen Strahlern am Leitungsanfang (blau) und Leitungsende (rot)	59
Abbildung 3.7: a) Modellierung der Leitungsenden als bikonische Antenne, b) Modellierung der Leitungsenden als zylindrischen Leiter [57]	60
Abbildung 3.8: Reflexionsfaktor Γ an der Übergangsstelle zwischen Leitung und vertikalem Abschluss, modelliert als zylindrischer Leiter, in Abhängigkeit des Quotienten aus Leiterhöhe h und Leiterradius a	60
Abbildung 3.9: Aneinander gekettete Leitungen mit einem Shunt-Widerstand als Verbindungselement	61
Abbildung 3.10: Schematische Darstellung einer Mehrleiteranordnung mit m Leitern über PEC	62
Abbildung 3.11: Skizze der modellierten Leitung über ideal leitendem Boden.....	63
Abbildung 3.12: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P1 (oben), P2 (Mitte) und P3 (unten)	66
Abbildung 3.13: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P4 (oben), P5 (Mitte) und P6 (unten)	67
Abbildung 3.14: Skizze zur Anordnung der Beobachtungspunkte transversal zur Leitung	68
Abbildung 3.15: Vergleich des Mittelwerts der magnetischen Feldstärke transversal zur Leitung in einer Höhe von $x = 2$ m für Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) bei einer Frequenz von 50 kHz (oben), 500 kHz (mitte) und 1 MHz (unten)	69
Abbildung 3.16: Ersatzschaltbild der verketteten Leitungen.....	70
Abbildung 3.17: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P1 (oben), P2 (Mitte) und P3 (unten) für verkettete Leitungen	72
Abbildung 3.18: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P4 (oben), P5 (Mitte) und P6 (unten) für verkettete Leitungen	73
Abbildung 3.19: Untersuchtes Mehrleitersystem	74
Abbildung 3.20: Beschaltung am Anfang und Ende des untersuchten Mehrleitersystems	75
Abbildung 3.21: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P1 (oben), P2 (Mitte) und P3 (unten) für das untersuchte Mehrleitersystem ...	76
Abbildung 3.22: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P4 (oben), P5 (Mitte) und P6 (unten) für das untersuchte Mehrleitersystem ...	77
Abbildung 3.23: Darstellung des Leitungsaufbaus	79
Abbildung 3.24: Blockschaltbild des Versuchsaufbaus	79
Abbildung 3.25: Vergleich aus Modell mit Berücksichtigung der Leitungsenden (blau) und Messung (rot) für P1 (oben), P2 (Mitte) und P3 (unten).....	82
Abbildung 3.26: Vergleich aus Modell mit Berücksichtigung der Leitungsenden (blau) und Messung (rot) für P4 (oben) und P5 (unten)	83
Abbildung 4.1: Mastkopfgeometrie des untersuchten Systems.....	84
Abbildung 4.2: Links, Fall 1: Anregung der Leiter 4, 5 und 6 mit identischen Spannungsquellen. Rechts, Fall 2: Anregung der Leiter 4 und 6 mit entgegengesetzten Spannungsquellen	85

Abbildung 4.3: Magnetisches Feld parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2	88
Abbildung 4.4: Modale magnetische Felder parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2).....	89
Abbildung 4.5: Magnetischer Feldverlauf transversal zur Leitung bei $z = 23$ km und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2).....	90
Abbildung 4.6: Quasi-statischer und abgestrahlter magnetischer Feldverlauf transversal zur Leitung bei $z = 15$ km und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)	91
Abbildung 4.7: Dominierende Feldkomponente. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2). HQStatisch-Hgestrahlt > 6 dB \rightarrow Gelb, 6 dB $>$ HQStatisch-Hgestrahlt > -6 dB \rightarrow Blau, HQStatisch-Hgestrahlt < -6 dB \rightarrow Lila	93
Abbildung 4.8: Magnetisches Feld parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2).....	96
Abbildung 4.9: Modale magnetische Felder parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2).....	97
Abbildung 4.10: Dominierende Feldkomponente, Fall 1 (s. Abbildung 4.2).....	98
Abbildung 4.11: Quasi-statischer und abgestrahlter magnetischer Feldverlauf transversal zur Leitung bei $z = 15$ km und $x = 2$ m, Fall 1 (s. Abbildung 4.2)	99
Abbildung 4.12: Magnetischer Feldverlauf transversal zur Leitung bei $z = 15$ km und $x = 2$ m bei diversen Mastwiderständen. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)	100
Abbildung 4.13: Magnetisches Feld parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m Fall 1 (s. Abbildung 4.2)	101
Abbildung 4.14: Magnetisches Feld parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m Fall 2 (s. Abbildung 4.2)	101
Abbildung 4.15: Absolute Dämpfung des magnetischen Feldes am Leitungsende bei $f = 500$ kHz. blau: Fall 1, rot: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)	102
Abbildung 4.16: Absolute Dämpfung des magnetischen Feldes am Leitungsende bei $\rho_E = 200$ Ω m, $ZE = 200$ Ω . blau: Fall 1, rot: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)	103
Abbildung 5.1: Mastkopfgeometrie der im Versuch genutzten Freileitung	104
Abbildung 5.2: Leitungsabschluss des genutzten Streckenabschnitts	105
Abbildung 5.3: Blockschaltbild des Einspeisenetzwerks	107
Abbildung 5.4: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, oben: $0,21$ MHz, unten: $0,57$ MHz	109
Abbildung 5.5: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, oben: $0,95$ MHz, unten: $1,97$ MHz	110
Abbildung 5.6: Kumulative Verteilungsfunktion der betraglichen Abweichung in dB zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, oben: $0,21$ MHz, unten: $0,57$ MHz	112
Abbildung 5.7: Kumulative Verteilungsfunktion der betraglichen Abweichung in dB zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, oben: $0,95$ MHz, unten: $1,97$ MHz	113

Abbildung 6.1: Übersicht der getroffenen Annahmen hinsichtlich der Beziehungen der zugrundeliegenden Ereignisse. Durchgezogene Linie: Stochastische Unabhängigkeit, gestrichelte Linie: Teilmenge von.....	115
Abbildung 6.2: Zwei, sich im Beobachtungszeitraum T, überlappende Zeitfenster mit, in blau gekennzeichnet, Störtoleranz. Dargestellt ist ein Zustand, dass gerade eben keine Funktionsbeeinträchtigung auftritt.....	119
Abbildung 6.3: Darstellung der Zeitwahrscheinlichkeit für verschiedene Betriebsdauern eines Störers für eine Störungstoleranz von $q = 0,2$ (blau: $r = 0,25$, rot: $r = 0,5$, grün: $r = 0,75$)	120
Abbildung 6.4: Schematische Darstellung der plangemäßen Reichweite (blau) und der örtlichen Beschränkung für erwartete Empfänger	126
Abbildung 6.5: Die Wahrscheinlichkeit P, dass der plangemäße Empfang des beispielhaften Funkdienstes durch den Betrieb der Anlage bzw. des Geräts beeinflusst wird. Oben: lineare Skalierung der y-Achse. Unten: logarithmische Skalierung der y-Achse	129
Abbildung A. 1: Quasi-statischer und abgestrahlter magnetischer Feldverlauf transversal zur Leitung unter Berücksichtigung der Leiter-Mast-Kapazitäten bei $z = 15$ km und $x = 2$ m, Fall 1	142
Abbildung A.2: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 0,21 MHz ..	148
Abbildung A.3: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 0,57 MHz ..	148
Abbildung A.4: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 0,95 MHz ..	149
Abbildung A.5: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 1,97 MHz ..	149
Abbildung A.6: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 3,1 MHz	150
Abbildung A.7: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 5,61 MHz ..	150
Abbildung A.8: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 7,66 MHz ..	151
Abbildung A.9: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 8,85 MHz ..	151
Abbildung A.10: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 0,21 MHz	152
Abbildung A.11: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 0,57 MHz	152
Abbildung A.12: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 0,95 MHz	153
Abbildung A.13: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 1,97 MHz	153
Abbildung A.14: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 3,1 MHz	154

Abbildung A.15: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 5,61 MHz	154
Abbildung A.16: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 7,66 MHz	155
Abbildung A.17: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 8,85 MHz	155

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: EM-Felder des oberen und unteren Leiters einer Zweidrahtleitung für hin- und rücklaufende Welle	54
Tabelle 2: Übersicht der Beobachtungspunkte zum Vergleich des Modells mit den Simulationsergebnissen	64
Tabelle 3: Übersicht der Beobachtungspunkte zum Vergleich des Modells mit Messergebnissen	80
Tabelle 4: Modale Dämpfungskonstanten der lokalen Moden	87
Tabelle 5: Mit den jeweiligen Moden assoziierte Stromflussrichtung in den Leitern basierend auf den Realteilen der Transformationsmatrix. Typ 1: Ground-Mode. Typ 2: Differential-Mode. Typ 3: Pseudo-Differential-Mode	87
Tabelle 6: Dämpfungskonstanten und Ströme der lokalen Moden	95
Tabelle 7: Mit den jeweiligen lokalen Moden assoziierte Stromflussrichtung in den Leitern basierend auf den Realteilen der Transformationsmatrix. Typ 1: Ground-Mode. Typ 2: Differential-Mode. Typ 3: Pseudo-Differential-Mode	95
Tabelle 8: Beschreibung der Messstreckenumgebung und Messpunktanzahl je Strecke zur Messung des transversalen Verhaltens des magnetischen Feldes	105
Tabelle 9: Beschreibung der Messpunktumgebung zur Messung des longitudinalen Verhaltens des magnetischen Feldes	106
Tabelle 10: Übersicht einiger Dokumente zur Modellierung der Ausbreitung elektromagnetischer Felder für Funkdienste in diversen Frequenzbereichen	123
Tabelle 11: Wertebereich der in der Parametervariation verwendeten Parameter	125
Tabelle A. 1: Detaillierte Mastkopfbeschreibung des untersuchten Freileitungssystems in Kap. 4	141
Tabelle A. 2: Fortsetzung der detaillierte Mastkopfbeschreibung des untersuchten Freileitungssystems in Kap. 4	141
Tabelle A. 3: Entfernung der Messpunkte zum Leitungsanfang zur Ermittlung des longitudinalen Verlaufs	143
Tabelle A.4: Position der Messpunkte bei Messstrecke 1	144
Tabelle A.5: Position der Messpunkte bei Messstrecke 2	144
Tabelle A.6: Position der Messpunkte bei Messstrecke 3	145

Tabelle A.7: Position der Messpunkte bei Messstrecke 4	146
Tabelle A.8: Position der Messpunkte bei Messstrecke 5	146
Tabelle A.9: Position der Messpunkte bei Messstrecke 6	147

Abkürzungsverzeichnis

DC	Direct Current (Gleichstrom)
DM	Differential-Mode
EM	Elektromagnetisch
EMV	Elektromagnetische Verträglichkeit
GM	Ground-Mode
HDÜ	Hochspannungsdrehstromübertragung
HGÜ	Hochspannungsgleichstromübertragung
IGBT	Insulated-Gate bipolar transistor
IGCT	Integrated gate-commutated thyristor
MMC	Modular-Multilevel-Converter
MoM	Momentenmethode
PDM	Pseudo-Differential-Mode
PLC	Powerline-Communication
SIR	Signal-To-Interference ratio (Signal-Stör-Verhältnis)
VSC	Voltage-Source-Converter

Symbolverzeichnis

a	Leiterradius
A, B, C, D, E, F, G	Ereignisse
A, B, C, D	Untermatrizen der ABCD-Matrix
AG	Antennengewinn
B_{rs}, B_{CISPR}	Bandbreiten
C	Kapazität
\mathbf{C}	Kapazitätsmatrix
d, D	Abstand
e	Einheitsvektor
err	Abweichungsbetrag
E	Elektrische (Nutz-)Feldstärke
\mathbf{E}^+	Vektor des elektrischen Feldes einer hinlaufenden Welle
\mathbf{E}^-	Vektor des elektrischen Feldes einer rücklaufenden Welle
f	Frequenz
F	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung $\mathcal{N}(0,1)$
G	Konduktanz
$G(r)$	Green'sche Funktion
\mathbf{G}	Konduktanzmatrix
h	Höhe
H	Betrag des magnetischen Feldes
\bar{H}	Mittelwert des Betrags des magnetischen Feldes
\mathbf{H}^+	Vektor des magnetischen Feldes einer hinlaufenden Welle
$H_{0,z,\rho}^+, H_{0,z,\varphi}^+$	Eine Komponente des magnetischen Feldes einer hinlaufenden Welle
\mathbf{H}^-	Vektor des magnetischen Feldes einer rücklaufenden Welle
$H_{0,z,\rho}^-, H_{0,z,\varphi}^-$	Eine Komponente des magnetischen Feldes einer rücklaufenden Welle
I	Komplexer Stromzeiger einer sinusförmig zeitabhängigen Größe

I	Vektor komplexer Stromzeiger sinusförmig zeitabhängiger Größen
\check{I}	Vektor komplexer Stromzeiger sinusförmig zeitabhängiger Größen als lokale, modale Komponenten
\bar{I}	Vektor komplexer Stromzeiger sinusförmig zeitabhängiger Größen als globale, modale Komponenten
I^+	Komplexer Stromzeiger einer sinusförmig zeitabhängigen hinlaufenden Welle
\check{I}^+	Vektor komplexer Stromzeiger sinusförmig zeitabhängiger hinlaufenden Wellen als lokale, modale Komponente
I^-	Komplexer Stromzeiger einer sinusförmig zeitabhängigen rücklaufenden Welle
\check{I}^-	Vektor komplexer Stromzeiger sinusförmig zeitabhängiger rücklaufenden Wellen als lokale, modale Komponente
j	Imaginäre Einheit
k	Wellenzahl
k_H	Proportionalitätsfaktor
l	Länge einer Leitung, Länge eines Leitungsstücks
L	Induktivität
L_b, L_i, L_r	Dämpfungsterm
L	Induktivitätsmatrix
M_p	Berücksichtigung der Polarisations-übereinstimmung zwischen Nutz- und Störfeldstärke
M	Allgemeine $m \times m$ Matrix
M_I	Strom-Transformationsmatrix globaler Moden
M_U	Spannungs-Transformationsmatrix globaler Moden
n	Teilleiteranzahl
P	Wirkleistung
P	Wahrscheinlichkeit, dass der plangemäße Empfang eines Funkdienstes durch den Betrieb einer anderen Anlage oder eines anderen Geräts beeinflusst wird

P	ABCD-Matrix eines eines Verbindungselements zwischen zwei Leitungsstücken
\underline{p}	Komplexe Erdstromtiefe
R	Ohm'scher Widerstand
\mathbf{R}	Matrix ohm'scher Widerstände
R	Signal-Stör-Verhältnis (SIR)
R_p	Protection ratio
r	Prozentuale Betriebsdauer eines Störers im Beobachtungszeitraum
r_c	Leiterradius
r_B	Leiter- bzw. Bündelersatzradius
r_T	Teilkreisradius
T	Koordinatentransformations-matrix
T	Beobachtungszeitraum
T_w	Betriebsdauer eines Senders
T_w	Betriebsdauer eines Störers
T_I	Strom-Transformationsmatrix lokaler Moden
T_U	Spannungs-Transformationsmatrix lokaler Moden
W	ABCD-Matrix; inverse der Kettenmatrix
U	Komplexer Spannungszeiger einer sinusförmig zeitabhängigen Größe
\mathbf{U}	Vektor komplexer Spannungszeiger sinusförmig zeitabhängiger Größen
\check{U}	Vektor komplexer Spannungszeiger sinusförmig zeitabhängiger Größen als lokale, modale Komponenten
\tilde{U}	Vektor komplexer Spannungszeiger sinusförmig zeitabhängiger Größen als globale, modale Komponenten
U^+	Komplexer Spannungszeiger einer sinusförmig zeitabhängigen hinlaufenden Welle
\check{U}^+	Vektor komplexer Spannungszeiger sinusförmig zeitabhängiger hinlaufenden Wellen als lokale, modale Komponente

U^-	Komplexer Spannungszeiger einer sinusförmig zeitabhängigen rücklaufenden Welle
\vec{U}^-	Vektor komplexer Spannungszeiger sinusförmig zeitabhängiger rücklaufenden Wellen als lokale, modale Komponente
Y	Admittanz
\mathbf{Y}	Admittanzmatrix
\mathbf{Y}_C	Wellenadmittanzmatrix, Matrix der charakteristischen Admittanzen
$\tilde{\mathbf{Y}}_C$	Wellenadmittanzmatrix, Matrix der charakteristischen Admittanzen globaler Moden
Z	Impedanz
\mathbf{Z}	Impedanzmatrix
Z_C	Wellenimpedanz, charakteristische Impedanz
\mathbf{Z}_C	Wellenimpedanzmatrix, Matrix der charakteristischen Impedanzen
$\tilde{\mathbf{Z}}_C$	Wellenimpedanzmatrix, Matrix der charakteristischen Impedanzen globaler Moden
Z_0	Wellenwiderstand des Vakuums
α	Dämpfungskonstante
β	Phasenkonstante
γ	Modale Fortpflanzungskonstante, Ausbreitungskonstante lokaler Moden
$\boldsymbol{\gamma}$	Diagonalmatrix der Fortpflanzungskonstanten
Γ	Reflexionsfaktor
δ	Stromeindringtiefe
δ	Wahrscheinlichkeit, dass ein vorgegebener SIR überschritten wird
ϵ_0	Dielektrizitätskonstante, elektrische Feldkonstante
ϵ	Permittivität
θ	Polarwinkel

κ_E	Spezifische Erdbodenleitfähigkeit
λ	Eigenwerte
λ	Wellenlänge
μ	Permeabilität
$\mu_a, \mu_b, \mu_c, \mu_R, \mu_w, \mu_{Lr},$ $\mu_{AGw}, \mu_i, \mu_{Li}, \mu_{Lb}, \mu_{Mp},$ μ_K, μ_{AGi}	Mittelwerte
ρ	Radius in Zylinderkoordinaten
ρ_E	Spezifischer Erdbodenwiderstand
σ_c	Leitfähigkeit eines elektrisch leitenden Materials
$\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c, \sigma_R, \sigma_w, \sigma_{Lr},$ $\sigma_{AGw}, \sigma_i, \sigma_{Li}, \sigma_{Lb}, \sigma_{Mp},$ σ_K, σ_{AGi}	Standardabweichungen
φ	Winkel in Zylinderkoordinaten
φ	Azimutalwinkel in Kugelkoordinaten (x-y-Ebene)
Φ	Kettenmatrix
ω	Kreisfrequenz
$\mathbf{0}$	Nullmatrix
$\mathbf{1}$	Einheitsmatrix

1 Einleitung

Seitdem im Jahr 2000 das Erneuerbare-Energien-Gesetz (EEG)³ beschlossen wurde, befindet sich die elektrische Energieversorgung im Wandel. Der Ausbau erneuerbarer Energien und der gleichzeitige Abbau großer Kern- und Kohlekraftwerke stellt das Höchstspannungsnetz vor große Herausforderungen. Insbesondere der auf den nördlichen Teil des Landes konzentrierte Ausbau von erneuerbaren Energien hat einen erhöhten Bedarf an Stromtransfer von Nord- nach Süddeutschland zur Folge. Dies macht die Planung neuer, langer Stromtrassen zur Verstärkung des Übergangsnetzes nötig, wodurch sich in Deutschland erste wirtschaftlich sinnvolle Anwendungsfälle für Hochspannungsgleichstromübertragung (HGÜ) ergeben. Für lange Übertragungsstrecken erweist sich die HGÜ gegenüber der konventionellen Hochspannungsdrehstromübertragung (HDÜ) als vorteilhafter. Ausschlaggebend dafür sind geringere Übertragungsverluste sowie eine Optimierung der Netzstabilität durch eine bessere Regelbarkeit.

Um HGÜ nutzen zu können, bedarf es leistungsstarker Gleich- und Wechselrichter. Hier hat sich die Technologie der selbstgeführten modularen Multilevel-Konverter (VSC-MMC) durchgesetzt [1, 2]. Zu ihren Vorteilen zählen u.a. eine sehr einfache Skalierbarkeit, hohe Modularität und Wirkungsgrad, sowie geringere Anforderungen an die genutzten Halbleiter. Diese Technologie nutzt schnell schaltende Halbleiterventile wie bspw. IGCT (engl.: integrated gate-commutated thyristor), oder IGBT (engl.: insulated-gate bipolar transistor). Durch ihre Funktionsweise bedingt, können sich breitbandige spektrale Anteile bis in den einstelligen Megahertzbereich ergeben.

Mit der Einführung der EMV-Richtlinie 2014/30/EU⁴ und der Überführung in das Gesetz über die elektromagnetische Verträglichkeit von Betriebsmitteln (EMVG) sowie dem Leitfaden zur Anwendung der EMV-Richtlinie⁵, bleibt die Entbehrung einer CE-Kennzeichnung bzw. einer Konformitätserklärung oder einer förmlichen EMV-Bewertung für ortsfeste Anlagen, wie es bspw. Freileitungen sind, bestehen. Allerdings wurde hier eine Dokumentationspflicht in Form einer Risikoanalyse, welche für Überprüfungs Zwecke durch eine nationale Behörde bereitzuhalten ist, eingeführt. Dies führt im Kontext moderner HGÜ-Anlagen zu neuen Herausforderungen, da keine harmonisierten Normen für diesen Anwendungsfall existieren. Für bekannte hochfrequente Phänomene im Zusammenhang mit Freileitungen wie Koronaentladungen, oder Funkenentladungen existiert eine breite Basis an theoretischem und empirischem Wissen hinsichtlich des Verhaltens

³ Gesetz für den Vorrang Erneuerbarer Energien (Erneuerbare-Energien-Gesetz – EEG) sowie zur Änderung des Energiewirtschaftsgesetzes und des Mineralölsteuergesetzes, 29. März 2000, Bundesgesetzblatt Jahrgang 2000 Teil I Nr. 13, ausgegeben zu Bonn am 31. März 2000

⁴ Richtlinie 2014/30/EU des europäischen Parlaments und des Rates vom 26. Februar 2014 zur Harmonisierung der Rechtsvorschriften der Mitgliedstaaten über die elektromagnetische Verträglichkeit

⁵ Leitfaden zur Anwendung der EMV-Richtlinie (Richtlinie 2014/30/EU), Europäische Kommission, 19. Dezember 2018

des elektromagnetischen Feldes um eine Freileitung und die damit verbundene EMV-Beurteilung mit Blick auf andere Betriebsmittel, oder Funkdienste.

Koronaentladungen sind kleine Teilentladungen der Luft an der Oberfläche der Leiterseile. Sie rufen in den Leiterseilen Stromimpulse hervor, welche sich longitudinal der Leitungen ausbreiten und stark vom Wetter abhängig sind [3]. In ihrer Gesamtheit als über die Leitungslänge gleichverteilte Quellen lässt sich ein mittlerer Strom im Leiterseil bestimmen. Die ersten Modellierungsansätze hierzu gehen auf die Arbeiten von Adams zurück [4]. Die in CISPR TR 18 [5–7] zusammengetragenen Erkenntnisse zur Berechnung des magnetischen Feldes im Falle von HDÜ-Freileitungen beruhen im Wesentlichen auf dem Biot-Savart-Gesetz unter Berücksichtigung der Stromeindringtiefe in den Erdboden nach Dubanton (s. Kapitel 2.5) [8]. Die betrachteten Mastkopfgeometrien umfassen Freileitungen mit einem, oder maximal zwei, verdrehten Leitungssystemen. Bei einer Referenzfrequenz von 500 kHz sind die dargestellten Beziehungen bis zu transversalen Entfernungen zum äußersten Leiterseil der jeweiligen Mastkopfgeometrie von 100 m empirisch belegt. Für größere Entfernungen existieren Veröffentlichungen, welche ein abweichendes Verhalten des magnetischen Feldes zeigen [9, 10]. Im Kontext von HGÜ sind entsprechende Ausführungen in den Veröffentlichungen des IEC TC 115 zu finden. Diese gehen im Hinblick auf Abstandsabhängigkeiten des EM-Feldes allerdings nicht über die Information in CISPR TR 18 hinaus.

Funkenentladungen entstehen zwischen lose bzw. schlecht kontaktierten Metallteilen. Da diese Phänomene meist durch entsprechende Instandhaltungsmaßnahmen behoben sind, spielen sie in der EMV-Betrachtung eine untergeordnete Rolle. Die auftretenden spektralen Anteile erstrecken sich bis zu einigen hundert Megahertz [5].

Zusätzlich existiert mit der CIGRÉ 391 [11] eine Broschüre, welche vornehmlich die Auswirkungen leistungselektronischer Komponenten im Kontext von Schaltanlagen behandelt. Die dargestellten Erkenntnisse zur Modellierung des EM-Feldes stützen sich im Wesentlichen auf die von Juhlin [12] durchgeführten Messungen im Umfeld einer VSC-MMC Anlage. Die Abstandsabhängigkeiten des EM-Feldes werden hier anhand der elektrischen Feldstärke eines magnetischen Dipols modelliert. Für die Betrachtung von Freileitungen wird an den entsprechenden Stellen auf CISPR TR 18 verwiesen.

Umfassende Untersuchungen wurden ebenfalls im Bereich von Powerline-Communication (PLC) durchgeführt, wobei sich hier im Speziellen auf die PLC-Technologie im Zusammenhang mit Freileitungen und von Anwendungen innerhalb von Haushalten beschränkt wird. Die Veröffentlichungen diesbezüglich reihen sich in die lange Historie zur Berechnung des elektromagnetischen (EM) Feldes von Übertragungsleitungen seit Sommerfeld [13] ein. Die Arbeiten wie bspw. [14], oder [15], bedienen sich den Ausführungen von Schelkunoff in [16], wonach das abgestrahlte EM-Feld einer endlich langen Übertragungsleitung aus den Strömen am Leitungsanfang und -ende und deren

Ableitungen bestimmt werden kann. Ein geschlossener analytischer Vollwellen-Ausdruck, basierend auf Hertz-Potentialen, für das EM-Feld unendlich und endlich langer Leitungen inkl. der Berücksichtigung eines nicht ideal leitenden Erdbodens in Form von Sommerfeld-Integralen findet sich in den Arbeiten von D'Amore und Sarto [17–20]. Dieser Ansatz wird mitunter von Liu und Greenstein [21, 22] aufgegriffen. Die fortschreitende Entwicklung der Computertechnologie ermöglicht aufwendige numerische Feldberechnungen. Es haben sich mit der Zeit zahlreiche diverse Verfahren entwickelt, welche hier nicht alle im Detail angeführt werden sollen. Ein Verfahren, welches sich in der Hochfrequenztechnik zur Behandlung von Strahlungsproblemen etabliert hat, ist das Integralgleichungsverfahren. Hierbei überlagern sich die Beiträge von Strömen, Ladungen und Dipolmomenten durch Integration bzw. Summation der jeweiligen Beiträge [23]. Eine recht einfache Umsetzung hiervon zeigt bspw. Kikkert in [24], um die Abstrahlung einer einfachen Leitung über nicht ideal leitendem Erdboden im Rahmen der Fernfeldnäherung zu berechnen, indem die Leitung durch mehrere Hertz'sche Dipole modelliert wird. Eine aufwendigere Lösung existiert auf Basis der Momentenmethode (MoM) [25], welche in kommerziellen Programmen zur Berechnung von Strahlungsproblemen herangezogen wird.

Die Durchführung einer EMV-Risikoanalyse für VSC-MMC anhand der vorgenannten Methoden gestaltet sich aus mehreren Gründen problematisch. Die im CISPR TR 18 angeführten Modelle sind nur bis zu Entfernungen von 100 m empirisch belegt, wodurch die Berechnungen für größere Entfernungen mit einer großen Unsicherheit behaftet sind. Denkbar ist eine Kombination der Ausführungen aus CISPR TR 18 und CIGRÉ 391. Allerdings treten in diesem Fall Inkonsistenzen in der Berechnung des EM-Feldes in einem konkreten Beobachtungspunkt auf, da die Superposition der jeweiligen Ansätze aufgrund fehlender Beziehungen bzgl. der Anregung und Phasenbeziehung der für das EM-Feld ursächlichen Ströme nicht möglich ist. Des Weiteren bieten diese Modelle keine Möglichkeiten andere Strukturen wie bspw. die Masten zu untersuchen.

Hinzu kommt, dass VSC-MMC im Gegensatz zu Koronaentladungen eine konzentrierte Quelle am Anfang bzw. Ende einer Leitung darstellen und gleichen in diesem Sinne eher der PLC-Technologie. Das Modell nach D'Amore und Sarto bietet zwar einen geschlossenen analytischen Ausdruck, ist allerdings numerisch sehr aufwendig. Das gilt insbesondere, wenn der Gegenstand der Risikostudie eine mehrere Kilometer lange Leitung (bspw. 30 km) mit mehreren Drei-Leiter-Systemen ist und die Auswirkungen verschiedener Einflussparameter in einem Gebiet von mehreren Quadratkilometern untersucht werden. Darüber hinaus bleiben die vertikalen Elemente der Leitungsenden unberücksichtigt. Es wird gezeigt, dass gerade diese Elemente für die Abstrahlung einer Leitung essenziell sind und sich durch deren Berücksichtigung eine wesentliche Vereinfachung in der Berechnung erzielen lässt.

Die Anwendung der Momentenmethode stößt im gegebenen Kontext ebenfalls an ihre Grenzen. Modelle bei Leitungen mit Ausdehnungen von mehreren zehn Kilometern und entsprechender Diskretisierung der Leitungssegmente sind äußerst rechenintensiv. Je nach verfügbarer Hardware kann die Rechenzeit einige Tage in Anspruch nehmen, was in Anbetracht diverser zu untersuchender Parameter ineffizient ist.

Im ersten Teil dieser Dissertation wird daher erstmalig ein Modell zur Berechnung des EM-Feldes von Freileitungen im Frequenzbereich entwickelt, welches die Berechnung des EM-Feldes in beliebigen Beobachtungspunkten um die Leitung durch die Superposition quasi-statischer (Biot-Savart-Gesetz) Felder entlang der Leitung und abgestrahlter Felder, hervorgerufen an den Leitungsenden, ermöglicht. Die Modellentwicklung basiert auf den Näherungslösungen für eine unendlich und halb-unendlich lange Zweidrahtleitung von Ianculescu und Vulfin in [26] und der Modalanalyse von Mehrleitersystemen. Das Modell wird auf verkettete Leitungen und Mehrleitersysteme ausgeweitet. Die Verifizierung wird anhand von MoM-Simulationen durchgeführt. Die Validierung erfolgt mittels Messungen an einem skalierten Modell in einem Absorberraum und an einem 30 km langen Freileitungssystem.

Der zweite Teil der Arbeit befasst sich mit der Erarbeitung eines Beeinflussungsmodells zur EMV-Risikoanalyse auf Basis von CISPR 16-4-4 [27]. Durch die Wahl geeigneter Ereignisse können für einzelne Aspekte wie bspw. unterschiedliche Betriebsdauern von Sendern und Störern, oder das Auftreten von Empfängern, voneinander unabhängige probabilistische Modelle herangezogen werden. Mit Hilfe dessen kann die Angabe eines objektiven, quantifizierbaren technischen Risikos ermöglicht werden. Die Anwendung des zuvor entwickelten Modells zur Berechnung des EM-Feldes von Freileitungen wird beispielhaft gezeigt.

2 Modalanalyse von Freileitungen

Im folgenden Kapitel wird die leitungstheoretische Modalanalyse von Mehrleitersystemen im Allgemeinen und Freileitungen im Speziellen behandelt. Zunächst wird die Leitungstheorie für Zweileitersysteme in komprimierter Form dargestellt. Daran anknüpfend folgt eine detaillierte Beschreibung für Mehrleitersysteme und eine Einordnung der Moden im energietechnischen Kontext. Den Abschluss bildet die Bestimmung der Leitungsbeläge.

2.1 Leitungsgleichung für Zweileitersysteme

Zunächst werden kurz die Leitungsgleichungen und deren Lösung für Zweileitersysteme (s. Abbildung 2.1) für zeitharmonische Vorgänge behandelt. Für eine homogene, in z -Richtung verlaufende Leitung entsprechen die Gleichungen im Frequenzbereich [28]

$$\frac{d}{dz}U(z) = -Z'I(z) \quad (2.1)$$

$$\frac{d}{dz}I(z) = -Y'U(z) \quad (2.2)$$

hierbei entsprechen Z' bzw. Y' den jeweiligen Belägen für die Impedanz und Admittanz. Sie setzen sich aus den Widerstands- und Induktivitätsbelägen sowie den Ableit- und Kapazitätsbelägen zusammen [28]:

$$Z' = R' + j\omega L' \quad (2.3)$$

$$Y' = G' + j\omega C' \quad (2.4)$$

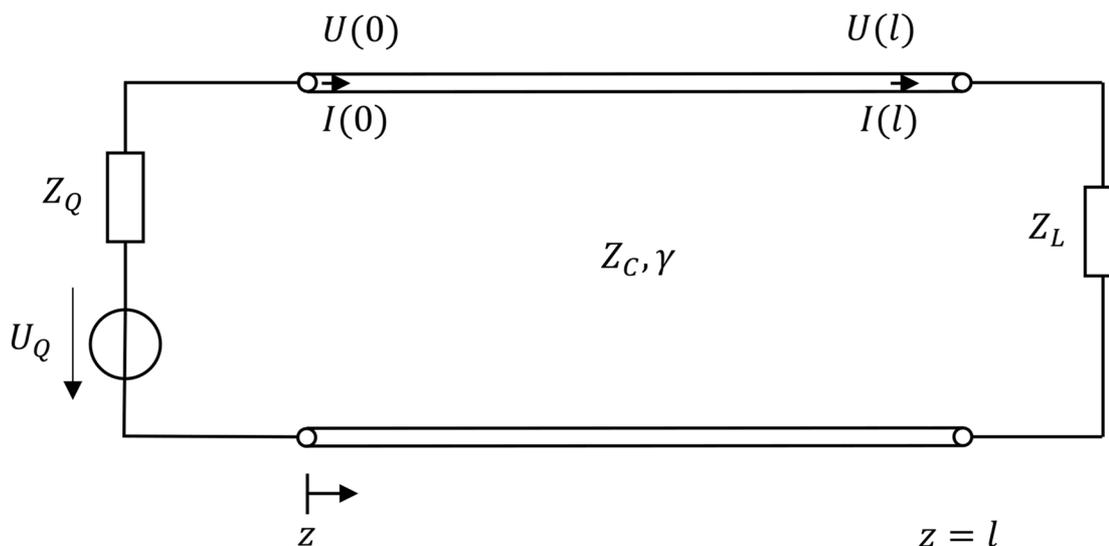


Abbildung 2.1: Leitungsmodell einer Leitung der Länge l mit charakteristischer Impedanz Z_C und Fortpflanzungskonstante γ , sowie angeschlossener Quelle (Index Q) und Last (Index L)

Durch Ableiten nach z und entsprechendes Einsetzen, ergeben sich die entkoppelten Leitungsgleichungen [28]

$$\frac{d^2}{dz^2} U(z) = Z'Y'U(z) \quad (2.5)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} I(z) = Y'Z'I(z) \quad (2.6)$$

Hieraus ergibt sich die Fortpflanzungskonstante γ zu

$$\gamma = \sqrt{Z'Y'} \quad (2.7)$$

$$\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \quad (2.8)$$

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (2.9)$$

Der Realteil α ist die Dämpfungskonstante und der Imaginärteil β die Phasenkonstante. Darüber hinaus ist die charakteristische Impedanz Z_C der Leitung gemäß

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} \quad (2.10)$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \quad (2.11)$$

definiert. Sie gibt das Verhältnis von Spannung zu Strom einer sich entlang der Leitung ausbreitenden Welle an. Spannung und Strom können an jeder Position z entlang der Leitung aus hin- und rücklaufender Welle (hochgestellter Index „+“ für hin- und „-“ für rücklaufende Welle) bestimmt werden [28]:

$$U(z) = U^+ e^{-\gamma z} + U^- e^{\gamma z} \quad (2.12)$$

$$I(z) = I^+ e^{-\gamma z} + I^- e^{\gamma z} \quad (2.13)$$

$$I(z) = \frac{U^+}{Z_C} e^{-\gamma z} - \frac{U^-}{Z_C} e^{\gamma z} \quad (2.14)$$

Die Einbindung von Quelle und Last erfolgt mit den quellen- und lastseitigen Reflexionsfaktoren Γ_Q bzw. Γ_L mit

$$\Gamma_Q = \frac{Z_Q - Z_C}{Z_Q + Z_C} \quad (2.15)$$

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} \quad (2.16)$$

Hiermit können Strom und Spannung entlang der Leitung in (2.12) bis (2.14) zu [28]:

$$U(z) = U^+(z) + U^-(z) \quad (2.17)$$

$$U(z) = U_Q \frac{Z_C}{Z_C + Z_Q} \frac{e^{-\gamma z} + \Gamma_L e^{-\gamma l} e^{\gamma z}}{1 - \Gamma_Q \Gamma_L e^{-2\gamma l}} \quad (2.18)$$

$$I(z) = I^+(z) + I^-(z) \quad (2.19)$$

$$I(z) = U_Q \frac{1}{Z_C + Z_Q} \frac{e^{-\gamma z} - \Gamma_L e^{-\gamma l} e^{\gamma z}}{1 - \Gamma_Q \Gamma_L e^{-2\gamma l}} \quad (2.20)$$

bestimmt werden.

Eine Alternative ist die Darstellung als so genannte Kettenmatrix

$$\begin{bmatrix} U(l) \\ I(l) \end{bmatrix} = \mathbf{\Phi} \begin{bmatrix} U(0) \\ I(0) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

mit

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Die Elemente der Kettenmatrix $\mathbf{\Phi}$ können aus den Gleichungen (2.12) und (2.14) durch Auflösen und Einsetzen von U^+ und U^- ermittelt werden. Für $z = 0$ bestimmen sich U^+ und U^- zu

$$U^+ = \frac{U(0)}{2} + \frac{Z_C I(0)}{2} \quad (2.23)$$

$$U^- = \frac{U(0)}{2} - \frac{Z_C I(0)}{2} \quad (2.24)$$

Für $z = l$ ergibt sich durch Einsetzen von U^+ und U^- und entsprechenden Umformungen

$$U(l) = \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} U(0) - Z_C \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} I(0) \quad (2.25)$$

$$I(l) = -\frac{1}{Z_C} \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} U(0) + \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} I(0) \quad (2.26)$$

Hierdurch können die Einträge der Kettenmatrix $\mathbf{\Phi}$ direkt zu

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} & -Z_C \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} \\ -\frac{1}{Z_C} \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} & \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

bzw.

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & -Z_C \sinh(\gamma l) \\ -\frac{1}{Z_C} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

abgelesen werden.

Die Kettenmatrix Φ_G mehrerer aneinander geketteter Leitungen bzw. Elemente N ergibt sich aus dem Produkt aller jeweiligen Kettenmatrizen Φ_i zu [28]

$$\Phi_G = \prod_{k=1}^N \Phi_{N-k+1} \quad (2.29)$$

Die Lösung für eine Leitung gemäß Abbildung 2.1 ergibt sich durch Berücksichtigung der quellen- und lastseitigen Randbedingungen

$$U(0) = U_Q - Z_Q I(0) \quad (2.30)$$

$$U(l) = Z_L I(l) \quad (2.31)$$

Einsetzen von (2.30) und (2.31) in (2.25) und (2.26) ergibt

$$Z_L I(l) = \Phi_{11} [U_Q - Z_Q I(0)] + \Phi_{12} I(0) \quad (2.32)$$

$$I(l) = \Phi_{21} [U_Q - Z_Q I(0)] + \Phi_{22} I(0) \quad (2.33)$$

Einsetzen von (2.33) und (2.32) und Variablentrennung nach $I(0)$ und U_Q führt zu

$$(\Phi_{12} - \Phi_{11} Z_Q - Z_L \Phi_{22} + Z_L \Phi_{21} Z_Q) I(0) = (Z_L \Phi_{21} - \Phi_{11}) U_Q \quad (2.34)$$

$$I(l) = \Phi_{21} U_Q + (\Phi_{22} - \Phi_{21} Z_Q) I(0) \quad (2.35)$$

Durch Vorgabe von U_Q kann zunächst $I(0)$ und anschließend $I(l)$ bestimmt werden. Die Spannungen am Leitungsanfang bzw. Leitungsende ergeben sich letztlich aus (2.30) und (2.31).

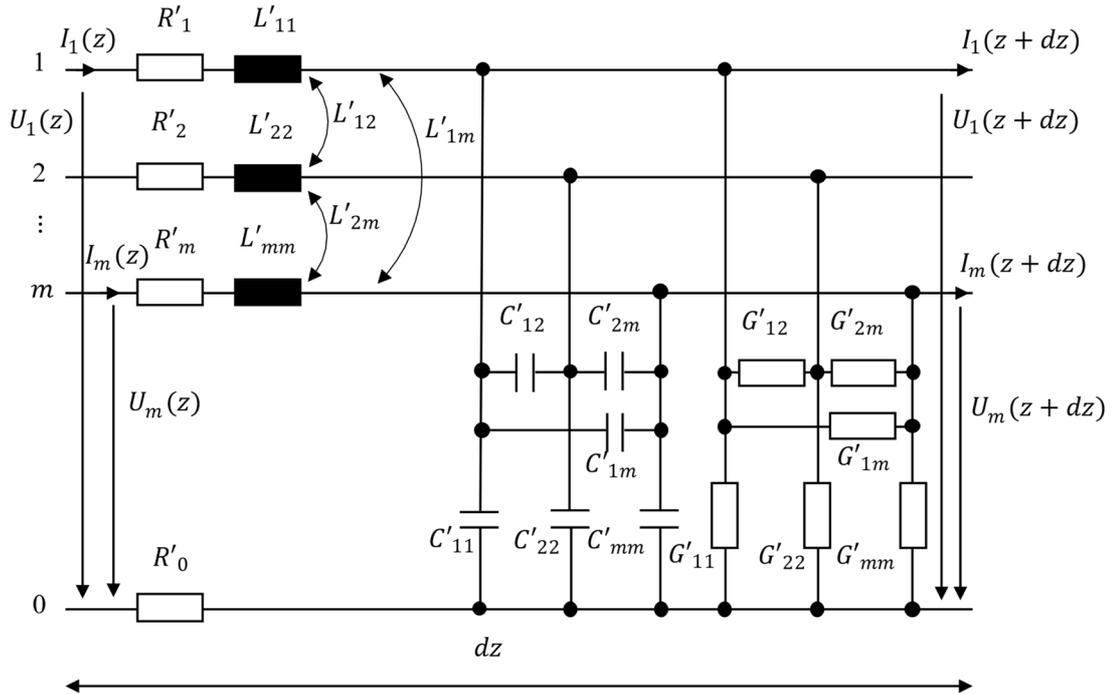
2.2 Leitungsgleichungen für Mehrleitersysteme

Die Leitungsgleichungen für ein Mehrleitersystem aus m Leitern und einem Bezugsleiter (Leiter 0) in Abbildung 2.2 können mit Hilfe von Knoten- und Maschengleichungen zu [28]

$$\frac{d}{dz} \mathbf{U}(z) = -\mathbf{Z}' \mathbf{I}(z) \quad (2.36)$$

$$\frac{d}{dz} \mathbf{I}(z) = -\mathbf{Y}' \mathbf{U}(z) \quad (2.37)$$

bestimmt werden.

Abbildung 2.2: Ersatzschaltbild für ein elektrisch kurzes $m + 1$ Mehrleitersystem

Hierbei sind $\mathbf{U}(z)$ und $\mathbf{I}(z)$ $m \times 1$ Spaltenvektoren, welche die Leiterspannungen $U_i(z)$ bzw. die Leiterströme $I_i(z)$ in der komplexen Zeigerdarstellung enthalten.

$$\mathbf{U}(z) = \begin{bmatrix} U_1(z) \\ \vdots \\ U_m(z) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{I}(z) = \begin{bmatrix} I_1(z) \\ \vdots \\ I_m(z) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Die $m \times m$ Matrizen \mathbf{Z}' und \mathbf{Y}' enthalten die Impedanz- bzw. die Admittanzbeläge und setzen sich aus

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{R}' + j\omega\mathbf{L}' \quad (2.40)$$

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{G}' + j\omega\mathbf{C}' \quad (2.41)$$

zusammen. Sie enthalten die $m \times m$ Matrizen der Widerstandsbeläge (vgl. Abbildung 2.2)

$$\mathbf{R}' = \begin{bmatrix} R_{11} & \cdots & R_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

der Induktivitätsbeläge

$$\mathbf{L}' = \begin{bmatrix} L_{11} & \cdots & L_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{m1} & \cdots & L_{mm} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

der Ableitbeläge

$$\mathbf{G}' = \begin{bmatrix} G_{11} & \cdots & G_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{m1} & \cdots & G_{mm} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

und der Kapazitätsbeläge

$$\mathbf{C}' = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{m1} & \cdots & C_{mm} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Da \mathbf{R}' , \mathbf{G}' , \mathbf{L}' und \mathbf{C}' symmetrische Matrizen gemäß

$$R'_{ij} = R'_{ji}, G'_{ij} = G'_{ji}, L'_{ij} = L'_{ji}, C'_{ij} = C'_{ji}, i \neq j \quad (2.46)$$

sind (s. Kapitel 2.5), sind \mathbf{Z}' und \mathbf{Y}' ebenfalls symmetrisch. Die Lösung von (2.36) und (2.37) ist nicht trivial, da es sich um ein gekoppeltes Gleichungssystem aus gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung handelt. [28]

Durch Ableiten nach z und entsprechende Umformungen können (2.36) und (2.37) in ein Gleichungssystem aus gewöhnlichen Differentialgleichungen zweiter Ordnung überführt werden:

$$\frac{d^2}{dz^2} \mathbf{U}(z) = \mathbf{Z}' \mathbf{Y}' \mathbf{U}(z) \quad (2.47)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} \mathbf{I}(z) = \mathbf{Y}' \mathbf{Z}' \mathbf{I}(z) \quad (2.48)$$

Im Zuge der Ableitung wird impliziert, dass die Belagsmatrizen unabhängig von z sind. Die Leitung wird also als gerade Leitung in einem homogenen Medium angenommen. [28]

2.2.1 Entkopplung der Leitungsgleichungen

In den Differentialgleichungen in (2.47) und (2.48) sind \mathbf{Z}' und \mathbf{Y}' voll besetzt. Durch Verwendung einer Ähnlichkeitstransformation können \mathbf{Z}' und \mathbf{Y}' diagonalisiert werden, wodurch die Gleichungssysteme entkoppelt werden. Hierdurch reduziert sich das Problem auf die Lösung von m voneinander unabhängigen Zweileitersystemen. Diese Technik wird als Modaltransformation bezeichnet. [28]

Hierfür werden die komplexen Zeiger der Spannungen \mathbf{U} und Ströme \mathbf{I} gemäß

$$\mathbf{U}(z) = \mathbf{T}_U \check{\mathbf{U}}(z) \quad (2.49)$$

$$\mathbf{I}(z) = \mathbf{T}_I \check{\mathbf{I}}(z) \quad (2.50)$$

mittels komplexer $m \times m$ Matrizen \mathbf{T}_U und \mathbf{T}_I (auch Transformationsmatrizen genannt) in modale Komponenten $\check{\mathbf{U}}$ und $\check{\mathbf{I}}$ transformiert. Das Einsetzen von (2.49) und (2.50) in (2.47) und (2.48) liefert [28]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} \check{\mathbf{U}}(z) &= \mathbf{T}_U^{-1} \mathbf{Z}' \mathbf{Y}' \mathbf{T}_U \check{\mathbf{U}}(z) \\ &= \boldsymbol{\gamma}^2 \check{\mathbf{U}}(z) \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} \check{\mathbf{I}}(z) &= \mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{Y}' \mathbf{Z}' \mathbf{T}_I \check{\mathbf{I}}(z) \\ &= \boldsymbol{\gamma}^2 \check{\mathbf{I}}(z) \end{aligned} \quad (2.52)$$

Es müssen demnach \mathbf{T}_U und \mathbf{T}_I derart gefunden werden, dass sie jeweils das Produkt aus $\mathbf{Z}' \mathbf{Y}'$ bzw. $\mathbf{Y}' \mathbf{Z}'$ diagonalisieren, sodass $\boldsymbol{\gamma}^2$ eine diagonale $m \times m$ Matrix mit

$$\boldsymbol{\gamma}^2 = \begin{bmatrix} \gamma_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \gamma_m^2 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

ist, wobei γ_i die Fortpflanzungskonstanten der jeweiligen Moden beschreiben. An dieser Stelle wird bereits deutlich, dass bei m Leitern auch m Moden existieren, welche unterschiedliche Ausbreitungsbedingungen besitzen.

Durch die so erhaltene Entkopplung der Gleichungssysteme ist die Lösung von (2.51) und (2.52) anhand von

$$\check{\mathbf{U}}(z) = \mathbf{e}^{-\boldsymbol{\gamma}z} \check{\mathbf{U}}^+ + \mathbf{e}^{\boldsymbol{\gamma}z} \check{\mathbf{U}}^- \quad (2.54)$$

$$\check{\mathbf{I}}(z) = \mathbf{e}^{-\boldsymbol{\gamma}z} \check{\mathbf{I}}^+ - \mathbf{e}^{\boldsymbol{\gamma}z} \check{\mathbf{I}}^- \quad (2.55)$$

mit

$$\mathbf{e}^{\pm \boldsymbol{\gamma}z} = \begin{bmatrix} e^{\pm \gamma_1 z} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & e^{\pm \gamma_m z} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

trivial. Die $m \times 1$ Vektoren $\check{\mathbf{U}}^+$ und $\check{\mathbf{I}}^+$ sind mit den hin- und rücklaufenden Wellen der jeweiligen Moden assoziiert. [28]

Die Leiterspannungen und -ströme werden durch entsprechende Rücktransformation gemäß (2.49) und (2.50) erhalten:

$$\mathbf{U}(z) = \mathbf{T}_U (\mathbf{e}^{-\boldsymbol{\gamma}z} \check{\mathbf{U}}^+ + \mathbf{e}^{\boldsymbol{\gamma}z} \check{\mathbf{U}}^-) \quad (2.57)$$

$$\mathbf{I}(z) = \mathbf{T}_I (\mathbf{e}^{-\boldsymbol{\gamma}z} \check{\mathbf{I}}^+ - \mathbf{e}^{\boldsymbol{\gamma}z} \check{\mathbf{I}}^-) \quad (2.58)$$

Die Lösung von (2.57) und (2.58) erfordert die Bestimmung der $4m$ unbekanntenen $\check{\mathbf{U}}^+$, $\check{\mathbf{U}}^-$, $\check{\mathbf{I}}^+$ und $\check{\mathbf{I}}^-$. Das Einsetzen von (2.58) in (2.37) reduziert die Anzahl der Unbekannten auf $2m$ [28]:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(z) &= -\mathbf{Y}'^{-1} \frac{d}{dz} \mathbf{I}(z) \\ &= \mathbf{Y}'^{-1} \mathbf{T}_I \boldsymbol{\gamma} \mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{T}_I (\mathbf{e}^{-\gamma z} \check{\mathbf{I}}^+ + \mathbf{e}^{\gamma z} \check{\mathbf{I}}^-) \end{aligned} \quad (2.59)$$

In Analogie zu einer Zweidrahtleitung kann aus (2.59) eine Matrix für die charakteristische Impedanz der Leitung zu

$$\mathbf{Z}_C = \mathbf{Y}'^{-1} \mathbf{T}_I \boldsymbol{\gamma} \mathbf{T}_I^{-1} \quad (2.60)$$

definiert werden. Das Einsetzen von (2.58) in (2.36) liefert nach gleichem Vorgehen die Beziehung für die charakteristische Admittanz:

$$\mathbf{Y}_C = \mathbf{Z}'^{-1} \mathbf{T}_U \boldsymbol{\gamma} \mathbf{T}_U^{-1} \quad (2.61)$$

Hierdurch können (2.57) und (2.58) mittels

$$\mathbf{U}(z) = \mathbf{Z}_C \mathbf{T}_I (\mathbf{e}^{-\gamma z} \check{\mathbf{I}}^+ + \mathbf{e}^{\gamma z} \check{\mathbf{I}}^-) \quad (2.62)$$

$$\mathbf{I}(z) = \mathbf{T}_I (\mathbf{e}^{-\gamma z} \check{\mathbf{I}}^+ - \mathbf{e}^{\gamma z} \check{\mathbf{I}}^-) \quad (2.63)$$

angegeben werden. [28]

2.2.2 Lösung der Leitungsgleichungen

Die Lösung für ein Leitungsstück der Länge L kann durch Einsetzen von $z = 0$ und $z = L$ und Eliminieren von $\check{\mathbf{I}}^+$ und $\check{\mathbf{I}}^-$ erhalten werden. Mit

$$\mathbf{U}(0) = \mathbf{Z}_C \mathbf{T}_I (\check{\mathbf{I}}^+ + \check{\mathbf{I}}^-) \quad (2.64)$$

$$\mathbf{I}(0) = \mathbf{T}_I (\check{\mathbf{I}}^+ - \check{\mathbf{I}}^-) \quad (2.65)$$

ergeben sich die modalen Ströme der hin- und rücklaufenden Wellen zu [29]

$$\check{\mathbf{I}}^+ = \frac{1}{2} [\mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{Z}_C^{-1} \mathbf{U}(0) + \mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{I}(0)] \quad (2.66)$$

$$\check{\mathbf{I}}^- = \frac{1}{2} [\mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{Z}_C^{-1} \mathbf{U}(0) - \mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{I}(0)] \quad (2.67)$$

Somit können nach entsprechenden Umformungen und der Beziehung $\mathbf{Y}_C = \mathbf{Z}_C^{-1}$ für $z = L$ die Ausdrücke

$$\mathbf{U}(L) = \frac{1}{2} \mathbf{Z}_C \mathbf{T}_I (\mathbf{e}^{\gamma L} + \mathbf{e}^{-\gamma L}) \mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{Y}_C \mathbf{U}(0) \quad (2.68)$$

$$- \frac{1}{2} \mathbf{Z}_C \mathbf{T}_I (\mathbf{e}^{\gamma L} - \mathbf{e}^{-\gamma L}) \mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{I}(0)$$

$$\mathbf{I}(L) = - \frac{1}{2} \mathbf{T}_I (\mathbf{e}^{\gamma L} - \mathbf{e}^{-\gamma L}) \mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{Y}_C \mathbf{U}(0) \quad (2.69)$$

$$+\frac{1}{2}\mathbf{T}_I(\mathbf{e}^{\gamma l} - \mathbf{e}^{-\gamma l})\mathbf{T}_I^{-1}\mathbf{I}(0)$$

hergeleitet werden. Aus (2.68) und (2.69) lässt sich unmittelbar die hier zweckdienliche $2m \times 2m$ Kettenmatrix zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix} = \mathbf{\Phi} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_{11} & \mathbf{\Phi}_{12} \\ \mathbf{\Phi}_{21} & \mathbf{\Phi}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

mit den $m \times m$ Untermatrizen

$$\mathbf{\Phi}_{11} = \frac{1}{2}\mathbf{Z}_C\mathbf{T}_I(\mathbf{e}^{\gamma l} + \mathbf{e}^{-\gamma l})\mathbf{T}_I^{-1}\mathbf{Y}_C \quad (2.72)$$

$$\mathbf{\Phi}_{12} = -\frac{1}{2}\mathbf{Z}_C\mathbf{T}_I(\mathbf{e}^{\gamma l} - \mathbf{e}^{-\gamma l})\mathbf{T}_I^{-1} \quad (2.73)$$

$$\mathbf{\Phi}_{21} = -\frac{1}{2}\mathbf{T}_I(\mathbf{e}^{\gamma l} - \mathbf{e}^{-\gamma l})\mathbf{T}_I^{-1}\mathbf{Y}_C \quad (2.74)$$

$$\mathbf{\Phi}_{22} = \frac{1}{2}\mathbf{T}_I(\mathbf{e}^{\gamma l} + \mathbf{e}^{-\gamma l})\mathbf{T}_I^{-1} \quad (2.75)$$

ablesen. [28] In symbolischer Schreibweise können (2.72) – (2.75) auch in Form der hyperbolischen Funktion gemäß

$$\mathbf{\Phi}_{11} = \mathbf{Z}_C\mathbf{T}_I \cosh(\boldsymbol{\gamma}l) \mathbf{T}_I^{-1}\mathbf{Y}_C \quad (2.76)$$

$$\mathbf{\Phi}_{12} = -\mathbf{Z}_C\mathbf{T}_I \sinh(\boldsymbol{\gamma}l) \mathbf{T}_I^{-1} \quad (2.77)$$

$$\mathbf{\Phi}_{21} = -\mathbf{T}_I \sinh(\boldsymbol{\gamma}l) \mathbf{T}_I^{-1}\mathbf{Y}_C \quad (2.78)$$

$$\mathbf{\Phi}_{22} = \mathbf{T}_I \cosh(\boldsymbol{\gamma}l) \mathbf{T}_I^{-1} \quad (2.79)$$

angegeben werden. Die Matrizen $\cosh(\boldsymbol{\gamma}l)$ und $\sinh(\boldsymbol{\gamma}l)$ sind jeweils Diagonalmatrizen der Form

$$\cosh(\boldsymbol{\gamma}l) = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_1 l) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cosh(\gamma_m l) \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

$$\sinh(\boldsymbol{\gamma}l) = \begin{bmatrix} \sinh(\gamma_1 l) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sinh(\gamma_m l) \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

Die Einbindung der quellen- und lastseitigen Randbedingungen erfolgt analog zu Zweidrahtleitungen. In Abbildung 2.3 ist ein vereinfachtes Ersatzschaltbild eines Mehrleitersystems mit quellen- und lastseitigem Netzwerk dargestellt. Die $n \times n$ Impedanzmatrizen von Quelle \mathbf{Z}_Q und Last \mathbf{Z}_L ergeben sich zu

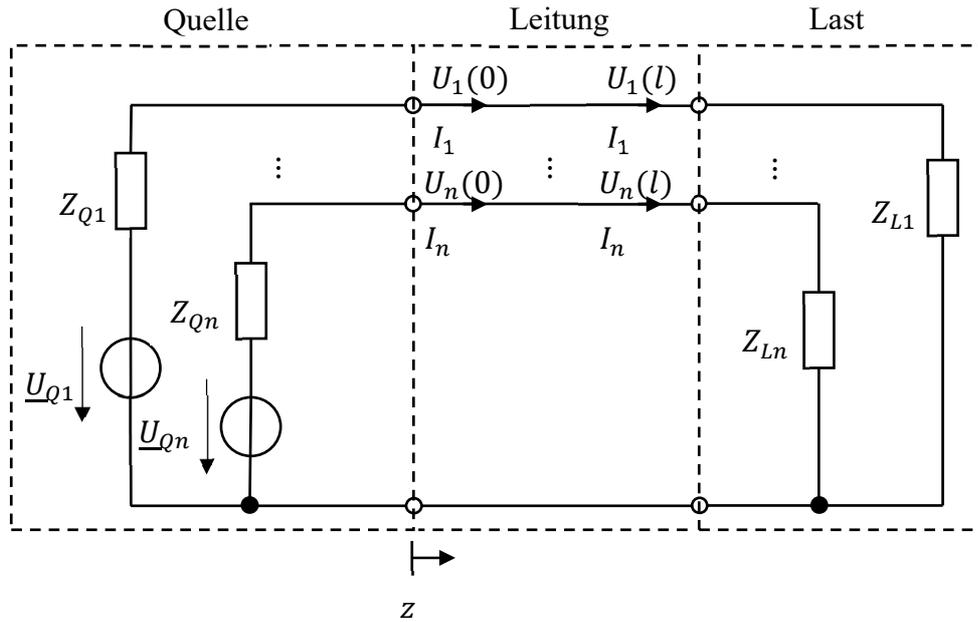


Abbildung 2.3: Vereinfachtes Ersatzschaltbild eines Mehrleitersystems mit quellen- und lastseitigem Netzwerk

$$\mathbf{Z}_Q = \begin{bmatrix} Z_{Q1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & Z_{Qn} \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

$$\mathbf{Z}_L = \begin{bmatrix} Z_{L1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & Z_{Ln} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

Im Allgemeinen sind sie jedoch voll besetzt, da unter realen Bedingungen auch Kopplungen innerhalb der Netzwerke bestehen. Die Klemmenbedingungen lassen sich mit

$$\mathbf{U}(0) = \mathbf{U}_Q - \mathbf{Z}_Q \mathbf{I}(0) \quad (2.84)$$

$$\mathbf{U}(l) = \mathbf{U}_L + \mathbf{Z}_L \mathbf{I}(l) \quad (2.85)$$

angeben. Die $m \times 1$ Vektoren \mathbf{U}_Q und \mathbf{U}_L enthalten die Leerlaufspannungen der Quellen innerhalb der quellen- und lastseitigen Netzwerke mit

$$\mathbf{U}_Q = \begin{bmatrix} U_{Q1} \\ \vdots \\ U_{Qn} \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

$$\mathbf{U}_L = \begin{bmatrix} U_{L1} \\ \vdots \\ U_{Ln} \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

Gemäß der Darstellung in Abbildung 2.3 sind die Einträge von \mathbf{U}_L gleich 0.

Die Lösung ergibt sich schließlich aus

$$[\Phi_{12} - \Phi_{11}Z_Q - Z_L\Phi_{22} + Z_L\Phi_{21}Z_Q]I(0) = U_L - [\Phi_{11} - Z_L\Phi_{21}]U_Q \quad (2.88)$$

$$I(l) = \Phi_{21}U_Q + [\Phi_{22} - \Phi_{21}Z_Q]I(0) \quad (2.89)$$

Mit Hilfe von (2.88) wird $I(0)$ ermittelt. Einsetzen von $I(0)$ in (2.89) ergibt $I(l)$ und die Spannungen bestimmen sich schlussendlich aus (2.84) und (2.85). Alternativ lässt sich zunächst mit bekanntem $I(0)$ die Spannung $U(0)$ mittels (2.84) bestimmen. Anschließend können die ausgangsseitigen Spannungen und Ströme mittels (2.71) ermittelt werden. [28]

Des Weiteren besteht die Möglichkeit die Beziehung zwischen den eingangs- und ausgangsseitigen Spannungen und Strömen in (2.71) als ABCD-Matrix W zu schreiben. Diese ist die Inverse der Kettenmatrix Φ

$$W = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \Phi^{-1} \quad (2.90)$$

$$\begin{bmatrix} U(0) \\ I(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(l) \\ I(l) \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

Die einzelnen Untermatrizen bestimmen sich zu

$$A = Z_C T_I \cosh(\gamma l) T_I^{-1} Y_C \quad (2.92)$$

$$B = Z_C T_I \sinh(\gamma l) T_I^{-1} \quad (2.93)$$

$$C = T_I \sinh(\gamma l) T_I^{-1} Y_C \quad (2.94)$$

$$D = T_I \cosh(\gamma l) T_I^{-1} \quad (2.95)$$

Die Berücksichtigung der Leitungsabschlüsse und Quellen ergibt sich unter Inbezugnahme der Randbedingungen in (2.84) und (2.85) zu

$$U_Q - (Z_Q C + A)U_L = [B + Z_Q D + AZ_L + Z_Q CZ_L]I(l) \quad (2.96)$$

Lösen des Gleichungssystems in (2.96) ermittelt $I(l)$. Analog zu den oberen Ausführungen errechnet sich $U(l)$ aus (2.85) und $U(0)$ sowie $I(0)$ dementsprechend aus (2.91).

2.2.3 Bestimmung und Eigenschaften der Transformationsmatrizen

Die Bestimmung der Transformationsmatrizen in (2.49) und (2.50) ist noch ausstehend. Die Transformationsmatrizen T_U und T_I müssen derart gefunden werden, dass das Produkt $Z'Y'$ bzw. $Y'Z'$ diagonalisiert wird.

Ist im Allgemeinen M eine zu diagonalisierende $m \times m$ Matrix, kann dies mittels Ähnlichkeitstransformation realisiert werden. Hierfür wird M von rechts mit einer Transformationsmatrix T und von links mit deren Inversen multipliziert. Das Resultat entspricht

$$\mathbf{T}^{-1}\mathbf{MT} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_m \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

Die Einträge der Hauptdiagonalen enthalten jeweils die Eigenwerte von \mathbf{M} . Die Spalten von \mathbf{T} enthalten die mit den jeweiligen Eigenwerten assoziierten Eigenvektoren. Demnach lassen sich \mathbf{T}_U und \mathbf{T}_I aus den Eigenvektoren von $\mathbf{Z}'\mathbf{Y}'$ und $\mathbf{Y}'\mathbf{Z}'$ bestimmen. [28]

Aus (2.51) und (2.52) lassen sich die Beziehungen

$$\boldsymbol{\gamma}^2 = \mathbf{T}_U^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{Y}'\mathbf{T}_U \quad (2.98)$$

$$\boldsymbol{\gamma}^2 = \mathbf{T}_I^{-1}\mathbf{Y}'\mathbf{Z}'\mathbf{T}_I \quad (2.99)$$

herleiten. Da $\boldsymbol{\gamma}^2$ eine Diagonalmatrix ist, gilt ferner, wie für jede symmetrische Matrix, dass sie gleich ihrer Transponierten ist:

$$(\boldsymbol{\gamma}^2)^T = \boldsymbol{\gamma}^2 \quad (2.100)$$

Die Transposition eines Matrixprodukts bewirkt die Vertauschung der Reihenfolge der Multiplikation:

$$(\boldsymbol{\gamma}^2)^T = (\mathbf{T}_U^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{Y}'\mathbf{T}_U)^T \quad (2.101)$$

$$= (\mathbf{T}_U)^T(\mathbf{Y}')^T(\mathbf{Z}')^T(\mathbf{T}_U^{-1})^T \quad (2.102)$$

Aus (2.46) ist bekannt, dass \mathbf{Z}' und \mathbf{Y}' symmetrische Matrizen sind, wonach mit (2.100)

$$(\mathbf{T}_U)^T(\mathbf{Y}')^T(\mathbf{Z}')^T(\mathbf{T}_U^{-1})^T = (\mathbf{T}_U)^T\mathbf{Y}'\mathbf{Z}'(\mathbf{T}_U^{-1})^T \quad (2.103)$$

gilt. Die Beziehungen zwischen den Transformationsmatrizen können direkt aus den rechtsseitigen Termen in (2.103) und (2.99) abgelesen werden [28]:

$$(\mathbf{T}_U)^T = \mathbf{T}_I^{-1} \quad (2.104)$$

bzw.

$$\mathbf{T}_U^{-1} = (\mathbf{T}_I)^T \quad (2.105)$$

Für nicht-verdrillte Freileitungen, ausgeführt als einzelne Dreiphasensysteme, sind im Zusammenhang mit PLC so genannte *natural modes* mit der Transformationsmatrix

$$\mathbf{T}_I = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ p & 0 & q \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.106)$$

hergeleitet [31]. Diese Definition wird u.a. in der aktuellen Richtlinie des IEEE für PLC-Anwendungen [32] verwendet. Die Werte für p liegen im Bereich von -1,6 bis -2,0 und für q von 1,1 bis 1,3 [32]. Für Freileitungen mit mehreren (Drehstrom-)Systemen existieren keine derartigen Näherungen.

2.3 Definition der Moden

Aufgrund der breiten Anwendung der modalen Transformation ist es zweckmäßig, eine Bezeichnung der Moden anzuführen. Bei den modalen Komponenten für energietechnische Frequenzen ist die Definition der einzelnen Moden (je nach verwendetem Komponentensystem) eindeutig, bspw. Mit-, Gegen- und Nullsystem für symmetrische Komponenten [33]. Auch im höherfrequenten Bereich ist die Definition in deutscher Sprache für eine Leiteranzahl $m = 2$ (2 Leiter + 1 Bezugsleiter) eindeutig. Hier werden die Moden in Gleich- und Gegentakt unterschieden [3]. Die Namensgebung bestimmt sich aus der Stromflussrichtung in den drei Leitern, welche mit der jeweiligen Mode assoziiert sind. Der Strom der Gleichtaktmode fließt gleichsam in beiden Leitern hin und über den Bezugsleiter zurück, während der Strom der Gegentaktmode im ersten Leiter hin- und im zweiten Leiter zurückfließt (s. Abbildung 2.4). Der Bezugsleiter ist hierbei stromlos. Die englischen Pendants heißen Common-Mode für Gleichtakt und Differential-Mode für Gegentakt [3].

Für Systeme mit $m > 2$, insbesondere im Zusammenhang mit Freileitungen außerhalb der etablierten modalen Komponenten für energietechnische Frequenzen, haben sich im deutschen Sprachraum keine Bezeichnungen etabliert. Es ist üblich, auf englische Bezeichnungen überzugehen.

In der Literatur, welche sich mit PLC, oder Koronaentladungen bei Freileitungen, befasst, haben sich diverse Bezeichnungen etabliert. Die Mode, bei welcher die Ströme in allen Leitern hin- und über die Erde zurückfließen, wird als Common-Mode [34], Ground-Mode [35, 36], oder Phase-to-Ground-mode [31, 32] bezeichnet (s. Abbildung 2.5). Diese Mode wird am stärksten durch den Erdbodenwiderstand beeinflusst. Die übrigen Moden werden als Differential-Mode [34], Aerial-Mode [35, 36], oder Phase-to-Phase-Mode [31, 32] bezeichnet. Die Bezeichnungen Phase-to-Ground-Mode und Phase-to-Phase-Mode leiten sich aus der Art und Weise der Einkopplung von PLC-Signalen ab.

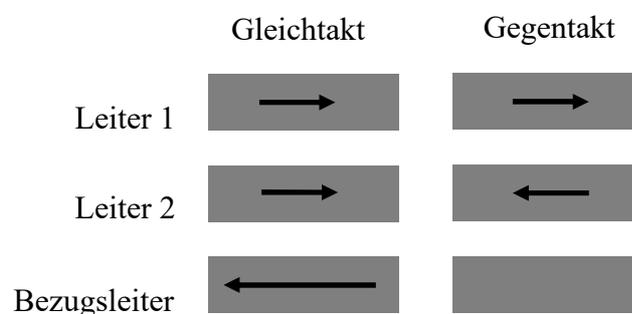


Abbildung 2.4: Qualitative Darstellung des Stromflusses für Gleich- und Gegentakt für ein System mit $m = 2$ Leitern. Die Länge der Pfeile skizziert das Verhältnis der einzelnen Leiterströme

An dieser Stelle ist für die weiteren Untersuchungen eine Präzisierung der etablierten Begrifflichkeiten notwendig. Mit Blick auf Abbildung 2.5 ist zu sehen, dass die Aerial-Mode 2 keine *reine* Differential-Mode verglichen mit Aerial-Mode 1 ist. Daher werden folgende Definitionen eingeführt, welche sich ebenfalls an den Spalten der Transformationsmatrix, den Eigenvektoren, orientieren:

- Sind die Realteile der Einträge eines Eigenvektors ausschließlich positiv, wird dies als Ground-Mode (GM, Typ 1) bezeichnet.
- Ist die Summe der Einträge eines Eigenvektors gleich null, erzeugt diese Mode keinen Stromfluss im Bezugsleiter. Diese Moden werden als Differential-Mode definiert (DM, Typ 2)
- Sind die Realteile der Einträge eines Eigenvektors nicht ausschließlich positiv und die Summe der Einträge ist ungleich null, fließt ein anteiliger Strom im Bezugsleiter. Diese Moden werden als Pseudo-Differential-Mode definiert (PDM, Typ 3).

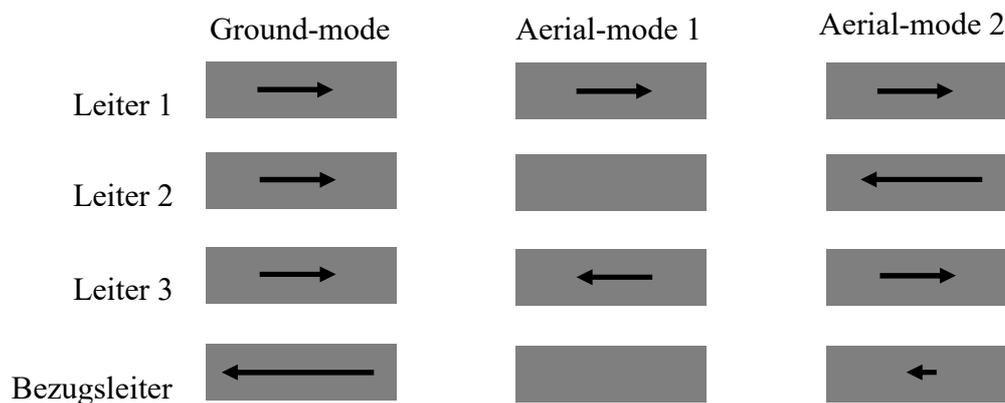


Abbildung 2.5: Qualitative Darstellung der modalen Stromflussrichtung für ein System mit $m = 3$ Leitern. Die Länge der Pfeile skizziert das Verhältnis der einzelnen Leiterströme

2.4 Periodische Strukturen

Die Berücksichtigung geerdeter Freileitungsmasten erfolgt, in dem die gesamte Leitung als periodische Leiterstruktur modelliert wird.

Die einfachste Möglichkeit der Umsetzung ist die Beschreibung des Masten als einfaches Kettenglied [37, 38] (s. Abbildung 2.6). Eine Sortierung nach Spannungen und Strömen der Leiter (Index L) und des Erdseils bzw. der Erdseile (Index E) eröffnet, mit Verweis auf die Abbildung 2.7 dargestellte Stromflussrichtung, die einfache Darstellung als ABCD-Matrix gemäß

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{L,1} \\ U_{E,1} \\ I_{L,1} \\ I_{E,1} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} U_{L,2} \\ U_{E,2} \\ I_{L,2} \\ I_{E,2} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{2.107}$$

mit

$$P = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_L & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1}_E & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1}_L & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & Y_E & \mathbf{0} & \mathbf{1}_E \end{bmatrix} \tag{2.108}$$

Hierbei ist Y_E die Admittanzmatrix des Masten inklusive der Masterdung und reduziert sich im Fall von nur einem Erdseil auf eine skalare Größe. Die Matrizen $\mathbf{1}_L$ und $\mathbf{1}_E$ sind Einheitsmatrizen, wobei sich im Fall von nur einem Erdseil $\mathbf{1}_E$ ebenfalls auf einen Skalar reduziert. Die übrigen Matrizen, $\mathbf{0}$, sind entsprechende Nullmatrizen. Die gesamte ABCD-Matrix W_G aus N Spannfeldern und $N - 1$ als identisch angenommenen Masten berechnet sich anhand von

$$W_G = \left[\prod_{k=2}^N [W_k P_{k-1}] \right] \cdot W_1 \tag{2.109}$$

Ist auf Basis dieser Matrix das Gleichungssystem in (2.96) gelöst worden, können die jeweiligen Spannungen und Ströme am Anfang (und am Ende) eines Spannfeldes

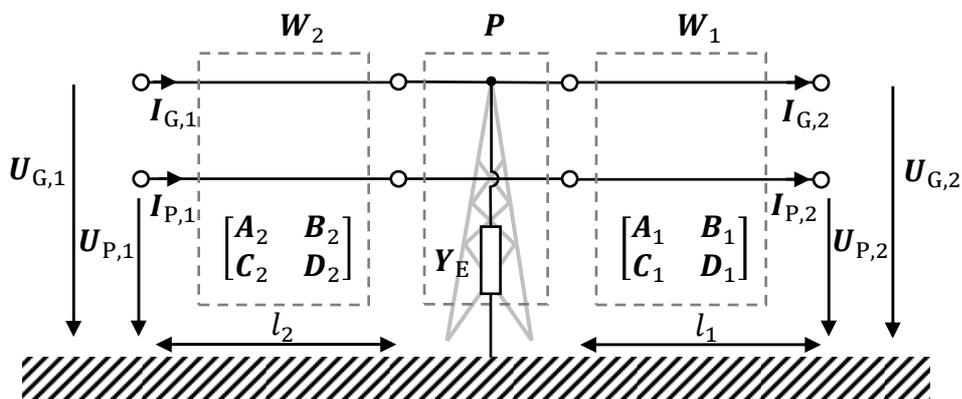


Abbildung 2.6: Einheitszelle aus zwei Leitungsstücken und Mast

die Beziehungen [42]

$$\mathbf{A} = \mathbf{D}^T, \mathbf{D} = \mathbf{A}^T \quad (2.112)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^T, \mathbf{C} = \mathbf{C}^T$$

Nach dem Floquet'schen Theorem [44, 47] muss eine sich in positiver z-Richtung, über periodische Strukturen ausbreitende Welle (hochgestellter Index „+“) die folgende Bedingung erfüllen. Zwischen den Einheitszellen n und $n + 1$ gelten die Beziehungen

$$\mathbf{U}_{n+1}^+(0) = e^{-j\gamma l} \mathbf{U}_n^+(0) \quad (2.113)$$

$$\mathbf{I}_{n+1}^+(0) = e^{-j\gamma l} \mathbf{I}_n^+(0) \quad (2.114)$$

Basierend auf dieser Annahme kann für die Einheitszelle eine äquivalente Leitungsgleichung analog zu den Ausführungen in Kapitel 2.2 entwickelt werden. Ziel ist es erneut ein Gleichungssystem entkoppelter Moden mit

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_1 \\ \tilde{\mathbf{I}}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} & \tilde{\mathbf{B}} \\ \tilde{\mathbf{C}} & \tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_2 \\ \tilde{\mathbf{I}}_2 \end{bmatrix} \quad (2.115)$$

zu erhalten [47]. Hierbei sind $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{B}}$, $\tilde{\mathbf{C}}$ und $\tilde{\mathbf{D}}$ jeweils Diagonalmatrizen (vgl. (2.80) und (2.81)) gemäß

$$\tilde{\mathbf{A}} = \cosh(\tilde{\gamma}l) \quad (2.116)$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \sinh(\tilde{\gamma}l) \tilde{\mathbf{Z}}_C \quad (2.117)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \tilde{\mathbf{Y}}_C \sinh(\tilde{\gamma}l) \quad (2.118)$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \cosh(\tilde{\gamma}l) \quad (2.119)$$

mit Diagonalmatrizen der modalen Fortpflanzungskonstanten $\tilde{\gamma}$, modalen Wellenimpedanzen $\tilde{\mathbf{Z}}_C$ und modalen Wellenadmittanzen $\tilde{\mathbf{Y}}_C$. Zur Bestimmung wird erneut eine Ähnlichkeitstransformation durchgeführt. Analog zu (2.49) und (2.50) werden die Definitionen

$$\mathbf{U} = \mathbf{M}_U \tilde{\mathbf{U}} \quad (2.120)$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{M}_I \tilde{\mathbf{I}} \quad (2.121)$$

eingeführt. Hiermit ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \quad (2.122)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_1 \\ \tilde{\mathbf{I}}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \mathbf{M} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_2 \\ \tilde{\mathbf{I}}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_U & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_I \end{bmatrix} \quad (2.123)$$

bzw.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} & \tilde{\mathbf{B}} \\ \tilde{\mathbf{C}} & \tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \quad (2.124)$$

Die Ausmultiplikation des Matrixprodukts in (2.123) liefert

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_1 \\ \tilde{\mathbf{I}}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_U^{-1} \mathbf{A} \mathbf{M}_U & \mathbf{M}_U^{-1} \mathbf{B} \mathbf{M}_I \\ \mathbf{M}_I^{-1} \mathbf{C} \mathbf{M}_U & \mathbf{M}_I^{-1} \mathbf{D} \mathbf{M}_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_2 \\ \tilde{\mathbf{I}}_2 \end{bmatrix} \quad (2.125)$$

Durch einfachen Vergleich von (2.125) mit (2.116) und (2.119) führt zu [42]

$$\mathbf{M}_U^{-1} \mathbf{A} \mathbf{M}_U = \cosh(\tilde{\gamma} l) \quad (2.126)$$

$$\mathbf{M}_I^{-1} \mathbf{D} \mathbf{M}_I = \cosh(\tilde{\gamma} l) \quad (2.127)$$

Des Weiteren kann mit (2.112) die Beziehung zwischen Transformationsmatrizen mit (vgl. (2.105))

$$\mathbf{M}_U^{-1} = \mathbf{M}_I^T \quad (2.128)$$

angegeben werden. Aus (2.115), (2.116) und (2.97) wird deutlich, dass sich die Lösung erneut auf ein Eigenwertproblem reduziert. Entspricht

$$\mathbf{M}_I^{-1} \mathbf{D} \mathbf{M}_I = \begin{bmatrix} \lambda_{D1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_{Dm} \end{bmatrix} \quad (2.129)$$

den Eigenwerten $\lambda_{D1}, \lambda_{D2}, \dots, \lambda_{Dm}$, ermitteln sich die Fortpflanzungskonstanten ohne Weiteres über [42]

$$\tilde{\gamma} = \begin{bmatrix} \operatorname{arccosh}(\lambda_{D1})/l & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \operatorname{arccosh}(\lambda_{Dm})/l \end{bmatrix} \quad (2.130)$$

Mittels (2.117) erfolgt die Bestimmung von $\tilde{\mathbf{Z}}_C$ gemäß

$$\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{M}_U^{-1} \mathbf{B} \mathbf{M}_I = \sinh(\tilde{\gamma} l) \tilde{\mathbf{Z}}_C \quad (2.131)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_C = \sinh(\tilde{\gamma} l)^{-1} \mathbf{M}_U^{-1} \mathbf{B} \mathbf{M}_I \quad (2.132)$$

Analog ergibt sich für $\tilde{\mathbf{Y}}_C$

$$\tilde{\mathbf{Y}}_C = \mathbf{M}_I^{-1} \mathbf{C} \mathbf{M}_U \sinh(\tilde{\gamma} l)^{-1} \quad (2.133)$$

Sind die jeweiligen Parameter bestimmt, kann eine periodische Struktur aus n Einheitszellen der Länge l als äquivalentes Mehrleitersystem der Länge

$$L = nl, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.134)$$

modelliert werden.

Ein wirklicher Berechnungsvorteil in der Berücksichtigung der Leitungsabschlüsse ergibt sich aber nur dann, wenn die modalen Leitungsabschlüsse ebenfalls Diagonalmatrizen sind. In diesem Fall kann das Gleichungssystem in (2.96) in modalen Komponenten durch

$$\tilde{\mathbf{U}}_Q - (\tilde{\mathbf{Z}}_Q \tilde{\mathbf{C}} + \tilde{\mathbf{A}}) \tilde{\mathbf{U}}_L = [\tilde{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{Z}}_Q \tilde{\mathbf{D}} + \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{Z}}_L + \tilde{\mathbf{Z}}_Q \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{Z}}_L] \tilde{\mathbf{I}}(L) \quad (2.135)$$

mit

$$\tilde{\mathbf{U}}_Q = \mathbf{M}_U^{-1} \mathbf{U}_Q \quad (2.136)$$

$$\tilde{\mathbf{U}}_L = \mathbf{M}_U^{-1} \mathbf{U}_L \quad (2.137)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_Q = \mathbf{M}_U^{-1} \mathbf{Z}_Q \mathbf{M}_I \quad (2.138)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_L = \mathbf{M}_U^{-1} \mathbf{Z}_L \mathbf{M}_I \quad (2.139)$$

auf die Lösung einer Zweidrahtleitung für jede Mode reduziert werden.

2.5 Bestimmung der Leitungsparameter

Die noch ausstehenden Berechnungen der Impedanz- und Admittanzmatrizen werden nachfolgend präsentiert.

2.5.1 Impedanzen

Typischerweise werden die Impedanzbelagsmatrizen der frequenzabhängigen Impedanzbeläge von Freileitungen in mehrere Untermatrizen aufgeteilt [17, 38, 48]:

$$\mathbf{Z}'(\omega) = \mathbf{Z}'_{\text{int}} + \mathbf{Z}'_{\text{g}} + \mathbf{Z}'_{\text{ext}} \quad (2.140)$$

Hierbei beschreibt \mathbf{Z}'_{int} die internen Impedanzbeläge der einzelnen Leiter, \mathbf{Z}'_{g} die Einflüsse des Erdbodens und \mathbf{Z}'_{ext} die Selbst- und Gegenimpedanzbeläge, auch externe Impedanzbeläge genannt, der Leiterschleifen. Abhängig davon wie die Einflüsse des Erdbodens modelliert werden, findet sich auch die Darstellung [49]

$$\mathbf{Z}'(\omega) = \mathbf{Z}'_{\text{int}} + \mathbf{Z}'_{\text{ext,D}} \quad (2.141)$$

2.5.1.1 Interne Impedanz

Im vorliegenden Kontext muss der Skin-Effekt der einzelnen Leiter berücksichtigt werden. Die Stromeindringtiefe δ ist [28]

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma_c}} \quad (2.142)$$

mit

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (2.143)$$

wobei f die Frequenz, σ_c die Leitfähigkeit des Leitermaterials und μ die Permeabilität des Materials aus dem Produkt der magnetischen Feldkonstante μ_0 und der

materialspezifischen Permeabilitätszahl (relative Permeabilität) μ_r ist. Der Widerstandsbelag ergibt sich hiermit für einen Leiterradius r_c zu

$$R'(\omega) = \frac{1}{2\pi r_c \sigma_c \delta} \quad (2.144)$$

Für $r_c \gg 2\delta$ ist in [28] eine Approximation der Form

$$R'(\omega) = \omega L'_i(\omega) \quad (2.145)$$

angegeben, wodurch sich die internen Impedanzbeläge eines Leiters zu

$$Z'_{\text{int,Leiter}} = R'(\omega) + j\omega L'_i(\omega) = (1 + j) \frac{1}{2\pi r_c \sigma_c \delta} \quad (2.146)$$

bestimmen lassen. Für Frequenzen größer als 10 kHz ist der Radius von Freileitungsseilen mindestens um den Faktor 6 größer als die Stromeindringtiefe. In Abbildung 2.8 ist der Quotient $r_c/2\delta$ für ein Leiterseil des Typs Al/St 240/40 mm² dargestellt. Die Leitfähigkeit von Aluminium ist mit 37,2 MS/m und der Leiterradius mit 1,095 cm [33] angenommen.

Mit steigender Nennspannung werden pro Phase mehrere Freileitungsseile zu einem Bündel zusammengefasst. Ist n die Anzahl der Teilleiter eines Bündels, ist der interne Impedanzbelag demnach [33]

$$Z'_{\text{int}} = \frac{Z'_{\text{int,Leiter}}}{n} \quad (2.147)$$

Für eine Freileitung mit m Phasen (inkl. Erdseil) ist die resultierende Matrix der internen Impedanzbeläge eine Diagonalmatrix der Form

$$\mathbf{Z}'_{\text{int}} = \begin{bmatrix} Z'_{\text{int},1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & Z'_{\text{int},m} \end{bmatrix} \quad (2.148)$$

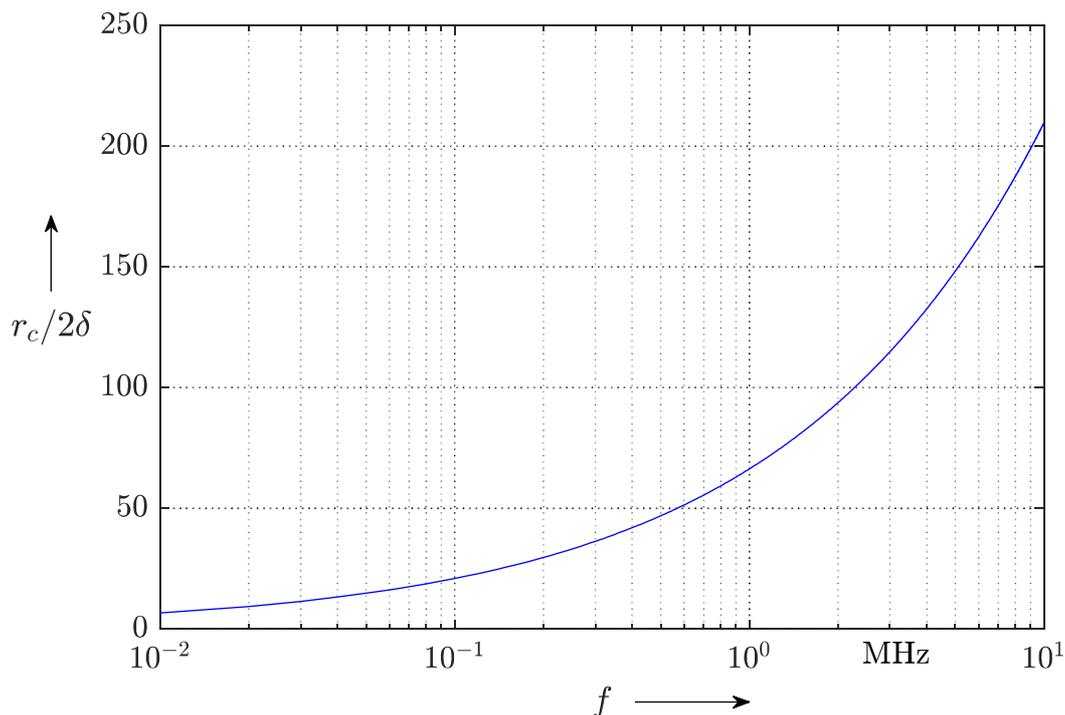


Abbildung 2.8: Quotient aus Leiterradius und Stromeindringtiefe für ein Al/St 240/40 mm² Seil

2.5.1.2 Externe Impedanzen

Die Berechnung der externen bzw. Selbst- und Gegeninduktivitätsbeläge L'_{ii} und L'_{ij} von Leiterschleifen ist unter der Annahme eines perfekt leitenden Bodens und eines homogenen Mediums (s. Abbildung 2.9) durch

$$L'_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r_B}\right) \quad (2.149)$$

und

$$L'_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (2.150)$$

mit

$$D_{ij} = \sqrt{(h_i + h_j)^2 + (x_i - x_j)^2} \quad (2.151)$$

und

$$d_{ij} = \sqrt{(h_i - h_j)^2 + (x_i - x_j)^2} \quad (2.152)$$

gegeben [17, 33], wobei r_B den Leiter- bzw. Bündelersatzradius gemäß

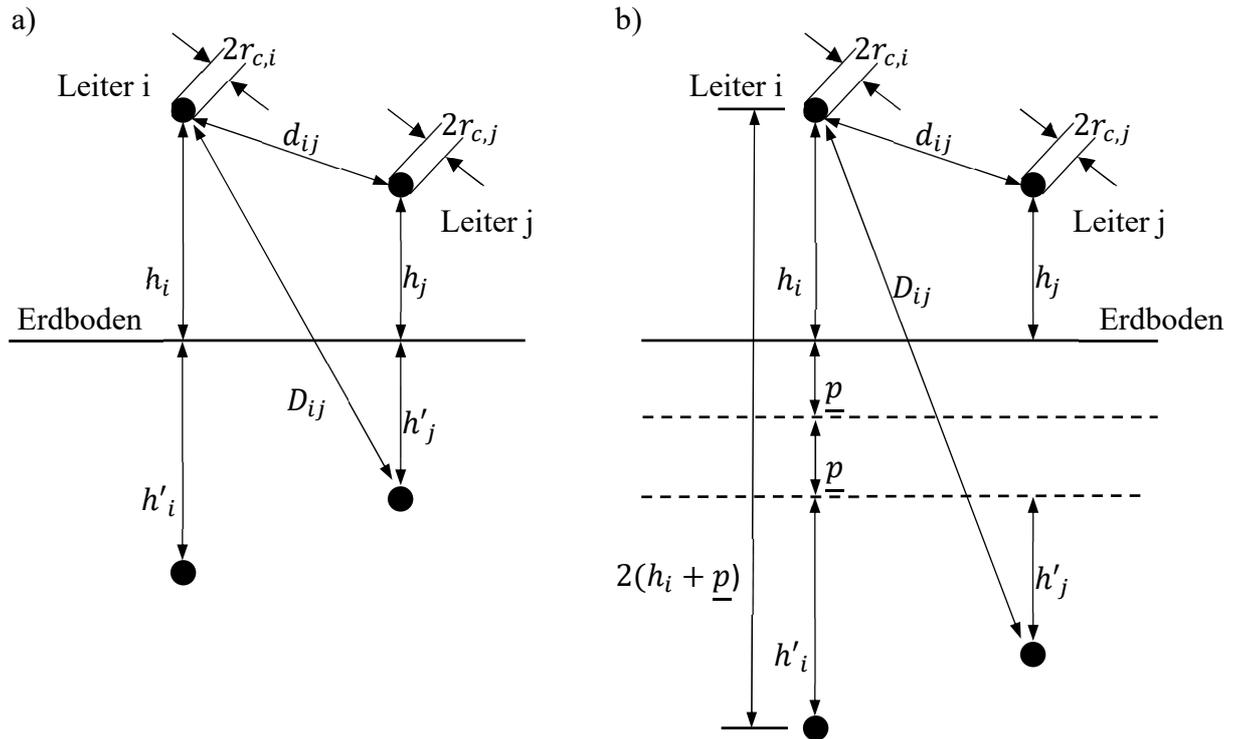


Abbildung 2.9: a) Spiegelleiterdarstellung bei perfekt leitendem Boden zur Berechnung der externen Induktivitäten und Kapazitäten b) Verschiebung der Spiegelungsebene um p zur Berücksichtigung des Erdbodens nach Dubanton

$$r_B = \sqrt[n]{n \cdot r_c \cdot r_T^{n-1}} \quad (2.153)$$

repräsentiert (vgl. Abbildung 2.10). Der Parameter r_T ist der Teilkreisradius, auf dem die n Teilleiter angeordnet sind[33].

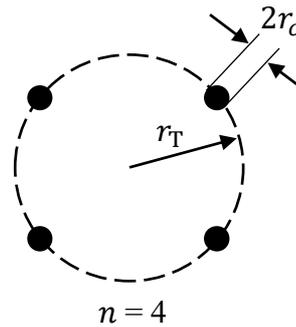
Für eine Freileitung mit m Phasen (inkl. Erdseil) ist die resultierende Matrix der externen Impedanzbeläge mit

$$\mathbf{Z}'_{\text{ext}} = j\omega \begin{bmatrix} L'_{11} & L'_{12} & \cdots & L'_{1m} \\ L'_{21} & L'_{22} & \cdots & L'_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L'_{m1} & L'_{m2} & \cdots & L'_{mm} \end{bmatrix} \quad (2.154)$$

voll besetzt, wobei

$$L'_{ij} = L'_{ji} \quad (2.155)$$

gilt.

Abbildung 2.10: Bündelleiteranordnung mit Leiterradius r_c und Teilkreisradius r_T

2.5.1.3 Einfluss des Erdbodens

Die grundlegenden Arbeiten zur Berücksichtigung des Stromflusses über nicht perfekt leitenden Erdboden wurden von Carson [50] und Pollaczek veröffentlicht. Hierbei handelt es sich um unendliche Reihen, deren relevante Glieder von der jeweils höchsten zu betrachtenden Frequenz abhängen. Generell lässt sich hierdurch die Impedanzbelagsmatrix mit

$$\mathbf{Z}'_g = \frac{\omega\mu_0}{\pi} (\mathbf{P} + j\mathbf{Q}) \quad (2.156)$$

angeben, wobei \mathbf{P} und \mathbf{Q} jeweils $m \times m$ -Matrizen sind. Entsprechende Näherungen sind für den Frequenzbereich bis 100 kHz im Anhang von [33] und für darüber liegende Frequenzen in [50] zu finden.

Eine gute Näherung wurde von Dubanton angegeben, welche mitunter in [51] behandelt wird. Hierbei wird in der Berechnung der Impedanzbeläge die Spiegelungsebene um die komplexe Erdstromtiefe \underline{p} verschoben (s. Abbildung 2.9). Die Einflüsse des Erdbodens werden in diesem Ansatz direkt in den Selbst- und Gegenimpedanzenbelägen berücksichtigt, wodurch \mathbf{Z}'_g in (2.140) entfällt. Die Matrixeinträge der externen Impedanzbeläge ergeben sich dann zu [33]

$$Z'_{\text{ext,iiD}} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{2(h_i + \underline{p})}{r_B} \right) \quad (2.157)$$

und

$$Z'_{\text{ext,ijD}} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{\sqrt{(h_i + h_j + 2\underline{p})^2 + (x_i - x_j)^2}}{d_{ij}} \right) \quad (2.158)$$

mit

$$\underline{p} = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_E}} \quad (2.159)$$

Hierbei ist σ_E die spezifische Leitfähigkeit des Erdbodens. Der zusätzliche Index D kennzeichnet die Lösung nach Dubanton. Der maximale Fehler liegt bei energietechnischen Leiteranordnungen bei maximal 15 %, wenn das Verhältnis

$$\sqrt{\frac{8}{\omega\mu_0\sigma_E \cdot (h_i + h_j)^2}} \approx 4 \quad (2.160)$$

beträgt [52]. Der Fehler ist proportional zum Quotienten β mit (s. Abbildung 2.9)

$$\beta = \frac{|x_i - x_j|}{h_i + h_j} \quad (2.161)$$

Theodoulidis präsentiert in [53] eine alternative Darstellung des Carson-Integrals und deren Lösung bis 100 MHz. Eine entsprechende Umsetzung ist in [54, 55] gezeigt.

Abbildung 2.11 und Abbildung 2.12 zeigen die prozentuale Abweichung der Lösungen von Dubanton (Index D) und Theodoulidis (Index T) für die Beträge der Impedanzbeläge bezogen auf die Näherungen der jeweiligen Frequenzbereiche (Index O und C). Die Berechnung erfolgt anhand von

$$\Delta_T = \frac{|Z'_{g,ij,T} + Z'_{ext,ij,T}| - |Z'_{g,ij,O,C} + Z'_{ext,ij,O,C}|}{|Z'_{g,ij,O,C} + Z'_{ext,ij,O,C}|} \cdot 100 \quad \% \quad (2.162)$$

und

$$\Delta_D = \frac{|Z'_{ext,ij,D}| - |Z'_{g,ij,O,C} + Z'_{ext,ij,O,C}|}{|Z'_{g,ij,O,C} + Z'_{ext,ij,O,C}|} \cdot 100 \quad \% \quad (2.163)$$

mit $h_1 = h_2 = 20$ m und $x_{12} = 32$ m. Der spezifische Erdwiderstand beträgt $\rho_E = 100$ Ω m und der Leiterradius $r_B = 1,1$ cm.

Die von Theodoulidis angegebene Lösung stimmt mit den Näherungslösungen des Carson-Integrals überein. Der Fehler ist geringer als 0,001 % und daher wird in dieser Arbeit die Lösung von Theodoulidis zur Berücksichtigung des Erdbodens verwendet.

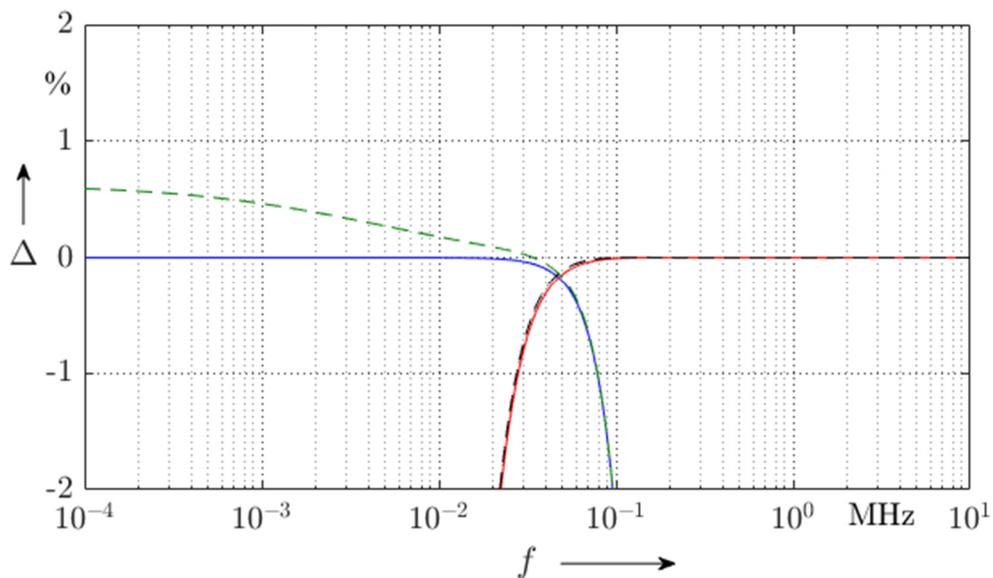


Abbildung 2.11: Prozentuale Abweichung der Selbstimpedanzbeläge nach Theodoulidis (blau und rot), sowie nach Dubanton (grün und schwarz) bezogen auf die Näherungslösungen in [33] und [50]

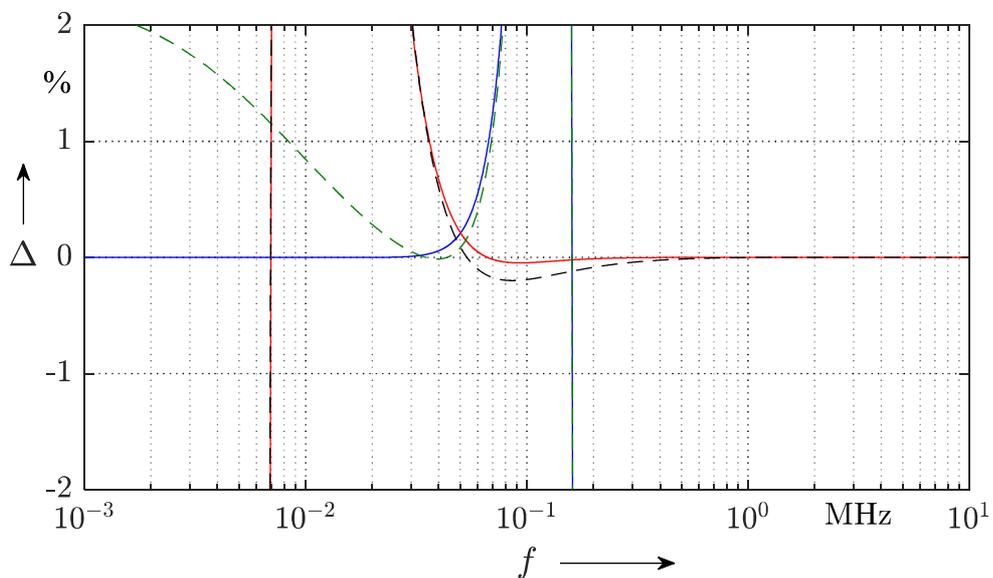


Abbildung 2.12: Prozentuale Abweichung der Gegenimpedanzbeläge nach Theodoulidis (blau und rot), sowie nach Dubanton (grün und schwarz) bezogen auf die Näherungslösungen in [33] und [50]

2.5.2 Admittanzen

Die Matrix der Admittanzbeläge \mathbf{Y}' setzt sich aus den Ableit- und den Kapazitätsbelägen, \mathbf{G}' und \mathbf{C}' , zusammen:

$$\mathbf{Y}'(\omega) = \mathbf{G}' + j\omega\mathbf{C}' \quad (2.164)$$

Für die Berechnung der Kapazitätsbeläge wird, wie im Falle der externen Induktivitäten, ein perfekt leitender Erdboden angenommen. Die Kapazitätsbeläge lassen sich dann anhand von Potentialkoeffizienten [28, 33] berechnen. Allerdings impliziert diese zugrundeliegende Annahme, dass die Leiter von einem homogenen Medium umgeben sind. Für diesen Fall besteht die Beziehung [28]

$$\mathbf{C}' = \mu\epsilon(\mathbf{L}'_{\text{ext}})^{-1} \quad (2.165)$$

wodurch die Kapazitätsbeläge direkt aus den externen Induktivitäten in (2.149) bis (2.152) berechnet werden können.

Die Einflüsse von Koronaentladungen und Ableitströmen über Isolatoren werden in der Berechnung der Admittanzen vernachlässigt, wodurch

$$\mathbf{G}' = \mathbf{0} \quad (2.166)$$

ist und die Admittanzbeläge ausschließlich den Kapazitätsbelägen entsprechen.

3 Modell zur Berechnung des EM-Feldes von Freileitungen

Im folgenden Kapitel wird ein Modell zur Berechnung des EM-Feldes von Freileitungen präsentiert. Es basiert auf den Näherungslösungen für unendlich und halb-unendlich ausgedehnte Zweidrahtleitungen bei der grundlegenden Annahme einer TEM-Welle in [26]. Eine Vereinigung der jeweiligen Näherungslösungen in Kombination mit der im vorangegangenen Kapitel vorgestellten Leitungstheorie ermöglicht es, sowohl das magnetische als auch elektrische Feld von Freileitungen in guter Näherung zu bestimmen. Zunächst wird das Modell zur Berechnung des EM-Feldes in dem von [26] gegebenen Kontext für Zweidrahtleitungen hergeleitet. Anschließend erfolgt eine Erweiterung auf verkettete Leitungen und Mehrleitersysteme. Zur Evaluation wird das Modell mit Simulationsergebnissen anhand der Momentenmethode verglichen. Die Validierung erfolgt anhand von Messungen an einem skalierten Modell in einem Absorberraum.

3.1 EM-Feld von Zweidrahtleitungen

In [26] ist eine feldtheoretische Beschreibung der Abstrahlung von Zweidrahtleitungen im Freiraum hergeleitet. Hiermit ist zunächst nur die Berechnung für große Entfernungen zur Leitung möglich. Die vorliegende Arbeit erweitert die Ansätze aus [26] und zeigt, dass sich durch Superposition dreier Grenzfälle das EM-Feld der Zweidrahtleitung auch in kürzeren Entfernungen zur Leitung berechnen lässt.

Zunächst soll die grundlegende Lösung kurz beschrieben werden. Um mit den Ausführungen der Quelle konsistent zu bleiben, wird zunächst die Näherungslösung der Doppelleitung, also oberer und unterer Leiter gemeinsam, betrachtet. Anschließend wird gezeigt,

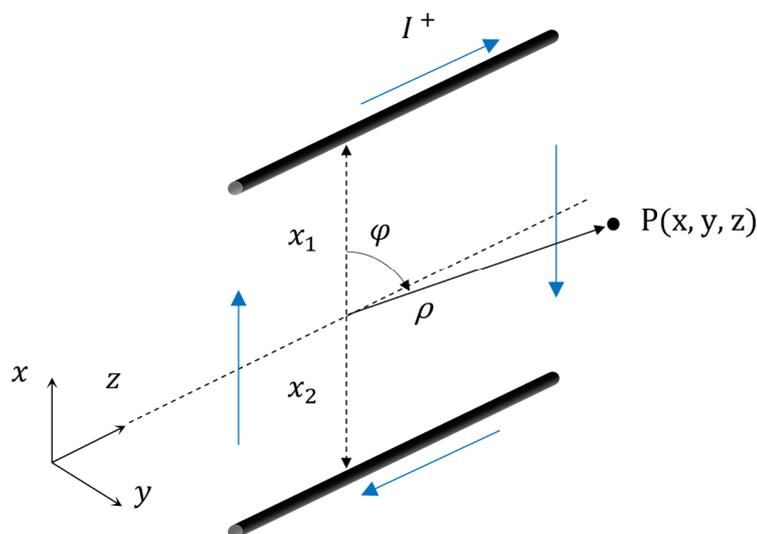


Abbildung 3.1: Zweidrahtleitung im Freiraum. Die blauen Pfeile deuten den Stromfluss im oberen und unteren Leiter sowie an den Leitungsenden an

dass sich diese Lösung auf die Lösung nach Biot-Savart für den oberen und unteren Leiter separat reduzieren lässt. Der Strom entlang der in Abbildung 3.1 skizzierten verlustlosen Leitung einer hinlaufenden Welle (Ausbreitung in positive z -Richtung) ist (vgl. (2.13))

$$I(z) = I^+ e^{-jkz} \quad (3.1)$$

Hierbei ist e^{-jkz} der Wellenfaktor mit der Wellenzahl k gemäß

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3.2)$$

mit der Wellenlänge λ und I^+ der komplexe Zeiger am Anfang der Leitung. Der Abstand zwischen den beiden Leitern beträgt

$$d = x_1 - x_2 \quad (3.3)$$

Basierend auf der Annahme einer TEM-Welle ergibt sich das magnetische Vektorpotential A_z , welches von den in z -Richtung fließenden Strömen erzeugt wird, einer unendlich langen, verlustlosen Leitung in zylindrischen Koordinaten für einen weit entfernten Beobachtungspunkt mit $\rho \gg d$ (vgl. Abbildung 3.2) zu [26]

$$A_z = \frac{\mu_0 I^+}{4\pi} d \cos(\varphi) \frac{2e^{-jkz}}{\rho} \quad (3.4)$$

Über die bekannte Beziehung mit dem Nabla-Operator ∇

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \quad (3.5)$$

ermittelt sich das magnetische Feld zu

$$\mathbf{H}^+ = \frac{e^{-jkz} I^+ d}{2\pi} \frac{1}{\rho^2} [-\sin(\varphi) \mathbf{e}_\rho + \cos(\varphi) \mathbf{e}_\varphi] \quad (3.6)$$

Das elektrische Feld ergibt sich aus (3.6) gemäß der Maxwell-Gleichung zum Durchflutungsgesetz und dem Wellenwiderstand des Vakuums Z_0 zu

$$\mathbf{E}^+ = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \mathbf{H}^+ \quad (3.7)$$

$$\mathbf{E}^+ = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \mathbf{H}^+ = Z_0 \frac{e^{-jkz} I^+ d}{2\pi} \frac{1}{\rho^2} [\cos(\varphi) \mathbf{e}_\rho + \sin(\varphi) \mathbf{e}_\varphi] \quad (3.8)$$

Die Ausdrücke der EM-Felder in (3.6) und (3.7) sind proportional zu $1/\rho^2$, was verdeutlicht, dass eine unendlich lange Leitung keine Abstrahlung verursacht [26]. Es existiert keine Abhängigkeit zu $1/\rho$.

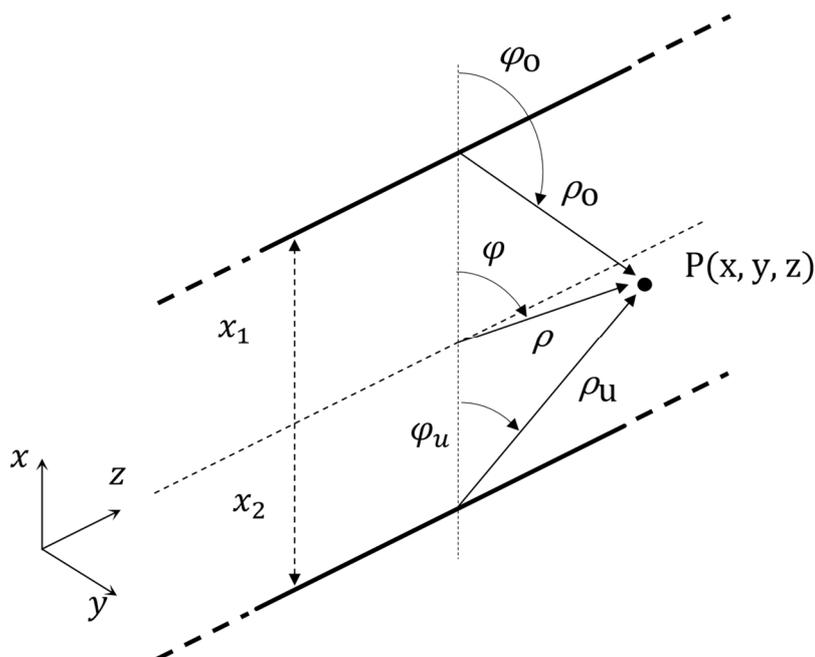


Abbildung 3.2: Skizze der individuellen zylindrischen Koordinaten für den oberen und unteren Leiter der Übertragungsleitung

Dies ergibt sich ebenfalls aus der Betrachtung des Poynting-Vektors mit

$$\mathbf{S} = \mathbf{E}^+ \times (\mathbf{H}^+)^* = \frac{Z_0}{4\pi^2} \frac{|I^+|^2 d^2}{\rho^4} \mathbf{e}_z \quad (3.9)$$

welcher ausschließlich eine Komponente in z-Richtung enthält und somit den Leistungsfluss entlang der Leitung repräsentiert. [26]

Genauer gesagt, entsprechen die Ausdrücke der magnetostatischen Näherung der Feldverteilung, multipliziert mit dem Wellenfaktor. Deswegen werden im weiteren Verlauf die oben abgeleiteten elektromagnetischen Felder einer unendlich langen Leitung als quasi-statische Felder bezeichnet.

Ferner ist ersichtlich, dass (3.6) und (3.7) für kurze Entfernungen zur Leitung ungenau wird, bzw. mit $\rho = 0$ eine Singularität besitzt. Eine getrennte Berechnung der Beiträge des oberen und unteren Leiters des Ansatzes in [26] löst dieses Problem. In zylindrischen Koordinaten (Index z) (vgl. Abbildung 3.2) ergeben sich die magnetischen Felder des oberen (Index o) und unteren (Index u) Leiters zu

$$\mathbf{H}_{o,z}^+ = \frac{I^+ e^{-jkz}}{2\pi\rho_o^2} \cdot \mathbf{A}_o \cdot \begin{pmatrix} x - x_1 \\ y - y_1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\rho,o} \\ \mathbf{e}_{\varphi,o} \\ \mathbf{e}_{z,o} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{H}_{u,z}^+ = \frac{-I^+ e^{-jkz}}{2\pi\rho_u^2} \cdot \mathbf{A}_u \cdot \begin{pmatrix} x - x_2 \\ y - y_2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\rho,u} \\ \mathbf{e}_{\varphi,u} \\ \mathbf{e}_{z,u} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

mit

$$\mathbf{A}_o = \begin{bmatrix} -\sin(\varphi_o) & \cos(\varphi_o) & 0 \\ \cos(\varphi_o) & \sin(\varphi_o) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{A}_u = \begin{bmatrix} -\sin(\varphi_u) & \cos(\varphi_u) & 0 \\ \cos(\varphi_u) & \sin(\varphi_u) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Es lässt sich ohne große Umstände zeigen, dass die Ausdrücke in (3.10) und (3.11) der geläufigeren Darstellung des Biot-Savart-Gesetzes für einen unendlichen Linienleiter mit Multiplikation des Wellenfaktors entsprechen. Mit

$$\Delta x = x - x_1 \quad (3.14)$$

$$\Delta y = y - y_1 \quad (3.15)$$

$$\cos(\varphi_o) = \frac{\Delta x}{\rho} \quad (3.16)$$

$$\sin(\varphi_o) = \frac{\Delta y}{\rho} \quad (3.17)$$

lässt sich für die radiale Komponente

$$H_{o,z,\rho}^+ = \frac{I^+ e^{-jkz}}{2\pi\rho_o^2} \cdot [-\sin(\varphi_o) \Delta x + \cos(\varphi_o) \Delta y] \quad (3.18)$$

$$H_{o,z,\rho}^+ = \frac{I^+ e^{-jkz}}{2\pi\rho_o} \cdot [-\sin(\varphi_o) \cos(\varphi_o) + \cos(\varphi_o) \sin(\varphi_o)] \quad (3.19)$$

$$H_{o,z,\rho}^+ = 0 \quad (3.20)$$

und die φ -Komponente

$$H_{o,z,\varphi}^+ = \frac{I^+ e^{-jkz}}{2\pi\rho_o^2} \cdot [\cos(\varphi_o) \Delta x + \sin(\varphi_o) \Delta y] \quad (3.21)$$

$$H_{o,z,\varphi}^+ = \frac{I^+ e^{-jkz}}{2\pi\rho_o} \cdot [\cos(\varphi_o) \cos(\varphi_o) + \sin(\varphi_o) \sin(\varphi_o)] \quad (3.22)$$

$$H_{o,z,\varphi}^+ = \frac{I^+ e^{-jkz}}{2\pi\rho_o} \quad (3.23)$$

erhalten. Somit gilt

$$\mathbf{H}_{o,z}^+ = \frac{I^+ e^{-jkz}}{2\pi\rho_o} \mathbf{e}_{\varphi,o} \quad (3.24)$$

Das elektrische Feld ergibt sich auf Basis von (3.24) zu

$$\mathbf{E}_{o,z}^+ = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \mathbf{H}_{o,z}^+ = Z_0 \frac{I^+ e^{-jkz}}{2\pi\rho_o} \mathbf{e}_{\rho,o} \quad (3.25)$$

und besitzt nur eine radiale Komponente. Die EM-Felder in (3.24) und (3.25) gelten für eine sich in positiver z -Richtung ausbreitende hinlaufende Welle. Die EM-Felder für eine, sich in negativer z -Richtung ausbreitende, rücklaufende Welle mit dem Stromzeiger I^- bestimmen sich analog. Das Magnetfeld ergibt sich anhand von (3.24) zu

$$\mathbf{H}_{0,z}^- = \frac{I^- e^{jkz}}{2\pi\rho_0} \mathbf{e}_{\varphi,0} \quad (3.26)$$

Das elektrische Feld ergibt sich zu

$$\mathbf{E}_{0,z}^- = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \mathbf{H}_{0,z}^- = Z_0 \frac{-I^- e^{jkz}}{2\pi\rho_0} \mathbf{e}_{\rho,0} \quad (3.27)$$

Über die Beziehung der Ströme der hin- und rücklaufenden Welle gemäß $I^- = -\Gamma I^+$, lassen sich die EM-Felder der rücklaufenden Welle durch den Strom der hinlaufenden Welle ausdrücken:

$$\mathbf{H}_{0,z}^- = \frac{-\Gamma I^+ e^{jkz}}{2\pi\rho_0} \mathbf{e}_{\varphi,0} \quad (3.28)$$

$$\mathbf{E}_{0,z}^- = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \mathbf{H}_{0,z}^- = Z_0 \frac{\Gamma I^+ e^{jkz}}{2\pi\rho_0} \mathbf{e}_{\rho,0} \quad (3.29)$$

Die Summe der EM-Felder aus hin- und rücklaufender Welle ergeben sich zu

$$\mathbf{H}_{0,z} = \mathbf{H}_{0,z}^+ + \mathbf{H}_{0,z}^- = \frac{I^+}{2\pi\rho_0} (e^{-jkz} - \Gamma e^{jkz}) \mathbf{e}_{\varphi,0} \quad (3.30)$$

$$\mathbf{E}_{0,z} = \mathbf{E}_{0,z}^+ + \mathbf{E}_{0,z}^- = Z_0 \frac{I^+}{2\pi\rho_0} (e^{-jkz} + \Gamma e^{jkz}) \mathbf{e}_{\rho,0} \quad (3.31)$$

Die Beziehung zwischen der hin- und rücklaufenden Welle ist äquivalent zu denen in (2.12) bis (2.14). Die Beiträge der unteren Leiter ergeben sich durch Einsetzen von $-I^+$ in (3.30) und (3.31) und sind zur Übersicht in Tabelle 1 dargestellt.

Da die EM-Felder des oberen und unteren Leiters jeweils im eigenen Bezugskoordina-tensystem beschrieben sind, muss zur Superposition der entsprechenden Beträge eine Transformation in kartesische Koordinaten gemäß

$$\mathbf{H}_{i,k} = \mathbf{T}_{i,zk} \mathbf{H}_{i,z} \quad (3.32)$$

mit

$$\mathbf{T}_{i,zk} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_i) & -\sin(\varphi_i) & 0 \\ \sin(\varphi_i) & \cos(\varphi_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Tabelle 1: EM-Felder des oberen und unteren Leiters einer Zweidrahtleitung für hin- und rücklaufende Welle

	Oberer Leiter	Unterer Leiter
H-Feld	$\frac{I^+}{2\pi\rho_o} (e^{-jkz} - \Gamma e^{jkz}) \mathbf{e}_{\varphi,o}$	$\frac{-I^+}{2\pi\rho_u} (e^{-jkz} - \Gamma e^{jkz}) \mathbf{e}_{\varphi,u}$
E-Feld	$Z_0 \frac{I^+}{2\pi\rho_o} (e^{-jkz} + \Gamma e^{jkz}) \mathbf{e}_{\rho,o}$	$Z_0 \frac{-I^+}{2\pi\rho_u} (e^{-jkz} + \Gamma e^{jkz}) \mathbf{e}_{\rho,u}$

vorgenommen werden. Das EM-Feld ergibt sich letztendlich zu

$$\mathbf{H}_{s,k} = \mathbf{T}_{o,zk} \mathbf{H}_{o,z} + \mathbf{T}_{u,zk} \mathbf{H}_{u,z} \quad (3.34)$$

$$\mathbf{E}_{s,k} = \mathbf{T}_{o,zk} \mathbf{E}_{o,z} + \mathbf{T}_{u,zk} \mathbf{E}_{u,z} \quad (3.35)$$

Der Index s in (3.34) kennzeichnet den Ausdruck für das quasi-statische magnetische Feld der Zweidrahtanordnung.

Als nächstes wird die Abstrahlung einer halb-unendlich langen Leitung betrachtet. Hierzu muss zunächst eine Unterscheidung zwischen einer links- (LT) und rechtsseitig (RT) abgeschlossenen Leitung vorgenommen werden (s. Abbildung 3.3).

Für eine sich in positiver z -Richtung ausbreitende Welle gemäß (3.1) bedeutet die RT-Konfiguration, dass die Welle von links in den Leitungsabschluss hineinläuft. Die LT-Konfiguration bedeutet dementsprechend, dass die Welle nach rechts aus dem Abschluss herausläuft.

Für die RT-Konfiguration ergeben sich die magnetischen Vektorpotentiale $A_{z,RT}$ der in z -Richtung orientierten Ströme der Leitung und $A_{x,RT}$ der in x -Richtung orientierten Ströme des Leitungsabschlusses in Kugelkoordinaten (Index q) zu [26]

$$A_{z,RT,q} = \mu_0 \left(-I_{RT}^+ d \cos(\varphi) \frac{\sin(\theta)}{1 - \cos(\theta)} \right) \frac{e^{-jkr_{RT}}}{r_{RT}} \quad (3.36)$$

$$A_{x,RT,q} = -\mu_0 I_{RT}^+ d \frac{e^{-jkr_{RT}}}{r_{RT}} \quad (3.37)$$

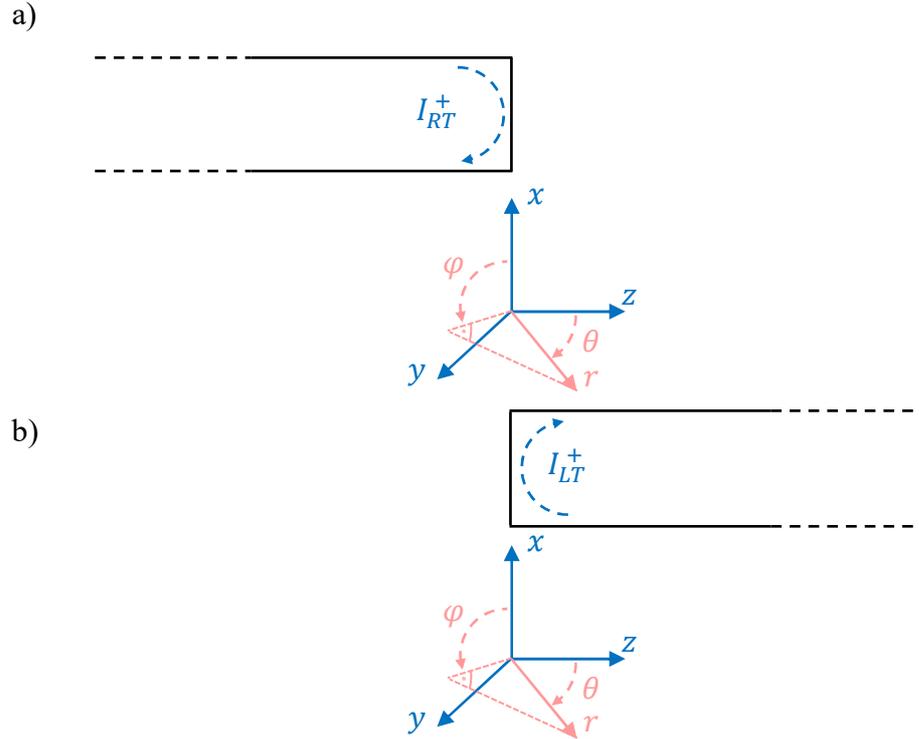


Abbildung 3.3: Qualitative Darstellung eines rechtsseitigen Abschlusses (RT), a), und linksseitigen Abschlusses (LT), b), der Zweidrahtleitung für eine hinlaufende Welle

Zur Berechnung der abgestrahlten Felder wird der Nabla-Operator durch

$$\nabla \simeq -jk \cdot \mathbf{e}_r \quad (3.38)$$

approximiert [26]. Unter Verwendung von (3.7) ergeben sich die jeweiligen magnetischen Feldstärken zu:

$$\mathbf{H}_{(z,q)} = -jkG(r_{RT})I_{RT}^+ \cos(\varphi) \frac{\sin(\theta)}{1 - \cos(\theta)} \sin(\theta) \mathbf{e}_\varphi \quad (3.39)$$

$$\mathbf{H}_{(x,q)} = jkG(r_{RT})I_{RT}^+ d(\cos(\theta) \cos(\varphi) \mathbf{e}_\varphi + \sin(\varphi) \mathbf{e}_\theta) \quad (3.40)$$

Hier ist $G(r)$ die Green'sche Funktion gemäß

$$G(r) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \quad (3.41)$$

Das gesamte magnetische Feld ergibt sich letztlich aus der Summe [26]

$$\mathbf{H}_{RT,q}^+ = \mathbf{H}_{(z,q)} + \mathbf{H}_{(x,q)} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{H}_{RT,q}^+ = -jkG(r_{RT})I_{RT}^+ d[-\sin(\varphi) \mathbf{e}_{\theta,RT} + \cos(\varphi) \mathbf{e}_\varphi] \quad (3.43)$$

Für die LT-Konfiguration unterscheiden sich die jeweiligen Vektorpotentiale lediglich im Vorzeichen [26]

$$A_{z,LT,q} = \mu_0 \left(I_{RT}^+ d \cos(\varphi) \frac{\sin(\theta)}{1 - \cos(\theta)} \right) \frac{e^{-jkr_{RT}}}{r_{RT}} \quad (3.44)$$

$$A_{x,LT,q} = \mu_0 I_{RT}^+ d \frac{e^{-jkr_{RT}}}{r_{RT}} \quad (3.45)$$

Analog zu (3.36) – (3.43) kann das magnetische Feld der LT-Konfiguration zu

$$\mathbf{H}_{LT,q}^+ = jkG(r_{LT})I_{LT}^+ d [-\sin(\varphi) \mathbf{e}_{\theta,LT} + \cos(\varphi) \mathbf{e}_{\varphi}] \quad (3.46)$$

bestimmt werden.

Mit (3.43) und (3.46) und unter Zuhilfenahme der Beziehung

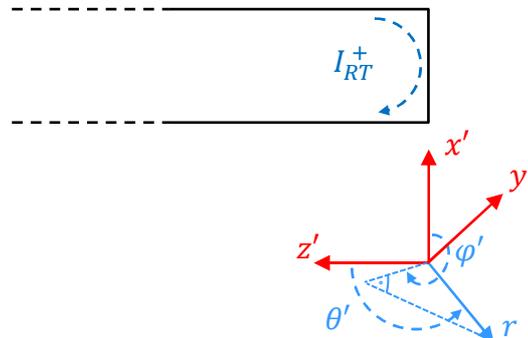
$$\mathbf{E} = Z_0 \mathbf{H} \times \mathbf{e}_r \quad (3.47)$$

bestimmen sich die jeweiligen elektrischen Felder zu

$$\mathbf{E}_{RT,q}^+ = -jkZ_0G(r_{RT})I_{RT}^+ d [\cos(\varphi) \mathbf{e}_{\theta,RT} + \sin(\varphi) \mathbf{e}_{\varphi}] \quad (3.48)$$

$$\mathbf{E}_{LT,q}^+ = jkZ_0G(r_{LT})I_{LT}^+ d [\cos(\varphi) \mathbf{e}_{\theta,LT} + \sin(\varphi) \mathbf{e}_{\varphi}] \quad (3.49)$$

a)



b)

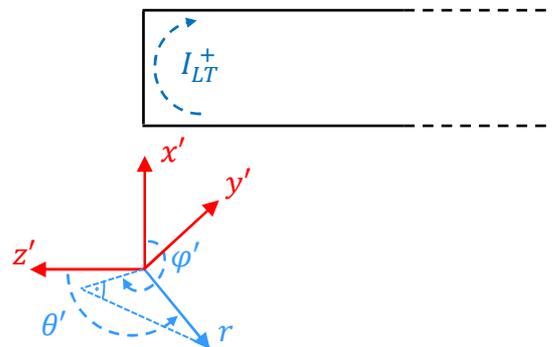


Abbildung 3.4: Qualitative Darstellung eines rechtsseitigen Abschlusses (RT) in a) und linksseitigen Abschlusses (LT) in b) der Zweidrahtleitung für eine rücklaufende Welle

Sie beschreiben jeweils isotrope Strahler mit unterschiedlichem Vorzeichen und gelten nur für eine Leiteranordnung entlang der x -Achse [26]. Für d und φ gilt weiterhin (3.3) bzw. Abbildung 3.2.

Die Lösung für eine reflektierte bzw. rücklaufende Welle (Ausbreitung in negativer z -Richtung) ergibt sich durch eine gespiegelte z -Achse (vgl. Abbildung 3.3 mit Abbildung 3.4). Die Lösung entspricht dann genau der Lösung einer hinlaufenden Welle. Um einen Ausdruck im ursprünglichen Koordinatensystem zu erhalten, muss lediglich der Stromzeiger der hinlaufenden Welle I^+ durch $-I^-$ (I^- kennzeichnet den Stromzeiger der rücklaufenden Welle) ersetzt werden. Ferner ergeben sich durch die gespiegelte z -Achse (s. Abbildung 3.4) [26]:

$$x' = x; y' = -y; z' = -z \quad (3.50)$$

und somit

$$\varphi'_i = -\varphi_i; \mathbf{e}'_{\theta,i} = -\mathbf{e}_{\theta,i}; \mathbf{e}'_{\varphi,i} = -\mathbf{e}_{\varphi,i} \quad (3.51)$$

Einsetzen von (3.50) und (3.51) in (3.43) und (3.49) liefert die Ausdrücke der magnetischen Felder

$$\mathbf{H}_{\text{RT},q}^- = -jkG(r_{\text{RT}})I_{\text{RT}}^- d[-\sin(\varphi) \mathbf{e}_{\theta,\text{RT}} - \cos(\varphi) \mathbf{e}_{\varphi}] \quad (3.52)$$

$$\mathbf{H}_{\text{LT},q}^- = jkG(r_{\text{LT}})I_{\text{LT}}^- d[-\sin(\varphi) \mathbf{e}_{\theta,\text{RT}} - \cos(\varphi) \mathbf{e}_{\varphi}] \quad (3.53)$$

Mittels (3.47) bestimmen sich die elektrischen Felder

$$\mathbf{E}_{\text{RT},q}^- = -jkZ_0G(r_{\text{RT}})I_{\text{RT}}^- d[-\cos(\varphi) \mathbf{e}_{\theta,\text{RT}} + \sin(\varphi) \mathbf{e}_{\varphi}] \quad (3.54)$$

$$\mathbf{E}_{\text{LT},q}^+ = jkZ_0G(r_{\text{LT}})I_{\text{LT}}^- d[-\cos(\varphi) \mathbf{e}_{\theta,\text{LT}} + \sin(\varphi) \mathbf{e}_{\varphi}] \quad (3.55)$$

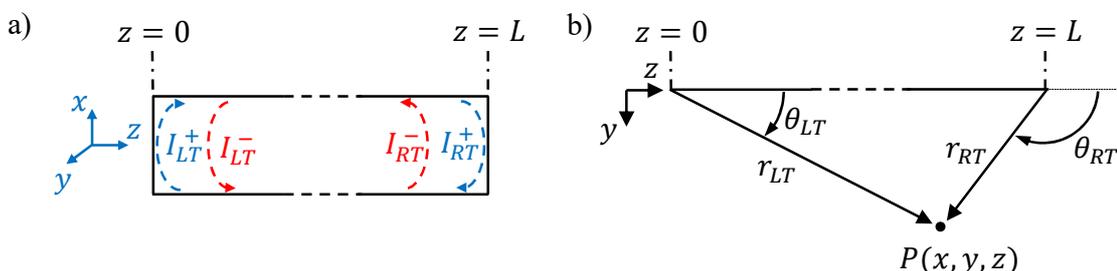


Abbildung 3.5: a) Schematische Darstellung einer endlichen Zweidrahtleitung mit eingezeichnete Stromflussrichtung der hin- und rücklaufenden Wellen. b) Schematische Darstellung der Winkelbeziehungen zur Berechnung der Abstrahlung der jeweiligen Leitungsenden durch Draufsicht auf die y - z -Ebene.

In [26] enden die Ausführungen damit, dass die Abstrahlung einer elektrisch sehr langen Leitung ($L \gg \lambda$) anhand des jeweils näheren Abschlusses analysiert werden kann. Wie eingangs bereits beschrieben, werden die vorgestellten Szenarien zur Beschreibung des EM-Feldes einer endlichen Zweidrahtleitung superpositioniert.

Die Leitung hat eine Länge L (s. Abbildung 3.5). Es werden zunächst die vier Stromzeiger I_{RT}^+ , I_{RT}^- , I_{LT}^+ und I_{LT}^- anhand von (2.20) bestimmt. Es sind

$$I_{LT}^+ = I^+(z = 0) \quad (3.56)$$

$$I_{RT}^+ = I^+(z = L) \quad (3.57)$$

$$I_{LT}^- = I^-(z = 0) \quad (3.58)$$

$$I_{RT}^- = I^-(z = L) \quad (3.59)$$

Je Leitungsende werden dementsprechend zwei Strahlungsquellen berücksichtigt. Das abgestrahlte magnetische Feld in kartesischen Koordinaten ergibt sich aus der Superposition der in Kugelkoordinaten angegebenen Felder in (3.43) und (3.46) sowie (3.52) und (3.53) gemäß

$$\mathbf{H}_{j,k}^\pm = \begin{bmatrix} H_{j,k,\rho}^\pm \\ H_{j,k,\theta}^\pm \\ H_{j,k,\varphi}^\pm \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{j,qk} \cdot \mathbf{H}_{j,q}^\pm \quad (3.60)$$

mit

$$\mathbf{T}_{j,qk} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_j) \cdot \cos(\varphi) & \cos(\theta_j) \cdot \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\theta_j) \cdot \sin(\varphi) & \cos(\theta_j) \cdot \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \\ \cos(\theta_j) & -\sin(\theta_j) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Das gesamte magnetische Feld errechnet sich schlussendlich aus der Superposition der quasi-statischen in (3.34) und der abgestrahlten Felder (s. Abbildung 3.6)

$$\mathbf{H} = \underbrace{\mathbf{H}_{s,k}}_{\text{statische Felder der hin- und rücklaufenden Welle}} + \underbrace{\mathbf{H}_{r,k}^+ + \mathbf{H}_{r,k}^-}_{\text{abgestrahlte Felder der hin- und rücklaufenden Welle}} \quad (3.62)$$

Unter Verwendung von (3.35) und analoger Anwendung von (3.60) auf die abgestrahlten elektrischen Felder in (3.48), (3.49) und (3.54), (3.55) lässt sich das gesamte elektrische Feld zu

$$\mathbf{E} = \underbrace{\mathbf{E}_{s,k}}_{\text{statische Felder der hin- und rücklaufenden Welle}} + \underbrace{\mathbf{E}_{r,k}^+ + \mathbf{E}_{r,k}^-}_{\text{abgestrahlte Felder der hin- und rücklaufenden Welle}} \quad (3.63)$$

bestimmen.

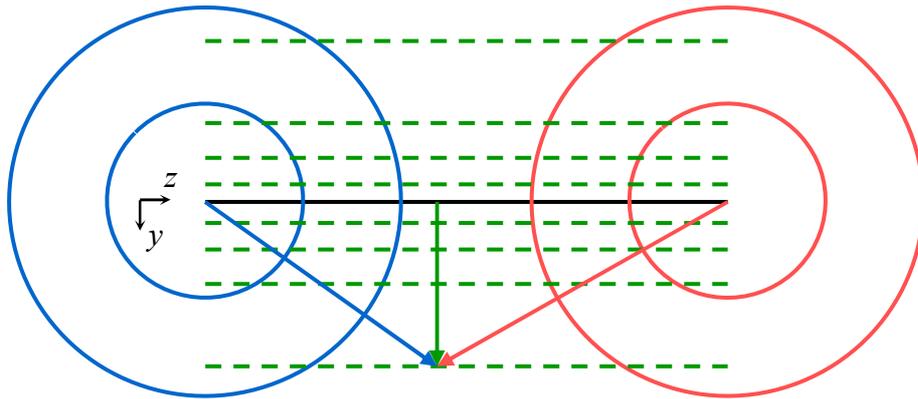


Abbildung 3.6: Qualitative Darstellung der Berechnung des EM-Feldes einer hinlaufenden Welle entlang einer Zweidrahtleitung (schwarz) aus der Superposition des quasi-statischen Feldes (grün) und des abgestrahlten Feldes anhand von isotropen Strahlern am Leitungsanfang (blau) und Leitungsende (rot)

3.1.1 Berücksichtigung der Leitungsenden

Die bisherige Betrachtung von Leitungen beschränkt sich auf horizontale Leiter (vgl. Kapitel 2). Allerdings beeinflussen die vertikalen Enden einer Leitung die Verhältnisse von hin- zu rücklaufender Welle und müssen demnach ebenfalls in der Berechnung berücksichtigt werden. Prinzipiell existieren zwei Ansätze zur Modellierung der vertikalen Leitungsenden bei Leitungen über perfekt leitendem Boden (s. Abbildung 3.7). In [56] wird eine Beschreibung als bikonische Antenne vorgeschlagen. Im Rahmen der Annahme einer TEM-Welle ergibt sich für das vertikale Leitungsstück eine konstante Wellenimpedanz [57]

$$Z_{C,B} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)} \right) \quad (3.64)$$

$$Z_{C,B} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln \left(\frac{2h}{a} \right) \quad (3.65)$$

Dies entspricht der Wellenimpedanz einer Zweidrahtleitung, wodurch die Leitung durch ihre vertikalen Elemente verlängert werden kann [57–59].

Die zweite Möglichkeit besteht in der Modellierung als zylindrischer Leiter. In diesem Fall ist die Wellenimpedanz von der jeweiligen Höhe abhängig. Die mittlere Wellenimpedanz wird mit [57]

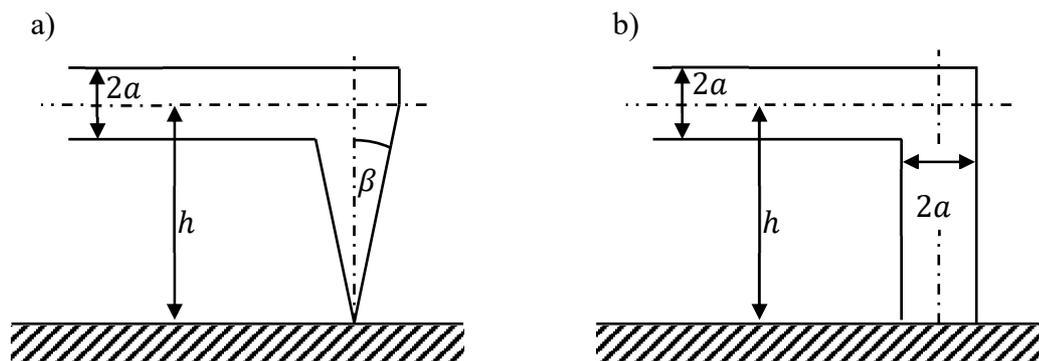


Abbildung 3.7: a) Modellierung der Leitungsenden als bikonische Antenne, b) Modellierung der Leitungsenden als zylindrischen Leiter [57]

$$Z_{C,Z} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left[\ln \left(\frac{2h}{a} \right) - 1 \right] \quad (3.66)$$

angegeben. Hierfür gibt [57] an, dass eine Verlängerung der Leitung, wie im ersten Fall, nicht möglich ist, sondern die vertikalen Elemente durch eine separate Leitung dargestellt werden sollten. Eine Betrachtung des Reflexionsfaktors an der Übergangsstelle zwischen horizontal liegendem Leiter und vertikalem Leitungsabschluss mit

$$\Gamma = \frac{Z_{C,Z} - Z_{C,B}}{Z_{C,Z} + Z_{C,B}} \quad (3.67)$$

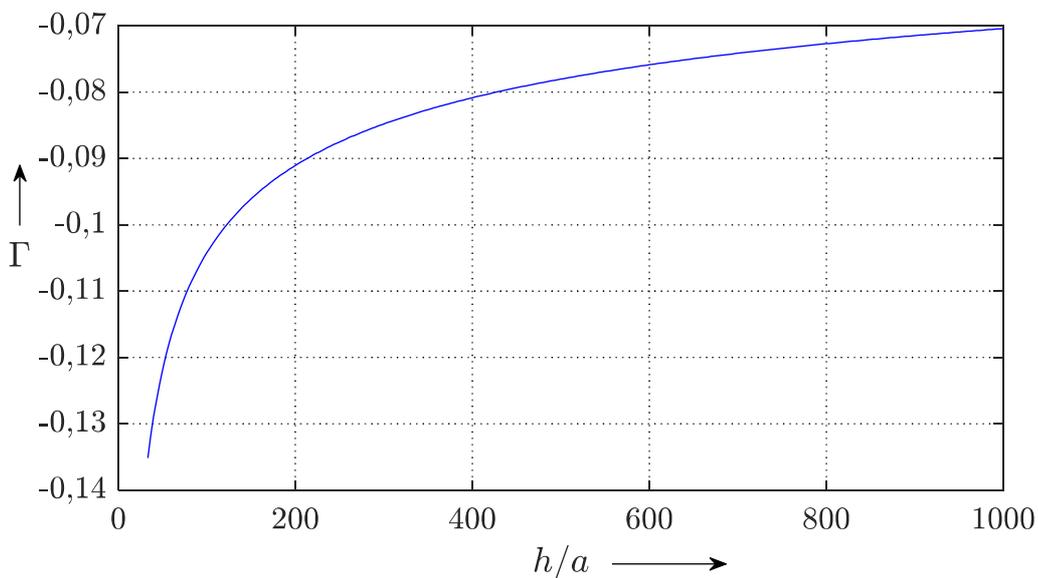


Abbildung 3.8: Reflexionsfaktor Γ an der Übergangsstelle zwischen Leitung und vertikalem Abschluss, modelliert als zylindrischer Leiter, in Abhängigkeit des Quotienten aus Leiterhöhe h und Leiterradius a

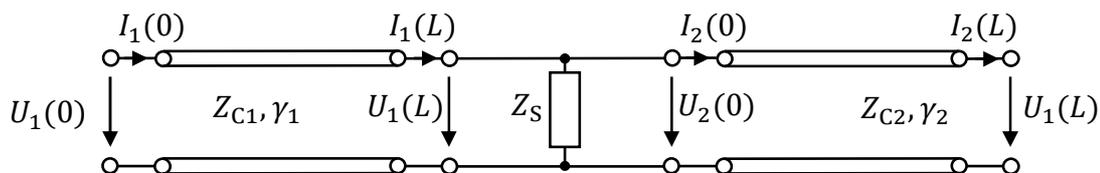


Abbildung 3.9: Aneinander gekettete Leitungen mit einem Shunt-Widerstand als Verbindungselement

zeigt, dass für ein Verhältnis von $h/a > 120$ der Betrag $|\Gamma|$ kleiner als 0,1 ist (s. Abbildung 3.8), was als näherungsweise reflexionsfrei angesehen wird.

3.2 Verkettete Leitungen

Die in Kapitel 3.1 vorgestellte Methodik eröffnet die Möglichkeit zur Berechnung des EM-Feldes aneinander geketteter Leitungen, welche über eine Shunt-Impedanz verbunden sind (s. Abbildung 3.9). Die in Kapitel 2.4 präsentierten Ausführungen reduzieren sich für eine Zweidrahtleitung auf skalare Größen, wodurch (2.108) mit

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_S & 1 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

angegeben wird.

Sind die Ströme der hin- und rücklaufenden Wellen in den jeweiligen Leitungsabschnitten gemäß Kapitel 2.4 berechnet, ergibt sich das EM-Feld eines einzelnen Leitungsabschnitts mit den so erhaltenen Strömen nach Kapitel 3.1 als separate Zweidrahtleitung. Das EM-Feld in einem Beobachtungspunkt berechnet sich letztlich aus der Superposition der EM-Felder aller Leitungsabschnitte. Hierbei muss darauf geachtet werden, dass die Entfernung des Beobachtungspunktes immer mit Bezug zum jeweiligen Leitungsabschnitt berechnet wird.

3.3 Erweiterung auf Mehrleitersysteme

Die Berechnung des EM-Feldes eines Mehrleitersystems mit m Leitern (s. Abbildung 3.10) erfolgt über die Kombination der Modalanalyse (s. Kapitel 2) und der Modellierung des EM-Feldes von Zweidrahtleitungen. Die Ströme im i -ten Leiter von hin- und rücklaufender Welle werden aus den modalen Strömen in (2.66) bis (2.67) ermittelt. Die Berechnung des Stroms erfolgt anhand der Transformationsmatrix in (2.65)

$$\begin{aligned} I_i(z) = & T_{i,i1} I_{m,1}^+ e^{-\gamma_1 z} - T_{i,i1} I_{m,1}^- e^{\gamma_1 z} + \dots \\ & + T_{i,in} I_{m,n}^+ e^{-\gamma_n z} - T_{i,in} I_{m,n}^- e^{\gamma_n z} + \dots \\ & + T_{i,im} I_{m,m}^+ e^{-\gamma_m z} - T_{i,im} I_{m,m}^- e^{\gamma_m z} \end{aligned} \quad (3.69)$$

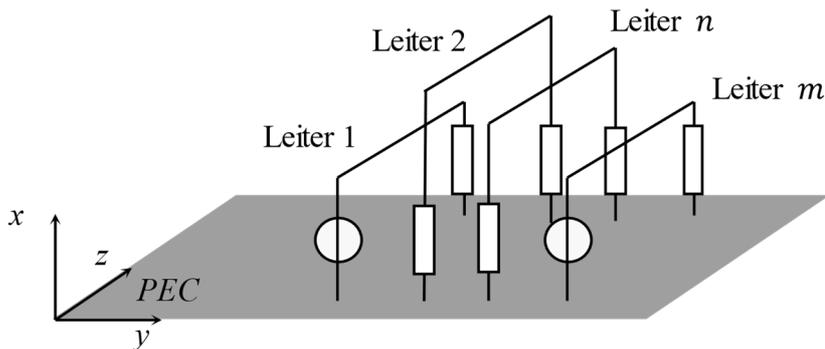


Abbildung 3.10: Schematische Darstellung einer Mehrleiteranordnung mit m Leitern über PEC

Jeder modale Strom entspricht hier der Darstellung einer unabhängigen Zweidrahtleitung. Das magnetische Feld \mathbf{H}_{ji} , welches von der j -ten Mode im i -ten Leiter erzeugt wird, ergibt sich durch entsprechende Anwendung des Prozederes in Kapitel 3.1 gemäß (3.62)

$$\mathbf{H}_{ji} = \mathbf{H}_{s,j,i}^+ + \mathbf{H}_{s,j,i}^- + \mathbf{H}_{r,j,i}^+ + \mathbf{H}_{r,j,i}^- \quad (3.70)$$

Das modale magnetische Feld der j -ten Mode berechnet sich aus den Beiträgen aller m -Leiter

$$\mathbf{H}_j = \sum_{i=1}^m \mathbf{H}_{ji} \quad (3.71)$$

Die Superposition aller modalen Felder ergibt letztendlich das gesamte magnetische Feld

$$\mathbf{H}_{\text{Gesamt}} = \sum_{j=1}^m \mathbf{H}_j \quad (3.72)$$

$$\mathbf{H}_{\text{Gesamt}} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m \mathbf{H}_{ji} \quad (3.73)$$

Das elektrische Feld lässt sich mit Verweis auf (3.63) in gleicher Weise zu

$$\mathbf{E}_{\text{Gesamt}} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m \mathbf{E}_{ni} \quad (3.74)$$

bestimmen.

3.4 Vergleich mit Ergebnissen von numerischen Feldberechnungen

Die vorgestellte Methodik wird im Folgenden mit einer kommerziellen Software unter Verwendung der Momentenmethode verglichen.

3.4.1 Leitung über PEC

Die Leitung wird anhand energiesystemtypischer Parameter nachgebildet, wobei die Masten nicht berücksichtigt werden (s. Abbildung 3.11). Die Leitung verläuft parallel zur z -Achse mit einer Länge von 10 km. Die Leiterhöhe beträgt 30 m mit einem Ersatzleiter-radius von 6 cm. Die Leiter und der Boden werden als perfekt leitend angenommen. Die Quelle ist mit einem Innenwiderstand von 0Ω als ideal angenommen, die Spannung beträgt 1 V. Der Abschlusswiderstand beträgt ebenfalls 50Ω . Die Diskretisierung des Modells beträgt ein Zwanzigstel der Wellenlänge der höchsten Frequenz.

Es wird ein Frequenzbereich von 10 kHz bis 10 MHz betrachtet. Hierzu werden 6 diskrete Beobachtungspunkte ausgewählt (s. Tabelle 2). Die Auswahl der Beobachtungspunkte bezieht folgende Aspekte mit ein: Im Punkt P1 wird das quasi-statische Feld als dominierende Feldkomponente angenommen. In den Punkten P2, P4, P5 unterscheiden sich die Größenordnungen der Beiträge von quasi-statischem und abgestrahltem Feld ab einer Frequenz von ca. 200 kHz um nicht mehr als 10 dB. In den Punkten P3 und P6 bildet die dominierende Feldkomponente das abgestrahlte Feld. Das vergleichende Maß bildet der Betrag des magnetischen Feldes anhand der geometrischen Summe der einzelnen Feldkomponenten gemäß

$$H_{\text{Total}} = |H| = \sqrt{H_x^2 + H_y^2 + H_z^2} \quad (3.75)$$

in der Darstellung als Dezibel mit

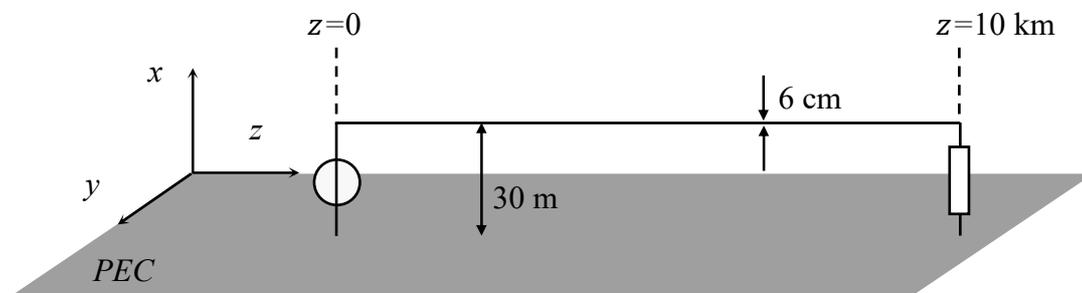


Abbildung 3.11: Skizze der modellierten Leitung über ideal leitendem Boden

$$H_{\text{Total,dB}} = 20 \lg \left(\frac{H_{\text{Total}}}{1 \frac{\text{A}}{\text{m}}} \right) \quad (3.76)$$

Zur Berechnung des magnetischen Feldes mittels des vorgestellten Modells ist der Strom in der Leitung notwendig. Um in der Modellierung als Zweidrahtleitung den gleichen Leiterstrom wie für eine Leiter-Ebene Anordnung zu erhalten, ergibt sich aus der Spiegelleitertheorie, dass die Quellenspannung der Zweidrahtleitung dem doppelten der Quellenspannung der Leiter-Ebene Anordnung entsprechen muss. Hiermit kann der Strom bzw. können die Ströme der hin- und rücklaufenden Welle gemäß dem Prozedere in Kapitel 2.1 bestimmt werden.

Die Ergebnisse für P1 bis P3 sind in Abbildung 3.12 und für P4 bis P6 in Abbildung 3.13 dargestellt. Im unteren Frequenzbereich bis ca. 500 kHz sind die Ergebnisse des Modells und der Simulation nahezu kongruent. Die Differenz beträgt weniger 1 dB. Lediglich in den Resonanzpunkten liegt die Differenz höher, ist allerdings stets geringer als 5 dB. Mit zunehmender Frequenz werden die Resonanzstellen nicht exakt getroffen. Die größten Abweichungen betragen bis zu 30 dB bei Frequenzen unterhalb von 7 MHz. Die Ursachen hierfür werden in dem zunehmenden Einfluss der fehlerhaften Berechnung des Reflexionsfaktors in Kombination mit den Leitungsenden gesehen. Hierdurch wird die Phasenlage aus hin- und rücklaufender Welle nicht korrekt bestimmt, was bei höheren Frequenzen zu großen Abweichungen in der ortsdiskreten Bestimmung des EM-Feldes führt. Darüber hinaus wird der Einfluss höherer Moden nicht berücksichtigt. In Bezug auf Zweidrahtleitungen kann mit Verweis auf [60] und [61] die TEM-Mode als dominante Mode in guter Näherung bis zu einer kritischen Frequenz von $\lambda = 2d = 4h$ angegeben werden.

Tabelle 2: Übersicht der Beobachtungspunkte zum Vergleich des Modells mit den Simulationsergebnissen

Punkt	x/m	y/m	z/m
P1	2	50	1000
P2	2	500	4000
P3	2	10000	7000
P4	300	50	1000
P5	300	500	4000
P6	300	10000	7000

Im betrachteten Beispiel liegt diese Frequenz bei 2,5 MHz. Diese Annahme kann durch die Ergebnisse in P2, P3, P4 und P6 bestätigt werden. Die Beträge des magnetischen Feldes aus Modell und Simulation verlaufen bis zu einer Frequenz von 2,5 MHz proportional zueinander. Mit steigender Frequenz nimmt das simulatorisch ermittelte magnetische Feld ab, wohingegen die anhand des Modells ermittelte Feldstärke weiter zunimmt.

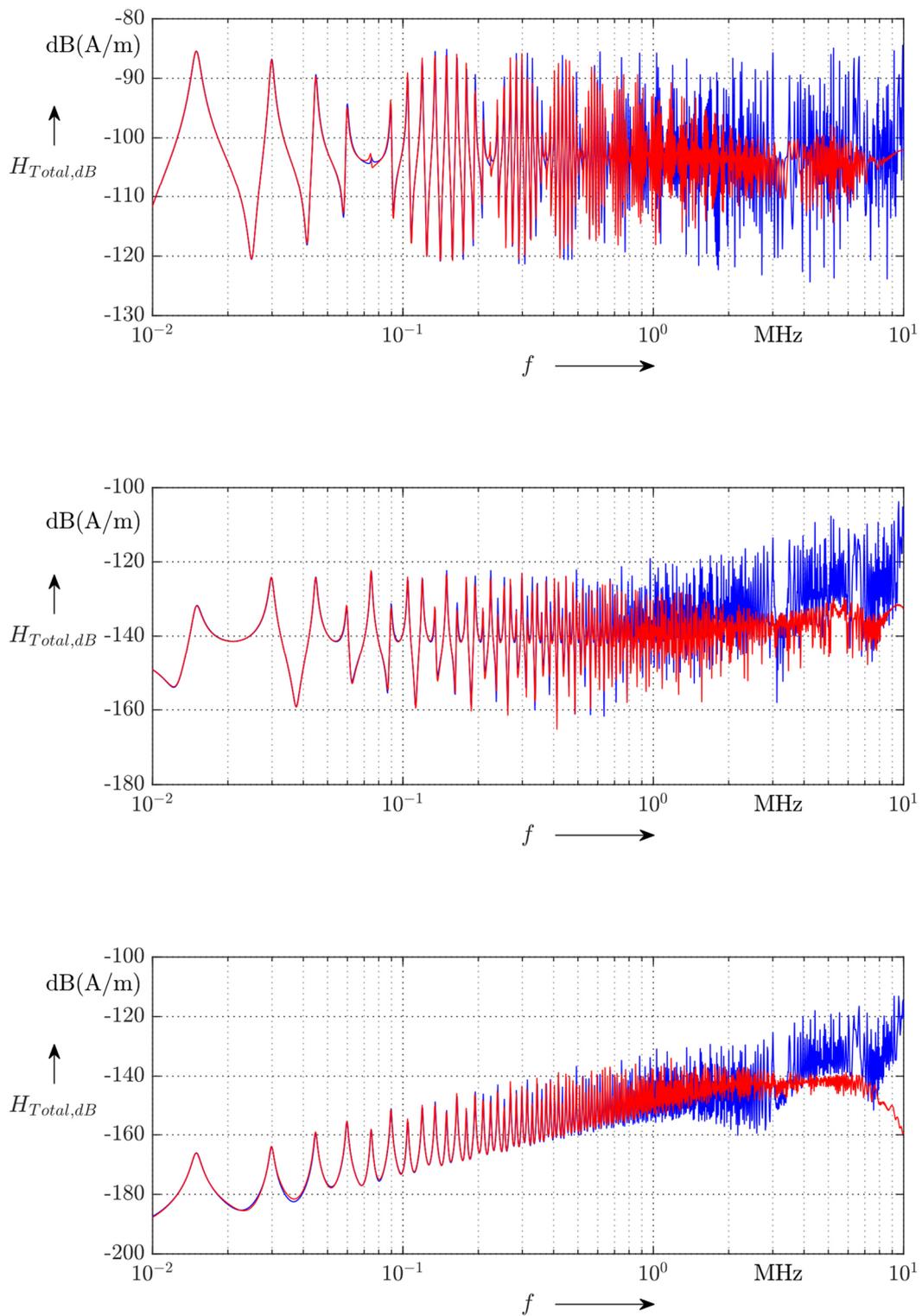


Abbildung 3.12: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P1 (oben), P2 (Mitte) und P3 (unten)

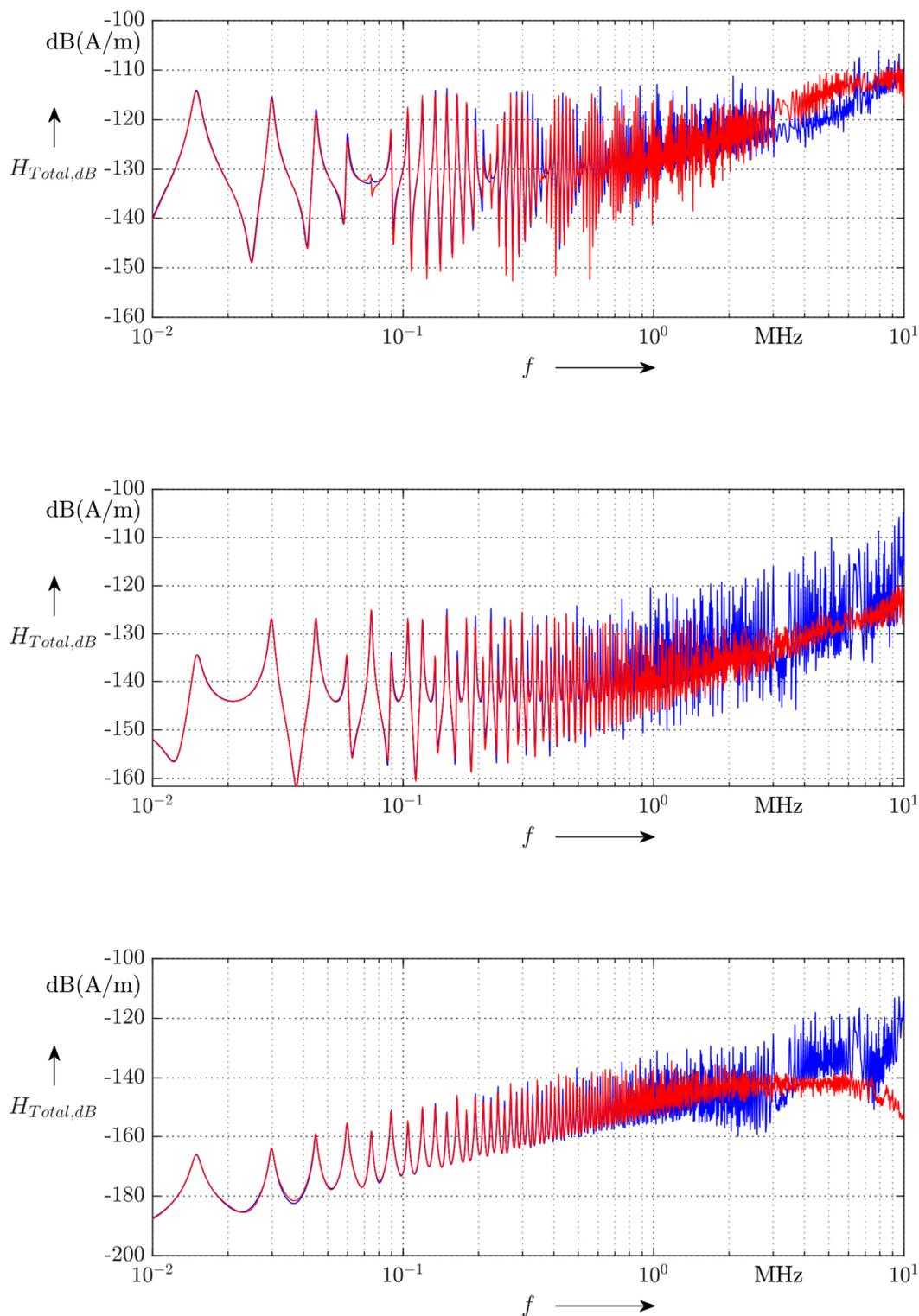


Abbildung 3.13: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P4 (oben), P5 (Mitte) und P6 (unten)

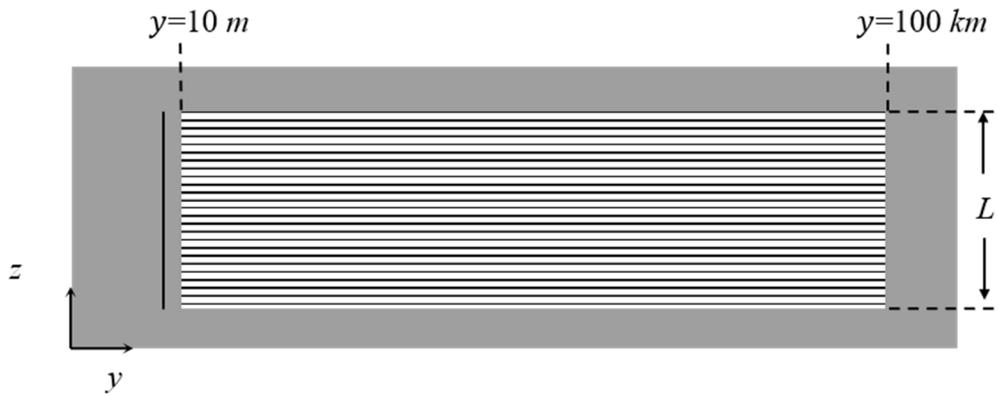


Abbildung 3.14: Skizze zur Anordnung der Beobachtungspunkte transversal zur Leitung

Um zu überprüfen, ob das entwickelte Modell das Verhalten des magnetischen Feldes auch bei ungenauer Berechnung des Reflexionsfaktors qualitativ gut beschreibt, wird der Mittelwert des magnetischen Feldes in konstanten Entfernungen transversal zur Leitung bei drei Frequenzen 50 kHz, 500 kHz und 1 MHz ermittelt. Hierzu werden Beobachtungspunkte in der y - z -Ebene in einer Höhe von $x = 2 \text{ m}$ angeordnet (s. Abbildung 3.14). Das Inkrement entlang der z -Achse beträgt für 50 kHz und 500 kHz 60 m, für 1 MHz 30 m. Entlang der y -Achse beträgt das Inkrement bis zu einer Entfernung von 10 km zur Leitung jeweils 20 m und von 10 km bis 100 km jeweils 500 m. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.15 dargestellt.

Für die ersten beiden Frequenzen ist der Verlauf der Mittelwerte nahezu deckungsgleich. Bei 50 kHz und 500 kHz sind die Abweichungen geringer als 1 dB. Im Falle von 1 MHz weicht das Modell nahezu konstant um 8 dB von den Simulationsergebnissen ab.

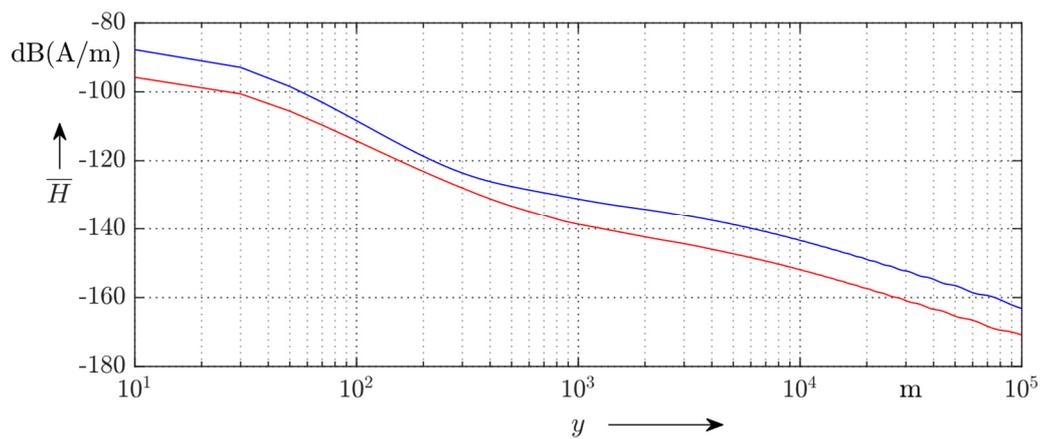
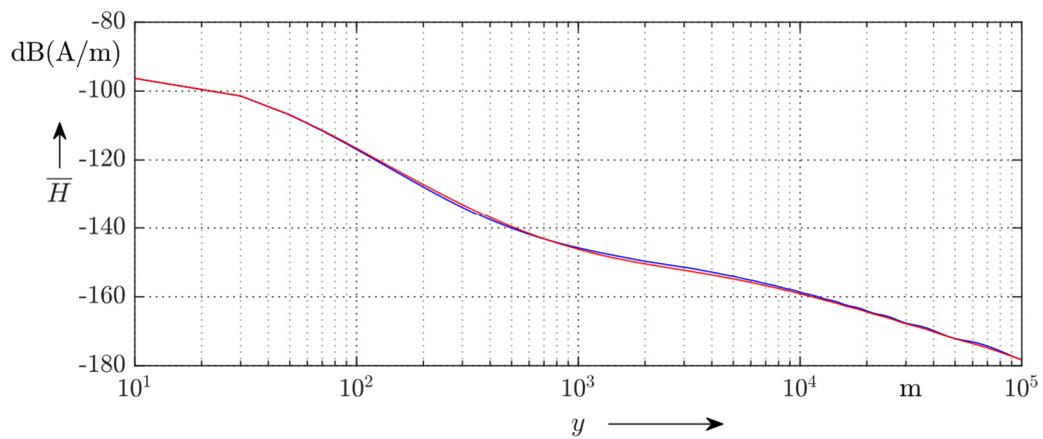
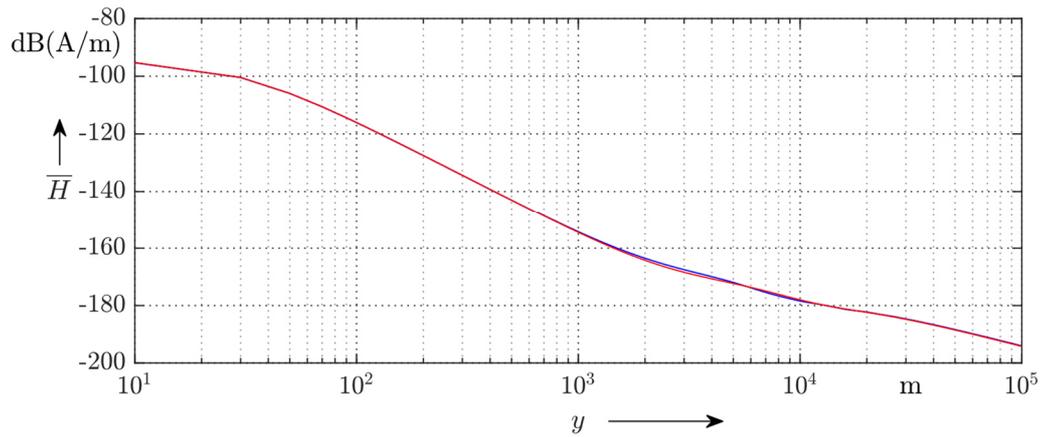


Abbildung 3.15: Vergleich des Mittelwerts der magnetischen Feldstärke transversal zur Leitung in einer Höhe von $x = 2$ m für Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) bei einer Frequenz von 50 kHz (oben), 500 kHz (mitte) und 1 MHz (unten)

3.4.2 Verkettete Leitungen

Im Folgenden wird eine Anordnung aus verketteten Leitungen betrachtet. Die Leitung wird anhand energiesystemtypischer Parameter nachgebildet (s. Abbildung 3.11). Die Leitung verläuft parallel zur z-Achse mit einer Länge von 10 km, einer Höhe von 30 m, und einem Leiterradius von 6 cm. Die Leitung wird in vier Segmente mit jeweils 2,5 km Länge unterteilt. Die Shunt-Widerstände betragen je $Z_S = 200 \Omega$ und repräsentieren die geerdeten Freileitungsmasten. Ein entsprechendes Ersatzschaltbild ist in Abbildung 3.16 dargestellt. Die übrigen Parameter entsprechen denen im vorangegangenen Kapitel.

Es wird ein Frequenzbereich von 10 kHz bis 5 MHz betrachtet. Die Beobachtungspunkte entsprechen denen in Tabelle 2. Das vergleichende Maß bildet der Betrag des magnetischen Feldes anhand der geometrischen Summe nach (3.75) und (3.76).

Im Punkt P1 liegt die Differenz zwischen Modell und Simulation bis 200 kHz, abgesehen von den Resonanzpunkten, unterhalb von 1 dB. In den Resonanzpunkten ist die Differenz geringer als 6 dB. Bis zu Frequenzen von 1 MHz liegt die Differenz in den Resonanzpunkten unterhalb von 14 dB. Dazwischen betragen die Abweichungen weniger als 6 dB. Für darüberliegende Frequenzen ist die Abweichung weitestgehend niedriger als 10 dB. Die größte Abweichung beträgt bei 2,9 MHz 18,4 dB. Im Punkt P2 sind die Abweichungen bis zur ersten Resonanzfrequenz von 60 kHz ebenfalls unterhalb von 1 dB. Bis 200 kHz liegt die maximale Abweichung außerhalb der Resonanzpunkte bei maximal 3,5 dB (65 kHz bis 100 kHz). In den Resonanzpunkten ist die Differenz geringer als 10 dB. Bis zu Frequenzen von 1 MHz betragen die Abweichungen in den Resonanzpunkten maximal 13,5 dB bei 538 kHz und außerhalb maximal 6,3 dB bei 374 kHz. Zwischen 1 MHz und 2 MHz sind die Ergebnisse des Modells größtenteils geringer als die der MoM-Simulation. Die größte Differenz beträgt 11,3 dB bei 1,74 MHz. Ab 2,5 MHz sind die gleichen Beobachtungen festzustellen wie im Fall der Zweidrahtleitung im vorangegangenen Kapitel. Die Ergebnisse für Punkt P3 ähneln denen für P1. Für Frequenzen zwischen 10 kHz und 20 kHz liegt die maximale Abweichung bei 1,3 dB. Bis 200 kHz ist die Differenz außerhalb der Resonanzpunkte jedoch geringer als 0,4 dB. In den Resonanzpunkten liegt die Differenz unterhalb von 8,2 dB bei 177 kHz. Bis 1 MHz liegen die größten Abweichungen in den Resonanzpunkten bei 15,2 dB (414 kHz), -18,4 dB (716 kHz) und -14 dB (919 kHz). Die übrigen Abweichungen liegen in einem Bereich

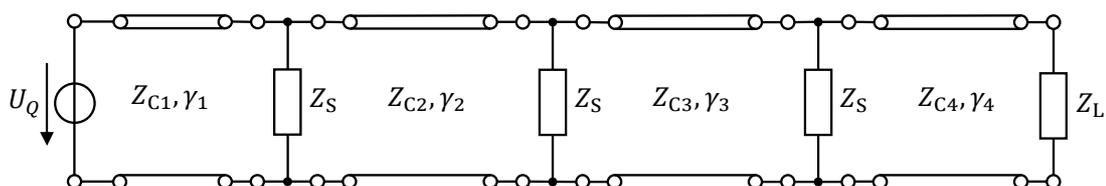


Abbildung 3.16: Ersatzschaltbild der verketteten Leitungen

um ± 6 dB. Ab 2,5 MHz ist auch hier der abnehmende Beitrag der TEM-Mode zum EM-Feld zu beobachten.

Für den Punkt P4 zeigen sich verglichen mit Punkt P1 geringere Abweichungen. Zwar erhöhen sich die Differenzen in den Resonanzpunkten auf bis zu 18 dB bei 1,01 MHz, allerdings befindet sich die Differenz außerhalb der Resonanzpunkte in einem Bereich von ± 4 dB. Im Punkt P5 beträgt die Abweichung in den Resonanzpunkten bis zu 1 MHz maximal 13 dB bei 296 kHz. Außerhalb der Resonanzpunkte liegt die Differenz in einem Bereich von $\pm 2,5$ dB. Bis 2 MHz ist der Unterschied mit Ausnahme von sieben Resonanzpunkten geringer als 5 dB. Für darüberliegende Frequenzen nimmt die Abweichung, wie in den anderen Punkten auch, stark zu (maximal 30 dB bei 2,78 MHz). Im Punkt P6 ist die Differenz bis zu 1 MHz lediglich um die Frequenzen 240 kHz, 296 kHz, 414 kHz, 717 kHz und 919 kHz größer als 10 dB. Ungeachtet der punktuell hohen Abweichungen, vornehmlich in den Resonanzpunkten, bestätigen die Ergebnisse die Anwendbarkeit des Modells. Insbesondere vor dem Hintergrund der schlanken Modellierung und der daraus resultierenden effizienten Berechnung ist das Modell für die Abschätzung des elektromagnetischen Feldes auch von verketteten Leitungen sehr gut geeignet.

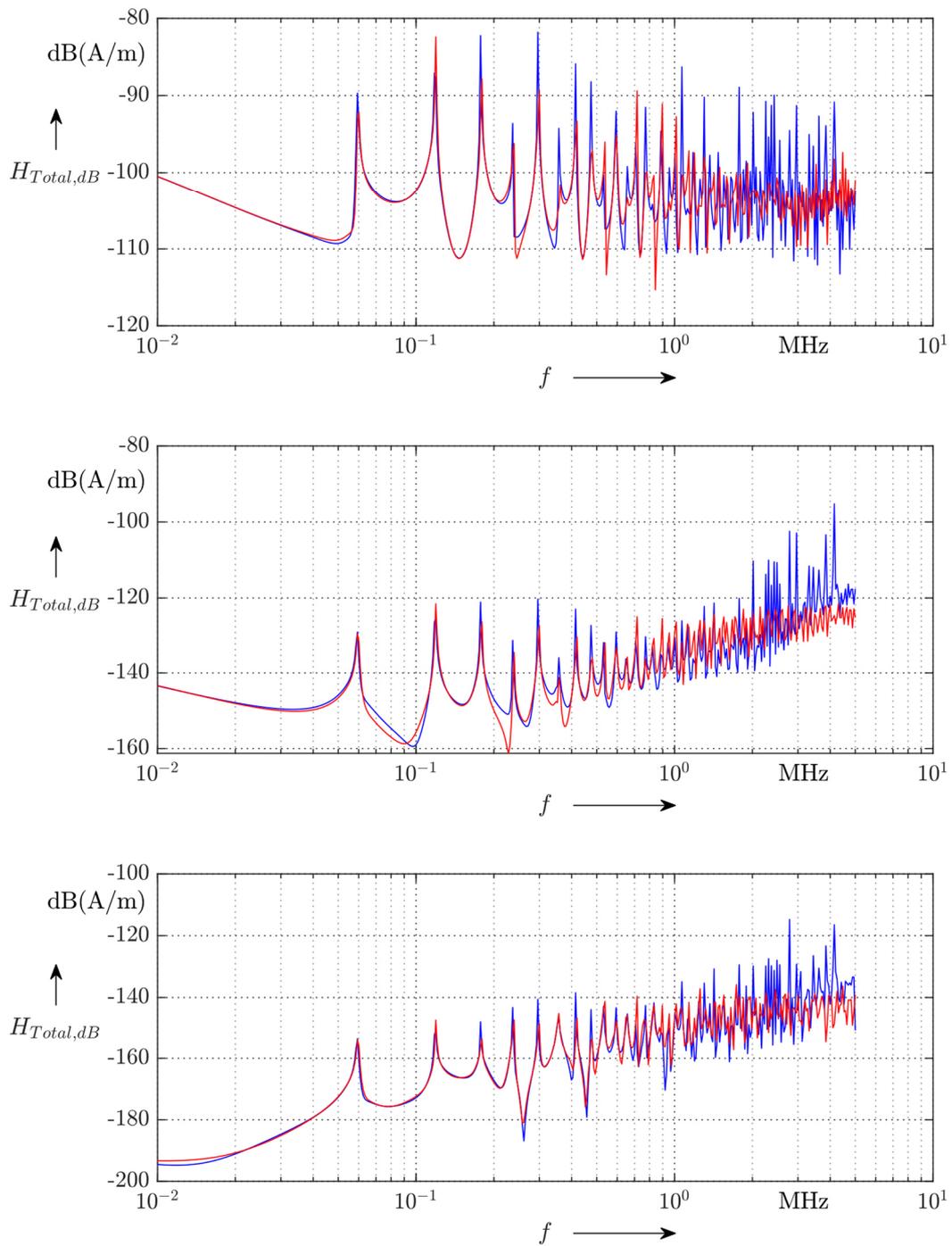


Abbildung 3.17: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P1 (oben), P2 (Mitte) und P3 (unten) für verkettete Leitungen

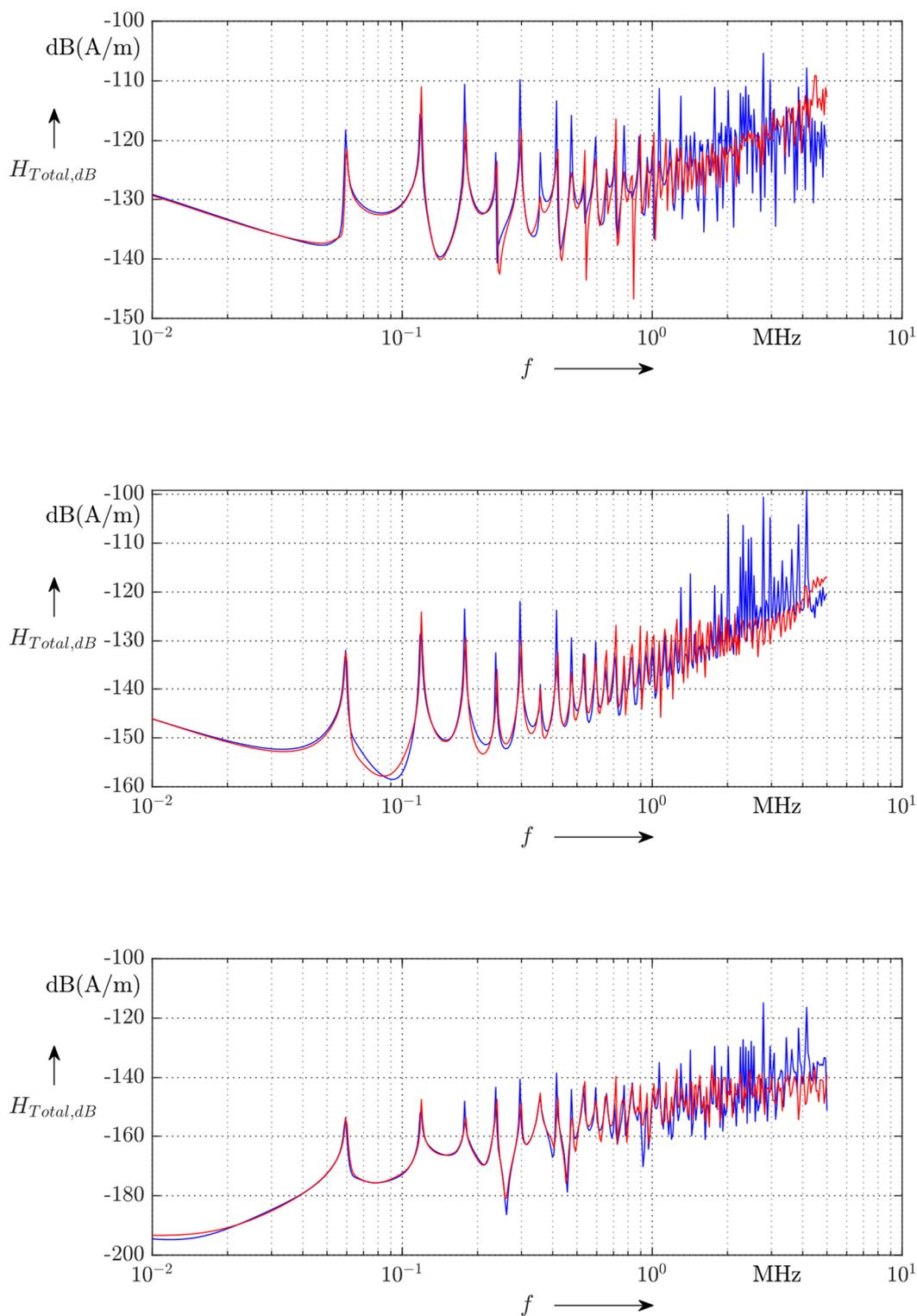


Abbildung 3.18: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P4 (oben), P5 (Mitte) und P6 (unten) für verkettete Leitungen

3.4.3 Mehrleitersystem

Folgend wird ein Mehrleitersystem aus sechs Leitern betrachtet (s. Abbildung 3.19). An dieser Stelle werden die Einflüsse der Masten nicht berücksichtigt (s. Kap. 4.2). Das Mehrleitersystem modelliert zwei identische, parallel geführte Drehstromkreise in Dreieckanordnung. Die Beschaltung der Leitung ist in Abbildung 3.20 skizziert. Die Leiter 4 und 6 werden jeweils mit 1 V aus einer idealen Spannungsquelle gespeist. Die übrigen Leitungsabschlüsse bilden jeweils Widerstände mit $Z = 50 \Omega$. Die Leiterradien betragen erneut 6 cm. Aufgrund der Erkenntnisse der vorangegangenen Kapitel beschränkt sich der untersuchte Frequenzbereich auf 10 kHz bis 2,5 MHz. Die Diskretisierung der MoM-Simulation beträgt mit 6 m ein Zwanzigstel der Wellenlänge bei 2,5 MHz. Die Beobachtungspunkte zur Ermittlung des magnetischen Feldes entsprechen denen in Tabelle 2. Die Ergebnisse für die Punkte P1 bis P3 sind in Abbildung 3.21 und für die Punkte P4 bis P6 in Abbildung 3.22 dargestellt.

Im Punkt P1 sind die Ergebnisse aus Modell und Simulation bis zu einer Frequenz von 200 kHz nahezu kongruent. Die maximale Abweichung beträgt 0,9 dB bei 134 kHz. Bis 1 MHz treten im Bereich 521 kHz bis 551 kHz die größten Abweichungen mit bis zu 8 dB auf. Bei den Frequenzen 374 kHz, 871 kHz, 908 kHz und 987 kHz bleiben die Differenzen unterhalb von 5 dB. In den übrigen Frequenzen liegen die Abweichungen unterhalb von 3 dB. Ab einer Frequenz von 1 MHz nehmen die Abweichungen sprunghaft zu. Die größten Unterschiede betragen 24 dB bei 2,18 MHz und 23,9 dB bei 2,3 MHz. Im Punkt P2 liegen die Differenzen bis 200 kHz, mit Ausnahme von 187 kHz (5,5 dB) und 87 kHz (6,3 dB), unterhalb von 2,5 dB. Für Frequenzen bis 1 MHz liegen die Unterschiede außer im Bereich zwischen 507 kHz bis 567 kHz sowie bei 236 kHz und 758 kHz unterhalb von 5 dB. Ab 1 MHz nehmen auch im Punkt P2 die Abweichungen sprunghaft zu. Die größten Differenzen betragen 29 dB bei 1,1 MHz und 15,6 dB bei 1,98 MHz. Für P3 liegen die Differenzen bis zu einer Frequenz von 583 kHz unterhalb von 5 dB. Bis 200 kHz liegen die Abweichungen bei maximal 1,7 dB. Bis zu 1 MHz

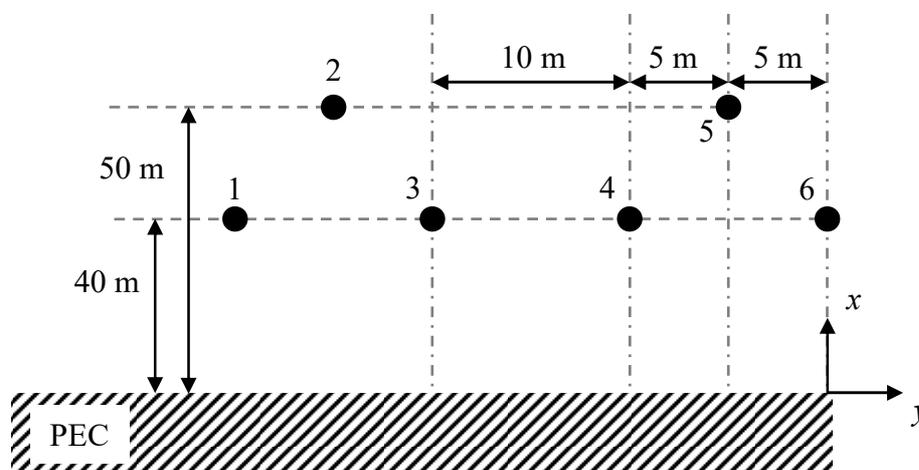


Abbildung 3.19: Untersuchtes Mehrleitersystem

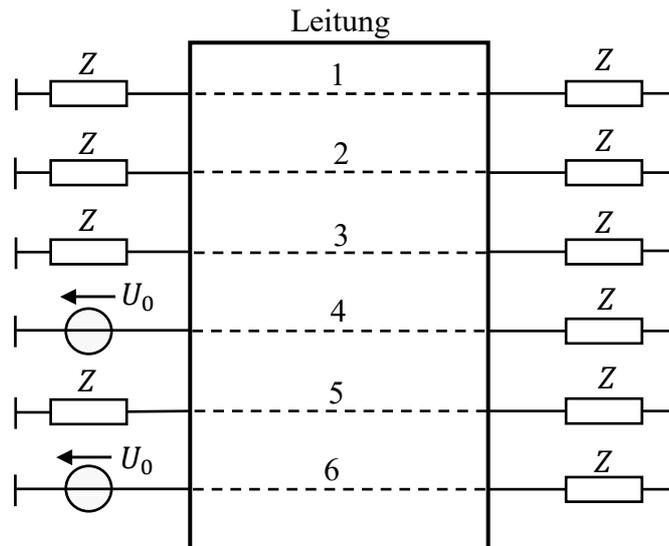


Abbildung 3.20: Beschaltung am Anfang und Ende des untersuchten Mehrleitersystems

nehmen die Unterschiede bis auf 10 dB zu. Ab 1 MHz ist auch in diesem Beobachtungspunkt ein sprunghafter Anstieg erkennbar. Diese liegen allerdings unterhalb von 22,3 dB bei 2,1 MHz.

Im Punkt P4 treten bis zu einer Frequenz von 374 kHz keine Abweichungen mit mehr als 5 dB auf. Bis 1 MHz sind lediglich 374 kHz (6,8 dB), 390 kHz (10,3 dB), 423 kHz (9,9 dB), 688 kHz (15,3 dB), 824 kHz (11,4 dB) und 987 kHz (12,5 dB) mit einer Abweichung von mehr als 5 dB zu verzeichnen. Im Punkt P5 betragen die Abweichungen bis 507 kHz maximal 4,6 dB. Bis zu 1 MHz betragen die Differenzen, mit Ausnahme des Bereichs 507 kHz bis 567 kHz mit einer maximalen Abweichung von 9 dB und 758 kHz mit 8,5 dB und 908 kHz mit 14,7 dB, höchstens 5 dB. Im Punkt P6 ergeben sich ähnliche Beobachtungen wie im Punkt P3. Bis 583 kHz liegen die Abweichungen unterhalb von 5 dB und steigen bis 1 MHz auf maximal 13,7 dB an. In den Punkten P4 bis P6 ist wie in den Punkten P1 bis P3 ein sprunghafter Anstieg in den Differenzen auszumachen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass bis zu einer Frequenz von 1 MHz und somit einem Verhältnis von Leiterhöhe zu Wellenlänge von

$$h = \frac{\lambda}{10} \quad (3.77)$$

die magnetische Feldstärke in guter Übereinstimmung mit bis zu 5 dB angenähert werden kann.

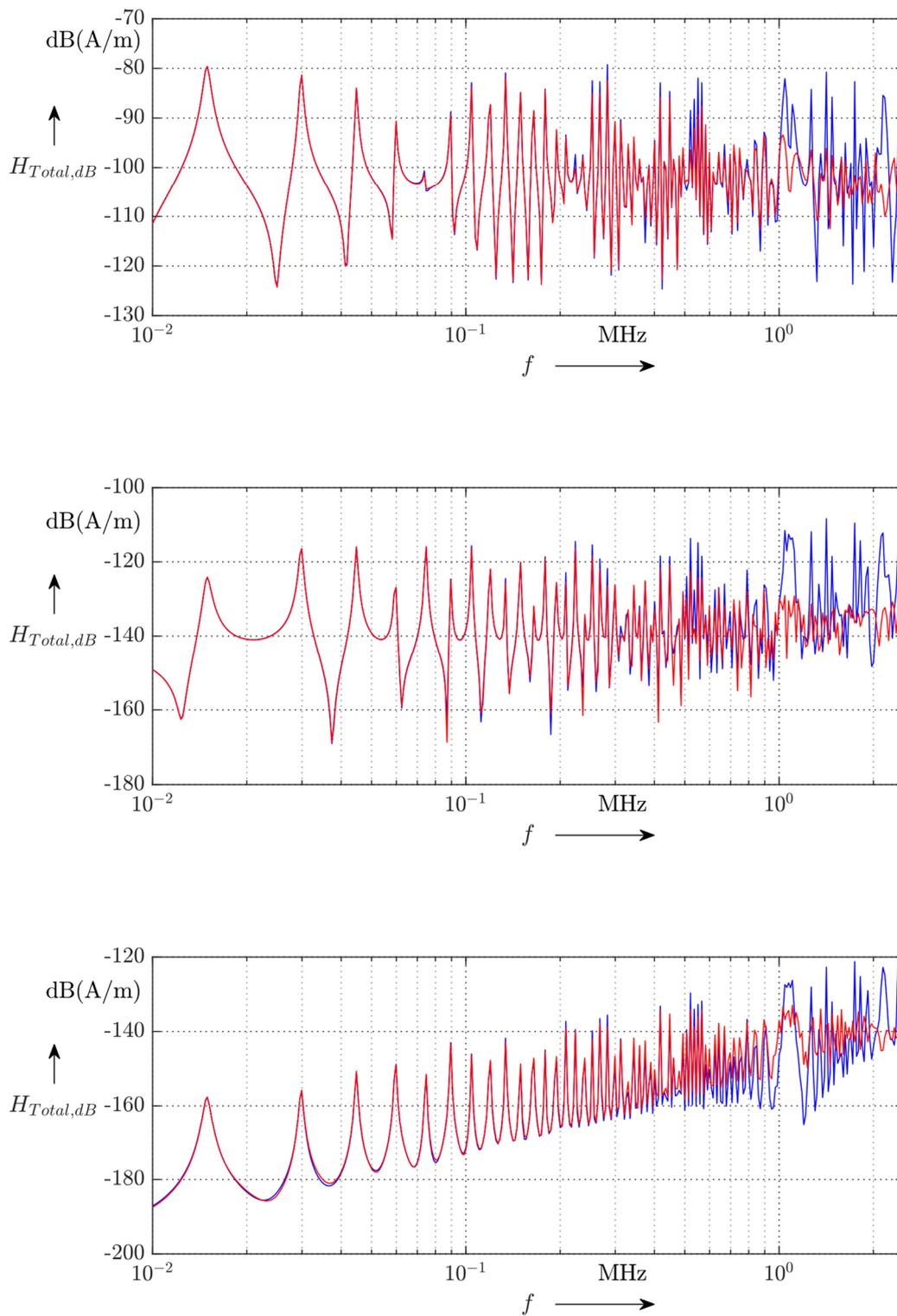


Abbildung 3.21: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P1 (oben), P2 (Mitte) und P3 (unten) für das untersuchte Mehrleitersystem

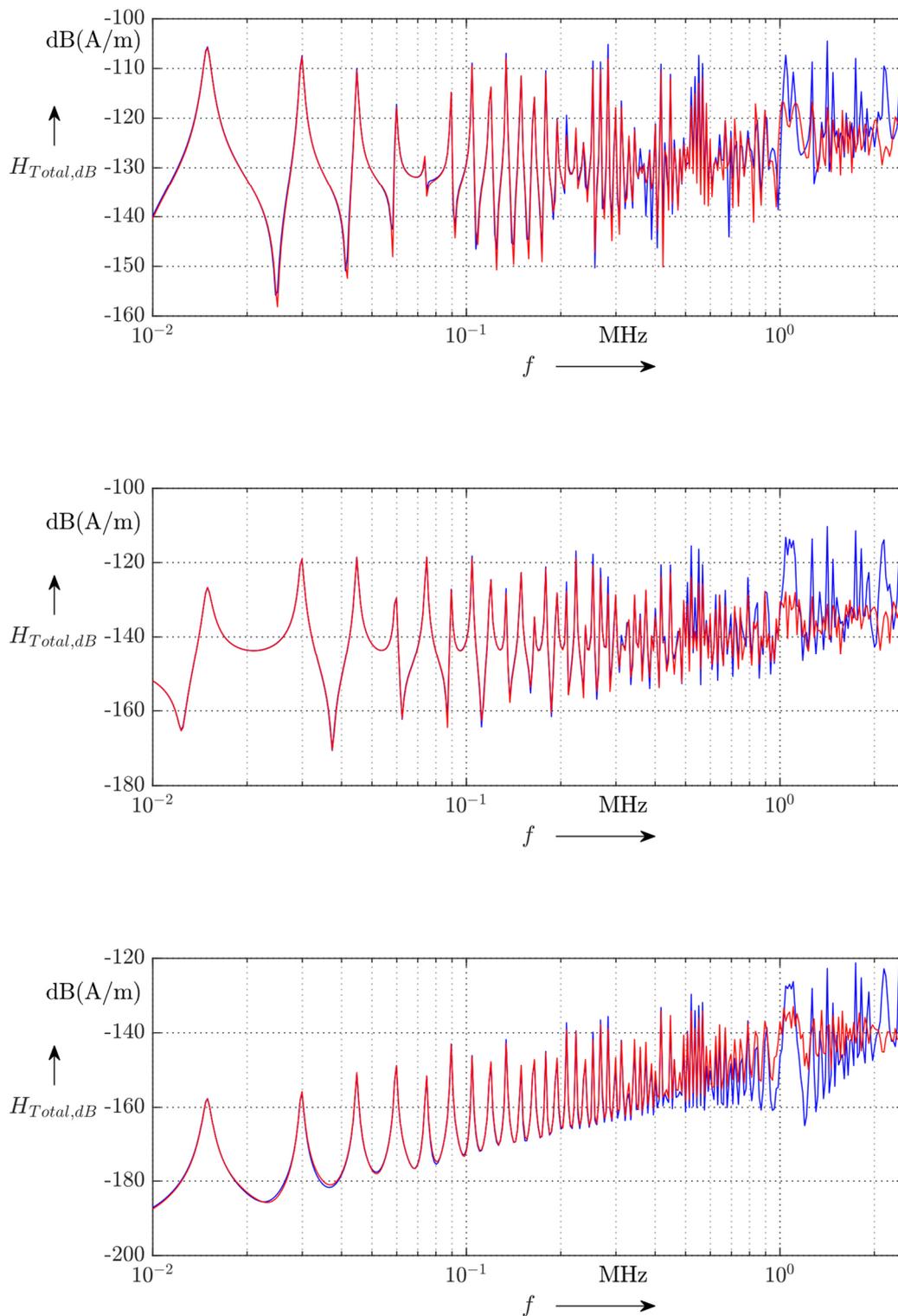


Abbildung 3.22: Vergleich aus Modell (blau) und MoM-Simulation (rot) für P4 (oben), P5 (Mitte) und P6 (unten) für das untersuchte Mehrleitersystem

3.5 Validierung im Absorberraum

Zur Validierung wird das entwickelte Modell mit Messungen in einem Absorberraum verglichen. Der Versuchsaufbau wird derart gestaltet, dass die Annahme einer TEM-Ausbreitung entlang der Leitung zulässig ist. Er entspricht einem in der Geometrie und Frequenz skaliertem Modell dem einer Freileitung. Es wird ein dünner Kupferdraht auf schmale Styroporblöcke gelegt, um ein möglichst konstantes Höhenprofil ohne Durchhang zu erhalten (s. Abbildung 3.23). Die Länge der Leitung beträgt 4 m mit einer Höhe von 15 cm. Die Skalierung zu einer Freileitung entspricht einem Faktor von 200, sodass die untersuchte Anordnung einer Freileitung von 800 m Länge und einer Höhe von 30 m entspricht. Der Versuchsaufbau ist schematisch als Blockschaltbild in Abbildung 3.24 dargestellt. Die Speisung der Leitung erfolgt über einen Signalgenerator mit angeschlossenem Verstärker. Mittels eines Richtkopplers wird die Vorwärts- und Rückwärtsleistung gemessen. Der Anschluss im Absorberraum erfolgt zunächst über ein, mit Ferritkernen ummanteltes, 50 Ω -Koaxialkabel mit Serie-N-Verbindern. Die Verbindung zur Leitung erfolgt über einen Adapter und verbindet den spannungsführenden Leiter des Koaxialkabels mit einem 4 mm-Federstecker, an dessen Ende die Leitung gelötet ist (s. Abbildung 3.23). Ein Adapter gleichen Typs wird am Ende der Leitung verwendet. Den Abschluss des Aufbaus bilden Dämpfungsglieder und ein 50 Ω -Widerstand. Die Messung der elektrischen Feldstärke erfolgt mittels einer Feldsonde des Typs ETS-Lindgren HI-6005/FP-6001. Die Wahl zugunsten einer Feldsonde liegt darin begründet, da mit Antennen üblicherweise nur polarisierte Messungen durchgeführt werden können und mit dem gewählten Messmittel direkt alle räumlichen Komponenten in einem Versuchsdurchlauf ermittelt werden können. Zudem wird das elektrische und nicht das magnetische Feld gemessen, um die auftretende Feldverzerrung durch das genutzte Messinstrument, was im Falle einer Magnetfeldmessung eine Schleifenantenne wäre, möglichst gering zu halten. Die Übermittlung der gemessenen Daten wird über Glasfaserkabel realisiert. Um den Einfluss des Rauschens des Messsystems zu reduzieren, werden je Frequenz und gemessener Raumrichtung zehn Messungen durchgeführt. Den zum Vergleich herangezogenen Wert bildet die geometrische Summe gemäß (3.75) und (3.76) aus den Mittelwerten dieser Messungen.

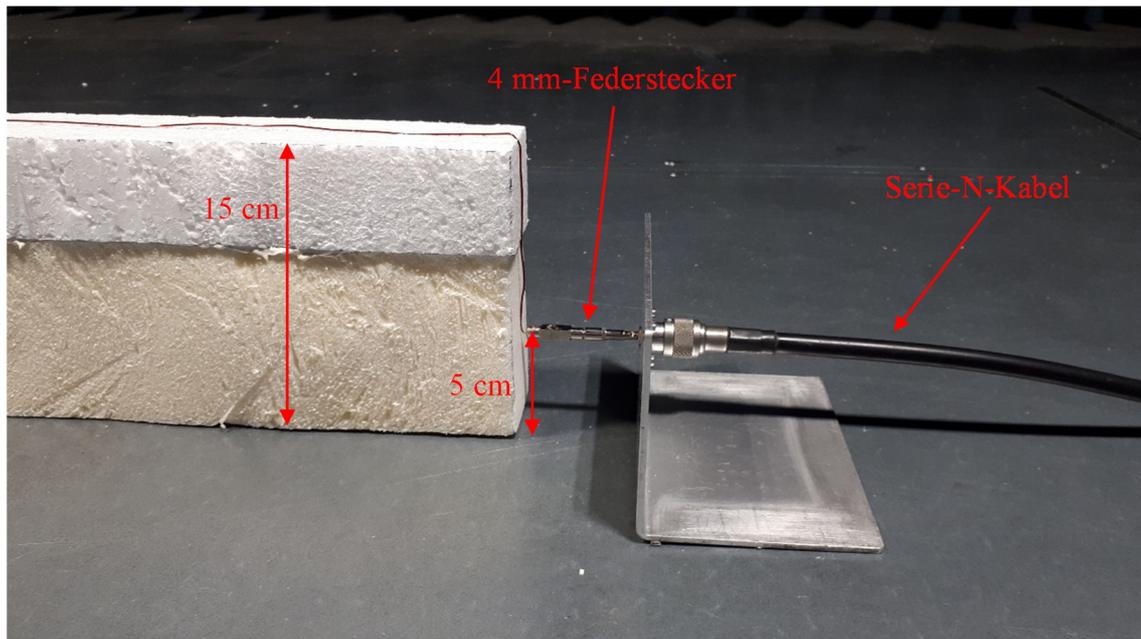


Abbildung 3.23: Darstellung des Leitungsaufbaus

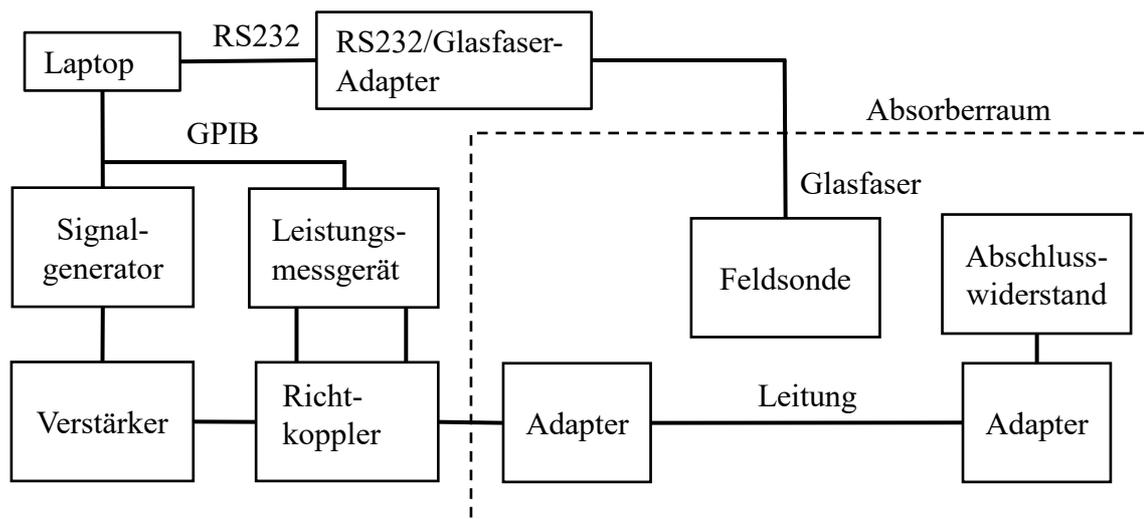


Abbildung 3.24: Blockschaltbild des Versuchsaufbaus

Die Leitung wird gemäß den Ausführungen in Kapitel 3.1 nachgebildet. Die interne Impedanz der Leitung wird gemäß (2.146) berücksichtigt. Der Abschlusswiderstand und der Innenwiderstand der Quelle betragen jeweils 50Ω . Die Adapter inkl. der 4 mm- Federstecker werden in der Modellierung nicht gesondert beachtet.

Die Leerlaufspannung der Spannungsquelle U_Q (vgl. Abbildung 2.1) wird über die Vorwärtsleistung P_V und deren Innenwiderstand Z_Q gemäß

$$U_Q = 2\sqrt{P_V Z_Q} \quad (3.78)$$

bestimmt. Die Leitungsenden werden als Verlängerung der Leitung (vgl. 3.1.1) modelliert. Die ausgewählten Beobachtungspunkte sind in Tabelle 3 aufgelistet. Die Auswahl

der Punkte ist durch das Platzangebot im Absorberraum begrenzt. Ungeachtet dessen decken die ausgewählten Punkte die interessierenden Bereiche in Form der jeweils vorherrschenden Feldsituation ab: quasi-statisches Feld ist dominierend, quasi-statisches und abgestrahltes Feld sind vergleichbar, abgestrahltes Feld ist dominierend.

Aus dem Vergleich des Modells mit den Simulationsergebnissen ist bekannt, dass die TEM-Mode als dominante Mode in guter Näherung bis zu einer kritischen Frequenz von $\lambda = 2d = 4h$ angegeben werden kann. Für die betrachtete Leitung ergibt sich hierdurch die kritische Frequenz zu $f_{\text{krit}} = 500$ MHz. Für höhere Frequenzen wurden aufgrund dessen keine Messungen durchgeführt. Die Schrittweite beträgt 1 MHz. In der Ergebnisdarstellung ist zusätzlich das modellierte elektrische Feld ohne die Berücksichtigung der Leitungsenden aufgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.25 und Abbildung 3.26 dargestellt.

Im Punkt P1 ist die Differenz zwischen Modell und Messung bis zu einer Frequenz von 271 MHz geringer als 5 dB. Für darüberliegende Frequenzen beträgt die Differenz in den Resonanzpunkten maximal 12,8 dB bei 385 MHz. Außerhalb der Resonanzpunkte sind die Abweichungen allerdings unterhalb von 5 dB. Im Punkt P2 sind die Abweichungen größer. Zwar kann der allgemeine Verlauf der elektrischen Feldstärke ansatzweise angenähert werden, jedoch beträgt die Differenz im Resonanzpunkt bei 119 MHz bereits 16,2 dB. Auch außerhalb der Resonanzpunkte sind die Abweichungen mit bis zu 9 dB bei 244 MHz höher als im Punkt P1. Für P3 ergibt sich Ähnliches zum Punkt P1. Außer im Bereich um 144 MHz mit einer Abweichung von maximal 12 dB beträgt die Differenz unterhalb von 209 MHz weniger als 5 dB. Dieser Wert wird bis 384 MHz nur in den Resonanzpunkten um 279 MHz, 313 MHz und 349 MHz überschritten. Die Ergebnisse für die Punkte P4 und P5 sind im Vergleich zu den vorangegangenen deutlich besser. Im Punkt P4 ist die Differenz bis zu einer Frequenz von 453 MHz mit Ausnahme der Bereiche um 182 MHz, 208 MHz, 244 MHz, 277 MHz, 314 MHz und 383 MHz durchweg geringer als 3 dB. Vergleichbares ergibt sich für den Punkt P5. Bis zu einer Frequenz von

Tabelle 3: Übersicht der Beobachtungspunkte zum Vergleich des Modells mit Messergebnissen

Punkt	x/m	y/m	z/m
P1	0,1	0,125	0,3
P2	0,1	1,025	1,5
P3	0,1	2,025	3,5
P4	1,3	1,025	1,5
P5	1,3	2,025	3,5

383 MHz ist die Abweichung lediglich um 279 MHz und 313 MHz größer als 4 dB. Die höchste Abweichung beträgt 13,4 dB bei 418 MHz.

Basierend auf den Simulationsergebnissen ist die Erwartungshaltung, dass das Modell die gemessenen Werte für Frequenzen mit einem Verhältnis aus Leiterhöhe zu Wellenlänge bis $\lambda/10$ näherungsweise bis auf 5 dB angibt. Für die untersuchte Leitung liegt diese Frequenz bei 200 MHz, womit die Erwartungshaltung bestätigt wird und das Modell als valide angesehen wird. Die Abweichungen im Punkt P2 und Punkt P3 werden auf diverse Faktoren zurückgeführt. In diesen Messpunkten befindet sich die Feldsonde lediglich 10 cm oberhalb des Bodens. Etwaige, in die Bodenplatte induzierte, Wirbelströme und deren Rückwirkungen auf das EM-Feld, werden im Modell nicht berücksichtigt. Für größere Abstände zum Boden verringert sich der Einfluss derartiger Phänomene, was insbesondere in den besseren Ergebnissen von Punkt P4 und P5 deutlich wird. Des Weiteren ist aus den Simulationsergebnissen in Kapitel 3.4 ersichtlich, dass die Abweichungen in den Punkten, in denen die Beiträge des quasi-statischen und abgestrahlten Feldes in etwa vergleichbar sind, ihre größten Werte aufweisen. Das wird auf eine stückweit ungenaue Superposition der quasi-statischen und abgestrahlten Felder zurückgeführt. Ist die Phasenlage der einzelnen Beiträge im jeweiligen Beobachtungspunkt nicht korrekt berechnet, wovon in der sehr einfachen Darstellung des Modells ausgegangen werden kann, ist das Resultat zwangsläufig in gewissem Maße ungenau.

Ungeachtet dessen kann zusammengefasst werden, dass das vorgestellte Modell auch für gering verlustbehaftete Leitungen eine gute Näherung sowohl für das magnetische als auch das elektrische Feld darstellt, solange die Bedingung $h < \lambda/10$ erfüllt ist.

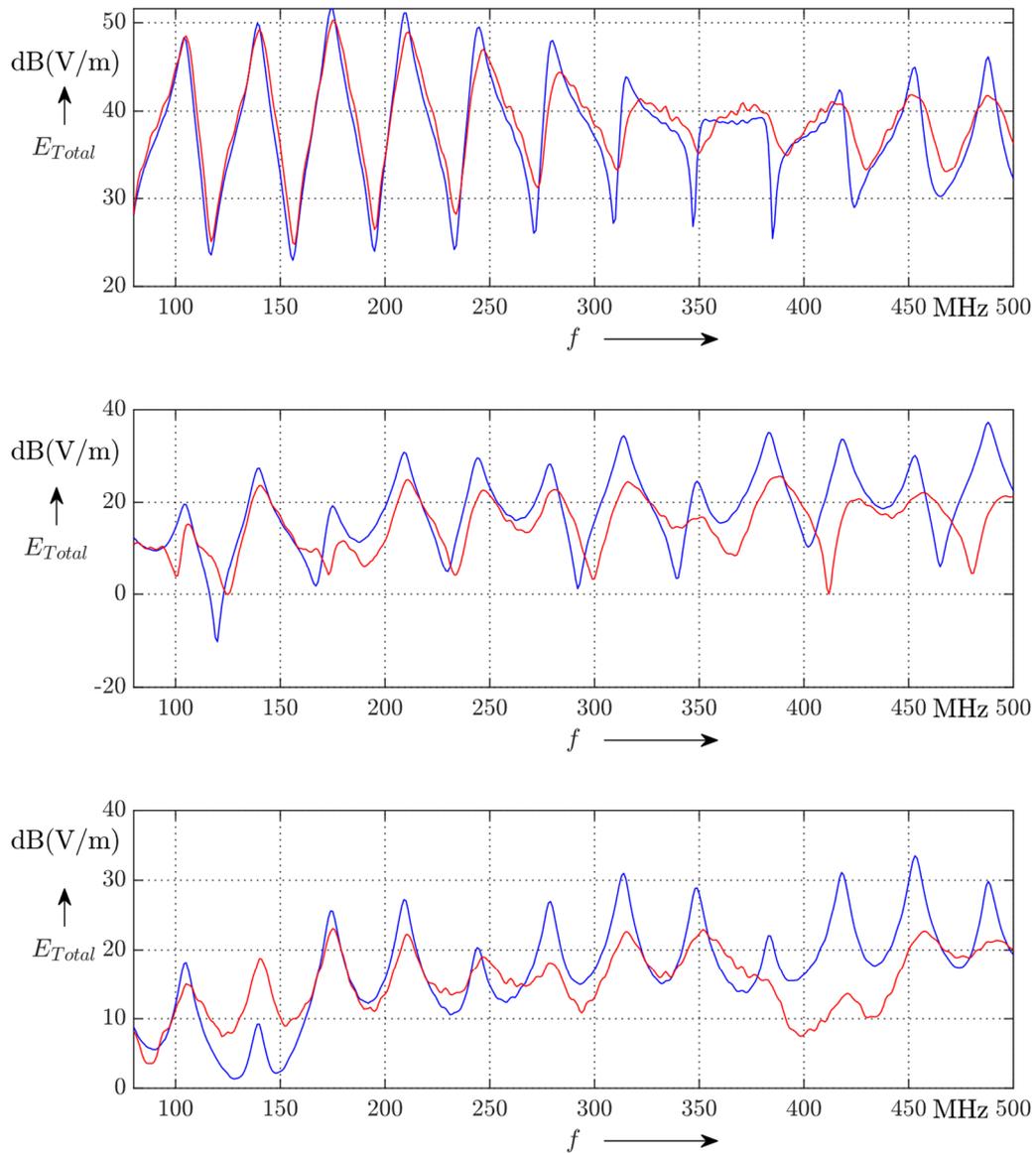


Abbildung 3.25: Vergleich aus Modell mit Berücksichtigung der Leitungsenden (blau) und Messung (rot) für P1 (oben), P2 (Mitte) und P3 (unten)

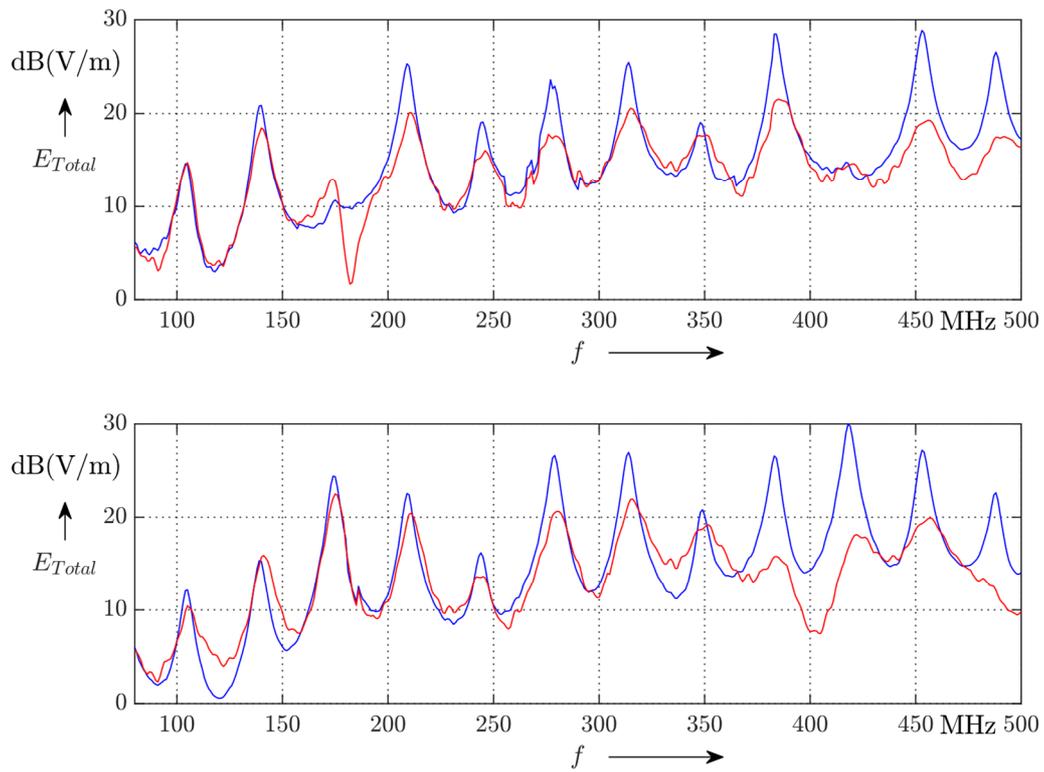


Abbildung 3.26: Vergleich aus Modell mit Berücksichtigung der Leitungsenden (blau) und Messung (rot) für P4 (oben) und P5 (unten)

4 Untersuchungen am Modell

Im folgenden Kapitel wird das magnetische Feld eines beispielhaften Freileitungssystems untersucht, welches aus mehreren Leitern besteht. Die Einflüsse verschiedener Parameter der Freileitungen werden im Sinne einer generischen Untersuchung analysiert. Um die Einflüsse des Erdbodens auf das magnetische Feld zu berücksichtigen, wird der komplexe Erdwiderstand in (2.159) betragsmäßig berücksichtigt [7, 8]. Eine weiterführende Berücksichtigung des Erdbodens auf die Wellenausbreitung der isotropen Strahler an den Leitungsenden findet nicht statt, was einer konservativen Berechnung entspricht [62].

Die Mastkopfgeometrie ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Das Freileitungssystem mit einer Länge von $L = 30$ km besteht aus 4 Drei-Leiter-Systemen inkl. einem Erdseil. Die detaillierte Beschreibung der einzelnen Parameter ist im Anhang dargestellt. Aus den Herleitungen in Kapitel 2.2.1 ist bekannt, dass für die in Summe 13 Leiter des Systems entsprechend 13 Moden existieren. Jede Mode weist eine verschiedene Charakteristik hinsichtlich der Leitungsdämpfung und dem magnetischen Feld bezüglich des Betrages und der Abnahme um das Freileitungssystem auf. Demzufolge ist das magnetische Feld direkt von den jeweils angeregten Moden abhängig. Im untersuchten Freileitungssystem wird stets das System 2, bestehend aus den Leitern 4, 5 und 6, bei der CISPR-Frequenz von 500 kHz angeregt. Es werden zwei Fälle unterschieden (s. Abbildung 4.2). Im ersten Fall werden die Leiter 4, 5 und 6 mit jeweils gleichen Spannungsquellen von $\underline{U}_Q = 1$ V gespeist. Im zweiten Fall werden die Leiter 4 und 6 mit entgegengesetzten Spannungsquellen gespeist.

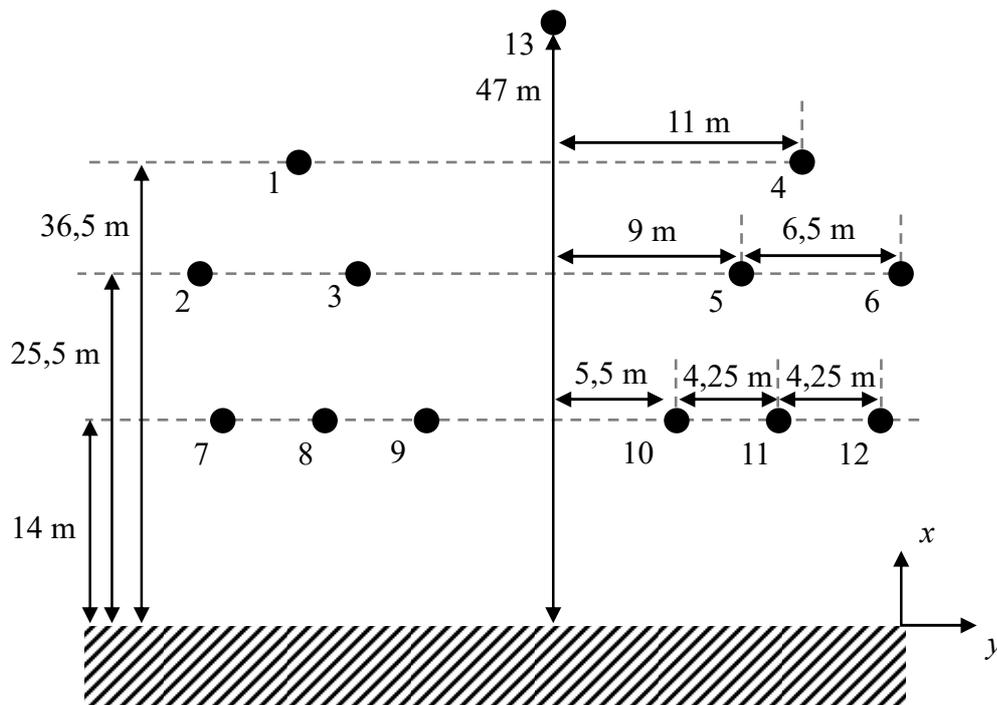


Abbildung 4.1: Mastkopfgeometrie des untersuchten Systems

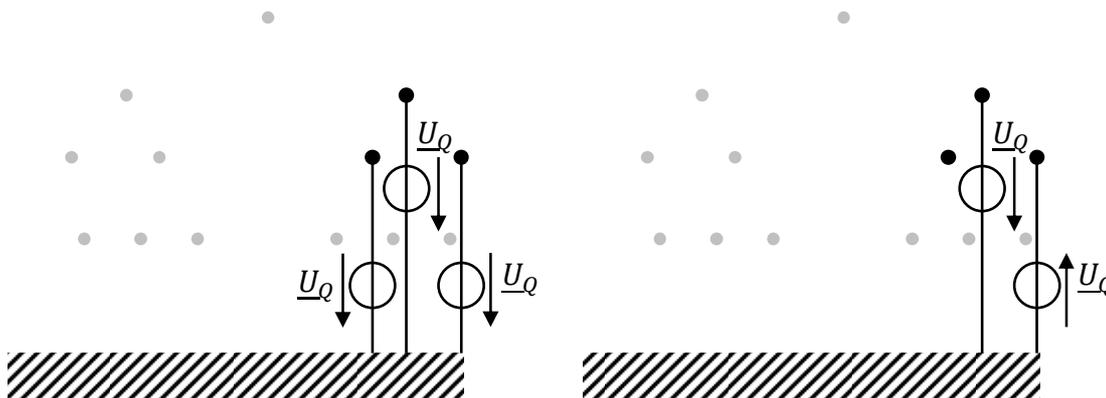


Abbildung 4.2: Links, Fall 1: Anregung der Leiter 4, 5 und 6 mit identischen Spannungsquellen. Rechts, Fall 2: Anregung der Leiter 4 und 6 mit entgegengesetzten Spannungsquellen

Die Beobachtungspunkte beziehen sich auf das in Abbildung 4.1 skizzierte Koordinatensystem. Die Position $z = 0$ kennzeichnet den Leitungsanfang. Die Entfernung in y -Richtung bezieht sich auf das Lot des äußersten Leiters (hier Leiter 6) zum Boden. Die Schrittweite in z -Richtung beträgt mit $\lambda/10$ ca. 60 m.

4.1 Dominierende Komponenten

Im ersten Schritt werden die dominierenden Komponenten des magnetischen Feldes analysiert. Dies umfasst einerseits eine Analyse hinsichtlich der Mode, welche das höchste magnetische Feld erzeugt und andererseits in welchen Entfernungen zur Leitung das quasi-statische bzw. abgestrahlte Feld dominiert. Für diese Betrachtungsweise ist die Leitung mit ihrem Wellenwiderstand (s. (2.60)) gemäß

$$\mathbf{Z}_L = \mathbf{Z}_C \quad (4.1)$$

abgeschlossen. Am speisenden Ende sind alle Leiter über 50Ω geerdet. Die Quellenimpedanz beträgt ebenfalls 50Ω . Die Impedanzmatrix bestimmt sich dann anhand der Einheitsmatrix $\mathbf{1}_{m \times m}$ zu

$$\mathbf{Z}_Q = 50 \cdot \mathbf{1}_{m \times m} \Omega \quad (4.2)$$

Die spezifische Leitfähigkeit des Erdbodens wird $\kappa_E = 5 \text{ mS/m}$ bzw. in Darstellung als spezifischer Widerstand $\rho_E = 200 \Omega\text{m}$ modelliert.

Die Masten und infolgedessen auch die Erdseile werden an dieser Stelle noch nicht berücksichtigt, wodurch sich die Leiteranzahl auf $m = 12$ reduziert. Die gemäß Kap. 2.2.3 ermittelten Dämpfungskonstanten pro km sind in Tabelle 4 und die mit den jeweiligen Moden assoziierte Stromflussrichtung in den entsprechenden Leitern ist in Tabelle 5 dargestellt. Ein „+“ symbolisiert einen Stromfluss in die Bildebene hinein, ein „-“ kennzeichnet die Stromflussrichtung aus der Bildebene heraus. Die Moden 1, 2 und 3 weisen die

größte Dämpfung auf. Die Mode 1 entspricht der GM, dessen Dämpfung sich, aufgrund der Rückleitung über den Erdboden, mit 5,8 dB/km deutlich abgrenzt. Die übrigen Moden sind mit einer Dämpfung von $\alpha_i < 0,1$ dB/km nahezu ungedämpft.

Tabelle 4: Modale Dämpfungskonstanten der lokalen Moden

Mode	α / dB/km
1	5,8039
2	1,0236
3	0,2501
4	0,0618
5	0,0577
6	0,0284
7	0,031
8	0,0309
9	0,0176
10	0,0153
11	0,0158
12	0,0167

Tabelle 5: Mit den jeweiligen Moden assoziierte Stromflussrichtung in den Leitern basierend auf den Realteilen der Transformationsmatrix. Typ 1: Ground-Mode. Typ 2: Differential-Mode. Typ 3: Pseudo-Differential-Mode

Leiter \ Mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	+	-	-	+	-	+	+	+	-	+	-	+
2	+	-	-	+	-	+	-	+	+	-	-	-
3	+	-	-	+	-	+	+	+	-	-	+	+
4	+	+	-	-	-	-	+	-	-	-	-	-
5	+	+	-	-	-	-	+	-	-	+	+	-
6	+	+	-	-	-	-	-	-	+	+	-	+
7	+	-	-	+	+	-	-	-	-	+	-	-
8	+	-	+	-	+	+	+	+	+	+	-	-
9	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	-
10	+	+	+	+	-	-	-	+	+	+	-	+
11	+	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-	+
12	+	+	-	-	+	+	-	+	-	-	-	+
Typ	1	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2

4.1.1 Moden

Das Augenmerk liegt zunächst auf der Dämpfung entlang der Leitung zur Beschreibung des Verhaltens des magnetischen Feldes. Der Betrag spielt eine untergeordnete Rolle. Hierzu wird das magnetische Feld in einer Entfernung von $y = 10$ m und in einer Höhe von $x = 2$ m ermittelt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.3 dargestellt.

Auffallend ist der nicht streng monoton abfallende Verlauf in beiden Fällen. Im zweiten Fall nimmt die Feldstärke mit zunehmender Leitungsentfernung sogar zu. Darüber hinaus ist in beiden Fällen nur eine sehr geringe Dämpfung von insgesamt 16 dB bzw. 8 dB und durchschnittlich 0,55 dB/km im ersten und 0,27 dB/km im zweiten Fall festzustellen.

Die Erklärung hierfür liefert die getrennte Betrachtung der modalen magnetischen Felder in Abbildung 4.4. Im ersten Fall bestimmt zunächst Mode 1 das magnetische Feld, ungeachtet der verhältnismäßig geringen Anregung (s. Tabelle 4). Durch die hohe Dämpfung liefert diese Mode ab ca. 1,5 km keinen nennenswerten Beitrag mehr. Im Bereich zwischen 300 m und 2,8 km dominiert Mode 2 das magnetische Feld. Ab 2,8 km bis 23 km

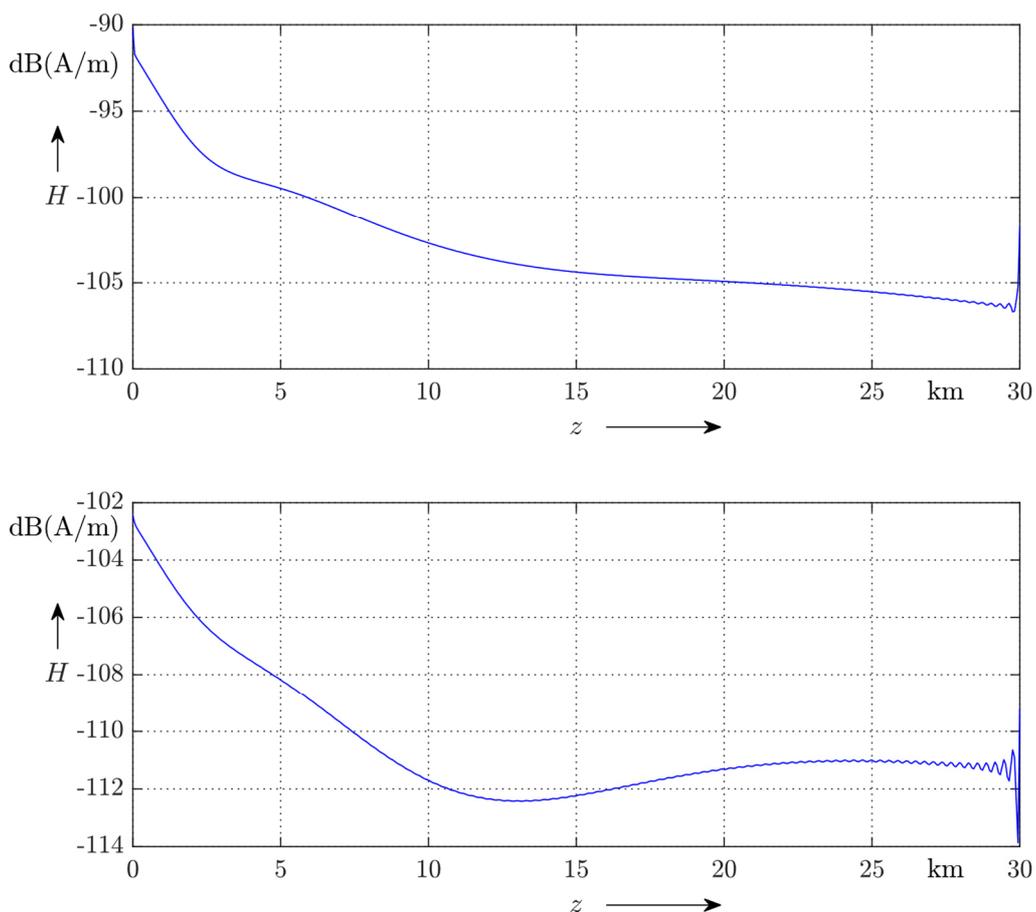


Abbildung 4.3: Magnetisches Feld parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2

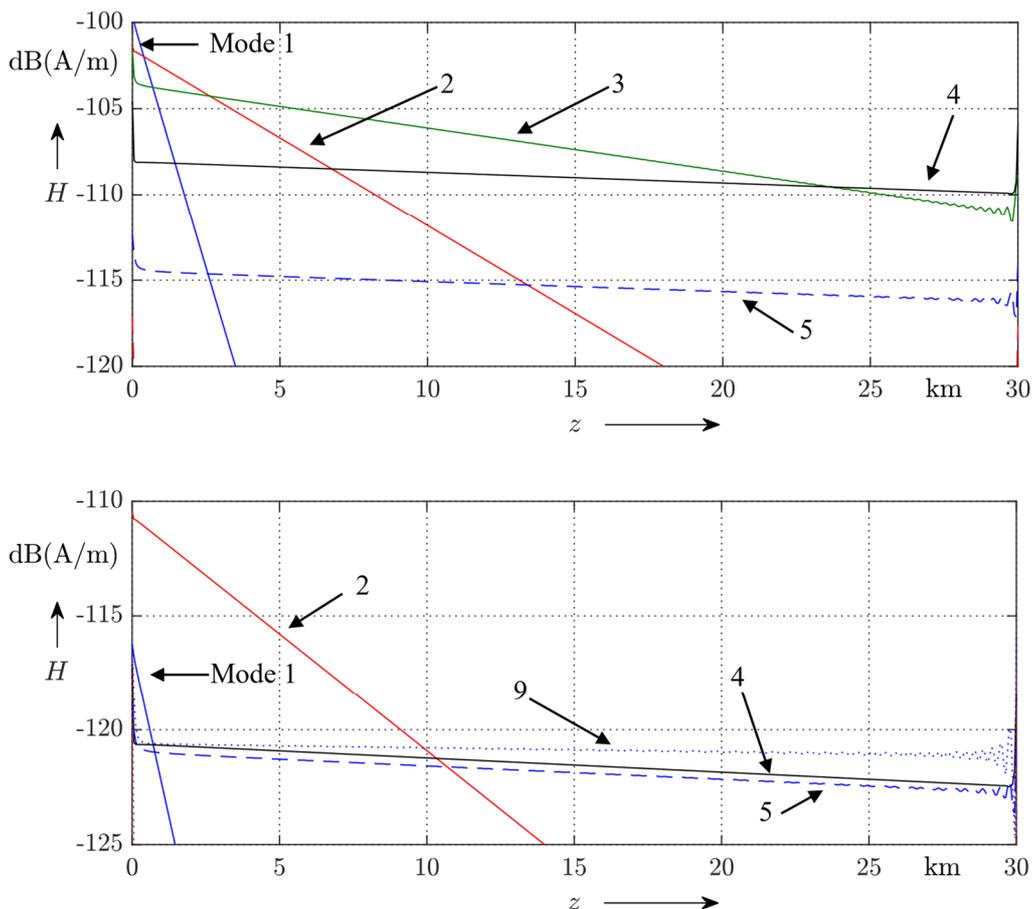


Abbildung 4.4: Modale magnetische Felder parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)

sind die Beträge der Mode 3 mit der zweithöchsten Anregung am größten. Letztlich liefert Mode 4 die größten Beiträge. Für den absoluten Betrag ist die Überlagerung der jeweiligen modalen Felder ausschlaggebend. Hierdurch liegt der absolute Betrag höher als die der einzelnen Moden. Zwischen 20 km und 30 km sind die Beträge der Moden 3 und 4 in etwa gleich, das hervorgerufene magnetische Feld allerdings nicht identisch orientiert, wodurch der absolute Betrag weniger als 6 dB im Vergleich zu der jeweiligen Mode ist.

Im zweiten Fall dominiert bis zu einer Leitungslänge von 10 km das magnetische Feld der Mode 2. Für größere Leitungslängen sind die Beiträge der Mode 9, welche am höchsten angeregt wird, zunächst nur geringfügig größer als die der Moden 4 und 5. Aufgrund der geringeren Dämpfung der Mode 9 bleibt diese über den gesamten Leitungsverlauf bestimmend, wobei die Differenz am Leitungsende nur 3 dB beträgt. Der Anstieg der Feldstärke ab ca. 12,5 km ist durch die entgegengesetzte Orientierung der jeweiligen modalen Felder zu erklären. Bei Betrachtung von Tabelle 4 und Tabelle 5 lässt sich abschätzen, dass die modalen Felder der Moden 4, 5 und 9 denen der Mode 2 entgegengesetzt sind, sie superpositionieren destruktiv. Mit zunehmender Dämpfung der Mode 2 ab 10 km nimmt dieser Kompensationseffekt ab.

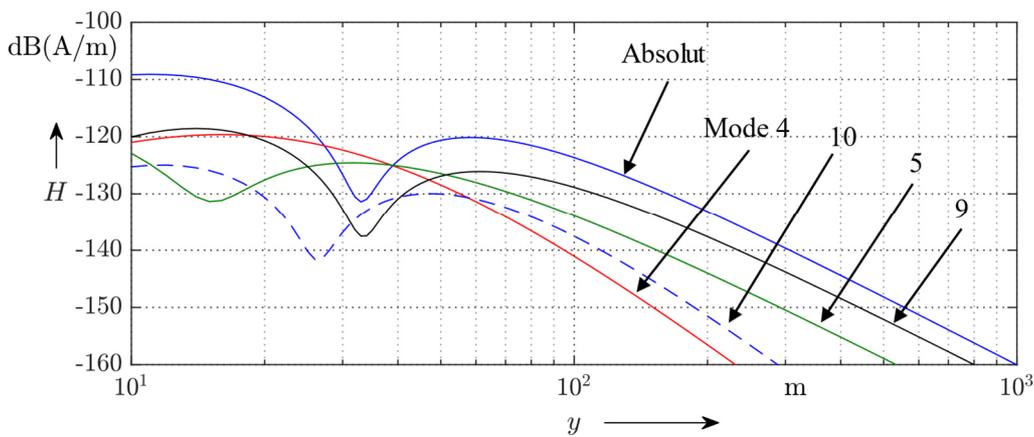
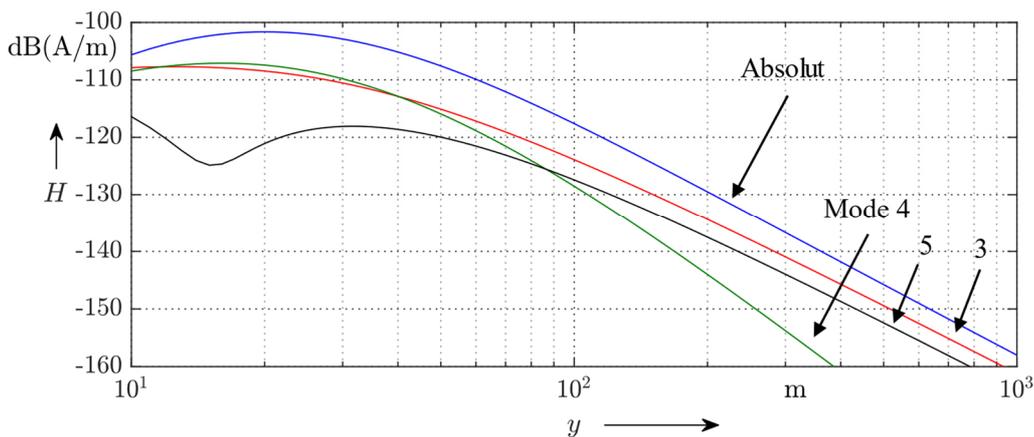


Abbildung 4.5: Magnetischer Feldverlauf transversal zur Leitung bei $z = 23$ km und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)

Als nächstes wird die Abnahme des magnetischen Feldes transversal zur Leitung untersucht. Hierzu wird bei $z = 23$ km und $x = 2$ m das magnetische Feld berechnet. Die Resultate aus absolutem magnetischen Feld und der betragsmäßig höchsten modalen magnetischen Felder sind in Abbildung 4.5 dargestellt.

In beiden Fällen ist ersichtlich, dass eine Abschätzung des Verlaufs der absoluten magnetischen Feldstärke anhand der am höchsten angeregten Mode eine akzeptable Näherung darstellt. Im ersten Fall bestimmen die Moden 3 und 4 das magnetische Feld. Da das magnetische Feld der Mode 4 eine starke Abnahme mit zunehmender Entfernung zur Leitung aufweist, können deren Beiträge vernachlässigt werden. Eine Abschätzung der magnetischen Feldstärke im Bereich zwischen 30 m und 200 m ausschließlich anhand des Verlaufs der Mode 3 würde einen Fehler von maximal 4 dB ergeben.

Im zweiten Fall ist der o.g. Kompensationseffekt der Moden 4 und 5 deutlich zu erkennen. Obwohl diese Moden im Bereich zwischen 40 m und 50 m die höchste magnetische Feldstärke erzeugen, liegt die absolute magnetische ca. 8 dB unterhalb und folgt dem Verlauf der Mode 9, welche gleichzeitig die Mode mit der größten Anregung ist.

4.1.2 Quasi-statisches und gestrahltes Feld

Im Folgenden wird das Verhältnis der quasi-statischen und abgestrahlten Felder untersucht. Die Parameter der untersuchten Leitung bleiben unverändert. Zunächst wird das magnetische Feld transversal zur Leitung in der Leitungsmitte bei $z = 15$ km berechnet, da hier die Entfernung zu den Leitungsenden und somit zu den isotropen Strahlen jeweils gleich groß ist. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.6 dargestellt.

Der Verlauf des quasi-statischen Feldes ist aus dem vorangegangenen Kapitel bereits bekannt und wird daher an dieser Stelle nicht erneut diskutiert.

Während das quasi-statische Feld für die beiden untersuchten Fälle große Unterschiede aufweist, ist der Verlauf des gestrahlten Feldes identisch und differiert lediglich um einen konstanten Betrag von 6 dB.

Für Entfernungen bis 1 km ist das quasi-statische Feld größer als das abgestrahlte Feld. In Entfernung zwischen 1 km und 10 km verringert sich die Abnahme des magnetischen Feldes.

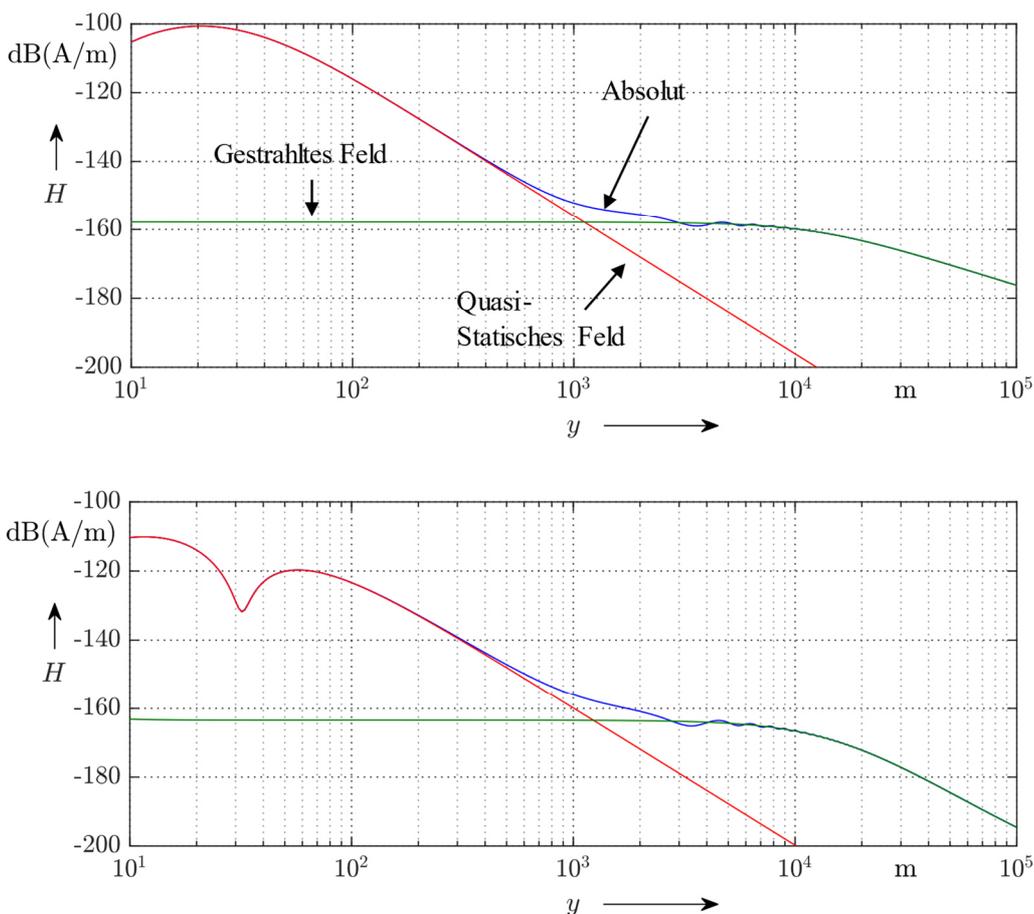


Abbildung 4.6: Quasi-statischer und abgestrahlter magnetischer Feldverlauf transversal zur Leitung bei $z = 15$ km und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)

Innerhalb dieser Dekade beträgt die Abnahme lediglich 11 dB, was bei undifferenzierter Betrachtung einen gewissen physikalischen Widerspruch bedeuten würde. Aus der Antennentechnik ist bekannt, dass die Feldstärke proportional mit $1/r$ zur Entfernung zum jeweiligen Objekt abnimmt (r ist die Entfernung zum betrachteten Objekt). Das ist gleichbedeutend mit einem Abfall von 20 dB pro Dekade und spiegelt die theoretisch niedrigste Abnahme der Feldstärke wider. Die Erklärung des geringen Abfalls ergibt sich aus der isolierten Betrachtung des gestrahlten Feldes.

Die Beobachtung, dass das gestrahlte Feld bis zu einer Entfernung von ca. 10 km nahezu konstant ist, lässt sich unter Zuhilfenahme von Abbildung 3.6 erklären. Die Entfernung der Beobachtungspunkte zu den Leitungsenden und den dort modellierten isotropen Strahlern vergrößert sich bis zu dieser Entfernung kaum. In 10 km transversaler Entfernung zur Leitung beträgt die Entfernung zu den Endpunkten 18 km. Erst ab einer transversalen Entfernung von ca. 30 km, also der Länge der Leitung, entspricht die Entfernung zu den Leitungsenden der Leitungslänge und ab diesen Entfernungen gilt schließlich die Näherung des Abfalls von 20 dB pro Dekade.

Die bisherigen Erläuterungen deuten bereits auf eine Entfernungsabhängigkeit zwischen dem quasi-statischen und abgestrahlten Feld als dominierende Komponente hin. Zur Verdeutlichung sind die Verhältnismäßigkeiten der Feldkomponenten in einer Falschfarbendarstellung in Abbildung 4.7 für den Fall 1 dargestellt. Die Farbgebung ist folgendermaßen:

- $H_{Q\text{statisch}} - H_{\text{gestrahlt}} > 6 \text{ dB} \rightarrow \text{Gelb}$
- $6 \text{ dB} > H_{Q\text{statisch}} - H_{\text{gestrahlt}} > -6 \text{ dB} \rightarrow \text{Blau}$
- $H_{Q\text{statisch}} - H_{\text{gestrahlt}} < -6 \text{ dB} \rightarrow \text{Lila}$

Es ist zu erkennen, dass die Abgrenzung der einzelnen Bereiche ellipsenförmig um die Leitung liegen. Während in der Mitte der Leitung das quasi-statische Feld bis zu Entfernungen von ca. 600 m um min. 6 dB größer als das gestrahlte Feld ist, gilt dies in der Nähe der Leitungsenden lediglich bis ca. 250 m. Ursächlich hierfür ist der größere Betrag des abgestrahlten Feldes, aufgrund der kürzeren Entfernung zu isotropen Strahlern an den Leitungsenden. Folglich lässt sich hieraus ableiten, dass die eingezeichneten Zonen proportional zur Leitungslänge sind.

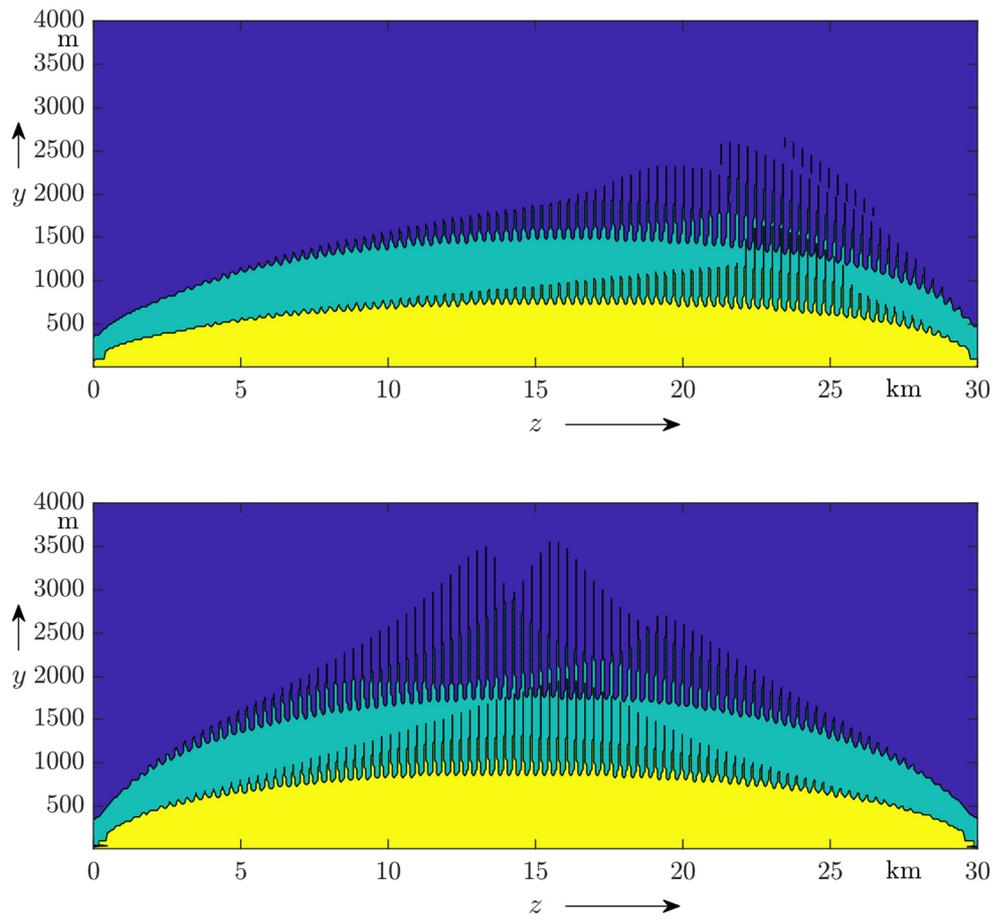


Abbildung 4.7: Dominierende Feldkomponente. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2). $H_{Q\text{statisch}} - H_{\text{gestrahlt}} > 6 \text{ dB} \rightarrow \text{Gelb}$, $6 \text{ dB} > H_{Q\text{statisch}} - H_{\text{gestrahlt}} > -6 \text{ dB} \rightarrow \text{Cyan}$, $H_{Q\text{statisch}} - H_{\text{gestrahlt}} < -6 \text{ dB} \rightarrow \text{Blau}$

4.2 Einfluss der Masten

Die folgende Untersuchung beschränkt sich auf den grundlegenden Einfluss der Freileitungsmasten auf das elektromagnetische Feld. Im Fokus steht hier die Präsentation der Methodik, weshalb eine detaillierte Betrachtung aller Parameter ausgesetzt wird. Neben einem Vergleich diverser Modelle zur Bestimmung des Wellenwiderstands eines Masten im Frequenzbereich [63–66] wären verschiedene Modellierungen der Masterdung wie bspw. [67–69], welche ebenfalls vom spezifischen Erdbodenwiderstand abhängig sind, zu eruiierende Parameter. Die kapazitive Kopplung zwischen den Leitern und dem Masten [70] wird vor diesem Hintergrund ebenfalls vernachlässigt. Zum Vergleich ist allerdings im Anhang eine Rechnung mit Berücksichtigung der kapazitiven Leiter-Mast-Kopplung dargestellt, aus welcher hervorgeht, dass in der vorliegenden Konfiguration die Kopplungskapazitäten vernachlässigbar sind.

Die Masten werden gemäß den Ausführungen in Kapitel 2.4 ab (2.110) bis (2.139) berücksichtigt. Sind die Spannungen und Ströme am Anfang und Ende einer Einheitszelle

bestimmt, können die Spannungen und Ströme am Beginn des Spannfeldes über die ABCD-Matrix des halben Spannfeldes mittels (2.91) errechnet werden. Die Komponenten der hin- und rücklaufenden Wellen der modalen Ströme des jeweiligen Spannfeldes ergeben sich aus (2.66) und (2.67), mit Hilfe welcher das EM-Feld gemäß Kapitel 3.1 bis Kapitel 3.3 berechnet wird. Im Falle der Leitungsenden wird das gestrahlte Feld für alle Leiter berechnet. Für die Masten erfolgt die Berechnung des gestrahlten Feldes ausschließlich anhand des Erdseils.

Tabelle 6: Dämpfungskonstanten und Ströme der lokalen Moden

Mode	α / dB/km
1	5,8164
2	1,0236
3	0,2662
4	0,0617
5	0,0618
6	0,0284
7	0,0176
8	0,0153
9	0,0158
10	0,0167
11	0,0309
12	0,0302
13	0,0309

Tabelle 7: Mit den jeweiligen lokalen Moden assoziierte Stromflussrichtung in den Leitern basierend auf den Realteilen der Transformationsmatrix. Typ 1: Ground-Mode. Typ 2: Differential-Mode. Typ 3: Pseudo-Differential-Mode

Mode \ Leiter	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	+	-	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	+
2	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+
3	+	-	-	-	-	+	-	+	+	+	-	-	+
4	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-	-	-	-
5	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-
6	+	+	-	-	+	-	+	-	-	+	-	-	-
7	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	+	-
8	+	-	+	+	+	+	+	-	-	-	+	-	+
9	+	-	+	-	+	+	+	+	-	-	-	+	-
10	+	+	+	-	-	-	+	-	-	+	-	+	+
11	+	+	+	+	-	-	+	+	-	+	+	-	-
12	+	+	-	+	+	+	-	+	-	+	-	+	+
13	+	0	-	-	0	0	+	0	+	0	+	+	0
Typ	1	2	3	3	2	2	3	2	3	2	3	3	2

Die Leitung wird im Folgenden aus insgesamt 100 Einheitszellen (101 Spannfeldern) mit einer Spannfeldlänge von 300 m modelliert. Die Spannfeldlänge des ersten und letzten Spannfeldes beträgt 150 m. Die Leitung ist an beiden Enden mit dem modalen Wellenwiderstand der Einheitszelle (s. (2.132)) abgeschlossen. Die Impedanz der Masten wird mit $Z_E = 200 \Omega$ modelliert. Da nun die Erdseile mitberücksichtigt werden, erhöht sich die zu berücksichtigende Leiterzahl auf 13. Die übrigen Parameter des Modells bleiben unverändert. Die ermittelten Dämpfungskonstanten je km sind in Tabelle 6 und die mit den jeweiligen lokalen Moden assoziierte Stromflussrichtung in den einzelnen Leitern in Tabelle 7 aufgeführt. Es wird zunächst die Dämpfung entlang der Leitung untersucht. Hierzu wird das magnetische Feld in einer Entfernung von $y = 10$ m und in einer Höhe von $x = 2$ m ermittelt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.8 und Abbildung 4.9 dargestellt.

Im ersten Fall ist der Verlauf vergleichbar mit den Resultaten aus dem vorigen Kapitel, ohne Berücksichtigung der Masten. Bei genauer Betrachtung der einzelnen modalen Feldstärken in Abbildung 4.9 ist festzustellen, dass die Moden, welche keine Komponenten im Erdseil besitzen (s. Tabelle 7), von dem Einfluss der Masten unberührt bleiben. Es bildet sich keine stehende Welle aus. In Abbildung 4.9 ist das bei Mode 2 und 5

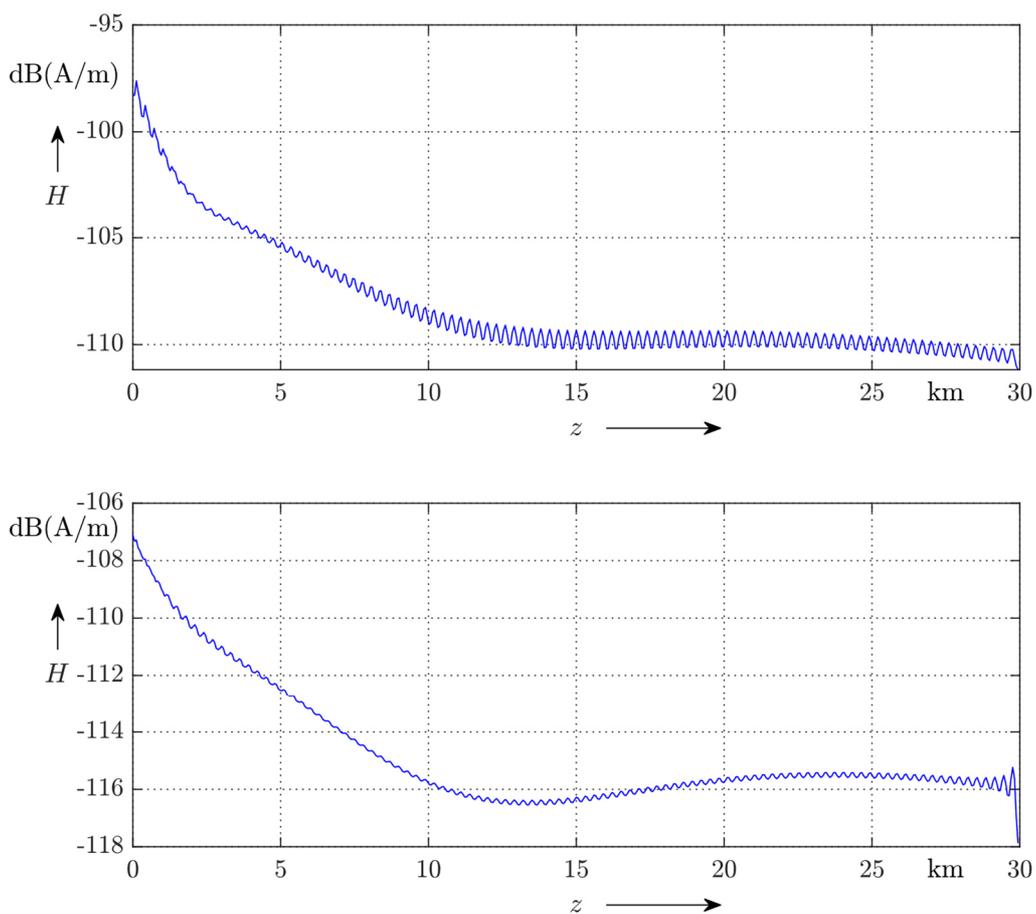


Abbildung 4.8: Magnetisches Feld parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)

erkennbar. Ab einer Leitungslänge von 10 km wird das magnetische Feld nahezu ausschließlich von den Moden 3 und 5 bestimmt. Für längere Leitungen würde der Einfluss der Mode 3, aufgrund der höheren Dämpfung verglichen mit Mode 5 (s. Tabelle 6), abnehmen.

Der Fall 2 bleibt von den Masten weitestgehend unbeeinflusst. Der Verlauf und auch die insgesamt Abnahme über die betrachtete Leitungslänge sind nahezu gleich mit den Resultaten im vorangegangenen Kapitel. Die Mode 2 liefert erneut in kurzen Entfernungen zur Quelle die höchsten Beträge. Ab 10 km Leitungslänge sind aufgrund der geringeren Dämpfung die Moden 5 und 7 diejenigen Moden mit den größten Beträgen. Da die dominierenden Moden von der gewählten Modellierung der Masten unberücksichtigt bleiben, wird hier eine Untersuchung der quasi-statischen und gestrahlten Felder ausgesetzt,

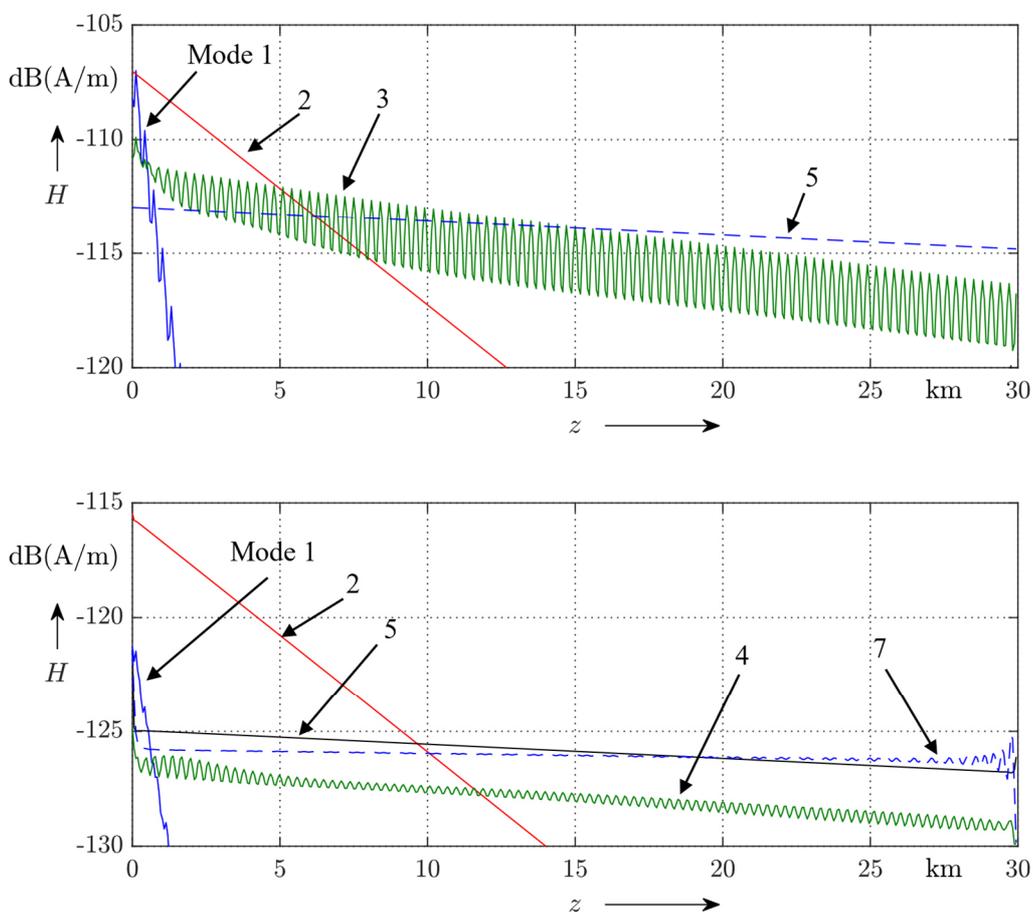


Abbildung 4.9: Modale magnetische Felder parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)

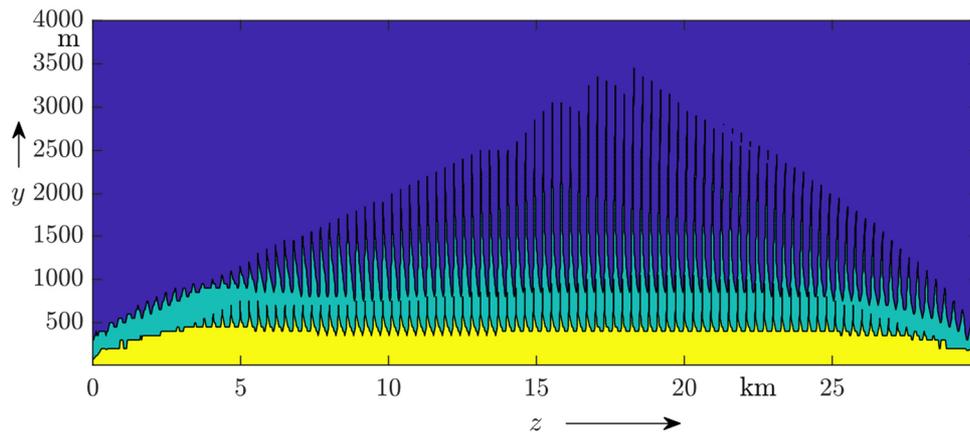


Abbildung 4.10: Dominierende Feldkomponente, Fall 1 (s. Abbildung 4.2)

da sich prinzipiell die gleichen Verhältnisse wie in den unteren Graphen in Abbildung 4.6 und Abbildung 4.7 ergeben. Daher wird die Untersuchung der quasi-statischen und gestrahlten Felder nur für den ersten Fall durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.10 und Abbildung 4.11 dargestellt. Die Farbgebung entspricht der Beschreibung in Kapitel 4.1.2.

Der Einfluss der Masten ist im Vergleich zu den oberen Graphen in Abbildung 4.6 und Abbildung 4.7 insgesamt marginal. Die Beiträge der zusätzlichen Strahlungsquellen, den Masten, führen zu einer leichten Erhöhung des gestrahlten Feldes, wodurch sich die Entfernungen, bis zu welchen das quasi-statische Feld dominierend ist, um maximal 200 m verringern. Das ist nicht gleichbedeutend mit einer gleichzeitigen Verringerung der Entfernungen, ab welchen das abgestrahlte Feld dominierend ist. Diese Entfernungen liegen weiterhin zwischen ca. 1000 m und 1500 m im mittleren Bereich der Leitung zwischen 5 km und ca. 27,5 km. Die Erklärung findet sich anhand von Abbildung 4.11. Das abgestrahlte Feld der Masten ist als blau-gestrichelte Linie dargestellt. Deren Beiträge führen in kürzeren Entfernungen zur Leitung zu einem höheren Betrag des abgestrahlten Feldes. Mit einer

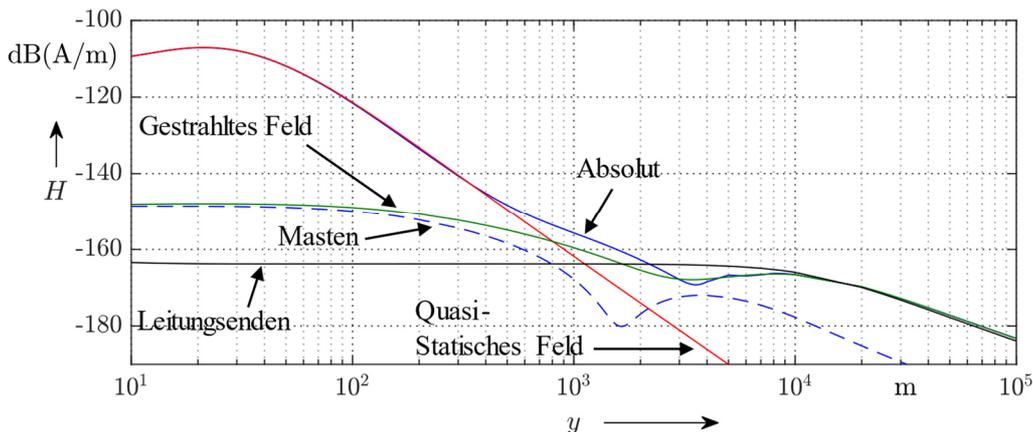


Abbildung 4.11: Quasi-statischer und abgestrahlter magnetischer Feldverlauf transversal zur Leitung bei $z = 15$ km und $x = 2$ m, Fall 1 (s. Abbildung 4.2)

Spannfeldlänge von 300 m ist der Abstand der Strahlungsquellen im Fall der Masten wesentlich kleiner verglichen mit dem der Leitungsenden (30 km). Hierdurch bedingt, nimmt das abgestrahlte Feld der Masten in wesentlich kürzeren Entfernungen zur Leitung mit 20 dB je Dekade ab (hier ca. 5 km). Durch die größere Anregung der Leitungsenden dominieren ab dieser Entfernung deren Beträge das abgestrahlte und somit das absolute Feld, wodurch sich die gleichen Entfernungsbeziehungen wie in Kapitel 4.1.2 ergeben. Das gestrahlte und somit absolute Feld nehmen erst ab Entfernungen, die ungefähr der Leitungslänge entsprechen, mit 20 dB je Dekade ab.

Der Übergang dieser Zonen ist frequenzabhängig und kann tendenziell anhand der Ausführungen in Kapitel 3.1 abgeschätzt werden. Während das quasi-statische Feld in (3.28) und (3.30) frequenzunabhängig ist, ist die Anregung des gestrahlten Feldes (3.42) und (3.45) direkt proportional zum Wellenfaktor k .

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die obigen Ausführungen ausschließlich für die vorliegende Leitungskonfiguration gelten und nicht pauschal auf alle Leitungen übertragen werden dürfen. Mit zunehmender Leitungslänge verringern sich die Beträge des gestrahlten Feldes ausgehend von den Leitungsenden bspw. in Leitungsmitte, wodurch ab einer gewissen Leitungslänge der Einfluss der Masten nicht mehr zu vernachlässigen ist.

4.3 Einfluss des Mastwiderstands

Neben dem allgemeinen Einfluss der Masten werden im Folgenden die Auswirkungen verschiedener Mastimpedanzen untersucht. Hierzu werden die Mastwiderstände, also die Widerstände vom Erdseil zur Erde, zwischen 10Ω , 100Ω und 1000Ω variiert. Zusätzlich werden die Ergebnisse für eine Leitung ohne Masten dargestellt. Die Berechnung des Feldes transversal zur Leitung wird erneut in der Leitungsmitte bei $z = 15$ km

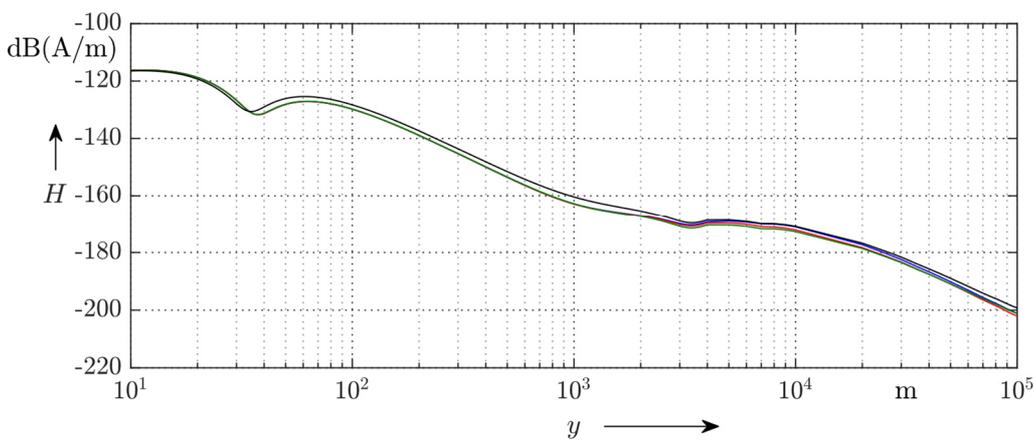
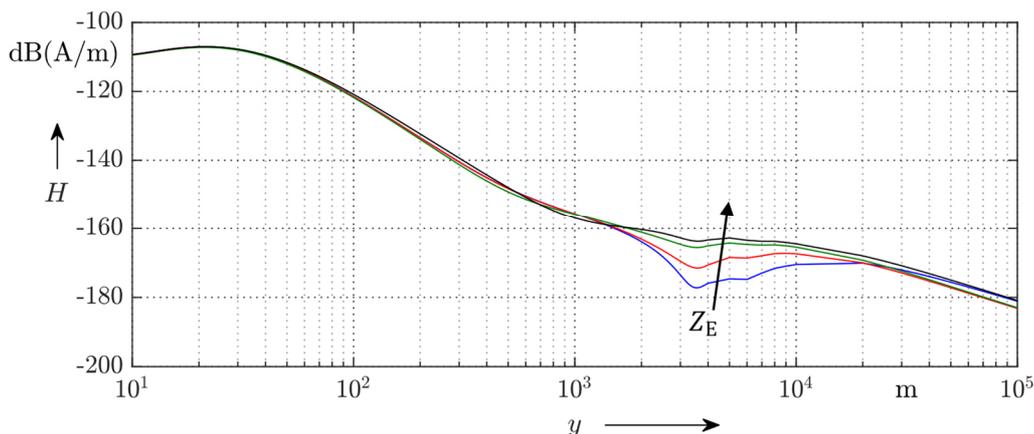


Abbildung 4.12: Magnetischer Feldverlauf transversal zur Leitung bei $z = 15$ km und $x = 2$ m bei diversen Mastwiderständen. oben: Fall 1, unten: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)

und $x = 2$ m bei einer Frequenz von $f = 500$ kHz durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.12 dargestellt.

Die Auswirkungen des Mastwiderstands beschränken sich auf das in Abbildung 4.11, Fall 1, bereits erkennbare lokale Minimum im Bereich zwischen 2 km und 10 km Abstand zur Leitung. Mit kleiner werdendem Widerstand verringert sich das Minimum. Die größte Abweichung zur Berechnung ohne Berücksichtigung der Masten beträgt -14 dB.

Im zweiten Fall bestätigen sich die Ausführungen aus dem vorangegangenen Kapitel. Der Verlauf des magnetischen Feldes bleibt von den Mastwiderständen unbeeinflusst. Lediglich der Betrag weicht um maximal 3 dB ab.

4.4 Einfluss der Bodenleitfähigkeit

Des Weiteren wird die Auswirkung der Bodenleitfähigkeit bzw. des spezifischen Erdwiderstands auf den Verlauf der magnetischen Feldstärke untersucht. Hierzu wird der Feldverlauf longitudinal zur Leitung zusätzlich für zwei weitere spezifische Erdwiderstände, $20 \Omega\text{m}$ und $2000 \Omega\text{m}$, ermittelt. Da sich für die jeweiligen Erdwiderstände

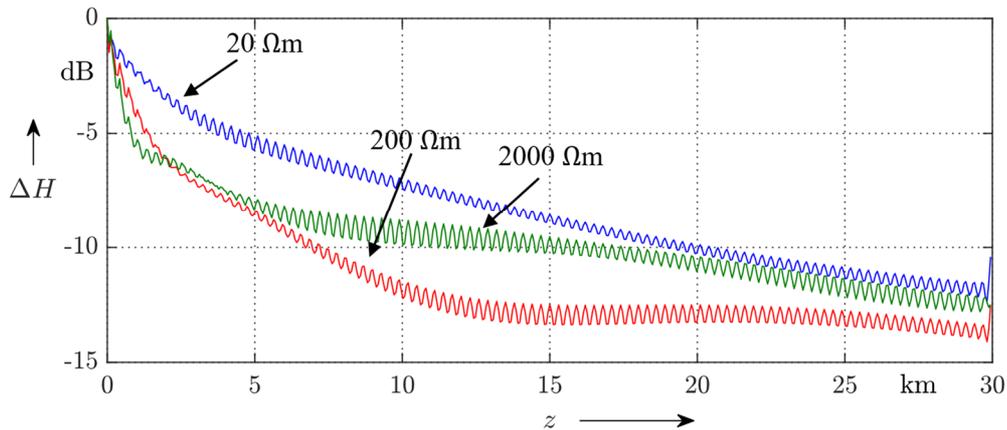


Abbildung 4.13: Magnetisches Feld parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m Fall 1 (s. Abbildung 4.2)

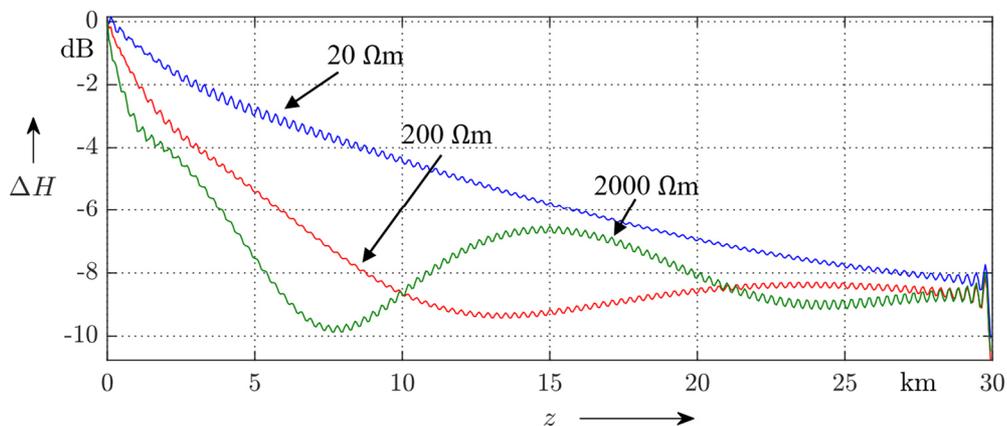


Abbildung 4.14: Magnetisches Feld parallel zur Leitung bei $y = 10$ m und $x = 2$ m Fall 2 (s. Abbildung 4.2)

unterschiedliche Wellenimpedanzen der Einheitszelle ergeben, werden die Resultate zur besseren Vergleichbarkeit normiert. Die Frequenz beträgt 500 kHz und der Mastwiderstand 200Ω .

Die Ergebnisse für Fall 1 sind in Abbildung 4.13 dargestellt. Am Anfang der Leitung sinkt die magnetische Feldstärke proportional zum spezifischen Erdwiderstand. Hier spiegeln sich insbesondere die Einflüsse der ground-mode (GM) wider. Ab ca. 2 km Leitungslänge steigt die magnetische Feldstärke für einen spezifischen Erdwiderstand von $2000 \Omega\text{m}$ über diejenige für $200 \Omega\text{m}$ an. Dies liegt darin begründet, dass mit zunehmendem Erdwiderstand auch die PDM eine größere Dämpfung erfahren und somit die DM in kürzeren Abständen zum Leitungsanfang die dominierenden Moden darstellen.

Ferner kann gezeigt werden, dass in größeren Entfernungen ab ca. 15 km für jedes Szenario die Mode 5, DM, zu den dominierenden Moden zählt. Dies hat zur Folge, dass die Dämpfung des magnetischen Feldes für lange Leitungen nahezu identisch und somit

unabhängig vom Erdbodenwiderstand ist. Die Beträge der absoluten Dämpfung liegen in Abbildung 4.13 am Leitungsende weniger als 3 dB auseinander.

Vergleichbare Aussagen lassen sich auch für den Fall 2 in Abbildung 4.14 feststellen. Hier bildet allerdings Mode 7, welche eine sehr gering gedämpfte PDM ist, die gemeinsame dominierende Komponente. Die Beträge der absoluten Dämpfung liegen am Leitungsende sogar weniger als 1 dB auseinander.

Die Berechnung der Dämpfung des magnetischen Feldes zwischen Leitungsanfang und Leitungsende über ein breites Intervall an praktisch relevanten spezifischen Erdwiderständen [33] in Abbildung 4.15 zeigt, dass dessen Einfluss ab ca. $30 \Omega m$ konstant bleibt. Die Dämpfung erhöht sich für größere spezifische Erdwiderstände um ca. 2,3 dB im ersten und 0,8 dB im zweiten Fall.

Auch über einen Frequenzbereich von 100 kHz bis 1 MHz in Abbildung 4.16 ist kein großer Unterschied zwischen den beiden Fällen auszumachen. Die Differenz in der Dämpfung beträgt maximal 2,5 dB. Bei 500 kHz ist eine sehr schmale Resonanzstelle zu erkennen, bedingt durch das Bandsperre-Verhalten der periodischen Struktur [44]. Jedoch weist diese nur einen sehr geringen Ausschlag auf. Ebenso tritt eine Resonanzstelle bei 1 MHz auf, welche durch das Bandpass-Verhalten der periodischen Struktur gegeben ist [44].

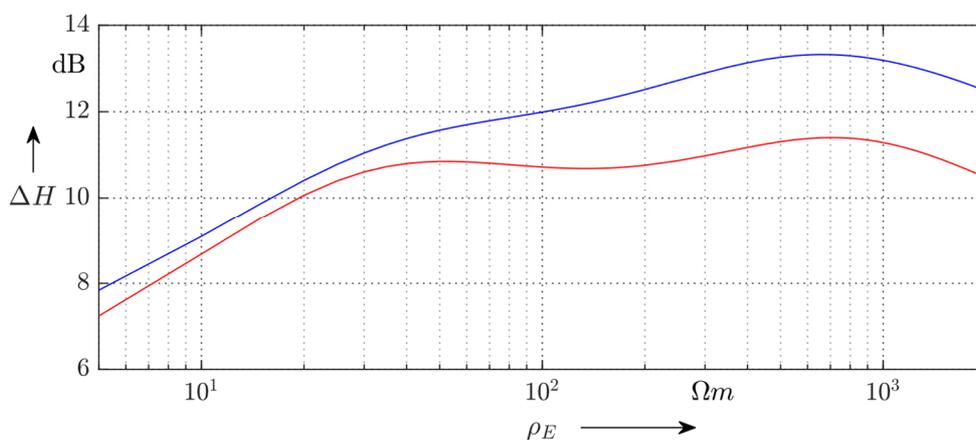


Abbildung 4.15: Absolute Dämpfung des magnetischen Feldes am Leitungsende bei $f = 500$ kHz. blau: Fall 1, rot: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)

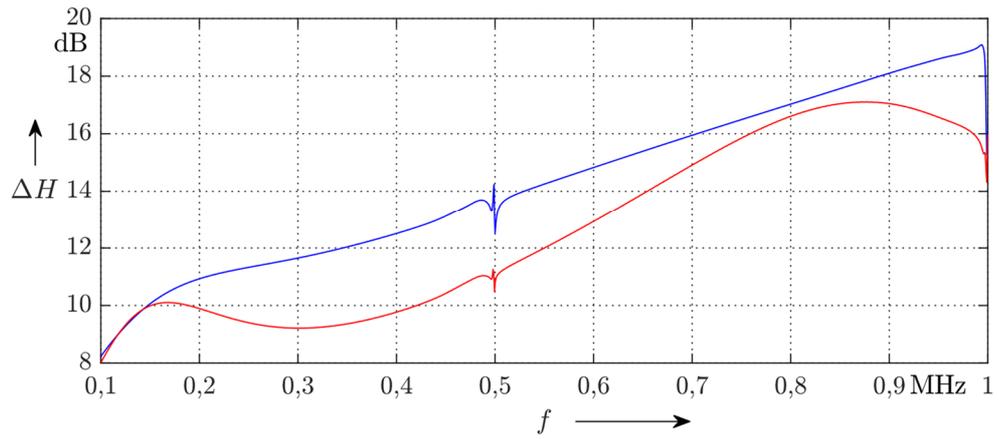


Abbildung 4.16: Absolute Dämpfung des magnetischen Feldes am Leitungsende bei $\rho_E = 200 \Omega\text{m}$, $Z_E = 200 \Omega$. blau: Fall 1, rot: Fall 2 (s. Abbildung 4.2)

5 Vergleich des entwickelten Modells mit Messungen an einem bestehenden Freileitungssystem

Im folgenden Kapitel wird das entwickelte Modell mit Messungen an einer bestehenden Freileitung verglichen. Die Messungen wurden in enger Zusammenarbeit mit einem Übertragungsnetzbetreiber und einer Behörde durchgeführt.

5.1 Versuchsaufbau

Die Länge des Freileitungsstücks mit der Mastkopfgeometrie in Abbildung 5.1 beträgt 29,5 km mit einer durchschnittlichen Spannfeldlänge von ca. 275 m. Die eingezeichneten Höhen sind als durchschnittliche Leiterseilhöhe zu interpretieren. Die Leiter 1, 3 und 4 sind jeweils am Einspeisepunkt und am Abschlusswiderstand miteinander verbunden. Die übrigen Leiter 2, 5 und 6 sind im Schaltfeld mit Erde und am Ende des vermessenen Streckenabschnitts über die Masten mit Erde verbunden und bilden einen so genannten Ankerkreis (s. Abbildung 5.2).

Die Einspeisung erfolgt am Trenn-/Erdschalter des Schaltfelds zur Freileitung. Das zu diesem Zweck gebaute Einspeisenetzwerk ist schematisch in Abbildung 5.3 dargestellt. Das unmodulierte, hochfrequente Signal des Signalgenerators wird mittels eines 100 W-Verstärkers verstärkt. Das an den Verstärker angeschlossene Leistungsmessgerät ermöglicht mittels eines Richtkopplers die Messung der Vorwärts- und Rückwärtsleistung. Hieran ist ein Anpassnetzwerk (T-Netzwerk, C-L-C) inkl. einer Schutzdrossel, als Schutzmaßnahme gegen induzierte 50 Hz-Ströme, angeschlossen.

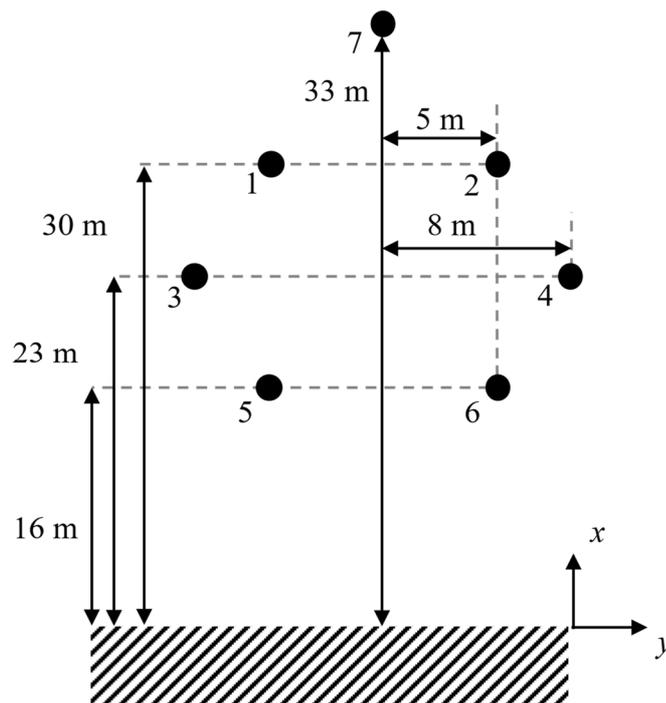


Abbildung 5.1: Mastkopfgeometrie der im Versuch genutzten Freileitung

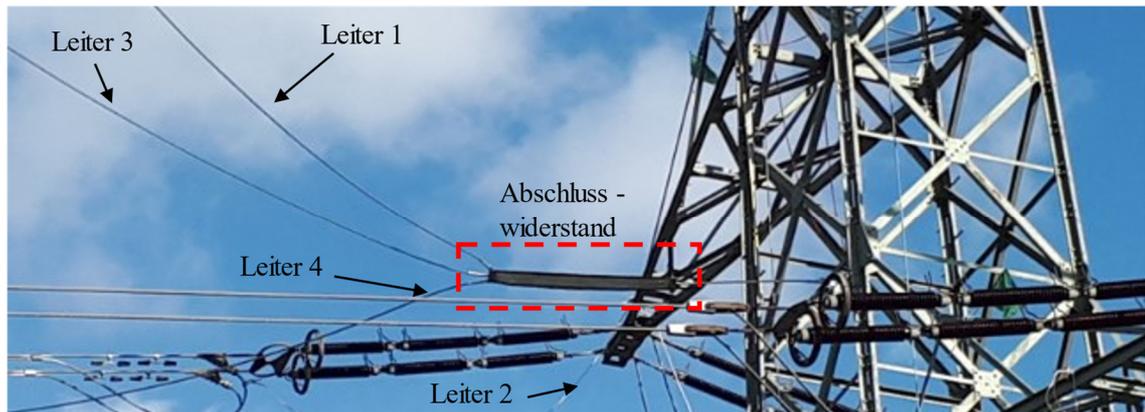


Abbildung 5.2: Leitungsabschluss des genutzten Streckenabschnitts

Die Messung des hochfrequenten Stroms, mit welchem die Freileitung gespeist wird, erfolgt über eine Stromzange und angeschlossenem Messempfänger. Der Signalgenerator, das Anpassnetzwerk, das Leistungsmessgerät und der Messempfänger werden über eine GPIB-Schnittstelle angesteuert. Die Messung erfolgt bei sechs Profilstrecken transversal zur Leitung, sowie sechs weiteren Messorten, welche sich jeweils direkt unterhalb der Leitung befinden. Die Bestimmung der jeweiligen Entfernungen der Messpunkte relativ zur Leitung erfolgt mittels geographischer Koordinaten. Die Beschreibung der Messstreckenumgebung findet sich in Tabelle 8 und Tabelle 9.

Tabelle 8: Beschreibung der Messstreckenumgebung und Messpunktanzahl je Strecke zur Messung des transversalen Verhaltens des magnetischen Feldes

Messstrecke	Beginnt nach ... km Leitungslänge	Umgebungsbeschrei- bung	Anzahl Messpunkte
1	5,50 km	Wohngebiet mit Ein- und Mehrfamilienhäusern	8
2	15,22 km	Wohngebiet mit Ein- und Mehrfamilienhäusern	7
3	27,15 km	Ländlich, freies Feld	6
4	9,84 km	Ländlich, Baumwuchs	15
5	18,08 km	Wohngebiet mit Ein- und Mehrfamilienhäusern	5
6	27,63 km	Wohngebiet mit mehreren Ein- und Mehrfamilienhäusern, neben einer Bahnstrecke	4

Tabelle 9: Beschreibung der Messpunktumgebung zur Messung des longitudinalen Verhaltens des magnetischen Feldes

Messpunkt	Beginnt nach ... km Leitungslänge	Umgebungsbeschreibung
1	1,93 km	Ländlich, weniger Wohnhäuser in unmittelbarer Umgebung
2	2,92 km	Wohngebiet mit Ein- und Mehrfamilienhäusern
3	5,03 km	Ländlich, freies Feld
4	6,00 km	Ländlich, freies Feld
5	10,27 km	Ländlich, freies Feld
6	15,22 km	Wohngebiet mit mehreren Ein- und Mehrfamilienhäusern, Gewerbegebiet in unmittelbarer Nähe
7	20,34 km	Ländlich, in unmittelbarer Nähe zu einem Schaltfeld
8	26,05 km	Ländlich, weitere Freileitung in unmittelbarer Nähe

5.2 Einspeise- und Messmethodik

In einem initialen Prozess werden die Einstellungen des C-L-C-Netzwerks per evolutionärem Optimierungsalgorithmus so bestimmt, dass das Verhältnis zwischen Vorwärts- und Rückwärtsleistung möglichst groß ist. Diese Werte sowie der in die Freileitung eingespeiste Strom werden in eine Datei geschrieben, die dann bei der Messung zyklisch abgearbeitet wird. Dies diente dazu, bei der Messung, bei der zyklisch bestimmte, von der Behörde freigegebene Frequenzen eingestellt wurden, immer mit denselben Einstellungen des Anpassnetzwerks zu arbeiten und die Frequenzwechsel schnell zu ermöglichen.

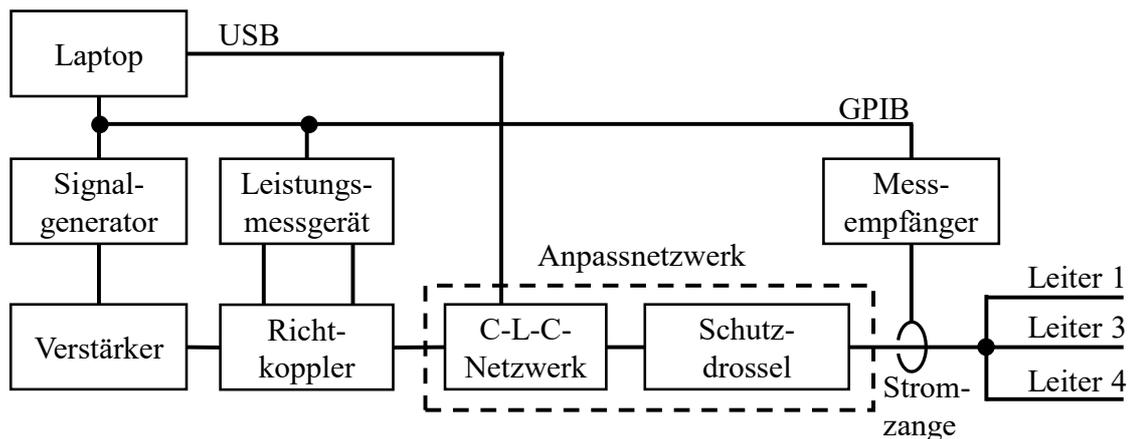


Abbildung 5.3: Blockschaltbild des Einspeisenetzwerks

In der Messphase werden zu Beginn der Einspeisung einer Frequenz und nach jeweils einer Minute die Werte für die Vorwärts- und Rückwärtsleistung sowie den gemessenen Strom aufgezeichnet.

Die Messung der magnetischen Feldstärke erfolgt anhand einer CISPR-konformen Rahmenantenne und entsprechendem Messempfänger.

Ungeachtet des Frequenzbereichs werden die Messungen mit einer Bandbreite von 200 Hz durchgeführt. Pro Messpunkt wird je Frequenz die magnetische Feldstärke in drei Raumrichtungen gemessen. Anschließend wird aus den Messungen die geometrische Summe der einzelnen Ausrichtungen gebildet.

Die Messfrequenzen waren 0,21 MHz, 0,57 MHz, 0,95 MHz, 1,97 MHz, 3,1 MHz, 5,61 MHz, 7,66 MHz und 8,85 MHz. Mit einer durchschnittlichen Leiterseilhöhe des Erdseils von 33 m beträgt die kritische Frequenz für die Annahme des TEM als dominierende Ausbreitungsmode $f_{\text{krit}} = 2,27$ MHz (vgl. Kap. 3.4.1), was angesichts der zu erwartenden Aussendungsspektren in Ordnung ist. Daher werden in den folgenden Ausführungen nur die ersten vier Frequenzen berücksichtigt. Die Ergebnisse aller Frequenzen sind im Anhang dargestellt.

Die gemessenen Werte der magnetischen Feldstärke werden über den Feldwellenwiderstand auf eine äquivalente elektrische Feldstärke umgerechnet und sind daher in $\text{dB}(\mu\text{V}/\text{m})$ angegeben. Dies ist zwar technisch verkehrt, jedoch in der EMV-Messtechnik etabliert und wird erst in neueren Normen zugunsten der richtigen Darstellung als magnetische Feldstärke abgelöst.

5.3 Vergleichsmethodik

Im Vergleich mit den Versuchsergebnissen steht vor dem Hintergrund der späteren Anwendung in der Beeinflussungsevaluation in Kapitel 6 der Verlauf des magnetischen

Feldes im Vordergrund. Die betragsliche Übereinstimmung ist hier nebensächlich. Dies liegt darin begründet, dass im Falle der Risikoevaluation ein Referenzwert, meist in Form eines Grenzwerts, den maximalen Wert an einer bestimmten Position vorgibt. Hierbei ist die Extrapolation ausgehend vom Grenzwert wesentlich. Da aufgrund der geringen Anzahl an Messpunkten kein Maximalwert entlang der Leitung ermittelt werden kann, werden die Berechnungsergebnisse mit einem Proportionalitätsfaktor beaufschlagt. Dieser berechnet sich für die jeweilig betrachtete Messreihe bei der betrachteten Frequenz gemäß (5.1) – (5.3) aus den Mittelwerten über alle Messpunkte dB.

$$\bar{H}_{\text{Messung,dB}} = \frac{1}{n} \sum H_{\text{Messung,dB},j}, \quad j = 1, \dots, n \quad (5.1)$$

$$\bar{H}_{\text{Modell,dB}} = \frac{1}{n} \sum H_{\text{Modell,dB},j}, \quad j = 1, \dots, n \quad (5.2)$$

$$k_H = \bar{H}_{\text{Messung,dB}} - \bar{H}_{\text{Modell,dB}} \quad (5.3)$$

Die exakte, ortsgenaue Berechnung des magnetischen Feldes ist sowohl bei der vorliegenden Messung als auch in der späteren Verwendung in der Beeinflussungsevaluation aufgrund vieler unbekannter Parameter und Umgebungseinflüsse nicht möglich. Dieses Problem wird derart angegangen, dass ein probabilistischer Ansatz verfolgt wird. Existiert innerhalb eines Wertebereichs für diverse Parameter eine Auswahl an Parametern, für welche der Betrag der Abweichung

$$err = |H_{\text{Messung,dB}} - (H_{\text{Modell,dB}} + k_H)| \quad (5.4)$$

für eine überwiegende Anzahl an Messorten einer Messstrecke geringer als 6 dB ist, wird von einer guten Übereinstimmung des Modells ausgegangen.

Für die Berechnungen werden die Leitungsabschlüsse als Vielfaches des Wellenwiderstands einer Einheitszelle (vgl. Kap. 2.4) ausgedrückt. Veranschlagt wird ein Wertebereich von 10^n mit $n = -3, -2, \dots, 3$. Der spezifische Erdbodenwiderstand wird in einem Wertebereich von $20 \Omega\text{m}$ bis $200 \Omega\text{m}$ mit einem Inkrement von $2 \Omega\text{m}$ betrachtet.

Die Berechnungen für unterschiedliche Spannfeldlängen und die damit einhergehende Berücksichtigung der Masten als abstrahlende Elemente werden nicht durchgeführt, da unterschiedliche Spannfeldlängen vor dem Hintergrund der Modellierung periodischer Strukturen wie in Kap. 2.4 nicht abgebildet werden können. Basierend auf den Erkenntnissen in Kapitel 4.3 sind die Beiträge der Masten allerdings vernachlässigbar. Somit reduziert sich die Berechnung des magnetischen Feldes auf das quasi-statische Feld und die isotropen Strahler am jeweiligen Leitungsende.

5.4 Versuchsergebnisse

5.4.1 Longitudinaler Verlauf

Die Messung erfolgt in den jeweiligen Messpunkten direkt unterhalb von Leiter 3. In Abbildung 5.4 und Abbildung 5.5 sind die Ergebnisse für die ersten vier Frequenzpunkte dargestellt. Die Berechnungsergebnisse sind als rote Rauten und die Messergebnisse sind jeweils als schwarze Punkte eingezeichnet.

Für eine Frequenz von 0,21 MHz liegen mit Ausnahme des letzten Messpunktes alle Abweichungen unterhalb von 4,2 dB. Im Falle von 0,57 MHz sind die Abweichungen in allen Messpunkten geringer als 6 dB. Für eine Frequenz von 0,95 MHz liegen mit Ausnahme des dritten und sechsten Messpunktes alle Abweichungen unterhalb von 6 dB und für eine Frequenz von 1,97 MHz sind die Abweichungen mit Ausnahme des vierten Messpunktes unterhalb von 2,6 dB.

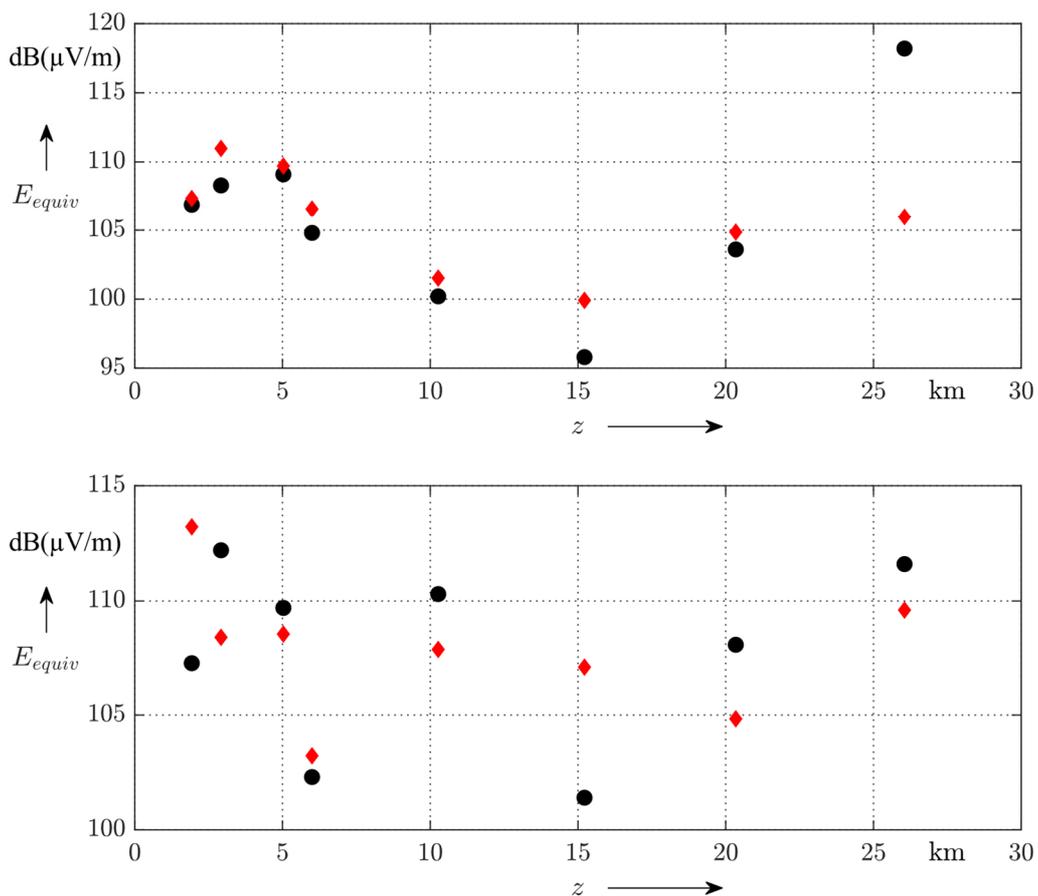


Abbildung 5.4: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, oben: 0,21 MHz, unten: 0,57 MHz

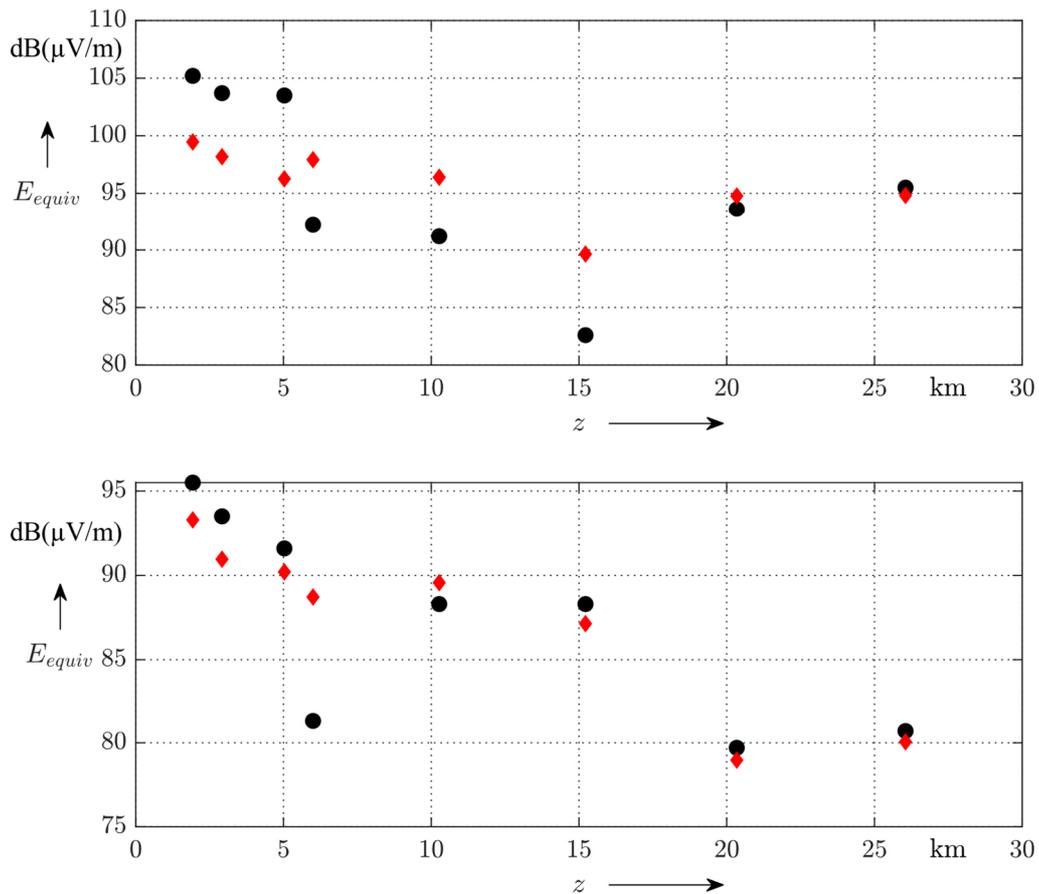


Abbildung 5.5: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, oben: 0,95 MHz, unten: 1,97 MHz

Auch für die anderen Frequenzen, welche oberhalb der kritischen Frequenz liegen, stimmen die Berechnungen gut überein: Die maximale Abweichung beträgt für 3,1 MHz 3,2 dB, für 5,61 MHz 3,1 dB und für 8,85 MHz mit Ausnahme des ersten Punktes 5,4 dB. Lediglich im Falle von 7,66 MHz decken sich die Berechnungen nicht gut mit den Messergebnissen überein.

5.4.2 Transversaler Verlauf

Aufgrund der örtlichen Gegebenheiten der Messstrecken sind die ausgewählten Messpunkte nicht strikt orthogonal zur Leitung. Aus den vorangegangenen Kapiteln ist bekannt, dass das magnetische Feld in kurzen Entfernungen zur Leitung dem quasi-statischen Feld entspricht und somit im longitudinalen Verlauf ebenfalls stehende Wellen ausbildet. Dies hat zur Folge, dass die Messpunkte an unterschiedlichen Positionen der stehenden Wellen lokalisiert sind. Dadurch ist es möglich, mit zunehmender Entfernung zur Leitung einen Anstieg der magnetischen Feldstärke zu messen, oder einen wesentlich stärkeren Abfall im Vergleich zu einem strikt orthogonalen Profil zu ermitteln.

Die Ergebnisse in Form der kumulativen Verteilungsfunktion der Abweichung gemäß (5.4) für alle Messstrecken einer Frequenz sind in Abbildung 5.6 und Abbildung 5.7 dargestellt. Die detaillierten Darstellungen sind im Anhang zu finden.

Für die Frequenzen 0,21 MHz und 0,57 MHz liegen 93 % bzw. 91 % der gemessenen Punkte innerhalb des Toleranzbandes von 6 dB. Für die Frequenzen 0,95 MHz und 1,97 MHz liegen 75 % bzw. 82 % der gemessenen Punkte innerhalb des Toleranzbandes von 6 dB. Auch für Frequenzen oberhalb der kritischen Frequenz ergeben sich gute Übereinstimmungen von 82 % bei 3,1 MHz, 73 % bei 5,61 MHz, 91 % bei 7,66 MHz und 78 % bei 8,85 MHz. Hiermit wird das Modell insbesondere im Falle der ersten beiden Frequenzen als valide angesehen.

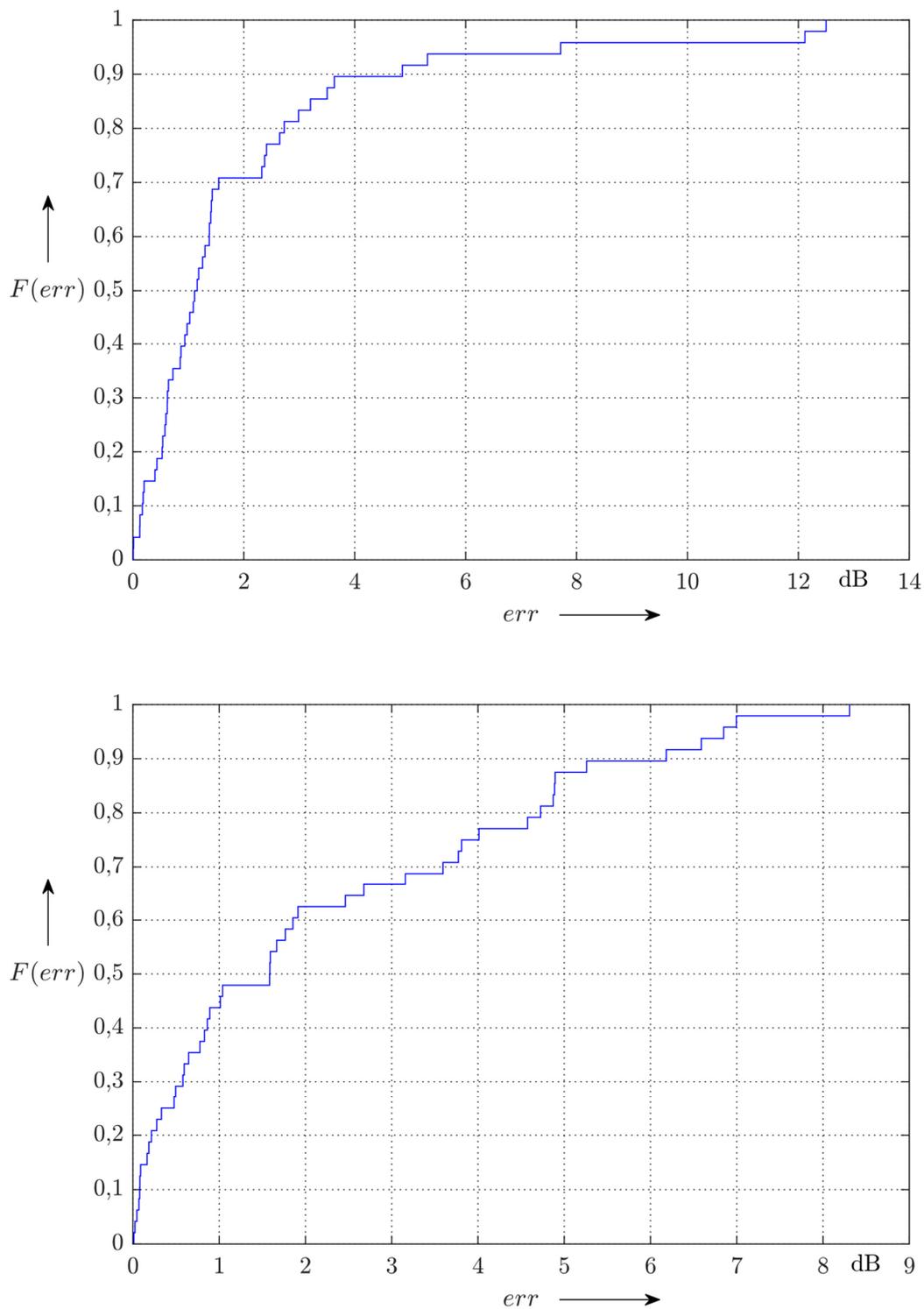


Abbildung 5.6: Kumulative Verteilungsfunktion der betraglichen Abweichung in dB zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, oben: 0,21 MHz, unten: 0,57 MHz

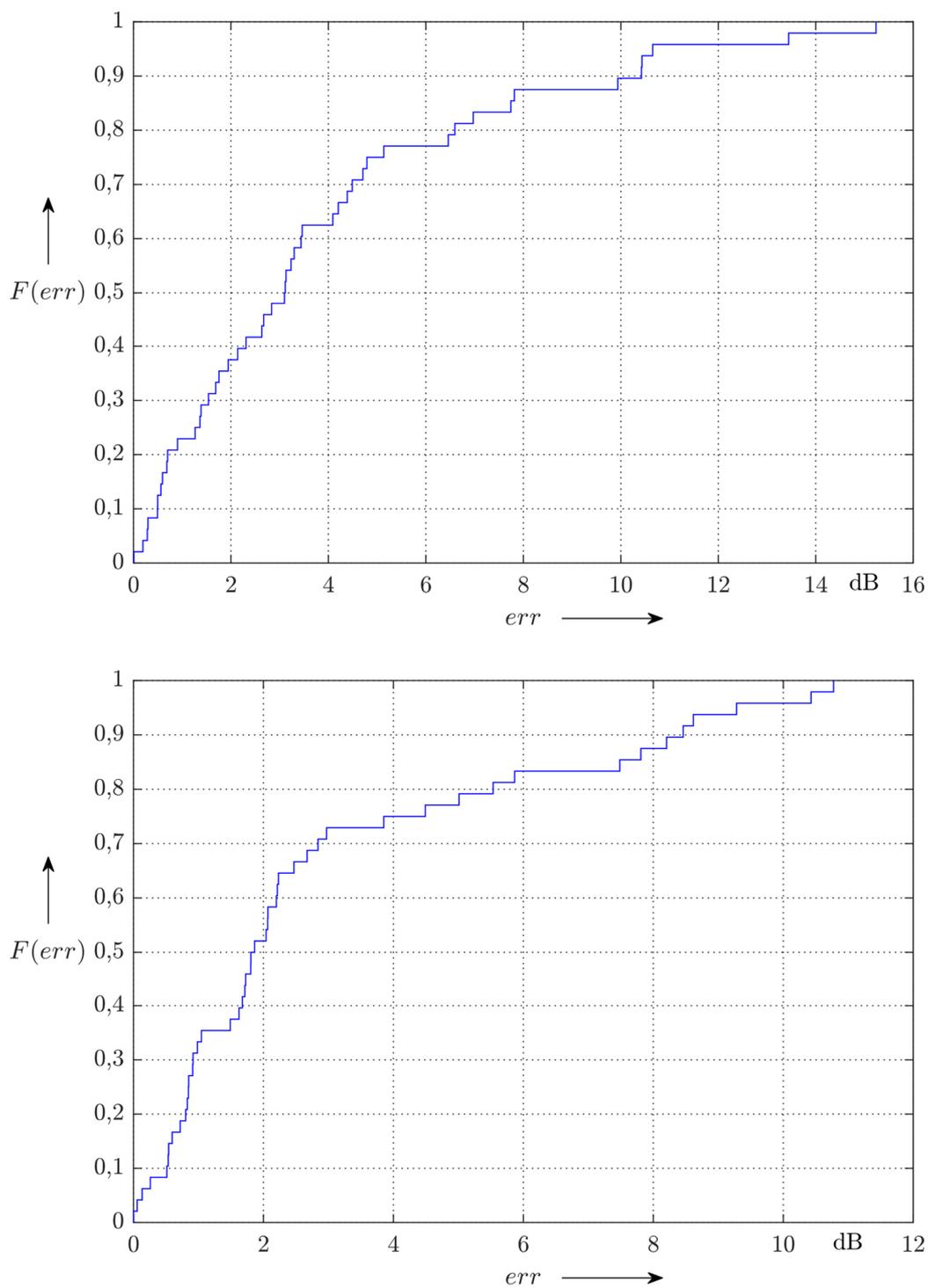


Abbildung 5.7: Kumulative Verteilungsfunktion der betraglichen Abweichung in dB zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, oben: 0,95 MHz, unten: 1,97 MHz

6 Modell zur EMV-Risikoanalyse

Die bisherigen Ausführungen zur Modellierung des EM-Feldes von Freileitungen werden im Folgenden zur EMV-Risikoanalyse herangezogen. Hierzu wird zunächst ein vielseitiges sowie dem verfügbaren Informationsstand entsprechend adaptierbares Störmodell, welches grundlegend zur EMV-Risikoanalyse für beliebige Funkdienste und beliebige Störquellen herangezogen werden kann, präsentiert. Im Anschluss an die allgemeine Herleitung des Störmodells folgt die spezielle Anwendung auf Freileitungen.

6.1 Grundlegende Überlegungen

Im Sinne einer EMV-Risikoanalyse ist die Wahrscheinlichkeit für die potenzielle Beeinflussung des Empfangs eines Funkdienstes durch den Betrieb einer anderen Anlage oder eines anderen Geräts von zu klärender Bedeutung. Die Anforderungen an das zugrundeliegende Modell zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit sind vielseitig. Störquellen- und Störsenkeneigenschaften sind gleichermaßen zu berücksichtigen, es muss flexibel anwendbar und transparent sein und darüber hinaus Freiheit bieten, eventuelle planerische Aspekte einfließen zu lassen.

In Analogie zum Vorgehen in CISPR 16-4-4 [27] zur Ermittlung der Störwahrscheinlichkeit werden hier folgende Ereignisse für einen beliebigen Zeitpunkt und einen beliebigen Ort definiert:

- A: „Ein Sender sendet auf der ihm zugewiesenen Frequenz ein gewünschtes Funksignal.“
- B: „An einem bestimmten Ort befindet sich ein für den Empfang des Senders geeigneter Empfänger.“
- C: „Die Entfernung dieses Ortes zur Sendeanlage ist kleiner oder gleich der plangemäß vorgegebenen Reichweite des Senders.“
- D: „Das Signal des Senders kann unabhängig von dem Betrieb einer als Störquelle wirkenden Anlage bzw. eines Geräts von einem Empfänger zufriedenstellend empfangen werden.“
- E: „Die als Störquelle wirkende Anlage bzw. das Gerät wird betrieben.“
- F: „Der Betrieb der als Störquelle wirkenden Anlage bzw. des Geräts erzeugt elektromagnetische Emissionen auf der dem Sender zugewiesenen Frequenz.“
- G: „Das Signal des Senders kann während des Betriebs der als Störquelle wirkenden Anlage bzw. des Geräts von einem Empfänger zufriedenstellend empfangen werden.“

Die Wahrscheinlichkeit P , dass der plangemäße Empfang eines Funkdienstes durch den Betrieb einer anderen Anlage oder eines anderen Geräts beeinflusst wird, lässt sich mit

$$P = P(A \cap B \cap C \cap D \cap E \cap F \cap \bar{G}) \quad (6.1)$$

angeben. Hierbei entspricht \bar{G} der Negation von G . Zur weiteren Umformung des Ausdrucks in (6.1) werden zunächst geeignete Annahmen getroffen (s. Abbildung 6.1).

Der Betrieb des Senders und der Betrieb der Anlage bzw. des Geräts sind nicht voneinander abhängig (A und E sind stochastisch unabhängig).

Der Empfang des Senders ohne den Betrieb der Anlage bzw. des Geräts ist nicht von deren Betrieb abhängig (D und E sind stochastisch unabhängig).

Ob sich am Ort ein entsprechender Empfänger befindet, ist von allen anderen Ereignissen unabhängig (B stochastisch unabhängig von A, C, D, E, F und G)

Ob die Entfernung des Ortes zur Sendeanlage kleiner oder gleich der plangemäß vorgegebenen Reichweite des Senders ist, ist von allen anderen Ereignissen unabhängig (C stochastisch unabhängig von A, B, D, E, F und G)

Dass der Betrieb der Anlage bzw. des Geräts elektromagnetische Emissionen auf der dem Sender zugewiesenen Frequenz erzeugt, ist unabhängig davon, ob der Sender sendet, ob ein Empfänger am Ort vorhanden ist, ob die Entfernung zur Sendeanlage kleiner oder gleich der plangemäß vorgegebenen Reichweite ist und ob das Signal des Senders ohne den Betrieb der Anlage bzw. des Geräts empfangen werden kann (F stochastisch unabhängig von A, B, C und D). Ferner wird G als Teilmenge von D betrachtet ($G \subseteq D$, also $D \cap G = G$), da der Empfang des Senders während des Betriebs der Anlage bzw. des Geräts (G) unweigerlich bedeutet, dass der Empfang des Senders ohne den Betrieb der Anlage bzw. des Geräts (D) bereits möglich ist.

Mit Hilfe der getroffenen Annahmen lässt sich (6.1) zu

$$P = P(A \cap E) \cdot P(B) \cdot P(C) \cdot P(F|E) \cdot [P(D|A) - P(G|A \cap E \cap F)] \quad (6.2)$$

umformen. Diese Darstellung ist insofern anschaulich, da sich hieraus bekannte, annehmbare, aber auch berechenbare Größen bzw. Wahrscheinlichkeiten ableiten lassen. Hierbei

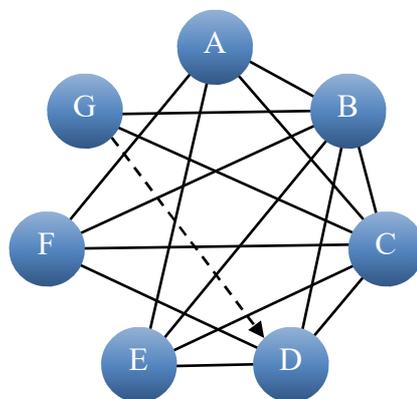


Abbildung 6.1: Übersicht der getroffenen Annahmen hinsichtlich der Beziehungen der zugrundeliegenden Ereignisse. Durchgezogene Linie: Stochastische Unabhängigkeit, gestrichelte Linie: Teilmenge von

bedeutet $P(X \cap Y)$ die Wahrscheinlichkeit, dass X und Y eintreten und $P(X|Y)$ versteht sich als die Wahrscheinlichkeit, dass X eintritt, vorausgesetzt Y .

Der Term $P(A \cap E)$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sender und Anlage bzw. Gerät zur selben Zeit betrieben werden. Mit $P(B)$ und $P(C)$ wird die Ortswahrscheinlichkeit des Empfängers beschrieben. Der Ausdruck $P(B)$ beschreibt die tatsächliche Wahrscheinlichkeit, dass ein Empfänger an einem Ort vorhanden ist und $P(C)$ beinhaltet die Information zur plangemäßen Reichweite des Senders, außerhalb derer ein Empfang zwar prinzipiell möglich, aber plangemäß nicht vorgesehen bzw. garantiert ist. Mit $P(F|E)$ wird die Frequenzwahrscheinlichkeit, dass eine Störung auf der dem Sender zugewiesenen Frequenz erzeugt wird, ausgedrückt. Im Term $P(D|A)$ können die Informationen, welche für einen plangemäßen Empfang des Senders notwendig sind, wie bspw. dem notwendigen Signal-Stör-Verhältnis (engl.: *signal-to-interference ratio*, kurz: *SIR*), oder die erwartete Nutzfeldstärke des Senders, gebündelt werden. Der letzte Term $P(G|A \cap E \cap F)$ ist derjenige mit der schwierigsten Berechnung, da hier ein Zusammenhang zwischen dem Sender, der Anlage bzw. dem Gerät und etwaigen anderen Parametern, wie bspw. den Ausbreitungsbedingungen und deren Auswirkungen auf den Empfang des Senders, hergestellt werden muss. Im Folgenden wird dieser genauer erläutert.

Zur Bestimmung dieses Terms wird in Analogie zu [27] der folgende Ansatz verfolgt. Eine Störung liegt mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit nicht vor, wenn am Anschluss der Antenne ein Nutzsignal S , angegeben in dB, größer gleich der Summe aus einem Störsignal I , angegeben in dB, und dem für den jeweiligen Funkdienst maßgeblichen SIR , das so genannte *protection ratio*, R_p , angegeben in dB, welches für einen plangemäßen Betrieb des Funkdienstes vorliegen sollte, ist.

$$S \geq I + R_p \quad (6.3)$$

Die Wahrscheinlichkeit δ , dass eine Störung nicht vorliegt, lässt sich unter der Annahme, dass S , I und R_p normalverteilt sind, durch

$$R = S - I \quad (6.4)$$

$$P(R \geq R_p) = F\left(\frac{-(R_p - \mu_R)}{\sigma_R}\right) = \delta \quad (6.5)$$

angeben, worin mit F die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung $\mathcal{N}(0,1)$ angegeben ist [27, 71, 72]. Die Wahrscheinlichkeit δ gilt somit stellvertretend für $P(G|A \cap E \cap F)$ in (6.2).

Der folgende entwickelte Ausdruck für das SIR wird bewusst allgemein gehalten. Die Auswirkungen leitungsgeführter Störsignale, welche zu Beeinflussungen am Versorgungsanschluss des Empfängers führen, werden hiermit nicht berücksichtigt.

Im weiteren Verlauf werden alle Größen mit Bezug zum Sender mit w und mit Bezug zur Anlage bzw. zum Gerät mit i indexiert.

In der Umrechnung der Spannungen am Eingang des Empfängers auf die jeweilige Feldstärke in $dB(\mu V/m)$, kürzen sich – abgesehen vom Antennengewinn – alle anderen antennenspezifischen Parameter heraus, wodurch sich

$$R(\mu_R, \sigma_R) = \underbrace{E_{wi}(\mu_{wi}, \sigma_{wi}) + AG_w(\mu_{AGw}, \sigma_{AGw})}_B - \underbrace{[E_{ii}(\mu_{ii}, \sigma_{ii}) + AG_i(\mu_{AGi}, \sigma_{AGi})]}_C \quad (6.6)$$

- $E_{wi}(\mu_{wi}, \sigma_{wi})$: Am Ort auftretende Nutzfeldstärke des Senders als Funktion von Mittelwert μ_{wi} und Standardabweichung σ_{wi}
- $AG_w(\mu_{AGw}, \sigma_{AGw})$: Antennengewinn mit Bezug zum Sender als Funktion von Mittelwert μ_{AGw} und Standardabweichung σ_{AGw}
- $E_{ii}(\mu_{ii}, \sigma_{ii})$: Am Ort auftretende Störfeldstärke der Anlage bzw. des Geräts als Funktion von Mittelwert μ_{ii} und Standardabweichung σ_{ii}
- $AG_i(\mu_{AGi}, \sigma_{AGi})$: Antennengewinn mit Bezug zur Anlage bzw. zum Gerät als Funktion von Mittelwert μ_{AGi} und Standardabweichung σ_{AGi}

ergibt.

Die Nutzfeldstärke in (6.6) kann als Summe eines bekannten Referenzwerts, abgeleitet aus plangemäßen Angaben, oder angenommener abgestrahlter Leistung und dem angenommenen Pfadverlust zwischen Sender und Empfänger, ausgedrückt werden:

$$E_{wi}(\mu_{wi}, \sigma_{wi}) = E_w(\mu_w, \sigma_w) - L_r(\mu_{Lr}, \sigma_{Lr}) \quad (6.7)$$

- $E_w(\mu_w, \sigma_w)$: Bekannte Nutzfeldstärke des Senders in einer definierten Entfernung zum Sender als Funktion von Mittelwert μ_w und Standardabweichung σ_w
- $L_r(\mu_{Lr}, \sigma_{Lr})$: Pfadverlust/Dämpfung der Nutzfeldstärke als Funktion von Mittelwert μ_{Lr} und Standardabweichung σ_{Lr}

Unter Berücksichtigung zusätzlicher Parameter lässt sich die Störfeldstärke mit

$$E_{ii}(\mu_{ii}, \sigma_{ii}) = E_i(\mu_i, \sigma_i) - L_i(\mu_{Li}, \sigma_{Li}) - L_b(\mu_{Lb}, \sigma_{Lb}) + M_p(\mu_{Mp}, \sigma_{Mp}) - K(\mu_K; \sigma_K) \quad (6.8)$$

- $E_i(\mu_i, \sigma_i)$: Bekannte bzw. zu erwartende Störfeldstärke der Anlage bzw. des Geräts in einer definierten Referenzentfernung zur Anlage bzw. zum Gerät als Funktion von Mittelwert μ_i und Standardabweichung σ_i
- $L_i(\mu_{Li}, \sigma_{Li})$: Pfadverlust/Dämpfung der Störfeldstärke als Funktion von Mittelwert μ_{Li} und Standardabweichung σ_{Li}
- $L_b(\mu_{Lb}, \sigma_{Lb})$: Additiver Term zur Berücksichtigung der Dämpfung der Störfeldstärke in unterschiedlichen Umgebungskategorien als Funktion von Mittelwert μ_{Lb} und Standardabweichung σ_{Lb} (s. [62])
- $M_p(\mu_{Mp}, \sigma_{Mp})$: Berücksichtigung der Polarisationsübereinstimmung zwischen Nutz- und Störfeldstärke als Funktion von Mittelwert μ_{Mp} und Standardabweichung σ_{Mp}

- $K(\mu_K; \sigma_K)$: Berücksichtigung zusätzlicher statistischer Parameter als Funktion von Mittelwert μ_K und Standardabweichung σ_K (s. Kap. 6.7)

angeben.

Einsetzen von (6.7) und (6.8) in (6.6) liefert mit

$$R(\mu_R, \sigma_R) = E_w(\mu_w, \sigma_w) - L_r(\mu_{Lr}, \sigma_{Lr}) + AG_w(\mu_{AGw}, \sigma_{AGw}) \quad (6.9)$$

$$- [E_i(\mu_i, \sigma_i) - L_i(\mu_{Li}, \sigma_{Li}) - L_b(\mu_{Lb}, \sigma_{Lb})$$

$$+ M_p(\mu_{Mp}, \sigma_{Mp}) - K(\mu_K; \sigma_K) + AG_i(\mu_{AGi}, \sigma_{AGi})]$$

den finalen Ausdruck für das *SIR*. Für Mittelwert und Standardabweichung können die Beziehungen

$$\mu_R = \mu_w - \mu_{Lr} + \mu_{AGw} - \mu_i + \mu_{Li} + \mu_{Lb} - \mu_{Mp} + \mu_K - \mu_{AGi} \quad \text{dB} \quad (6.10)$$

$$\sigma_R^2 = \sigma_w^2 + \sigma_{Lr}^2 + \sigma_{AGw}^2 + \sigma_i^2 + \sigma_{Li}^2 + \sigma_{Lb}^2 + \sigma_{Mp}^2 + \sigma_K^2 + \sigma_{AGi}^2 \quad \text{dB}^2 \quad (6.11)$$

abgeleitet werden, welche in (6.5) zur Bestimmung von δ genutzt werden.

Das entwickelte Modell kann auf beliebige Anlagen, Geräte bzw. Systeme im Allgemeinen angewendet werden, um das Risiko der Beeinflussung eines plangemäßen Empfangs eines Funkdienstes zu analysieren. Entscheidend hierbei ist eine plausible Bestimmung der einzelnen Parameter.

6.2 Zeitwahrscheinlichkeit von Nutz- und Störsignal

Die Zeit- bzw. Kollisionswahrscheinlichkeit, dass der Sender und die Anlage bzw. das Gerät zeitgleich betrieben werden, ist ein wichtiger Faktor der Risikoanalyse. Sie bietet die Möglichkeit zur Modellierung diverser, realitätsnaher Szenarien unter Berücksichtigung des geplanten Einsatzzwecks. Die trivialsten Szenarien sind der Ausschluss des koexistenten Betriebs aus Sender und Anlage bzw. Gerät und – komplementär dazu – eine Wahrscheinlichkeit von 100 %, dass ein koexistenter Betrieb vorliegt. Eine derartige Betrachtung lässt allerdings die jeweiligen Betriebsdauern bzw. Nutzungshäufigkeiten außer Acht. Ebenfalls unberücksichtigt bleibt eine etwaige Störungstoleranz des jeweiligen Funkdienstes, trotz Störung im Sinne eines Empfangsausfalls am Empfänger seine Funktionalität nicht zu verlieren. Je genauer die Kenntnisse der jeweiligen Parameter sind, desto genauer kann die Zeitwahrscheinlichkeit angegeben werden. Gleichmaßen nimmt mit zunehmender Modellierungstiefe die Komplexität zu, sodass eine analytische Lösung schwieriger erreicht wird. In derartigen Fällen kann die Zeitwahrscheinlichkeit mittels entsprechender Monte-Carlo Simulationen ermittelt werden.

Eine der einfachsten Möglichkeiten zur allgemeinen Bestimmung der Zeitwahrscheinlichkeit besteht in der Berechnung von zwei sich überlappenden Zeitfenstern. Mit

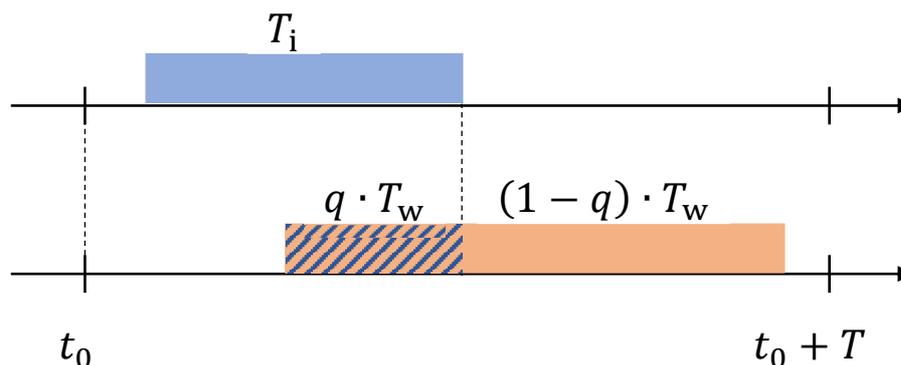


Abbildung 6.2: Zwei, sich im Beobachtungszeitraum T , überlappende Zeitfenster mit, in blau gekennzeichneten, Störtoleranz. Dargestellt ist ein Zustand, dass gerade eben keine Funktionsbeeinträchtigung auftritt

Verweis auf Abbildung 6.2 wird ein Zeitraum T beobachtet. Innerhalb dieses Zeitraums liegen zur Gänze die durchschnittlichen, zusammenhängenden Betriebsdauern eines beliebigen Senders T_w und eines beliebigen Störers T_i . Die Störtoleranz q mit

$$0 \leq q < 1 \quad (6.12)$$

kennzeichnet die schraffierte Fläche und ist als prozentualer Anteil der Betriebsdauer zu verstehen. Unter der Annahme, dass die Einschaltzeitpunkte für T_i und T_w innerhalb von T gleichverteilt sind, kann die Zeitwahrscheinlichkeit mittels des Einheitsquadrats [73] zu

$$P(A \cap E) = \begin{cases} \frac{r + j - r \cdot j - j^2 - r^2}{1 - j - r + r \cdot j}, & r + j \leq 1 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.13)$$

mit

- $r = \frac{T_i}{T}$
- $j = \frac{(1-q) \cdot T_w}{T}$

angegeben werden. In Abbildung 6.3 ist die Zeitwahrscheinlichkeit für verschiedene Betriebsdauern eines Störers exemplarisch dargestellt.

Für beliebig viele Störer n und beliebig viele Sender m kann auf Basis von (6.13), sofern keine weiteren Bedingungen vorliegen, die Zeitwahrscheinlichkeit zu

$$P_{mn}(A \cap E) = 1 - [1 - P(A \cap E)]^{m \cdot n} \quad (6.14)$$

erweitert werden.

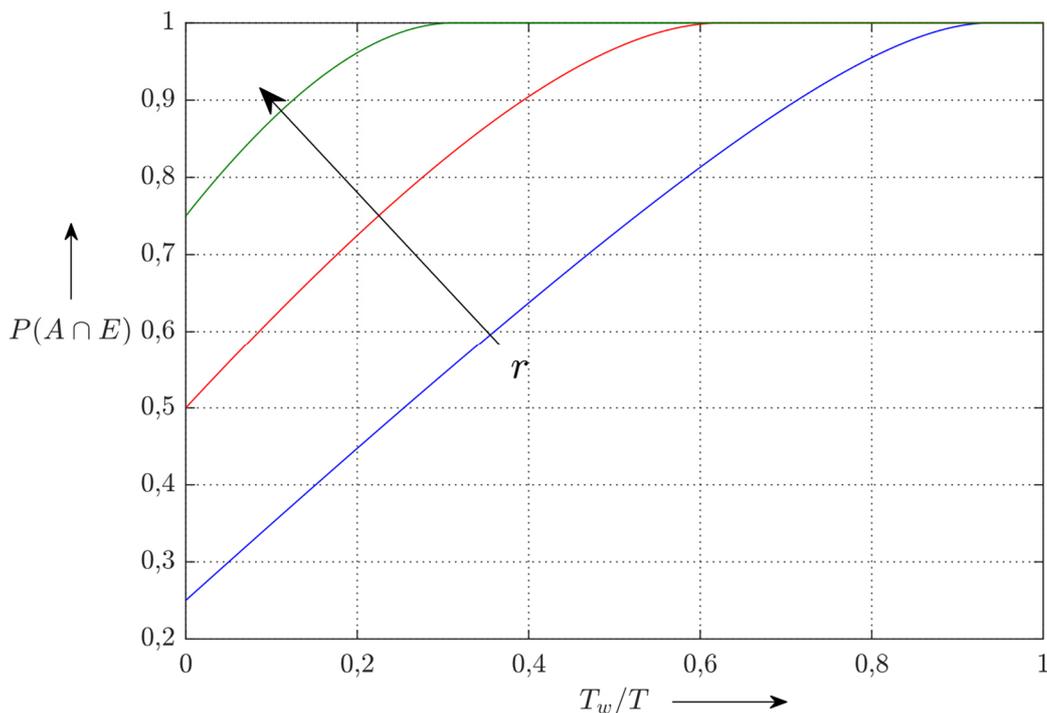


Abbildung 6.3: Darstellung der Zeitwahrscheinlichkeit für verschiedene Betriebsdauern eines Störers für eine Störungstoleranz von $q = 0,2$ (blau: $r = 0,25$, rot: $r = 0,5$, grün: $r = 0,75$)

6.3 Ortswahrscheinlichkeit der Empfänger

Die Ortswahrscheinlichkeit der Empfänger $P(B)$ dient dazu, die regional begrenzte, oder auch unbegrenzte, Nutzung eines Funkdienstes zu erfassen. Hier wird zwischen der prinzipiellen Nutzung eines Funkdienstes und dem örtlich beschränkten Auftreten etwaiger Empfänger unterschieden. Ist bspw. bekannt, dass ein Funkdienst in einer gewissen Region keine Anwendung findet, so ist im entsprechenden Gebiet die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines derartigen Empfängers gleich null.

6.4 Wahrscheinlichkeit der plangemäßen Reichweite

Für sämtliche Funkdienste ist der plangemäße Empfang nur bis zu einer bestimmten Entfernung zum Sender vorgesehen. In größeren Entfernungen ist der Empfang zwar in manchen Fällen möglich, jedoch nicht garantiert. Daher kann die Wahrscheinlichkeit, dass die Entfernung des Empfängers d_{ES} innerhalb der plangemäßen Reichweite des Senders d_{PS} ist, durch

$$P(C) = \begin{cases} 1, \forall d_{ES} \leq d_{PS} \\ 0, \forall d_{ES} > d_{PS} \end{cases} \quad (6.15)$$

ausgedrückt werden.

6.5 Frequenzwahrscheinlichkeit von Nutz- und Störsignal

Die Formulierung des Ereignisses F in Kapitel 6.1 impliziert nichts anderes als die Überlappung der einzelnen Frequenzspektren des Senders und des Störers. Daher werden hier die gleichen Überlegungen wie im vorangegangenen Kapitel angesetzt. Die trivialsten Szenarien bleiben der Ausschluss bzw. die Inklusion einer Frequenzübereinstimmung. In der Bestimmung des Frequenzspektrums des Störers muss darauf geachtet werden, dass eine möglichst realitätsnahe Modellierung erfolgt.

Insbesondere bei schmalbandigen Störern können sich einzelne Resonanzpunkte während des Betriebs verschieben. Bspw. wird in [74] gezeigt, dass das auftretende, leitungsgeführte Störspektrum eines Induktionsherds innerhalb des Toleranzbandes der Netzspannung sich um bis zu 3,5 kHz verschiebt. In [75] wird der Einfluss der spannungsabhängigen Ausgangskapazitäten von SiC-Halbleitern auf das Frequenzspektrum von DC-DC Konvertern in Elektrofahrzeugen untersucht. Die dargestellten Messergebnisse zeigen, dass das Auftreten einer Resonanzstelle von der Batteriespannung abhängig ist. Der Frequenzbereich variiert zwischen 20 MHz und 44 MHz bei einer Batteriespannung zwischen 40 V und 800 V.

Folglich ist eine allgemeine Formulierung der Frequenzwahrscheinlichkeit nicht möglich, da das Auftreten der Resonanzstellen von den erwarteten Betriebszuständen des jeweiligen Störers bedingt wird.

6.6 Polarisationsübereinstimmung

Der Maximalwert von m_p bei exakter Polarisationsübereinstimmung entspricht 1. Demnach kann, aufgrund der Angabe in dB, M_p nur kleiner oder gleich 0 sein, worin das positive Vorzeichen in (6.8) begründet ist.

Ein Ausdruck der Parameter μ_{Mp} und σ_{Mp} für die Polarisationsübereinstimmung lässt sich im Falle von energietechnischen Anlagen nicht angeben. Mit der Prämisse, dass sich die Polarisierung der Abstrahlung von energietechnischen Anlagen beschreiben lässt, kann μ_{Mp} mittels

$$\mu_{Mp} = 20 \cdot \lg(\cos(\vartheta_{Mp})), 90^\circ < \vartheta < 90^\circ \quad (6.16)$$

- ϑ_{Mp} : Winkel der Ausbreitungsrichtungen der elektromagnetischen Wellen zwischen Sender und Anlage bzw. Gerät

ausgedrückt werden.

6.7 Zusätzliche Parameter

6.7.1 Äquivalente elektrische Feldstärke

Zum Vergleich der Nutz- und Störfeldstärke müssen die Einheiten der jeweiligen Größen identisch sein. Hierzu ist es mitunter von Nöten, die magnetische Feldstärke in eine äquivalente elektrische Feldstärke umzuwandeln (vgl. Kapitel 5.2). Dies wird anhand von

$$\mu_K = 20 \cdot \lg(377 \Omega) = 51,5 \text{ dB}(\Omega) \quad (6.17)$$

und

$$\sigma_K = 0 \quad (6.18)$$

adressiert. Die Anwendung der hier dargestellten Form ist auf Fernfeld-EM-Wellen beschränkt. Bei geeigneter Kenntnis der jeweiligen Feldcharakteristik im Sinne, dass eine nicht-Fernfeld-EM-Welle vorliegt, wie bspw. im Nahfeld, können bzw. müssen μ_K und σ_K angepasst werden. Allerdings ist dies jeweils eine Einzelfallbetrachtung.

6.7.2 Bandbreitenumrechnung

Typischerweise werden Grenzwerte entsprechend der CISPR-Frequenzbänder und den jeweiligen Empfänger-Bandbreiten [76] definiert. Eine Übereinstimmung mit den Empfänger-Bandbreiten diverser Funkdienste muss nicht gegeben sein. Daher muss zur Vergleichbarkeit eine Bandbreitenanpassung gemäß

$$\mu_K = -10 \cdot \lg\left(\frac{B_{rs}}{B_{CISPR}}\right) \quad (6.19)$$

- B_{rs} : Empfänger-Bandbreite des Funkdienstes
- B_{CISPR} : CISPR-Bandbreite des jeweiligen Frequenzbands

vorgenommen werden. Die Standardabweichung σ_K ist zu 0 gesetzt.

6.7.3 Empfängerspezifische Eigenschaften

Darüber hinaus können in diesem Parameter weitere Eigenschaften berücksichtigt werden. Bspw. ist in [77] die Verringerung des benötigten SNR von maximal 31 dB auf minimal 2,7 dB durch eine verbesserte Empfänger-Schaltung bei DCF77-Empfängern beschrieben. Bei Kenntnis, oder geeigneter Annahme der verbreiteten Empfänger, lässt sich dieser Aspekt ebenfalls adressieren.

6.8 Wahrscheinlichkeit eines ausreichenden SIR

Die Berechnung von (6.5) und damit einhergehend die ortsabhängige Berechnung der jeweiligen Feldstärken der elektromagnetischen Felder, hervorgerufen vom Sender und

Tabelle 10: Übersicht einiger Dokumente zur Modellierung der Ausbreitung elektromagnetischer Felder für Funkdienste in diversen Frequenzbereichen

Applikation	Frequenzbereich	ITU-R Empfehlung
Ausbreitung der Bodenwelle	10 kHz bis 30 MHz	P.368 [78]
Kurzwellen und Ultra-kurzwellen (Rundfunk)	30 MHz bis 1 GHz	P.370 [79]
Funkdienste für Innenräume	300 MHz bis 450 MHz	P.1238 [80]
Funkdienste mit kurzer Reichweite im Freien	300 MHz bis 100 GHz	P.1411 [81]

von der Anlage bzw. dem Gerät, bilden den Kern einer Risikoanalyse im Hinblick auf den Funkschutz. Für Funkdienste existieren über den gesamten Frequenzbereich hinweg umfassende Modelle zur Ausbreitung der elektromagnetischen Felder seitens der ITU-R. Die P-Serie enthält entsprechende Empfehlungen. In Tabelle 10 ist eine Auswahl dargestellt.

Eine Anwendung des präsentierten Modells zur Berechnung des EM-Feldes von Freileitung im gegebenen Zusammenhang der EMV-Risikoanalyse beschränkt den Frequenzbereich, in Abhängigkeit des zu untersuchenden Freileitungssystems, auf wenige Megahertz. Daher beschränken sich die folgenden Ausführungen auf diesen Bereich.

6.8.1 Nutzfeldstärke

Im Frequenzbereich bis 30 MHz werden von der ITU hilfreiche Dokumente und Software-Tools zur Verfügung gestellt, mit dessen Hilfe die Ausbreitung der dominierenden Bodenwelle berechnet bzw. abgeschätzt werden kann (s. Tabelle 10). Im *Handbook on Ground Wave Propagation* [62] der ITU ist die grundlegende Theorie zur Ausbreitung von Bodenwellen beschrieben. Das beschriebene Dämpfungsverhalten der elektromagnetischen Felder ist in beispielhaften Graphen in [78] dargelegt. Darüber hinaus wird ein Programm [82] bereitgestellt, welches die Abstrahlung eines vertikalen Monopols über einer idealleitenden Ebene mit einer abgestrahlten Leistung von 1 kW modelliert. Mit dessen Hilfe kann die Feldstärke der Bodenwelle für beliebige Bodenparameter und beliebige Frequenzen abgeschätzt werden. Des Weiteren sind in [62] Werte zur Abweichung vom abgeschätzten Wert für diverse Umgebungskategorien angegeben.

In der Berechnung der einzelnen Parameter in (6.7) muss zunächst die Wahl des Referenzwertes festgelegt werden. Ist die abgestrahlte Leistung bekannt, oder ist in guter

Näherung anzugeben, kann μ_w anhand von [82] ermittelt werden. Im Fall, dass eine planmäßige Mindestfeldstärke in einer bestimmten Entfernung zum Sender vorliegt, kann μ_w direkt diesem Wert zugewiesen werden und σ_w wird mit 0 angenommen.

Der Pfadverlust μ_{Lr} wird unter Zuhilfenahme von [82] und örtliche Schwankungen σ_{Lr} anhand der Angaben [62] abgeschätzt.

6.8.2 Störfeldstärke

Aus den Ausführungen in Kapitel 5.3 und Kapitel 5.4 ist bekannt, dass, basierend auf einem probabilistischen Ansatz, der Verlauf der magnetischen Feldstärke im Umfeld der Freileitungssysteme in guter Näherung bestimmt werden kann. Das Ziel ist es, die Störfeldstärke über die gesamte Betriebsdauer des Freileitungssystems möglichst genau zu beschreiben. Die Vorgabe plausibler Wertebereiche für diverse Parameter des Freileitungssystems, sowie eine möglichst genaue Kenntnis der Leitungsanregung ist in der Anwendung essenziell. Die relevantesten Parameter sind der spezifische Erdbodenwiderstand und die mittlere Leiterseilhöhe, da diese die Wellenausbreitung und die damit einhergehende Feldberechnung fundamental beeinflussen. Die Variation des Leitungsschlusses bestimmt in einer normierten Darstellung die Phasenlage und den Abstand zwischen dem Maximum und Minimum der sich ausbildenden stehenden Wellen. Die Berechnung der Feldstärke erfolgt, aufgrund der späteren Normierung auf einen Referenzwert, für eine Anregung beliebigen Betrags.

Für jede Kombination von Parametern ergibt sich für einen Beobachtungspunkt eine Vielzahl an möglichen Feldstärken. Um den Bezug zu einem Referenzwert herzustellen, welcher in den meisten Fällen einem festgelegten Grenzwert und somit einem einzuhaltenden Maximum entspricht, ist eine reine Beschreibung über statistische Parameter wie bspw. bei Immunitätstests gemäß CISPR 16-4-3 [83] in den meisten Fällen schwierig. Daher bietet es sich an, über alle berechneten Feldstärken die kumulierte Verteilungsfunktion zu bestimmen. Aus dieser Verteilungsfunktion kann ein Feldstärkewert zur Risikoevaluation herangezogen werden – bspw. das Maximum, oder ein, der Situation angemessenes, Perzentil.

Die Einbindung des Maximums, oder eines angemessenen Perzentils, in (6.10) und (6.11) reduziert sich mit diesem Vorgehen auf einen Wert. Da die jeweiligen Feldstärkewerte direkt anhand des Modells berechnet werden, entfallen μ_{Li} , μ_{Lb} , μ_{Gi} und σ_{Li} , σ_{Lb} , σ_{Gi} . Durch die Vorgabe eines x -ten Perzentils entfällt ebenfalls σ_i , wodurch

$$\mu_i = H_x \quad dB \quad (6.20)$$

bzw.

$$\mu_i = E_x \quad dB \quad (6.21)$$

übrig bleibt.

6.9 Beispielhafte Anwendung

Im Folgenden wird die hergeleitete Methodik an einem rudimentären fiktiven Beispiel demonstriert. Als zu untersuchendes Freileitungssystem wird die Mastkopfgeometrie aus Abbildung 5.1 herangezogen. Ferner wird die Leitung als geradlinig angesehen. Das ermöglicht die Berücksichtigung der Masten in der Berechnung des gestrahlten Feldes. Im Rahmen der Parametervariation sind die mittlere Leiterhöhe, der spezifische Erdbodenwiderstand sowie der Leitungsabschluss betrachtet (s. Tabelle 11). Insgesamt werden für jeden Beobachtungspunkt 285 Feldstärkewerte ermittelt.

Das Freileitungssystem wird anhand von 30 Spannfeldern mit je 300 m Spannfeldlänge und folglich einer Gesamtlänge von 9 km modelliert. Die Anregung des Freileitungssystems geschieht über die Leiter 2, 4 und 6 mit jeweils gleicher Amplitude und Phasenlage (analog zu Fall 1 in Kapitel 4) in einem Betriebszeitraum von 365 Tagen pro Jahr und jeweils 24 Stunden pro Tag. Die von der anregenden Quelle hervorgerufenen spektralen Anteile bleiben über die gesamte Betriebsdauer konstant. Um den Raum für etwaige Suggestionen zu beschränken, wird ein pauschaler Grenzwert von 0 dB($\mu\text{A}/\text{m}$) bei einer Bandbreite von 9 kHz in einer Entfernung von 30 m zum äußersten Leiter des Freileitungssystems (Leiter 4) veranschlagt. Auf diesen Wert werden die jeweiligen Ergebnisse für ein Parameterset normiert.

Der fiktive Funkdienst arbeitet bei einer Frequenz von 300 kHz bei einer Bandbreite von 1 kHz. Der Sender befindet sich mit Bezug zum Anfang des Freileitungssystems in einer Entfernung von longitudinal $z = 6$ km und transversal von $y = 11$ km. Die plangemäße Reichweite beträgt 11 km (s. Abbildung 6.4) und die am Rand der plangemäßen Reichweite vorliegende Feldstärke ist mit -65 dB($\mu\text{A}/\text{m}$) veranschlagt. Die Betriebsdauer beträgt ebenfalls 365 Tage pro Jahr und jeweils 24 Stunden pro Tag. Das *protection ratio* R_p beträgt 15 dB. Die für diesen Funkdienst verwendeten Empfangsantennen seien Rundstrahlantennen mit den Parametern

$$\mu_{AGw} = \mu_{AGi} = -2 \text{ dB} \quad (6.22)$$

$$\sigma_{AGw} = \sigma_{AGi} = 6 \text{ dB} \quad (6.23)$$

Tabelle 11: Wertebereich der in der Parametervariation verwendeten Parameter

Parameter	Wertebereich
Mittlere Leiterhöhe	$h = h_i + \Delta h, \quad \Delta h = -2, 0, 2; i = 1, 2, \dots, 7$
Spezifischer Erdbodenwiderstand	$\rho_E = 20, 30, \dots, 200$
Leitungsabschluss	$Z_L = 10^n \cdot \hat{Z}_C, \quad n = -2, -1, \dots, 2$

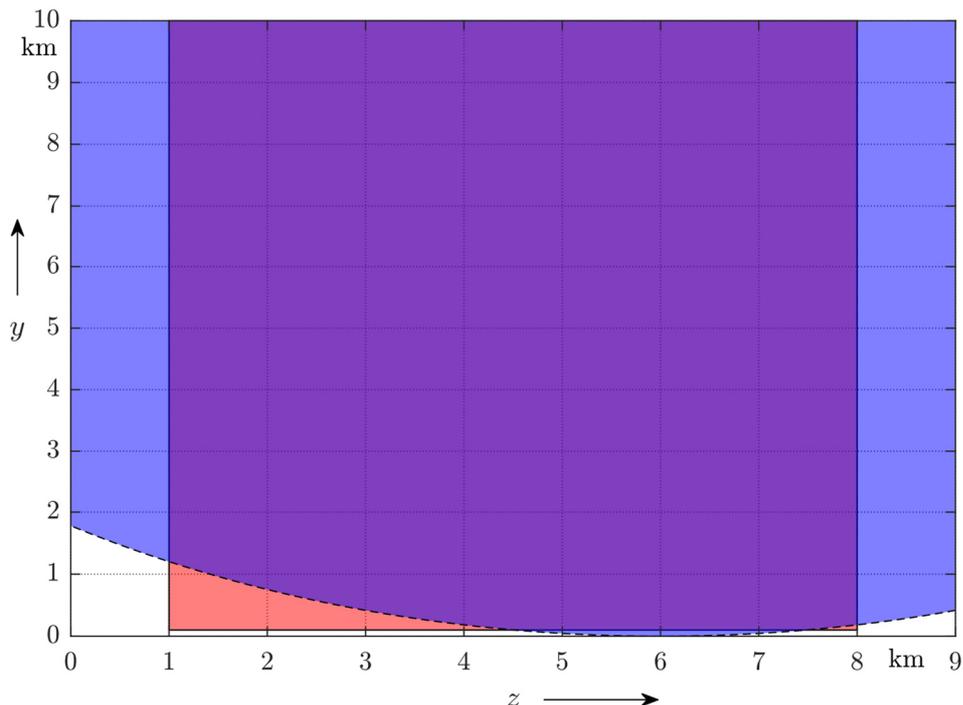


Abbildung 6.4: Schematische Darstellung der plangemäßen Reichweite (blau) und der örtlichen Beschränkung für erwartete Empfänger (rot)

Ferner werden die Empfänger dieses Funkdienstes mit Bezug zum Anfang des Freileitungssystems beispielhaft auf ein Gebiet von $1 \text{ km} \leq z \leq 8 \text{ km}$ und $100 \text{ m} \leq y \leq 10 \text{ km}$ beschränkt (s. Abbildung 6.4). Die Umgebungskategorie sei als ländlich definiert.

Die Beobachtungspunkte befinden sich in einem Bereich von

$$150 \text{ m} \leq z \leq 8850 \text{ m}, \quad \Delta z = 100 \text{ m} \quad (6.24)$$

Die Schrittweite von 100 m entspricht bei einer Frequenz von 300 kHz einem Zehntel der Wellenlänge. Die Beobachtungspunkte in y -Richtung betragen

$$10 \text{ m} \leq y \leq 100 \text{ m}, \quad \Delta y = 10 \text{ m} \quad (6.25)$$

$$200 \text{ m} \leq y \leq 1000 \text{ m}, \quad \Delta y = 100 \text{ m} \quad (6.26)$$

$$2 \text{ km} \leq y \leq 10 \text{ km}, \quad \Delta y = 1 \text{ km} \quad (6.27)$$

Die Beobachtungspunkte liegen in der Ebene mit

$$x = 2 \text{ m} \quad (6.28)$$

Somit werden je Parametersatz 2464 Beobachtungspunkte berechnet.

Mit den bisher vorhandenen Informationen bestimmen sich die einzelnen Wahrscheinlichkeiten in (6.2) in den jeweiligen Beobachtungspunkten folgendermaßen. Da der Funkdienst und die Leitungsanregung stets ganzjährig betrieben werden, gilt für die zeitliche Wahrscheinlichkeit von Nutz- und Störsignal

$$P(A \cap E) = 1 \quad (6.29)$$

Für die Ortswahrscheinlichkeit eines Empfängers gilt in jedem Beobachtungspunkt $BP(2|y|z)$

$$P(B) = \begin{cases} 1, & \forall y \geq 100 \text{ m} \wedge y \leq 10 \text{ km} \wedge x \geq 1 \text{ km} \wedge x \leq 8 \text{ km} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.30)$$

In jedem Beobachtungspunkt $BP(2|y|z)$ ergibt sich mit

$$d_{ES} = \sqrt{(y - 11 \text{ km})^2 + (z - 6 \text{ km})^2} \quad (6.31)$$

die Wahrscheinlichkeit der plangemäßen Reichweite zu

$$P(C) = \begin{cases} 1, & \forall d_{ES} \leq 11 \text{ km} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.32)$$

Die Frequenzwahrscheinlich bestimmt sich aufgrund der konstanten Anregung über die gesamte Betriebsdauer hinweg zu

$$P(F|E) = 1 \quad (6.33)$$

Ferner darf vorausgesetzt werden, dass der Empfang des Funkdienstes ohne den Betrieb der Anlage bzw. des Geräts einwandfrei möglich ist. Es gilt:

$$P(D|A) = 1 \quad (6.34)$$

Die Bestimmung von $P(G|A \cap E \cap F)$ folgt Ausführungen in Kapitel 6.8. Aufgrund der plangemäßen Reichweite wird

$$\mu_w = -65 \text{ dB}(\mu A/m) \quad (6.35)$$

$$\sigma_w = 0 \text{ dB} \quad (6.36)$$

festgelegt. Ferner wird der Pfadverlust $\mu_{Lr}(y, z)$ unter Zuhilfenahme von [82] mit Bezug zur plangemäßen Reichweite berechnet. Die örtlichen Schwankungen werden in der Umgebungskategorie mit

$$\sigma_{Lr} = 3 \text{ dB} \quad (6.37)$$

abgeschätzt [62].

Für jeden der Beobachtungspunkte wird anhand der 285 Feldstärkewerte die jeweilige Verteilungsfunktion ermittelt. Auf Basis dessen wird zur Evaluation das 80 %-Perzentil herangezogen:

$$\mu_i = H_{0,8} \quad (6.38)$$

$$\sigma_i = 0 \text{ dB} \quad (6.39)$$

Letztlich bestimmt sich die Bandbreitenumrechnung gemäß (6.19) zu:

$$\mu_K = -20 \cdot \lg\left(\frac{1 \text{ kHz}}{9 \text{ kHz}}\right) = 19 \text{ dB} \quad (6.40)$$

$$\sigma_K = 0 \text{ dB} \quad (6.41)$$

Zur Evaluation lassen sich die berechneten Wahrscheinlichkeiten als Falschfarbendarstellung heranziehen, wie in Abbildung 6.5 mit linear- und logarithmisch-skaliertem y -Achse präsentiert. Neben den klar abgegrenzten Gebieten durch die örtliche Beschränkung der Empfänger und der plangemäßen Reichweite sind ebenfalls die Auswirkungen der stehenden Wellen auszumachen. Deutlich erkennbar ist dies im Bereich von $4 \text{ km} \leq z \leq 8 \text{ km}$ und $500 \text{ m} \leq y$. Hier treten teilweise örtliche Unterschiede in der Wahrscheinlichkeit von bis zu 10 % auf. Darüber hinaus ist auch das Interferenzmuster der isotropen Kugelstrahler in Entfernungen von $5 \text{ km} \leq y$ erkennbar, allerdings nur sehr schwach ausgeprägt.

Eine Ableitung etwaiger Maßnahmen zum Schutz des/eines Funkdienstes bleibt stets eine Einzelfallentscheidung. Neben dem im entwickelten Modell adressierten technischen Beeinflussungsrisiko, bilden gesetzliche und/oder politische Rahmenbedingungen zusätzliche Faktoren, welche in einer Risikoevaluation Berücksichtigung finden. Diese werden an dieser Stelle allerdings nicht betrachtet. Das entwickelte Modell dient hier als objektive Diskussionsgrundlage.

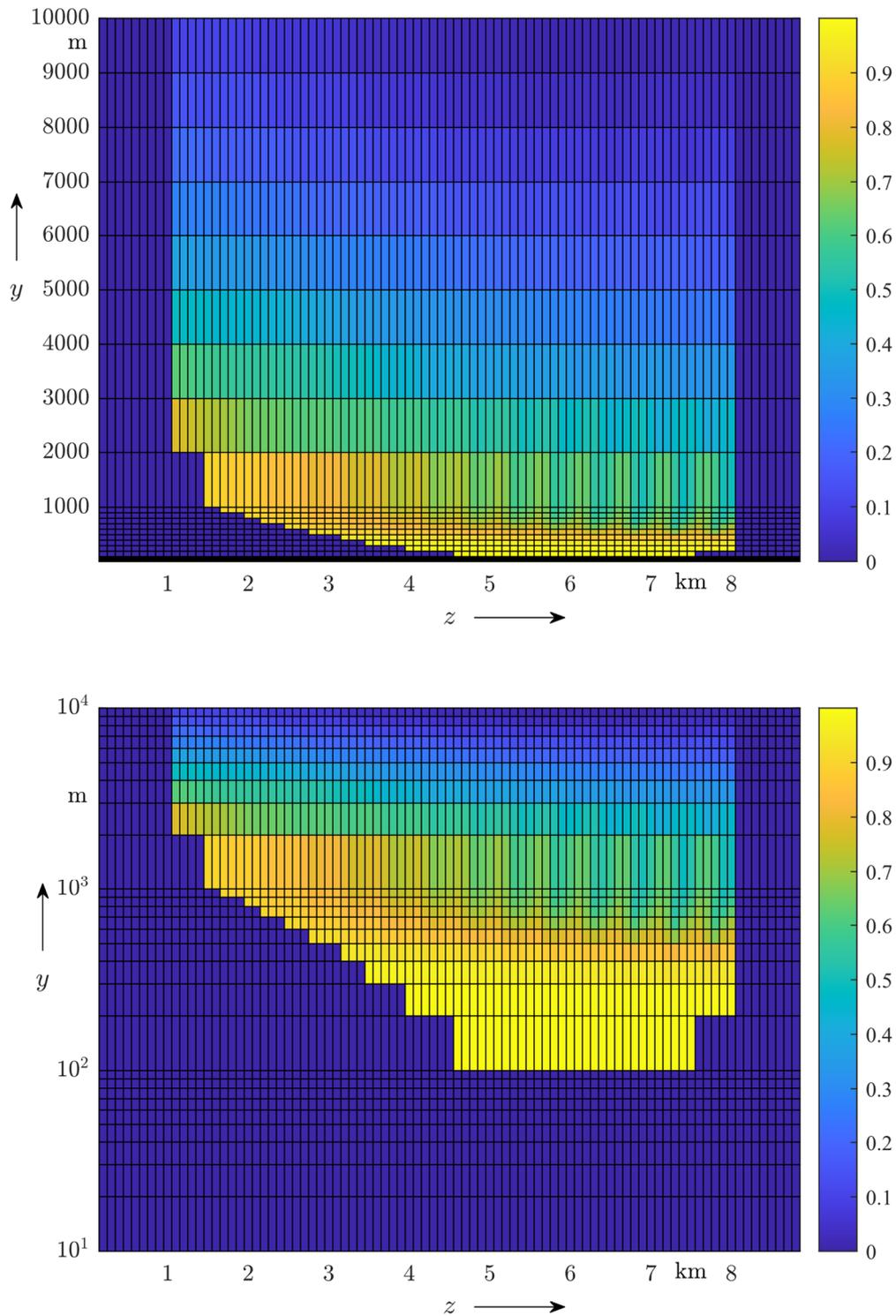


Abbildung 6.5: Die Wahrscheinlichkeit P , dass der plangemäÙe Empfang des beispielhaften Funkdienstes durch den Betrieb der Anlage bzw. des Geräts beeinflusst wird. Oben: lineare Skalierung der y -Achse. Unten: logarithmische Skalierung der y -Achse

7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Dissertation wird ein Modell entwickelt, welches das elektromagnetische Feld in beliebigen Beobachtungspunkten um eine gleichförmige Übertragungsleitung über einer leitfähigen Ebene berechnet. Die Leitung wird hierbei konzentriert am Leitungsanfang angeregt. Das Modell basiert auf der Modalanalyse von Mehrleitersystemen. Die Berechnung des elektromagnetischen Feldes erfolgt durch Superposition des Biot-Savart-Gesetzes und jeweils isotropen Strahlern am Leitungsanfang bzw. -ende. Es ermöglicht die Berechnung des elektromagnetischen Feldes von Zweidraht- und Mehrleiterleitungen sowie verketteten Leitung und somit auch die Berücksichtigung von Freileitungsmasten. Der Anwendungsfall beschränkt sich auf die Annahme einer TEM-Welle.

Für einfache Zweidrahtleitungen, verkettete Zweidrahtleitungen und Mehrleitersysteme ist das Modell anhand von Simulationen mit der Momentenmethode verifiziert. Darüber hinaus ist das Modell für eine einfache Zweidrahtleitung in einem Absorberraum validiert.

Im Vergleich mit an einem bestehenden Freileitungssystem durchgeführten Messungen liefert das entwickelte Modell, basierend auf einer Parametervariation, eine gute Näherung hinsichtlich des Verlaufs des magnetischen Feldes. Bei den relevanten Frequenzen liegen die Differenzen in der Berechnung des longitudinalen Verlaufs in 75 % der Messpunkte unterhalb von 6 dB. Auch im Falle der transversalen Dämpfung sind die Ergebnisse gut. Bei den relevanten Frequenzen liegt die Differenz in 75 % bis 93 % der Messpunkte in einem Toleranzband von +/- 6 dB. Die maximale transversale Entfernung zur Leitung beträgt ca. 800 m. Aufgrund der unregelmäßigen Verteilung der Masten bleiben deren Einflüsse in der Berechnung des magnetischen Feldes unberücksichtigt.

Eine eingehende Untersuchung am Modell erfolgt im Kontext energietechnischer Freileitungen, speziell vor dem Hintergrund von VSC-MMC. In Anlehnung an CISPR TR 18 beträgt die Referenzfrequenz der Untersuchung 500 kHz. In der Modellierung der Freileitung wird vornehmlich die Kopplung zwischen den Leitern beachtet. Das Erdseil der betrachteten Mastkopfgeometrie wird als verkettete Leitung betrachtet, was die Analyse der Auswirkungen der Masten auf das elektromagnetische Feld ermöglicht.

Die untersuchte Mastkopfgeometrie besteht aus vier Drei-Leiter-Systemen. Es werden zwei verschiedene Anregungsszenarien untersucht. Im ersten Fall werden alle drei Leiter eines Systems gleichphasig angeregt. Im zweiten Fall werden zwei Leiter eines Systems gegenphasig angeregt.

Die Differenz der longitudinalen Dämpfung des magnetischen Feldes zwischen den beiden Fällen ist sehr gering. Bei einer Leitungslänge von 30 km beträgt die absolute Differenz am Leitungsende weniger als 5 dB. Darüber hinaus ist der Einfluss des spezifischen

Erdbodenwiderstands auf die longitudinale Dämpfung bei langen Leitungen weitestgehend vernachlässigbar. Ursächlich hierfür sind die Beiträge von leicht bzw. kaum gedämpften Moden. Ferner stellt sich heraus, dass die Superposition der modalen Beiträge eine Erhöhung der magnetischen Feldstärke mit zunehmender longitudinalen Entfernung nach sich ziehen kann.

Auch in der transversalen Abnahme des magnetischen Feldes ist die Superposition der einzelnen modalen Beiträge entscheidend. Es wird gezeigt, dass nicht zwangsläufig diejenige Mode, welche in einer isolierten Betrachtung das höchste Feld hervorruft, das Verhalten der Abnahme des magnetischen Feldes bestimmt. Hinsichtlich der Fragestellung, ab welchen Entfernungen das abgestrahlte Feld der isotropen Strahler an den Leitungsenden das magnetische Feld bestimmt, bestätigen die Untersuchung orthogonal zur Leitungsmittelpunkt die aus der Antennentheorie bekannte Fernfeldnäherung. Das elektromagnetische Feld nimmt ab einer Entfernung, welcher der Leitungslänge entspricht, mit 20 dB pro Dekade ab. In kürzeren Entfernungen, in denen das abgestrahlte Feld größer, oder in etwa gleich dem des quasi-statischen Feldes ist, ist die Abnahme geringer. Dies begründet sich auf der nahezu konstant bleibenden Entfernung zu den Leitungsenden. Je näher ein Beobachtungspunkt an den Leitungsenden liegt, desto geringer ist die Entfernung, ab welcher das elektromagnetische Feld mit 20 dB pro Dekade abnimmt.

Generell kann festgehalten werden, dass für Frequenzen, welche oberhalb der kritischen Frequenz einer jeweiligen Leitung liegen, das berechnete elektromagnetische Feld überschätzt wird. Ferner treten die größten Abweichungen in den Resonanzpunkten der Leitung auf.

In der gewählten Modellierung zeigt sich ein untergeordneter Einfluss der von den Masten hervorgerufenen Beiträge zum magnetischen Feld. Die berechnete Erhöhung des magnetischen Feldes beläuft sich in Entfernungen geringer als 1 km zur Leitung auf maximal 2 dB. Allerdings nimmt mit zunehmender Leitungslänge der Einfluss der Masten zu, wodurch eine pauschale Vernachlässigung der Masten als strahlende Elemente nicht getätigt werden kann.

Des Weiteren wird ein statistisches Modell entwickelt, welches für eine EMV-Risikoanalyse herangezogen werden kann. Es bietet die Möglichkeit Störquellen- und Störseitencharakteristiken gleichermaßen zu berücksichtigen, ist flexibel anwendbar und transparent. Basierend auf öffentlichen Informationen lässt sich mit Hilfe dessen ein technisch-objektives Risiko zur Wahrscheinlichkeit, dass der plangemäße Empfang eines Funkdienstes durch den Betrieb einer anderen Anlage oder eines anderen Geräts beeinflusst wird, ableiten. Eine Anwendung des entwickelten Modells zur Berechnung des elektromagnetischen Feldes um Freileitungen wird beispielhaft gezeigt.

Zukünftig bietet die entwickelte Methodik eine Diskussionsgrundlage zur Evaluation des technischen EMV-Risikos für Funkdienste durch das von Freileitungen hervorgerufene

elektromagnetische Feld beim Betrieb an Umrichteranlagen. Eine Ableitung etwaiger Maßnahmen bleibt allerdings eine Einzelfallentscheidung.

Eine direkte Übertragung auf die Berechnung des elektromagnetischen Feldes, welches durch Koronaentladungen hervorgerufen wird, ist aufgrund der unterschiedlichen Quellencharakteristik im Sinne von verteilten Quellen entlang der Leitung nicht möglich. Für künftige Untersuchungen ist ein derartiger Ansatz allerdings denkbar. Hierzu wäre eine möglichst exakte Kenntnis der Position der einzelnen Entladungen nötig. Tendenziell ist die Erwartungshaltung, dass im Vergleich zum Fall der konzentrierten Quellen am Leitungsanfang, dass das abgestrahlte Feld in kürzeren Entfernungen einflussnehmend wird, da mehrere Strahlungsquellen entlang der Leitung auf allen Leitern existieren. Auch eine intensivere Betrachtung der Kopplung zwischen den Leitern und den Masten böte sich in diesem Kontext an.

8 Literaturverzeichnis

- [1] R. Marquardt, “Modular Multilevel Converters: State of the Art and Future Progress,” *IEEE Power Electron. Mag.*, vol. 5, no. 4, pp. 24–31, 2018, doi: 10.1109/MPEL.2018.2873496.
- [2] R. Adapa, “High-Wire Act HVdc Technology: The State of the Art,” *IEEE Power and Energy Mag.*, vol. 10, no. 6, pp. 18–29, 2012, doi: 10.1109/MPE.2012.2213011.
- [3] A. Schwab and W. Kürner, *Elektromagnetische Verträglichkeit*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [4] G. E. Adams, “The Calculation of the Radio Interference Level of Transmission Lines Caused by Corona Discharges [includes discussion],” *Trans. AIEE, Part III: Power Appar. Syst.*, vol. 75, no. 3, 1956, doi: 10.1109/AIEEPAS.1956.4499320.
- [5] CISPR/B, “CISPR TR 18-1: Radio interference characteristics of overhead power lines and high- voltage equipment: Part 1: Description of phenomena,” 2016.
- [6] CISPR/B, “CISPR TR 18-2: Radio interference characteristics of overhead power lines and high- voltage equipment: Part 2: Methods of measurement and procedure for determining limits,” 2016.
- [7] CISPR/B, “CISPR TR 18-3: Radio interference characteristics of overhead power lines and high- voltage equipment: Part 3: Code of practice for minimizing the generation of radio noise,” 2016.
- [8] J. Clade, C. Gary, and M. Moreau, “Usage and Checking of the Theoretical Relations Between Fields, Currents, and Excitation Functions in Radio Frequencies in the Case of Short Test Lines,” *IEEE Trans. on Power Apparatus and Syst.*, PAS-88, no. 10, pp. 1501–1511, 1969, doi: 10.1109/TPAS.1969.292278.
- [9] Y. Sawada, “Calculating Method of Radio Noise Level and Its Application to Design of AC Power Transmission Line,” *IEEE Trans. on Power Apparatus and Syst.*, PAS-89, no. 5, pp. 844–853, 1970, doi: 10.1109/TPAS.1970.292647.
- [10] G. L. Reiner and E. H. Gehrig, “Celilo-Sylmar plusminus 400 kV line RI correlation with short test line,” *IEEE Trans. on Power Apparatus and Syst.*, vol. 96, no. 3, pp. 955–961, 1977, doi: 10.1109/T-PAS.1977.32408.
- [11] Conseil international des grands réseaux électriques, *Guide for measurement of radio frequency interference from HV and MV substations: [disturbance propagation, characteristics of disturbance sources, measurement techniques, conversion methodologies and limits]*. CIGRÉ 391. [Paris] (21 rue d'Artois, 75008): CIGRÉ, 2009.

- [12] J. S. Lars-Erik Juhlin, "Characteristics of the electromagnetic field around a VSC converter building.," *Proceedings of RVK05 Radiovetenskap och Kommunikation*, pp. 591-596, 2005. [Online]. Available: FOI Library, Swedish Defence Research Agency
- [13] A. Sommerfeld, "Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie," *Ann. Phys.*, vol. 333, no. 4, pp. 665-736, 1909, doi: 10.1002/andp.19093330402.
- [14] V. Costa, S. Caniggia, and L. Catello, "On the computation of electromagnetic field components from a transmission line: theory and application," in *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Washington, DC, USA, Aug. 1990, pp. 651-656.
- [15] S. Khedimallah, B. Nekhou, K. Kerroum, and K. El Khamlichi Drissi, "Analysis of Power Line Communications electromagnetic field in electrical networks taking into account the power transformers," in *International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, Rome, Italy, Sep. 2012 - Sep. 2012, pp. 1-6.
- [16] S.A. Schelkunoff, *Electromagnetic Waves*: D. Van Nostrand Company Inc., 1956.
- [17] M. D'Amore and M. S. Sarto, "A new formulation of lossy ground return parameters for transient analysis of multiconductor dissipative lines," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 12, no. 1, pp. 303-314, 1997, doi: 10.1109/61.568254.
- [18] M. D'Amore and M. S. Sarto, "Electromagnetic field radiated from broadband signal transmission on power line carrier channels," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 12, no. 2, pp. 624-631, 1997, doi: 10.1109/61.584331.
- [19] M. D'Amore, M. S. Sarto, and A. Scarlatti, "Theoretical analysis of radiated emission from modal currents in multiconductor transmission lines above a lossy ground," in *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility. Symposium Record (Cat. No.00CH37016)*, Washington, DC, USA, 2000, pp. 729-734.
- [20] M. S. Sarto, "Electromagnetic interference from carrier channels on finite-length power lines above a lossy ground in a wide frequency range," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 13, no. 2, pp. 336-343, 1998, doi: 10.1109/61.660899.
- [21] S. Liu and L. J. Greenstein, "Emission Characteristics and Interference Constraint of Overhead Medium-Voltage Broadband Power Line (BPL) Systems," in *IEEE GLOBECOM 2008 - 2008 IEEE Global Telecommunications Conference*, New Orleans, LA, USA, Nov. 2008 - Dec. 2008, pp. 1-5.

- [22] S. Liu and L. J. Greenstein, "Interference Evaluation of Overhead Medium-Voltage Broadband Power Line Systems," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 52, no. 4, pp. 866–877, 2010, doi: 10.1109/TEMPC.2010.2075934.
- [23] A. Küchler, *Hochspannungstechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017.
- [24] C. J. Kikkert and G. Reid, "Radiation and attenuation of communication signals on power lines," in *2009 7th International Conference on Information, Communications and Signal Processing (ICICS)*, Macau, China, Dec. 2009 - Dec. 2009, pp. 1–5.
- [25] H. Henke, *Elektromagnetische Felder*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [26] R. Ianconescu and V. Vulfin, "Radiation from transmission lines PART I: free space transmission lines," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 13, no. 13, pp. 2242–2255, 2019, doi: 10.1049/iet-map.2018.6061.
- [27] CISPR/H, Ed., "CISPR 16-4-4 Ed. 2: Amendment of clause 5: A model for the calculation of limits," Nov. 2006.
- [28] C. R. Paul, *Analysis of multiconductor transmission lines*. Hoboken, New Jersey, Piscataway, New Jersey: Wiley-Interscience IEEE Press; IEEE Xplore, 2007.
- [29] C. R. Paul, "On Uniform Multimode Transmission (Short Papers)," *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.*, vol. 21, no. 8, pp. 556–558, 1973, doi: 10.1109/TMTT.1973.1128059.
- [30] C. R. Paul, "Decoupling the multiconductor transmission line equations," *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.*, vol. 44, no. 8, pp. 1429–1440, 1996, doi: 10.1109/22.536026.
- [31] M. C. Perz, "Natural Modes of Power Line Carrier on Horizontal Three-Phase Lines," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Syst.*, vol. 83, no. 7, pp. 679–686, 1964, doi: 10.1109/TPAS.1964.4766059.
- [32] "IEEE Guide for Power-Line Carrier Applications", in *IEEE Std 643-2004 (Revision of IEEE Std 643-1980)*, vol., no., pp. 1-140, 8 June 2005, doi: 10.1109/IEEE-ESTD.2005.96284
- [33] D. Oeding and B. R. Oswald, *Elektrische Kraftwerke und Netze*, 7th ed. s.l.: Springer-Verlag, 2011.
- [34] A. Boudjemaa, A. Nacer, T. B. Berbar, S. Tahi, and B. Bennamane, "Differential mode for four-conductor nonuniform transmission line with grounded wire at high

- frequency,” in *International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, Rome, Italy, Sep. 2012 - Sep. 2012, pp. 1–5.
- [35] C. R. Paul, “A Brief History of Work in Transmission Lines for EMC Applications,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 49, no. 2, pp. 237–252, 2007, doi: 10.1109/TEMC.2007.897162.
- [36] P. D. Stefanidis, T. A. Papadopoulos, C. G. Arsoniadis, V. C. Nikolaidis, and A. I. Chrysochos, “Application of Power Line Communication and Traveling Waves for High Impedance Fault Detection in Overhead Transmission Lines,” in *2019 54th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, Bucharest, Romania, Sep. 2019 - Sep. 2019, pp. 1–6.
- [37] R. Araneo, G. Lovat, S. Celozzi, J. Brandao Faria, A. Andreotti, and L. Verolino, “Improvement of Lightning Performance of Overhead Power Lines by Addition of Underbuilt Ground Wires,” in *2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2018 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, Palermo, Jun. 2018 - Jun. 2018, pp. 1–5.
- [38] E. Stracqualursi, R. Araneo, J. B. Faria, and A. Andreotti, “Chain Matrix Analysis of Periodically Grounded Power Lines,” in *2020 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2020 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, Madrid, Spain, Jun. 2020 - Jun. 2020, pp. 1–5.
- [39] R. Araneo, S. Celozzi, and J. B. Faria, “Frequency-domain analysis of the characteristic impedance matrix of high-voltage transmission lines,” in *2017 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, Angers, Sep. 2017 - Sep. 2017, pp. 1–6.
- [40] R. Araneo, J. A. M. B. Faria, and S. Celozzi, “Frequency-Domain Analysis of Sectionalized Shield Wires on PLC Transmission Over High-Voltage Lines,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 59, no. 3, pp. 853–861, 2017, doi: 10.1109/TEMC.2016.2629490.
- [41] R. Araneo, M. Maccioni, S. Lauria, S. Celozzi, and J. B. Faria, “Frequency analysis of PLC over HV transmission lines with segmented shield wires,” in *2017 IEEE Manchester PowerTech*, Manchester, United Kingdom, Jun. 2017 - Jun. 2017, pp. 1–5.
- [42] J. A. B. Faria and R. Araneo, “Computation, Properties, and Realizability of the Characteristic Immittance Matrices of Nonuniform Multiconductor Transmission Lines,” *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 33, no. 4, pp. 1885–1894, 2018, doi: 10.1109/TPWRD.2018.2806491.

- [43] J. A. Brandao Faria, "On the resonance effects due to ground wires in transmission lines with non-uniform soil conductivity and non-uniform tower resistances," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 7, no. 1, pp. 29–38, 1992, doi: 10.1109/61.108886.
- [44] R. G. Olsen, "Propagation Along Overhead Transmission Lines with Multiply Grounded Shield Wires," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 32, no. 2, pp. 789–798, 2017, doi: 10.1109/TPWRD.2016.2561977.
- [45] A. Andreotti, D. Assante, and L. Verolino, "Characteristic Impedance of Periodically Grounded Lossless Multiconductor Transmission Lines and Time-Domain Equivalent Representation," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 56, no. 1, pp. 221–230, 2014, doi: 10.1109/TEMPC.2013.2275591.
- [46] D. Assante, A. Andreotti, and L. Verolino, "Considerations on the characteristic impedance of periodically grounded multiconductor transmission lines," in *International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, Rome, Italy, Sep. 2012 - Sep. 2012, pp. 1–6.
- [47] F. Bongard, J. Perruisseau-Carrier, and J. R. Mosig, "Enhanced Periodic Structure Analysis Based on a Multiconductor Transmission Line Model and Application to Metamaterials," *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.*, vol. 57, no. 11, pp. 2715–2726, 2009, doi: 10.1109/TMTT.2009.2032482.
- [48] C. R. Paul, "Solution of the transmission-line equations for lossy conductors and imperfect earth," *Proc. Inst. Electr. Eng. UK*, vol. 122, no. 2, p. 177, 1975, doi: 10.1049/PIEE.1975.0040.
- [49] G. A. Franklin, "Using Modal Analysis to Estimate Received Signal Levels for a Power-Line Carrier Channel on a 500-kV Transmission Line," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 24, no. 4, pp. 2446–2454, 2009, doi: 10.1109/TPWRD.2009.2028475.
- [50] J. R. Carson, "Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return," *Bell System Technical Journal*, vol. 5, no. 4, pp. 539–554, 1926, doi: 10.1002/j.1538-7305.1926.tb00122.x.
- [51] A. Deri, G. Tevan, A. Semlyen, and A. Castanheira, "The Complex Ground Return Plane a Simplified Model for Homogeneous and Multi-Layer Earth Return," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Syst.*, PAS-100, no. 8, pp. 3686–3693, 1981, doi: 10.1109/TPAS.1981.317011.
- [52] Á. Déri and G. Tevan, "Mathematical verification of Dubanton's simplified calculation of overhead transmission line parameters and its physical interpretation,"

- Archiv f. Elektrotechnik*, vol. 63, 4-5, pp. 191–198, 1981, doi: 10.1007/BF01574875.
- [53] T. Theodoulidis, “On the Closed-Form Expression of Carson’s Integral,” *Period. Polytech. Elec. Eng. Comp. Sci.*, vol. 59, no. 1, pp. 26–29, 2015, doi: 10.3311/PPee.7894.
- [54] *Struve functions*. [Online]. Available: <https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/37302-struve-functions> (accessed: Jan. 6 2021).
- [55] *Carson's integral*. [Online]. Available: <https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50134-carson-s-integral> (accessed: Jan. 6 2021).
- [56] E. F. Vance, *Coupling to shielded cables*. New York: Wiley, 1978.
- [57] H. Haase, J. Nitsch, and T. Steinmetz, “Transmission-line super theory: A new approach to an effective calculation of electromagnetic interactions,” *URSI Radio Science Bulletin*, Dezember 2003, pp. 33–60, 2003.
- [58] Oliver Gebele, “EMV-Analyse beliebiger Leitungen über oberflächendiskretisierten metallischen Strukturen,” Dissertation, TU Hamburg-Harburg, 2002.
- [59] P. Degauque and A. Zeddani, “Remarks on the transmission-line approach to determining the current induced on above-ground cables,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 30, no. 1, pp. 77–80, 1988, doi: 10.1109/15.19893.
- [60] L. Marin, “Transient electromagnetic properties of two, infinite, parallel wires,” *Appl. Phys.*, vol. 5, no. 4, pp. 335–345, 1975, doi: 10.1007/BF00928022.
- [61] H. E. Green, “THE TEM-MODE BANDWIDTH OF TWO-CONDUCTOR OPEN TRANSMISSION LINES - Abstract,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 17, no. 6, pp. 859–860, 2003, doi: 10.1163/156939303322503439.
- [62] International Telecommunication Union, Ed., “Handbook on Ground Wave Propagation,” 2014.
- [63] A. de Conti, S. Visacro, A. Soares, and M. Schroeder, “Revision, Extension, and Validation of Jordan's Formula to Calculate the Surge Impedance of Vertical Conductors,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 48, no. 3, pp. 530–536, 2006, doi: 10.1109/TEMC.2006.879345.
- [64] H. Takahashi, “Confirmation of the Error of Jordan's Formula on Tower Surge Impedance,” *IEEJ Trans. PE*, vol. 114, no. 1, pp. 112–113, 1994, doi: 10.1541/ieejpes1990.114.1_112.

- [65] E. J. Rogers and J. F. White, "Mutual coupling between finite lengths of parallel or angled horizontal earth return conductors," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 4, no. 1, pp. 103–113, 1989, doi: 10.1109/61.19196.
- [66] J. Gutierrez et al., "Nonuniform Transmission Tower Model for Lightning Transient Studies," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 19, no. 2, pp. 490–496, 2004, doi: 10.1109/TPWRD.2003.823210.
- [67] M. R. Alemi and K. Sheshyekani, "Wide-Band Modeling of Tower-Footing Grounding Systems for the Evaluation of Lightning Performance of Transmission Lines," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 57, no. 6, pp. 1627–1636, 2015, doi: 10.1109/TEMC.2015.2453512.
- [68] T. V. Gomes, M. A. O. Schroeder, R. Alipio, A. C. S. de Lima, and A. Piantini, "Investigation of Overvoltages in HV Underground Sections Caused by Direct Strokes Considering the Frequency-Dependent Characteristics of Grounding," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 60, no. 6, pp. 2002–2010, 2018, doi: 10.1109/TEMC.2018.2798291.
- [69] L. Grcev and M. Popov, "On High-Frequency Circuit Equivalent of a Vertical Ground Rod," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 1598–1603, 2005, doi: 10.1109/TPWRD.2004.838460.
- [70] L. S. Martin, L. Warne, S. Campione, M. Halligan, and R. Guttromson, "Effect of Line-Tower Coupling on E1 Pulse Excitation of an Electrical Transmission Line," in *2020 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility & Signal/Power Integrity (EMCSI)*, Reno, NV, USA, Jul. 2020 - Aug. 2020, pp. 460–465.
- [71] E. Cramer and U. Kamps, *Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014.
- [72] I. A. Uhlemann, *Einführung in die Statistik für Kommunikationswissenschaftler*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015.
- [73] A. M. SYKES, "Probability and the Unit Square," *Teaching Statistics*, vol. 10, no. 2, pp. 49–55, 1988, doi: 10.1111/j.1467-9639.1988.tb00006.x.
- [74] B. Sudiarto, A. N. Widyanto, and H. Hirsch, "The effect of mains voltage level variations on the disturbances produced by household appliances in the frequency range of 9–150 kHz," in *2017 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, Angers, Sep. 2017 - Sep. 2017, pp. 1–5.
- [75] K. Oberdieck, A. Sewergin, and R. W. de Doncker, "Influence of the voltage-dependent output capacitance of SiC semiconductors on the electromagnetic interference in Dc-Dc converters for electric vehicles," in *2017 International Symposi-*

- um on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, Angers, Sep. 2017 - Sep. 2017, pp. 1–6.
- [76] *Anforderungen an Geräte und Einrichtungen sowie Festlegung der Verfahren zur Messung der hochfrequenten Störaussendung (Funkstörungen) und Störfestigkeit – Teil 1-1: Geräte und Einrichtungen zur Messung der hochfrequenten Störaussendung (Funkstörungen) und Störfestigkeit* –, EN 55016-1-1 (CISPR 16-1-1:2010 + A1:2010 + A2:2014), DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, May. 2015.
- [77] D. Engeler, “Performance analysis and receiver architectures of DCF77 radio-controlled clocks,” *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 59, no. 5, pp. 869–884, 2012, doi: 10.1109/TUFFc.2012.2272.
- [78] International Telecommunication Union, Ed., “Ground-wave propagation curves for frequencies between 10 kHz and 30 MHz: Recommendation ITU-R P.368-9,” Feb. 2007.
- [79] International Telecommunication Union, Ed., “VHF and UHF propagation curves for the frequency range from 30 MHz to 1 000 MHz. Broadcasting services: ITU-R P.370,” Accessed: Oct. 30 2020. [Online]. Available: <https://www.itu.int/rec/R-REC-P>
- [80] International Telecommunication Union, Ed., “Propagation data and prediction methods for the planning of indoor radiocommunication systems and radio local area networks in the frequency range 300 MHz to 450 GHz: ITU-R P.1238,” Accessed: Oct. 30 2020. [Online]. Available: <https://www.itu.int/rec/R-REC-P>
- [81] International Telecommunication Union, Ed., “Propagation data and prediction methods for the planning of short-range outdoor radiocommunication systems and radio local area networks in the frequency range 300 MHz to 100 GHz: ITU-R P.1411,” Accessed: Oct. 30 2020. [Online]. Available: <https://www.itu.int/rec/R-REC-P>
- [82] *GRWAVE2*. Geneva: ITU-R, 1990.
- [83] CISPR/H, Ed., “TR CISPR 16-4-3: Specification for radio disturbance and immunity measuring apparatus and methods – Uncertainties, statistics and limit modelling - Statistical considerations in the determination of EMC compliance of mass-produced products,” May. 2004.

Anhang

Mastkopfgeometrie Kapitel 4

Tabelle A. 1: Detaillierte Mastkopfbeschreibung des untersuchten Freileitungssystems in Kap. 4

Leiter	1	2	3	4	5	6
y-Abstand (von Mastkopfmitte) m	-11	-15,5	-9	11	9	15,5
Höhe m	36,5	25,5	25,5	36,5	25,5	25,5
Teilleiter im Bündel	4					
Teilleiterradius mm	10,95					
Bündelleiterradius mm	177,4					

Tabelle A. 2: Fortsetzung der detaillierte Mastkopfbeschreibung des untersuchten Freileitungssystems in Kap. 4

Leiter	7	8	9	10	11	12	13
y-Abstand (von Mastkopfmitte) m	-14	-9,75	-5,5	5,5	9,75	14	0
Höhe m	14						47
Teilleiter im Bündel	2						1
Teilleiterradius mm	10,95						10,95
Bündelleiterradius mm	66,2						66,2

Feldverlauf transversal zur Leitung unter Berücksichtigung der Leiter-Mast-Kapazitäten

Zur Berücksichtigung der Leiter-Mast-Kapazitäten sind in Anlehnung an [70] pauschal 30 pF zwischen jedem Leiter und dem Mast veranschlagt worden. Die Ergebnisse der Berechnung finden sich in nachfolgender Abbildung

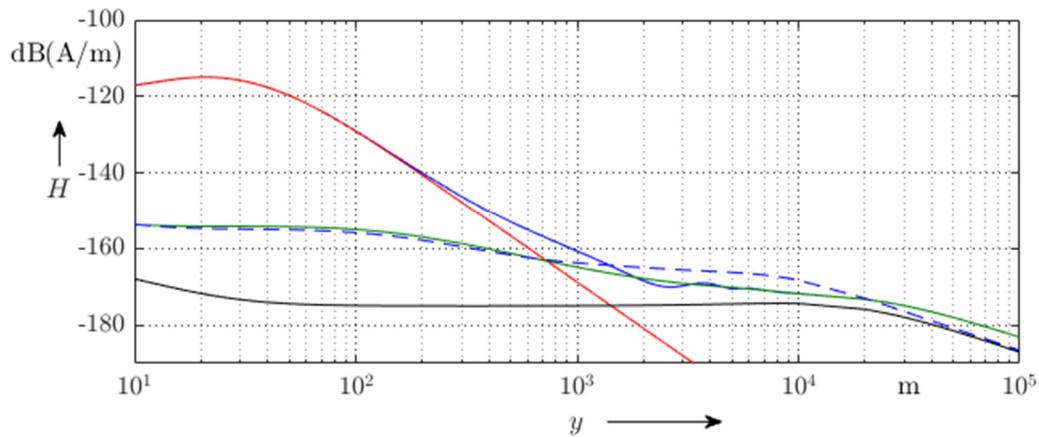


Abbildung A. 1: Quasi-statischer und abgestrahlter magnetischer Feldverlauf transversal zur Leitung unter Berücksichtigung der Leiter-Mast-Kapazitäten bei $z = 15$ km und $x = 2$ m, Fall 1

Messpunkte – longitudinaler Verlauf

Tabelle A. 3: Entfernung der Messpunkte zum Leitungsanfang zur Ermittlung des longitudinalen Verlaufs

Messpunkt	z/km
1	1,93
2	2,92
3	5,03
4	6,00
5	10,27
6	15,22
7	20,34
8	26,05

Messpunkte – transversaler Verlauf

Tabelle A.4: Position der Messpunkte bei Messstrecke 1

Messpunkt	Ab ... km Lei- tungslänge	y/m	z/m
1	5,50	59,92	71,37
2		126,50	75,20
3		156,90	78,30
4		216,44	82,37
5		490,02	99,61
6		553,94	103,09
7		651,73	108,43
8		797,03	117,82

Tabelle A.5: Position der Messpunkte bei Messstrecke 2

Messpunkt	Ab ... km Lei- tungslänge	y/m	z/m
1	15,22	19,33	90,44
2		126,41	78,71
3		204,48	73,43
4		268,32	69,50
5		402,40	55,78
6		468,46	50,91
7		576,88	43,33
8		735,59	30,03
9		846,60	21,05

Tabelle A.6: Position der Messpunkte bei Messstrecke 3

Messpunkt	Ab ... km Lei- tungslänge	y/m	z/m
1	27,15	87,54	25,64
2		142,11	22,69
3		232,55	29,76
4		301,83	35,95
5		408,27	41,77
6		526,19	48,83
7		630,70	54,74
8		712,92	59,64

Tabelle A.7: Position der Messpunkte bei Messstrecke 4

Messpunkt	Ab ... km Lei- tungslänge	y/m	z/m
1		16,01	37,04
2		45,72	40,85
3		55,59	42,29
4		65,52	43,60
5		75,53	45,03
6		85,48	46,16
7		95,64	46,99
8	9,84	105,41	48,05
9		154,92	56,08
10		204,26	64,89
11		253,30	75,35
12		301,92	85,98
13		350,62	97,59
14		399,35	108,58
15		495,12	136,15

Tabelle A.8: Position der Messpunkte bei Messstrecke 5

Messpunkt	Ab ... km Lei- tungslänge	y/m	z/m
1		21,97	11,96
2		44,02	14,68
3		68,82	14,96
4	18,08	94,54	14,42
5		143,51	10,63
6		194,91	9,58

Tabelle A.9: Position der Messpunkte bei Messstrecke 6

Messpunkt	Ab ... km Lei- tungslänge	y/m	z/m
1	27,63	7,06	69,74
2		21,73	70,74
3		42,36	74,04
4		65,23	81,18
5		90,52	88,48
6		140,97	104,97

Versuchsergebnisse – longitudinaler Verlauf

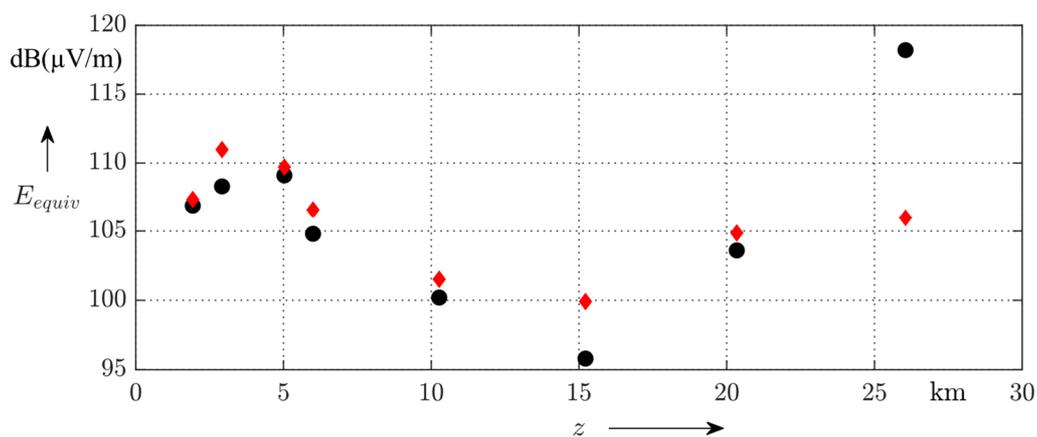


Abbildung A.2: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 0,21 MHz

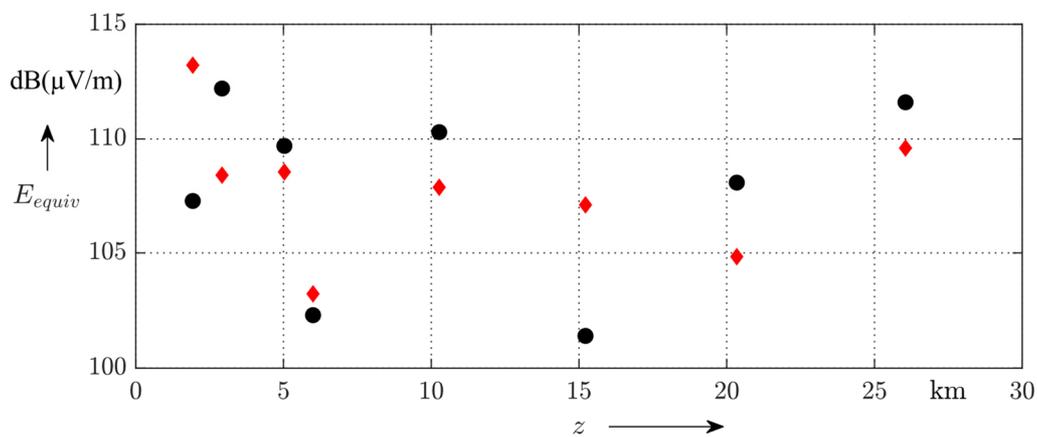


Abbildung A.3: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 0,57 MHz

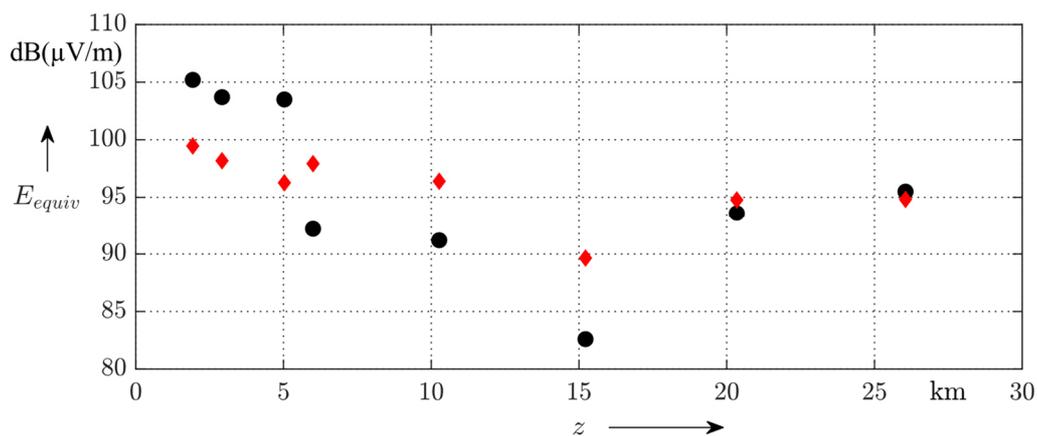


Abbildung A.4: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 0,95 MHz

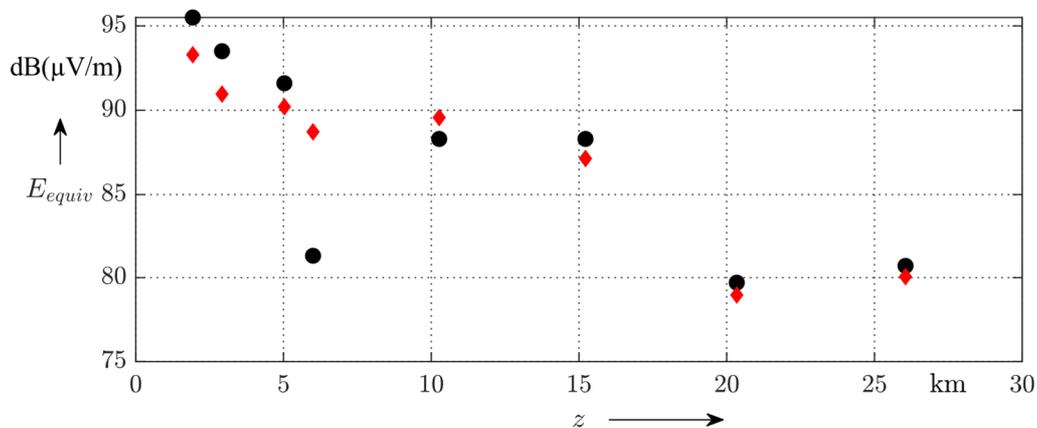


Abbildung A.5: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 1,97 MHz

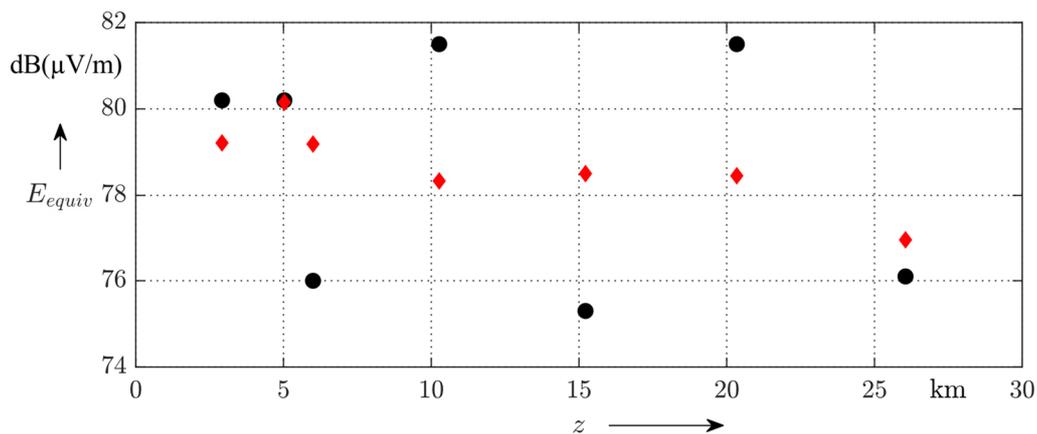


Abbildung A.6: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 3,1 MHz

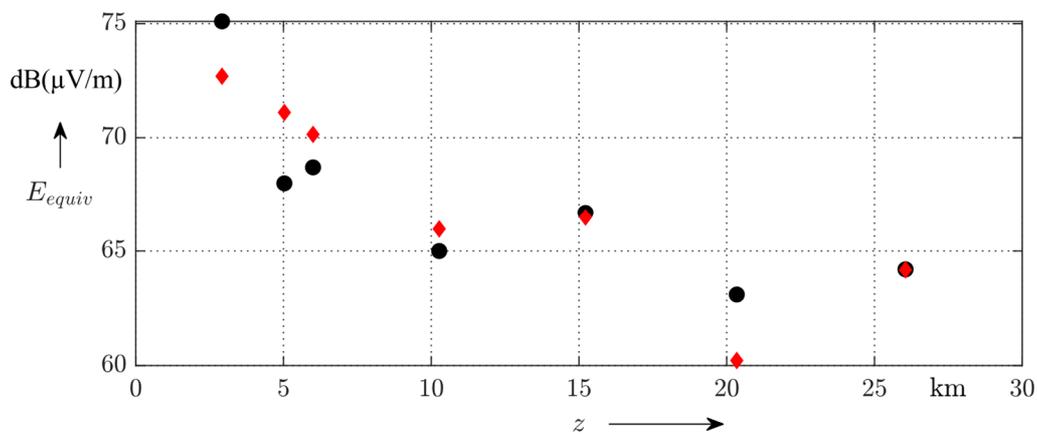


Abbildung A.7: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 5,61 MHz

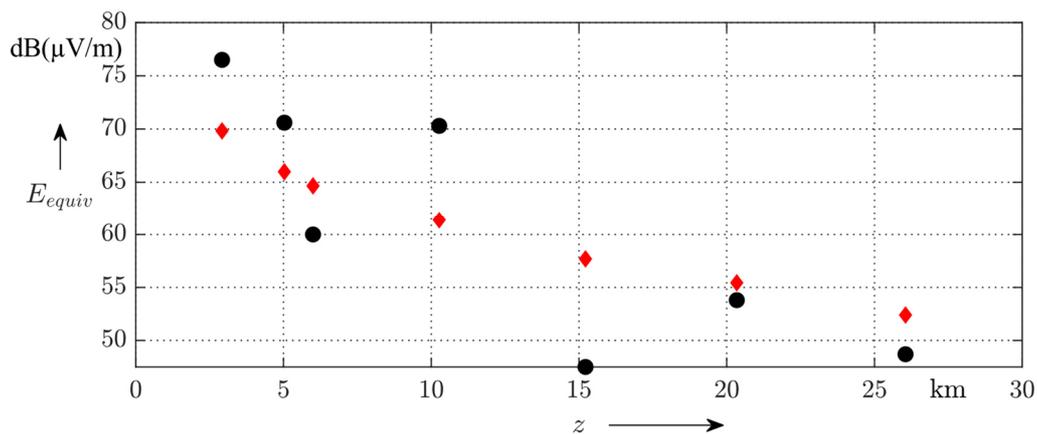


Abbildung A.8: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 7,66 MHz

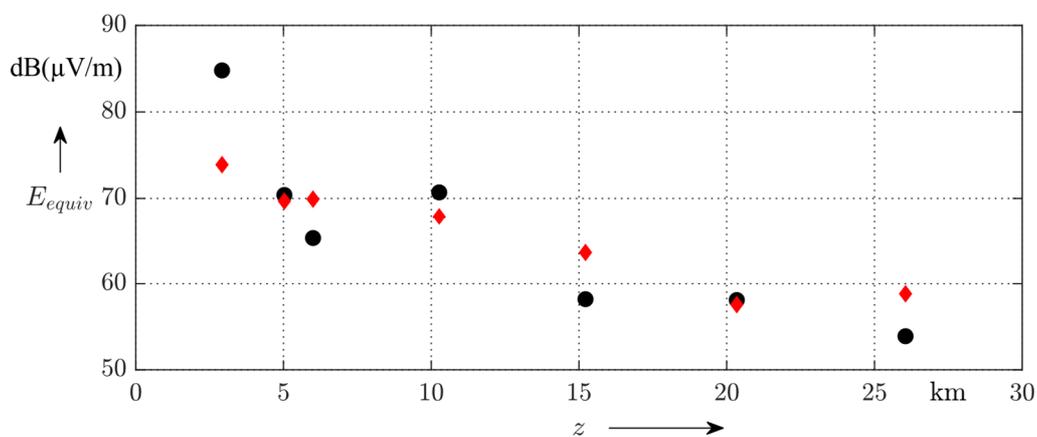


Abbildung A.9: Berechnete und gemessene Werte des magnetischen Feldes zur longitudinalen Dämpfung. Rot: Modell, Schwarz: Messung, 8,85 MHz

Versuchsergebnisse – transversaler Verlauf

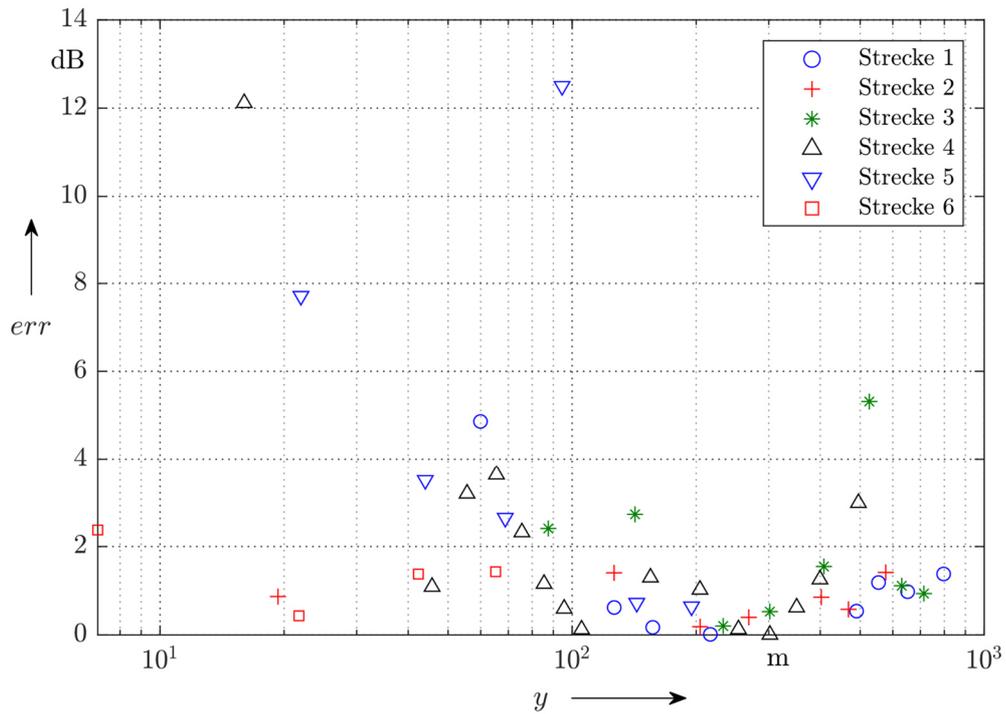


Abbildung A.10: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 0,21 MHz

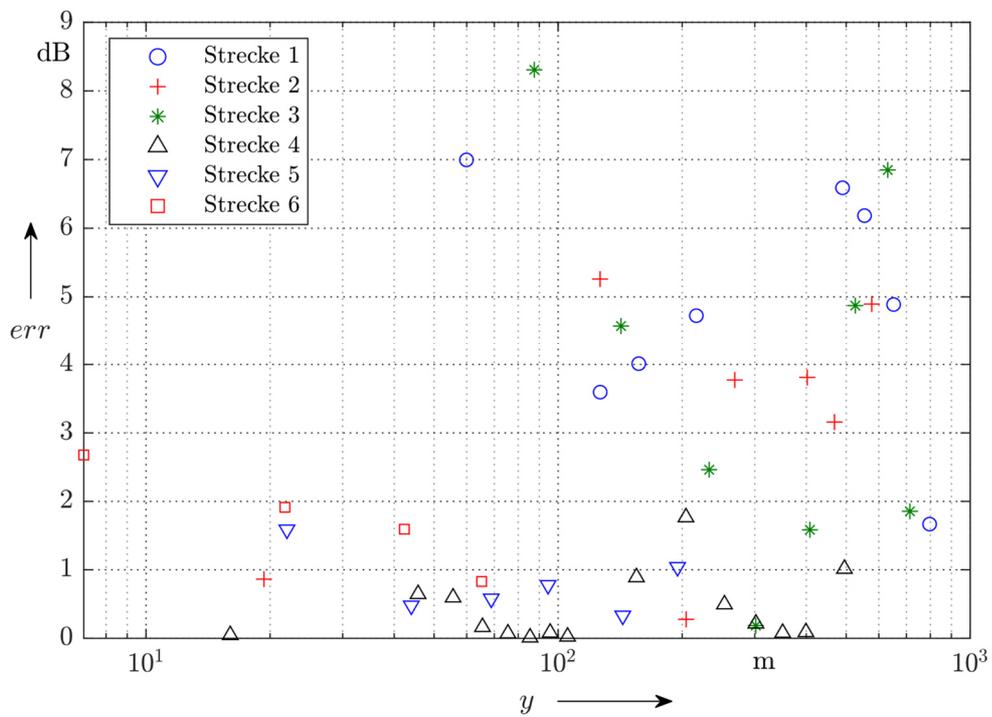


Abbildung A.11: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 0,57 MHz

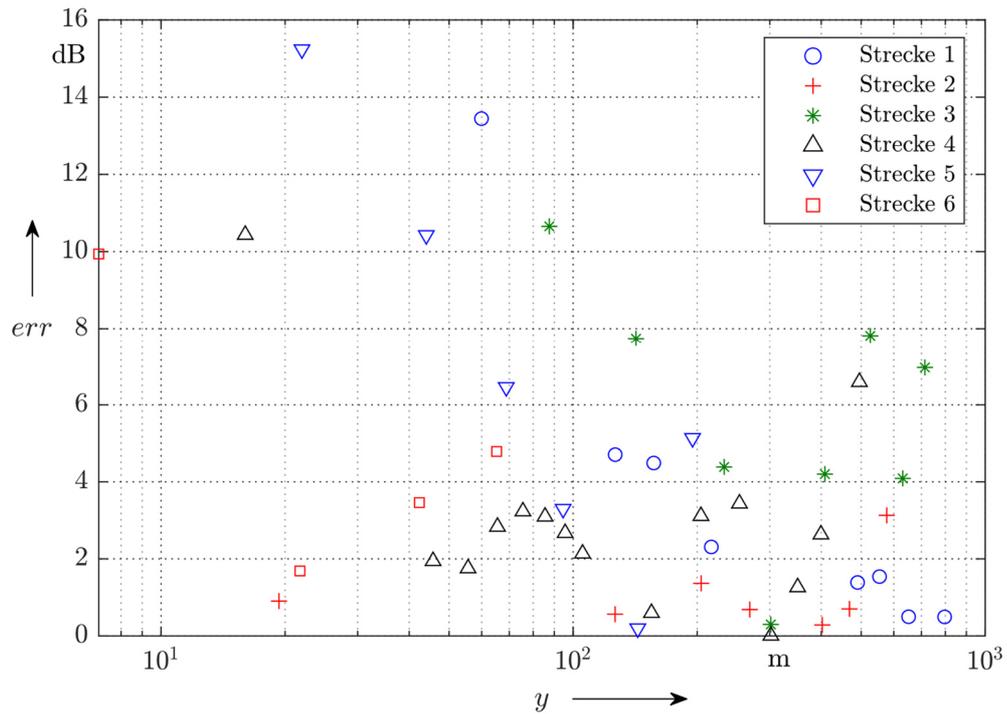


Abbildung A.12: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 0,95 MHz

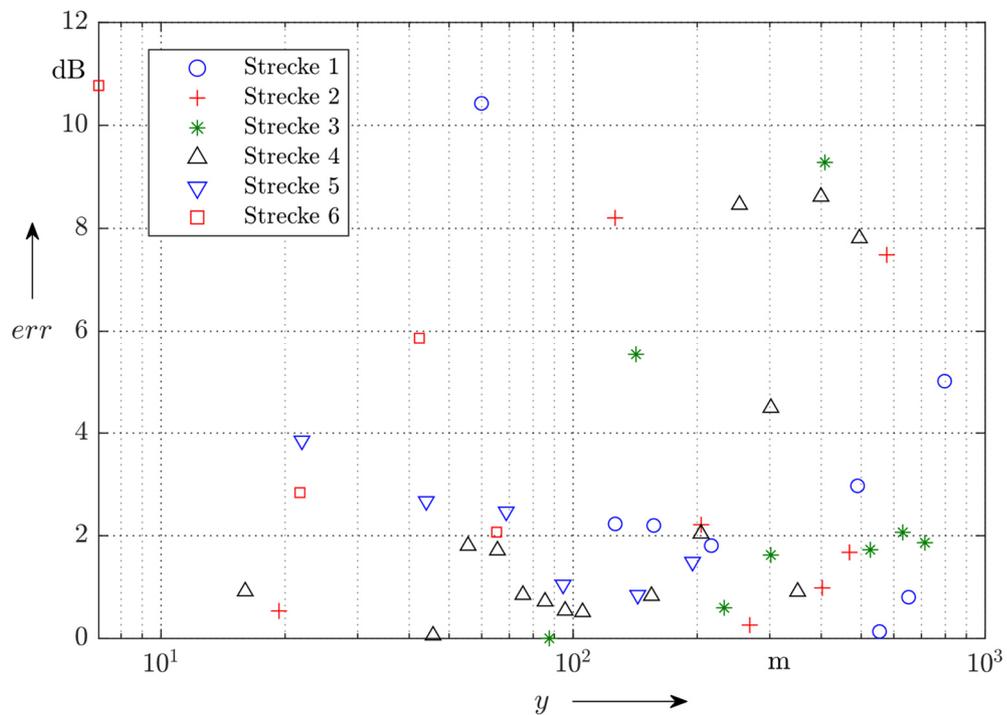


Abbildung A.13: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 1,97 MHz

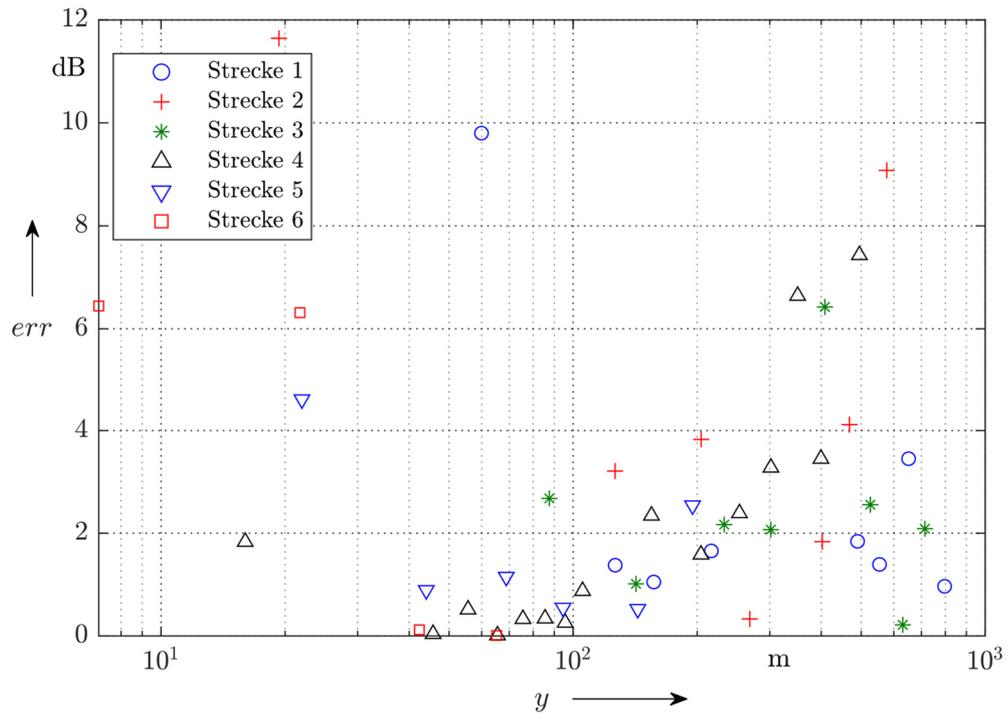


Abbildung A.14: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 3,1 MHz

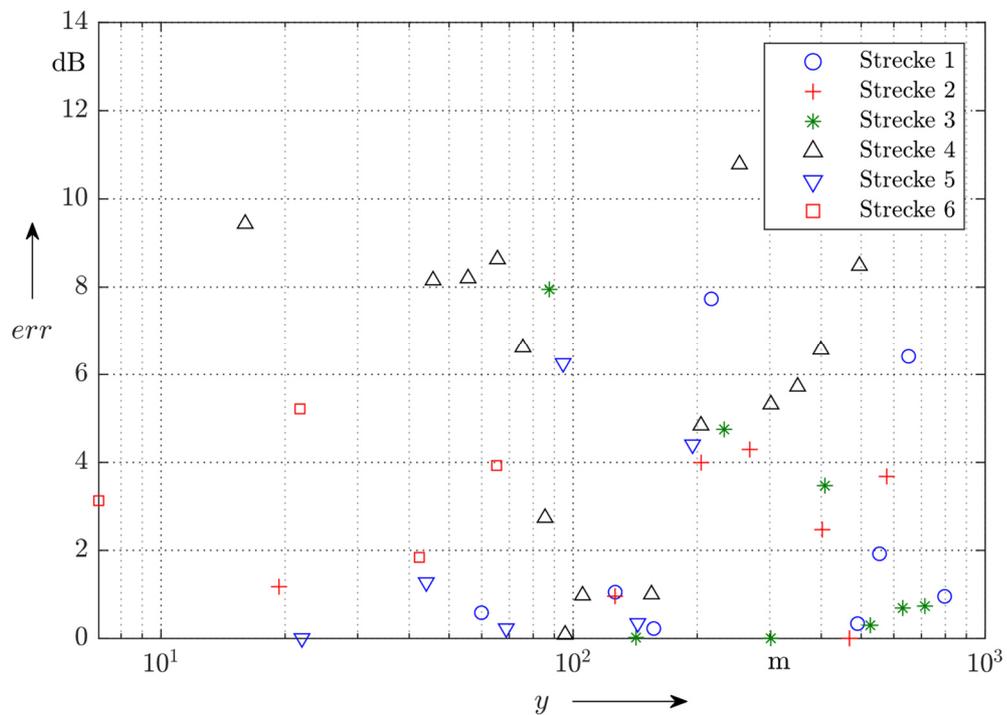


Abbildung A.15: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 5,61 MHz

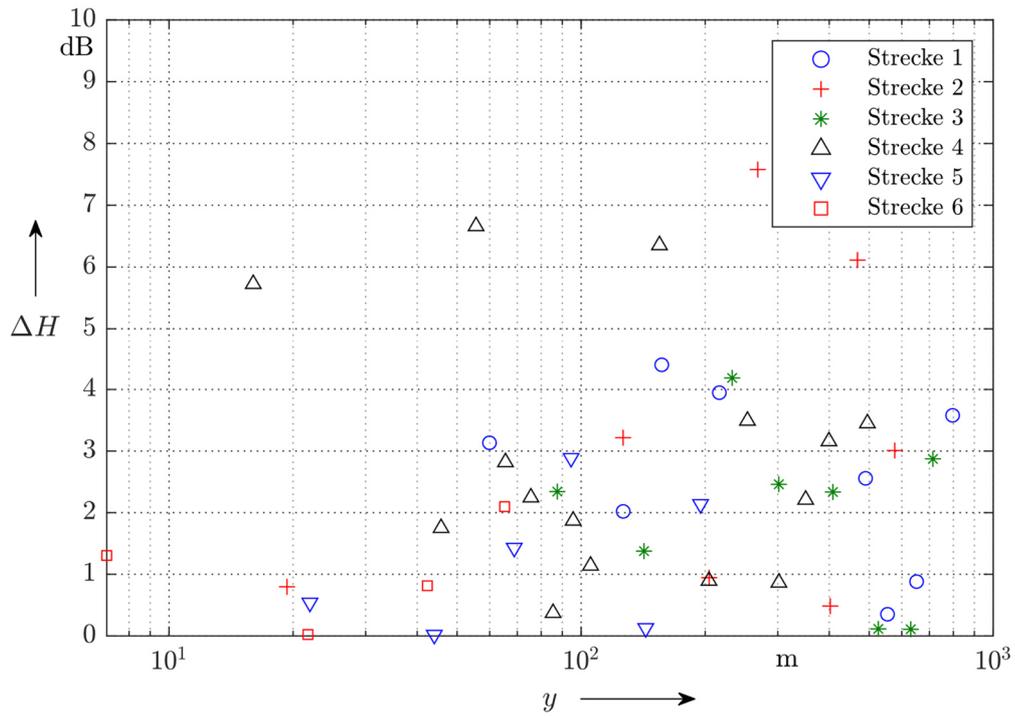


Abbildung A.16: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 7,66 MHz

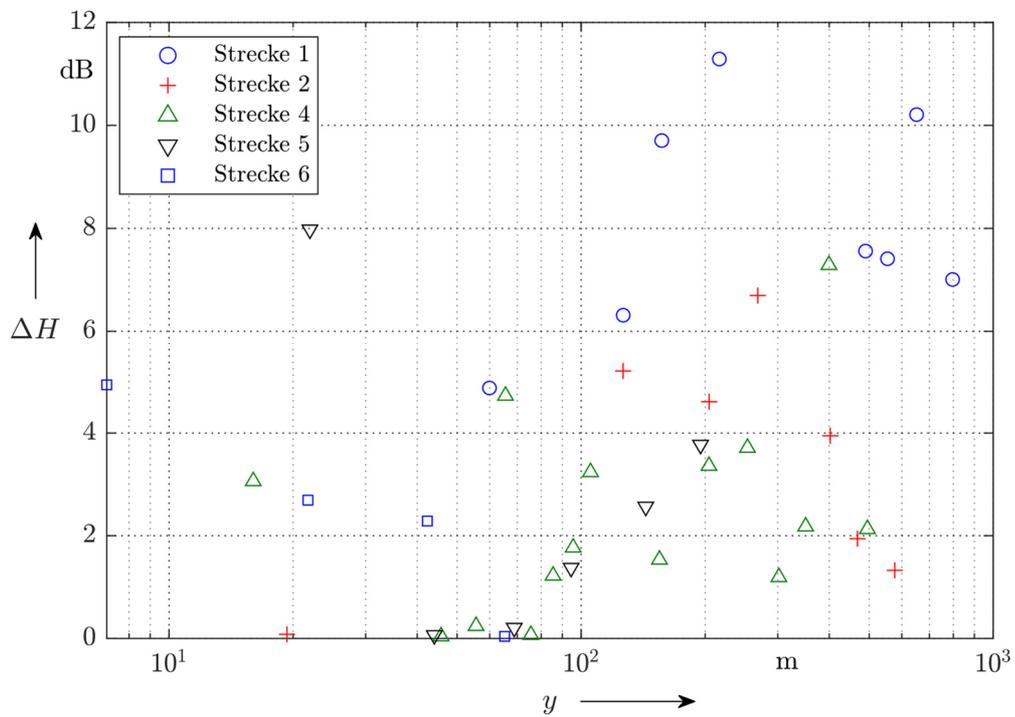


Abbildung A.17: Betragliche Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem transversalem Verlauf, 8,85 MHz

Veröffentlichungen des Autors

1. M. Franke, H. Hirsch, "Analytisch-numerischer Ansatz zur Berechnung des magnetischen Feldes hochfrequenter Störungen in der Umgebung langer ausgedehnter Leiter im Frequenzbereich von 9 kHz bis 10 MHz" *EMV 2018*, Düsseldorf 2018
2. M. Franke, D. Erni, H. Hirsch, "Analysis of the near field attenuation of an electrically long transmission line," *VDE High Voltage Technology 2020; ETG-Symposium*, 2020, pp. 1-6.
3. M. Franke, H. Hirsch, "Versatile and transparent model to estimate the disturbance potential of overhead transmission lines in the context of HVDC transmission using voltage source converter," *2020 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, 2020, pp. 1-5, doi: 10.1109/EMCEUROPE48519.2020.9245794.

DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Offen im Denken

ub | universitäts
bibliothek

Diese Dissertation wird via DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt und liegt auch als Print-Version vor.

DOI: 10.17185/duepublico/78205

URN: urn:nbn:de:hbz:465-20230419-084459-9

Alle Rechte vorbehalten.