

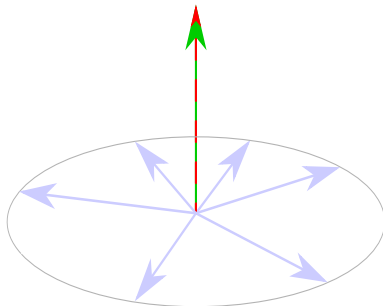
# Schritte zur vollständigen Bestimmung der Geometrie zweier Speere im Raum

Sinan Barut, Technische Universität Braunschweig, Institut für Robotik und Prozessinformatik,  
38106 Braunschweig, Deutschland, s.barut@tu-bs.de

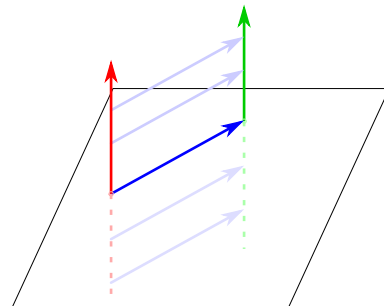
Bertold Bongardt, Technische Universität Braunschweig, Institut für Robotik und Prozessinformatik,  
38106 Braunschweig, Deutschland, b.bongardt@tu-bs.de

## Kurzfassung

In der Linienkinematik wird die Geometrie von orientierten Linien - fortan Speer genannt - unter der Verwendung von homogenen Koordinaten nach Plücker analysiert. Von Mises [1] verallgemeinerte als grundlegende Operationen das Kreuz- und das Skalarprodukt für Speere. Das Kreuzprodukt bestimmt die Orthogonale zweier Speere und das Skalarprodukt wird verwendet, um den dualen Winkel - daher den Winkel und die Distanz - zwischen zweier Speeren zu berechnen.



**Bild 1** Das Kreuzprodukt verschwindet: Der orthogonale Vektor kann nicht eindeutig bestimmt werden.



**Bild 2** Trotz Parallelität kann aufgrund der Momente ein orthogonaler Richtungsvektor bestimmt werden.

Für windschiefe und sich schneidende Speere können eindeutige Lösungen gefunden werden, jedoch arten die Produkte für parallele Speere aus. Der Richtungsvektor der Orthogonalen wird nur aus den Richtungsvektoren beider Speere berechnet, welcher bei parallelen Speeren, wie in Bild 1 illustriert, uneindeutig wird. Geometrisch kann aber eine eindeutige Richtung der Orthogonalen berechnet werden, wenn auch die Lage bzw. Momente der Speere - wie in Bild 2 dargestellt - berücksichtigt wird. Das Moment der Orthogonalen ist jedoch nicht eindeutig und muss per Konvention gesetzt werden. Der duale Teil des Skalarprodukts verschwindet auch bei parallelen Speeren. Nach projektiver Geometrie schneiden sich zwar zwei parallele Speere in der Unendlichkeit, jedoch hilft dies bei realen Mechanismen nicht. Dies führt dazu, dass der sonst konstante Abstand so nicht berechnet werden kann, obwohl dieser eindeutig ist und benötigt wird.

In diesem Vortrag werden Methoden vorgestellt, welche die Bestimmung der Geometrie zweier Speere verallgemeinern und so vielfältige Funktionen stabil ermöglichen. Die Speere selbst sind mathematische Beschreibungen von Gelenkachsen, sodass eine robuste Handhabung von Speeren die kinematische Betrachtung von Mechanismen im Allgemeinen verbessern. Konkret werden in diesem Vortrag die Gleichungen von Mises erweitert bzw. verändert, sodass auch der Spezialfall von parallelen Speeren abgedeckt ist. Es wird gezeigt, wie ohne zusätzliche Information die Orthogonale und die Distanz zweier paralleler Speere in Plückerkoordinaten eindeutig bestimmt werden kann. Zusätzlich zur Orthogonalen und der Distanz geben wir auch die Berechnung der Schnittpunkte der Orthogonalen zu den Speeren an. Unter der Voraussetzung eines existierenden Ursprungs können ausgezeichnete Anker - von uns als kanonische Anker bezeichnet - mit minimaler Norm aus den Richtungs- und Momentenvektoren ermittelt werden. Mit diesen Ankern wird die Berechnung der Orthogonalen und der Distanz zweier Speere auch im parallelen Fall möglich. Für die Handhabung von Linienkinematiken wird die Softwarebibliothek LiLiKin [4] entwickelt, in der die hier erarbeiteten Erweiterungen implementiert und getestet werden. Die Erweiterungen machen auch die Implementierung zur inversen Kinematik von generischen 3C Mechanismen nach [2] robuster. Eine weitere robuste Lösung für einen Spezialfall von 3C Mechanismen wird auch in [3] vorgestellt.



## Literatur

- [1] von Mises, R.: *Motorrechnung, ein neues Hilfsmittel der Mechanik*. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (1924).
- [2] Bongardt, B.: *The Adjoint Trigonometric Representation of Displacements and a Closed-Form Solution to the IKP of General 3C Chains*. Journal of Applied Mathematics and Mechanics (2020).
- [3] Bongardt, B. und Uicker, John J.: *Exponential Displacement Coordinates by Means of the Adjoint Representation*. Advances in Robot Kinematics (2020).
- [4] Barut, S.: *LiLiKin - Git Repository*. [https://git.rob.cs.tu-bs.de/public\\_repos/sba/lilikin](https://git.rob.cs.tu-bs.de/public_repos/sba/lilikin)

# DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT  
DUISBURG  
ESSEN

*Offen im Denken*

ub | universitäts  
bibliothek

In: Achte IFToMM D-A-CH Konferenz 2022

Dieser Text wird via DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt. Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

**DOI:** 10.17185/duepublico/75422

**URN:** urn:nbn:de:hbz:465-20220222-145420-3



Dieses Werk kann unter einer Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 Lizenz (CC BY-SA 4.0) genutzt werden.