

Effiziente Sensitivitätsanalyse flexibler Mehrkörpersysteme für einen Kurbeltrieb mit 3D-Balkenelemente

Veit Gufler & Erich Wehrle & Renato Vidoni

Freie Universität Bozen, Universitätsplatz 1, 39100 Bozen, Südtirol, Italien

{Veit.Gufler,Erich.Wehrle,Renato.Vidoni}@unibz.it

8. IFToMM D-A-CH Konferenz 2022

24./25. Februar 2022, Online-Konferenz

Gewichtseinsparungen bei mechanischen Systemen führen zu geringeren Belastungen und erfordern somit kleinere Antriebe. Dadurch ist es möglich, Energie und Kosten einzusparen. Diese Ersparnisse können wiederum in neue Materialien und Technologien investiert werden und führen zu weiteren Gewichtseinsparungen, womit ein neuer Zyklus des Kreislaufes beginnt. Dieser Kreislauf wird als „Engelskreis des Leichtbaus“ bezeichnet und hat bei dynamischen Systemen eine besondere Bedeutung (Wehrle und Gufler 2021). Dieser Engelskreis kann mit Entwurfsoptimierung forciert werden. Im Vergleich zur klassischen Strukturoptimierungen von statischen und quasi-statischen Systemen (Haftka und Gürdal 1992; Baier u. a. 2006; Vanderplaats 1999) wurden zunehmend auch dynamische Systeme betrachtet. Die Optimierung von rigiden Mehrkörpersystemen geht mindestens zu Veröffentlichungen wie Haug und Arora (1979) und Bestle (1994) zurück. Mit zunehmender Leichtbauweise steigt der Einfluss von elastischen Verformungen, Dehnungen und Spannungen und erfordert somit die Anwendung von flexibler Mehrkörperdynamik. Der damit verbundene hohe Rechenaufwand erfordert die Anwendung von Gradienten-basierte Algorithmen und effiziente Berechnung der Gradienten oder Entwurfssensitivitäten (Baier u. a. 2006; Gufler, Wehrle und Zwölfer 2021).

Ein Überblick mit Formulierungen für flexiblen Mehrkörpersysteme und deren Anwendung auf Gradienten-basierte Optimierung wird in Gufler, Wehrle und Zwölfer (2021) gezeigt. In der vorliegenden Untersuchung wird die Formulierung mitbewegter Referenzkoordinaten (Engl.: *floating frame of reference formulation*, FFRE, Shabana 2020; Zwölfer und Gerstmayr 2020) angewandt. Die Bewegungsgleichung wird hier beschrieben durch

$$\underline{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{m}} & J_{\underline{\mathbf{q}}}\underline{\Phi}^T \\ J_{\underline{\mathbf{q}}}\underline{\Phi} & \underline{\mathbf{0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\ddot{\mathbf{q}}} \\ \underline{\lambda} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{Q}}_{\text{ext}} + \underline{\mathbf{Q}}_{\underline{\mathbf{v}}} - \underline{\mathbf{d}}\underline{\dot{\mathbf{q}}} - \underline{\mathbf{k}}\underline{\mathbf{q}} \\ \underline{\mathbf{Q}}_{\underline{\mathbf{c}}} \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{0}}, \quad (1)$$

mit $\underline{\mathbf{R}}$ als Residuumsvektor, $\underline{\mathbf{q}}$ als Positionskoordinaten, $\underline{\lambda}$ als Lagrange-Multiplikatoren, $\underline{\mathbf{m}}$ als Massenmatrix, $J_{\underline{\mathbf{q}}}\underline{\Phi}$ als Jacobische Matrix mit J als Ableitungsoperator des Vektors der kinematischen Zwangsbedingungen $\underline{\Phi}$ nach $\underline{\mathbf{q}}$, $\underline{\mathbf{Q}}_{\text{ext}}$ als externer Kraftvektor, $\underline{\mathbf{Q}}_{\underline{\mathbf{v}}}$ als quadratischer Geschwindigkeitsvektor, $\underline{\mathbf{d}}$ als Dämpfungsmatrix, $\underline{\mathbf{k}}$ als Steifigkeitsmatrix und $\underline{\mathbf{Q}}_{\underline{\mathbf{c}}}$ als rechte Seite der Zwangsbedingungen in Beschleunigungsform. Punkte beschreiben die erste $\dot{}$ und zweite $\ddot{}$ Ableitung nach Zeit, ein Unterstrich beschreibt Vektoren $\underline{}$, zwei Unterstriche beschreiben Matrizen $\underline{\underline{}}$ und ein Überstrich $\overline{}$ beschreibt lokale Koordinaten. Während die Steifigkeitsmatrix jener der linearen elastostatischen FE-Analyse entspricht, sind die Massenmatrix sowie der quadratische Geschwindigkeitsvektor auch bei linear-elastischem Materialmodell hoch-nichtlinear und sind Funktionen von den Positionskoordinaten und Invarianten, die wiederum von der Elementbeschreibung abhängen. Die Lösung dieser differential-algebraischen Gleichung (1) wird als Primäranalyse bezeichnet und erfolgt hier mittels Zeitintegration mit dem generalisierten α -Verfahren (Chung und Hulbert 1993; Wehrle und Gufler eingereicht) und mit Newton-Raphson Iterationen zum Lösen der Nichtlinearitäten.

Voraussetzung für effiziente Entwurfsoptimierung oder Unsicherheitsanalyse ist eine effiziente Berechnung der Entwurfssensitivitäten. Diese beschreiben die Auswirkungen einer Änderung der Entwurfvariablen auf die Systemantworten. Die Berechnungsmethoden für die Sensitivitäten beinhalten unter Anderem numerische und analytische Methoden. Ein allgemeiner Überblick wird in Martins und Hwang (2013) gezeigt und ein Überblick für flexible Mehrkörpersysteme wird in Gufler, Wehrle und Zwölfer (2021) gezeigt. In der vorliegenden Untersuchung wird eine semi-analytische Methode angewandt, wobei die Systemgleichung aufgrund der hohen Effizienz mit direkter Differentiation abgeleitet wird und die partiellen Ableitungen der Systemparameter für eine allgemeingültige Implementierung numerisch berechnet werden. Die direkte Ableitung der Systemgleichung der Primäranalyse in (1) ergibt die Systemgleichung der Sensitivitätsanalyse,

$$\nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{m}} & J_{\underline{\mathbf{q}}}\underline{\Phi}^T \\ J_{\underline{\mathbf{q}}}\underline{\Phi} & \underline{\mathbf{0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\ddot{\mathbf{q}}} \\ \nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\lambda} \end{bmatrix} - \underline{\mathbf{Q}}_{\text{pseudo}}, \quad (2)$$

mit $\underline{\mathbf{x}}$ als Vektor der Entwurfvariablen, $\nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\circ}$ als Entwurfssensitivitäten mit ∇ als Ableitungsoperator eines Parameters $\underline{\circ}$ nach $\underline{\mathbf{x}}$ und der Pseudolast $\underline{\mathbf{Q}}_{\text{pseudo}}$, welche folgende Terme beinhaltet,

$$\underline{\mathbf{Q}}_{\text{pseudo}} = \begin{bmatrix} \nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\mathbf{Q}}_{\text{ext}} + \nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\mathbf{Q}}_{\underline{\mathbf{v}}} - \nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\mathbf{d}}\underline{\dot{\mathbf{q}}} - \underline{\mathbf{d}}\nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\dot{\mathbf{q}}} - \nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\mathbf{k}}\underline{\mathbf{q}} - \underline{\mathbf{k}}\nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\mathbf{q}} - \nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\mathbf{m}}\underline{\ddot{\mathbf{q}}} - \nabla_{\underline{\mathbf{x}}}J_{\underline{\mathbf{q}}}\underline{\Phi}^T\underline{\lambda} \\ \nabla_{\underline{\mathbf{x}}}\underline{\mathbf{Q}}_{\underline{\mathbf{c}}} - \nabla_{\underline{\mathbf{x}}}J_{\underline{\mathbf{q}}}\underline{\Phi}\underline{\lambda} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

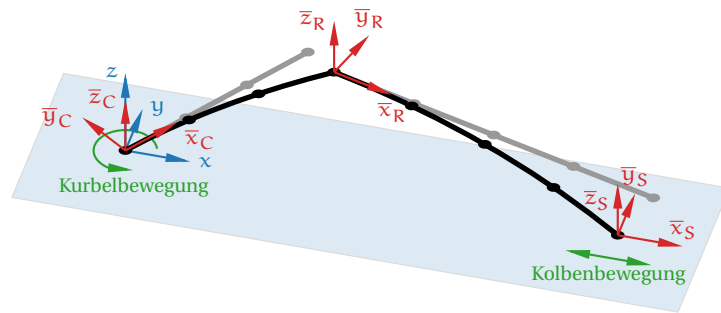


Abbildung 1: Kurbeltrieb mit flexiblen Bauteilen modelliert mit der Formulierung mitbewegter Referenzkoordinaten und 3D-Balkenelemente

Zur Lösung dieser Gleichung nach den Sensitivitäten der Systemvariablen wird die Kettenregel angewandt auf die Zeitintegration mit dem generalisierten α -Verfahren und dem Lösen der Nichtlinearitäten mit Newton-Raphson Iterationen.

In vergangenen Arbeiten der Autoren (Gufler, Wehrle und Vidoni 2021a; Gufler, Wehrle und Vidoni 2021b; Wehrle und Gufler eingereicht) ist eine direkte Verbindung zum FE-Modell für die Entwurfssensitivitäten notwendig, wobei die partiellen Ableitungen der Systemmatrizen bei jedem Zeitschritt neu gebildet werden. Um die Methodologie zu verallgemeinern und Rechenaufwand weiter zu reduzieren, wird die Sensitivitätsanalyse vom FE-Modell entkoppelt. Dafür werden Systemmatrizen teilweise analytisch abgeleitet und durch Anwendung der Kettenregeln mit den inneren Ableitungen der Invarianten aus dem FE-Modell multipliziert, welche einmalig zu Beginn der Simulation berechnet werden und sich während der Simulation nicht mehr ändern. Dadurch kann die Simulation inklusive der Berechnung der Sensitivitäten nach einmaligem Aufruf des FE-Modells durchgeführt werden und garantiert somit eine hohe Effizienz der Methode.

Die beschriebene Methode wird zur effizienten Berechnung der Sensitivitäten auf flexible Mehrkörpersysteme mit der Formulierung mitbewegter Referenzkoordinaten und 3D-Euler-Bernoulli-Balken angewandt. Abb. 1 zeigt einen Kurbeltrieb mit flexibler Kurbel und flexiblem Pleuel als Anwendungsbeispiel für die entwickelte Methode. Die Ergebnisse werden anhand Rechenaufwand und Genauigkeit verglichen. Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse zeigen den Einfluss der Entwurfsvariablen auf die Systemantworten und können somit zur Verbesserung des Systems verwendet werden. Des Weiteren bilden sie die Grundlage für die effiziente Entwurfsoptimierung oder Unsicherheitsanalyse.

Literatur

- Baier, H., C. Seeßelberg und B. Specht (2006). *Optimierung in der Strukturmechanik*. LSS Verlag.
- Bestle, D. (1994). *Analyse und Optimierung von Mehrkörpersystemen*. Springer.
- Chung, J. und G. Hulbert (1993). "A time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation: The generalized- α method". In: *Journal of Applied Mechanics* 60, S. 371–375.
- Gufler, V., E. Wehrle und R. Vidoni (2021a). "Sensitivitätsanalyse flexibler Mehrkörpersysteme für die Unsicherheitsanalyse und Entwurfsoptimierung". In: *7. IFToMM D-A-CH Konferenz*.
- (2021b). "Sensitivity analysis of a floating frame of reference approach to flexible multibody systems: Application to the design optimization of a Tyrolean weir cleaning mechanism". In: *WCSMO 14*.
- Gufler, V., E. Wehrle und A. Zwölfer (2021). "A review of flexible multibody dynamics for gradient-based design optimization". In: *Multibody System Dynamics* 53.4, S. 379–409.
- Haftka, R. T. und Z. Gürdal (1992). *Elements of structural optimization*. 3. Aufl. Kluwer.
- Haug, E. J. und J. S. Arora (1979). *Applied optimal design: Mechanical and structural systems*. John Wiley & Sons.
- Martins, J. R. R. A. und J. T. Hwang (2013). "Review and unification of methods for computing derivatives of multidisciplinary computational models". In: *AIAA Journal* 51.11, S. 2582–2599.
- Shabana, A. A. (2020). *Dynamics of multibody systems*. 5. Aufl. Cambridge University Press.
- Vanderplaats, G. N. (1999). "Structural design optimization status and direction". In: *Journal of Aircraft* 36.1, S. 11–20.
- Wehrle, E. und V. Gufler (2021). "Lightweight engineering design of nonlinear dynamic systems with gradient-based structural design optimization". In: *Munich Symposium on Lightweight Design*. Springer, S. 44–57.
- (eingereicht). "Analytical sensitivity analysis of dynamic problems with direct differentiation of generalized- α time integration". In.
- Zwölfer, A. und J. Gerstmayr (2020). "A concise nodal-based derivation of the floating frame of reference formulation for displacement-based solid finite elements". In: *Multibody System Dynamics* 49, S. 291–313.

DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Offen im Denken

ub | universitäts
bibliothek

In: Achte IFToMM D-A-CH Konferenz 2022

Dieser Text wird via DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt. Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

DOI: 10.17185/duepublico/75426

URN: urn:nbn:de:hbz:465-20220222-160558-4

Alle Rechte vorbehalten.