Selbstgesteuertes Lernen in Experimentierumgebungen zu funktionalen Zusammenhängen – Vergleich der Wirksamkeit für die Entwicklung funktionalen Denkens in Präsenz- und Distanzunterricht

Susanne Digel & Jürgen Roth

Universität Koblenz-Landau

Realexperimente und Simulationen fördern funktionales Denken (FD) in unterschiedlicher Weise. Beide Erträge lassen sich verbinden, wenn durch einen qualitativen Zugang der Fokus auf dem schwierigen Aspekt der Kovariation liegt. Selbstgesteuertes Lernen in diesem Experimentiersetting zeigt sich in einer Pre-Post-Interventionsstudie (N=332) signifikant wirksamer als in numerisch orientierten Settings (Digel & Roth, 2021). Im Kontext der COVID-19 Pandemie wurden die Lernumgebungen in Distanz- und Präsenzunterricht eingesetzt. Hammerstein et al. (2021) zeichnen in ihrer Metastudie zur Wirksamkeit des Distanzunterrichts für Mathematik international ein heterogenes Bild mit negativer Tendenz. In Deutschland finden Schult et al. (2022) insbesondere für schwache Lernende einen negativen Lerneffekt. Die hier vorgestellten Ergebnisse zur Wirksamkeit der Experimentiersettings in Präsenz bzw. Distanz (N=219 bzw. N=113) bestätigen diese negativen Effekte nicht.

Distanzunterricht während der Pandemie

Die pandemiebedingten Einschränkungen im Schulbetrieb haben digitale Unterrichtsstrategien in den Vordergrund gerückt und diesbezügliche Schwächen im Bildungssystem verdeutlicht. Trotz intensiver Bemühungen vieler Schulen waren die Lernzuwächse während des ersten Lockdowns in Deutschland im Mittel vergleichbar mit denen in den Sommerferien, also ohne Schulbetrieb (Hammerstein et al., 2021). Bezogen auf Mathematik zeigt sich ein nicht ganz einheitliches Bild in Deutschland. So fanden Spitzer und Musslick (2021) in ihrer Studie zu digitalen Lernumgebungen (bettermarks) Leistungszuwächse in der Kohorte mit Unterricht unter Corona-Bedingungen vergleichbar der Vorjahreskohorte. In einer jährlichen Schulleistungsstudie in Baden-Württemberg zeigten sich deutliche Lerndefizite gegenüber den Vorjahren vor allem bei den operativen, mathematischen Kompetenzen, wohingegen die Leistungen in arithmetischen (kalkülbezogenen) Kompetenzen auf dem Niveau der Vorjahre lagen (Schult et al., 2022). Die Autoren sehen darin einen Indikator für arithmetisch geprägten Distanzunterricht in Mathematik. Auch die digitalen Lernumgebungen der Studie von Spitzer und Musslick lassen sich eher dem arithmetischen Bereich zuordnen, so dass für operative und konzeptuelle Lerninhalte eher mit einer niedrigeren Kompetenzentwicklung zu rechnen ist. Teilweise sind diese Effekte auch auf insgesamt weniger schulbezogene Aktivitäten während des Lockdowns (im Mittel 3,6 h pro Tag) zurückzuführen (Wößmann et al., 2021).

Distanzlernen leistungsschwacher Lernender

Bezogen auf die Ausgangsbedingungen wurden durch den Distanzunterricht auch die Unterschiede im Lernerfolg größer. So zeigten insbesondere lernschwache Schülerinnen und Schüler in der o. a. Leistungsstudie Rückstände gegenüber den Vorjahren (Schult et al., 2022), die auch auf die deutlich geringere Lernzeit bei Leistungsschwächeren zurückzuführen sein könnte. Darüber hinaus hatten Lernende aus bildungsfernen Haushalten deutlich schlechtere Lernbedingungen im Fernunterricht (Wößmann et al., 2021).

Digitales Lernen in Distanz und Präsenz. Herbsttagung des Arbeitskreises Mathematikunterricht und digitale Werkzeuge am 25. September 2021. DOI: 10.17185/duepublico/76130

In der hier vorgestellten Studie zeigen sich die genannten negativen Effekte erfreulicherweise nicht. Die Förderung eines tragfähigen Funktionenkonzepts durch Experimente mit gegenständlichen Materialien und Simulationen erzielte vergleichbare Effekte in Präsenz und Distanz sowohl in der leistungsstarken Gymnasial-Stichprobe, als auch in der leistungsheterogenen Gesamtschul-Stichprobe.

Ein Konzept zu Funktionen entwickeln

Breidenbach et al. (1992) nutzen die Theorie des *Action-Process-Object*-Schemas (APOS) als Entwicklungsperspektive auf das Funktionenkonzept. Auf der untersten Stufe (*Action*) konzeptualisieren Lernende Funktionen über reale bzw. mentale Handlungen. Es werden etwa Werte eingesetzt und damit Funktionswerte berechnet. Eine dynamischere Konzeptualisierung von Funktionen (*Process*) ermöglicht es Lernenden einen Zusammenhang über ein Kontinuum zu betrachten. In Abhängigkeit von Variationen des Arguments werden dabei Veränderungen des Funktionswerts reflektiert. Auf der höchsten Stufe (*Object*) konzeptualisieren Lernende Funktionen als eigenständige Objekte, die transformiert werden können. Ein elaboriertes Funktionenkonzept beinhaltet schließlich alle drei Stufen und die Fähigkeit passend zu der mathematischen Situation auf die jeweilige Stufe zugreifen zu können (Dubinsky & Wilson, 2013).

Aspekte funktionalen Denkens

Die APOS Stufen lassen sich in etwa mit den Grundvorstellungen zum Funktionenbegriff – *Zuordnung*, *Kovariation* und *Objekt* – in Einklang bringen. Man könnte nun mit APOS folgende Lernreihenfolge für das Funktionenkonzept ableiten: Zuerst die Zuordnung fokussieren (Action), dann auf Kovariation erweitern (Process) und schließlich Funktionen als Objekte thematisieren (Object). Jedoch erfordert der Zuordnungsaspekt aus Sicht der Lernenden kein neues mathematisches Konzept und die Definition einer Funktion wirkt künstlich (Thompson & Carlson, 2017). Es liegt für Schülerinnen und Schüler näher einen Zusammenhang zwischen Größen über deren Veränderungen zu erfassen und zu beschreiben. Des Weiteren induziert der Zuordnungsaspekt eine eher statische Sichtweise auf Funktionen, für eine Auseinandersetzung mit dem Kovariationsaspekt ist jedoch eine dynamische Perspektive Voraussetzung (Johnson, 2015). So werden Hauptgründe für Schwierigkeiten mit dem Funktionenkonzept in der mangelnden Fähigkeit und vor allem Gelegenheit gesehen, dynamisch über Kovariation zu argumentieren (Thompson & Carlson, 2017). Aus diesen Gründen wird bereits seit vielen Jahren gefordert, im Mathematikunterricht einen nicht-numerischen Zugang zu funktionalen Zusammenhängen zu wählen (Stellmacher, 1986).

Experimente fördern funktionales Denken

Experimente zu funktionalen Zusammenhängen haben sich als besonders lernförderlich erwiesen (Lichti & Roth, 2018). Eine mögliche Erklärung ist die Nähe funktionalen Denkens zum naturwissenschaftlichen Experimentierprozess (Doorman et al., 2012): Ausgehend von einer veränderlichen Ausgangsgröße wird eine davon abhängige Zielgröße betrachtet. Werden die Werte von Ausgangs- und Zielgröße zueinander in Beziehung gesetzt, fördert dies den Zuordnungsaspekt (*Action*). Durch Variation der Ausgangsgröße und Beobachtung der daraus resultierenden Veränderung der Zielgröße wird die Kovariation in den Fokus gerückt (*Process*).

Lichti und Roth (2018) nutzen die Grundstruktur eines naturwissenschaftlichen Experimentierprozesses – Hypothesen bilden, Experimentieren, Analysieren – in einer vergleichenden Pre-Post-

Interventionsstudie zur Förderung des funktionalen Denkens von Sechstklässlern mit gegenständlichen Materialien bzw. Simulationen. Beide erweisen sich als lernförderlich mit einem Vorsprung für Simulationen. Bei genauerer Betrachtung zeigen sich jedoch unterschiedliche Wirkungen durch die jeweiligen Werkzeuge (Lichti, 2019).

Nutzungsschemata für Realexperimente und Simulationen

Der *instrumental approach* (Rabardel, 2002) und dessen Unterscheidung zwischen Artefakt und Instrument bieten hier eine Erklärungsgrundlage. Das genutzte Werkzeug wird als Artefakt bezeichnet. Damit im Prozess der instrumentellen Genese (*instrumental genesis*) aus den Artefakten Instrumente werden können, müssen zunächst Nutzungsschemata entwickelt werden. Der Prozess wird beeinflusst von dem Subjekt, dem Artefakt und der Aufgabe, für die es genutzt werden soll. Durch unterschiedliche Artefakte werden unterschiedliche Nutzungsschemata angeregt. Artefakte, die eine bessere Passung zu den mathematischen Vorhaben aufweisen, führen zu einer produktiveren *instrumental genesis* und vereinfachen den Lernprozess (Drijvers, 2020). Dementsprechend begünstigen Simulationen Nutzungsschemata, die Variation und Veränderung beinhalten und fördern damit den Kovariationsaspekt. Messprozesse an gegenständlichen Materialien induzieren hingegen statische Schemata basierend auf Werten und Zuständen, die dem Zuordnungsaspekt dienen. Gleichzeitig stimulieren gegenständliche Materialien Modellierungsschemata, die die Realsituation in Beziehung zur mathematischen Beschreibung setzen, während Simulationen bereits ein Situationsmodell beinhalten. Werden Simulationen als Multi-Repräsentationssystem (Balacheff & Kaput, 1997) genutzt, illustrieren sie Verbindungen und Übersetzungen zwischen den unterschiedlichen Repräsentationen (hier: Graph, Modell, Tabelle). Eine Kombination aus beiden Artefakten, könnte die unterschiedlichen Lernvorteile vereinen. Die Frage, wie die Kombination möglichst ertragreich ausgestaltet werden kann, ist dabei noch offen.

Konzeptentwicklung fördern

Zur Förderung funktionalen Denkens mit Experimenten werden Simulationen und gegenständliche Materialien mit der Prämisse einer produktiven *instrumental genesis* eingesetzt. Zu Beginn werden gegenständliche Materialien genutzt, um die Modellierungsschemata zu initiieren. Repräsentationswechsel, wie Tabelle zu Graph und Animation zu Graph werden durch Einsatz von Simulationen erleichtert. Selbige ermöglichen auch eine dynamische Untersuchung des Zusammenhangs, sowohl durch Exploration als auch durch systematische Variation und fördern den Kovariationsaspekt. Durch Messungen an gegenständlichen Materialien wird schließlich der Zuordnungsaspekt gefördert.

Für die hier vorgestellte Studie wurden zwei unterschiedliche Settings entwickelt, die sich ebenfalls am naturwissenschaftlichen Experimentierprozess (Hypothesen bilden, Experimentieren, Analysieren) orientieren. Ein numerisches Setting folgt sequenziell den APOS Stufen und setzt, wie auch häufig im Schulkontext, den Messprozess ins Zentrum der Experimentierphase. Dadurch wird der Fokus auf den Zuordnungsaspekt gelegt. Die Annäherung an den Kovariationsaspekt in der Analysephase wird durch eine Simulation unterstützt, in der eine Animation des gegenständlichen Materials mit einer tabellarischen sowie einer graphischen Darstellung verbunden ist.

Im zweiten, qualitativen Setting wird durchgängig der Zusammenhang zwischen den beteiligten Größen dynamisch beleuchtet. Nach einer ersten Hypothesenbildung mithilfe des gegenständlichen Materials werden in der Simulation (nur Animation der Situation) Veränderungen in den Blick genommen. Der Fokus dieses Settings liegt dadurch auf dem Kovariationsaspekt. Für die Analysephase wird die Simulation um die graphische Darstellung des funktionalen Zusammenhangs ergänzt. Erst im Anschluss daran werden am gegenständlichen Material Messwerte generiert und in die Simulation übertragen, um die bisherigen Ergebnisse zum Zusammenhang experimentell zu überprüfen. In beiden Lernumgebungen werden identische Kontexte, Materialien und Simulationen eingesetzt, die Arbeitsaufträge sind entsprechend dem Fokus für das jeweilige Setting adaptiert. Beide Lernumgebungen finden sich unter https://mathe-labor.de/baumhaus-2020.

Vergleich der Wirksamkeit

Eine Pre-Post-Interventionsstudie (Klassenstufe 6-8, drei Doppelstunden, Gymnasium/Gesamtschule, Vierergruppen) vergleicht die beiden Settings hinsichtlich ihrer Wirksamkeit für das funktionale Denken (FD) von Lernenden. Darüber hinaus wird eine Kontrollgruppe in den Vergleich einbezogen, in der lediglich Simulationen genutzt werden (Lichti & Roth, 2018).

Forschungsfragen (FF) und Hypothesen

FF1: Welches kombinierte Setting ist wirksamer für das Funktionale Denken?

Hypothese Qualitativ > Numerisch: Die statische Sicht auf Funktionen und der Fokus auf den Zuordnungsaspekt durch den Messprozess erschwert im numerischen Setting das Kovariationsverständnis. Umgekehrt wird die Erfassung des Zusammenhangs und der Kovariation der beteiligten Größen durch eine qualitative Herangehensweise erleichtert. Zum Verständnis des für Lernende leichteren Zuordnungsaspekts könnte auch eine kürzere Auseinandersetzung mit Wertepaaren gegen Ende der Lernumgebung ausreichen.

FF2: Ist die Kombination aus gegenständlichen Materialien und Simulationen wirksamer als ein Training nur mit Simulationen?

Hypothese Kombination ≠? Simulationen: Einerseits fördert die größere Nähe zwischen Artefakten und Tätigkeiten den Lernprozess und die Vorteile beider Artefakte lassen sich potenziell verbinden. Andererseits könnte sich die Genese von mehr bzw. diverseren Nutzungsschemata bei der Kombination auch nachteilig auf den Lernprozess auswirken. Da der Zuordnungsaspekt leicht zugänglich ist, bedarf es dafür nicht zwingend gegenständlicher Materialien. Darüber hinaus könnte das Modellieren eine Erhöhung des cognitive load mit sich bringen, so dass weniger Ressourcen für die Entwicklung funktionalen Denkens bereitstehen.

FF3: Ergeben sich durch die Schulform Unterschiede im Lernzuwachs bei den Trainings?

Hypothese Gymnasium > Gesamtschule: Zum einen ist ein niedrigeres Kompetenzniveau in der Substichprobe der Gesamtschule zu erwarten, wie Schulleistungsstudien mehrfach zeigen (Reinhold et al. 2019). In diesem Zusammenhang ist auch mit einem Schereneffekt beim Lernzuwachs zu rechnen, wie er bereits mehrfach repliziert wurde (Guill et al., 2017). Bezogen auf die einzelnen Settings könnte der Fokus auf den schwierigeren Aspekt Kovariation eine Überforderung für leistungsschwächere Lernende darstellen. Demgegenüber zeigen Dubinsky und Wilson (2013) in ihrer Studie, dass sich alle Stufen des Funktionenkonzepts von niedrigen Lernniveaus aus fördern lassen.

FF4: Unterscheiden sich die Durchführungen nach Unterrichtsarten in ihrer Wirksamkeit?

Hypothese Präsenz > Distanz: Bei den Lernumgebungen der Settings stehen konzeptuelle Kompetenzen deutlich im Vordergrund, arithmetische Kompetenzen spielen eine untergeordnete Rolle. Entsprechend der im Abschnitt „Distanzunterricht während der Pandemie" umrissenen Erkenntnisse, sind im Distanzunterricht niedrigere Lernzuwächse, insbesondere in der Gesamtschulstichprobe, zu erwarten.

Studiendesign und Auswertungsmethoden

In einer Pilotstudie wurde die Vergleichbarkeit der beiden Settings hinsichtlich Zeitbedarf und Schwierigkeit bestätigt (Digel & Roth, 2020). Die Wirksamkeit beider Settings wird in der hier vorgestellten Studie mit einem Pre-/Post-Test zum funktionalen Denken evaluiert (FD-short, 27 Items, Pilotierung siehe ebd.). Die Daten werden mit Item-Response-Theorie ausgewertet. Mit einer dichotomen, eindimensionalen Raschmodellierung mit virtuellen Personen werden die Itemschwierigkeiten geschätzt und zur Bestimmung der Personenfähigkeiten fixiert. In mehreren mixed ANOVA (between Setting, Unterrichtsart, Schulform; within Zeitpunkt) und post-hoc paarweisen t-Tests werden Unterschiede zwischen beiden Settings untersucht.

Ergebnisse

Die Gesamtstichprobe der Hauptstudie (N = 332, Alter M = 13.0, SD = 4.8, 121 weiblich, 187 männlich) verteilt sich wie folgt auf die Settings, Unterrichtsarten und Schulformen (s. Tabelle 1):

	Qualitatives Setting		Numerisches Setting		Kontrollgruppe		kumuliert
	N	d	N	d	N	d	N
Gesamt	114	.51***	125	.25***	93	.27***	332
Gesamtschule	39	.63***	52	.32***	66	.34***	157
Gymnasium	75	.48***	73	.27***	26	.28***	175
Distanz	36	.48***	39	.33**	38	.36**	113
Präsenz	78	.56***	86	.28***	55	.30**	219

Tabelle 1: Stichprobengrößen N und Effektstärken Cohens d (Pre/Post) der Subgruppen nach Settings

Die Rasch-Modellierung zeigt gute Reliabilitäten in Pre- und Posttest: $EAP\text{-}Rel_{pre}$ = .86 und $EAP\text{-}Rel_{post}$ = .80 ($WLE\text{-}Rel_{pre}$ = .85 und $WLE\text{-}Rel_{post}$ =.80).

Vergleich der Settings in der Gesamtstichprobe

Die mixed ANOVA (between Setting) ergibt zwei signifikante Effekte. Zum einen ergibt sich ein signifikanter Haupteffekt des Zeitpunkts $F(1, 329) = 188.17$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .36$. Die Ergebnisse im FD-short steigen signifikant mit einem großen Effekt von $M = -.46$ logits ($SD = 1.37$) auf $M = .26$ logits ($SD = 1.01$). Es zeigt sich auch eine signifikante Interaktion zwischen Zeitpunkt und Setting mit kleinem Effekt ($F(2,329) = 5.33$, $p = .005$, $\eta_p^2 = .03$). Die beiden Subgruppen der Settings (numerisch/qualitativ) unterscheiden sich nicht vor der Intervention ($t(198) = -.18$, $p = .571$) und beide gemeinsam unterscheiden sich auch nicht von der Kontrollgruppe im Pretest ($t(134) = -.78$, $p = .219$).

Vergleich der Settings in den Schulformen

Bezogen auf die Schulform (s. Abbildung 1 links) zeigt die mixed ANOVA einen signifikanten Haupteffekt des Zeitpunkts ($F(1, 326) = 197.34$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .38$) und einen signifikanten

Haupteffekt der Schulform ($F(1, 326) = 87.82$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .21$). Darüber hinaus ergeben sich zwei signifikante Interaktionseffekte, nämlich zwischen Zeitpunkt und Setting ($F(2, 326) = 5.92$, $p < .005$, $\eta_p^2 = .018$), sowie zwischen Zeitpunkt und Schulform ($F(2, 326) = 9.57$, $p < .005$, $\eta_p^2 = .029$). Lernende an Gymnasien sind im Pretest signifikant besser als Lernende an Gesamtschulen ($t(174) = 8.09$, $p < .001$, $d = .61$), aber in beiden Schulformen zeigen sich kleine bis mittlere Lerneffekte (GY: $t(425) = 7.08$, $p < .001$, $d = .34$; GS: $t(216) = 5.84$, $p < .001$, $d = .40$). In beiden Schulformen sind die Lernzuwächse im qualitativen Setting am größten (s. Tabelle 1).

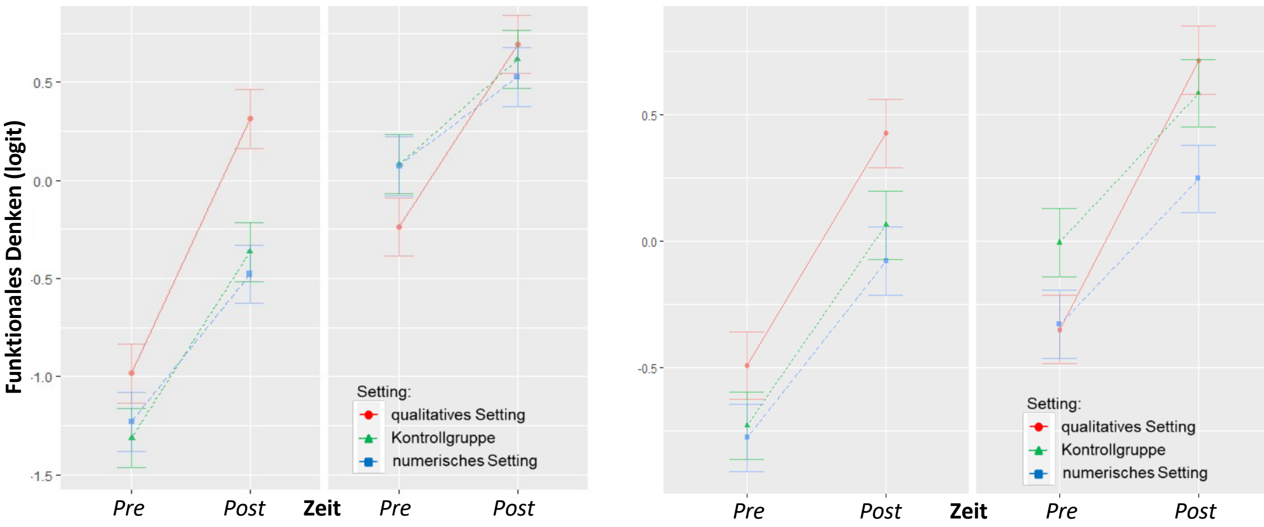

Abbildung 1: Lernzuwächse FD pre/post nach Setting und Schulform (links) / Setting und Unterrichtsart (rechts)

Vergleich der Settings in den Unterrichtsarten Präsenz und Distanz

Für die Unterrichtsformen Präsenz und Distanz (s. Abbildung 1 recht) zeigt die mixed ANOVA einen signifikanten Haupteffekt des Zeitpunkts ($F(1, 326) = 170.88$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .34$) und einen signifikanten Haupteffekt der Unterrichtsart ($F(1, 326) = 10.85$, $p < .001$, $\eta_p^2 = .03$). Darüber hinaus ergibt sich ein signifikanter Interaktionseffekt zwischen Zeitpunkt und Setting ($F(2, 326) = 3.63$, $p < .005$, $\eta_p^2 = .02$). In beiden Unterrichtsarten sind die Lernzuwächse auch hier im qualitativen Setting am größten (s. Tabelle 1). In Präsenz sind die Lernenden im Pretest etwas besser als in Distanz ($t(153) = 2.19$, $p < .05$, $d = .18$). In beiden Unterrichtsarten zeigen sich ähnliche, nicht signifikant unterschiedliche Lerneffekte (P: $t(149) = 4.57$, $p < .001$, $d = .38$; D: $t(150) = 3.48$, $p < .001$, $d = .28$).

Diskussion

Zu FF1 und FF2 werden Ergebnisse lediglich im Hinblick auf die Subgruppen Gymnasium und Gesamtschule sowie Präsenz- und Distanzunterricht diskutiert. Eine übergreifende Diskussion zu beiden Forschungsfragen findet sich in Digel und Roth (2021). Bezüglich der Wirksamkeit der beiden kombinierten Settings (FF1) lässt sich festhalten, dass sowohl der numerische Zugang als auch der qualitative Zugang das funktionale Denken in beiden Schulformen sowie in Distanz- und Präsenzunterricht signifikant fördern. Der qualitative Zugang ist in beiden Schulformen sowie in Distanz- und Präsenzlernen signifikant am wirksamsten. Damit bestätigen sich die Hypothesen zu FF1: Die dynamische Sicht auf die beteiligten Größen von Beginn an und die qualitative Betrachtung schaffen Gelegenheiten dynamisch über Ko-Variation zu argumentieren und machen den Kovariationsaspekt zugänglich auf allen Kompetenzniveaus. Der numerische Zugang hat jedoch keinen signifikanten Vorteil für FD gegenüber dem Training nur mit Simulationen (FF2). Der Einsatz von hands-on Material als geeignetere Artefakte für den Zuordnungsaspekt scheinen sich bei einem numerischen Zugang nicht als förderlicher für das funktionale Denken zu zeigen. Beim qualitativen Zugang verbessert die Kombination aus hands-on Material und Simulationen jedoch das funktionale Denken. Hier könnte das hands-on Material für den Zuordnungsaspekt eine sinnvolle Unterstützung darstellen, da dieser durch die dynamische Sicht und die Verschiebung der Messwerterfassung ans Ende der Lernumgebung eher im Hintergrund steht.

Erwartungskonform liegt das Niveau funktionalen Denkens der Lernenden an Gesamtschulen vor der Intervention unter dem der Lernenden an Gymnasien (FF3). Ein Schereneffekt zeigt sich in dieser Studie hingegen nicht, im Gegenteil, der Zuwachs ist für die Lernenden an Gesamtschulen signifikant höher. Die Aspekte funktionalen Denkens sind auch für niedrigere Kompetenzniveaus in allen drei Settings zugänglich. Die höchste Wirksamkeit des qualitativen Settings bestätigt die Ergebnisse von Dubinsky und Wilson (2013). Auch der schwierige Aspekt der Kovariation lässt sich insbesondere durch einen qualitativen Zugang auch auf niedrigeren Niveaus fördern.

Bei der Interpretation der Ergebnisse zu FF4 muss einschränkend beachtet werden, dass fehlende Ernsthaftigkeit und Fokussierung bei der Testbearbeitung in Distanz die Lernstände und -zuwächse möglicherweise etwas verzerren. Dennoch lässt sich mit diesem Vorbehalt aus den Ergebnissen folgern, dass mit den Lernumgebungen das funktionale Denken in Distanz und Präsenz in vergleichbarem Maße gefördert wird. Dies steht bisherigen Studien zur Wirksamkeit von Distanzunterricht, insbesondere bei konzeptuellen Kompetenzen wie hier FD entgegen (Schult et al., 2022). Dazu bieten sich drei unterschiedliche Erklärungsansätze: Zum einen können motivationale Einflüsse den Lernprozess in Distanz hier begünstigt haben, da sich die Experimentierumgebungen mit alltagsnahen Kontexten und hands-on Material sowie mit begleiteter Partner- und Gruppenarbeit vom sonstigen Distanzlernangebot positiv abheben. Entgegen der in Distanz dominierenden arithmetisch orientierten Lerninhalte, bietet das forschend-entdeckende Lernen mit offenen Aufgabenstellungen in den Lernumgebungen eine vertiefte Auseinandersetzung und höhere kognitive Aktivierung. Darstellungs- und Materialwechsel tragen ebenfalls zur Aktivierung bei. Eine durchgängige Interaktion mit Partner bzw. Team, die Ko-Konstruktionsprozesse ermöglicht und bei der Ideen und Lösungsansätze verbalisiert und diskutiert werden, stellt ebenfalls ein Unterscheidungsmerkmal zum Distanzlernen zuhause für sich allein dar.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass ein qualitativer Einstieg zu Funktionen mit hands-on und digitalen Experimenten (1) auf allen Leistungsstufen die größten Lernerfolge erzielt, (2) es leistungsstarken und -schwachen Lernenden ermöglicht, sich den schwierigen Aspekt Kovariation zu erschließen, (3) Gelegenheit zur Argumentation über Änderungsverhalten bietet, (4) einen echten Mehrwert durch die Kombination hands-on und digital darstellt und (5) sich in Distanz- sowie Präsenzunterricht besonders lernwirksam zeigt.

Literatur

Balacheff, N. & Kaput, J. J. (1997). Computer-based learning environments in mathematics. In A. J. Bishop et al. (Hrsg.), *International Handbook of Mathematics Education* (S. 469–501). Springer.

Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J. & Nichols, D. (1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics, 23*, 247–285.

Digel, S. & Roth, J. (2021). Do qualitative experiments on functional relationships foster covariational thinking? In M. Inprasitha, N. Changsri & N. Boonsena (Hrsg.), *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2*, (S. 218–226). PME.

Digel, S. & Roth, J. (2020). A qualitative-experimental approach to functional thinking with a focus on covariation. In A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, J. Trgalova, Z. Lavicza, R. Weinhandl, A. Clark-Wilson & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Proceedings of the 10th ERME Topic Conference on Mathematics Education in the Digital Age (MEDA) 2020* (S. 167–174). Johannes Kepler University.

Doorman, M., Drijvers, P., Gravemeijer, K., Boon, P. & Reed, H. (2012). Tool use and the development of the function concept: From repeated calculations to functional thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education, 10*(6), 1243–1267.

Drijvers, P. (2020). Embodied instrumentation: Combining different views on using digital technology in mathematics education. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Utrecht University. hal-02436279

Dubinsky, E. & Wilson, R.T. (2013). High school students' understanding of the function concept. *The Journal of Mathematical Behavior, 32*(1), 83–101.

Guill, K., Lüdtke, O. & Köller, O. (2017). Academic tracking is related to gains in students' intelligence over four years: Evidence from a propensity score matching study. *Learning and Instruction*, *47*, 43–52.

Hammerstein, S., König, C., Dreisörner, T. & Frey, A. (2021). Effects of COVID-19-Related School Closures on Student Achievement-A Systematic Review. *Frontiers in Psychology, 12*:746289.

Johnson, Heather L. (2015). Together yet separate: Students' associating amounts of change in quantities involved in rate of change. *Educational Studies in Mathematics, 89*(1), 89–110.

Lichti, M. (2019). *Funktionales Denken fördern: Experimentieren mit gegenständlichen Materialien oder Computer-Simulationen*. Springer Spektrum.

Lichti, M. & Roth, J. (2018). How to Foster Functional Thinking in Learning Environments: Using Computer-Based Simulations or Real Materials. *Journal for STEM Education Research 1*(1-2), 148–172.

Rabardel, P. (2002). *People and technology: A cognitive approach to contemporary instruments.* University of Paris 8, hal-01020705.

Reinhold, F., Reiss, K., Diedrich, J., Hofer, S. & Heinze, A. (2019). Mathematische Kompetenz in PISA 2018 – aktueller Stand und Entwicklung. In: K. Reiss, M. Weis, E. Klieme, & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2018. Grundbildung im internationalen Vergleich* (S. 187–209). Waxmann.

Schult, J., Mahler, N., Fauth, B. & Lindner, M. A. (2022). *Did Students Learn Less During the COVID-19 Pandemic? Reading and Mathematics Competencies Before and After the First Pandemic Wave.* School Effectiveness and School Improvement, doi: 10.1080/09243453.2022.2061014

Spitzer, M. W. H. & Musslick, S. (2021). Academic performance of K-12 students in an online-learning environment for mathematics increased during the shutdown of schools in wake of the COVID-19 pandemic. *PLOS ONE, 16*(8), e0255629.

Stellmacher, H. (1986). Die nichtquantitative Beschreibung von Funktionen durch Graphen beim Einführungsunterricht. In G. von Harten, H. N. Jahnke, T. Mormann, M. Otte, F. Seeger, H. Steinbring & H. Stellmacher (Hrsg.), *Funktionsbegriff und funktionales Denken* (S. 21–34). Aulis.

Thompson, P. W. & Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. In J. Cai (Hrsg.), *Compendium for research in mathematics education* (S. 421–456). National Council of Teachers of Mathematics.

Wößmann, L., Freundl, V., Grewenig, E., Lergetporer, P., Werner, K. & Zierow, L. (2021). Bildung erneut im Lockdown: Wie verbrachten Schulkinder die Schulschließungen Anfang 2021? *Ifo Schnelldienst, 74*(5), 36–52.

DOI: 10.17185/duepublico/76130
URN: urn:nbn:de:hbz:465-20220623-104259-0