Problemlöseprozesse mit ‚Google Maps' – Beschreibung eines Fallbeispiels.

Magnus Reifenrath & Felicitas Pielsticker

Universität Siegen

Im Beitrag werden Problemlöseprozesse von Schüler:innen der Sekundarstufen unter Nutzung des digitalen Werkzeugs ‚Google Maps' beschrieben und an einem ausgewählten Fallbeispiel zur Diskussion gestellt. Die für die Studie relevante Lehr-Lern-Situation ist inhaltlich in der Graphentheorie verortet, wurde im außerunterrichtlichen Rahmen durchgeführt und bedient sich eines interdisziplinär angelegten Kontexts. Zur Beschreibung der Wissensstrukturen der Schüler:innen im Problemlöseprozess mit ‚Google Maps' wird der Beschreibungsansatz der subjektiven Erfahrungsbereiche nach Heinrich Bauersfeld genutzt. Die Ergebnisse des Fallbeispiels zeigen, dass eine Verbindung zwischen den beobachteten Problemlöseprozessen und den SEB (Subjektive Erfahrungsbereiche) der betrachteten Schüler:innengruppen besteht.

Motivation

Problemlösekontexte werden in der Mathematikdidaktik auf unterschiedliche Weise untersucht. In den Fokus rückt dabei insbesondere auch eine Betrachtung von Problemlöseprozessen von und mit digitalen Werkzeugen beim Mathematiklehren und -lernen. Dass digitale Werkzeuge dabei auch eine Umgestaltung mathematischer Aufgaben erlauben, ist dabei nach dem SAMR-Modell (**S**ubstitution-**A**ugmentation-**M**odification-**R**edefinition) (Puentedura, 2006) nicht neu. In diesem Beitrag steht das Werkzeug ‚Google Maps' im Vordergrund, mit welchem Schüler:innen Probleme zu optimalen Wegen bearbeitet haben. Das hierbei relevante inhaltliche Gebiet der Graphentheorie bietet durch die Tatsache, dass es curricular im Mathematikunterricht nicht erfasst ist, die Möglichkeit, unterrichtliche Vorerfahrungen in diesem Bereich nahezu auszuschließen und echte Problemlöseprozesse zu ermöglichen. Mit den betrachteten Fallbeispielen dieses Beitrags wollen wir dabei darstellen, wie digitale Werkzeuge auch anders als von der Lehrperson intendiert zu einer Veränderung von Aufgabenstellungen führen und den Problemlöseprozess beeinflussen können.

Theoretische Aspekte – Beliefs von Mathematik im Kontext des Problemlösens

Beliefs (wir nutzen den englischen Begriff) sind aus vielen mathematikdidaktischen (Forschungs-) Gebieten nicht mehr wegzudenken. So ist es kaum verwunderlich, dass Beliefs in der mathematikdidaktischen (Forschungs-)Diskussion einen etablierten Begriff darstellen, der insbesondere für die Beschreibung metakognitiver Prozesse beim mathematischen Verhalten gewinnbringend genutzt wird. Dabei betreffen und beeinflussen Beliefs jegliches mathematisches Verhalten und Handeln, wie auch u. a. Keys und Bryan (2001) sowie Schoenfeld (1985) festhalten: „The effects of belief systems or mathematical world views on performance are hardly limited to geometry, however; they pervade virtually all mathematical behavior" (Schoenfeld, 1985, S. 184). Dennoch scheint bis heute (Bräunling, 2017) hinsichtlich der Definition des Beliefs-Begriffs immer noch ein „babylonische[s] Sprachgewirr" (Stoffels, 2020, S.151) zu bestehen. Auch in den Arbeiten von Rolka (2006) und auch bereits Pehkonen (1995) wird auf die Vielzahl an Begriffen – z. B. Auffassungen, Beliefs, Belief-Systeme, Weltbild – hingewiesen, die auf ähnliche Weise für die Beschreibung der Phänomene genutzt werden.

Digitales Lernen in Distanz und Präsenz. Herbsttagung des Arbeitskreises Mathematikunterricht und digitale Werkzeuge am 25. September 2021. | Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz. DOI: 10.17185/duepublico/76040

Eine Definition von Grigutsch, Raatz und Törner (1998) ist angelehnt an die Untersuchung von Auffassung als Sammlung von Verhaltensweisen gegenüber Mathematik. In ihrer Studie „Einstellungen gegenüber Mathematik“ unterscheiden Grigutsch, Raatz und Törner (1998) den Formalismus-Aspekt, Anwendungs-Aspekt, den Prozess-Aspekt und die schematische Orientierung (Schema-Aspekt). Schoenfeld hält fest: „Belief systems are one’s mathematical world view, the perspective with which one approaches mathematics and mathematical tasks. One’s beliefs about mathematics can determine how one chooses to approach a problem, which techniques will be used or avoided, how long and how hard one will work on it, and so on. Beliefs establish the context within which resources, heuristics, and control operate” (Schoenfeld, 1985, S. 45). In der Untersuchung von Stoffels (2020) wird festgehalten, dass Pehkonen (1995) in seiner Arbeit eine Verbindung zwischen Beliefs und dem Begriff der subjektiven Erfahrungsbereiche nach Bauersfeld (1983) andeutet. Weiterhin zeigt sich, dass Beliefs und subjektive Erfahrungsbereiche tatsächlich eng verknüpft sind. Es kann gezeigt werden, „dass das Konzept der subjektiven Erfahrungsbereiche aus einer theoretischen Perspektive gut als konstituierendes Element von Auffassungen oder Belief-Systemen gelten kann“ (Stoffels, 2020, S. 152). Wir wollen uns in diesem Beitrag daher an Stoffels (2020) anlehnen und halten fest, Beliefs eines Subjekts bilden die Äquivalenzklassen subjektiver Erfahrungsbereiche. Das Konzept der subjektiven Erfahrungsbereiche (kurz: SEB) wird bei den methodischen Entscheidungen noch einmal aufgegriffen. Mit den Arbeiten von Schoenfeld wird der Beliefs-Begriff mit Problemlösekontexten verbunden. Ein Problem verstehen wir nach Rott et al. (2021, S. 737) folgendermaßen: „[i]n the sense of working on non routine tasks for which the solver knows no previously learned scheme or algorithm designed to solve them”. Zu erwähnen ist hier, dass diese Auffassung sich auf die äußere Struktur des Problemlöseprozesses bezieht, „[which] refers to observable actions that can be characterised in phases like ‚understanding the problem‘ or ‚devising a plan‘“ (Rott et al., 2021, S. 737). Zur Beschreibung von Problemlöseprozessen gibt es dabei eine Vielzahl an (Phasen-)Modellen, die z. T. linear (Pólya, 1945), halblinear (Schoenfeld, 1985) oder dynamisch/zyklisch angelegt sind (Wilson et al., 1993). Dabei ist zu beachten, dass diese Modelle meist normativen Charakter haben und vorliegende Prozesse dabei häufig vereinfachen (Rott et al., 2021). Gemein ist vielen dieser Modelle allerdings, dass die Übergänge zwischen den jeweiligen Phasen charakteristisch für den Problemlöseprozess sind und daher eine Fokussierung auf diese sinnig erscheint, um beispielsweise routinemäßige und nicht-routinemäßige Prozesse zu unterscheiden. Diesen Fokus nutzen Rott et al. (2021) und auch wir in dieser Studie, um Problemlöseprozesse deskriptiv zu erfassen.

Forschungsansinnen

Das Ansinnen dieses Beitrags soll dabei sein, eine Verbindung zwischen den im theoretischen Hintergrund dargestellten Bereichen hinsichtlich innerer Struktur, also dem Konzept der subjektiven Erfahrungsbereiche (Bauersfeld, 1983; Stoffels, 2021), und äußerer Struktur, hier dem „descriptive phase model of problem-solving processes“ (Rott et al., 2021, S. 1), von Problemlöseprozessen zum vorliegenden Fallbeispiel zu erörtern. Bezüglich des deskriptiven Phasen-Modells stellen Rott et al. (2021, S. 752) fest: „Further empirical evidence is needed to see how far our model is also useful and suitable to describe other contexts with respect to specifics of their mathematical field“. Einhergeht daher mit unserem Forschungsansinnen eine Erweiterung sowohl des inhaltlichen Feldes als auch die Forschung zu den im Problemlöseprozess Beteiligten, da die Entwicklung des deskriptiven Modells

nach Rott et al. (2021) inhaltlich zunächst in der Geometrie angesiedelt war und anhand von Problemlöseprozessen von Studierenden stattfand. Im vorliegenden Fallbeispiel wurde dies inhaltlich auf die Graphentheorie und Problemlöseprozesse von Schüler:innen erweitert (Abschnitt Lerneinheit und Datenerhebung).

Damit verfolgen wir für unseren Beitrag zwei Forschungsfragen:

1. Lassen sich Problemlöseprozesse in der Graphentheorie mit ‚Google Maps' mit dem gleichen Modell (Rott et al., 2021) beschreiben wie in der Geometrie?
2. Inwiefern lässt sich eine Verbindung zwischen den beobachteten Problemlöseprozessen und den SEB der betrachteten Schüler:innengruppen beschreiben?

Methodische Entscheidungen

Innere Struktur – Subjektive Erfahrungsbereiche

Mit dem Konzept der SEB können wir beschreiben, wie Schüler:innen ihr Wissen in einem konstruktivistischen und interaktionistischen Sinne entwickeln. Zu den Erfahrungsbereichen gehören die Bedeutung, die Sprache, die Objekte und die Handlungen, die kognitive und motivationale oder emotionale Dimensionen umfassen. In diesem Artikel konzentrieren wir uns auf die kognitive, da emotionale und motivationale Dimensionen mit dem Konzept der SEB schwer abgegrenzt erhebbar und analysierbar sind. Eine wichtige Rolle bei der Verknüpfung der einzelnen SEB spielt die Sprache. Nach Tiedemann (2016) hat ein Begriff eine Bedeutung, vor allem im Zusammenhang mit anderen Begriffen, aber jeder Begriff hat einen spezifischen Sprachgebrauch. Um mathematische Zusammenhänge zu erschließen, spielt die Bedeutungsaushandlung von Begriffen in der Interaktion mit anderen Lernenden (bspw. haben die hier betrachteten Schüler:innen in Gruppen gearbeitet) eine entscheidende Rolle (Bauersfeld, 2000). Durch gezielte kognitive Konflikte, initiiert bspw. durch die Lehrperson, können Lernende veranlasst werden ihr Wissen zu erweitern – einen neuen verbindenden SEB zu konstituieren. In dieser Studie beschreiben wir die Wissensstrukturen mithilfe der SEB nach Bauersfeld (1983). Insbesondere konzentrieren wir uns auf die Wissensentwicklungsprozesse während des Problemlöseprozesses (3. Phase). Wir schauen dabei ausdrücklich auf durch die Bereichsspezifität von erworbenem Wissen entstehenden Deutungskonflikte, die Schüler:innen unserer Fallbeispiele äußern. Für unsere Darstellung und Aufbereitung der Daten beschreiben wir den Objektbereich (bspw. Zeichenblatt, ‚Google Maps') der Schüler:innen und die von ihnen daran ausgeführten Handlungen, welche einen SEB konstituieren. Auch die dabei genutzten Begriffe spielen für unsere Analyse eine entscheidende Rolle. Der Fokus der Aufbereitung der Daten liegt auf den kognitiven Wissensstrukturen mit zugehörigem Objektbereich, den daran ausgeführten Handlungen und den genutzten Begriffen.

Äußere Struktur – descriptive phase model of problem-solving processes

Zur Beschreibung der äußeren Struktur nutzen wir das „descriptive phase model of problem-solving processes" nach Rott et al. (2021, S. 1), „[which] describes the observable sequence of the different phases" (Rott et al., 2021, S. 746) des Problemlöseprozesses. Das Modell orientiert sich dabei zunächst an den Phasen nach Schoenfeld (1992), da diese die Variabilität der Phasen, welche Rott et al. (2021) identifizieren, erfassen und ein induktives Hinzufügen neuer Episoden-Typen/Phasen ermög-

licht. Das deskriptive Modell beschreibt die vier bzw. fünf Phasen ‚Analysis', ‚Exploration', ‚Verification', ‚Planning' und ‚Implementation' eines Problemlöseprozesses, die nicht zwangsläufig alle durchlaufen werden. Die Phasen ‚Planning' und ‚Implementation', also das strukturierte Aufstellen eines Vorgehens und das Durchführen desselben, sind dabei so angelegt, dass sie nicht immer trennscharf zu sehen sind. In diesem Modell werden nur inhaltsbezogene Episoden-Typen berücksichtigt, was meint, dass die vier/fünf Phasen des Modells Aktivitäten wie „Reading, Organization, Writing, and Digression" (Rott et al., 2021, S. 746) nicht aufgreifen. Im Unterschied zum klassischen Prozess-Coding werden im Modell Dauer und Abfolge der jeweiligen Phasen nicht erfasst und eine Reduzierung auf die Übergänge zwischen den Phasen und die Anzahl dieser Übergänge als entscheidender Faktor identifiziert (Rott et al., 2021). Nach Rott et. al. (2021) ermöglicht dies einen spezifischen Vergleich zwischen Problemlöseprozessen und bietet zusätzlich die Möglichkeit zur Akkumulation mehrerer Problemlöseprozesse.

Zur Veranschaulichung ist unsere forschungsmethodische Betrachtung im folgenden Schaubild (Abb. 1) zusammengefasst. Die Forschungsfragen sugerrieren eine gewisse Schritthaftigkeit, nach welcher zunächst die Problemlöseprozesse betrachtet und anschließend mit den SEB verbunden werden. Um die Verbindung hinsichtlich der zweiten Forschungsfrage zu untersuchen, wurden die Problemlöseprozesse und SEB separat betrachtet und analysiert, bevor sie in Beziehung gesetzt wurden. Abbildung 1 zeigt diese zunächst getrennte Betrachtung innerhalb der Forschungsmethodik, bevor eine Verbindung hinsichtlich der zweiten Forschungsfrage geschieht.

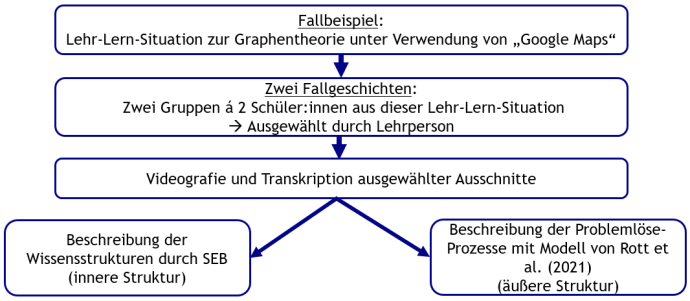
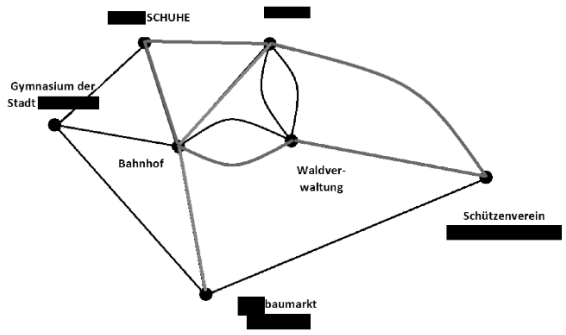


Abbildung 1: Zusammenfassung der Forschungsmethodik.

Lerneinheit und Datenerhebung

Die in der Studie relevante Lernumgebung war wie folgt charakterisiert: Die Durchführung und Erhebung fand in einem EF Mathematik-Kurs eines Gymnasiums in NRW im Oktober 2020 statt, wobei für das Fallbeispiel zwei Fallgruppen mit je zwei Schüler:innen des betreffenden Kurses durch die Lehrkraft ausgewählt wurden. Die auf insgesamt dreieinhalb Stunden im außerunterrichtlichen Rahmen angelegte Lerneinheit zur Graphentheorie teilte sich in drei Phasen, die sich auch in der Arbeitsmappe, welche den Schüler:innen zur Verfügung stand, zeigen. Es wurde mit der 1. Phase ‚Einführung in die Thematik' begonnen, anschließend wurden in der 2. Phase ‚Begriffe der Graphentheorie' Grundlagen der Graphentheorie (Konzepte wie Knoten, Kanten, Graph und Weg) geklärt und in der 3. Phase ‚Den optimalen Weg finden' eine Problemstellung bearbeitet und der Prozess sowie das Ergebnis vorgestellt. Die Problemstellung griff dabei mit der Funktionsweise eines Navigationssystems einen außerschulischen Kontext auf und thematisierte das Finden eines optimalen Weges im Ort der Schule der Schüler:innen mit Hilfe eines vorgegebenen Graphen. In der folgenden Abbildung 2 sind die entsprechenden (Teil-)Aufgaben dieser Phase zu sehen.



a) Recherchiere (je nach Möglichkeit für verschiedene Arten der Fortbewegung) die Zeit/Entfernungen zwischen den Knoten und bewerte die Kanten des Graphen entsprechend.
b) Bestimme nun den schnellsten (oder kürzesten Weg) vom Gymnasium zum Schützenverein.
c) Erstellt eine kurze Präsentation/ ein Plakat zu eurem Vorgehen.

Abbildung 2: Teil der Arbeitsmappen bezüglich des ‚optimalen Weges' (z. T. geschwärzt)

Aufgabe a) stellt dabei eine intendiert routinemäßige Aufgabe dar, da im vorherigen Teil der Lerneinheit Kantengewichtungen und Graphen thematisiert wurden und ‚Google Maps' eine Gewichtung hinsichtlich Länge und Zeit der einzelnen Kanten ermöglicht. Die Aufgaben b) und c) wurden häufig zusammen bearbeitet und stellen die intendiert nicht-routinemäßige Aufgabe dar, da zur Ermittlung eines optimalen Wegs in einem Graphen zunächst kein Schema oder Algorithmus vorliegt. Wir schauen in unserer Untersuchung ausschließlich auf die Daten der 3. Phase der Lerneinheit und zwar sowohl auf die eigentliche Bearbeitung der Aufgaben und den Problemlöseprozess als auch auf die Präsentation des Prozesses durch die Schüler:innen. Das Video- und Tonmaterial wurde in Anlehnung an die Methode von Meyer (2010) transkribiert. Zusätzlich zu den Transkripten der Lerneinheit waren auch die Dokumente der Schüler:innen (Arbeitsmappe) Teil unserer Untersuchung.

Beschreibung der Ergebnisse

Äußere Struktur – Problemlöseprozesse der Schüler:innengruppe 1 und 2

Hinsichtlich der äußeren Struktur des Problemlöseprozess wurden die transkribierten Ausschnitte des Problemlöseprozesses den vier/fünf Episoden nach Rott et al. (2021) zugeordnet. Eine beispielhafte Zuordnung eines Ausschnitts aus dem Problemlöseprozess von Gruppe 2 ist in Tabelle 1 zu sehen. Diese Phase des Problemlöseprozesses wurde dabei der Phase ‚Planning' zugeordnet, da die Äußerung als Indikator für das Erstellen eines Plans gewertet wurde. Entscheidend für die Zuordnung war hierbei auch der Kontext der Äußerung.

Alfred (08:24)	Das erstellen wir uns halt zusammengerechnet und gucken was am kürzesten ist.

Tabelle 1: Transkriptauszug aus dem Problemlöseprozess von Alfred und Max.

Eine Codierung des Problemlöseprozesses für beide Gruppen gemäß diesem Beispiel analog für die weiteren Phasen ergibt dann gemäß dem verwendeten deskriptiven Modell die Graphiken aus Abbildung 3, wobei die Ziffern an den Pfeilen die Anzahl der Übergänge zwischen den Phasen angeben.

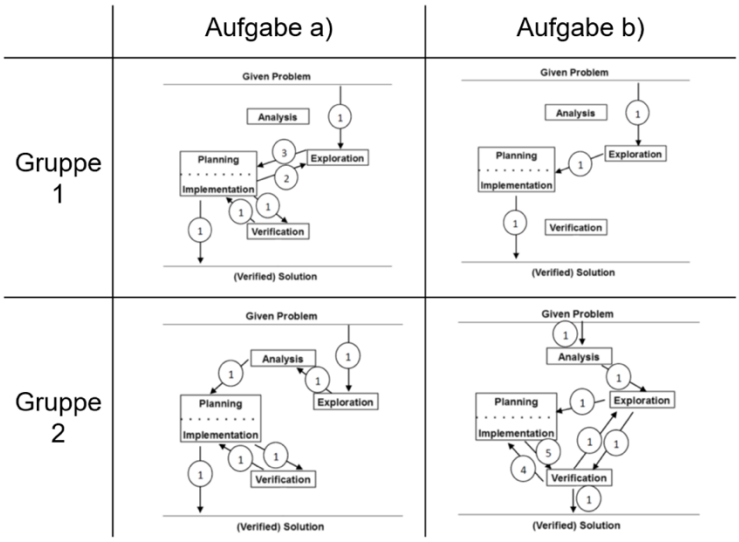


Abbildung 3: Problemlöseprozesse der beiden Gruppen für a) und b) im deskriptiven Modell nach Rott et al. (2021).

Bei Gruppe 1 zeigt sich bezüglich Aufgabe b) ein relativ linearer Verlauf, wohingegen die Bearbeitung von Aufgabe a) deutlich mehr Übergänge (v. a. zwischen den Phasen ‚Exploration' und ‚Planning/Implementation') aufweist. Bei Gruppe 2 zeigt sich dagegen in Aufgabe a) ein (halb)linearer Prozess, in Aufgabe b) dagegen sind viele Übergänge zwischen den Phasen zu erkennen. Interpretiert man einen linearen Ablauf als Hinweis auf eine routinemäßige Aufgabe und das Auftreten vieler Übergänge als Hinweis auf eine nicht-routinemäßige Aufgabe (Rott et al., 2021), lässt sich festhalten, dass die Aufgabenrezeption durch die beiden Gruppen deutlich variiert. Für Gruppe 1 scheint Aufgabe a) eine „echte" Problemlöseaufgabe zu sein, für Gruppe 2 dagegen die intendiert nicht-routinemäßige Aufgabe b). Mit Blick auf das Videomaterial/Transkript lässt sich feststellen, dass Gruppe 1 Aufgabe b) zuerst bearbeitet hat und hier ‚Google Maps' dafür genutzt hat, direkt den Weg vom Gymnasium zum Schützenverein zu bestimmen ohne Bezug auf den vorgegebenen Graphen zu nehmen. Eine Gewichtung der Kanten, wie in Aufgabe a) intendiert, erfolgte erst anschließend. Die Interpretation, dass Gruppe 1 aus erfahreneren Problemlöser:innen als Gruppe 2 besteht und daher der Graph hinsichtlich Aufgabe b) linearer erscheint, möchten wir also an dieser Stelle ausschließen. Vielmehr ist es hier so, dass durch die direkte Nutzung von ‚Google Maps' die Aufgabenstellung in das lebensweltliche Umfeld der Gruppe verlagert wurde und dort die Ermittlung des kürzesten Weges über ‚Google Maps' von einem Start- zu einem Endpunkt eine gewohnte ‚routinemäßige' Aufgabe ist. Ob es sich also bei der gestellten Aufgabe wirklich um eine routinemäßige Aufgabe handelt oder nicht, ist also abhängig von der ‚Perspektive' bzw. der Deckung des Aufgabenverständnisses zwischen Lehrer:innen und Schüler:innen. Dies ist prinzipiell bekannt, allerdings ist dies nun für das dargestellte Fallbeispiel auch am erstellten Phasenmodell erkenntlich.

Innere Struktur – SEB der Schüler:innengruppe 1 und 2

Die Schüler:innengruppe 1, Bena und Ida, hält in ihrem Problemlöseprozess zum „optimalen Weg" fest, dass sie „die Karte von Stadt […] aufgemalt [haben] und halt daran geschrieben [haben], wie es zum Beispiel von der Schule zu *Unternehmen* Schuhe, wie weit der Weg ist mit dem Auto" (Tab. 2, 00:06). Weiterhin formuliert Bena in Bezug auf den Graphen: „und das haben wir halt zwischen jedem einzelnen Punkt einmal aufgeschrieben" (Tab. 2, 00:06). Anschließend betont Bena für das Gruppenvorgehen, dass sie „nen Startpunkt wählen, dann das Ziel auswählen und dann halt so

schnellste Route berechnen lassen von Google und halt auch auswählen“ (Tab. 2, 00:06). Anschließend konnten sie das Ergebnis am Graphen notieren (Tab. 2, 00:06). Ergebnisse (gemeint sind hier Zeiten und/oder Entfernungen) haben die Schüler:innen Bena und Ida mit ‚Google Maps‘ ermittelt (Tab. 2, 00:49), wobei dabei z. B. auch Baustellen beachtet wurden (vgl. Tab. 2, 00:49). Gleich am Anfang hebt Bena dabei eine „feste[n] Reihenfolge“ (Tab. 2, 00:06) hervor. An Benas Ausführungen in 01:26 (vgl. Tab. 2) erkennt man: Bena und Ida sind schematisch vorgegangen.

Bena (00:06)	Ja, also wir hatten auch den der optimale Weg durch *Stadt*, ähh genau .. zuerst haben wir die Karte von *Stadt*, die wir ja auch bekommen haben, aufgemalt und halt daran geschrieben, wie es zum Beispiel von der Schule zu *Unternehmen* Schuhe, wie weit der Weg ist mit dem Auto, also wir sind mit diesem Auto gefahren und das haben wir halt zwischen jedem einzelnen Punkt einmal aufgeschrieben und ja- unser Vorgehen war halt einfach nen Startpunkt wählen, dann das Ziel auswählen und dann halt so schnellste Route berechnen lassen von Google und halt auch auswählen. Dann haben wir halt einfach das Ergebnis aufgeschrieben und am besten hat, geht man in einer festen Reihenfolge vor, ja das haben wir halt auch gemacht.
Ida (00:49)	Also man geh..wir haben das halt so gemacht das wir. … Also wir haben noch den schnellsten Weg ähm von der Schule zum Schützenverein ähm berechnet und wir haben es halt in GoogleMaps eingegeben und mit dem Auto dauert das 6 Minuten also 4 Kilometer und weil es zur Zeit da ne Baustelle gibt, dauert es dauert‘s 7 Minuten.
Bena (01:16)	Ja!
Ida (01:16)	Das wars! Mh.
L. (01:19)	Ihr habt, du wolltest eigentlich ansetzen wegen der Reihenfolge, glaube ich.
Ida (01:22)	Ja.
L. (01:22)	Vielleicht hake ich da doch nochmal nach und frage nochmal, wie ihr das gemacht habt.
Bena (01:26)	Also wir haben das erstmal so gemacht, dass wir von der Schule alle .. Routen berechnet haben, also erst von der Schule zu *Unternehmen* von der Schule zum Bahnhof .. und dann von *Unternehmen* zu den anderen so dann so .. und wir haben die weggelassen, die wir schon hatten, damit wir ne feste Reihenfolge haben und-.

Tabelle 2: Transkriptauszug Bena und Ida (z. T. Orts- und Geschäftsnamen durch Sternchen (*Ort*) anonymisiert).

Mithilfe des Ansatzes der SEB können wir für Schüler:innengruppe 1 einen SEB *‚Route mit ‚Google Maps‘‘* und einen SEB *‚Karte auf dem Zeichenblatt‘* darstellen (vgl. Abb. 4).

Objektbereich	Google Maps	„mit dem Auto“ (Tab. 1, 00:06) „nen Startpunkt wählen, dann das Ziel auswählen und dann halt so schnellste Route berechnen lassen von Google und halt auch auswählen“ (Tab. 1, 00:06)
Handlung	Eingabe und Ausgabe von Werten (z. B. Orte), berechnen lassen	„halt in GoogleMaps eingegeben“ (Tab. 1, 00:49) „Auto dauert das 6 Minuten also 4 Kilometer“ (Tab. 1, 00:49) „Also wir haben das erstmal so gemacht, dass wir von der Schule alle .. Routen berechnet haben, also erst von der Schule zu [redacted] von der Schule zum Bahnhof“ (Tab. 1, 01:26)
Begriff	Google, Route, Baustelle, Auto, Minuten, Kilometer	Tab. 1

Objektbereich	Graph (mit Knoten)	„haben wir die Karte von [redacted], die wir ja auch bekommen haben“ (Tab. 1, 00:06) „zwischen jedem einzelnen Punkt einmal aufgeschrieben“ (Tab. 1, 00:06)
Handlung	Daran geschrieben werden. Es wird nach Schema gearbeitet.	„aufgemalt und halt daran geschrieben“ (Tab. 1, 00:06) „feste Reihenfolge“ (Tab. 1, 01:26)
Begriff	Karte, Punkte, Reihenfolge, Weg	Tab. 1 00:06, 00:49, 01:26

Abbildung 4: a) SEB *‚Route mit ‚Google Maps‘‘*, b) SEB *‚Karte auf dem Zeichenblatt‘* – Schüler:innengruppe 1 (z. T. geschwärzt).

Dabei scheint Schüler:innengruppe 1 zwei SEB entwickelt zu haben. Einen SEB *‚Route mit ‚Google Maps‘‘* und einen SEB *‚Karte auf dem Zeichenblatt‘*. Diese beiden SEB scheinen dabei als verschiedene Kontexte für die betrachteten Schüler:innen unverbunden nebeneinander zu stehen. Im Sinne unserer Kategorien können wir keine gemeinsamen Objektbereiche, Handlungen und Begriffe finden, die eine Konstituierung eines übergeordneten SEB erkennen lassen. Die Schüler:innengruppe 2, Alfred und Max, halten in ihrem Problemlöseprozess zu ‚optimalen Wegen‘ fest, dass sie „das zweimal gemacht“ (Tab. 3, 00:06) haben, „einmal fürs zu Fuß und einmal fürs Fahrrad“ (Tab. 3, 00:06). Anschließend haben die beiden für jeden „Abschnitt also von der Schule zu *Unternehmen* von der Schule zu *Baumarkt* […] immer die Strecken einzeln berechnet“ (Tab. 3, 00:06). Nach dem ‚Zusammenrechnen‘ beschreibt Alfred, „ist rausgekommen, dass der oberste der kürzeste und schnellste Weg ist“ (Tab. 3, 00:06). Weiterhin hält die Gruppe fest, dass der Weg bei Nutzung des Fahrrads oder beim zu Fuß gehen gleich ist, jedoch bei Nutzung des Fahrrads die Zeit geringer war (vgl. Tab. 3).

Alfred (00:06)	Eh also wir haben das zweimal gemacht einmal fürs zu Fuß und einmal fürs Fahrrad (Darstellung mithilfe von Whiteboard) und das obere ist jetzt das für zu Fuß. Wir haben erstmal für jeden Abschnitt, also von der Schule zu *Unternehmen*, von der Schule zu *Baumarkt*, von der Schule zum Hauptbahnhof haben wir immer die Strecken einzeln berechnet, sodass man immer noch am Ende sieht alles zusammengerechnet; dabei ist rausgekommen, dass der oberste der kürzeste und schnellste Weg ist .. ehm .. und so ziemlich gleich ist auch beim Fahrrad, nur dass da die Zeit noch etwas geringer ist als beim zu Fuß gehen ... jo.

Tabelle 3: Transkriptauszug Alfred und Max (z. T. Geschäftsnamen durch Sternchen (*Ort*) anonymisiert).

Objektbereich	Google Maps	„zu Fuß und einmal fürs Fahrrad“ (Tab. 2, 00:06)
Handlung	Eingabe und Ausgabe von Werten (z. B. Orte)	
Begriffe	Zu Fuß, Fahrrad, Zeit	Tab. 2

Objektbereich	Graph (mit Knoten und Kanten)	„das obere“ (Tab. 2, 00:06) „erstmal für jeden Abschnitt“ (Tab. 2, 00:06) „immer die Strecken einzeln berechnet“ (Tab. 2, 00:06)
Handlung	Daran geschrieben werden. Zusammenrechnen. Bestimmung von kürzesten und schnellsten Wegen.	„alles zusammengerechnet“ (Tab. 2, 00:06) „dass der oberste der kürzeste und schnellste Weg ist“ (Tab. 2, 00:06)
Begriffe	Weg, Abschnitt, Strecke	Tab. 2

Abbildung 5: a) SEB *‚Route mit ‚Google Maps‘‘*, b) SEB *‚Zeichenblattfigur‘* – Schüler:innengruppe 2

Auch diesen Prozess der Schüler:innengruppe 2 stellen wir mithilfe des Ansatzes der SEB dar (vgl. Abb. 5). Für Alfred und Max können wir einen SEB *‚Zeichenblattfigur‘* und einen SEB *‚Route mit ‚Google Maps‘‘* beschreiben. Der SEB „Zeichenblattfigur“ bezieht sich auf den vorgegebenen Graphen innerhalb der Graphentheorie (Abb. 2), wohingegen im SEB *‚Karte auf dem Zeichenblatt‘* der vorgegebenen Graph losgelöst von der Graphentheorie zu sehen ist. Auch hier scheinen die Tabellen aus Abbildung 5 den Anschein zu erwecken, dass die SEB der Schüler:innengruppe 2 unverbunden nebeneinander stehen. Aus der Bearbeitung der Problemstellung und den Äußerungen der Schüler:innengruppe 2 ergeben sich aber Hinweise auf einen vermittelnden SEB. Ein Hinweis ist, dass ‚Google Maps‘ als digitales Werkzeug genutzt wird, um den vorgegebenen Graphen entsprechend der Graphentheorie zu bewerten.

Diskussion und Fazit

Lassen sich Problemlöseprozesse in der Graphentheorie mit ‚Google Maps' mit dem gleichen Modell (Rott et al., 2021) beschreiben wie in der Geometrie?

Hinsichtlich dieser Forschungsfrage können wir festhalten, dass die Anwendung des Phasenmodells von Rott et al. (2021) im Fallbeispiel möglich war und die entsprechenden Phasen/Episoden in den Problemlöseprozessen der beiden Gruppen identifiziert werden konnten. Hierbei sei allerdings anzumerken, dass die Analyse-Phase häufig übersprungen wurde und die Verification-Phase z.T. schwierig einzugrenzen war. Allerdings sind mit Hilfe des Modells lineare, (halb)lineare und Prozesse mit mehreren Übergängen auch in unserem Fallbeispiel deutlich zu unterscheiden gewesen, wodurch Aussagen über routinemäßige und nicht-routinemäßige Prozesse möglich waren. Generell einzuschränken ist hier natürlich, dass dies lediglich erste Aussagen sein können, da das Phasenmodell im Kontext der Graphentheorie lediglich auf zwei Gruppen angewendet wurde.

Inwiefern lässt sich eine Verbindung zwischen den beobachteten Problemlöseprozessen und den SEB der betrachteten Schüler:innengruppen beschreiben?

Für die Beschreibung der Wissensstrukturen nach SEB können wir für Gruppe 1 festhalten: Die SEB *‚Route mit ‚Google Maps''* und SEB *‚Karte auf dem Zeichenblatt'* sind isoliert. Beide SEB stehen unverbunden nebeneinander. Durch die isolierten SEB ändern sich bei Gruppe 1 das Verständnis der Aufgabe und das Verständnis des Problems, welches gelöst werden soll. Weiterhin wird aus der intendierten Problemlöseaufgabe (‚nicht-Routine') eine ‚Routine-Aufgabe'. Für die Gruppe 2 können wir festhalten, dass ein SEB *‚Route mit ‚Google Maps''* und ein SEB *‚Zeichenblattfigur'* entwickelt wurde. Es gibt Hinweise darauf, dass sich ein vermittelnder SEB entwickelt hat, der es der Schüler:innengruppe 2 erlaubt, SEB *‚Route mit ‚Google Maps''* und SEB *‚Zeichenblattfigur'* zusammen zu denken. Gruppe 2 bearbeitet die Aufgabe im Sinne eines vermittelnden SEB (als Verbindung ihrer SEB *‚Route mit ‚Google Maps''* und einen SEB *‚Zeichenblattfigur'*). Dabei ist ‚Google Maps' ein digitales Werkzeug zur Problemlösung. Wir können weiterhin festhalten, dass die intendierte Aufteilung in ‚Routine-Aufgabe' (Aufgabe a)) und ‚Problemlöseaufgabe' (Aufgabe b)) sich auch im Phasenmodell des Problemlöseprozesses der Schüler:innen zeigt. Interessant ist, dass das Einbringen eines digitalen Werkzeuges, das die Schüler:innen aus anderen Zusammenhängen (z. B. Alltag) kennen, gegebenenfalls aus einer Nicht-Routine-Aufgabe eine Routine-Aufgabe macht bzw. eine Problemlöseaufgabe dann keine Problemlöseaufgabe ist, sondern eine Routine-Aufgabe wird (anders als von der Lehrperson intendiert). Vielleicht wäre es für Gruppe 1 gewinnbringend gewesen, wenn bei Aufgabe a) ‚Google Maps' deutlicher als Werkzeug angesprochen worden wäre und bei Aufgabe b) stärker der Graph als Objekt in der Vordergrund gerückt worden wäre.

Literatur

Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld (Hrsg.), *Lernen und Lehren von Mathematik* (S. 1-56). Aulis.

Bauersfeld, H. (2000). Radikaler Konstruktivismus, Interaktionismus und Mathematikunterricht. In E. Begemann (Hrsg.), *Lernen verstehen – Verstehen lernen* (S. 117-144). Peter Lang.

Bräunling, K. (2017). *Beliefs von Lehrkräften zum Lehren und Lernen von Arithmetik*. Springer.

Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik Didaktik*, 19 (S1), 3–45.

Keys, C. W. & Bryan, L. A. (2001). Co-constructing inquiry-based science with teachers: Essential research for lasting reform. *J Res Sci Teach*, 38(6), 631–645.

Meyer, M. (2010). Wörter und ihr Gebrauch. Analyse von Begriffsbildungsprozessen im Mathematikunterricht. In G. Kadunz (Hrsg.), *Sprache und Zeichen* (S. 49-82). Franzbecker.

Pehkonen, E. (1995). Pupils' view of mathematics. Initial report for an international comparison project. University of Helsinki, Department of Teacher Education, *Research report,* 152.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.

Puentedura, R. R. (2006). Transformation, Technology, and Education. http://hippasus.com/resources/tte/

Rolka, K. (2006). *Eine empirische Studie über Beliefs von Lehrenden an der Schnittstelle Mathematikdidaktik und Kognitionspsychologie*. Fachbereich Mathematik der Universität Duisburg-Essen. https://bibliographie.ub.uni-due.de/servlets/DozBibEntryServlet?id=ubo_mods_00037274

Rott, B., Specht, B. & Knipping, C. (2021). A descriptive phase model of problem-solving processes. *ZDM Mathematics Education*, 53, 737–752. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01244-3

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. Grouws (Hrsg.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (S. 334-370). Macmillan.

Stoffels, G. (2020). *(Re-)Konstruktion von Erfahrungsbereichen bei Übergängen von empirisch-gegenständlichen zu formal-abstrakten Auffassungen. Eine theoretische Grundlegung sowie Fallstudien zur historischen Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung und individueller Entwicklungen mathematischer Auffassungen von Lehramtsstudierenden beim Übergang Schule-Hochschule*. Universität Siegen. http://dx.doi.org/10.25819/ubsi/5563

Tiedemann, K. (2016). „Ich habe mir einfach die Rechenmaschine in meinem Kopf gebaut!" Zur Entwicklung fachsprachlicher Fähigkeiten bei Grundschulkindern. In Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Schule Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 991-994). WTM-Verlag.

Wilson, J. W., Fernandez, M. L. & Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving. In P. S. Wilson (Hrsg.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (S. 57-77). Macmillan.

DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

ub universitäts bibliothek

Dieser Text wird über DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt. Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

DOI: 10.17185/duepublico/76040
URN: urn:nbn:de:hbz:465-20220615-153444-9

Dieses Werk kann unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 Lizenz (CC BY 4.0) genutzt werden.