

Analytische Beschreibung transversalsymmetrischer Gelenke

Analytical description of transversally symmetrical hinges

Hannes Jahn^{1*}, Stefan Henning¹, Thomas Fröhlich², Lena Zentner¹

¹ TU Ilmenau, Fakultät für Maschinenbau, 98693 Ilmenau, Fachgebiet Nachgiebige Systeme

² TU Ilmenau, Fakultät für Maschinenbau, 98693 Ilmenau, Fachgebiet Prozessmesstechnik

* Kontakt: hannes.jahn@tu-ilmenau.de

Kurzfassung

Nachgiebige Mechanismen mit Festkörpergelenken (FKG) gewinnen aufgrund ihrer vorteilhaften Eigenschaften, wie beispielsweise Reproduzierbarkeit, Spielfreiheit und Wartungsfreiheit, in der Forschung und Industrie zunehmend an Bedeutung [1]. Die FKG solcher Mechanismen werden anhand ihrer Symmetrie in verschiedene Kategorien, wie voll-, transversal-, längs- und asymmetrisch, unterteilt [2]. Das Verformungsverhalten vollsymmetrischer sowie längssymmetrischer Gelenke (vgl. Bild 1a) kann mit der Theorie großer Verformungen stabförmiger Strukturen [3] numerisch berechnet werden [4]. Die neutrale Faser (gestrichelte Linie), welche bei der Verformung keine Längenänderung erfährt, verläuft immer durch den Schwerpunkt der Querschnittsflächen und wird im Kontext dieser FKG bisher als Kurve mit konstanter Krümmung beschrieben [4]. In Wägezellen (vgl. Bild 1b) werden jedoch häufig Gelenke verwendet, welche von der Vollsymmetrie abweichen. Mit ihnen können sehr geringe Messunsicherheiten erreicht werden [5]. Im gezeigten Beispiel in Bild 1b) werden transversalsymmetrische Gelenke mit Halbkreisconturen eingesetzt. Die Beschreibung der neutralen Faser, welche zur Berechnung des Verformungsverhaltens notwendig ist, kann bei diesen Gelenken nicht durch eine konstante Krümmung erfolgen.

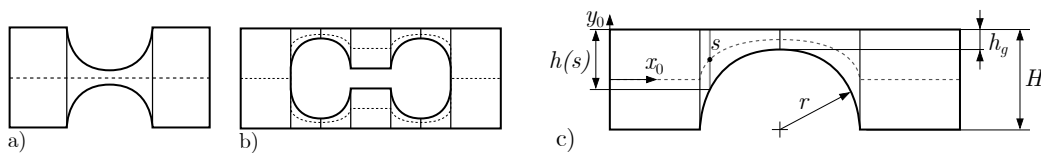


Bild 1 Nachgiebige Strukturen: a) symmetrisches Gelenk mit Halbkreisconturen, b) Wägezelle mit transversalsymmetrischen Gelenken c) Parametrisierung des transversalsymmetrischen Gelenks mit Halbkreiscontur. Gestrichelte Linie zeigt die neutrale Faser.

Die neutrale Faser des in Bild 1c) dargestellten transversalsymmetrischen Gelenks mit Halbkreiscontur stellt einen Ellipsenbogen dar. Entlang dieser neutralen Faser wird eine Balkenkoordinate s eingeführt. Die maximale Höhe des Balkens ist mit H , der Gelenkradius mit r und die minimale Gelenkhöhe mit h_g charakterisiert. Zudem besitzt die Struktur eine Breite b . Die Höhe $h(s)$ ist, wie in Bild 1c) dargestellt, orthogonal zur Längsausdehnung des Balkens, jedoch nicht orthogonal zur neutralen Faser. Für die Berechnung der Verformung des Gelenks wird die Länge des Ellipsenbogens, sowie die Krümmung $\kappa(s)$ der neutralen Faser an jeder Stelle s entlang des Balkens und die Höhe $h(s)$ benötigt. Der Verlauf der neutralen Faser lässt sich mit kartesischen Koordinaten in Abhängigkeit von x durch Gleichungen 1,2 beschreiben. Aufgrund des modularen Aufbaus, analog zu [4], des Mechanismus beginnt die Laufkoordinate x jeweils am Anfang eines Abschnittes mit $x = 0$. So ist es Möglich unterschiedliche Konturen und Ausrichtungen, wie in Bild 2b) beispielhaft gezeigt, zu realisieren.

$$y_1(x) = \frac{h_g + r - \sqrt{r^2 - (r-x)^2}}{2} \quad (1)$$

$$y_2(x) = \frac{h_g + r + \sqrt{r^2 - x^2}}{2} \quad (2)$$

Die Länge s_e der jeweiligen Ellipsenbögen von 0 bis x kann anschließend durch das Integral in Gleichung 3 berechnet werden. Die Integrationsgrenze x darf dabei den Radius r der Halbkreiscontur nicht überschreiten. Da für den Umfang einer Ellipse und somit für die Länge eines Ellipsenbogens keine explizite Lösung existiert, wird dieses elliptische Integral numerisch gelöst.

$$s_e(x) = \int_0^x \sqrt{1 + y_i'(x)^2} dx \quad (3)$$

$$\kappa(x) = \frac{y_i''(x)}{(1 + y_i'(x)^2)^{3/2}} \quad (4)$$

Die numerische Berechnung des Differentialgleichungssystems aus [4] erfolgt entlang der neutralen Faser s . Um $\kappa(s)$ und $h(s)$ zu ermitteln wird eine Nullstellensuche $0 = s - s_e(x)$ durchgeführt, worüber es möglich ist, die Integrationsvariable x zu erhalten. Die Kenntnis von $x(s)$ ermöglicht es nun, die Krümmung $\kappa(s)$ durch Gleichung 4 und die Höhe entlang des Balkens $h(s) = 2y(s)$ zu beschreiben. Mit der ermittelten Höhe kann das Flächenträgheitsmoment entlang der neutralen Faser berechnet werden. Im Anschluss an die analog zu [4] in MATLAB[®] durchgeführte Berechnung, liegen das resultierende Biegemoment, die x - und y -Koordinaten und der Neigungswinkel der neutralen Faser im verformten Zustand

vor. Diese Ergebnisse lassen sich anschließend zur Auswertung weiterer Parameter, wie Verschiebungen oder Dehnungen entlang der neutralen Faser verwenden.

Zur Überprüfung des entwickelten analytischen Modells wird eine Parameterstudie in Ansys an FEM-Modellen durchgeführt, in welcher der Radius r des Gelenks von $1 - 1,9$ mm in $0,1$ mm Schritten und die Kraft am Balkenende von $1 - 10$ N in 1 N Schritten variiert wird. Für jede Kombination werden die Ergebnisse der Verschiebungen in x - sowie y -Richtung sowie die maximale Dehnung ϵ_{max} ausgewertet. In Bild 2a) ist eine Beispielgeometrie mit einem Radius von $r = 1,9$ mm dargestellt. Damit die Ergebnisse verglichen werden können, wird die Verformung im FEM-Modell durch eine Verformungsstichprobe, welche auf der neutralen Faser am Ende des Balkens liegt, ermittelt.

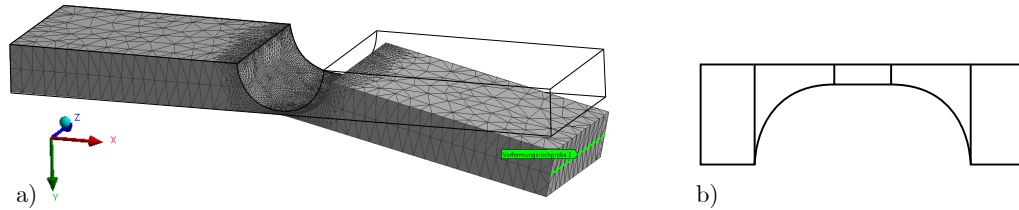


Bild 2 a) FEM-Modell: Körper am linken Ende eingespannt und am rechten Ende mit einer Kraft in y -Richtung belastet, b) Gelenk mit Viertelkreisgelenkverbindung.

Bei den in Bild 3 dargestellten Abweichungen der mittels des entwickelten analytischen Modells berechneten Ergebnisse zu den FEM-Ergebnissen fallen für die Verschiebung in x -Richtung, a), Abweichungen von bis zu 60% auf. Diese große prozentuale Abweichung ist mit der generell sehr geringen Verschiebung von wenigen Mikrometern in x -Richtung zu erklären. Bei den Abweichungen für die Verschiebungen in y -Richtung sowie die Dehnungen ist zu erkennen, dass sie mit zunehmenden Radius kleiner werden. Dies ist auf die verwendete Theorie zurückzuführen, da es sich bei kleinen Radien um sehr gedrungene Elemente und nicht mehr um schlanke Balken (Länge \gg Querschnittsabmessungen) handelt und somit eine Voraussetzung für die verwendete Theorie [6] nicht erfüllt wird. Ein Großteil der Abweichungen liegt jedoch bei unter 5%. Das erstellte analytische Modell kann als validiert angesehen werden.

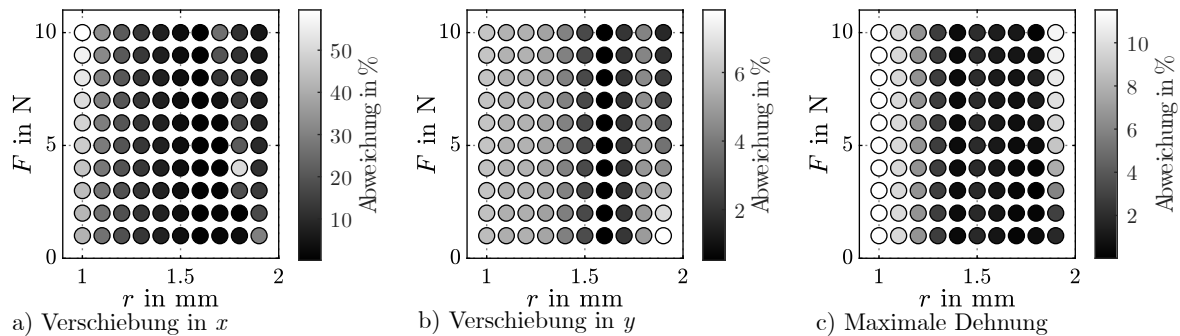


Bild 3 Abweichungen der analytischen und FEM basierten Ergebnisse bei Variation des Gelenkradius r und der Kraft F in y -Richtung.

Mit der hier vorgestellten analytischen Beschreibung zur Berechnung der Verformung eines transversalsymmetrischen Gelenks ist ein wichtiger Beitrag und Grundstein zur analytischen Analyse und Optimierung von Wägezellen gelungen.

Danksagung – Die Autoren bedanken sich bei der DFG für die Projektförderung (ZE 714/22-1).

Literatur

- [1] Howell, L. L. “Compliant Mechanisms”. In: *21st Century Kinematics. The 2012 NSF Workshop*. Ed. by McCarthy, J. M. London: Springer, 2013. DOI: 10.1007/978-1-4471-4510-3_7.
- [2] Linß, S. “Ein Beitrag zur geometrischen Gestaltung und Optimierung prismatischer Festkörpergelenke in nachgiebigen Koppelmechanismen”. de. Dissertation. Ilmenau, July 2015.
- [3] Zentner, L. and Linß, S. *Compliant systems*. eng. Berlin and Boston: De Gruyter Oldenbourg, 2019. DOI: 10.1515/9783110479744.
- [4] Henning, S. “Modellbasierte Entwicklung von Methoden Algorithmen und Werkzeugen zur Analyse und Synthese nachgiebiger Mechanismen”. de. Dissertation. Ilmenau, Dec. 2022. DOI: 10.22032/dbt.53126.
- [5] Schwartz, R. “Kraft, Masse, Drehmoment”. In: *Handbuch der Mess- und Automatisierungstechnik in der Produktion*. Ed. by Gevatter, H.-J. and Grünhaupt, U. 2006. DOI: 10.1007/3-540-34823-9_5.
- [6] Zentner, L. and Strehle, S., eds. *Microactuators, Microsensors and Micromechanisms*. Mechanisms and Machine Science. Cham: Springer International Publishing, 2021. DOI: 10.1007/978-3-030-61652-6.

DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Offen im Denken

ub | universitäts
bibliothek

In: Neunte IFToMM D-A-CH Konferenz 2023

Dieser Text wird via DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt. Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

DOI: 10.17185/duepublico/77402

URN: urn:nbn:de:hbz:465-20230314-175243-0



Dieses Werk kann unter einer Creative Commons Namensnennung
- Nicht-kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0
Lizenz (CC BY-NC-SA 4.0) genutzt werden.