

# Zur Diagnose und Regelung elastomechanischer Strukturen mittels PI-Beobachter

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften,  
Abteilung Maschinenbau und Verfahrenstechnik der  
Universität Duisburg-Essen  
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

genehmigte Dissertation

von

Frank Heidtmann

aus

Duisburg

Referent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker  
Korreferent: Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Johannes Gottschling

Tag der mündlichen Prüfung: 28. Oktober 2020



---

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand inhaltlich im Wesentlichen während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl Steuerung, Regelung und Systemdynamik der Universität Duisburg-Essen.

Mein Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker für die Möglichkeit zur Promotion und für die Zeit, die er in die Betreuung meiner Arbeit investiert hat. Herrn Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Johannes Gottschling danke ich für sein Interesse, das er als Korreferent meiner Arbeit entgegenbrachte.

Bei meinen vielen Kollegen des Lehrstuhl Steuerung, Regelung und Systemdynamik bedanke ich mich für das kollegiale Miteinander, die fachlichen und die freundschaftlichen Gespräche sowie die stets entgegengebrachte Hilfsbereitschaft.

Mein herzlicher Dank geht insbesondere an meine Lebenspartnerin Claudia, die in den Jahren dieser Arbeit stets für mich da war, sowie an meine Eltern Ulrich und Evelyn Heidtmann für ihre immerwährende Unterstützung. Sie haben mir meinen Weg erst ermöglicht.

Mülheim an der Ruhr, September 2021

Frank Heidtmann





# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Problemstellung . . . . .	1
1.2 Ziel und Inhalt der Arbeit . . . . .	3
<b>2 Theoretische und experimentelle Modellbildung elastomechanischer Strukturen</b>	<b>9</b>
2.1 Methode der finiten Elemente . . . . .	11
2.1.1 Plattenmodell . . . . .	13
2.1.2 Balkenmodell . . . . .	23
2.2 Finite-Element-Model-Updating . . . . .	26
2.3 Modellbildung mittels experimenteller (Output-only-)Modalanalyse . . . . .	35
<b>3 Der Proportional-Integral-Beobachter</b>	<b>39</b>
3.1 LUENBERGER-Beobachter, KALMAN-BUCY-Filter, Störgrößenbeobachter	41
3.2 Proportional-Integral-Beobachter (PIO) . . . . .	49
3.2.1 Modal-Proportional-Integral-Beobachter (MPIO) . . . . .	51
3.2.2 Auslegung des PI-Beobachters . . . . .	52
3.2.3 Konvergenzbetrachtungen zum PI-Beobachter . . . . .	55
3.2.4 PIO-Erprobung: Literaturreferenzen . . . . .	57
<b>4 Diagnose und Regelung elastomechanischer Strukturen</b>	<b>59</b>
4.1 Fehlerdiagnose: Begriffe, Klassifizierung, Methoden, Abläufe . . . . .	59
4.2 PI-Beobachter in der Fehlerdiagnose . . . . .	74
4.2.1 Detektion und Lokalisierung von Strukturfehlern . . . . .	82
4.3 Model-Updating in der Fehlerdiagnose: Referenzmethode . . . . .	88
4.4 PI-Beobachter in der Regelung . . . . .	91
<b>5 Ergebnisse</b>	<b>97</b>
5.1 Einseitig eingespannter Biegebalken . . . . .	97
5.1.1 Modellbildung mittels Output-only-Modalanalyse . . . . .	107
5.2 PI-Beobachter zur Fehlerdiagnose am Biegebalken . . . . .	112
5.2.1 Kontaktkraftrekonstruktion . . . . .	112
5.2.2 Lokalisierung von Masseänderungen . . . . .	115

5.2.3	Lokalisierung eines Sägeschnitts . . . . .	118
5.3	Model-Updating zur Fehlerdiagnose am Biegebalken: Referenzmethode . . . . .	122
5.3.1	Modelladaption an die ungeschädigte Struktur: Diagnosemodell . . . . .	124
5.3.2	Lokalisierung von Masseänderungen . . . . .	130
5.3.3	Lokalisierung von Sägeschnitten . . . . .	134
5.4	Allseitig eingespannte Platte . . . . .	137
5.4.1	Kontaktkraftrekonstruktion . . . . .	139
5.4.2	Aktive Strukturdämpfung . . . . .	152
5.4.3	Analyse des thermischen Umgebungseinflusses auf die Strukturdy- namik . . . . .	164
5.4.4	Diskussion des PIO-Einsatzes an der Platte . . . . .	172
5.5	Vergleichende Betrachtung von Einflussfaktoren auf den Beobachtungs- fehler . . . . .	175
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>193</b>
6.1	Beiträge dieser Arbeit . . . . .	193
6.2	Ausblick . . . . .	197
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>199</b>

# 1 Einführung

## 1.1 Problemstellung

Zuverlässigkeit, Verfügbarkeit, Instandhaltbarkeit und Sicherheit (Reliability, Availability, Maintainability und Safety, RAMS) sind wesentliche Qualitätsmerkmale technischer Systeme und Anlagen, die insbesondere dann Beachtung finden, wenn es um eine Reduzierung von Risiken für Mensch und Umwelt sowie ökonomischer Risiken geht. Zudem sind die zu erwartende Zuverlässigkeit und Instandhaltbarkeit als Treiber indirekter Kosten wesentliche Aspekte bei der Betrachtung der Gesamtbetriebskosten einer möglichen Investition.

Eine Fehlerdiagnose, die vier hierarchisch aufeinander aufbauenden Diagnosestufen *Detection*, *Localisation*, *Assessment* und *Consequence* [Ryt93] (Erkennung/Detektion, Lokalisierung/Isolierung, Beurteilung, Konsequenz) umfassend, stellt in diesem Zusammenhang ein wesentliches Instrument zur Verbesserung der RAMS-Merkmale dar und tritt als Aufgabe oftmals in Zusammenhang mit Konzepten wie *Structural-Health-Monitoring* (SHM), *Condition-Monitoring* (CM), *Fault-Detection-and-Isolation* (FDI), *Safety-and-Reliability-Control-Engineering* (SRCE) u. a. m. auf, vgl. [FW13]. Speziell für die im Weiteren vorwiegend betrachteten elastomechanischen Strukturen führen übliche Fehlermechanismen zu systematischen und dauernden (Bruch, Fließen) oder periodischen (Rissatmung) oder driftförmigen (Abnutzung, Korrosion) Fehlern [Ise08]. Die Methoden zur Fehlerdiagnose sind vielfältig, es stehen zahlreiche produkt- und branchenspezifische Vorgehensweisen zur Verfügung, grob können modellbasierte, wissensbasierte und empirische/signalverarbeitende Methoden unterschieden werden [PFC00a]. Diejenigen modellbasierten Methoden, die quantitative Modelle nutzen, verwenden deterministisch-physikalisch motivierte mathematische Beschreibungen der Realität, wie sie auch in dieser Arbeit Anwendung finden. Auch die Regelung elastomechanischer Strukturen ist geeignet einen positiven Beitrag zu den RAMS-Merkmalen zu leisten, indem etwa mittels aktiver Strukturdämpfung eine Reduzierung der Bauteil- bzw. Materialbeanspruchung herbeigeführt wird. So können z. B. Fehlermechanismen, die zu einem Versagen durch (Dauer-)Bruch führen, abgeschwächt werden.

Zur Diagnose und Regelung elastomechanischer Strukturen und anderer technischer Systeme ist die kontinuierliche Ermittlung ihres zeitvarianten Zustands erforderlich. Eine kontinuierliche Messung aller, diesen Zustand beschreibenden Zustandsgrößen ist u. U. nicht mit vertretbarem technischen Aufwand möglich, eine Anzahl dieser kann einer (kontinuierlichen) messtechnischen Erfassung auch grundsätzlich nicht zugänglich sein. So führt die Modellierung von Kontinua typischerweise auf zu viele Modellfreiheitsgrade bzw. Zustandsgrößen, als dass deren direkte und dauerhafte Messung zu Diagnose- oder Regelungszwecken praktikabel wäre. Zu den als Kontinua zu betrachtenden Strukturen gehören z. B. magnetisch gelagerte Rotoren, die nahe oder oberhalb ihrer ersten Biegeresonanzfrequenz betrieben werden, z. B. [SM09]. Entsprechende Finite-Elemente-Rotormodelle zur Beschreibung der Lateraldynamik können schon in einfachen Fällen mehr als einhundert Zustandsgrößen in Form von Verschiebungen und Geschwindigkeiten umfassen, deren zeitliche Verläufe je nach anvisierter Lageregelung oder Zustandsüberwachung des Rotors in mehr oder weniger großem Umfang bekannt sein müssen. Ein anders gelagertes Beispiel stellen die Kontaktkräfte in einem Rad-Schiene-System dar, die als Zustandsgrößen innerhalb einer möglichen Schlupfregelung benötigt werden. Aufgrund ihres Wirkungsortes sind diese unter den üblichen Bedingungen des Schienenverkehrs nicht messbar [Kir10]. Ähnlich verhält es sich mit der Biomasseverteilung des in [Lun08] beispielhaft behandelten Biogasreaktors. Diese ist für das Verhalten des Reaktors wesentlich, kann aber nur durch eine Laboruntersuchung ermittelt werden und darum keine (kontinuierliche) Messgröße für Regelungszwecke darstellen. In anderen Fällen können konstruktive Gegebenheiten, hohe Temperaturen, sensorschädigende/aggressive Medien u. a. m. Gründe für eine (praktische) Nicht-Messbarkeit von (benötigten) Zustandsgrößen sein.

Zur Rekonstruktion nicht messbarer oder nicht gemessener Zustandsgrößen eines linearen technischen Systems hat DAVID G. LUENBERGER 1964 einen *Beobachter* entwickelt [Lue64]. Der LUENBERGER-Beobachter führt ein mathematisches Modell des zu beobachtenden Systems diesem nach und kann im Grunde zeitparallel zu den realen Abläufen simuliert werden. Auf diesem Weg und u. U. in Echtzeit rekonstruierbare Zustandsgrößen stehen für Regelungs- und Diagnoseaufgaben zur Verfügung. In Gegenwart unbekannter Systemeingänge bzw. anhaltender Systemstörungen oder für ausgeprägt nichtlineare Systeme ist dieser Beobachter nicht einsetzbar. Seitdem ist eine Vielzahl verschiedener Beobachertypen für verschiedene Systemklassen entwickelt worden: lineare und nichtlineare, vollständige und reduzierte Beobachter, High-Gain-Beobachter, Beobachter (oder Filter im stochastischen Kontext) für lineare, nichtlineare, zeitvariante und deterministisch oder stochastisch gestörte Systeme u. a. m., eine Übersicht gibt z. B. [RG06].

Mit den nach ihrem Anwendungsszenario benannten Beobachertypen *Unknown-Input-Observer* (UIO) und *Störgrößenbeobachter* wird das Ziel verfolgt, Systemzustände auch

in Gegenwart unbekannter Systemeingänge zu rekonstruieren und/oder die unbekanntesten Eingangssignale selbst zu ermitteln [BM69, GKR77, HM73, HM92, Joh71, Joh76]. Ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal der unter diesen Sammelbegriffen zusammengefassten Beobachter besteht in der jeweils handhabbaren Störgrößenklasse bzw. in der jeweiligen Störgrößenmodellierung. Auch der *Proportional-Integral-Beobachter* (PIO) [Kac78, Kac79, SC85, Woj78] kann zu den UIOs und Störgrößenbeobachtern gezählt und zur gleichzeitigen Zustands- sowie Störgrößenrekonstruktion deterministisch gestörter Systeme eingesetzt werden. Er ist durch ein u. U. stark vereinfachendes statisches Störgrößenmodell gekennzeichnet, kann in Kombination mit einer High-Gain-Beobachterausslegung aber trotzdem mit dem Ziel einer Beobachtung vergleichsweise dynamischer Störungen eingesetzt werden, z. B. [Kra06]. Durch die Modellierung eines ungestörten nichtlinearen Systems als gestörtes lineares System ist zudem sein Anwendungsgebiet auf die Regelung nichtlinearer Systeme erweiterbar und erlaubt für solche somit insbesondere die Anwendung systematischer Verfahren der linearen Regelungstheorie zur Systemanalyse und Reglersynthese [ML77, Mü195]. Analog kann der PI-Beobachter zu Diagnosezwecken eingesetzt werden, wenn ungestörte, aber fehlerbehaftete Systeme/geschädigte Strukturen als gestörte fehlerfreie Nominalsysteme modelliert werden [HS08b, HS08a, SBM93].

In der vorliegenden Arbeit wurde der Einsatz des PI-Beobachters zur Diagnose und Regelung elastomechanischer Strukturen weiterführend untersucht und experimentell erprobt. Wesentlich für den Einsatz von Beobachtern zu Diagnose- und Regelungszwecken ist die damit theoretisch verbundene Möglichkeit, unter geeigneten Voraussetzungen, große und auch komplexe Strukturen mit einer vergleichsweise kleinen Zahl an Sensoren überwachen zu können. Begründet ist dies ggf. in der Rekonstruktionsmöglichkeit einer Großzahl oder sogar aller Strukturzustandsgrößen unter Nutzung vergleichsweise weniger Messgrößen in Verbindung mit einem mathematischen Modell der Strukturdynamik. Insbesondere der PIO bietet an dieser Stelle, mit der Option neben den Systemzuständen gleichzeitig auch unbekannteste Systemeingänge rekonstruieren zu können, ein erweitertes Anwendungspotenzial.

## 1.2 Ziel und Inhalt der Arbeit

Der PI-Beobachter wurde sowohl in Simulationsstudien [Kir10, Mü190, Mü195, Söf96, Söf99] u. a. zur Rissdetektion in Rotoren [SBM93] als auch in experimentellen Anwendungen zur Rekonstruktion und Lokalisierung von Kontaktkräften an Strukturen [Kra06], zur Nichtlinearitätenschätzung [Kir10], robusten und linearen Positionsregelung mittels Nichtlinearitätenschätzung und -kompensation [Mü100], Regelung eines

nichtlinearen Mehrkörpersystems [Liu11] und zur aktiven Strukturdämpfung [Kra06] erprobt. In der vorliegenden Arbeit wird der PIO dagegen insbesondere zu Diagnosezwecken an einem künstlich geschädigten Biegebalken als Beispiel für eine elastomechanische Struktur experimentell erprobt: Neben einer Level-1-Diagnose zur Fehlerdetektion erfolgt auch eine Level-2-Diagnose zur weitergehenden Fehlerlokalisierung. Statt der dafür bereits theoretisch und experimentell untersuchten Beobachterbänke [Fra94, Kra06, Par00, SO97] wird in der vorliegenden Arbeit erstmals eine Methode experimentell getestet, die einen (Struktur-)Fehler durch numerische Optimierung des PIO bzw. seiner maßgeblichen Eingangsmatrix lokalisiert.

Da u. a. die Abbildungsgenauigkeit des dem Beobachter zugrunde liegenden Strukturmodells die Rekonstruktionsergebnisse wesentlich beeinflusst, erfolgt neben der theoretischen (Finite-Elemente-)Modellierung auch die Erprobung einer experimentellen Modellbildung aus Modalanalysedaten. Zur Einordnung der Diagnoseergebnisse bzw. zu Vergleichszwecken dient eine zweite Diagnosemethode unter Einsatz numerischer Optimierung in Form eines Finite-Element-Model-Updating. Weitere Erprobungen bestehen in Kontaktkraftrekonstruktionen am Biegebalken und, als Beispiel für eine elastomechanische 2D-Struktur, an einer allseitig eingespannten dünnen Metallplatte. Für Letztere wird auch der thermische Umgebungseinfluss auf die Strukturdynamik analysiert und eine der zentralen Schwierigkeiten in der Fehlerdiagnose mit Blick auf den PI-Beobachter als Diagnosewerkzeug experimentell untersucht: die Differenzierung zwischen einerseits Strukturfehlereinflüssen und andererseits Umgebungs-/Betriebseinflüssen (UBE) in der Fehlerdiagnose.

Der (auch) in modaler Form eingeführte PI-Beobachter (MPIO) ermöglicht in Kombination mit einer linear-quadratischen Regelung (LQR) eine modenselektive statt einer an den physikalischen Freiheitsgraden orientierten Gewichtung der rückzuführenden Zustandsgrößen. Eine so auf die Grundschwingung und die modalen Geschwindigkeiten höherer Moden fokussierte und damit im Detail gegenüber [Kra06] veränderte Regelung zur aktiven Strukturdämpfung wird an der allseitig eingespannten Metallplatte experimentell erprobt.

Unabhängig von den in mehreren Arbeiten dargestellten theoretischen Überlegungen zur PIO-Auslegung [Kra06, ML77, MB00, Mül08, SM93] erfolgt in der vorliegenden Arbeit erstmals die Suche nach einer optimalen Beobachterausslegung auf numerischem Weg, anhand eines konkreten Beispiels unter Berücksichtigung realer Modell- und Messfehler. Dies stellt einen Teil einer erstmals (experimentell) durchgeführten Potenzialanalyse zur Aufdeckung möglicher Optionen zur Verbesserung der PIO-Rekonstruktionsergebnissen im Sinne eines reduzierten Beobachtungsfehlers dar.

**Kapitel 2** umfasst die Modellbildung der im weiteren Verlauf der Arbeit als Beispiele für elastomechanische Strukturen betrachteten Biegebalken und Platten. Deren *theoretische* Modellbildung erfolgte mittels Finite-Elemente-Methode (FEM). Darauf aufbauend kam eine deterministische Methode des Model-Updating zum Einsatz. Diese erlaubt in ihrer sensitivitätsbasierten Variante eine physikalisch motivierte Präzisierung unsicherer FE-Modellparameter und damit eine Erhöhung der strukturellen Validität des FE-Modells. Das wiederum ermöglicht die Nutzung des Model-Updating auch als Mittel zum Zwecke der Struktur- bzw. Fehlerdiagnose, wozu es in nachfolgenden Kapiteln als Vergleichsmethode herangezogen wurde. Dabei kam eine in ihrem numerischen Aufwand an die betrachteten unkomplizierten Grundstrukturen angepasste hierarchisch gestufte skalare Lösungsstrategie des inversen mathematischen Problems zum Einsatz.

Das Kapitel schließt mit der Darstellung einer weiteren, rein experimentellen und ebenfalls sensitivitätsbasierten Modellbildungsmethode, unter Verwendung von (output-only-)Modalanalysedaten. Die Methode erfüllt die notwendigen Voraussetzungen an die resultierende Modellstruktur für eine Verwendung in Kombination mit dem PI-Beobachter und diente als eine Alternative zur FE-Modellierung des Biegebalkens.

**Kapitel 3** stellt, ausgehend vom LUENBERGER-Beobachter über den KALMAN-BUCY-Filter und den Störgrößenbeobachter, den PI-Beobachter vor und führt als modale Variante den Modal-PI-Beobachter (MPIO) ein. Das Kapitel endet mit Betrachtungen zur Auslegung und Konvergenz des PIO sowie einem Literaturüberblick zu dessen Erprobungen in Simulation und Experiment.

**Kapitel 4** behandelt das eigentliche Thema *Fehlerdiagnose* und speziell die Schaden- diagnose elastomechanischer Strukturen. Darauf aufbauend wird eine Diagnosemethode unter Einsatz des PI-Beobachters eingeführt, die eine unmittelbare Fehlerdetektion (Diagnoselevel 1) erlaubt und Potenzial für eine Fehlerbeurteilung (Diagnoselevel 3) bietet. Anhand beispielhafter Strukturschäden, die sich in Kontaktkräften, Massen- oder Steifigkeitsänderungen äußern, erfolgen Darstellung und Diskussion der Vorgehensweise. Zur weitergehenden Fehlerlokalisierung (Diagnoselevel 2) dient die wesentliche Ergänzung der grundsätzlichen Vorgehensweise um eine numerische Optimierung der den Fehlerort beschreibenden Beobachtermatrix  $\mathbf{N}$ . Als Vergleichsmethode fungierte das dargestellte FE-Model-Updating in Diagnoseanwendung. Der letzte Teil des Kapitels thematisiert den PI-Beobachter als Element einer Regelung, die Zustandsrückführung und synthetische Störgrößenaufschaltung miteinander kombiniert.

**Kapitel 5** beschreibt die experimentelle Erprobung der zuvor diskutierten Modellbildungs-, Diagnose- und Regelungsmethoden an einem einseitig eingespannten Biegebalken sowie einer allseitig eingespannten dünnen Metallplatte. Diese Elemente dienten

als geometrisch einfache Beispiele für elastomechanische 1D- bzw. 2D-Strukturen. Der Vorstellung der entsprechenden Versuchsstände folgt eine Darstellung der Analysen der spezifischen Versuchsrandbedingungen, Mess-, Umgebungseinflüsse und Messlimitierungen als Voraussetzung sowohl für eine geeignete Versuchsdurchführung als auch für die korrekte Interpretation der experimentellen Ergebnisse.

Zur Modellierung des Biegebalkens wird die in Kap. 2 vorgestellte experimentelle Modellbildung aus Modalanalysedaten erprobt und der Erfolg durch eine Modellvalidierung überprüft. Das auf diesem Weg, als Alternative zum Finite-Elemente-Balkenmodell, generierte experimentelle Modell findet seine Verwendung in einem Teil der nachfolgend aufgeführten Versuche.

Anwendungserprobungen des PI-Beobachters erfolgten zur Kontaktkraftrekonstruktion, zur Lokalisierung von künstlich eingebrachten Strukturfehlern und zur aktiven Strukturdämpfung in verschiedenen Versuchen:

- i) Am Biegebalken erfolgten Versuche zur Rekonstruktion dynamischer Kontaktkräfte, wie sie durch mechanische Kontakte in Maschinen (z. B. Rotor-Stator-Kontakte in Turbomaschinen) als Fehlersymptome auftreten können. Der rekonstruierte Kontaktkraftverlauf gibt Auskunft über Kontaktzeitpunkt (Fehlerdetektion, Diagnoselevel 1) und -kraft (Potenzielle Fehlerbeurteilung, Diagnoselevel 3).
- ii) Als Beispiele für Strukturfehler dienen zum einen Masseänderungen des Biegebalkens und zum anderen ein in den Balken eingebrachter Sägeschnitt zur Strukturschwächung, der mit einem Steifigkeitsverlust als Fehlersymptom einhergeht. Zu Vergleichszwecken diente die Methode des Model-Updating in Diagnoseanwendung.
- iii) An der allseitig eingespannten Metallplatte als 2D-Struktur erfolgte ebenfalls eine Erprobung der Kontaktkraftrekonstruktion. Außerdem wurde an dieser die vorgestellte
- iv) PIO-basierte Regelung beispielhaft zur aktiven Schwingungsdämpfung eingesetzt und auf ihre Wirksamkeit hin überprüft. In Anlehnung an adaptronische Strukturen diente hierbei ein aufgeklebtes piezoelektrisches Element als Aktuator.

Die Plattenstruktur unterliegt aufgrund ihrer allseitigen Einspannung und sich kontinuierlich verändernder Umgebungstemperatur thermischen Einflüssen, die zu ausgeprägten zeitvarianten Veränderungen ihrer Strukturmechanik führten. Der thermische Einfluss und seine Effekte wurden durch Zusammenführung von Wärmebildaufnahmen mit zeitparallel durchgeführten Modalanalysen zur Abbildung der sich verändernden



Strukturdynamik analysiert und dargestellt. Daran schließt sich eine Diskussion zum Einsatz des PI-Beobachters an derart zeitvarianten Strukturen bzw. Systemen an.

Zum Ende des Kapitels folgt eine Analyse der als wesentlich erachteten Einflüsse von *Messrauschen*, *Modellfehlern* und *Beobachterausslegung* auf die PIO-Rekonstruktionsergebnisse mit dem Ziel, praktisch relevante Verbesserungspotenziale in der PIO-Anwendung ggf. aufzudecken. Konkrete, am Beispiel des Biegebalkens experimentell gewonnene Ergebnisse nutzend, werden versuchsspezifische Möglichkeiten und daraus ableitbare Hinweise auf generelle Optionen zur signifikanten Reduzierung des PIO-Beobachtungsfehlers untersucht. Insbesondere erfolgte anhand eines numerisch optimierten linear-quadratischen Entwurfs des Beobachters für das konkrete Beispiel des *Biegebalkens* eine *experimentelle* Suche nach einer alternativen oder womöglich vorteilhafteren Beobachterausslegung gegenüber der in Kap. 3 herangezogenen *Loop-Transfer-Recovery*-(LTR-) Methode. Losgelöst von theoretischen Überlegungen und Annahmen berücksichtigt diese experimentelle Vorgehensweise ohne weiteres Zutun die durch Messabweichungen und Modellfehler bedingten konkreten realen Effekte in der Beobachterausslegung und dient somit ggf. auch der Validierung der LTR-basierten PIO-Auslegung in der praktischen (experimentellen) Anwendung. Mit einer Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit und Anregungen für weiterführende Untersuchungen schließt **Kapitel 6**.



## 2 Theoretische und experimentelle Modellbildung elastomechanischer Strukturen

Nachfolgende Kapitel behandeln die modellbasierte Diagnose und Regelung elastomechanischer Strukturen. Eine notwendige Voraussetzung für die Anwendung derartiger Methoden ist ein mathematisches Modell der jeweils relevanten Struktureigenschaften. Deshalb werden zunächst die in dieser Arbeit zur mathematischen Modellbildung angewandten Methoden dargestellt. Zu diesen gehört die Finite-Elemente-Methode (FEM), die als theoretische Modellbildungsmethode hier zur approximativen Abbildung der dynamischen Eigenschaften von Strukturen dient. Ein auf diesem Weg erstelltes mathematisches Modell kann zwecks Präzisierung mit Hilfe des numerischen *Model-Updating* an experimentell ermittelte Eigenschaften der zu modellierenden realen Struktur adaptiert werden. Eine deterministische Methode des Model-Updating wird vorgestellt. Die Möglichkeit unsichere Modellparameter zu identifizieren ist auch für Aufgaben in der Fehlerdiagnose einsetzbar, um Strukturschäden zu detektieren und zu lokalisieren. Diese Anwendungsmöglichkeit des Model-Updating wird in Kap. 4.3 zu Referenzzwecken behandelt. Der letzte Teil des Kapitels beschreibt eine experimentelle Modellbildungsmethode unter Verwendung von (Output-only-)Modalanalysedaten in Kombination mit einer sensitivitätsgesteuerten Eigenvektorskalierung, die in dieser Arbeit alternativ zur Methode der finiten Elemente zum Einsatz kommt.

Modellbildungsmethoden lassen sich grob in *theoretische* und *experimentelle* Methoden unterteilen, auch Kombinationen der Methoden sind üblich. Erstere nutzen theoretische Kenntnisse über naturwissenschaftliche Zusammenhänge, etwa in Form physikalischer Gesetze, um eine mathematische Beschreibung eines realen Systems herzuleiten. Letztere basieren auf einer experimentellen Vorgehensweise die prinzipiell darin besteht, das Verhalten eines realen Systems anhand von in Beziehung zueinander stehenden Ein- und Ausgangsgrößen messtechnisch zu erfassen und diese Informationen auf Grundlage von mess- und systemtheoretischen Kenntnissen, oftmals unter Nutzung numerischer Algorithmen, in ein Systemmodell zu überführen. Für deterministische Systeme, wie sie in dieser Arbeit vorausgesetzt werden, ist die Methodenauswahl u. a. an der

**Systemklasse** auszurichten. Hierzu kann zwischen linearen, nichtlinearen, zeitinvarianten und zeitvarianten Systemen unterschieden werden. Außerdem sind die gewünschten

**Modelleigenschaften** in Form kontinuierlicher oder zeitdiskreter, nicht-parametrischer oder parametrischer Darstellungen in Zustands- oder Eingangs-Ausgangs-(E/A-) Beschreibung sowie der vorgesehene

**Modelleinsatzzweck** wie modellbasierte Regelung, Simulation oder Schadendiagnose für die Methodenauswahl zu berücksichtigen, siehe z. B. [Ise92, Lju99].

Für die in dieser Arbeit untersuchten modellbasierten Methoden zur Fehlerdiagnose und Regelung ist es notwendig, dass nicht nur das Eingangs-Ausgangs-(E/A-)Verhalten, sondern auch wesentliche innere Strukturen des betrachteten dynamischen Systems im Modell abgebildet werden, d. h. ein ausreichender Grad an struktureller Validität erreicht wird. So ist es notwendig, dass zwischen Modellzustandsgrößen, (mechanischen) Systemfreiheitsgraden und Systemeingängen bekannte, möglichst einfache Beziehungen bestehen. Im günstigsten Fall bilden die Modellzustandsgrößen in Form von Positionen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen unmittelbar diejenigen Systemfreiheitsgrade ab, an denen zu diagnostizierende Fehler Wirkung entfalten bzw. auszuregelnde Störgrößen angreifen können. Dies schränkt die Auswahl an geeigneten Modellbildungsmethoden ein.

Vor diesem Hintergrund sind die (theoretische Modellbildungs-)Methode der finiten Elemente, (teil-)experimentelle Methode des deterministischen Model-Updating [FM96, MF93] und eine experimentell-direkte Modellbildungsmethode unter Verwendung von Modalparametern ausgewählt worden. Letztere Methode ist insofern *direkt*, als dass sie im Vergleich zum Model-Updating keine iterativen Optimierungsschritte erfordert. Aber aufgrund des eingesetzten Output-only-Modalanalysesystems erfordert sie Zusatzaufwand zur Skalierung der damit ermittelten Eigenvektoren, was wiederum für eine Transformation des eingemessenen modalen Strukturmodells in physikalische Koordinaten erforderlich ist. Die Methode wird als Alternative zur FE-Modellierung des in dieser Arbeit als erstes Beispiel für eine elastomechanische Struktur betrachteten Biegebalkens genutzt.

Die erweiterte Anwendung des Model-Updating zur Fehlerdiagnose dient der vergleichenden Beurteilung der in dieser Arbeit entwickelten PIO-basierten Diagnosemethode, am konkreten Beispiel des Biegebalkens. Das Model-Updating als Referenzmethode heranzuziehen bietet sich an, weil beide Methoden ein Finite-Elemente-Modell verwenden können, was eine einheitliche Ausgangsbasis für ihren Vergleich ermöglicht. Für

das zweite in dieser Arbeit behandelte Beispiel, eine allseitig eingespannte Metallplatte, wird ausschließlich die Methode der finiten Elemente zur theoretischen Modellbildung eingesetzt. Zunächst wird die FE-Methode für Biegebalken und Platte in Kap. 2.1 dargestellt. Anschließend führen die Kap. 2.2 und 2.3 die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten experimentellen Modellbildungsmethoden ein.

## 2.1 Methode der finiten Elemente

In der theoretischen Modellbildung elastomechanischer Systeme ist zwischen diskontinuierlichen und kontinuierlichen Systemen zu unterscheiden. Erstere sind dadurch gekennzeichnet, dass sich das interessierende dynamische Verhalten hinreichend genau beschreiben lässt, indem die Systemeigenschaften *Masse*, *Steifigkeit* und *Dämpfung* voneinander isoliert, durch diskrete Elemente wie starre Massen und masselose Dämpfer- und Federelemente abgebildet werden. Zeitinvariantes Verhalten vorausgesetzt, können solche Systeme mit Hilfe des zweiten NEWTONschen Gesetzes oder dem *Prinzip der virtuellen Verrückungen* u. a. m. in mathematische Modelle aus linear-zeitinvarianten Differenzialgleichungen (DGL) überführt werden. Derartige Systeme bzw. Modelle werden auch als Mehrkörpersysteme (MKS) bezeichnet. Am Markt sind umfangreiche Mehrkörpersimulationswerkzeuge (ADAMS, SIMPACK, RECURDYN u. a. m.) erhältlich, die den Anwender bei Modellbildung und Simulation unterstützen. Typische Anwendungsfälle finden sich z. B. im Kraftfahrzeugsektor, etwa in der Fahrdynamiksimulation. Sind dagegen Masse-, Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften eines Systems derart miteinander verwoben, dass die physikalisch diskretisierende Modellierung als MKS die interessierenden Systemeigenschaften unzureichend genau abbildet, ist eine kontinuumsmechanische Modellierung notwendig. Entsprechende mathematische Beschreibungen führen dann auf partielle DGL, die nur in einfachsten Fällen schwingender Kontinua einer geschlossenen analytischen Lösung zugänglich sind.

Ein Lösungsansatz für partielle DGL besteht darin, diese zunächst in gewöhnliche DGL bzw. ein System gewöhnlicher DGL zu überführen, für die in weitaus größerem Umfang eine Lösungsmethodik existiert. Im Rahmen der Strukturmechanik des Kontinuums kann dies in Abhängigkeit von der Modellbildungsmethode entweder erst mit der partiellen (Zustands-)Differenzialgleichung der Gesamtstruktur erfolgen, etwa mittels Produktansatz von BERNOULLI. Oder es werden bereits in vorhergehenden Modellierungsschritten auftretende partielle DGL in gewöhnliche überführt: Indem durch Strukturunterteilung mathematisch einfach zu beschreibende Substrukturen ähnlich den Grundelementen Balken, Platte oder Schale geschaffen werden, deren Modellierung durch partielle DGL, evtl. nach (approximativen) Zwischenschritten, wiederum

in gewöhnliche DGL überführt werden kann, entsteht nach deren (mathematischen) Zusammenbau eine Gesamtlösung oder ein lösungsfähiges (Differenzial-)Gleichungssystem der Gesamtstruktur.

So geht das für Rechneranwendungen besonders geeignete Verfahren der Übertragungsmatrizen [Hol21] zur Schwingungsberechnung von einer in Teilabschnitte zerlegten Struktur aus, deren partielle (Zustands-)Differenzialgleichungen mittels Produktansatz in gewöhnliche DGL überführt und vorab gelöst werden. Der anschließende Zusammenbau der (Teil-)Lösungen unter Berücksichtigung von Verträglichkeit und Gleichgewicht führt zur Schwingungsgleichung der Gesamtstruktur [GK89]. Insbesondere für unverzweigte Strukturen erlaubt das Verfahren die effiziente Berechnung von erzwungenen harmonischen Schwingungen, Eigenfrequenzen und -formen, weil die Zahl der Unbekannten im finalen Gleichungssystem unabhängig von der Zahl der zur Modellierung gewählten Abschnitte ist [GK89].

Andere Methoden gehen von einer Energieformulierung zur Beschreibung eines Kontinuums aus und verwenden globale oder lokale *Formfunktionen* zur Approximation der dabei in partiellen Ableitungsausdrücken auftretenden Verschiebungszustände. Die von Ort und Zeit abhängigen Verschiebungszustände liegen nach ihrer Approximation, analog zu einem Produktansatz, in nach Ort und Zeit separierten Faktoren vor und überführen die partiellen Ableitungsausdrücke in gewöhnliche DGL. Zu den Methoden die Formfunktionen verwenden gehört u. a. der RAYLEIGH-Quotient [GK89, Ray45], der für geeignete Strukturen eine Abschätzung der untersten Resonanzfrequenz durch Verwendung einer einzelnen *globalen* Formfunktion ermöglicht. Dagegen kombiniert das RITZsche Verfahren [GK89, Rit09] mehrere *globale* Formfunktionen und erlaubt die Berechnung einer entsprechenden Anzahl von Eigenfrequenzen und -formen. Beide Methoden sind bezüglich der handhabbaren Strukturkomplexität stark eingeschränkt, weil sich die benötigten Formfunktionen über die gesamte Struktur erstrecken müssen und gleichzeitig gegebene Rand- und Übergangsbedingungen möglichst gut zu erfüllen sind, um realitätsnahe Ergebnisse zu erzielen. Naturgemäß ist es umso schwieriger geeignete globale Formfunktionen zu ermitteln, je komplexer die Struktur aufgebaut ist. Gut einsetzbar sind die Methoden z. B. für biegebalkenähnliche Konstruktionselemente.

Deutlich flexibler in ihrer Anwendung ist die Methode der finiten Elemente [Gal76, GK89, Hah82], die sich auch aufgrund zunehmender Rechnerleistung heute als Standardmethode etabliert hat. Mit dieser können auch komplexe Strukturen untersucht werden, weil unproblematisch zu ermittelnde *lokale* Formfunktionen für die in finite Elemente unterteilte Struktur verwendet werden. Auch 2D- und 3D-Strukturen mit beliebigem Steifigkeitsverlauf, beliebiger Massenbelegung, beliebigen Randbedingungen und mit Strukturunstetigkeiten wie Schlitzern, Löchern und Verzweigungen sind

handhabbar. Eine Lösungskonvergenz durch Elementverfeinerung ist bei Verwendung geeigneter Elemente sichergestellt [GK89].

### 2.1.1 Plattenmodell

Mathematische Modelle zur Berechnung transversaler Plattenbiegungen lassen sich u. a. dahingehend unterscheiden, ob sie einen Schubeinfluss berücksichtigen oder nicht. Zu den schubweichen Theorien gehören die REISSNERSche [Rei47] und MINDLINSche [Min51] Plattentheorie. Dagegen führt die klassische KIRCHHOFFSche Plattentheorie [AAN98, HM07] zu einer schubstarrten Modellierung. Entsprechend können schubstarre und schubweiche finite 2D-Elemente formuliert werden, typischerweise als Rechteck- oder Dreieckelemente. Für beide Elementformen existieren sowohl Ein- als auch Mehrfeldverfahren. Letztere erlauben eine Beschränkung der verwendeten Formfunktionen auf ausgewählte Elementbereiche. Auf den Mehrfeldverfahren fußen wiederum Hybridansätze und gemischte Ansätze, die unabhängige Formfunktionen für das Elementinnere und den Elementrand bzw. unabhängige Formfunktionen für Verschiebungen und Spannungen eines Elementes verwenden. Schließlich können auch Volumenelemente eingesetzt werden, die auf Grundlage der Elastizitätstheorie des räumlichen Kontinuums prinzipiell schubweich sind. Einen Überblick zu FE-Formulierungen für Platten und einen numerischen Vergleich jeweils mehrerer Rechteck-, Dreieck- und Volumenelemente findet sich in [Gal76]. Einen kurzen Abriss der Entwicklungshistorie sowie eine tabellarische Auflistung von Plattenelementen mit ihren wesentlichen Merkmalen gibt [HH84].

Die zu modellierende Metallplatte ist (konstant) dünn ( $h/\min(a,b) \ll 1$ , siehe Bild 2.1) gegenüber den Abmessungen ihrer Mittelebene und von einfacher, quadratischer Form. Hinreichend kleine Durchbiegungen vorausgesetzt, erscheint daher ein schubstarrtes Platten-Rechteckelement zur Finite-Elemente-Modellierung ausreichend. Ein solches ist das 12-parametrische Rechteckelement mit Querverschiebung  $w_k$  und Querschnittsneigungen  $\beta_{x,k}, \beta_{y,k}$  als Freiheitsgrade jeder seiner vier Element(eck)knoten und einem vollständigen kubischen Polynom, erweitert um die Glieder  $x^3y$  und  $xy^3$ , als Verschiebungsansatz. Ein damit berechneter Verschiebungszustand ist zwischen den Elementknoten unstetig (inkompatibles Element), trotzdem ist Konvergenz gegen die exakte Lösung bei Elementverfeinerung nachgewiesen, z. B. [WFC69].

Eine andere Möglichkeit stellt das in [BFS65] vorgestellte (kompatible) 16-parametrische Rechteckelement dar. Es erfordert zusätzlich die Berücksichtigung der Verwindung  $\kappa_{xy,k}$  als vierten Freiheitsgrad seiner vier Eckknoten. Das erhöht seine Komplexität, bildet bei gleicher Netzeinteilung Verschiebungen dafür aber genauer ab als das zuvor

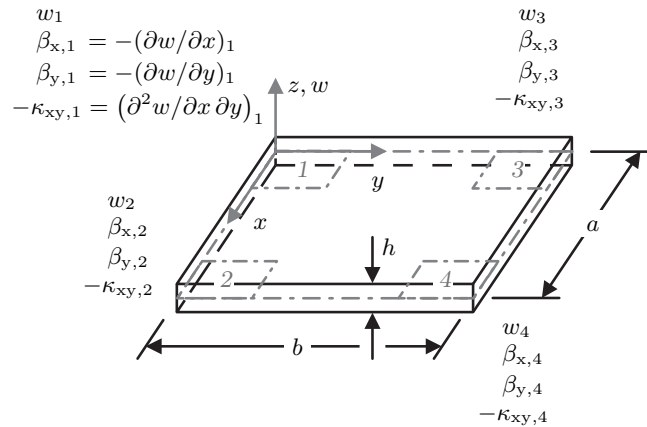


Bild 2.1: 16-parametriges Platten-Rechteckelement mit vier Eckknoten und jeweils Querver-  
schiebung  $w_k$ , Querschnittsneigungen  $\beta_{x,k}$ ,  $\beta_{y,k}$  und Verwindung  $-\kappa_{xy,k}$  als Knoten-  
freiheitsgrade

beschriebene 12-parametriges Element [Gal76] und es ist auch über die Elementränder hinweg stetig in den Querschnittsneigungen (kompatibles Element). Zusammenfassend zeigt Bild 2.1 die Knotenlagen in den Elementecken sowie die zugehörigen Freiheitsgrade des 16-parametriges Elementes. Aufgrund der Mitnahme des zusätzlichen Verwindungs-Freiheitsgrades, und weil das Element nicht auf eine allgemeine Viereckform erweitert werden kann, wird es selten verwendet [Wer08]. Im konkreten Fall der einfach geformten quadratischen Platte, die mit relativ geringer Elementzahl modelliert werden kann, ist beides unproblematisch. Im Folgenden wird daher das 16-parametriges Element verwendet und die zum Aufbau eines entsprechenden FE-Modells benötigten mathematischen Zusammenhänge hergeleitet.

Ausgangspunkt des hier einzuführenden FE-Modells ist die KIRCHHOFFSche Theorie dünner Platten. Die skizzierte Darstellung eines infinitesimalen Teilstücks einer dünnen Platte mit Dicke  $h$  in Bild 2.2 veranschaulicht eine theoriekonforme Plattenbelastung sowie die resultierenden relevanten Verschiebungs- und Schnittkraftgrößen. Bei hinreichend genauer Erfüllung der der KIRCHHOFFSchen Plattentheorie zugrunde liegenden Annahmen, d. h. unter den Voraussetzungen, dass die Platte ein

- ebenes Flächentragwerk ist, das nur senkrecht zur Plattenebene und durch Randlasten belastet wird, nur
- kleine Verformungen auftreten, für die linear-elastisches Materialverhalten und somit das HOOKEsche Gesetz gilt, die



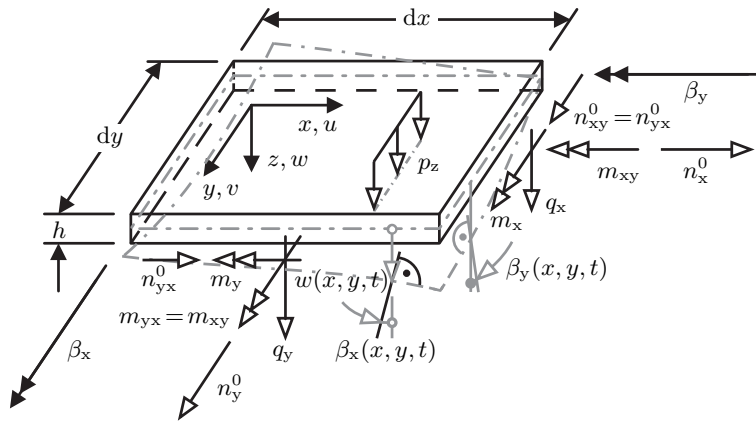


Bild 2.2: Infinitesimales Teilstück einer dünnen Platte mit Dicke  $h$ , möglichen Plattenlasten sowie Verschiebungs- und Schnittkraftgrößen an den positiven Schnittufern

- Plattendicke  $h$  konstant und klein gegenüber den übrigen Abmessungen ist,
- Schnittkräfte am unverformten Element ermittelt werden (Theorie erster Ordnung),
- ebene Querschnitte, die senkrecht zur Mittelebene der Platte stehen, auch unter Verformung eben und senkrecht zu dieser bleiben (analog zur Hypothese von BERNOULLI in der Balkentheorie),
- Dehnungen und Spannungen jeweils normal zur Mittelfläche vernachlässigbar sind und ein
- homogen-isotroper Werkstoff vorliegt,

ergeben sich die Verschiebungsgrößen und damit der Verformungszustand der Platte allein in Abhängigkeit von ihrer Durchbiegung  $w$  zu

$$w = w(x, y, t), \quad u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{und} \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (2.1)$$

Die partiellen Ableitungen entsprechen bei der gewählten schubstarrten Betrachtungsweise und kleinen Verformungen näherungsweise den Querschnittsverdrehungen

$$\beta_x = -\frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{und} \quad \beta_y = -\frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.2)$$

um die y- bzw. x-Achse. Mit der allgemeinen Verschiebungs-Verzerrungsgleichung

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (2.3)$$

ergeben sich im konkreten Fall Dehnungen und Gleitung zu

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0. \quad (2.4)$$

Weil kleine Verformungen vorausgesetzt werden entsprechen die auftretenden zweiten Ableitungen näherungsweise den Krümmungen

$$\kappa_x = -\frac{\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}}{\left(1 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \approx -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \text{und} \quad \kappa_y = -\frac{\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}}{\left(1 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \approx -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.5a)$$

der gebogenen Plattenmittelebene, die gemischte Ableitung

$$\kappa_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.5b)$$

wird als Verwindung bezeichnet. Mit (2.4), den kinematischen Beziehungen (2.5) und homogen-isotrop linear-elastischem Werkstoffverhalten ist durch das HOOKEsche Gesetz

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \mathbf{E}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.6)$$

$$= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix},$$

symmetrisch

unter Annahme eines ebenen Spannungszustands (ESZ) in der dünnen Platte ( $\sigma_z = 0$ ), die kinematische Verträglichkeit als der Zusammenhang zwischen Verzerrungen und Spannungen zu

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} &= \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \\ &= \frac{Ez}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ 2\kappa_{xy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.7)$$

gegeben. Die dabei verwendete kinematische Hypothese  $\varepsilon_z = 0$  ist unter Beachtung der Elastizitätstheorie nicht mit der ebenfalls genutzten statischen Hypothese  $\sigma_z = 0$  vereinbar. Dieser Widerspruch wird in der KIRCHHOFFSchen Plattentheorie zugelassen. Ihre umfangreiche und langjährige praktische Anwendung deutet darauf hin, dass die getroffenen Annahmen zu hinreichend genauen Ergebnissen führen.

Die in der Plattentheorie vorzugsweise verwendeten Spannungsresultierenden der Dimension Kraft/Länge und Moment/Länge berechnen sich mit der Plattendicke  $h$  gemäß

$$q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} dz = 0, \quad q_y = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} dz = 0, \quad (2.8)$$

$$m_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz, \quad m_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz, \quad (2.9)$$

$$m_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz = m_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yx} z dz \quad (2.10)$$

und mit (2.7) schließlich zu

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B & \nu B & 0 \\ \nu B & B & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)B}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ 2\kappa_{xy} \end{bmatrix}, \quad B = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}. \quad (2.11)$$

Das Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen für das Plattenteilstück in Bild 2.2 in Verbindung mit dem Elastizitätsgesetz in Form von (2.11) führt, nach Ersetzung der Krümmungen  $\kappa_x, \kappa_y$  und der gemischten Ableitung  $\kappa_{xy}$  durch die Plattendurchbiegung bzw. deren partiellen Ableitungen gemäß den kinematischen Beziehungen (2.5), schließlich auf die partielle Zustandsgleichung der schubstarrten Platte.

Für die angestrebte FE-Modellierung der schubstarrten Platte wird deren partielle Zustandsdifferenzialgleichung aber nicht benötigt, sondern das Prinzip der virtuellen Verschiebungen (PdvV)

$$\delta \mathbf{V}_e = \delta \mathbf{W}_a + \delta \mathbf{W}_m \quad (2.12)$$

zur Beschreibung des Kontinuums herangezogen. Danach entspricht die an einem Kontinuum verrichtete virtuelle Formänderungsarbeit  $\delta \mathbf{V}_e$  der Summe aus der virtuellen Arbeit aller äußeren Kräfte  $\delta \mathbf{W}_a$  und der virtuellen Arbeit aller Trägheitskräfte  $\delta \mathbf{W}_m$  des betrachteten Kontinuums [GK89]. Speziell auf das finite Element in Bild (2.1), als Teil eines Kontinuums, mit Massenbelegung  $\mu = \rho h$  angewandt, ergibt sich die spezifische Form des PdvV zu [GK89]

$$\begin{aligned} & \int_0^b \int_0^a (\delta \kappa_x m_x + \delta \kappa_y m_y + 2\delta \kappa_{xy} m_{xy}) \, dx \, dy \\ & + \int_0^b \int_0^a \left[ \frac{\partial \delta w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} n_x^0 + \frac{\partial \delta w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} n_y^0 + \left( \frac{\partial \delta w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial \delta w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} \right) n_{xy}^0 \right] \, dx \, dy \\ & = \int_0^b \int_0^a \delta w p_z \, dx \, dy - \int_0^b \int_0^a \delta w \mu \ddot{w} \, dx \, dy \\ & + \sum_{k=1}^4 \delta w_k P_k + \sum_{k=1}^4 (\delta \beta_{x,k} M_{x,k} + \delta \beta_{y,k} M_{y,k}) . \end{aligned} \quad (2.13)$$

Neben möglichen Anfangslasten  $n_x^0$ ,  $n_y^0$ ,  $n_{xy}^0$  berücksichtigt diese Formulierung des PdvV ggf. auch in den Knoten angreifende diskrete Kräfte  $P_k$  und Momente  $M_{x,k}$ ,  $M_{y,k}$ ,  $k = 1, \dots, 4$ , wie sie im Rahmen dieser Arbeit bei der Erprobung des PI-Beobachters auftreten.

Durch Einsetzen des Elastizitätsgesetzes (2.11) zusammen mit den kinematischen Beziehungen (2.5), lässt sich (2.13) in (Element-)Querverschiebungen  $w(x, y, t)$  bzw. deren partiellen Ableitungen ausdrücken. Die (Quer-)Verschiebungen innerhalb eines jeden Elementes wiederum werden durch Einführung von elementspezifischen bzw. das Elementverhalten bestimmenden Formfunktionen approximiert. Auf diese Weise gelingt eine Darstellung von  $w(x, y, t)$  als ein Produkt, dessen Faktoren entweder allein zeit- oder ortsabhängig sind. Diese Separation erlaubt die Überführung der partiellen DGL in (2.13) in gewöhnliche DGL. Der mathematische Zusammenbau aller Elemente ergibt schließlich ein die Gesamtstruktur beschreibendes System gewöhnlicher Differenzialgleichungen in Matrixschreibweise.

Eine geeignete Formfunktion muss bei Netzverfeinerung die Konvergenz der Finite-Elemente-Näherungslösung gegen die exakte Lösung sicherstellen. Dazu ist sie notwendigerweise stetig, erfasst Starrkörperbewegungen sowie Zustände konstanter Verzerrung und stellt Verschiebungszustände kompatibel zu den Nachbarelementen dar.

Dem entsprechende Formfunktionen lassen sich als Polynomreihen ermitteln, deren Koeffizienten dazu als Funktionen der Knotenverschiebungen darzustellen sind. Auch die Überprüfung von Konvergenzkriterien wird durch eine solche Darstellung vereinfacht. Alternativ können Formfunktionen mit Hilfe von Interpolationsverfahren aufgestellt werden. Hierbei erfolgt die Beschreibung der Verschiebungsfelder unmittelbar in Abhängigkeit von der Knotenvariablen bzw. der Knotenverschiebungen. Speziell die Verwendung der HERMITE-Interpolation ermöglicht zusätzlich zu Funktionswerten auch Ableitungen der Funktionen zu berücksichtigen. So sind durch entsprechende Formfunktionen aufgebaute Elemente im Inneren und auf den Elementrändern stetig in Verschiebungen und (Querschnitts-)Neigungen. Diese kompatiblen Elemente haben insbesondere für Biegeprobleme Relevanz, soll Stetigkeit der mittels Finite-Elemente-Methode berechneten Biegelinie bzw. Biegefläche erreicht werden. Details hierzu sind u. a. in [BFS65, Gal76, Hah82] zu finden.

Die HERMITESche Interpolationsformel

$$f(x) = \sum_{i=0}^n (H_{0i}(x)f(x_i) + H_{1i}(x)f'(x_i)) \quad (2.14)$$

berücksichtigt außer den Funktionswerten  $f(x_i)$  selbst, jeweils auch die erste Ableitung  $f'(x_i)$  an den  $n + 1$  Stützstellen  $x_i$ . Die HERMITESchen Interpolationspolynome

$$H_{0i} = \left( 1 - 2(x - x_i) \sum_{k=0 (k \neq i)}^n \frac{1}{x_i - x_k} \right) L_i^2(x) \quad \text{und} \quad (2.15a)$$

$$H_{1i} = (x - x_i)L_i^2(x), \quad (2.15b)$$

mit

$$L_i(x) = \prod_{j=0 (j \neq i)}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \quad (2.15c)$$

als den LAGRANGESchen Grundpolynomen, nehmen wegen

$$\begin{aligned} H_{0i}(x_k) &= \delta_{ik}, \\ H'_{0i}(x_k) &= 0 \quad \text{für alle } k, \\ H_{1i}(x_k) &= 0 \quad \text{für alle } k \quad \text{und} \\ H'_{1i}(x_k) &= \delta_{ik} \end{aligned} \quad (\delta_{ik} := \text{KRONECKER-Delta}) \quad (2.16)$$

exakt die gewünschten Funktions- und Ableitungswerte an den Stützstellen an. Werden zwei Stützstellen  $x_0 = 0$  und  $x_1 = l$  verwendet, folgt die Interpolationsgleichung gemäß (2.14) speziell zu

$$f(x) = H_{00}(x)f(x_0) + H_{01}(x)f(x_1) + H_{10}(x)f'(x_0) + H_{11}(x)f'(x_1) \quad (2.17a)$$

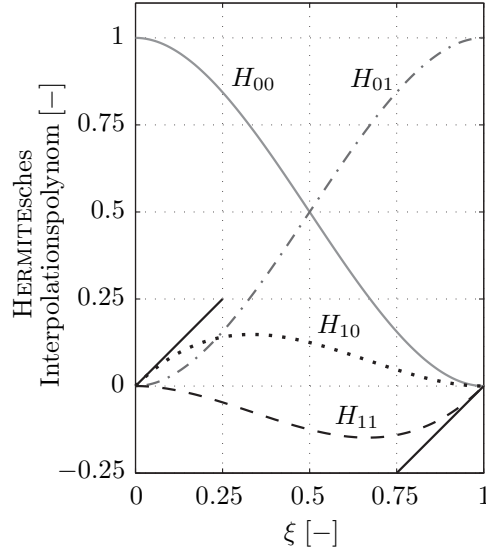


Bild 2.3: HERMITESche Interpolationspolynome in Abhängigkeit von der relativen Längskoordinate  $\xi = x/l$  bei Verwendung von zwei Stützstellen  $x_i, i = \{0, 1\}$  mit Abstand  $l$  voneinander

mit

$$\begin{aligned} H_{00}(x) &= 1 - \frac{3}{l^2}x^2 + \frac{2}{l^3}x^3, & H_{01}(x) &= \frac{3}{l^2}x^2 - \frac{2}{l^3}x^3, \\ H_{10}(x) &= x - \frac{2}{l}x^2 + \frac{1}{l^2}x^3, & H_{11}(x) &= -\frac{1}{l}x^2 + \frac{1}{l^2}x^3. \end{aligned} \quad (2.17b)$$

Die Darstellung der Polynome in Bild 2.3 verdeutlicht ihre Eigenschaften als Formfunktionen gemäß (2.16). Durch Produktbildung der HERMITESchen Interpolationspolynome (1D-Formfunktionen) für die x- und y-Richtung gemäß

$$\begin{bmatrix} h_1 & h_9 & h_3 & h_{11} \\ h_5 & h_{13} & h_7 & h_{15} \\ h_2 & h_{10} & h_4 & h_{12} \\ h_6 & h_{14} & h_8 & h_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{00}(x) \\ -H_{10}(x) \\ H_{01}(x) \\ -H_{11}(x) \end{bmatrix} [H_{00}(y) \quad -H_{10}(y) \quad H_{01}(y) \quad -H_{11}(y)] \quad (2.18)$$

können 16 bikubische 2D-Formfunktionen  $h_i, i = 1, \dots, 16$  für das Plattenelement in Bild 2.1 erzeugt werden [BFS65, GK89]. Aufgrund der in Bild 2.2 dargestellten Vorzeichenkonvention für die als Elementfreiheitsgrade verwendeten Querschnittsverdrehungen  $\beta_x$  und  $\beta_y$  gemäß (2.2), sind dabei für die Interpolationspolynome  $H_{10}$  und  $H_{11}$  negative Vorzeichen zu berücksichtigen. Bei Betrachtung eines  $\xi\eta$ -Elementkoordinatensystems ist der Verschiebungsansatz für die Querverschiebung  $\tilde{w}_i(\xi, \eta, t)$  des  $i$ -ten

Elementes, mit dem Vektor der 2D-Formfunktionen

$$\mathbf{h}^T(\xi, \eta) = [ h_1(\xi, \eta) \quad \dots \quad h_4 \quad h_5 \quad \dots \quad h_8 \quad h_9 \quad \dots \quad h_{12} \quad h_{13} \quad \dots \quad h_{16} ]$$

und dem die Knotenverschiebungen des  $i$ -ten Elementes zusammenfassenden Elementverschiebungsvektor

$$\mathbf{d}_i(t) = [ w_1(t) \quad \dots \quad w_4 \quad \beta_{x,1} \quad \dots \quad \beta_{x,4} \quad \beta_{y,1} \quad \dots \quad \beta_{y,4} \quad -\kappa_{xy,1} \quad \dots \quad -\kappa_{xy,4} ]_i^T,$$

als

$$\tilde{w}_i(\xi, \eta, t) = \mathbf{h}^T(\xi, \eta) \mathbf{d}_i(t) \quad (2.19)$$

darstellbar.

Das PdvV (2.13) kann mit Hilfe des Elastizitätsgesetzes (2.11) und den kinematischen Beziehungen (2.5) in (Element-)Querverschiebungen  $w_i(x, y, t)$  und deren (partiellen) Ableitungen ausgedrückt werden. Die Querverschiebungen und ihre Ableitungen wiederum sind gemäß (2.19) durch Formfunktionen und Knotenverschiebungen approximierbar. Auf diesem Weg lassen sich die vier Doppelintegrale des PdvV (2.13) diskretisieren, die folgenden vier Gleichungen (2.20a–2.20d) zeigen die Integrationen. Die Diskretisierung des ersten Integrals aus (2.13) führt gemäß

$$\begin{aligned} & \int_0^b \int_0^a (\delta \kappa_{x_i} m_{x_i} + \delta \kappa_{y_i} m_{y_i} + 2\delta \kappa_{xy_i} m_{xy_i}) \, dx_i \, dy_i \\ &= \int_0^b \int_0^a \left[ EI \frac{\partial^2 \delta w_i}{\partial x_i^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} + EI \frac{\partial^2 \delta w_i}{\partial y_i^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial y_i^2} \right. \\ & \quad + \nu EI \left( \frac{\partial^2 \delta w_i}{\partial x_i^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2 \delta w_i}{\partial y_i^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} \right) \\ & \quad \left. + 2(1 - \nu) EI \frac{\partial^2 \delta w_i}{\partial x_i \partial y_i} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i \partial y_i} \right] dx_i \, dy_i \\ &= \delta \mathbf{d}_i^T EI \int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial x_i^2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}^T}{\partial x_i^2} dx_i \, dy_i \, \mathbf{d}_i \\ & \quad + \delta \mathbf{d}_i^T EI \int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial y_i^2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}^T}{\partial y_i^2} dx_i \, dy_i \, \mathbf{d}_i \\ & \quad + \delta \mathbf{d}_i^T \nu EI \int_0^b \int_0^a \left( \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial x_i^2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}^T}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial y_i^2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}^T}{\partial x_i^2} \right) dx_i \, dy_i \, \mathbf{d}_i \\ & \quad + \delta \mathbf{d}_i^T 2(1 - \nu) EI \int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial x_i \partial y_i} \frac{\partial^2 \mathbf{h}^T}{\partial x_i \partial y_i} dx_i \, dy_i \, \mathbf{d}_i \\ &= \delta \mathbf{d}_i^T EI (\mathbf{K}_{bx_i} + \mathbf{K}_{by_i} + \nu \mathbf{K}_{bxy_i} + 2(1 - \nu) \mathbf{K}_{bt_i}) \, \mathbf{d}_i \\ &= \delta \mathbf{d}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{d}_i \end{aligned} \quad (2.20a)$$

zu der sich aus vier Summanden zusammensetzenden Elementsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_i$ . Analog kann das zweite Integral des PdvV (2.13) gelöst werden

$$\begin{aligned}
 & \int_0^b \int_0^a \left[ \frac{\partial \delta w_i}{\partial x_i} \frac{\partial w_i}{\partial x_i} n_{x_i}^0 + \frac{\partial \delta w_i}{\partial y_i} \frac{\partial w_i}{\partial y_i} n_{y_i}^0 + \left( \frac{\partial \delta w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial \delta w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} \right) n_{xy}^0 \right] dx dy \\
 &= \delta \mathbf{d}_i^\top n_x^0 \int_0^b \int_0^a \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{h}^\top}{\partial x_i} dx_i dy_i \mathbf{d}_i \\
 &+ \delta \mathbf{d}_i^\top n_y^0 \int_0^b \int_0^a \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial y_i} \frac{\partial \mathbf{h}^\top}{\partial y_i} dx_i dy_i \mathbf{d}_i \\
 &+ \delta \mathbf{d}_i^\top n_{xy}^0 \int_0^b \int_0^a \left( \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{h}^\top}{\partial y_i} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial y_i} \frac{\partial \mathbf{h}^\top}{\partial x_i} \right) dx_i dy_i \mathbf{d}_i \\
 &= \delta \mathbf{d}_i^\top (n_x^0 \mathbf{K}_{gx_i} + n_y^0 \mathbf{K}_{gy_i} + n_{xy}^0 \mathbf{K}_{gxy_i}) \mathbf{d}_i \\
 &= \delta \mathbf{d}_i^\top \mathbf{K}_{g,i} \mathbf{d}_i,
 \end{aligned} \tag{2.20b}$$

mit der aus drei Summanden aufgebauten, geometrischen Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{g,i}$ . Zusammen mit dem Elementbelastungsvektor  $\mathbf{p}_{z_i}$

$$\int_0^b \int_0^a \delta w_i p_{z_i} dx_i dy_i = \delta \mathbf{d}_i^\top \int_0^b \int_0^a \mathbf{h} p_{z_i} dx_i dy_i = \delta \mathbf{d}_i^\top \mathbf{p}_{z_i} \tag{2.20c}$$

und der Elementmassenmatrix  $\mathbf{M}_i$

$$\int_0^b \int_0^a \delta w \mu \ddot{w} dx dy = \delta \mathbf{d}_i^\top \mu \int_0^b \int_0^a \mathbf{h} \mathbf{h}^\top dx_i dy_i \frac{\partial^2 \mathbf{d}_i}{\partial t^2} = \delta \mathbf{d}_i^\top \mathbf{M}_i \frac{\partial^2 \mathbf{d}_i}{\partial t^2} \tag{2.20d}$$

ergibt sich insgesamt für das  $i$ -te finite Element die diskretisierte Form des PdvV (2.13) zu (vgl. [GK89])

$$\begin{aligned}
 \delta \mathbf{d}_i^\top \mathbf{K}_i \mathbf{d}_i + \delta \mathbf{d}_i^\top \mathbf{K}_{g,i} \mathbf{d}_i &= \delta \mathbf{d}_i^\top \mathbf{p}_{z_i} - \delta \mathbf{d}_i^\top \mathbf{M}_i \frac{\partial^2 \mathbf{d}_i}{\partial t^2} \\
 &+ \sum_{k=1}^4 \delta w_{k_i} P_{k_i} + \sum_{k=1}^4 (\delta \beta_{x,k_i} M_{x,k_i} + \delta \beta_{y,k_i} M_{y,k_i}) \\
 &= \delta \mathbf{d}_i^\top \mathbf{p}_{z_i} - \delta \mathbf{d}_i^\top \mathbf{M}_i \frac{\partial^2 \mathbf{d}_i}{\partial t^2} + \delta \mathbf{d}_i^\top \mathbf{P}_i.
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

In dieser Darstellung sind die diskreten Kräfte  $P_{k_i}$  und Momente  $M_{x,k_i}, M_{y,k_i}$  im Elementbelastungsvektor  $\mathbf{P}_i$  zusammengefasst. Die Integranden der vorstehenden Integrale sind nach dem Einsetzen der Formfunktionen ausschließlich ortsabhängig, eine Zeitabhängigkeit besteht nur für den Vektor der Knotenverschiebungen  $\mathbf{d}_i(t)$  sowie für die Elementbelastungsvektoren  $\mathbf{p}_{z_i}$  und  $\mathbf{P}_i$ . Die Integralausdrücke in (2.20) können geschlossen gelöst werden. Im Unterschied etwa zur Darstellung in [GK89] sind



die Komponenten des Elementverschiebungsvektors  $\mathbf{d}_i$  hier nicht auf eine einheitliche Längendimension gebracht worden.

Als letzter Schritt zur Berechnung einer gewöhnlichen Zustandsdifferentialgleichung für das Gesamtsystem, muss eine Summation von (2.21) über alle Plattenelemente hinweg erfolgen. Bei dieser Summation entstehen durch Zusammenbau der Elementmatrizen die Systemmatrizen. Dafür sind alle elementbezogenen Größen in Systemgrößen zu überführen, wofür wiederum alle Elementverschiebungsvektoren  $\mathbf{d}_i$  mit Hilfe der Transformationsmatrizen  $\mathbf{T}_i$  durch den Systemverschiebungsvektor  $\mathbf{d}$  gemäß

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{T}_i \mathbf{d} , \quad \delta \mathbf{d}_i = \mathbf{T}_i \delta \mathbf{d} , \quad \delta \mathbf{d}_i^\top = \delta \mathbf{d}^\top \mathbf{T}_i^\top \quad (2.22)$$

auszudrücken sind. Die Summation über alle  $n$  Elemente

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{d}^\top \left[ \sum_{i=1}^n \mathbf{T}_i^\top (\mathbf{K}_i + \mathbf{K}_{g,i}) \mathbf{T}_i \right] \mathbf{d} = \delta \mathbf{d}^\top \left[ \sum_{i=1}^n \mathbf{T}_i^\top \mathbf{p}_{z_i} \right] \\ - \delta \mathbf{d}^\top \left[ \sum_{i=1}^n \mathbf{T}_i^\top \mathbf{M}_i \mathbf{T}_i \right] \frac{\partial^2 \mathbf{d}}{\partial t^2} + \delta \mathbf{d}^\top \left[ \sum_{i=1}^n \mathbf{T}_i^\top \mathbf{P}_i \right] \end{aligned} \quad (2.23)$$

ergibt aufgrund der Beliebigkeit des virtuellen Systemverschiebungsvektors  $\delta \mathbf{d}$  das gesuchte gewöhnliche Differenzialgleichungssystem

$$\mathbf{K} \mathbf{d}(t) = \mathbf{p}_z(t) - \mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}}(t) + \mathbf{P}(t) . \quad (2.24)$$

### 2.1.2 Balkenmodell

Die 1D-FE-Modellierung eines Biegebalkens wird als Sonderfall der 2D-FE-Modellierung der Platte nachfolgend für den schubstarreren Fall umrissen. Analog zur FE-Plattenmodellierung erfolgt die Balkenmodellierung unter den einschränkenden Voraussetzungen, dass alle

- Balkenlasten senkrecht zu Balkenlängsachse wirken und der Balken einen einfachsymmetrischen Querschnitt mit seiner  $z$ -Achse als Symmetrieachse aufweist, so dass eine einachsige Balkenbiegung um seine  $y$ -Achse vorliegt (Bild 2.4), nur
- kleine Verformungen mit linear-elastischem Materialverhalten entsprechend dem HOOKEschen Gesetz auftreten, die
- Balkendicke  $h$  konstant und klein gegenüber der Balkenlänge ist,

- Schnittkräfte am unverformten Element ermittelt werden (Theorie erster Ordnung),
- ebene Querschnitte, die senkrecht zur Balkenachse stehen, auch unter Verformung eben und senkrecht zu dieser bleiben (Hypothese von BERNOULLI),
- neben der Massenbelegung  $\mu$  die Drehmassenbelegung  $\mu_m = I_y \rho$  als Produkt aus Flächenträgheitsmoment  $I_y$  und Dichte  $\rho$  abgebildet wird,
- Dehnungen senkrecht zur Mittelebene vernachlässigbar sind und ein
- homogen-isotroper Werkstoff vorliegt.

Dann ist die Balkenverschiebung

$$w = w(x, t) \quad (2.25)$$

unabhängig von der  $z$ -Koordinate der jeweiligen Balkenlängsposition ( $x$ -Koordinate), das Elastizitätsgesetz durch

$$M = E I \kappa \quad (2.26)$$

und die kinematische Beziehung durch

$$\kappa = \frac{\partial \beta_y(x, t)}{\partial x} = -\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.27)$$

gegeben. Damit kann, ausgehend von der allgemeingültigen Darstellung des PdvV (2.12), dessen spezifische Formulierung für den Biegebalken aufgestellt und vollständig in Balkenverschiebungen formuliert werden (vgl. [GK89])

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^I \int_0^{l_i} \delta w_i'' E_i I_i w_i'' dx_i &= \sum_{i=1}^I \int_0^{l_i} \delta w_i p_i dx_i + \sum_{k=1}^K \delta w_k P_k + \sum_{j=1}^J \delta w_j (-m_j \ddot{w}_j) \\ &+ \sum_{i=1}^I \left[ \int_0^{l_i} \delta w_i (-\mu_i \ddot{w}_i) dx_i + \int_0^{l_i} \delta w_i' (-\mu_{m,i} \ddot{w}_i') dx_i \right]. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Analog zur entsprechenden Gleichung für die Platte (2.13) aufgebaut, treten in dieser spezifischen Formulierung des PdvV nur (Balken-)Verschiebungen  $w_i(x_i, t)$  und deren partielle Ableitungen als Integranden auf. Außerdem sind  $K$  zeitvariante und in den Knoten angreifende Einzellasten  $P_k(t)$ ,  $J$  diskrete Massen  $m_j$  in den Balkenknoten und  $I$  zeitvariante (Element-)Linienlasten  $p_i(x_i, t)$  berücksichtigt. Bild 2.4 illustriert die Verschiebungen  $w(x, t)$  und Querschnittsverdrehungen  $\beta_y(x, t)$  des Balkens.

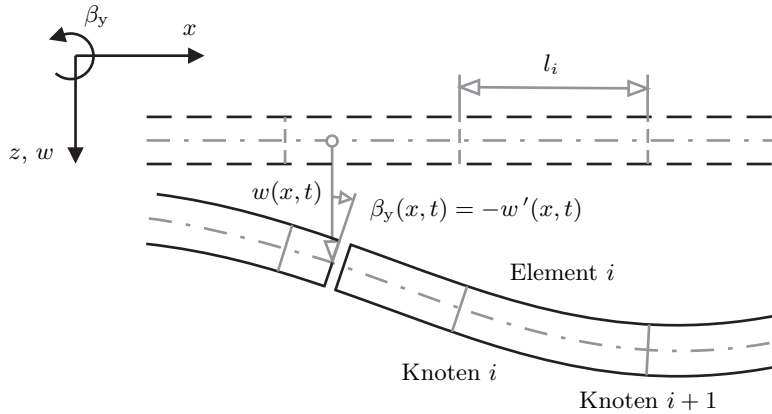


Bild 2.4: Einteilung eines Biegebalkens in finite Elemente der Länge  $l_i$ , Balkenverschiebungen  $w(x, t)$  und zugehörige Querschnittsverdrehungen  $\beta_y(x, t)$

Zur Überführung der Integrale in diskrete Ausdrücke werden wieder die gleichzeitig von Zeit und Ort abhängigen Element-Verschiebungen  $w_i(x_i, t)$  durch Formfunktion und in Abhängigkeit von den Element(knoten)freiheitsgraden approximiert. Hierzu dient die 1D-Interpolationsgleichung (2.17)

$$\begin{aligned} w_i(x_i, t) &= H_{00}(x_i) w_{0_i}(t) - H_{10}(x_i) \beta_{y_{0_i}}(t) + H_{01}(x_i) w_{1_i}(t) - H_{11}(x_i) \beta_{y_{1_i}}(t) \\ &= [H_{00}(x_i) - H_{10}(x_i) \quad H_{01}(x_i) - H_{11}(x_i)] [w_{0_i}(t) \quad \beta_{y_{0_i}}(t) \quad w_{1_i}(t) \quad \beta_{y_{1_i}}(t)]^T \quad (2.29) \\ &= \mathbf{H}(x_i)^T \mathbf{d}_i(t) . \end{aligned}$$

Die als Interpolationsstützstellen verwendeten Elementknoten sind wieder im Elementverschiebungsvektor  $\mathbf{d}_i(t)^T$  zusammengefasst. Ein derartiges Element hat vier Freiheitsgrade, jeweils einen translatorischen  $w_i$  und einen rotatorischen  $\beta_{y,i}$  in beiden Endknoten. Die Verformung jedes Elementes ist in Abhängigkeit von seinen Knotenverschiebungen und der Querschnittsverdrehungen in den Knoten eindeutig durch die Formfunktion bestimmt. Die Zerlegung des Biegebalkens in finite Elemente zeigt Bild 2.4. Ein einzelnes dieser Elemente greift Bild 2.5 heraus und illustriert die Elementfreiheitsgrade sowie das Zusammenwirken der HERMITESchen Interpolationspolynome über der Elementlänge.

Einsetzen der approximierten Balkenverschiebungen (2.29) in das PdvV (2.28) ermöglicht eine geschlossene Lösung der Integrale des PdvV. Die zu berücksichtigenden Einzelmassen  $m_j$  werden in die Systemmassenmatrix  $\mathbf{M}$  integriert. Es folgt daraus eine zum Differentialgleichungssystem der Platte (2.24) analoge Darstellung der Balkendynamik als gewöhnliches, in Systemmatrizen formuliertes Differentialgleichungssystem

$$\mathbf{K} \mathbf{d}(t) = \mathbf{p}(t) + \mathbf{P}(t) - \mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}}(t) . \quad (2.30)$$

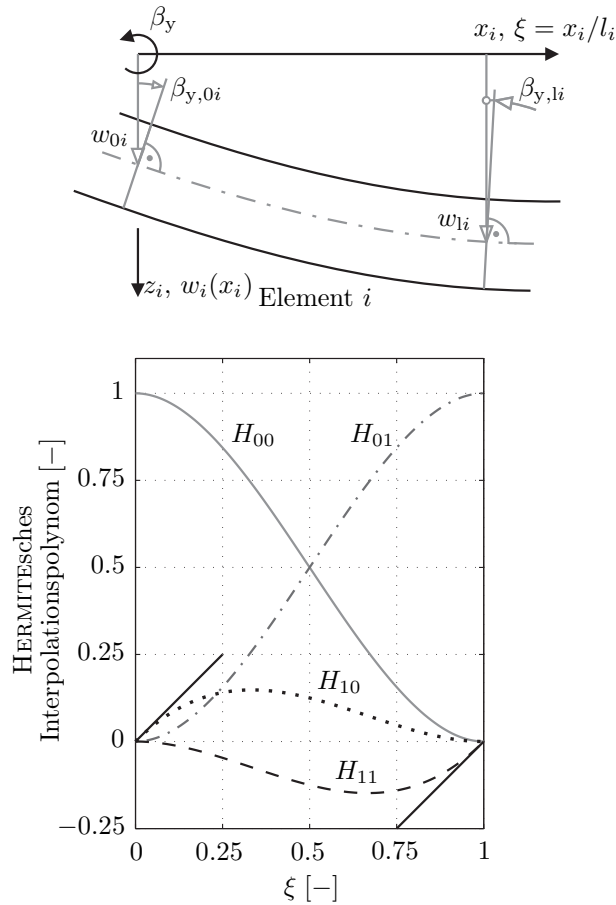


Bild 2.5: Finites Balkenelement mit vier Freiheitsgraden zusammen mit den Verläufen der HERMITESCHEN Interpolationspolynome über der Elementlänge.

## 2.2 Finite-Element-Model-Updating

Erste Finite-Element-Model-Updating-Methoden wurden in den 1990er Jahren entwickelt [FM96, MF93]. Ihre Aufgabe liegt in der (deterministischen) Adaption eines mathematischen FE-Modells an messtechnisch erfasste physikalische Eigenschaften einer Struktur, um nach erfolgter Anpassung das reale Strukturverhalten präziser als zuvor abzubilden. Die Motivation für eine solche Entwicklung entstand aus der Erkenntnis, dass der mit zunehmender Rechnerleistungsfähigkeit zunehmende Detaillierungsgrad der Finite-Elemente-Modelle nicht zwangsläufig auch deren numerische Simulationsgenauigkeit im gewünschten Umfang ansteigen lässt [FM96]. Begründet ist dies u. a. oftmals in getroffenen Modellannahmen, die für das reale System nicht in ausreichendem Maße zutreffen. Dazu kann beispielsweise die Annahme einer starren Lagerung gehören

oder unzulässige Vereinfachungen in der schwierigen Modellierung von Schrumpf- oder Gelenkverbindungen. Model-Updating-Methoden können mit dem Ziel eingesetzt werden Modellungenauigkeiten bzw. unsichere Modellparameter zu identifizieren, zu adaptieren, und ein auf diesem Weg präzisiertes Modell z. B. für Diagnoseanwendungen, für Untersuchungen von variierenden Lastannahmen, zur Beurteilung des Einflusses von Strukturmodifikationen oder für (modellbasierte) Regelungskonzepte zur Verfügung zu stellen. Das Model-Updating erfolgt in der Regel als Offline-Prozess.

Die physikalischen Eigenschaften der realen Struktur können durch Messdaten im Zeitbereich, Frequenzbereich oder modalen Bereich erfasst werden. Dazu gehören *Frequency-Response-Functions* (FRFs) für den Frequenzbereich und die daraus berechenbaren modalen Systemeigenschaften in Form von Resonanzfrequenzen, Eigenformen und (den in Abhängigkeit von der FE-Modellanwendung oftmals nicht betrachteten) modalen Dämpfungsgraden. An dieser Stelle ist stets die Frage zu beantworten, welche physikalischen Eigenschaften abgebildet und dazu als Zielgrößen für das Model-Updating verwendet werden sollen. In Abhängigkeit von der Modellverwendung können dabei unterschiedliche Aspekte relevant sein. Beispielsweise ist bei Nutzung zu Zwecken der modellbasierten Schadendiagnose die Schadenssensitivität des Modells relevant. In anderen Fällen ist es ausreichend, wenn das FE-Modell an das gemessene E/A-Verhalten der zu modellierenden Struktur adaptiert wird, ohne dabei die strukturelle Validität des Modells, d. h. eine dem realen System entsprechende physikalisch interpretierbare Modellstruktur, anzustreben.

Daran schließt sich die Designparameterauswahl an, die die Inversfähigkeit des Modells zur Abbildung der anvisierten physikalischen Eigenschaften des realen Systems ermöglichen muss [MSPWB99]. Die Modellanpassung stellt sich im deterministischen Fall entsprechend als inverses mathematisches Problem dar, zu dessen Lösung die zu den gewünschten Modelleigenschaften gehörenden Modellparameter zu ermitteln sind [Fri07, Gla05]. Das Problem ist in Abhängigkeit von den verwendeten (Mess-)Informationen und Zielgrößen u. U. nicht eindeutig lösbar. So zeigt [Bar97], dass es nicht möglich ist, ausschließlich unter Verwendung modaler Daten die Massen- und Steifigkeitsmatrix eines Systems zu bestimmen. Ein Umstand auf den in Kap. 2.3 eingegangen wird. Im Fall schlecht konditionierter nicht eindeutig lösbarer inverser mathematischer Probleme können Zusatzinformationen, basierend auf einem physikalischen Systemverständnis, helfen, den Lösungsraum (weiter) einzuschränken. An dieser Stelle helfen Verfahren zur Regularisierung, die durch Einführung zusätzlicher Nebenbedingungen allein eine eindeutige Lösung eines zuvor unterbestimmten mathematischen Problems zulassen, siehe auch [Fri07, MS03].

Eine weitere Herausforderung für das Model-Updating stellen ungenaue Messungen dar, beispielsweise aufgrund von Messrauschen, A/D-Wandlung, Aliasing oder weil

die Messung das Strukturverhalten relevant beeinflusst (Einfluss Sensormasse o. ä.). Messungen sind außerdem generell unvollständig, weil die Messfrequenzbandbreite immer begrenzt ist (modale Unvollständigkeit) und zudem in der Regel deutlich weniger Freiheitsgrade messtechnisch erfasst werden als das FE-Modell aufweist (räumliche Unvollständigkeit). Damit verbunden ist der Aspekt der Steuer- und Beobachtbarkeit von Moden, der auch in den folgenden Kapiteln mehrfach aufgegriffen wird. So ist es unmittelbar plausibel, dass Eigenformen in ihren Schwingungsknoten weder anregbar noch messtechnisch erfassbar sind.

Einzelne Aspekte des deterministischen Model-Updating sind nach wie vor Gegenstand aktueller Forschung. So stellt die Verwendung modaler Systemeigenschaften (Eigenfrequenzen, -formen) und/oder FRFs als Zielgrößen des Model-Updating sowie von Massen und Steifigkeiten als physikalische FE-Designparameter eine übliche Vorgehensweise dar. Auch in der vorliegenden Arbeit wird so verfahren. Dagegen ist die Verwendung der Eigenwerte von Massen- und/oder Steifigkeitsmatrix als generische Designparameter zur Adaption von (komplexwertigen) Pol- und Nullstellen des Modells an ihre, aus FRF-Messungen ermittelten, Zielgrößen Gegenstand aktueller Untersuchungen, z. B. in [DFHN18]. Weiterhin behandelte Aspekte stellen die Berücksichtigung von Nichtlinearitäten [WHN<sup>+</sup>18] und von Umgebungseinflüssen [ZS18], eine der wesentlichen Herausforderung in Zusammenhang mit Fehlerdiagnosen an elastomechanischen Strukturen, dar. Zuletzt thematisierte außerdem eine große Zahl an Arbeiten die Entwicklung von einem deterministischen hin zu einem *Stochastic-Model-Updating*, wie dem BAYESian-Model-Updating [Mar10, PGB<sup>+</sup>17, Yue10], mit dem Ziel, die Variabilität sowohl in der FE-Modellbildung selbst als auch in den Versuchsdaten (manuelle Versuchsdurchführung, Variabilität nominal identischer Strukturen, veränderliche Umgebungsbedingungen, ungenaue Messungen usw.) im Updating-Prozess zu berücksichtigen. Im Folgenden wird ausschließlich das deterministische Model-Updating betrachtet.

Deterministische Model-Updating-Methoden können grob in *direkte* und *sensitivitätsbasierte* Methoden unterteilt werden [Fri07], daneben existieren Mischformen bzw. sonstige Methoden:

**Direkte Methoden** führen im Updating-Prozess üblicherweise zu vergleichsweise geringen Änderungen einer Großzahl der Elemente von Massen- und/oder Steifigkeitsmatrix durch direkte Matrixoperationen. Da diese Veränderungen in der Regel nicht physikalisch motiviert sind [FM96], ist die strukturelle Validität [Nee94] des Modells nicht gewährleistet. Eine erfolgreiche Abbildung des realen Systemverhaltens, z. B. in Form von Resonanzfrequenzen und Eigenformen, durch ein derart optimiertes FE-Modell lässt also trotzdem nicht erwarten, dass damit auch eine verbesserte Abbildung des realen inneren Systemverhaltens einhergeht. Ei-

ne mangelnde physikalische Interpretierbarkeit von Modellveränderungen ist ein Ausschlusskriterium für die FE-basierte Diagnose, wie sie in dieser Arbeit zu Vergleichszwecken eingesetzt wird (siehe Kap. 4.3), weil dem entsprechend auch Strukturfehler nicht physikalisch motiviert im Modell abgebildet werden. Umgekehrt sind diese dann auch nicht anhand derartiger Modellveränderungen diagnostizierbar. Direkte Methoden werden deshalb in dieser Arbeit nicht näher betrachtet.

**Sensitivitätsbasierte Methoden** verwenden ein parametrisiertes FE-Modell und adaptieren Modelleigenschaften an entsprechende, experimentell ermittelte Zielgrößen durch numerisch-iterative Variation der Modelldesignparameter. Ziel ist hierbei nicht nur die alleinige Abbildung realer Systemeigenschaften durch das Modell, sondern die physikalisch motivierte Präzisierung unsicherer Designparameter, um so zu einem strukturell validen FE-Modell zu gelangen. Dies setzt mindestens eine geeignete Abbildung der realen Systemfreiheitsgrade durch das Modell und eine geeignete Auswahl der Modelldesignparameter voraus.

Sensitivitätsbasierte Methoden können wiederum mehrheitlich in solche untergliedert werden, die auf eine Anpassung von simulierten an gemessene Frequenzgänge abzielen und solche, die, wie im Folgenden betrachtet, eine Anpassung modaler Größen (Eigenfrequenzen, Eigenformen, Krümmungen der Eigenformen) zum Ziel haben. Dies erfolgt jeweils in der Regel unter Verwendung physikalisch motivierter Designparameter, wie z. B. Elementmassen, -trägheiten und -steifigkeiten. Daneben existieren Mischformen, die auf Grund des zu lösenden, u. U. schlecht konditionierten inversen mathematischen Problems (siehe oben) Vorteile in der Lösungsfindung bieten können. Weitere Vorgehensweisen stehen ganz außerhalb obiger Untergliederung, wie das eingangs erwähnte *Pole-Zero-Model-Updating* unter Verwendung generischer Designparameter [DFHN18].

Das inverse mathematische Problem des deterministischen Model-Updating bzw. das Ziel der Fehlerminimierung zwischen gemessenen und simulierten Systemeigenschaften kann als Optimierungsproblem begriffen und als solches mathematisch formuliert werden

$$\min_{\boldsymbol{\theta} \in \Sigma} \{J[\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\theta})]\} \quad \text{mit} \quad \Sigma = \{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^n \mid \boldsymbol{\theta}_L < \boldsymbol{\theta} < \boldsymbol{\theta}_U; \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) \leq \mathbf{0}; \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0}\}. \quad (2.31)$$

Die zu optimierenden physikalischen Modelleigenschaften müssen Funktionen der skalaren FE-Designparameter sein. Außerdem sind die Designparameter derart zu wählen, dass die betrachteten physikalischen Eigenschaften ausreichend sensitiv auf Änderungen der im Designparametervektor  $\boldsymbol{\theta}$  zusammengefassten Parameter reagieren. Abwei-

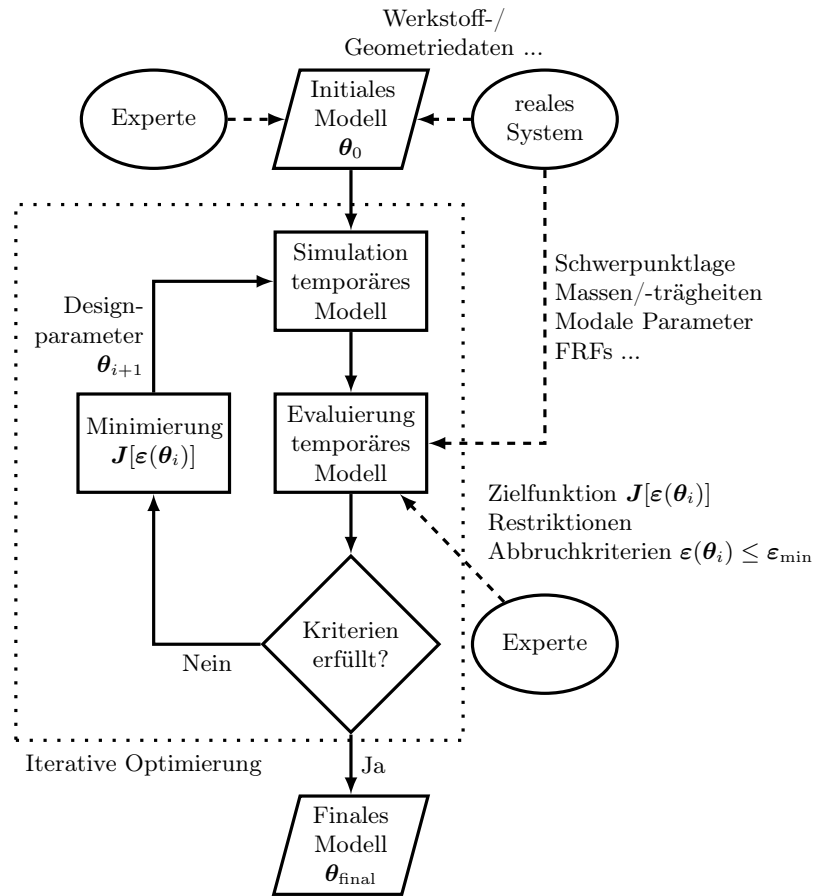


Bild 2.6: Sensitivitätsbasiertes Model-Updating als numerisches Optimierungsproblem

chungen der numerischen von den gemessenen Systemeigenschaften

$$\varepsilon_m(\boldsymbol{\theta}), m = 1, \dots, n_\varepsilon \quad (2.32)$$

stellen sich dann als skalare Funktionen des Designvektors dar. Der Vektor der Fehlerausdrücke  $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\theta}) = [\varepsilon_1(\boldsymbol{\theta}), \dots, \varepsilon_{n_\varepsilon}(\boldsymbol{\theta})]^\top$  wiederum ist Funktionselement der vektorwertigen Zielfunktion  $\mathbf{J}[\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\theta})]$ . Am Ende steht ein globales Vektoroptimierungsproblem (2.31) mit möglichen

$$\begin{aligned} g_j(\boldsymbol{\theta}) &\leq 0; j = 1, \dots, n_g && \text{Ungleichheitsrestriktionen,} \\ h_k(\boldsymbol{\theta}) &= 0; k = 1, \dots, n_h && \text{Gleichheitsrestriktionen und} \\ \theta_{L,i} &\leq \theta_i \leq \theta_{U,i}; i = 1, \dots, n && \text{expliziten Restriktionen.} \end{aligned} \quad (2.33)$$



Die Grundstruktur eines sensitivitätsbasierten, iterativen Model-Updating in Form eines numerischen Optimierungsproblems skizziert Bild 2.6. Ausgehend von Randbedingungen, Werkstoff- und Geometriedaten des betrachteten realen Systems, wird ein initiales FE-Modell entworfen. Dieses ist gekennzeichnet durch den initialen Designparametervektor  $\boldsymbol{\theta}_0$  der als unsicher betrachteten Modellparameter. Messungen der physikalischen Eigenschaften des realen Systems liefern die Zielgrößen der Optimierung. Sie dienen als Vergleichswerte für entsprechende Modellsimulationen, Unterschiede werden durch die skalaren Fehlerausdrücke (2.32) der Zielfunktion  $\mathbf{J}[\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\theta}_i)]$  quantifiziert und in einem Evaluierungsschritt anhand festzulegender Abbruchkriterien  $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\theta}_i) \leq \boldsymbol{\varepsilon}_{\min}$  überprüft. Bei Nichterfüllung der Kriterien werden unter Einsatz eines Optimierungsalgorithmus die Designparameter des Modells sukzessive gezielt verändert ( $\boldsymbol{\theta}_{i+1}$ ), um das Minimierungsproblem (2.31) iterativ zu lösen. Mit Erfüllung der Abbruchkriterien ist eine im Sinne der Zielfunktion  $\mathbf{J}$  optimale Abbildung der realen Systemeigenschaften im Modell, mit dem finalen Designparametervektor  $\boldsymbol{\theta}_{\text{final}}$ , generiert worden.

Konkret kann das Optimierungsproblem (2.31) auf zwei verschiedenen Wegen numerisch gelöst werden. Entweder unmittelbar durch eine PARETO-Optimierung (Vektoroptimierung) der Zielfunktion  $\mathbf{J}$ , in der die skalaren Elemente der vektorwertigen Zielfunktion gleichzeitig und parallel zueinander unter Nebenbedingungen optimiert werden. Oder durch Optimierung einer skalarisierten Zielfunktion, zu deren Berechnung die skalaren Fehlerausdrücke (2.32) (gewichtet) überlagert und anschließend zwar gleichzeitig, aber nicht parallel zueinander optimiert werden. Eine hierarchisch gestufte skalare Lösungsstrategie beschreibt MÜLLER-SLANY [MSPWB99, MS03, MS04]. Deren Zweck ist auch im Fall einer großen Zahl Designparameter und trotz verschiedenartiger zu optimierender physikalischer Modelleigenschaften ein effektives und robustes Lösungsverhalten der Optimierungsprozedur. Dazu werden die skalaren Fehlerausdrücke (2.32) in Präferenzgruppen eingeteilt, die auf gleichartige physikalische Eigenschaften fokussieren. Erst innerhalb dieser Präferenzgruppen erfolgt eine Überlagerung der skalaren Fehlerausdrücke, an die sich die sequenzielle Optimierung der Gruppen in einer hierarchisch gestuften Reihenfolge anschließt. Die Vorgehensweise der hierarchischen Optimierung wird nachfolgend dargestellt.

Die in [MS03] vorgeschlagenen sechs skalaren Fehlerausdrücke entsprechend (2.32) sind

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1(\boldsymbol{\theta}) \\ \varepsilon_2(\boldsymbol{\theta}) \\ \varepsilon_3(\boldsymbol{\theta}) \\ \varepsilon_4(\boldsymbol{\theta}) \\ \varepsilon_5(\boldsymbol{\theta}) \\ \varepsilon_6(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Fehlerausdruck für: Gesamtmasse} \\ \dots \text{Lage Massenmittelpunkt} \\ \dots \text{Elemente Trägheitstensor} \\ \dots \text{Eigenfrequenzen } f_1, \dots, f_{n_f} \\ \dots \text{Eigenformen } \boldsymbol{\psi}_1, \dots, \boldsymbol{\psi}_{n_\psi} \\ \dots \text{ausgewählte FRF-Daten} \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

Von diesen sechs können die Fehlerausdrücke  $\varepsilon_1$  bis  $\varepsilon_4$  durch Summierung relativer Einzelfehler gebildet werden, beispielsweise als Fehlerquadratsummen

$$\varepsilon_m(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{n=f(m)} \left( 1 - \frac{P_{m,i}^M(\boldsymbol{\theta})}{P_{m,i}^S} \right)^2, \quad m = 1, \dots, 4, \quad (2.35)$$

die jeweils die Unterschiede zwischen den physikalischen Eigenschaften des realen Systems  $P_{m,i}^S$  und den entsprechenden numerischen Eigenschaften des Modells  $P_{m,i}^M$  beschreiben. So ist

$$\varepsilon_4(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{n_f} \left( 1 - \frac{f_i^M(\boldsymbol{\theta})}{f_i^S} \right)^2 \quad (2.36)$$

speziell der Fehlerausdruck der Eigenfrequenzen. Für den Vergleich von Eigenformen wird das analog zur Kohärenzfunktion der Signalanalyse formulierte Modal-Assurance-Criterion (MAC) [AB82, All03]

$$\text{MAC} : \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^n \mapsto [0; 1] \subset \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}; \quad \text{MAC}(\boldsymbol{\psi}_i^S, \boldsymbol{\psi}_i^M) = \frac{\|[\boldsymbol{\psi}_i^S]^* \boldsymbol{\psi}_i^M\|_2^2}{[\boldsymbol{\psi}_i^S]^* \boldsymbol{\psi}_i^S [\boldsymbol{\psi}_i^M]^* \boldsymbol{\psi}_i^M} \quad (2.37)$$

benutzt, hier kennzeichnet  $[\cdot]^*$  die transponiert-konjugierte (HERMITESche) Matrix von  $[\cdot]$ . Damit kann der Fehlerausdruck für die Eigenformen als

$$\varepsilon_5(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{n_\psi} (1 - \text{MAC}(\boldsymbol{\psi}_i^S, \boldsymbol{\psi}_i^M(\boldsymbol{\theta}))) \quad (2.38)$$

geschrieben werden. Das MAC bietet einen Maßstab für den Grad der linearen (Un-)Abhängigkeit zweier (Eigen-)Vektoren  $\boldsymbol{\psi}_i^S, \boldsymbol{\psi}_i^M$  und quantifiziert diesen durch einen Funktionswert aus dem Intervall  $[0; 1] \subset \mathbb{R}$ . Den beiden Funktionswerten 0 und 1 entsprechen die Grenzfälle

i)  $\boldsymbol{\psi}_i^S \perp \boldsymbol{\psi}_i^M \Rightarrow \text{MAC}(\boldsymbol{\psi}_i^S, \boldsymbol{\psi}_i^M) = 0$     und

ii)  $\boldsymbol{\psi}_i^S \parallel \boldsymbol{\psi}_i^M \Rightarrow \text{MAC}(\boldsymbol{\psi}_i^S, \boldsymbol{\psi}_i^M) = 1$ .

Im Fall i) stehen die betrachteten Vektoren senkrecht zueinander, sind also linear unabhängig. Im Fall ii) liegen die betrachteten Vektoren parallel zueinander und sind dadurch linear abhängig.

Für die Berechenbarkeit des MAC-Wertes sind gemäß (2.37) einheitliche Vektordimensionen eine notwendige Voraussetzung:  $\dim(\boldsymbol{\psi}_i^S) \stackrel{!}{=} \dim(\boldsymbol{\psi}_i^M)$ . Da üblicherweise mehr

Modellfreiheitsgrade als Messpositionen am realen System vorhanden sind, müssen entweder die Modell-Eigenvektorelemente auf die zuzuordnenden Messpositionen beschränkt werden oder die messtechnisch ermittelten Eigenvektoren sind zwischen den Messpositionen geeignet zu interpolieren, um Vergleichswerte für nicht-sensierte, aber im Modell bzw. im Eigenvektor  $\psi_i^M$  vorhandene Freiheitsgrade zu ermitteln. Auch eine Kombination beider Vorgehensweisen ist möglich.

In diesem Zusammenhang ist zu beachten, dass das MAC keine Aussage zur Korrektheit der ermittelten Eigenvektoren erlaubt. So ist eine von der Komplexität der Eigenform abhängige ausreichende Zahl an Messpositionen und deren geeignete Positionierung notwendig, um eine Eigenform eindeutig erfassen zu können. Andernfalls kann auch für zwei unterschiedliche Struktureigenformen, die anhand nicht-eindeutiger bzw. unvollständiger Eigenvektoren verglichen werden, ein MAC-Wert nahe 1 das Ergebnis sein. Diese Problematik verschärft sich zu höheren Eigenfrequenzen und damit zu komplexeren Eigenformen hin, sodass im konkreten Fall eine von Messstellenzahl und -position abhängige Grenze für sinnvolle Eigenformvergleiche durch MAC-Bewertungen gegeben ist. Umgekehrt kann ein MAC-Wert nahe Null auch durch nichtlineares oder zeitvariantes Systemverhalten verursacht sein, siehe auch Kap. 5.4.3. Derartige Effekte sind bei der Interpretation von MAC-Werten zu beachten bzw. nach Möglichkeit auszuschließen.

Aufgrund der quadratischen Formulierung des MAC reagiert es vergleichsweise unsensibel auf kleine Abweichungen bzw. wird ggf. durch die größeren Unterschiede zwischen den sich im Vergleich gegenüberstehenden Vektorelementen dominiert. Das kann ein Vorteil sein, wenn es darum geht die Wirkung kleiner (Mess-)Fehler zu beschränken und ein Nachteil, wenn bereits geringe Unterschiede in den zu vergleichenden Vektoren tatsächlich relevant sind. Um für den jeweiligen Anwendungsfall aussagekräftige Vektorvergleiche zu ermöglichen, sind in den vergangenen dreißig Jahren eine Vielzahl verwandter Kriterien wie das *Scaled-Modal-Assurance-Criterion* (SMAC) zur gleichberechtigten Beurteilung von translatorischen und rotatorischen Freiheitsgraden, das *Modal-Assurance-Criterion-Square-Root* (MACSR), der *Modal-Correlation-Coefficient* (MCC) und das *Inverse-Modal-Assurance-Criterion* (IMAC) entwickelt worden. Die letzten beiden vor allem mit dem Ziel, gegenüber dem MAC kleine Abweichungen stärker zu gewichten. Eine Darstellung der genannten und weiterer Kriterien, ihre Einsatzmöglichkeiten, Fehlerquellen und umfangreiche Literaturangaben zu diesem Thema finden sich in [All03].

Für den Fehlerausdruck  $\varepsilon_6$  ausgewählter FRFs wird in [MS03] die Summe der absoluten Differenzen zwischen den  $p$  FRF-Amplitudengänge von realem System  $H_l^S(j\omega_k)$  und

Modell  $H_l^M(j\omega_k, \boldsymbol{\psi})$

$$\varepsilon_6(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^p \left| |H_l^S(j\omega_k)| - |H_l^M(j\omega_k, \boldsymbol{\theta})| \right| \quad (2.39)$$

an den diskreten Frequenzstützstellen  $j\omega_k$ ,  $k = 1, \dots, r$  berechnet. Somit sind alle sechs Fehlerausdrücke (2.34) als skalare Funktionen (2.35), (2.38), (2.39) des Designparametervektors  $\boldsymbol{\theta}$  formuliert.

Der charakterisierende Schritt der *hierarchischen* Optimierung, wie sie in [MSPWB99, MS03] dargestellt ist, besteht darin, mit den Fehlerausdrücken (2.32) bzw. speziell mit (2.34) Präferenzgruppen zu bilden, die jeweils gleichartige physikalische Eigenschaften zusammenfassen und *sequentiell* optimiert werden. Mit jeder Präferenzgruppe wird nur ein Teil der Systemeigenschaften auf das Modell übertragen, was einer numerisch vorteilhaften Reduzierung der gleichzeitig anvisierten Optimierungsziele gegenüber ihrer Gesamtzahl entspricht. Je höher die Gruppe in der Hierarchie steht, desto größer ist der mit ihr verbundene numerische Aufwand der Modelladaptation. Verringert wird er durch eine erfolgreiche Modellanpassung auf niedrigerer Hierarchieebene. Entsprechend werden die sechs skalaren Fehlerausdrücke (2.34) nach [MS03] in die vier Präferenzgruppen Massengeometrie ( $s_1$ ), Eigenfrequenzen ( $s_2$ ), Eigenformen ( $s_3$ ) und Frequenzgangdaten ( $s_4$ )

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \Rightarrow \mathbf{s} \{ \mathbf{J}[\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\theta})] \} = \begin{bmatrix} s_1 [\varepsilon_1(\boldsymbol{\theta}), \varepsilon_2(\boldsymbol{\theta}), \varepsilon_3(\boldsymbol{\theta})] \\ s_2 [\varepsilon_4(\boldsymbol{\theta})] \\ s_3 [\varepsilon_5(\boldsymbol{\theta})] \\ s_4 [\varepsilon_6(\boldsymbol{\theta})] \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

eingeteilt und die Präferenzgruppen sequentiell, in jeweils einer eigenen Optimierungsstufe, minimiert. Dazu werden die Fehlerausdrücke der Stufe  $s_1$  in üblicher Vorgehensweise überlagert

$$s_1 \{ \mathbf{J} [\varepsilon_1(\boldsymbol{\theta}), \varepsilon_2(\boldsymbol{\theta}), \varepsilon_3(\boldsymbol{\theta})] \} = \sum_{i=1}^3 \varepsilon_i(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.41)$$

und in Summe minimiert. Die in niedrigeren Präferenzgruppen erzielten Modelloptimierungen sind durch Restriktionen in den Optimierungen höherer Präferenzgruppen zu sichern, um mit dem erfolgreichen Durchlaufen einer jeden Optimierungsstufe eine gesteigerte Modellgenauigkeit, als Gesamtheit aller bis dahin minimierten Fehlerausdrücke, sicherzustellen. Das globale Vektoroptimierungsproblem (2.31) wird damit durch insgesamt vier aufeinander aufbauende, globale, restringierte Optimierungen mit jeweils skalarisierter Zielfunktion abgelöst bzw. gelöst.

In dieser Arbeit wird u. a. aus der Klasse der *evolutionären Algorithmen* (EA) ein *genetischer Algorithmus* (GA) für die Aufgabe der hierarchischen Optimierung eingesetzt. Bei den EAs handelt es sich um globale, heuristische Optimierungsverfahren, die in ihrer Vorgehensweise an evolutionäre Vorgänge angelehnt sind. Entsprechend nutzen sie Strategien wie Mutation, Rekombination und Selektion, um neue Lösungskandidaten auf Basis bisheriger, potenzieller Lösungskandidaten zu ermitteln. Der GA kommt ohne besondere Anforderungen an die zu minimierende Zielfunktion aus, ihre Differenzierbarkeit ist nicht erforderlich. Für Details zur Funktionsweise von EAs und GAs wird auf die umfassende Literatur zu diesem Thema verwiesen, z. B. [AWWB09, Gol12, Hol75].

Alternativ dient eine *Mustersuche* (im Englischen *pattern search*) als globaler Optimierungsalgorithmus. Vereinfachend dargestellt werden hierbei, einem geometrischen Muster um einen Startpunkt bzw. Mittelpunkt herum folgend, zunächst weitere (Eck-) Punkte aus der Definitionsmenge der Zielfunktion ausgewählt. Anschließend wird die Zielfunktion für alle Punkte, Eckpunkte und Startpunkt, ausgewertet. Sofern einer der Eckpunkte zu einem gegenüber allen anderen Punkten verbesserten Zielfunktionswert führt, wird dieser Eckpunkt zum neuen Mittelpunkt, um den herum wiederum neue Eckpunkte zu bestimmen sind. Andernfalls wird das Suchmuster verändert usw. Wie die GAs arbeitet die Mustersuche ohne Gradienten, die Zielfunktion muss also nicht differenzierbar sein, auch ihre Stetigkeit ist nicht notwendig, siehe z. B. [LTK06].

## 2.3 Modellbildung mittels experimenteller (Output-only-) Modalanalyse

Als Alternative zur finite Elemente Modellierung dient in dieser Arbeit eine rein experimentelle Modellbildungsmethode auf Basis von Modalanalysedaten. Die Methode benötigt kein mathematisches Ausgangsmodell und kann trotz geringer Zahl an Modellfreiheitsgraden ein vergleichsweise genaues Dynamikmodell generieren. Zur Transformation des eingemessenen modalen Strukturmodells in physikalische Koordinaten ist eine Skalierung der experimentell ermittelten Struktur-Eigenvektoren erforderlich. Experimentelle Modellbildungsmethode und (sensitivitätsbasierte) Eigenvektorskalisierung stellen die folgenden Absätze vor. Die Modellbildungsmethode kommt in dieser Arbeit für den u. a. betrachteten Biegebalken zum Einsatz.

Ausgangspunkt der experimentellen Modellbildungsmethode ist ein linear-zeitinvariantes System in MDK-Darstellung

$$M\ddot{q}(t) + D\dot{q}(t) + Kq(t) = W_1u(t) + W_2f(t) \quad (2.42)$$

mit symmetrischer Massen-  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{p \times p}$  und Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{p \times p}$  sowie Proportionaldämpfung

$$\mathbf{D} = k_m \mathbf{M} + k_k \mathbf{K} . \quad (2.43)$$

Auf das System wirken die bekannten  $\mathbf{u}(t)$  und unbekanntes oder virtuellen Eingänge  $\mathbf{f}(t)$ , wobei die Matrizen  $\mathbf{W}_1$  und  $\mathbf{W}_2$  die jeweiligen Schnittstellen zwischen betrachtetem System und seiner abgegrenzten Umgebung beschreiben. Als Lösung der Eigenwertaufgabe

$$(\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})\boldsymbol{\psi} = \mathbf{0} \quad (2.44)$$

ergeben sich die zugehörigen Systemeigenwerte  $\lambda_{1,i} = -i\omega_i$ ,  $\lambda_{2,i} = +i\omega_i$  und (reellen) -eigenvektoren  $\boldsymbol{\psi}_i$ ,  $i = 1, \dots, p$ . Mit den als linear unabhängig vorausgesetzten Eigenvektoren als Spalten der Modalmatrix  $\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\psi}_1 \dots \boldsymbol{\psi}_p]$  kann das System (2.42) durch die Transformation

$$\mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\Psi} \mathbf{z}(t) \quad (2.45)$$

und nach Multiplikation von links mit  $\boldsymbol{\Psi}^\top$  auf dieser Koordinatenbasis modal entkoppelt werden. Es ergibt sich eine Darstellung als DGL-System

$$\mathbf{M}_{\text{diag}} \ddot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{D}_{\text{diag}} \dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{K}_{\text{diag}} \mathbf{z}(t) = \boldsymbol{\Psi}^\top \mathbf{W}_1 \mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\Psi}^\top \mathbf{W}_2 \mathbf{f}(t) \quad (2.46)$$

mit voneinander unabhängigen Differenzialgleichungen aufgrund ausschließlich diagonal besetzter Matrizen

$$\mathbf{M}_{\text{diag}} = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & m_{\text{gen},i} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{\text{diag}} = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & d_{\text{gen},i} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{\text{diag}} = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & k_{\text{gen},i} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

und generalisierter Dämpfung

$$d_{\text{gen},i} = k_m m_{\text{gen},i} + k_k k_{\text{gen},i} \quad (2.48)$$

als Summe aus generalisierter Masse und Steifigkeit. Statt mit der Modalmatrix  $\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\psi}_1 \dots \boldsymbol{\psi}_p]$  kann bei Bedarf mit der reduzierten Matrix

$$\boldsymbol{\Psi}_{\text{red}} = [\boldsymbol{\psi}_1 \dots \boldsymbol{\psi}_{p-r}], \quad r = 1, \dots, p-1 \quad (2.49)$$

gerechnet werden. Die damit verbundene modale Modellreduktion kann numerisch vorteilhaft sein als auch Rechenzeitvorteile in Modellsimulationen bieten. Zudem liefert u. U. nur ein kleiner Teil der modalen Freiheitsgrade einen relevanten Beitrag zum betrachteten Systemverhalten, sodass ggf. ohne praktisch relevante Einbußen für die

Modellgenauigkeit modal reduziert werden kann. Kriterien für die Auswahl der relevanten modalen Freiheitsgrade können etwa die örtliche Verteilung von Anregungskräften und Messpositionen (Steuer- und Beobachtbarkeit der Moden), das Amplitudenspektrum des Anregungskraftverlaufes im Verhältnis zur Lage der Systemresonanzen oder auch die Größe der generalisierten Steifigkeiten sein, siehe auch [GK87].

Die Modalmatrix  $\Psi$  (2.45) kann mit Hilfe einer geeigneten Diagonalmatrix  $\Upsilon = [v_i]$  derart skaliert werden, dass die generalisierten Massen  $m_{\text{gen},i}$  einheitlich den Wert 1 annehmen (Unit Modal Mass Scaling, UMM) und entsprechend die modale Massenmatrix

$$\mathbf{M}_{\text{diag}} = (\Psi \Upsilon)^\top \mathbf{M} (\Psi \Upsilon) = \Phi^\top \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I} \quad (2.50)$$

zur Einheitsmatrix wird. In diesem Fall, ungedämpfte Eigenkreisfrequenz  $\omega_i$  sowie Dämpfungsgrad  $d_i$  der  $i$ -ten Eigenschwingung als bekannt vorausgesetzt, sind generalisierte Steifigkeit und Dämpfung gemäß

$$k_{\text{gen},i} = \omega_i^2 m_{\text{gen},i} = \omega_i^2 \quad \text{bzw.} \quad d_{\text{gen},i} = 2\omega_i d_i m_{\text{gen},i} = 2\omega_i d_i \quad (2.51)$$

vereinfacht berechenbar. Somit sind in Umkehrung der oben gezeigten modalen Entkopplung, bei bekannten modalen Parametern  $\omega_i$ ,  $d_i$  und in Übereinstimmung mit (2.50) skaliertes Modalmatrix, die Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix gemäß

$$\mathbf{M} = \Phi^{-\top} \Phi^{-1}, \quad \mathbf{D} = \Phi^{-\top} [2\omega_i d_i] \Phi^{-1} \quad \text{und} \quad \mathbf{K} = \Phi^{-\top} [\omega_i^2] \Phi^{-1} \quad (2.52)$$

berechenbar, bzw. die modale Systemdarstellung (2.46) kann mit der skalierten Modalmatrix  $\Phi$  anstelle von  $\Psi$  erfolgen. Die dafür benötigten ungedämpften Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade, wie auch die Skalierungsmatrix  $\Upsilon$ , können durch experimentelle Modalanalyse des realen Systems ermittelt werden. Im konkreten Fall steht ein Output-only-Modalanalysesystem zur Verfügung, weswegen die damit verbundene, spezielle Vorgehensweise zur Ermittlung der gesuchten Parameter im Folgenden kurz dargestellt wird.

Im Gegensatz zur traditionellen *Experimental-Modal-Analysis* (EMA) werden mit dem in dieser Arbeit eingesetzten Modalanalysesystem keine E/A-Signale erfasst, sondern ausschließlich Ausgangssignale als Strukturantworten auf eine als multivariater stochastischer Prozess in Form weißen Rauschens vorausgesetzte, (natürliche) Kraftanregungen der Struktur. Eine derartige Modalanalyse wird als *Operational-Modal-Analysis* (OMA) oder auch *Output-Only-Modal-Analysis* bezeichnet. Während Eigenfrequenzen und zugehörige Dämpfungen mit einem solchen Modalanalysesystem standardmäßig ermittelt werden können, ist die Bestimmung normierter Eigenvektoren mangels E/A-Messungen alleine auf Basis einer OMA nicht möglich. Die Skalierung der auf diesem Weg experimentell ermittelten Eigenvektoren gelingt erst durch eine vergleichsweise aufwendige, sensitivitätsbasierte Methode.

Die per OMA ermittelten Eigenformen bzw. -vektoren sind unskaliert. Es besteht aber prinzipiell die Möglichkeit die zu untersuchende Struktur in bekannter und geeigneter Weise zu verstimmen und auf Basis der zugehörigen Veränderungen ihrer modalen Eigenschaften Skalierungsfaktoren zu berechnen. Eine solche sensitivitätsbasierte Vorgehensweise ist u. a. in [Ber04a, BAG03, PVCO01] beschrieben und in Zusammenhang mit dem PI-Beobachter u. a. in [HS08a] zur Erstellung eines genauen Dynamikmodells genutzt worden.

Die Indizes 0 und 1 bezeichnen das betrachtete System vor und nach seiner strukturellen Verstimmung durch die Masseänderung  $\Delta \mathbf{M}$ . Die Massenmatrix des Systems nach seiner Verstimmung ist  $\mathbf{M} + \Delta \mathbf{M}$ . Vorausgesetzt wird, dass entweder keine Dämpfung im System wirksam ist oder dass Proportionaldämpfung angenommen werden kann. Zudem soll die Masseänderung derart erfolgen, dass für die  $i$ -te Eigenform

$$\boldsymbol{\psi}_{i,0} \approx \boldsymbol{\psi}_{i,1} \approx \boldsymbol{\psi}_i \quad (2.53)$$

gilt, die Eigenform also möglichst wenig durch die Masseänderung beeinflusst wird. Unter diesen Bedingungen ergibt sich der gesuchte Skalierungsfaktor für den  $i$ -ten Eigenvektor  $\boldsymbol{\psi}_i$  zu

$$v_i = \sqrt{\frac{\omega_{i,0}^2 - \omega_{i,1}^2}{\omega_{i,1}^2 \boldsymbol{\psi}_i^T \Delta \mathbf{M} \boldsymbol{\psi}_i}}. \quad (2.54)$$

Mit den so skalierten Eigenvektoren  $v_i \cdot \boldsymbol{\psi}_i$ , den standardmäßig experimentell ermittelten Eigenkreisfrequenzen  $\omega_i$  und den Dämpfungsgraden  $d_i$  ist die experimentelle Modellbildung gemäß (2.52) durchführbar.

Modellungenauigkeiten im Zeitbereich sind durch nicht exakt realisierbare Voraussetzungen bei der Bestimmung der Skalierungsfaktoren zu erwarten. So muss die Masseänderung  $\Delta \mathbf{M}$  einerseits signifikant sein und darf andererseits zu keiner relevanten Veränderung der jeweiligen Eigenform führen. In Abhängigkeit vom Massenverhältnis zwischen Struktur und Sensorik ist außerdem der Masseneinfluss der zur Modalanalyse eingesetzten Beschleunigungssensoren zu beachten, so auch im Fall des in dieser Arbeit verwendeten Biegebalkens. Das experimentelle Modell ist also evtl. um diesen Masseneinfluss zu korrigieren. Bedingt durch die gewählte Vorgehensweise bildet das experimentell ermittelte Modell die gemessenen Eigenfrequenzen, Dämpfungsgrade und Eigenformen im Rahmen der Messgenauigkeiten präzise ab.



### 3 Der Proportional-Integral-Beobachter

Das Kapitel stellt Aufbau und Auslegung des Proportional-Integral-Beobachters (PIO) dar und führt dazu zunächst den PIO als eine strukturelle Erweiterung des LUENBERGER-Beobachters ein. Hierdurch werden gleichzeitig die Entwicklungsschritte hin zum PIO und seine Eigenschaften im Vergleich zu anderen Beobachertypen sichtbar.

Die zu beobachtenden Systeme werden als linear, zeitinvariant, diskret bzw. diskretisierbar und deterministisch vorausgesetzt. Als solche können sie durch eine Klasse von linearen, gekoppelten und gewöhnlichen DGL erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten abgebildet werden. In der zugehörigen Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

beschreiben Eingangsmatrix  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ , Ausgangsmatrix  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{r_1 \times n}$  und Durchgangsmatrix  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{r_1 \times m}$  die Schnittstellen zur Systemumgebung. Die darüber laufende Interaktion zwischen dem System und seiner Umgebung in Form zeitabhängiger Signale beschreiben Eingangsvektor  $\mathbf{u}(t), \mathbf{u} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{m \times 1}$  und Ausgangsvektor  $\mathbf{y}(t), \mathbf{y} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{r_1 \times 1}$ . Zusammen mit der als zeitinvariant vorausgesetzten Systemdynamik, modelliert durch die Systemmatrix  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , und dem Anfangszustand  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  entwickelt sich ein zeitabhängiger Systemzustand, abgebildet im Zustandsvektor  $\mathbf{x}(t), \mathbf{x} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times 1}$ . Im Folgenden wird angenommen, dass kein direkter Wirkungspfad zwischen Eingängen und Ausgängen besteht, sodass  $\mathbf{D}(t) \equiv \mathbf{0}$ . Außerdem werden die stets zu berücksichtigenden Anfangsbedingungen  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$  in den weiteren Darstellungen nicht mehr explizit aufgeführt.

Insbesondere für elastomechanische Systeme ist die Zahl der (gemessenen) Systemausgänge normalerweise deutlich kleiner als die Zahl der Systemzustandsgrößen, sodass  $\dim \mathbf{y}(t) \ll \dim \mathbf{x}(t)$ . Zudem ist es technisch oft nicht möglich bestimmte Zustandsgrößen zu messen und/oder aus ökonomischen Gründen soll die Zahl an gemessenen Systemausgängen wegen des damit verbundenen, apparatetechnischen Aufwands möglichst klein gehalten werden. Gleichzeitig kann aber die Kenntnis von nicht gemessenen oder nicht messbaren Systemzuständen für Regelungs-, Überwachungs- und/oder Diagnoseaufgaben notwendig sein. Dieser Zielkonflikt und ggf. das Problem nicht messbarer

### 3 Der Proportional-Integral-Beobachter

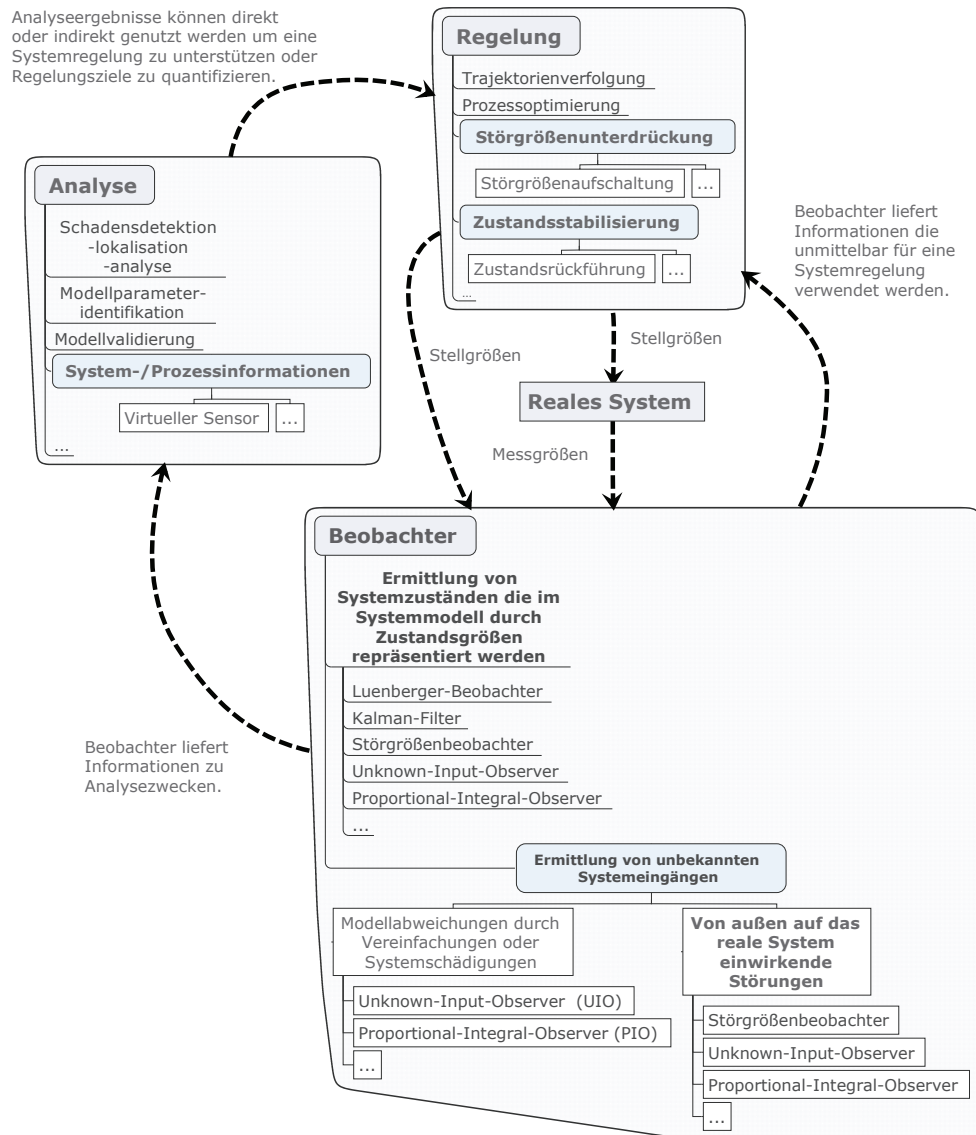


Bild 3.1: Anwendungsmöglichkeiten von Beobachtern zur Fehlerdiagnose und Regelung dynamischer Systeme: Informations- bzw. Signalflüsse; Einteilung beobachtbarer Signale in *unbekannte Systemzustände* und als *unbekannte Systemeingänge* interpretierbare Störungen, Modellfehler, reale Systemfehler/Schäden

Systemzuständen kann, unter gewissen Voraussetzungen, durch den Einsatz eines Beobachters gelöst werden, der aus den vorhandenen Messinformationen und bekannten Systemeingängen die unbekannt Zustandsgrößen rekonstruiert.

Ein Beobachter ist ein (Differenzial-)Gleichungssystem, das auf einem mathematischen Modell des zu beobachtenden realen technischen Systems basiert. Zur Anwendung ist dieser auf einem Digitalrechner zu implementieren und mit den benötigten Signalinformationen zu versorgen. Er ist in der Regel echtzeitfähig, Simulationsergebnisse können kontinuierlich und zeitparallel zum Geschehen am beobachteten System bereitgestellt werden. Dafür muss die eingesetzte Hard- und Software echtzeitfähig sein und den Beobachter über geeignete Hardwareschnittstellen mit den benötigten Messsignalen versorgen. Ein Beobachter dient in erster Linie der (approximativen) Rekonstruktion oder Schätzung von Systemzuständen, diese Informationen sind anschließend für weiterführende Aufgaben der Systemregelung und (Echtzeit-)Diagnose einsetzbar, wie sie beispielhaft in Bild 3.1 dargestellt sind.

### 3.1 Luenberger-Beobachter, Kalman-Bucy-Filter, Störgrößenbeobachter

#### LUENBERGER-Beobachter

Der LUENBERGER-Beobachter [Lue64, Lue71] entsteht durch Erweiterung des Modells (3.1) um den zusätzlichen Eingang

$$\mathbf{u}_B(t) = \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \quad (3.2)$$

zur Rückführung der durch die Rückführmatrix  $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n \times r_1}$  verstärkten Differenz zwischen den gemessenen Ausgängen des beobachteten Systems und den simulierten Ausgängen des Beobachters. Einsetzen führt zur Darstellung des Beobachters als System

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{u}_B(t) \\ &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}\mathbf{y}(t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

mit dem durch den Beobachter rekonstruierten Vektor der Zustandsgrößen  $\hat{\mathbf{x}}(t)$ .

Damit der durch den Beobachter approximierte Zustandsvektor  $\hat{\mathbf{x}}(t)$  gegen den realen Systemzustand  $\mathbf{x}(t)$  konvergiert

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(t)\| = 0 \quad (3.4)$$

bzw. der Beobachtungsfehler  $\mathbf{e}(t)$  abklingt, muss die zugehörige Zustandsgleichung

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}(t), \quad \mathbf{e}(0) = \hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0 \quad (3.5)$$

asymptotisch stabil, also  $\operatorname{Re}\{\lambda_i\} \stackrel{!}{<} 0$  für alle Eigenwerte  $\lambda_i, i = 1, \dots, n$  von  $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$  sein. Dafür wiederum ist die vollständige Beobachtbarkeit des Systems  $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$  eine hinreichende Voraussetzung, ggf. können die Eigenwerte mittels  $\mathbf{L}$  beliebig platziert werden. Sofern die Beobachtung selbst das Anwendungsziel ist, ist in Relation zum beobachteten System auf eine ausreichend hohe Beobachtdynamik zu achten, sodass der Beobachtungsfehler schneller abklingt als die Eigenvorgänge des beobachteten Systems [Lue71]. Im Fall einer beobachterbasierten Regelung ist außerdem auf ausreichende Regelkreisrobustheit zu achten, siehe auch Kap. 3.2.2 zur *Loop-Transfer-Recovery* (LTR-)Methode.

Überprüfbar ist die Beobachtbarkeit von (3.1) z. B. mit Hilfe des HAUTUS-Kriteriums [Hau69], wonach das System  $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$  genau dann vollständig beobachtbar ist, wenn

$$\operatorname{Rang} \left\{ \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \right\} = n \quad \text{für alle } \lambda \in \mathbb{C} \quad (3.6)$$

gilt. Andernfalls zeigt das Kriterium welche Eigenwerte bzw. Eigenvorgänge nicht durch den Beobachter rekonstruiert werden können. Die Nichtbeobachtbarkeit eines einzelnen Eigenvorgangs hat u. U. Auswirkungen auf die Rekonstruktionsmöglichkeiten mehrerer Zustandsgrößen, je nach Zusammenwirken der Eigenvorgänge in den Zuständen. Gegebenenfalls lässt sich nur die Bewegung innerhalb eines Unterraums des Zustandsraums  $\mathbb{R}^{n \times 1}$  beobachten.

Die Rückführmatrix  $\mathbf{L}$  kann z. B. durch Polvorgabe oder allgemein mit Methoden zur Auslegung von Zustandsrückführungen, angewandt auf das duale System

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}^\top \mathbf{x}(t) + \mathbf{C}^\top \mathbf{u}(t) , \\ \mathbf{u}(t) &= -\mathbf{L}^\top \mathbf{x}(t) , \end{aligned} \quad (3.7)$$

bestimmt werden. So berechnet sich etwa mit der Methode der linear-quadratischen Regelung (LQR) eine gemäß dem Gütefunktional

$$\min_{\mathbf{L}} \int_0^\infty (\mathbf{x}^\top(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^\top(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)) dt \quad (3.8a)$$

optimale Beobachterrückführung zu

$$\mathbf{L} = \mathbf{P} \mathbf{C}^\top \mathbf{R}^{-1} , \quad (3.8b)$$

mit  $\mathbf{P}$  als positiv-definiten symmetrischen Lösung der algebraischen Matrix-RICCATI-Gleichung

$$\mathbf{A} \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}^\top + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{C}^\top \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (3.8c)$$

in Abhängigkeit von vorzugebenden symmetrischen Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  [Föl94, Lud95, Lun08]. Um keine weiteren Beobachtbarkeitsbedingungen prüfen zu müssen wird in dieser Arbeit einfachheitshalber  $\mathbf{Q}$  verschärft und analog zu  $\mathbf{R}$  als positiv definite statt lediglich als positiv semi-definite Matrix gefordert.

Streng genommen kann der LUENBERGER-Beobachter nur unter den Voraussetzungen eines fehlerlosen Modells, ungestörten Systems und fehlerfreier Messungen die Systemzustände rekonstruieren, nur dann gilt die Fehlerzustandsgleichung (3.5) und es kann unter den oben diskutierten Bedingungen Konvergenz entsprechend (3.4) erreicht werden. Der Beobachterrückführung  $\mathbf{u}_B(t)$  kommt in diesem Fall die Aufgabe zu, einen möglichen Anfangsfehler  $\mathbf{e}(0) = \mathbf{e}_0$  auszuregeln. In der praktischen Anwendung erlaubt die Rückführung eine approximative Rekonstruktion  $\hat{\mathbf{x}}(t) \approx \mathbf{x}(t)$ , deren Güte von den jeweiligen Randbedingungen abhängt. Erkennbar wird dies durch Kombination des LUENBERGER-Beobachters mit einem um zusätzliche additive (Stör-)Eingänge  $\mathbf{d}_z(t)$ ,  $\mathbf{d}_z : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times 1}$  und  $\boldsymbol{\nu}(t)$ ,  $\boldsymbol{\nu} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{r_1 \times 1}$  in der Zustandsgleichung bzw. Ausgangsgleichung von (3.1) erweiterten Systemmodells

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}_z(t) , \quad (3.9a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\nu}(t) . \quad (3.9b)$$

In der sich damit ergebenden Fehlerdynamik

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}(t) + \mathbf{d}_z(t) - \mathbf{L}\boldsymbol{\nu}(t) \quad (3.10)$$

des Beobachters kann auf den durch  $\mathbf{d}_z(t)$  bedingten Fehleranteil kein Einfluss genommen werden und mit den Elementen von  $\mathbf{L}$  wächst auch der Einfluss von  $\boldsymbol{\nu}(t)$  auf den Beobachtungsfehler. Die Konvergenz des Beobachters ist für ein asymptotisch stabiles System  $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$  also von der spezifischen Natur der beiden Eingänge abhängig.

Im Fall einer impulsförmigen Störung  $\mathbf{d}_z(t) = \mathbf{E}\mathbf{d}\delta(t)$  ( $\mathbf{E}\mathbf{d}$  geeigneter Dimension) beispielsweise, ist nach deren Abklingen die Zustandsgleichung (3.9a) ungestört, sodass die Konvergenz des Beobachters hierdurch nicht dauerhaft verhindert wird. Dagegen führt eine sprungförmige Störung  $\mathbf{d}_z(t) = \mathbf{E}\mathbf{d}\sigma(t)$  zu einem bleibenden Beobachtungsfehler  $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = -[\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}]^{-1}\mathbf{E}\mathbf{d}$ . Da aber auch der Eingang  $\boldsymbol{\nu}(t)$ , zumindest in Form von Messrauschen, in der praktischen Anwendung immer vorhanden ist, kann eine asymptotisch konvergierende Rekonstruktion gemäß (3.4) strenggenommen nicht erreicht werden. Und weil der Einfluss von  $\boldsymbol{\nu}(t)$  auf den Beobachtungsfehler mit größeren Elementen der  $\mathbf{L}$ -Matrix gemäß (3.10) anwächst, solche aber gleichzeitig für eine zunehmende Linksverschiebung der Beobachtereigenwerte in der komplexen Ebene erforderlich sind, ist stets ein Kompromiss zwischen Rauschanfälligkeit einerseits und (hoher) Beobachterdynamik andererseits zu finden, um den Beobachtungsfehler möglichst klein zu halten. In [Lud95] wird beispielhaft der direkte Zusammenhang zwischen

Messstörung  $\nu(s)$  und Fehlerzustandsvektor  $\mathbf{e}(s)$  bzw. seinem Vektorelement  $e_1(s)$  für ein SISO-System dritter Ordnung mit dreifachem Eigenwert bei  $-\lambda$  im Frequenzbereich hergeleitet

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{e_1(s)}{\nu(s)} = s^2 + sa_2 + a_1 . \quad (3.11)$$

Im Grenzfall wirken sich zusätzlich zum mit  $a_1$  proportional verstärkten Messrauschen auch die erste und zweite zeitliche Ableitung des Rauschsignals auf die Beobachtung aus. Der Beobachter hat jetzt im Wesentlichen einen differenzierenden Charakter [Lud95, Lue71], der u. a. zu hohen Anfangsfehlern in der Beobachtung führen kann [Lud95].

### KALMAN-BUCY-Filter

Das KALMAN-BUCY-Filter [Kal60, KB61] erfüllt die Aufgabe der Zustandsschätzung in Gegenwart von additiv wirkendem stochastischen Prozess- und Messrauschen optimal und kann als eine Verallgemeinerung des LUENBERGER-Beobachters betrachtet werden [BS85]. Beide sind strukturell aufgebaut, die Unterschiede liegen in den Auslegungskriterien für die jeweilige Rückführmatrix. So wird für das Filter eine optimal auf die statistischen Eigenschaften von stochastischen Störgrößen und Messfehlern abgestimmte Rückführmatrix gewählt, wogegen die Auslegung der Beobachterrückführmatrix nach anderen Kriterien, z. B. anhand von Anforderungen an das Einschwingverhalten des Beobachters, erfolgt.

Im Fall die beide Eingänge  $\mathbf{d}_z(t) = \boldsymbol{\varepsilon}(t)$  und  $\boldsymbol{\nu}(t)$  in (3.9) stellen stochastische Störungen dar, kann ein (optimaler) Näherungsvektor  $\hat{\mathbf{x}}$  für  $\mathbf{x}$  mit Hilfe des KALMAN-BUCY-Filters bestimmt werden. Unter der Annahme, dass  $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$  als Systemstörung (Prozessrauschen) und  $\boldsymbol{\nu}(t)$  als Messstörung (Messrauschen) unkorrelierte weiße Rauschprozesse mit gaußförmiger Wahrscheinlichkeitsverteilung, verschwindenden Erwartungswerten

$$\mathbb{E}\{\boldsymbol{\varepsilon}(t)\} \equiv \mathbf{0} , \quad \mathbb{E}\{\boldsymbol{\nu}(t)\} \equiv \mathbf{0} \quad (3.12)$$

und den Kovarianzmatrizen

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\boldsymbol{\varepsilon}(t)\boldsymbol{\varepsilon}^\top(\tau)\} &= \mathbf{Q}\delta(t - \tau), & \mathbf{Q} & \text{positiv (semi-)definit} \\ \mathbb{E}\{\boldsymbol{\nu}(t)\boldsymbol{\nu}^\top(\tau)\} &= \mathbf{R}\delta(t - \tau), & \mathbf{R} & \text{positiv definit} \end{aligned} \quad (3.13)$$

darstellen, liefert das Filter eine optimale Schätzung  $\hat{\mathbf{x}}$  im Sinne minimaler Schätzfehlervarianz [BS85, Lun08]

$$\text{spur}(\mathbb{E}\{\mathbf{e}(t)\mathbf{e}^\top(t)\}) \xrightarrow{\mathbf{L}} \min . \quad (3.14)$$

Die Berechnung der Rückführmatrix  $\mathbf{L}$  erfolgt analog zur Vorgehensweise des LQR-Entwurfs für den LUENBERGER-Beobachter mit Hilfe der Matrix-RICCATI-Gleichung (3.8c), mit dem Unterschied, dass jetzt die Matrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  keine Gewichtungsmatrizen darstellen, sondern gemäß (3.13) aus den Streuungen der Störungen zu berechnen sind.

### Störgrößenbeobachter

Wie anhand (3.10) ausgeführt, stoßen LUENBERGER-Beobachter und KALMAN-BUCY-Filter in Gegenwart *deterministischer* Störungen an ihre Grenzen. Als Störungen werden definitionsgemäß solche Systemeingänge bezeichnet, die im Rahmen der gegebenen Möglichkeiten nicht beeinflussbar und im Voraus nicht (vollständig) bekannt sind [Joh68]. Störungen können daher auch als *unbekannte Systemeingänge* betrachtet werden. Beide Bezeichnungen werden im Folgenden synonym für solche realen oder virtuellen Signale verwendet, die

- vernachlässigte lineare oder nicht vernachlässigbare nichtlineare Effekte auf ein lineares (Nominal-)Modell (3.1) ( $\Rightarrow$  Modellfehler) oder
- Fehler eines fehlerbehafteten Systems als Eingänge eines fehlerfreien (Nominal-)Modells ( $\Rightarrow$  Systemfehler) oder
- deterministische Systemstörungen im engeren Sinne, z. B. Kräfte und Momente durch Windlasten, in einem gestörten Systemmodell ( $\Rightarrow$  gestörtes System)

darstellen. Zur Beobachtung derart gestörter Systeme existieren verschiedene Lösungsansätze, die sich voneinander u. a. darin unterscheiden, welche Beobachtungen sie ihrerseits ermöglichen: Können nur die unbekanntes Eingänge selbst oder eine Anzahl an (weiteren) Systemzuständen oder die unbekanntes Eingänge gemeinsam mit (weiteren) Systemzuständen rekonstruiert werden? Zugehörige Beobachertypen werden auch unter den Sammelbezeichnungen *Unknown-Input-Observer* (UIO) und *Störgrößenbeobachter* subsumiert.

Das Problem der asymptotischen Sollwertfolge

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{w}(t) - \mathbf{y}(t)) = \mathbf{0} \quad (3.15)$$

eines geschlossenen Regelkreises mit Regelgröße  $\mathbf{y}(t)$  und Führungsgröße  $\mathbf{w}(t)$  in Gegenwart einer deterministischen Systemstörung und für vorgegebene Klassen von Führungs- und Störsignalen, ist ab Ende der 60er Jahre umfangreich behandelt worden. In diesem Zusammenhang wurden verschiedene Regelungskonzepte entwickelt, die zum

Teil die Rekonstruktion von Störgrößen durch Beobachter einschließen und dazu Störgrößenmodelle voraussetzen. So hat sich JOHNSON in einer Serie von Veröffentlichungen, ausgehend von einer konstanten skalaren Störung eines skalaren Systems [Joh68], mit der Störgrößenaufschaltung zur Robustheitserhöhung von deterministisch gestörten Regelkreisen beschäftigt. Er erweitert seine Betrachtungen u. a. in [Joh71, Joh76] auf linear-zeitvariante Mehrgrößensysteme, beschreibt Störsignale durch Störgrößenmodelle in Form von DGL-Systemen und führt die Bezeichnung *Disturbance-Accommodating-Controllers* (DAC) für die von ihm entwickelte Regelungsmethode ein.

Der von JOHNSON als ein DAC-Baustein vorgeschlagene *Composite-State-Constructor* [Joh76] enthält ein DGL-Störgrößenmodell und dient sowohl der Rekonstruktion von Systemzuständen als auch von Störgrößen selbst. Im Rahmen von DAC wird auf diese Weise neben einer Zustandsrückführung auch die (synthetische) Störgrößenaufschaltung zur Störgrößenkompensation umgesetzt. Zur Ermittlung von Störgrößenmodellen schlägt JOHNSON die Verwendung einer Identifizierungsmethode, angewandt auf Referenzmessungen, vor. Falls solche nicht vorliegen und die Störungen sich nur relativ langsam verändern, schlägt er zur Störgrößenbeschreibung einen Polynomansatz in der Zeit  $t$  vor, analog einer (endlichen) Potenzreihe. Neben Störsignalen im engeren Sinne interpretiert er auch Parameterunsicherheiten im Modell als solche, zu deren Abbildung in einem Störgrößenmodell ebenfalls der oben genannte Polynomansatz in  $t$  empfohlen wird. Zudem finden als Sonderfall explizit systemzustandsabhängige Störungen im von JOHNSON verwendeten Störgrößenmodell Berücksichtigung [Joh76].

Neben JOHNSON ist DAVISON [Dav72] einer der frühen Entwickler im Kontext des Sollwertfolgeproblems (3.15) gestörter Systeme. Das von ihm verwendete Störgrößenmodell beschreibt jede auftretende (skalare) Störung durch eine von möglichen weiteren Störgrößen unabhängige DGL und ist somit ein Sonderfall des allgemeineren, von JOHNSON verwendeten Störgrößenmodells.

MÜLLER und LÜCKEL [ML77] greifen diese Arbeiten auf und nutzen, ähnlich JOHNSON, einen Zustandsbeobachter zur Rekonstruktion von Systemzuständen und Störungen auf Basis linear-zeitinvarianter DGL-Modelle für Regelstrecke und Störgröße. Dabei unterscheiden sie zwischen Mess- und Regelgrößen und formulieren notwendige sowie hinreichende Bedingungen für eine Störgrößenrekonstruktion, -kompensation und die Regelkreisstabilität. Darüber hinaus ist die explizite Berechnungsweise einer Störgrößenaufschaltung angegeben.

Später nutzt auch MÜLLER den Regelungsansatz, Modellfehler als Störungen zu interpretieren. In [Mül88] fokussiert er im Unterschied zu JOHNSON [Joh71, Joh76] auf eine bestimmte Klasse nichtlinear-zeitinvarianter Mehrgrößensysteme, die sich durch ein lineares Nominalsystem in Kombination mit additiv-nichtlinearen Termen in der



Nominalsystem-Zustandsgleichung abbilden lassen. Diese nichtlinearen Terme werden als (von extern wirkende) Störungen des linearen Nominalsystems interpretiert. Zwecks synthetischer Störgrößenaufschaltung werden Beobachter und DGL-Störgrößenmodell kombiniert. Letzteres ist beispielhaft für Stick-Slip-Effekte, wie sie bei der Regelung reibungsbehafteter Robotergelenke auftreten können, formuliert. Für einen stabilen Regelkreis muss das Störgrößenmodell die Nichtlinearitäten mit ausreichender Genauigkeit abbilden und MÜLLER formuliert Bedingungen bzw. Fehlergrenzen unter denen (partielle) asymptotische Stabilität des Closed-Loop-Systems in Verbindung mit einer Störgrößenaufschaltung möglich ist.

Den in Zusammenhang mit dem Problem der asymptotischen Sollwertfolge (3.15) aufgeführten wissenschaftlichen Beiträgen ist die Verwendung einer Systembeschreibung durch lineare (Nominal-)Modelle plus Störterm(en) gemeinsam, zur Berücksichtigung der Störungen werden in der referenzierten Literatur unterschiedliche Störgrößenmodelle verwendet bzw. vorgeschlagen. Daran angelehnt wird nachfolgend eine Klasse von zeitinvarianten Mehrgrößensystemen betrachtet, die, ähnlich (3.9) mit  $\mathbf{d}_z(t) = \mathbf{N}\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$  und  $\mathbf{v}(t) \equiv \mathbf{0}$ , durch das lineare Nominalmodell

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{N}\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) , \quad (3.16a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (3.16b)$$

mit deterministisch-additiver Störung  $\mathbf{f} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{r_2 \times 1}$  in den durch  $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{n \times r_2}$  beschriebenen Eingriffsorten repräsentiert ist. Die in Zustandsgleichung (3.16a) wirkenden Störungen können nichtlinearer Natur sein und zudem explizit auch von Systemzuständen und -eingängen abhängen. Die Verbindung zur MDK-Darstellung (2.42) ist durch

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{W}_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \mathbf{u}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{W}_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}} \mathbf{f}(t) , \quad (3.17a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (3.17b)$$

gegeben. Unter der Voraussetzung, dass den Störungen eine Klasse entsprechend dem Störgrößenmodell

$$\dot{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{V}\mathbf{v}(t) , \quad (3.18a)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \approx \mathbf{H}\mathbf{v}(t) \quad (3.18b)$$

mit fiktivem linearen System (3.18a) und Zustandsvektor  $\mathbf{v}(t)$  der modellierten Störung (oder der approximierten Nichtlinearitäten [Mül88] oder Systemfehler) zugeord-

net werden kann, sind Systemzustände  $\mathbf{x}$  wie auch Störungen  $\mathbf{f}$ , unter geeigneten Bedingungen, durch einen erweiterten Zustandsbeobachter (approximativ) rekonstruierbar [Joh76, ML77]. Ein solcher Beobachter wird auch als Störgrößenbeobachter bezeichnet. Der Bezeichnung liegt keine einheitliche Beobachterstruktur zugrunde, sondern sie beschreibt dessen Funktion.

Nach Erweiterung von (3.16) um das Störgrößenmodell (3.18) ergibt sich das gestörte Systemmodell zu

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{v}}}(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{NH} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_e} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{v}(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_e} \mathbf{u}(t), \quad \tilde{\mathbf{y}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_e} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{v}(t) \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Die hier getroffene Unterscheidung zwischen den Zuständen  $\mathbf{x}(t)$  in (3.16) und  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  in (3.19) ist aufgrund der Approximation (3.18b) notwendig. In diesem Sinne wird (3.16) als reales physikalisches System und (3.19) als dessen Modell betrachtet, mit in der Praxis erwartbar mehr oder weniger voneinander abweichenden Zustandsgrößen.

Im erweiterten Zustandsraummodell (3.19) treten als Eingänge nur noch die als bekannt betrachteten Eingänge  $\mathbf{u}(t)$  in Erscheinung, sodass die Anwendung des LUENBERGER-Ansatzes (3.3) mit der erweiterten Rückführung

$$\mathbf{u}_B(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{L}_x \\ \mathbf{L}_v \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}_e} (\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \quad (3.20)$$

möglich ist. Der auf diesem Weg konstruierte Störgrößenbeobachter

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{v}}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{L}_x \mathbf{C} & \mathbf{NH} \\ -\mathbf{L}_v \mathbf{C} & \mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \hat{\mathbf{v}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_x \\ \mathbf{L}_v \end{bmatrix} \mathbf{y}(t), \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \hat{\mathbf{v}}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.21)$$

liefert neben der Rekonstruktion  $\hat{\mathbf{x}}$  des Systemzustands, auch einen approximativen Verlauf  $\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{v}}$  der Störung. Als Beobachtungsfehler werden

$$\mathbf{e}_x(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t), \quad (3.22a)$$

$$\mathbf{e}_v(t) = \hat{\mathbf{v}}(t) - \mathbf{v}(t), \quad (3.22b)$$

$$\mathbf{e}_{vf}(t) = \mathbf{H}\hat{\mathbf{v}}(t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (3.22c)$$

eingeführt. Diese umfassen jetzt auch den durch das Störgrößenmodell bedingten Teil des um  $\mathbf{v}(t)$  bzw.  $\hat{\mathbf{v}}(t)$  erweiterten Zustandsvektors in (3.19) bzw. (3.21), die Fehlerzu-

standsgleichung folgt damit zu [Mül90]

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x(t) \\ \dot{e}_v(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{L}_x \mathbf{C} & \mathbf{N} \mathbf{H} \\ -\mathbf{L}_v \mathbf{C} & \mathbf{V} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_e - \mathbf{L}_e \mathbf{C}_e} \begin{bmatrix} e_x(t) \\ e_v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} e_{vf} . \quad (3.23)$$

In dieser tritt der Fehler  $e_{vf}$  der Approximation (3.18b) als Eingangsgröße bzw. Störung auf. Für die asymptotisch stabile Auslegung des Beobachters mittels der Rückführmatrizen  $\mathbf{L}_x \in \mathbb{R}^{n \times r_1}$ ,  $\mathbf{L}_v \in \mathbb{R}^{r_2 \times r_1}$  gelten die Ausführungen zum LUENBERGER-Beobachter und KALMAN-BUCY-Filter, jetzt bezüglich des erweiterten Systems (3.19). Aufgrund des Störterms  $e_{vf}$  ist Konvergenz allein dadurch aber nicht gewährleistet.

## 3.2 Proportional-Integral-Beobachter (PIO)

Der als Blockdiagramm in Bild 3.2 dargestellte PI-Beobachter ist ein Sonderfall der in [Joh76] beschriebenen Beobachterstruktur. Die Bezeichnung *Proportional-Integral-Beobachter* wird vermutlich erstmals in [Woj78] verwendet. Der Namensgebung liegt der proportional-integrale Beobachter-Rückführfpfad des Beobachtungsfehlers als Teil der in Bild 3.2 gezeigten Struktur zugrunde.

Ausgehend von zeitinvarianten SISO-Systemen, wird die PIO-Theorie in [Kac78] zunächst auf zeitvariante SISO-Systeme und schließlich in [Kac79, SC85] auf zeitvariante MIMO-Systeme erweitert. WOJCIECHOWSKI diskutiert, wie die durch Einführung des Integrators hinzugewonnenen Freiheitsgrade in der Auslegung des Beobachters vorteilhaft zur robusten Zustandsrekonstruktion in Gegenwart von Parameterunsicherheiten im Streckenmodell und sprungförmigen Störungen genutzt werden können [Woj78]. Ein direktes Entwurfsverfahren für den PIO zeigt [SC85] unter der Voraussetzung einer geeigneten Systemmodellierung in kanonischen Zustandsgrößen. Keine der Arbeiten betrachtet Möglichkeiten zur Rekonstruktion von Störgrößen bzw. unbekanntem Eingängen durch den PIO.

Die Entwicklung des PI-Beobachters kann auch ausgehend vom Störgrößenbeobachter nachvollzogen werden. So schlägt JOHNSON für ausreichend langsam veränderliche Störungen ihre vereinfachende Betrachtung als stückweise bzw. zeitweise konstant vor, in der Art zufälliger Stufen [Joh71]. Speziell im Kontext der Regelung *nichtlinearer* Systeme mittels Störgrößenaufschaltung wählt MÜLLER den gleichen Ansatz zur Beschreibung der als Störung interpretierten Nichtlinearitäten [Mül88, Mül90]. Eine dem entsprechende Störgrößenmodellierung führt auf eine simple Form des Störgrößenmo-

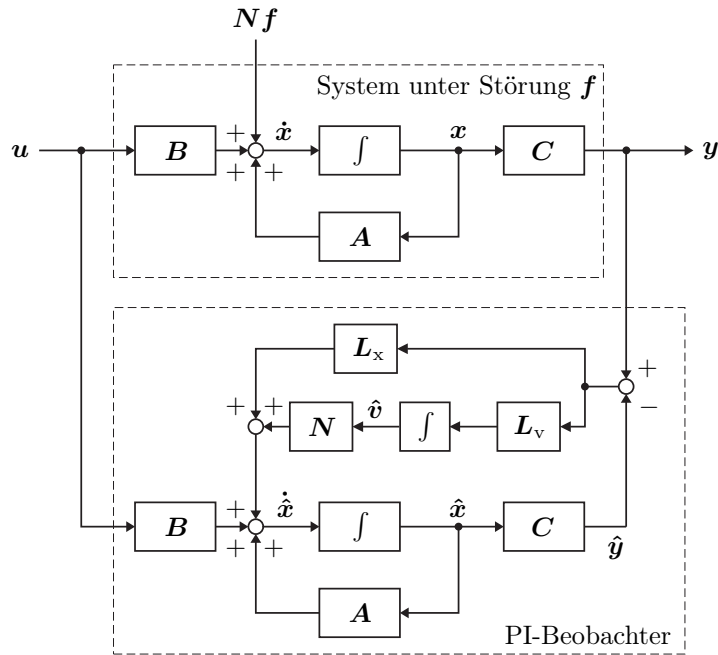


Bild 3.2: Struktur des Proportional-Integral-Beobachters [SYM95]

dells (3.18)

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \approx \mathbf{v}_0, \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{V} = \mathbf{0}_{r_2 \times r_2}, \mathbf{H} = \mathbf{I}_{r_2}. \quad (3.24)$$

Dieses ursprünglich nur zur Beschreibung langsam veränderlicher Störungen gedachte Modell als generelles Störgrößenmodell eingesetzt, überführt den Störgrößenbeobachter in den Sonderfall des PI-Beobachters. Der Anspruch, trotzdem auch vergleichsweise dynamische Störungen zu beobachten, bleibt aber bestehen und wird durch eine High-Gain-Auslegung des PIO verfolgt. Gemäß diesem Anspruch kann der PIO auch dann zum Einsatz kommen, wenn keine Informationen zu Störgrößenverlauf und -dynamik vorhanden sind, z. B. weil die Identifizierung eines (dynamischen) Störgrößenmodells scheitert oder der u.U. hohe Aufwand einer Identifizierung nicht betrieben werden soll.

Für den PIO als Sonderfall des oben dargestellten Störgrößenbeobachters gilt dessen mathematische Beschreibung (3.16)–(3.23) mit  $\mathbf{V} = \mathbf{0}_{r_2 \times r_2}$  und  $\mathbf{H} = \mathbf{I}_{r_2}$  (siehe (3.24)) unverändert. Obige Fehlergleichungen (3.22b) und (3.22c) werden aufgrund des vereinfachten Störgrößenmodells zusammengeführt

$$\mathbf{e}_f(t) = \hat{\mathbf{v}}(t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad (3.25)$$

der Fehler  $e_f(t)$  beschreibt unmittelbar die Differenz zwischen realem Störsignal und dessen Rekonstruktion. Gemeinsam mit (3.22a) ergibt sich die Fehlerzustandsgleichung des PIO zu

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x(t) \\ \dot{e}_f(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{L}_x \mathbf{C} & \mathbf{N} \\ -\mathbf{L}_v \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_e - \mathbf{L}_e \mathbf{C}_e} \underbrace{\begin{bmatrix} e_x(t) \\ e_f(t) \end{bmatrix}}_{e_e(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}_e} \dot{\mathbf{f}}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) . \quad (3.26)$$

Gegenüber (3.23) stellt sich die Inhomogenität auf der rechten Seite verändert dar. Als Störterm wirkt jetzt mit  $\dot{\mathbf{f}}$  die erste Ableitung der Störung nach der Zeit, also ihre zeitliche Änderung und nicht die Störung selbst.

### 3.2.1 Modal-Proportional-Integral-Beobachter (MPIO)

Ausgehend von einer MDK-Darstellung des zu beobachtenden Systems in generalisierten Koordinaten entsprechend (2.46), lässt sich der zugehörige PI-Beobachter ebenfalls in modaler Form, als *Modal-PI-Beobachter* (MPIO) [HS08a], aufbauen. Dazu wird unter Verwendung des Zustandsvektors

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

zunächst das MDK-Modell (2.46) in die Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_{\text{diag}}^{-1} \mathbf{K}_{\text{diag}} & -\mathbf{M}_{\text{diag}}^{-1} \mathbf{D}_{\text{diag}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{\text{gen}}} \mathbf{x}(t) \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{\text{diag}}^{-1} \boldsymbol{\Psi}^\top \mathbf{W}_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{\text{gen}}} \mathbf{u}(t) \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{\text{diag}}^{-1} \boldsymbol{\Psi}^\top \mathbf{W}_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}_{\text{gen}}} \mathbf{f}(t) , \end{aligned} \quad (3.28a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{C} \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Psi} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_{\text{gen}}} \mathbf{x}(t) \quad (3.28b)$$

überführt. Die dafür notwendige Invertierung der generalisierten Massenmatrix  $\mathbf{M}_{\text{diag}}$  ist aufgrund ihrer Diagonalstruktur trivial, der Übergang von einer MDK-Darstellung

auf die Zustandsraumdarstellung (3.28) als ein Differenzialgleichungssystem erster Ordnung also problemlos möglich. Der Aufbau der  $\mathbf{C}$ -Matrix in der Ausgabegleichung (3.28b) hängt wie immer von den real zur Verfügung stehenden Messungen  $\mathbf{y}(t)$  bzw. von den sensorisch erfassten Komponenten des Verschiebungsvektors  $\mathbf{q}(t)$  und des Vektors der Geschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}(t)$  ab. Aus den Modellmatrizen  $\mathbf{A}_{\text{gen}}, \mathbf{B}_{\text{gen}}, \mathbf{C}_{\text{gen}}, \mathbf{N}_{\text{gen}}$  wird anschließend der MPIO unter Berücksichtigung des Störgrößenmodells (3.24) und mit gegenüber Bild 3.2 unveränderter Struktur aufgebaut

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{v}}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{gen}} & \mathbf{N}_{\text{gen}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \hat{\mathbf{v}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\text{gen}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_x \\ \mathbf{L}_v \end{bmatrix} (\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) , \quad (3.29a)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\text{gen}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \hat{\mathbf{v}}(t) \end{bmatrix} . \quad (3.29b)$$

Modales Modell (3.29) bzw. MPI-Beobachter sind bei Bedarf nach (2.49) unkompliziert modal reduzierbar. Außerdem können experimentell, z. B. gemäß Kap. 2.3, ermittelte Systemeigenschaften als generalisierte Matrizen (2.47) unmittelbar im MPIO bzw. zur Berechnung der für dessen Aufbau verwendeten Systemmatrix  $\mathbf{A}_{\text{gen}}$  (3.28a) genutzt werden.

Unter Einsatz des MPIO ist eine modal gewichtete synthetische Zustandsrückführung realisierbar. Indem der für den Übergang von modaler MDK-Darstellung zur Zustandsraumdarstellung (3.28) eingeführte generalisierte Zustandsvektor (3.27) im LQ-Reglerentwurf (siehe z. B. Gütefunktional (3.8a)) verwendet wird, kann im Entwurf eine modenspezifische Gewichtung von Verschiebungen und Geschwindigkeiten erfolgen. Nutzbar ist dies z. B. zur modal gewichteten und dadurch ggf. Moden-selektiven aktiven Strukturdämpfung, wie sie in Kap. 5.4.2 anhand experimenteller Ergebnisse dargestellt ist.

### 3.2.2 Auslegung des PI-Beobachters

Für eine asymptotisch stabile Auslegung der Fehlerzustandsgleichung (3.26) bzw. des PI-Beobachters und eine beliebige Platzierung der Eigenwerte der Beobachtersystemmatrix  $\mathbf{A}_e - \mathbf{L}_e \mathbf{C}_e$  mittels  $\mathbf{L}_x$  und  $\mathbf{L}_v$ , ist die vollständige Beobachtbarkeit des erweiterten Zustandsraummodells (3.19) eine notwendige und hinreichende Bedingung. Unter Berücksichtigung des vereinfachten Störgrößenmodells (3.24) führt die Anwendung von (3.6) zur entsprechenden, mathematischen Forderung

$$\text{Rang} \left\{ \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} & -\mathbf{N} \\ \mathbf{0}_{r_2 \times n} & \lambda \mathbf{I}_{r_2} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0}_{r_1 \times r_2} \end{bmatrix} \right\} \stackrel{!}{=} n + r_2 \quad \text{für alle } \lambda \in \mathbb{C} . \quad (3.30)$$

Erkennbar muss die Zahl der unabhängigen Störgrößen  $r_2$  (siehe  $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{n \times r_2}$  in (3.16)) kleiner oder höchstens gleich der Zahl der unabhängigen Messgrößen sein, um den Matrixrang  $n + r_2$  erreichen zu können [Mül95, SYM95]. Vollen Rang von  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{r_1 \times n}$  (3.1) vorausgesetzt, ist also  $r_2 \leq r_1$  eine notwendige Bedingung für (3.30).

Eine Möglichkeit der PIO-Auslegung durch Berechnung der Beobachter-Rückführmatrizen  $\mathbf{L}_x$  und  $\mathbf{L}_v$  (3.29) mittels *Loop-Transfer-Recovery*-(LTR-)Methode zeigen [BS89, NSSB95]. Dabei steht für die Autoren die Regelkreisrobustheit gegenüber Parametervariationen der Regelstrecke für den Anwendungsfall einer beobachterbasierten Zustandsrückführung im Vordergrund, ganz im Sinne der LTR-Methode. Die Entwurfsmethode wurde später von KRAJCIN aufgegriffen, der den PIO auch zur Störgrößenrekonstruktion einsetzt und insbesondere den Einfluss von Modell- und Messungenauigkeiten auf die Auslegung des PIO untersucht [Kra06].

Die LTR-Methode wird im Ursprung KWAKERNAAK zugeschrieben, der die Parametersensitivität eines offenen Regelkreises mit der eines per Linear-quadratic-gaussian-(LQG-)Regelung geschlossenen Kreises vergleicht [Kwa69]. Entwicklungen in dieser Richtung resultieren aus der Erkenntnis, dass die Regelkreisrobustheit bei Ersetzung einer vollständigen Zustandsrückführung durch rekonstruierte Zustandsgrößen nicht ohne weitere Maßnahmen garantiert werden kann. So zeigt [Doy78] anhand eines einfachen Beispiels, dass die voneinander getrennte Auslegung von Beobachter und Zustandsrückführung für einen LQG-Regelkreis im Gegensatz zu einer vollständigen LQ-Zustandsrückführung (LQSF) nicht nur keine 60° Phasenreserve [SA77], sondern selbst im simplen SISO-Fall gar kein gesichertes Mindestmaß an Stabilität garantiert. Diesem Problem kann die LTR-Methode entgegengesetzt werden. Ihr Ziel ist die (u. U. unvollständige) Rückgewinnung (im Englischen: recovery) der Regelkreiseigenschaften eines durch vollständige Zustandsrückführung geschlossenen Regelkreises für den Fall der beobachterbasierten, also synthetischen, Zustandsrückführung [DS79, DS81]. So sollen beide Regelkreise (mit tatsächlicher und mit synthetischer Zustandsrückführung) möglichst gleiche Eigenschaften bzw. gleiches Verhalten hinsichtlich Stabilität, Robustheit und Störverhalten aufweisen. Dazu wird unter Zuhilfenahme der LTR-Methode eine geeignet angepasste Beobachterausslegung vorgenommen. In Abhängigkeit von der jeweiligen LTR-Methode können auch strukturelle Änderungen an der ursprünglichen Beobachterstruktur zur Vorgehensweise gehören [NSSB95], was im Folgenden aber nicht betrachtet wird.

Angewandt zur Auslegung des PI-Beobachters unter Berücksichtigung von Störgrößen, führt die LTR-Methode zu einer Minimierung der Übertragungsfunktion

$$\| \mathcal{L} \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{e}_e(t) \\ \dot{\mathbf{f}}(t) \end{array} \right\} \|_{\infty} = \| [s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_e - \mathbf{L}_e \mathbf{C}_e)]^{-1} \mathbf{N}_e \|_{\infty} \leq \gamma \quad \forall q > q^* \in \mathbb{R}^+ \quad (3.31)$$

und damit tendenziell zur Entkopplung des Beobachtungsfehlers  $\mathbf{e}_e(t)$  (3.26) von der Inhomogenität  $\dot{\mathbf{f}}(t)$ , indem die Rückführmatrix

$$\mathbf{L}_e = \mathbf{P}\mathbf{C}_e^\top \mathbf{R}^{-1} \quad (3.32a)$$

unter Verwendung der positiv-definiten symmetrischen Lösung  $\mathbf{P}$  der Matrix-RICCATI-Gleichung (3.8c)

$$\mathbf{A}_e \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_e^\top + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{C}_e^\top \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}_e \mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (3.32b)$$

für das erweiterte Zustandsraummodell (3.19), (3.24) mit den Gewichtungsmatrizen

$$\mathbf{Q} = \mathbf{I}_{n+r_2} + q^2 \mathbf{N}_e \mathbf{N}_e^\top, \quad \mathbf{R} = r \mathbf{I}_m, \quad r \in \mathbb{R}^+ \quad (3.32c)$$

berechnet wird [Kra06]. Eine vollständige Entkopplung erfordert  $q \rightarrow \infty$ . Durch die Umsetzung der LTR-Methode mittels LQR-Entwurf (3.32) wird außerdem die Stabilität des PIO für alle Parameter  $q \in \mathbb{R}^+$  sichergestellt. Die skizzierte Vorgehensweise ist nicht zwingend, die LTR-Methode mit Hilfe eines linear-quadratischen Entwurfs umzusetzen stellt nur eine Möglichkeit unter anderen dar [DS79].

Werden sowohl mögliche Messstörungen  $\boldsymbol{\nu}(t)$  und Modellfehler  $\mathbf{E}d(t)$  ( $\mathbf{E}d$  geeigneter Dimension) neben der Störung  $\mathbf{f}(t)$  explizit in die Betrachtung einbezogen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{N}\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \mathbf{E}d(t), \quad (3.33a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\nu}(t) \quad (3.33b)$$

als auch der Zusammenhang  $q \gg 1 \Rightarrow \|\mathbf{L}_v\| \gg \|\mathbf{L}_x\|$  berücksichtigt, dann folgt aus

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_x(t) \\ \dot{\mathbf{e}}_f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{L}_x \mathbf{C} & \mathbf{N} \\ -\mathbf{L}_v \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_f(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_x \boldsymbol{\nu}(t) - \mathbf{E}d(t) \\ \mathbf{L}_v \boldsymbol{\nu}(t) - \dot{\mathbf{f}}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

dass für die Wahl des Parameters  $q$  ein Kompromiss zwischen der Entkopplung des Beobachtungsfehlers vom Störterm  $\dot{\mathbf{f}}$  einerseits und der möglichst geringen Verstärkung von Mess- und Modellfehlern andererseits zu finden ist [Kra06].

Die LTR-Methode zeigt tendenziell den Weg einer High-Gain-Auslegung (große Beträge der Norm  $\|\mathbf{L}_v\|$ ) des PI-Beobachters auf, wenn Störungen  $\mathbf{f}(t)$  entsprechend obiger Modellierung zu berücksichtigen sind. Eine High-Gain-Auslegung des PIO entspricht auch den theoretischen Auslegungsüberlegungen, wie sie unabhängig von der LTR-Methode in [SM93] angestellt werden, obwohl der dort geführte Konvergenzbeweis für den Beobachter nicht aufrechterhalten werden konnte [Mül08]. Auch die in [HS08b] dargestellte, numerische Auslegungsoptimierung resultiert in einer High-Gain-Auslegungen des PIO. Als zu optimierende bzw. minimierende Zielgröße dient ein Beobachtungsfehler in Form eines Gütefunktional. Die Diagonalelemente der  $\mathbf{Q}$ -Wichtungsmatrix



im LQ-Beobachterentwurf gemäß (3.32) fungieren als Designparameter. Ohne die Lösungsmenge womöglich einschränkende Annahmen oder Bedingungen zur Konvergenz des PIO aufzustellen und unter Verwendung von Messdaten, d. h. unter Einbeziehung realer Messabweichungen und Modellungenauigkeiten, zeigen die Ergebnisse des optimierten Beobachters eine starke Übergewichtung des unbekanntes Einganges in der  $\mathbf{Q}$ -Wichtungsmatrix. Qualitativ entsprechen diese Ergebnisse der High-Gain-Auslegung mittels LTR-Methode gemäß (3.31) und (3.32) für vergleichsweise große  $q \gg 1$  und bestätigen somit die oben diskutierten theoretischen Auslegungsüberlegungen zum PIO, siehe auch Kap. 5.5 zu entsprechenden Untersuchungen. Neben der Möglichkeit einer fixen Auslegung des PIO ist in [Liu11] die Idee der numerischen Optimierung aus [HS08b] aufgegriffen und erweitert worden, um eine dynamische Auslegung des PIO zeitparallel zum Beobachtungsvorgang in Echtzeit vorzunehmen. Ziel ist die kontinuierliche Adaption des PIO an die spezielle, durch Störgrößendynamik, Messrauschen und Modellfehler gekennzeichnete Situation.

Die bisherigen Betrachtungen gehen davon aus, dass Positions- bzw. Verschiebungssignale als Messgrößen und somit als Eingangsgrößen des PIO zu Verfügung stehen. Möglichkeiten zur Nutzung von Geschwindigkeits- und Beschleunigungssignalen sind in [Kir10] untersucht worden. Als Ergebnis wird festgestellt, dass die alleinige Verwendung von Geschwindigkeits- und/oder Beschleunigungssignalen als Systemausgänge keine Beobachtung des jeweiligen Systems erlaubt. Noch offen ist, ob die Kombination von Verschiebungssignalen mit Geschwindigkeits- und/oder Beschleunigungssignalen Vorteile, z. B. in der Beobachtung hochfrequenter Vorgänge, bietet.

### 3.2.3 Konvergenzbetrachtungen zum PI-Beobachter

Das Störgrößenmodell (3.24) des PI-Beobachters ist nur im Fall konstanter Störungen korrekt. Andernfalls ist eine Konvergenz der Rekonstruktionen gegen die beobachteten Größen

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [\mathbf{e}_x^\top(t) \quad \mathbf{e}_f^\top(t)]^\top = \mathbf{0} \quad (3.35)$$

aufgrund der durch die Rückführmatrizen  $\mathbf{L}_x, \mathbf{L}_v$  in (3.26) nicht unmittelbar beeinflussbaren Inhomogenität  $\dot{\mathbf{f}}$  nicht generell erreichbar, kann aber durch eine geeignete Beobachterausslegung nach (3.31) angestrebt werden.

Das Konvergenzverhalten des PIO ist in mehreren Publikationen [Kir10, MB00, Mül08, SM93, SYM95] untersucht worden. Speziell wurde  $\mathbf{CN} = \mathbf{0}$  als Konvergenzbedingung in Kombination mit hohen Beobacherverstärkungen in [SM93] betrachtet, schließlich

jedoch in [Kir10, Mül08] als nicht ausreichend erachtet und stattdessen in [Mül08] die erweiterte Bedingung  $\mathbf{C}\mathbf{A}^{k-2}\mathbf{N} = \mathbf{0}$ ,  $k = 2, \dots, n$  diskutiert. Des Weiteren zeigt [MB00] eine Abschätzung des Konvergenzfehlers  $\mathbf{e}_e(t)$  für den asymptotisch stabilen PIO mit hohen Verstärkungen  $\mathbf{L}_x \sim a\mathbf{L}_{x,0}$ ,  $\mathbf{L}_v \sim a\mathbf{L}_{v,0}$ ,  $a \rightarrow \infty$  unter der Bedingung

$$\left\| e^{(\mathbf{A}_e - \mathbf{L}_e \mathbf{C}_e)t} \right\| \leq c e^{-bt} \wedge \left\| \dot{\mathbf{f}}(t) \right\| \leq g, \quad \{c, b, g\} \in \mathbb{R}^{>0} \quad (3.36)$$

durch die Grenzen

$$\left\| \mathbf{e}_e(t) \right\| \leq c e^{-bt} \left\| \mathbf{e}_{e,0} \right\| + \frac{c}{b} (1 - e^{-bt}) \left\| \dot{\mathbf{f}}(t) \right\| \quad \text{und} \quad \left\| \mathbf{e}_f(t) \right\| \leq \frac{c}{b} g \quad \text{für } t \rightarrow \infty, \quad (3.37)$$

wobei  $c \sim b^{\nu-1}$  gilt, mit  $\nu$  als Beobachtbarkeitsindex des erweiterten Zustandsraummodells. Eine weitere Fehlerabschätzung gibt [MB00] für den Fall an, dass die Beobachterverstärkungsmatrix

$$\mathbf{L}_e = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{C}_e^\top \quad (3.38)$$

als Lösung der LYAPUNOV-Matrizengleichung

$$(\mathbf{A}_e + b\mathbf{I})^\top \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A}_e + b\mathbf{I}) = 2\mathbf{C}_e^\top \mathbf{C}_e \quad (3.39)$$

und  $b$  so groß gewählt wird, dass  $-(\mathbf{A}_e + b\mathbf{I})$  asymptotisch stabil ist. Genau dann gelte außerdem die Fehlerschranke

$$\left\| \mathbf{e}_e \right\| \leq \frac{1}{b} \frac{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})} g \quad (3.40)$$

mit  $\lambda_i, i = 1, \dots, n + r_2$  als Eigenwerte der Beobachtersystemmatrix  $\mathbf{A}_e - \mathbf{L}_e \mathbf{C}_e$ .

Weitere Untersuchungen zum Konvergenzverhalten bzw. zum Beobachtungsfehler zeigt [Kir10]. Demnach ist speziell für den Fall einer Einschränkung der Störsignalklasse auf Polynome vom Grad  $z - 1$ , sodass  $\mathbf{f}^{(z)}(t) = \mathbf{0}$ , einer erweiterten Systemmatrix  $\mathbf{A}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{N} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V} \end{bmatrix}$  gemäß (3.19) mit  $\mathbf{H} = \mathbf{I}$  und asymptotisch stabiler Beobachtermatrix  $\mathbf{A}_e - \mathbf{L}_e \mathbf{C}_e$  der erweiterte Zustandsvektor

$$\hat{\mathbf{x}}_e(t) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}^\top(t) & \hat{\mathbf{v}}^\top(t) \end{bmatrix}^\top \quad (3.41)$$

des PIO im Grenzfall durch

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left( \hat{\mathbf{x}}_e(t) - \left( \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^z \left( (\mathbf{A}_e - \mathbf{L}_e \mathbf{C}_e)^{-1} \right)^i \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{f}^{(i-1)}(t) \right) \right) = \mathbf{0} \quad (3.42)$$

beschrieben. Damit ergibt sich bei weiterer Einschränkung auf zeitlich konstante Störungen  $\mathbf{f}(t) = \mathbf{k}$  der Beobachtungsfehler zu

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_e(t) = (\mathbf{A}_e - \mathbf{L}_e \mathbf{C}_e)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} \mathbf{k}. \quad (3.43)$$

Wogegen mit der offensichtlich geeigneteren Wahl  $\mathbf{V} = \mathbf{0}$  bzw. dem Störgrößenmodell (3.24) die beobachteten Zustände wie zu erwarten erfolgreich rekonstruiert werden, sodass [Kir10]

$$\hat{\mathbf{x}}_e(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} - (\text{exponentiell gegen 0 konvergierende Terme für } t \rightarrow \infty). \quad (3.44)$$

### 3.2.4 PIO-Erprobung: Literaturreferenzen

**Simulationsstudien** zeigen verschiedenste Einsatzmöglichkeiten des PI-Beobachters, die sich grob in die Kategorien Mess-, Diagnose- und Regelungsanwendungen einordnen lassen. So die Arbeit [SBM93] zur Verwendung des PIO als Diagnosewerkzeug, in dieser wurde ein Riss in einer drehenden Welle an einer als bekannt vorausgesetzten Position anhand einer rekonstruierten virtuellen Risskraft detektiert und in Form einer veränderten Wellennachgiebigkeit analysiert. In [Mül90, Mül95] ist der PIO als Nichtlinearitätenbeobachter und mit dem Ziel der Roboterpositionsregelung unter Anwendung des Prinzips der Störgrößenkompensation durch -aufschaltung eingesetzt worden. Als einfache Prinzipbeispiele dienen Simulationen eingelenkiger Roboterarme, die den vorteilhaften Einsatz des PIO im Fall gestörter Systeme und/oder nicht berücksichtigter Systemeigenschaften demonstrieren. Eine ähnliche Nutzung des PIO im vergleichsweise komplexen Fall eines längenvariablen, elastischen Roboterarms mit nichtlinearer Dynamik zeigt [Söf96]. Den Gebrauch des PIO als virtuelles Messinstrument untersuchen [Kir10, Söf99]. Als virtuelles Messinstrument der Rad-Schiene-Kontaktkraft dient der PIO in dieser Anwendungsform der Ermittlung solcher Größen, die einer unmittelbaren Messung mit in der breiten Anwendungspraxis vertretbarem (Kosten-)Aufwand nicht zugänglich sind. Im konkreten Fall sind die schlupfabhängigen Hafteigenschaften im Zusammenspiel von Rad und Schiene bzw. die rekonstruierten nichtlinearen Kontaktkräfte für die in der Publikation behandelte Schlupfregelung erforderlich.

Auch über **experimentelle Anwendungen** des PIO wird in mehreren Arbeiten berichtet. Darunter stellen Diagnoseaufgaben, analog zur den Simulationsstudien, einen der Anwendungsaspekte dar. So zeigen [HKS06, Kra06] Kontaktkraftrekonstruktionen am Biegebalken und einer allseitig eingespannten, quadratischen Metallplatte. Eine Kontaktlokalisierung am Biegebalken mittels PI-Beobachterbank untersucht [Kra06]. Einen anderen Weg zur Lokalisierung von Kontaktkräften und Strukturveränderungen/-schäden zeigt [HS08b]. Unter Einsatz eines Optimierungsalgorithmus für die  $\mathbf{N}$ -Eingangsmatrix (3.16a) der unbekanntenen Eingänge und in Verbindung mit der Rekonstruktion einer virtuellen Massenträgheitskraft durch den PIO, ist die Position einer Zusatzmasse auf einem Biegebalken lokalisiert worden. In [HS09] wurde mit der gleichen Vorgehensweise auch ein Sägeschnitt in einem Kragbalken lokalisiert. Dafür ist

die schnittbedingte Strukturschwächung durch ein virtuelles Drehmoment modelliert und durch den PIO, als eine (von extern wirkende) Störung eines ungeschädigten Nominalmodells, rekonstruiert worden. Als weiteres Beispiel einer Diagnoseanwendung zeigt [Kir10] eine Nichtlinearitätenschätzung. Hierbei wurde der Masseinfluss einer auf einem Biegebalken befestigten Zusatzmasse für einen bekannten Befestigungspunkt rekonstruiert und die Masse unter zusätzlicher Anwendung von Signalfilterung und Mittelwertbildung näherungsweise quantifiziert.

Einen weiteren praktischen Anwendungsaspekt des PIO stellen Regelungsaufgaben dar. Der PIO ist als Bestandteil von Regelungskonzepten z. B. zur robusten und linearen Positionsregelung eines zweigliedrigen Versuchsroboters durch Nichtlinearitätenschätzung und -kompensation im Sinne einer Störgrößenaufschaltung [Mül00], außerdem als Teil einer linear-quadratischen Regelung zur aktiven Schwingungsdämpfung einer Metallplatte [Kra06, SKH06] experimentell erprobt worden. Im letzteren Fall hatte der PIO neben der Rekonstruktion von Systemzuständen die Aufgabe, Fehler in der linearen Modellierung der Blei-Zirkonat-Titanat-(PZT-)Piezoaktorik in Form eines unbekannt Systemeingangs zu rekonstruieren, um nichtlineare Effekte in der linearen Regelung des realen Systems ggf. wiederum durch Signalaufschaltung kompensieren zu können.

Die zuvor aufgeführten experimentellen Erprobungen stehen beispielhaft für Anwendungen des PIO im Kontext elastomechanisch-kontinuierlicher Strukturen (Kap. 2.1). Deren Modellierung führt typischerweise zu einer gegenüber Mehrkörpersystemen großen Zahl an Modellfreiheitsgraden und zeigt im Ergebnis zunehmende Modellabweichungen zu höheren Moden hin. Oftmals ist im Fall von Regelungsanwendungen keine Kollokation von Sensorik und Aktorik gegeben, sodass zur Reglersynthese u. a. Phasendifferenzen zwischen den, den Sensor- und Aktorpositionen zugehörigen, Strukturfreiheitsgraden Berücksichtigung finden müssen. Dagegen zeigt [Liu11] eine experimentelle Anwendung des PIO zur Regelung eines nichtlinearen Mehrkörpersystems (diskontinuierliche Struktur, siehe Kap. 2.1). Dafür wurde der PIO mit der Methode der *exakten Eingangs-Ausgangs-Linearisierung* kombiniert und diente zur Rekonstruktion von (transformierten) Systemzuständen sowie von Streckenstörungen und/oder Fehlern in der nichtlinearen Streckenbeschreibung. Dies erlaubt eine Streckenregelung durch eine Kombination aus linearer Zustandsrückführung und Störgrößenaufschaltung, die an einem hydraulischen Differenzialzylinder zur horizontalen Bewegung eines mit zusätzlichen (Stör-)Kräften beaufschlagten Lastschlittens erprobt worden ist.

Je nach Sichtweise, Interpretation und Einsatzzweck des PI-Beobachters ist in den vorstehend referenzierten Beiträgen vom PIO als einem virtuellen Messinstrument/Sensor, Nichtlinearitätenbeobachter, Diagnosewerkzeug oder einem Beobachter zur Rekonstruktion unbekannter Eingänge, Störungen oder Modellfehler die Rede. Es handelt sich aber stets um den gleichen Beobachter identischer Struktur.

## 4 Diagnose und Regelung elastomechanischer Strukturen

Nach einer allgemein gehaltenen Einführung in das Thema *Fehlerdiagnose* werden Einsatzmöglichkeiten des PI-Beobachters für Diagnoseaufgaben betrachtet. Es folgt eine Einführung der speziell in der vorliegenden Arbeit experimentell untersuchten Methoden zur PIO-basierten Schadendetektion und -lokalisierung an elastomechanischen Strukturen. Als Referenzmethode für die PIO-basierte Vorgehensweise wird eine Anwendung des Model-Updating für Diagnoseaufgaben dargestellt. Das Kapitel schließt mit Ausführungen zur aktiven Strukturdämpfung durch synthetische Zustandsrückführung und Störgrößenaufschaltung als einem weiteren Anwendungsgebiet des PIO.

### 4.1 Fehlerdiagnose: Begriffe, Klassifizierung, Methoden, Abläufe

Zuverlässigkeit, Verfügbarkeit, Instandhaltbarkeit und Sicherheit (Reliability, Availability, Maintainability, Safety, RAMS) [DIN50126] sind wesentliche Qualitätsmerkmale technischer Systeme und Anlagen, siehe z. B. [Bir10, Dhi05, VSK10]. Dabei ist der Begriff der Zuverlässigkeit in Normenwerken nicht einheitlich definiert. Er wird sowohl als „[...] Gattungsbegriff für die zeitbezogenen Qualitätsmerkmale [...]“ [DIN60050-192] wie Verfügbarkeit, Funktionsfähigkeit, Instandhaltbarkeit u. a. dem englischen Begriff *Dependability* zugeordnet als auch als Einzelmerkmal und Übersetzung des englischen *Reliability*, z. B. in [DIN50126], verwendet. In dieser Arbeit werden die folgenden Begriffsdefinitionen den RAMS-Merkmale zugrunde gelegt, vgl. [DIN60050-192, DIN60050-351, Wor10]:

**System** ist eine Menge miteinander in Beziehung stehender und von ihrer Umgebung als abgegrenzt betrachteter Elemente, die im Zusammenspiel eine Funktion erfüllen.

**Elastomechanische Struktur** ist ein in seiner Dynamik durch sein elastomechanisches Verhalten charakterisiertes System.

**Zuverlässigkeit** (Reliability) wird in dieser Arbeit bedeutungsgleich zur Definition der **Funktionsfähigkeit** nach [DIN60050-192] als Fähigkeit verstanden, „[...] unter gegebenen Bedingungen und für ein gegebenes Zeitintervall wie gefordert ohne Ausfall zu funktionieren“ [DIN60050-192].

**Verfügbarkeit** (Availability) ist die „Fähigkeit, in einem wie geforderten funktionsfähigen Zustand zu sein“ [DIN60050-192].

**Instandhaltbarkeit** (Maintainability) ist die „Fähigkeit, unter gegebenen Anwendungs- und Instandhaltungsbedingungen in einem wie geforderten funktionsfähigen Zustand erhalten bzw. in ihn zurückversetzt werden zu können“ [DIN60050-192].

**Sicherheit** (Safety) ist die „Freiheit von unvertretbarem Risiko eines von den betrachteten sicherheitsrelevanten Systemen ausgehenden außerhalb derselben auftretenden Schadens“ [DIN60050-351].

**Defekte** (Defect) sind in einer Struktur materialinhärent und statistisch verteilt. In einem technischen System bedeutet ein Defekt die eingeschränkte oder ausgefallene Funktion eines einzelnen Bauteils, einer Komponente oder eines Sub-Systems.

Ein Defekt hat (noch) keine Auswirkung auf die (globale) Gesamtfunktion von Struktur oder System, das (E/A-)Verhalten ist (noch) nicht negativ beeinflusst, Struktur oder System können entsprechend Design und konstruktiver Auslegung genutzt werden. Im Fall eines technischen Systems kann eine solche Situation z. B. dann eintreten, wenn die vom Defekt betroffene (lokale) Funktionalität (temporär) nicht abgerufen wird.

Durch Akkumulation von Strukturdefekten bzw. Aktivierung von Systemdefekten durch Funktionsaktivierung kann ein Defekt zu einem Strukturschaden bzw. einem Systemfehler führen.

**Fehler** (Fault) oder Systemfehler liegt vor, wenn die durch Design und Konstruktion vorgesehene Funktion oder Leistung eingeschränkt, das System aber noch (sub-optimal) nutzbar ist. Ein sich fortpflanzender Fehler kann zu einem Systemausfall führen.

**Schaden** (Damage) oder Strukturschaden meint speziell einen Fehler in einer elastomechanischen Struktur. Ein sich ausbreitender Schaden kann zu einem Strukturversagen führen.

**Ausfall** (Failure) oder Systemausfall bedeutet den Verlust der vorgesehenen (globalen) Funktion oder Leistung eines Systems.

**Versagen** (Failure) oder Strukturversagen meint speziell den Verlust der vorgesehenen (globalen) Funktion einer elastomechanischen Struktur.

Es bestehen teilweise Abhängigkeiten zwischen den RAMS-Merkmalen. So hat beispielsweise die Instandhaltbarkeit Einfluss auf die Zuverlässigkeit und diese wiederum auf die Verfügbarkeit einer Einheit. Ebenso können Maßnahmen, die der Sicherheit dienen, z. B. Tests, die Verfügbarkeit einschränken.

Für Design, Konstruktion, Fertigung und Betrieb finden die RAMS-Merkmale insbesondere dann Beachtung, wenn es um die Vermeidung oder mindestens die Reduzierung von Risiken für Mensch und Umwelt sowie von ökonomischen Risiken (Investitionsschutz) geht. Zudem sind die zu erwartende Zuverlässigkeit und Instandhaltbarkeit als Treiber indirekter Kosten wesentliche Aspekte bei der Betrachtung der Gesamtbetriebskosten (Total-Cost-of-Ownership, TCO) einer möglichen Investition. Diese Kosten bzw. das TCO-Konzept nehmen einen hohen Stellenwert in Vergabeentscheidungen großer deutscher Industrieunternehmen ein [Krä07], sodass u. U. eine spezielle Investition gar nicht getätigt oder evtl. ein alternatives System/Produkt, womöglich eines anderen Herstellers, bevorzugt wird, wenn die Zahlen nicht überzeugen.

Die durch RAMS beschriebenen Merkmale gewinnen außerdem sowohl aufgrund eines Trends hin zu höherer Komplexität technischer Systeme wie etwa in der Automation industrieller Anlagen [SCD00], im Automotive-Bereich durch eine zunehmende Zahl an Assistenz- und X-by-Wire-Systemen, siehe z. B. [ISS01], oder in Zusammenhang mit der Entwicklung autonomer Systeme, siehe z. B. [Gam12], beispielsweise in Form von Drohnen, Fahrzeugen, siehe z. B. [MGLW15], und Robotern als auch aufgrund eines Trends hin zu integrierter Automation in der industriellen Produktion [SCD00] zunehmend an Bedeutung. So sind die mit dem Ziel einer höheren Systemperformance komplexer werdenden Regelalgorithmen oft auf mehr Mess- und Stellglieder, mehr elektronische Hardware, mehr Software, mehr Datenkommunikation, mehr Konfiguration, mehr Subsysteme mit eigenen dezentralen Regelungen u. a. m. angewiesen, wodurch die Anzahl an möglichen Fehlerquellen steigt. Zu gesteigerter Komplexität führt auch das Zusammenführen von Prozessregelung mit Tools zur Unterstützung von Instandhaltungsmanagement und Produktionsorganisation (Balance zwischen Kosten, Qualität,

Zeitaufwand und Flexibilität) in der integrierten Automation [SCD00]. Eine solche Integration bedeutet eine Abkehr von reinen Prozessregelungs- hin zu Prozessmanagementsystemen. Für Letztere dienen Fehlerdiagnoseprozesse zum einen der Signalvalidierung von Zustands- und Regelgrößen, um unmittelbar Sicherheit, Zuverlässigkeit und (damit auch) die gewünschte Produktqualität zu gewährleisten, zum anderen der Fehlerinformation des integrierten zustandsabhängigen oder zuverlässigkeitsorientierten Instandhaltungsmanagements. Dies trägt wiederum zur Sicherheit und Zuverlässigkeit der Produktion bei.

Ohne zusätzliche Maßnahmen zur Fehlerreduzierung sinkt mit zunehmender Komplexität eines Gesamtsystems seine Zuverlässigkeit und evtl. auch seine Sicherheit. Um dem zu begegnen sind Analysen und Maßnahmen auf verschiedenen Ebenen erforderlich. Am Anfang steht die Aufgabe, schon in Design und Auslegung von Systemen und Anlagen Betrachtungen der Komponenten- und strukturellen Zuverlässigkeit einfließen zu lassen, bevor dann für den Betrieb ggf. zusätzliche Überwachungs- und Sicherheitsmaßnahmen auf höherer Ebene zum Einsatz gebracht werden (müssen). Es stehen zahlreiche produkt- und branchenspezifische Methoden zur Analyse der Zuverlässigkeit und Sicherheit von Systemen und Anlagen zur Verfügung. Dazu gehören u. a. *Zuverlässigkeitsanalyse mit Zuverlässigkeitskennzahlen* (Reliability-Analysis), *Fehlerbaumanalyse* (Fault-Tree-Analysis, FTA) [DIN25424-1, DIN25424-2, DIN61025], *Ereignisbaumanalyse* (Event-Tree-Analysis, ETA) [DIN62502], *Fehlzustandsart- und Fehlzustandsauswirkungsanalyse* (Failure-Mode-and-Effects-Analysis, FMEA) [DIN60812], *Gefährdungsanalyse* (Hazard-Analysis, HA) und *Risikoklassifikation* (Risk-Classification). Für Details siehe auch [Bir10, Dhi05, DIN61508, Ise06, VSK10].

Eine mögliche Integration einiger dieser Methoden in einen Entwurfsprozess zeigt Bild 4.1 [Ise08, ISS01]. Das Schema stellt einen Prozess zur Fehlerfindung, -vermeidung und -entfernung in der Design- und Testphase eines Systems dar, mit dem Ziel, ein möglichst zuverlässiges und sicheres Design zu schaffen. Hier steht die (induktive) FMEA am Anfang, um ausgehend von Fehlern und Ausfällen auf Komponentenebene Effekte auf das übrige System zu analysieren und mögliche Systemausfallarten zu identifizieren. Aus diesen Ausfallarten werden solche die sicherheitskritisch sind mittels einer Gefährdungsanalyse extrahiert. Die anschließende (deduktive) Zuverlässigkeits- und Sicherheits-FTA nutzen die identifizierten Ausfallarten des Gesamtsystems, um deren Ursachen als ein Zusammenspiel auf Komponentenebene durch logische Verknüpfungen darzustellen. Diese Kombination aus induktiven und deduktiven Verfahren dient der Vollständigkeit der Systemanalyse sowie der gegenseitigen Absicherung der Methodenergebnisse. Anhand der auf diese Weise im Detail erkannten Ausfallmechanismen kann das Systemdesign hin zu mehr Zuverlässigkeit und Sicherheit (auf unteren Ebenen) optimiert werden. So können beispielsweise durch Zuverlässigkeitsanalysen auf Komponentenebene solche mit hohen *Mean-Time-to-Failure*-(MTTF-)Werten (eher Serien-



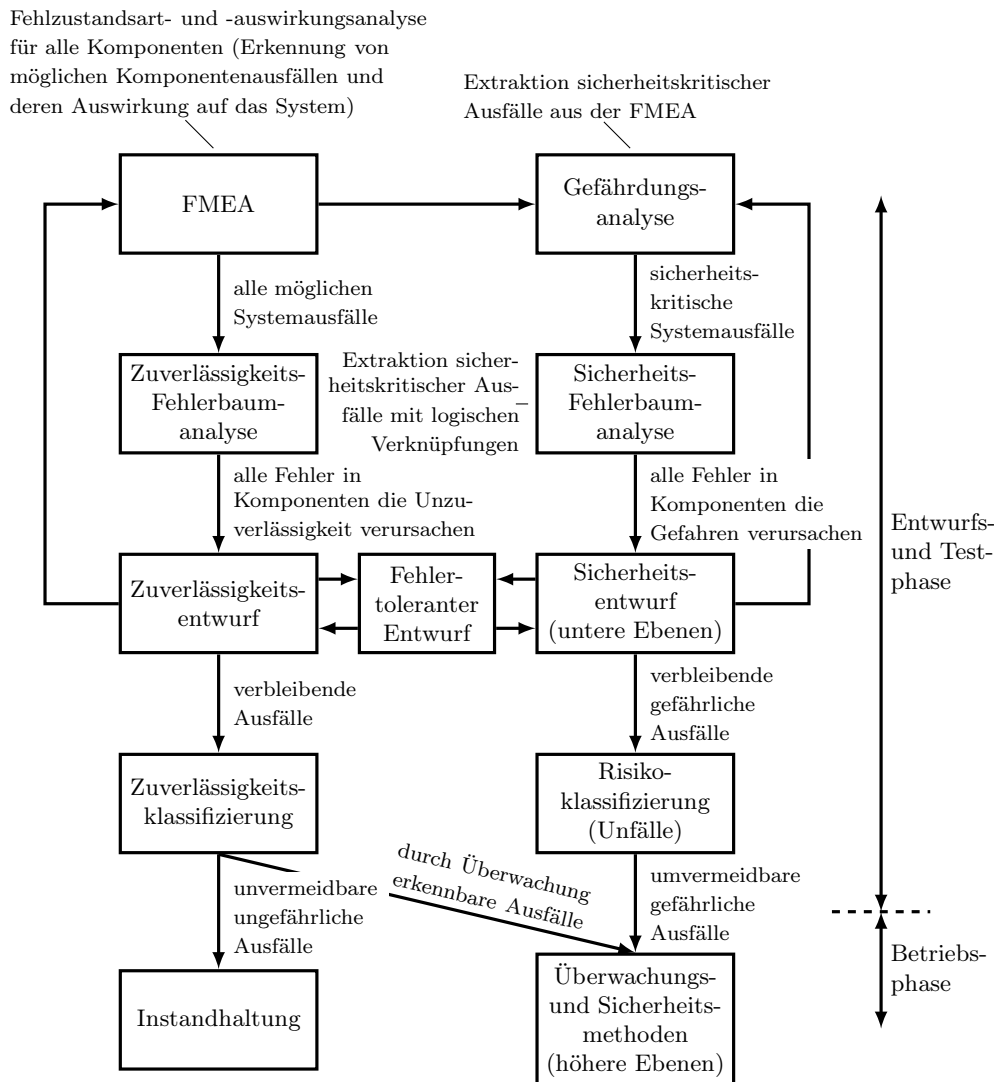


Bild 4.1: Integrierte Entwurfsmethoden zur Auslegung zuverlässiger und sicherer Systeme [Ise08,ISS01]

als Custom-made-Komponenten) ausgewählt und wo möglich durch eine *Fail-safe*-Konstruktionsmethodik („Sicher bei Ausfall“) die Auswirkungen möglicher Systemausfälle sicherheitsunkritisch gehalten werden.

Systemausfälle, die durch Komponentenauswahl und fehleroptimiertes Design der Systemstruktur während des Betriebs nicht grundsätzlich oder nicht mit vertretbarem

wirtschaftlichen Aufwand vermeidbar sind, können u. U. auf höherer Ebene mit Zusatzaufwand in Form fehlertoleranter Designs und fehlertoleranter Regelungen (Fault-Tolerant-Control, FTC), siehe z. B. [PC99], verhindert werden. Die dafür notwendige Überwachungsebene muss Fehlerdiagnosefähigkeiten aufweisen, um mögliche Fehler zu detektieren und zu lokalisieren bzw. betroffene Komponenten zu identifizieren, siehe z. B. [Din08, Ise06, PFC00b]. Im Anschluss folgt ggf. eine Änderung des Betriebszustands oder eine parametrische und/oder strukturelle (Regler-)Adaption an die Fehlersituation zur Minimierung der Fehlerauswirkungen, siehe z. B. [BKLS06, Din14, NCPT09]. Alternativ erfolgt eine Fehlerumgehung durch einen strukturell wirkenden Rekonfigurationsmechanismus mittels analytischer Ersatzfunktionalität oder physikalischer Reservekomponenten (Redundanz), die anstelle der fehlerhaften Komponente wirksam werden. Fehler, die auch auf diesem Weg nicht abfangbar sind und unweigerlich zu einem Systemausfall führen, können evtl. durch Implementierung eines *Limp-Home-Mode* (Notlauf-Modus) auf einem sicherheitsunkritischen Niveau gehalten werden. Im Fehlerfall gewährleistet der Notlauf eine Minimalfunktionalität, die vor dem Komplettausfall des Systems das Erreichen eines sicheren Zustands ermöglicht, z. B. indem per *Uninterruptible-Power-Supply* (UPS) ein Stromausfall kurzzeitig kompensiert wird.

### Klassifizierung einer Fehlerdiagnose

Fehler stellen also einen wesentlichen Aspekt der RAMS-Merkmale eines technischen Systems dar und sind zentraler Gegenstand fehlertoleranter Designs und fehlertoleranter Regelungen, die zur Verbesserung der RAMS-Merkmale beitragen sollen. Die dafür oder allgemein für eine Systemüberwachung notwendigen Fehler-/Schadendiagnosemethoden werden in dieser Arbeit mit Blick auf ihre Ergebnisse und in Anlehnung an die in [Ryt93] eingeführten vier hierarchisch aufeinander aufbauenden Level klassifiziert:

**Level 1 – Detektion/Erkennung:** Qualitative Indikation für das Vorliegen eines Fehlers/Schadens

**Level 2 – Lokalisierung/Isolierung:** Ortung des Strukturschadens bzw. Identifizierung des Systemfehlers

**Level 3 – Beurteilung:** Größe des Schadens bzw. Schwere des Systemfehlers

**Level 4 – Konsequenz:** Information zur aktuellen Sicherheit der Struktur/des Systems

Diese Klassifizierungen wurden ursprünglich in Zusammenhang mit Schäden an Ingenieurbauwerken eingeführt [Ryt93], können aber problemlos auf Diagnosen anderer elastomechanischer Strukturen und mechatronischer Systeme übertragen werden.

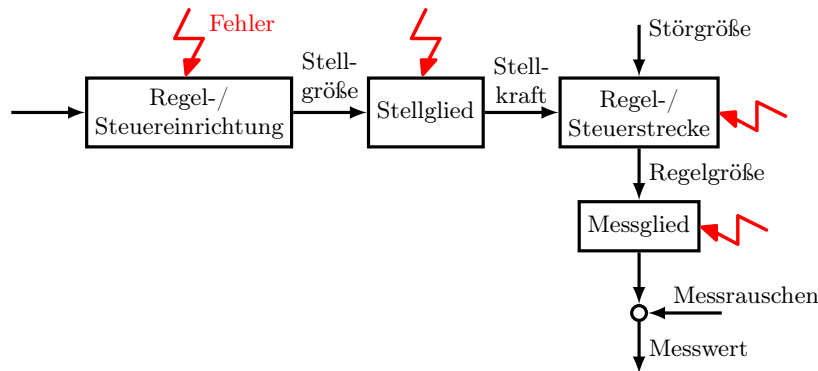


Bild 4.2: Mögliche Fehlerstellen eines Regelkreises oder einer Steuerung

### Abgrenzung der Systemfehler

Mögliche Fehlerstellen eines Regelkreises bzw. einer Steuerung in einer offenen Wirkungskette zeigt Bild 4.2. Das schließt den Fall einer unregelmäßig und -gesteuerten Struktur, die lediglich sensorisch überwacht wird, als Sonderfall mit ein. Fehler können in sämtlichen Komponenten eines Systems auftreten, bereits im Systemdesign angelegt oder in Konfiguration und Kommunikation begründet sein. Ihnen liegen für elektronische Hardware, Software und mechanische Komponenten unterschiedliche Fehlermechanismen zugrunde, die jeweils typische Fehlercharakteristika in Form (systematisch, zufällig), Zeitverhalten (dauernd, transient, periodisch, zufällig, rausch-, driftförmig) und Ausprägung (lokal, global) verursachen [Ise08]. Speziell für die im Weiteren vorwiegend betrachteten elastomechanischen Strukturen können Überlastung, Ermüdung, Abnutzung und Korrosion als Fehlermechanismen wirksam werden, was typischerweise zu systematischen und dauernden (Bruch, Fließen) oder periodischen (Rissatmung) oder driftförmigen (Abnutzung, Korrosion) Fehlerausprägungen führt, in Abhängigkeit von der jeweiligen Fehlergröße mit lokal begrenztem oder globalem Einfluss auf die Struktur [Ise08].

Von (System-)Fehlern im engeren Sinne sind Messrauschen und Störgrößen zu unterscheiden. Beides kann ebenfalls zu unerwünschtem Systemverhalten führen, das aber eben nicht fehlermotiviert ist. So haben Störungen ihren Ursprung außerhalb der betrachteten Systemgrenzen und wirken über diese hinweg in das System hinein, siehe auch Kap. 3.1 zur Definition und Kap. 4.4 zur Störgrößenkompensation. Gestörte Systeme erfordern robuste Regelungsmethoden, die ohne Fehlerdiagnosekapazität und folglich ohne fehlerspezifische Systemrekonfigurationsmechanismen nur begrenzt auch zum Aufbau von (passiv) fehlertoleranten Systemen eingesetzt werden können, siehe auch [Pat99]. Für Fehlerdiagnosen ist außerdem relevant, dass Störungen Fehler mas-

kieren und dadurch unkenntlich machen können oder umgekehrt vermeintliche Fehler im System vortäuschen können, siehe auch Kap. 5.4.3 und 5.4.4 zu entsprechenden Effekten im Versuch. Im Fall geregelter Systeme ist zudem in Abhängigkeit von der eingesetzten Regelungs- und Fehlerdiagnosemethoden nicht nur ein Einfluss der Regelung auf die Robustheit der Fehlerdiagnose zu erwarten, sondern es besteht eine gegenseitige Beeinflussung, wenn (robuster) Reglerentwurf und Fehlerdiagnosedesign in einem kombinierten Prozess, etwa mittels  $H_\infty$ -Optimierung, gemeinsam entworfen werden [Pat99].

Das Zustandsraummodell (3.33)

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{N}\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t) , \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\nu}(t)\end{aligned}$$

soll an dieser Stelle beispielhaft ein fehlerbehaftetes reales System mit zu diagnostizierenden Fehlern  $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t)$  abbilden. In den durch  $\mathbf{E}$  beschriebenen Eingängen wirken außerdem Modellfehler und Störeinflüsse gemeinsam als Eingangssignal  $\mathbf{d}(t)$  ( $\mathbf{E}\mathbf{d}$  geeigneter Dimension). Messrauschen ist als spezielle Störung  $\boldsymbol{\nu}(t)$  in der Ausgabegleichung berücksichtigt. Das Zustandsraummodell verdeutlicht die mögliche Wirkungsgleichheit verschiedener Eingänge bzw. verschiedener Ursachen auf das bekannte (gemessene) Systemverhalten  $\mathbf{y}(t)$  in Abhängigkeit von den Eingangssignalen und ihrer Eingangsmatrizen. Gleichzeitig erfordert eine Fehlerdiagnose die möglichst genaue Unterscheidung zwischen den verschiedenen Eingangsgrößen auf Grundlage eben dieser Ausgangsgröße  $\mathbf{y}(t)$ . Einerseits müssen Fehler zuverlässig und möglichst frühzeitig erkannt, andererseits Fehlalarme vermieden werden. Insgesamt ist die Robustheit modellbasierter Fehlerdiagnosen gegenüber Modellunsicherheiten und Störungen nach wie vor Gegenstand aktueller Forschung [FPF<sup>+</sup>11, FKB13, Soh07, ZS18]. Analoge Schwierigkeiten bestehen im Fall einer fehlertoleranten Regelung eines solchen Systems. So setzt beispielsweise der naheliegende Einsatz von Methoden zur Störgrößenentkopplung im Zeitbereich üblicherweise die Kenntnis der durch die  $\mathbf{N}$ -Matrix zu beschreibenden Fehlerorte voraus [Mül95, Pat99], was eine wesentliche Hürde darstellen kann und ggf. vorab eine Fehlerdiagnose erfordert.

### Fehlerdiagnose als Bestandteil umfassenderer Konzepte

Die Aufgabe der Fehlerdiagnose stellt sich oftmals in Zusammenhang mit Konzepten wie *Structural-Health-Monitoring* (SHM), *Condition-Monitoring* (CM), *Nondestructive-Testing* (NDT), *Fault-Detection-and-Isolation* (FDI), *Statistical-Process-Control* (SPC), *Damage-Prognosis* (DP) oder *Safety-and-Reliability-Control-Engineering* (SRCE), siehe [FW13, Wol08]. Diese Konzepte können ihren typischen Anwendungsbereichen nach wie folgt zugeordnet werden, vgl. auch [FW13].

Während SHM vorwiegend im Bereich Luft- und Raumfahrt sowie für Strukturen in Bauwesen und Maschinenbau Anwendung findet, wird das analoge Konzept für Maschinen- und Antriebstechnik unter der Bezeichnung CM geführt. Beide Konzepte dienen der Überwachung von Strukturen und Systemen auf Basis von fehlersensitiven Messsignalen und erlauben in Form einer betriebsbegleitenden Online-Überwachung auch einen Dauereinsatz.

Das SHM beruht in der Regel auf der Voraussetzung, dass die zu detektierenden Fehler Veränderungen in den Masse-, Steifigkeits- oder energiedissipativen Eigenschaften des betrachteten Systems bzw. der Struktur verursachen, die wiederum Veränderungen im messbaren dynamischen Strukturverhalten bedingen. Folglich sind dann andersherum Fehler unter geeigneten Voraussetzungen anhand einer fehlerbedingt veränderten Strukturmechanik diagnostizierbar. Zu diesem Zweck nutzt SHM meist Messdaten in Form von Verschiebungs-, Beschleunigungs- oder Dehnungssignalen, die Auskunft über das dynamische Verhalten der betrachteten Struktur geben. Dabei stehen eher globale (z. B. Eigenformen, Resonanzfrequenzen) als lokale (z. B. Beugung von Wellen an Fehlerstellen) Strukturmerkmale und -eigenschaften im Vordergrund. Einen umfangreichen Überblick über Methoden des SHM geben die Beiträge [DFPS96, SFH<sup>+</sup>04].

*Structural-Health-Monitoring* wird in [FW13] auch als eine Möglichkeit betrachtet die ursprüngliche Designlebensdauer von Maschinen und Anlagen, Gebäuden, Flugzeugen, Brücken, rotierenden Maschinen, Ölplattformen u. Ä. auf sicherem Wege zu überschreiten und so ihren Ersatz, vor allem aus ökonomischen Gründen, hinauszuschieben. Des Weiteren als eine Möglichkeit zur Verringerung des Risikos, das mit dem Einsatz neuer System- oder Anlagentechnik oder neuer Werkstoffe einhergeht, für die noch keine Langzeiterfahrungen vorliegen und deren Alterungs- und Versagensmechanismen womöglich noch nicht vollständig verstanden sind. Außerdem sollen integrierte Fehlerdiagnosen Systeme/Designs mit aufgrund von Kostendruck reduzierter Sicherheitsmarge erlauben, ohne dass daraus erhöhte Risiken für Arbeits-, Verkehrs- oder Betriebssicherheit erwachsen, indem eventuelle Schädigungen ggf. frühzeitig diagnostiziert und so auch die ökonomischen Risiken eines Systemausfalls reduziert werden.

Implementierungen von *Condition-Monitoring*-Konzepten haben vor allem als empirisch/signalverarbeitende Variante eine vergleichsweise hohe Verbreitung in der Industrie, z. B. für Rotating-Equipment-Anwendungen wie u. a. in [Ran04a, Ran04b] dargestellt. So stellen der Anriss einer drehenden Welle oder ein Lagerschaden typische Fehler dar, die mit Hilfe von CM diagnostiziert werden sollen. Neben Strukturschäden können also weitere Fehlerarten für CM-Anwendungen relevant sein. Gegenüber dem SHM kommen daher ggf. andere Vorgehensweisen zur Fehlerdiagnose zum Einsatz, etwa die Orbitanalyse [Kle98] der kinetischen Rotormittelpunktbahnen zwecks Gleitlagerdiagnose. Sowohl lokale (z. B. Überrollfrequenzen von Wälzlager) als auch

globale fehlersensitive Systemmerkmale oder -eigenschaften können dem CM dienen. Maschinengruppenspezifische Anwendungshinweise gibt die Monographie [Kle98].

Demgegenüber dient *Nondestructive-Testing* vorzugsweise der lokalen Offline-Schadendetektion sowie der genauen Schadenanalyse an stationären Anlagen und Equipment. Mit den Methoden können detaillierte Kenntnisse zum Fehlermechanismus, -fortschritt und Versagensverhalten gewonnen werden. Außer für die eigentliche Schadendiagnose sind solche Informationen auch für die Entwicklung von Schadentoleranzkonzepten notwendig, wie sie beispielsweise für Eisenbahnratsatzwellen oder im Flugzeugbau zur Anwendung kommen. Nondestructive-Testing-Methoden nutzen beispielsweise Wirbelströme, Magnetfelder, Ultraschall, aktive Thermografie oder Röntgenstrahlung, um einen Schaden anhand lokaler Wechselwirkungseffekte zu diagnostizieren. Eine umfangreiche Darstellung der Methoden gibt [Shu02].

Vorwiegend im Bereich der Regelung dynamischer und mechatronischer Systeme angesiedelt sind die Konzeptvarianten *Fault-Detection* (FD)/*Fault-Detection-and-Isolation* (FDI)/*Fault-Detection, Isolation and Analysis* (FDIA) [Din08]. Sie zielen auf die Fehlerdiagnose in Sensorik, Aktorik, Regler, Regelstrecke und Kommunikation entsprechender Systeme ab. Fault-Detection-and-Isolation-Einheiten werden auch in Verbindung mit Rekonfigurationsmechanismen eingesetzt, um fehlertolerante Systeme und Regelungen zu realisieren. Einen Überblick zu FDI-basierten Konzepten und möglichen Alternativen für fehlertolerante Regelungen gibt [Pat99], detaillierte Konzepte zeigt [PFC00b]. Im Fall einer Prozessüberwachung, wie sie beispielsweise in chemischen Anlagen stattfindet, nennt sich das entsprechende Überwachungskonzept *Statistical-Process-Control* (SPC) [MM00]. Es ist entsprechend prozess- statt system- oder strukturbasiert und nutzt typischerweise eine Vielzahl unterschiedlicher Sensoren zur Datenerfassung.

Über eine Fehlerdiagnose (Level 1–4) hinaus gehen die Konzepte *Damage-Prognosis* [FL07] und *Safety-and-Reliability-Control-Engineering* [RS96, SR97, Söf00]. Während DP das Ziel einer Restlebensdauerermittlung verfolgt, stellt SRCE eine aktive Strategie dar. Auf Basis einer Berechnung der aktuellen Zuverlässigkeit eines sich in Betrieb befindlichen technischen Systems soll SRCE in die Betriebsparameter eingreifen, um für ein durch Alterung oder Schäden gestresstes System eine definierte Restlebensdauer bis zum Systemausfall mit definierter Ausfallwahrscheinlichkeit zu ermöglichen. Die Ausfallwahrscheinlichkeit stellt hierbei die Regelgröße dar. Das SRCE-Konzept könnte demnach u. a. bei prognostiziertem, bevorstehendem Systemausfall das Erreichen eines sicheren Zustands durch leistungsbeschränkten, suboptimalen Betrieb ermöglichen. Insbesondere für Systeme die nicht *fail-safe* konstruierbar sind, z. B. Flugzeuge, bieten solche Konzepte perspektivisch eine mögliche Option zur Erhöhung ihrer Sicherheit.

Allen zuvor genannten Konzepten ist gemeinsam, dass sie mittels Fehlerdiagnose zu einer Verbesserung der RAMS-Merkmale beitragen, indem sie konkret zu einem oder mehreren der folgenden Aspekte beitragen:

- Instabilitäten, Systemausfall oder Strukturversagen verbunden mit ökonomischen, ökologischen oder Sicherheitsrisiken durch fehlertolerante Systeme, fehlertolerante Regelungen, zustandsabhängige oder zuverlässigkeitsorientierte Instandhaltung oder Außerbetriebsetzung verhindern.
- Verlängerung von Standzeiten und Wartungsintervallen durch zustandsabhängige oder zuverlässigkeitsorientierte Instandhaltung mit dem Ergebnis effizienterer Ressourcennutzung.
- Sicherung von Qualität und Leistung durch Vermeidung nicht spezifikationsgerechter Funktionsweise/Produktion infolge von Systemfehlern.

### Einordnung der modellbasierten Methoden zur Fehlerdiagnose

Die Vorgehensweisen zur Fehlerdiagnose können grob in modellbasierte, wissensbasierte und empirische/signalverarbeitende Methoden kategorisiert werden [PFC00a], Bild 4.3 zeigt ein entsprechendes Schema.

Modellbasierte Methoden mit quantitativen Modellen nutzen deterministische physikalisch motivierte Modelle im Zeit- oder Frequenzbereich, wie sie auch in dieser Arbeit Anwendung finden. Diese Modelle sind z. B. Grundlage für Beobachter, KALMAN-(BUCY-)Filter oder Paritätsgleichungen, die alle eine analytische Redundanz zur vorhandenen realen Hardware bilden [Pat99]. Die damit rekonstruierten/geschätzten Signale dienen in Diagnoseanwendungen einer Residuenberechnung, die Differenzen zu entsprechenden Messungen bzw. Unterschiede im dynamischen Verhalten zwischen realem System und verwendetem Modell darstellt. Vorausgesetzt diese Unterschiede bzw. Residuen sind Ausdruck von Systemfehlern (und nicht z. B. von Modellfehlern), dann sind diese andersherum auch zur Fehlerdiagnose nutzbar und stellen den Diagnoseinput dar. Eine einfache Fehlerdetektion (Diagnoselevel 1) auf Grundlage von Residuen erfolgt z. B. durch Schwellenwertüberwachung. Darüber hinausgehende Diagnosen durch geeignet fehlersensitive und -spezifische Residuenberechnungen können außerdem eine Fehlerlokalisierung (Diagnoselevel 2) und -beurteilung (Diagnoselevel 3) ermöglichen. Zudem sind mit Hilfe einer geeigneten analytischen Redundanz fehlerhafte, beeinträchtigte Sensoren nach ihrer Identifizierung synthetisch ersetzbar. In diesem Zusammenhang wird auch von *virtuellen Sensoren* gesprochen [HS09, Kir10].

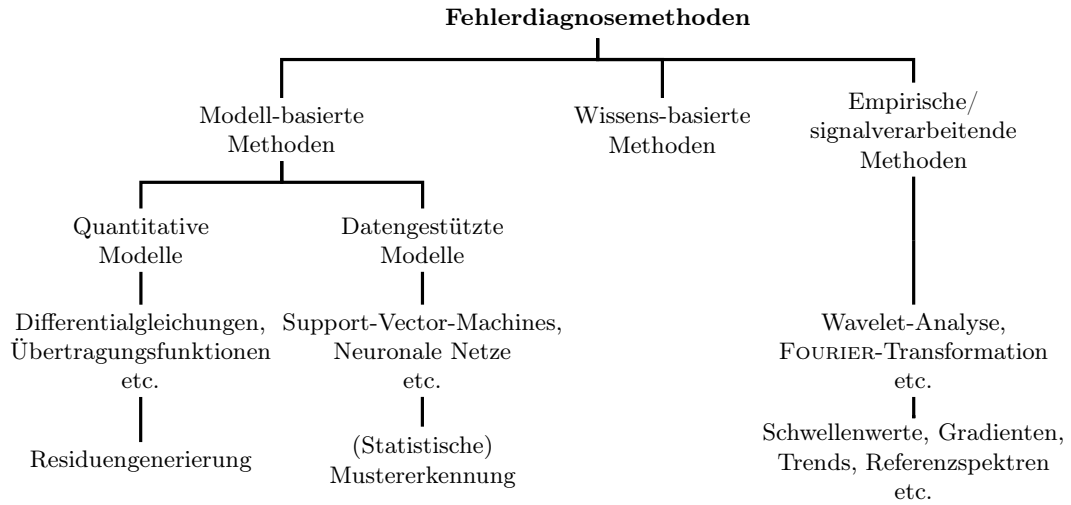


Bild 4.3: Kategorisierung der Methoden zur Fehlerdiagnose

Neben diesen, eine analytische Redundanz nutzenden, Diagnosemethoden, setzen auch die *inversen* Methoden ein quantitatives Systemmodell voraus. Als fehlersensitive Merkmale des zu überwachenden Systems bzw. der zu beurteilenden Systemintegrität dienen oftmals FRFs, Modalparameter oder daraus abgeleitete Größen wie Krümmungsverläufe von Eigenformen oder dynamische Nachgiebigkeitsmatrizen, siehe z. B. [Haa16] für einen auf die Zustandsbewertungen von (Hohlkasten-)Brücken fokussierten simulativen Methodenvergleich. Das Prinzip der inversen Methoden besteht darin, aus fehlerbedingten Veränderungen der messtechnisch erfassten Merkmale mit Hilfe eines quantitativen Strukturmodells invers auf die verursachenden Strukturfehler und -fehlerorte zu schließen. Einen Überblick zu inversen Diagnosemethoden im Bereich elastomechanischer Strukturen geben [FQ11, Fri07].

Das in Kap. 2.2 vorgestellte Model-Updating kann als eine solche inverse Diagnosemethode eingesetzt werden. Hierzu sind in einem ersten Schritt die ausgewählten Überwachungsmerkmale in einem initialen FE-Modell der fehlerfreien Struktur durch ein initiales Model-Updating abzubilden. Die dabei identifizierten FE-Designparameter verknüpfen Messungen bzw. Merkmale und FE-Modell miteinander. Führen zu einem späteren Zeitpunkt wiederholte Model-Updating aufgrund veränderter Merkmale zu entsprechenden Veränderungen in den FE-Designparametern, dann lassen die veränderten Parameter unter geeigneten Bedingungen Rückschlüsse auf die Strukturfehler und -orte zu. Dazu ist das inverse mathematische Problem zu lösen, von Merkmalveränderungen auf die zugrunde liegenden Designparameteränderungen im FE-Modell bzw.



weiter auf die dadurch repräsentierten (Struktur-)Fehler zu schließen. Die Details der Vorgehensweise beschreibt Kap. 4.3. Auch der hiermit beschriebene Identifizierungsprozess lässt sich auf die Betrachtung von Residuen zurückführen, vgl. [Din08]. Insgesamt stellt die Residuenberechnung einen typischen Diagnoseschritt der quantitative Modelle nutzenden Diagnosemethoden dar, weshalb dieser als zugehöriges Charakteristikum in Bild 4.3 vermerkt ist.

Ein grundlegend anderer Weg wird mit modellbasierten Diagnosemethoden beschrieben, die *Machine-Learning* zur Ermittlung datengestützter Modelle einsetzen. *Machine-Learning* verändert den Weg der Lösungsfindung, weg von einer ingenieurtechnisch und physikalisch orientierten Betrachtungs- und Herangehensweise, hin zu Datenmodellen und programmiertechnischen Aufgabenstellungen mit indirekter Problemlösung durch einen geeignet zu realisierenden Lernprozess. Aufgrund der inhärenten Möglichkeit zur selbständigen Lösungsfindung und -adaption ist der Einsatz maschinellen Lernens insbesondere dann naheliegend, wenn keine ausreichende spezifische Expertise und/oder Erfahrung zur Problemlösung vorhanden ist. Zu den Methoden des maschinellen Lernens [Alp10, Bis06], die zur Mustererkennung mit dem Ziel der Fehlerdiagnose eingesetzt werden, gehören u. a. *Support-Vector-Machines* (SVM) [CST00] und künstliche *Neuronale Netze* (NN). Eine Einführung in die datenbasierte Modellierung und Mustererkennung im Kontext des *Structural-Health-Monitoring* gibt [Wor10]. Speziell geben [FW13, WM07] einen Überblick zum Zusammenwirken von SHM und Maschinellem Lernen. Eine experimentelle SVM-Anwendung aus dem Bereich SHM zeigt z. B. [BFPF09] für eine dreigeschossige Versuchsstruktur aus Aluminium. An selber Struktur erfolgte auch ein direkter experimenteller Vergleich mehrerer Machine-Learning-Methoden zur schwingungsbasierten Fehlerdetektion [FPF<sup>+</sup>11]. In diesen Versuchen wurden zur Simulation von Betriebs- und Umgebungseinflüssen die Strukturmasse und -steifigkeit variiert, den zu detektierenden Fehler stellte ein in seinem Effekt nachgeahmter atmender Strukturanriss dar. Die erprobten maschinellen Lernmethoden basieren auf autoassoziativen neuronalen Netzen, Faktorenanalyse, Mahalanobis-Distanz und Singulärwertzerlegung. Im direkten Vergleich zeigt sich, wie erfolgreich jeweils die Datennormalisierung gelingt, um den Zielkonflikt zwischen Sensitivität und Robustheit der Fehlerdiagnose möglichst weit aufzulösen. Die Autoren weisen auf potenzielle Probleme aufgrund methodischer Einschränkungen der verwendeten Algorithmen für den Fall hin, dass vorab nicht trainierte Szenarien im Anwendungsfall auftreten.

### Ablauf einer modellbasierten Fehlerdiagnose

Der grobe Ablauf einer modellbasierten Fehler- bzw. Schadendiagnose an einer elastomechanischen Struktur ist in Bild 4.4 skizziert. Der als Blockdiagramm dargestellte Ablaufplan unterscheidet im dritten und vierten Ablaufschritt zwischen der Verwendung quantitativer (obere Blockhälften) und datengestützter Modelle. Eine detaillierte

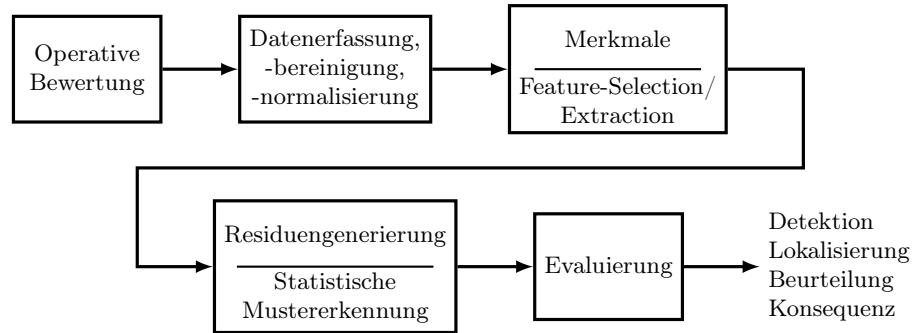


Bild 4.4: Ablaufplan einer modellbasierten Fehlerdiagnose mit Unterscheidung zwischen quantitativen und datengestützten Modellen

Darstellung der einzelnen Schritte und der jeweils relevanten Aspekte, insbesondere bei Einsatz statistischer Methoden zur Mustererkennung für SHM-Anwendungen, zeigt [FDN01].

Demnach dient der erste Schritt, die *operative Bewertung*, einer Analyse der systemspezifischen Schadenszenarien sowie der vorhandenen Betriebs- und Randbedingungen, um schadensensitive (Mess-)Signale zu identifizieren. Im nachfolgenden Schritt der *Datenerfassung, -bereinigung und -normalisierung* sind zunächst geeignete Sensorik, Messpositionen und Zeitschrittweiten der Datenerfassung zu ermitteln. Eine der wesentlichen Schwierigkeit in der Fehlerdiagnose elastomechanischer Strukturen besteht in der Unterscheidung tatsächlicher Schadeneffekte von Effekten verursacht durch Betriebs- und Umgebungseinflüsse wie Temperatur, Luftfeuchtigkeit, Betriebslasten und sich verändernden Randbedingungen, siehe z. B. [FPF<sup>+</sup>11,FKB13,Soh07,ZS18]. Darum hat die der Datenerfassung folgende Datennormalisierung die Aufgabe, strukturfehlerbedingte Effekte von anderen zu separieren. Dieser Vorgang ist offensichtlich wesentlich für die Robustheit der Schadendiagnose. Es schließt sich im dritten Schritt die *Merkmalgenerierung* bzw. im Fall von Datenmodellen die sog. *Feature-Extraction/Selection* an. Ziel dieses Vorganges ist die Identifizierung bzw. die Informationsaggregation/-kombination zur Generierung solcher Schadenmerkmale aus den zuvor aufbereiteten Messdaten, die eine möglichst hohe Korrelation zum Grad der möglichen Strukturschädigung aufweisen. Abweichungen des Istzustands vom Sollzustand/fehlerfreien Strukturzustand zeigt ggf. der Ablaufschritt *Residuengenerierung* bzw. *statistische Mustererkennung und Klassifizierung* an. Vorab erfordert die Residuengenerierung die Ermittlung eines geeigneten quantitativen Fehlerdiagnosemodells bzw. die Mustererkennung einen Lernprozess, der in einem statistischen Datenmodell mündet. Für Letzteres einsetzbare maschinelle Lernmethoden können aus der Kategorie des *Supervised-Learning* stammen, wenn sowohl Daten der ungeschädigten als auch der geschädigten Struktur nutzbar

sind. Dagegen kann bzw. muss mit *Unsupervised-Learning*-Methoden gearbeitet werden, wenn lediglich Daten der ungeschädigten Struktur für ein maschinelles Lernen zur Verfügung stehen. Zwecks Fehlerdetektion kommen im letztgenannten Fall vorrangig Algorithmen zur *Outlier-Detection* oder *Novelty-Detection* zum Einsatz [FW07]. Am Ende steht die *Evaluierung* der berechneten Residuen bzw. der Feature-Klassifizierung mit einer Aussage zur strukturellen Integrität des diagnostizierten Systems. Im Detail sind system- und methodenabhängig Fehlerdiagnoseleistungen entsprechend den zuvor vorgestellten vier Klassifikationsleveln möglich: Detektion, Lokalisierung, Beurteilung und Konsequenz.

### Zusammenhang mit anderen aktuellen Entwicklungen

Der zunehmende Einsatz von Verbundwerkstoffen (Komposite), z. B. als Leichtbauwerkstoffe eingesetzte carbonfaserverstärkte Kunststoffe (CFK), stellt eine aktuelle Herausforderung in der Schadendiagnose dar: Ihre komplexen Versagensmechanismen wie etwa Delamination unterscheiden sich grundlegend von denen metallischer Werkstoffe. Angestoßen durch den Einsatz im Raumfahrtbereich gibt es seit Mitte der 90er Jahre Forschungsaktivitäten, um Komposite einer effektiv-verlässlichen Schadendiagnose zuzuführen [FW07]. Zuletzt wurde vielfach die Verwendung von LAMB-Wellen [Hur02, Lam17] u. a. mit dem Ziel untersucht, eine möglichst großflächig überwachende und in situ einsetzbare Diagnosemethode zu entwickeln, siehe z. B. [Cal08]. In der experimentellen Erprobung werden typischerweise jeweils an einzelnen, festgelegten Stellen elastische Wellen innerhalb der Struktur angeregt und sensiert. Aufgeklebte oder in das (CFK-)Bauteil integrierte piezoelektrische Elemente dienen als Ultraschallwandler u. a. für Burst- oder modulierte Sinus-Anregungssignale. Die so angeregten LAMB-Wellen breiten sich vergleichsweise großflächig im Material aus. Im Unterschied zur klassischen Ultraschallprüfung sind also keine beweglichen Schallwandler zum Abrastern der zu untersuchenden Struktur vorgesehen. Die generierte Anregung setzt sich innerhalb der Struktur als propagierende elastische Deformation fort, die wiederum nach dem Durchlaufen des Untersuchungsbereichs an einer oder mehreren geeigneten Stellen messtechnisch erfasst wird. Zur Schadendetektion wird die physikalische Eigenschaft von Wellen geeigneter Wellenlänge ausgenutzt, an in Ausbreitungsrichtung bestehenden Hindernissen reflektiert und/oder gebeugt zu werden oder auch ihre Welleneigenform zu verändern [MWGP14]. Dem entsprechende Unstetigkeiten/Schäden im Komposit verursachen Veränderungen im Wellenverlauf, die u. a. durch Vorher-nachher-Vergleiche von Messungen Rückschlüsse auf Strukturveränderungen/-schäden ermöglichen. Analysen der Messsignale erfolgen vielfach durch Fast-FOURIER- oder Wavelet-Transformation. Durch Auswertung der Signallaufzeiten (Time-of-Flight) ist u. U. eine mögliche Fehlerstelle auch lokalisierbar.

Einen Bezug zu Diagnoseaufgaben hat auch die andauernde Entwicklung im Bereich der *Smart-Structures* bzw. *Adaptronik*. Die Adaptronik ist seit den 80er Jahren ein Forschungsthema, das bis zuletzt (in Deutschland) an Bedeutung und Verbreitung gewonnen hat. Das zeigt beispielsweise der Aufbau des LOEWE-Zentrums AdRIA (Adaptronik – Research, Innovation, Application) in Hessen ab 2008. Als Vernetzung der TU Darmstadt mit dem Fraunhofer LBF wurde es bis 2016 mit insgesamt ca. 44 Mio. € Landesförderung ausgestattet [Hes18]. Adaptronische multifunktionale (Struktur-)Elemente mit in den Kraftflusspfaden integrierten sensorischen und aktorischen Eigenschaften ermöglichen ein situationsabhängiges, adaptives Strukturverhalten. Dadurch kann die Struktur in vorhersehbarer und gewünschter Weise auf Umgebungseinflüsse reagieren (siehe auch Kap. 4.4 und 5.4.2 zur aktiven Strukturdämpfung unter Einsatz eines aufgeklebten piezoelektrischen Aktuators). Die Zusammenführung von üblicherweise durch einzelne Bauteile realisierte Funktionen in einer adaptronischen Struktur soll eine insgesamt möglichst einfache und leichtgewichtige Bauweise ermöglichen. Aufgrund ihrer sensorischen und aktorischen Eigenschaften sind neben Regelungsmöglichkeiten auch Self-sensing-Optionen angelegt, die zu Fehlerdiagnosezwecken genutzt werden können, sodass eine selbstregelnde und sich selbst überwachende integrierte Struktur denkbar ist. Außerdem bestehen Berührungspunkte mit der Entwicklung von Verbundwerkstoffen dahingehend, dass diese eine Einlaminierung etwa von piezoelektrischen Elementen erlauben und somit Konstruktionsoptionen für adaptronische Strukturen bieten. Aufgrund einer kombinierten mechanischen, thermischen und elektrischen Belastung etwa von adaptiven CFK-Strukturen, zeigen diese andererseits aber auch eine Vielzahl an möglichen und äußerlich u. U. kaum erkennbaren Fehler- und Versagensmechanismen [Poh03], mit entsprechenden Herausforderungen für CM- und SHM-Anwendungen. Eine konzeptionelle Darstellung des Adaptronik-Themas zeigt [Giu06], Anwendungsmöglichkeiten im Luftfahrt- und Automotive-Bereich zeigen [Bol06, HG06, MHM06].

## 4.2 PI-Beobachter in der Fehlerdiagnose

Der Einsatz von Beobachtern zu Diagnosezwecken ermöglicht, unter der Voraussetzung ausreichender Beobachtbarkeit (siehe (3.6), (3.30) und zur praktischen Beurteilung des Grades an Beobachtbarkeit Kap. 5) und hinreichender Modellgenauigkeit, große und auch komplexe Strukturen mit Hilfe einer vergleichsweise geringen Zahl an Sensoren zu überwachen, indem die den Strukturzustand beschreibenden Zustandsgrößen rekonstruiert und dadurch für Diagnoseaufgaben zur Verfügung gestellt werden. Insbesondere der PI-Beobachter bietet mit der Option, neben Zustandsgrößen unter geeigneten Voraussetzungen (siehe Kap. 3.2.2 zur Auslegung des PIO) gleichzeitig auch

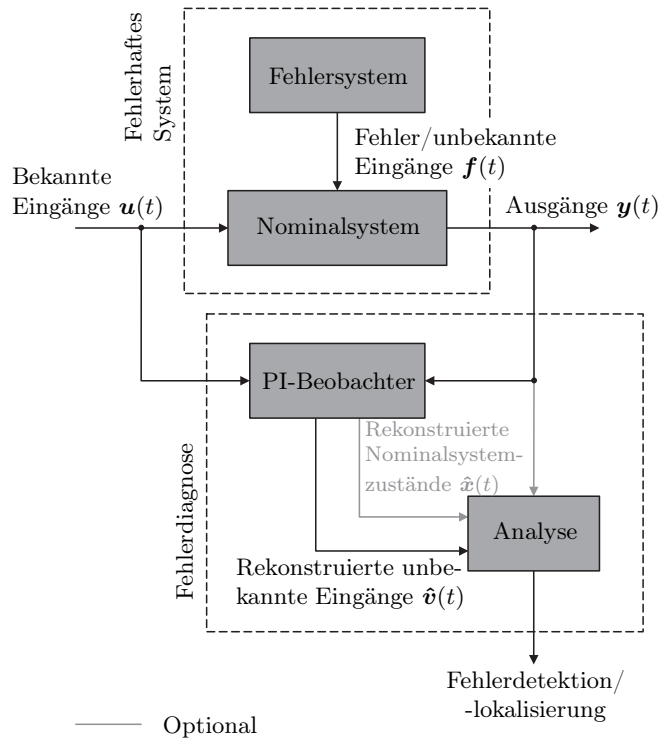


Bild 4.5: PIO-basierte Fehlerdiagnose [HS09]: Der Beobachter rekonstruiert die als virtuelle unbekannte Eingänge eines fehlerfreien Nominalsystems modellierten Fehlereffekte. Rekonstruierte unbekannte Eingänge und Zustandsgrößen dienen in einem nachfolgenden Analyseschritt der Fehlerdiagnose.

unbekannte Systemeingänge zu rekonstruieren, weiter reichende Möglichkeiten in der Fehlerdiagnose.

In Erweiterung des PIO-Blockschaltbildes 3.2 zeigt Bild 4.5 das Prinzip der PIO-basierten Fehlerdiagnose. Zur Lösung der Diagnoseaufgabe wird das *fehlerhafte System* als Kombination eines fehlerfreien *Nominalsystems* mit einem *Fehlersystem* betrachtet. In dieser Kombination wirkt der Ausgang des Fehlersystems als ein virtueller *unbekannter Eingang* zusätzlich zu *bekanntem Eingängen* auf das Nominalsystem. Die (bekannten) Ein- und Ausgänge des Nominalsystems sind gleichzeitig Eingänge des PI-Beobachters. Der PIO berechnet aus diesen entsprechend seiner originären Aufgabe und basierend auf einem mathematischen Modell des Nominalsystems sowohl Rekonstruktionen  $\hat{x}(t)$  der Systemzustände des Nominalsystems als auch dem Störgrößenmodell (3.24) entsprechende Rekonstruktionen  $\hat{v}(t)$  der als virtuelle unbekannte Eingänge

$f(t)$  betrachteten Fehlereffekte. Ausgänge des Nominalsystems und Rekonstruierte Signale dienen in einem nachfolgenden Analyseschritt der Fehlerdiagnose. Die Methodik der PIO-basierten Fehlerdiagnose wird mit Hilfe der vorhergehenden Ausführungen zu den möglichen Fehlerstellen in Regelkreisen und gesteuerten Systemen (Bild 4.2), der Kategorisierung der Fehlerdiagnosemethoden (Bild 4.3) und des Ablaufplans modellbasierter Fehlerdiagnosen (Bild 4.4) wie folgt genauer beschrieben.

### Eingrenzung der betrachteten Fehlerquellen

Die in dieser Arbeit betrachteten elastomechanischen Strukturen entsprechen in der Darstellung möglicher Fehlerstellen (Bild 4.2) dem Element der Regel-/Steuerstrecke. Zu Diagnosezwecken werden die Strukturen durch ein Stellglied aktiv angeregt, wenn keine geeignete sonstige messtechnisch erfassbare Anregung vorliegt, und dabei das Anregungssignal als Streckeneingang sowie das resultierende Antwortverhalten als Streckenausgang sensiert. Mit Blick auf die in Bild 4.2 dargestellten potenziellen Fehlerstellen können also in der PIO-basierten Fehlerdiagnose neben Fehlern in der Regel-/Steuerstrecke, auch Fehler in Mess- und Stellgliedern sowie in der auszuführenden Fehlerdiagnose selbst (Hard- und Softwarefehler) (Bild 4.5), Konfiguration und Kommunikation auftreten. Aufgrund der in dieser Arbeit gewählten Fokussierung auf elastomechanische Strukturen werden im Weiteren ausschließlich Fehler der Regel-/Steuerstrecke und in der Diagnose selbst (siehe z. B. Einfluss von Modellfehlern in Kap. 5.4.3 und die Diskussion weiterer Einflussfaktoren in Kap. 5.5) betrachtet.

### Einordnung der PIO-basierten Diagnose

Der PI-Beobachter benötigt ein quantitatives Modell des zu beobachtenden Systems. Somit gehört eine auf dem PIO aufbauende Diagnosemethode gemäß der gewählten Methodenkategorisierung (Bild 4.3) zu den *quantitative Modelle* nutzenden *Modellbasierten Methoden*. Die damit in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Erprobungen fokussieren auf die Diagnoselevel 1–2 (Fehlerdetektion und -lokalisierung).

### Wesentliche Aspekte im Ablauf der PIO-basierten Diagnose

Der Ablauf einer modellbasierten Fehlerdiagnose (Bild 4.4) ist in seinen Details methodenabhängig. Entsprechend sind unter Einsatz des PI-Beobachters dessen spezifische Eigenschaften und Möglichkeiten relevant. Wesentliche Ablaufschritte in der PIO-basierten Fehlerdiagnose werden nachfolgend diskutiert.

Im **ersten Ablaufschritt** *operativen Bewertung* werden mögliche Schadensszenarien der jeweiligen elastomechanischen Struktur betrachtet. Die für solche Systeme typischen Fehlermechanismen (Überlastung, Ermüdung, Abnutzung, Korrosion) führen zu

Fehlern (Bruch, Fließen, Riss mit Rissatmung u. a. m.), die in Abhängigkeit von ihrer Ausprägung einen mehr oder weniger deutlichen (evtl. nur lokalen) Steifigkeitsverlust oder eine Masseänderung der Struktur zur Folge haben. Daraus resultierende Effekte auf das Strukturverhalten sollen zu Diagnosezwecken durch den PIO als unbekannte Systemeingänge rekonstruiert werden.

Nur durch eine Strukturbelastung *aktivierte* Defekte, die als Fehler im messtechnisch erfassten Teil des Antwortverhaltens der belasteten Struktur hinreichend deutlich werden, können mit Hilfe der PIO-basierte Fehlerdiagnose aufgedeckt werden. Wird eine Struktur zu Diagnosezwecken mit betriebsfremden Lastformen beaufschlagt ist zu beachten, dass womöglich auch solche Defekte aktiviert werden, die unter Betriebsbedingungen gar nicht als Fehler in Erscheinung treten und folglich evtl. kein Problem darstellen. Zur Strukturbelastung werden Stellglieder bzw. Aktoren benötigt, wenn keine sonstige geeignete und messtechnisch erfassbare Strukturbelastung nutzbar ist. Die zur Defektaktivierung eingesetzte bzw. genutzte Belastung ist zu sensieren und stellt den *bekanntem* Eingang des als fehlerfrei angenommenen Nominalsystems dar (Bild 4.5). Gleichzeitig bilden das (Mess-)Signal der Strukturbelastung und die möglichst fehlersensitiven sensierten Ausgängen des (Nominal-)Systems die Eingangssignale des PIO.

Zum nachfolgenden **zweiten Ablaufschritt** *Datenerfassung/-bereinigung und -normalisierung* gehört die Ermittlung möglichst fehlersensitiver Systemausgänge. Soweit nicht schon vorhanden sind zu deren Realisierung Messstellen und Sensorik festzulegen. Vorhandene Systemeingänge müssen sensiert und eine für die Fehlerdiagnose geeignete Belastungsform der Struktur ermittelt werden. Sofern die über evtl. vorhandene Eingänge aufprägbaren Lastformen dafür nicht nutzbar sind, müssen außerdem zweckdienliche Systemeingänge durch Aktorik an geeigneten Stellpositionen realisiert werden.

Eine für die PIO-basierte Diagnose geeignete Belastungsform einer Struktur aktiviert betriebsrelevante Defekte. Darüber hinaus ist eine spezielle Form der Belastung durch den Diagnoseansatz nicht zwingend vorgeschrieben, sowohl statische als auch dynamische können geeignet sein. Somit ist auch eine dauerhaft zeitparallel zum regulären Betrieb laufende Überwachung bzw. Diagnose unter (Nutzung der) regulären Betriebslasten denkbar. Nachfolgend wird von einer dynamischen Situation ausgegangen, ähnlich einem unter Betriebsbedingungen schwingenden System. Das heißt, die betrachteten elastomechanischen Strukturen werden als (temporär) angeregt bzw. anregbar und daraufhin transient oder dauerhaft elastisch schwingend vorausgesetzt. In diesem Fall sind zur Fehlerdiagnose die strukturdynamischen Eigenschaften bzw. ihre Veränderungen durch Fehler, z. B. eine Massenträgheitsänderung infolge eines Masseverlustes, und nicht allein elastostatische Fehlereffekte nutzbar.



Als Systemausgänge dienen in der Praxis üblicherweise die Signale von Weg-, Geschwindigkeits- oder Beschleunigungsmessungen. Die alleinige Verwendung von Geschwindigkeits- und/oder Beschleunigungsmessungen führt aber zu einer Nichtbeobachtbarkeit der Struktur und ist somit für den PI-Beobachter ungeeignet [Kir10]. Ob eine Kombination aus Verschiebungs-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsmessungen vorteilhaft wäre ist noch ungeklärt. Eine Beschränkung in der Auswahl des Messgrößentyps auf reine Verschiebungsmessungen limitiert jedenfalls die schwingungsbasiert diagnostizierbaren Strukturfehler zu kleinen Fehlergrößen hin vergleichsweise früh. Dies ist zum einen darin begründet, dass eine Schwingung ansteigender Frequenz tendenziell mit abnehmender Verschiebungsamplitude und folglich tendenziell abnehmendem Signal-Rausch-Abstand bzw. Signal-Rausch-Verhältnis (Signal-to-Noise-Ratio, SNR) messtechnisch zunehmend schlechter erfassbar und somit für Analysezwecke begrenzt bis gar nicht mehr nutzbar ist. Zu der daraus resultierenden Informationseinschränkung (modale Unvollständigkeit) kommt zum anderen nachteilig hinzu, dass demzufolge schlecht oder gar nicht erfassbare höherfrequente Moden mit Blick auf schadenbedingte Veränderungen strukturdynamischer Eigenschaften tendenziell eine höhere Sensitivität aufweisen als niederfrequente Moden. Erkennbar ist dieser Zusammenhang am Beispiel eines linearen, ungedämpften, schubstarren und einseitig fest eingespannten Biegebalkens, dessen erste drei Eigenkreisfrequenzen

$$\omega_i = k_i \sqrt{\frac{EI}{\mu l^4}} = k_i \sqrt{\frac{EAh^2}{12\mu l^4}}, \quad i = \{1, 2, 3\}, k_1 = 3,516, k_2 = 4,694, k_3 = 7,855, \quad (4.1)$$

aus Dehnsteifigkeit  $EA$ , Massenbelegung  $\mu$ , Balkenlänge  $l$  und -höhe  $h$  berechnet werden können [GK89]. Wird der Balkenquerschnitt  $A = bh$  bzw.  $h$  reduziert, dann zeigt (4.1) wegen  $k_1 < k_2 < k_3$  eine größere absolute Veränderung  $|\Delta\omega_i|$  der dritten Eigenkreisfrequenz gegenüber der zweiten, deren absolute Veränderung wiederum größer ausfällt als die der ersten Eigenkreisfrequenz

$$|\Delta\omega_3| > |\Delta\omega_2| > |\Delta\omega_1|. \quad (4.2)$$

Entsprechendes gilt für den Fall einer lokalen Verringerung des Balkenquerschnitts infolge eines Strukturschadens (Anriss, Materialausbruch o. ä.), der nicht mit einem relevanten Masseverlust einhergeht. Insgesamt bedeutet dies eine Einschränkung der als Schadenmerkmale nutzbaren strukturdynamischen Eigenschaften, auch für die PIO-basierte Diagnose.

Einen weiteren Einblick in den Zusammenhang zwischen Strukturfehlern und Strukturschwingungen geben die praktischen Erfahrungen im *Nondestructive-Testing* mit Ultraschalluntersuchungen. Innerhalb elastomechanischer Strukturen ist Schall eine sich als (mechanische) Welle fortpflanzende Strukturschwingung (Körperschall). Für Ultraschalluntersuchungen wird das umgekehrt proportionale Verhältnis zwischen der



Fehlergröße und der zur Untersuchung sinnvoll einsetzbaren Schallfrequenz oftmals mit der von ABBE beschriebenen Auflösungsgrenze in der klassischen Lichtmikroskopie begründet [Abb73, WFMP07]. Diese gibt den minimalen Abstand zwischen zwei gerade noch auflösbaren benachbarten Streuzentren mit der halben Wellenlänge des verwendeten Lichts an. Die Wellenlänge  $\lambda$  wiederum steht gemäß

$$\lambda = \frac{v_p(f)}{f} \quad (4.3)$$

mit der Phasengeschwindigkeit  $v_p$  und der Frequenz  $f$  der Welle in Zusammenhang. Wird vereinfachend von einem nicht-dispersiven Medium mit  $v_p(f) \equiv v_p$  ausgegangen, dann verringert sich demnach die Wellenlänge mit wachsender Frequenz. Dies ist ein Hinweis auf ein für Diagnosezwecke geeignetes Größenverhältnis von Wellenlänge zu diagnostizierendem Fehler: Für eine möglichst hohe spezifische Fehlersensitivität bzw. Fehlerwirkung in der Untersuchung sollte beides von ähnlicher Größe sein. Dieser Zusammenhang spielt auch eine Rolle in der Erforschung von LAMB-Wellen [Cal08, Hur02, Lam17] im Frequenzbereich bis zu mehreren hundert kHz für aktive Diagnoseanwendungen, siehe dazu auch Kap. 4.1.

Auf die in dieser Arbeit verwendeten quantitativen Modelle zur Beschreibung und Analyse der Dynamik bzw. des Schwingungsverhaltens elastomechanischer Strukturen und die darauf aufbauende Fehlerdiagnose mit Hilfe des PI-Beobachters übertragen, stellen die modellierten, sensierten und analysierten Moden bzw. Struktureigenformen (siehe z. B. Kap. 2.2 zum Model-Updating, Kap. 2.3 zur experimentellen Modellbildung mittels Modalanalyse, Kap. 3.2.1 zum MPIO und Kap. 5 zu den teilweise vorgenommenen modalen Interpretationen experimenteller Ergebnisse) stehende Wellen mit vergleichsweise großer Wellenlänge dar. Die sich nach dem Superpositionsprinzip linearer Systeme überlagernden Eigenformen bilden die als PIO-Eingangssignale erfassten Strukturschwingungen aus. Demnach sind die in dieser Arbeit und vielfach im *Condition-Monitoring* sowie *Structural-Health-Monitoring* zur Fehlerdiagnose genutzten Wellenlängen (deutlich) größer als die üblicherweise gesuchten Strukturschäden, mit einem sich demnach zu höheren Resonanzfrequenzen, also kleineren Wellenlängen, hin tendenziell verbessernden Verhältnis im Sinne einer erhöhten Fehlersensitivität der Strukturmoden.

Da Eigenformen als *stehende* Wellen in Erscheinung treten, beeinflusst neben Wellenlänge, Fehlerart (Bruch, Riss, Masseverlust u. a. m.) und -größe auch die Position des Fehlers relativ zur örtlichen Ausprägung einer Eigenform ihre Fehlersensitivität. Eine fehlersensitive Eigenform bzw. ein fehlersensitiver Mode aktiviert Defekte und lässt diese dadurch als Fehler in Erscheinung treten, d. h. der Mode wird durch den Fehler beeinflusst bzw. verändert. Ein solcher fehlersensitiver Mode kann aber nur dann einen positiven Informationsbeitrag zu einer Fehlerdiagnose leisten, wenn dieser *ausreichend*

*deutlich* über die Systemeingänge anregbar und in den Systemausgängen sensierbar ist. Anders ausgedrückt ist der Grad der Steuer- und Beobachtbarkeit fehlersensitiver Eigenmoden durch die eingesetzten Stell- bzw. Messglieder für deren Positionierung zwingend zu berücksichtigen.

In der Literatur sind unterschiedliche Bewertungsmaße für den Grad der Steuer- und Beobachtbarkeit vorgeschlagen worden, siehe z. B. [Lit83]. Ein modales Bewertungsmaß kann aus der Zustandsraumdarstellung mit modalen Zustandsgrößen (3.28) abgeleitet werden: Wie stark der Eingang  $\mathbf{u}(t)$  auf den  $i$ -ten Eigenvorgang wirkt bestimmt die  $i$ -te Zeile  $\mathbf{b}_{\text{sub},i}$  der Untermatrix  $\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\text{diag}}^{-1} \boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{W}_1 \end{bmatrix}$  von  $\mathbf{B}_{\text{gen}}$  in (3.28a), sodass

$$s_i = \mathbf{b}_{\text{sub},i} \mathbf{b}_{\text{sub},i}^T \quad (4.4a)$$

als modales Steuerbarkeitsmaß des  $i$ -ten Eigenvorgangs verwendbar ist. Bei ansonsten unverändertem System äußern sich unterschiedliche Aktorpositionen in unterschiedlichen  $\mathbf{W}_1$ -Matrizen, sodass anhand der zugehörigen Veränderungen des Steuerbarkeitsmaßes  $s_i$  unterschiedliche Aktorpositionen in ihrem Einfluss auf den  $i$ -ten Eigenvorgang vergleichend bewertet werden können. Hierbei bedeuten größere Werte von  $s_i$  einen größeren Grad der Steuerbarkeit. Analog kann zur Beurteilung des Grades der Beobachtbarkeit vorgegangen werden. Die  $i$ -te Spalte  $\mathbf{c}_{\text{gen},i}$  der Matrix  $\mathbf{C}_{\text{gen}}$  in (3.28b) bestimmt wie deutlich die  $i$ -te modale Zustandsgröße im Ausgang  $\mathbf{y}(t)$  vertreten ist. Entsprechend dient

$$b_i = \mathbf{c}_{\text{gen},i}^T \mathbf{c}_{\text{gen},i} \quad (4.4b)$$

als ein mögliches Beobachtbarkeitsmaß der  $i$ -ten modalen Zustandsgröße.

Diese modale Betrachtungsweise der Steuer- und Beobachtbarkeitsgrade entspricht der in Kap. 5 auf experimentell ermittelte oder berechnete Eigenformen von Balken (Bild 5.3) und Platte (Bild 5.18, 5.31) gestützten Beurteilung von Stell- und Messpositionen. Nachdem die von Stell- und Messgliedern als Arbeitsbereich nutzbare Frequenzbandbreite und die in diese Bandbreite fallenden relevanten Moden ermittelt sind, können geeignete Positionen für Stell- und Messglieder unmittelbar visuell anhand der (ortsfesten) Lage von modalen Schwingungsbäuchen und -knoten(-linien) ausgemacht werden. Aufgrund der praktisch stets begrenzten Zahl an Aktoren und Sensoren sind dabei Kompromisse in deren Positionierung notwendig, wenn mehr Moden gesteuert/beobachtet als Aktoren/Sensoren eingesetzt werden sollen. Die Kompromissfindung kann auch als eine Optimierungsaufgabe begriffen und mathematisch gelöst werden.

Die maximalen Grade der Steuer- und Beobachtbarkeit einer Eigenform werden in ihren lokalen Amplitudenmaxima erreicht, dazu gehören die Zentren der modalen Schwingungsbäuche. Mit zunehmender Entfernung davon sinkt der Grad der Steuer- und

Beobachtbarkeit bis auf null in den jeweils angrenzenden modalen Schwingungsknoten bzw. Knotenlinien. Strukturfehler in Form lokaler Masseänderungen führen zu Massenträgheitsänderungen, die an den Strukturstellen größter (Schwing-)Beschleunigung die größten Trägheitskraftänderungen hervorrufen und deshalb an diesen Stellen auch den deutlichsten Einfluss auf die Strukturmechanik haben. Diese Stellen entsprechen bei modaler Betrachtungsweise wiederum den lokalen Eigenformextrema bzw. den Zentren der modalen Schwingungsbäuche. An einem einfachen Biegebalken mit konstantem Querschnitt unter gerader Biegung ist das lokale Biegemoment proportional zur lokalen Krümmung des verformten Balkens, siehe (2.26). Lokale Änderungen des Widerstandsmomentes gegen Biegung zeigen sich im Verformungsverhalten des Balkens an Stellen lokaler Biegemomentextrema deutlicher als an anderen Stellen. Eigenformen haben ihre lokalen Krümmungsmaxima u. a. wiederum in den Zentren der modalen Schwingungsbäuche. Moden bzw. Eigenformen werden deshalb mit abnehmender Distanz zwischen Fehlerstellen wie Strukturrisse und ihren lokalen Krümmungsmaxima zunehmend fehlersensitiv.

Eine Datennormalisierung wie im zweiten Schritt des Ablaufplans (Bild 4.4) dargestellt erfolgt insofern, als dass der PI-Beobachter seine Rekonstruktionen in ein Verhältnis zu den für diese genutzten Ein- und Ausgängen des beobachteten Systems setzt. Eine darüber hinausgehende Normalisierung zwecks Eliminierung unerwünschter Betriebs- und Umgebungseinflüsse erfolgt nicht.

Die den **dritten Ablaufschritt** bildende *Merkmalgenerierung* erfolgt im konkreten Fall nicht, es werden unmittelbar die Messsignale bzw. die daraus berechneten Residuen zur Diagnose verwendet. Eine ausreichende Schadenssensitivität der Messsignale ist über die vorhergehenden Ablaufschritte sicherzustellen.

Im **vierten Ablaufschritt** erfolgt die *Residuengenerierung*. Im Fall des PI-Beobachters können Residuen zum einen aus den Differenzen zwischen gemessenen und rekonstruierten Systemzuständen berechnet werden (Bild 4.7). Zum anderen stellen die durch den PIO rekonstruierten unbekanntem Eingänge bereits Residuen dar. In beiden Fällen sind die Residuen Ausdruck unterschiedlichen Zeitverhaltens von beobachteter Struktur und simuliertem Strukturmodell (Bild 3.2).

Den finalen **fünften Ablaufschritt** (Bild 4.4) stellt die *Evaluierung* der berechneten Residuen dar. Bezogen auf die PIO-basierte Diagnose und unter der (unrealistischen) Annahme, dass keine Modellfehler, Messabweichungen, Betriebs- und Umgebungseinflüsse vorliegen, bedeutet ein Residuum in Form eines rekonstruierten unbekanntem Einganges, dass ein entsprechender Fehlereffekt auf das als fehlerfrei betrachtete Nominalsystem wirkt. Aufgrund der expliziten Rechenweise des PI-Beobachters kann dieser im Prinzip in Echtzeit parallel zum beobachteten System arbeiten. Ob dies auch für ei-

ne darauf basierende Fehlerdiagnose möglich ist hängt u. a. vom Diagnoselevel und dem damit steigenden Diagnoseaufwand ab. Eine reine Fehlerdetektion anhand der Rekonstruktion beispielsweise einer unbekanntem Kontaktkraft ist in Abhängigkeit von der Modellgröße und Rechnerleistung am ehesten echtzeitfähig implementierbar. Eine aufwendigere Residuen-Evaluierung mit dem weitergehenden Ziel der Fehlerlokalisierung zeigt das folgende Kap. 4.2.1.

## 4.2.1 Detektion und Lokalisierung von Strukturfehlern

### Fehlerdetektion

Die Detektion mechanischer Kontakte kann unmittelbar eine Fehlerdetektion (Diagnoselevel 1) darstellen. Offensichtlich ist dies für solche Maschinen und Anlagen, in denen unter einwandfreier Funktion kein mechanischer Kontakt auftritt. Zu den, einen möglichen Strukturfehler indizierenden Kontakten gehören z. B. das kurzzeitige Anstreifen einer Turbinenschaufel am Innengehäuse der Turbine aufgrund zu großer Lateralschwingungen infolge eines Wellenrisses oder aufgrund erhöhter Rotorunwucht infolge eines Schaufelverlustes, der axiale Kontakt zwischen Rotor und Statorelementen in einer Turbomaschine infolge sich lösender Verschraubungen oder allgemein der Kontakt mit einer im fehlerfreien Betrieb von äußeren (dynamischen) Kräften freien Oberfläche infolge eines Systemfehlers. Die mechanischen Kontakte sind in den aufgezählten Beispielen die Folge eines Systemfehlers bzw. Strukturschadens. Ein mechanischer Kontakt kann aber auch selbst einen Fehler darstellen, ohne dass dem ein Strukturschaden vorausgegangen ist, z. B. im Fall von Design- oder Auslegungsfehlern. Ein bekannter Kontaktkraftverlauf ermöglicht zudem ggf. eine über die reine Fehlerdetektion hinausgehende Fehlerdiagnose. Der PI-Beobachter erlaubt, unter den diskutierten Voraussetzungen, solche Kontaktkraftverläufe als unbekanntem Systemeingängen zu rekonstruieren.

Für einen als bekannt vorausgesetzten Ort eines möglichen mechanischen Kontaktes, d. h. für bekannte  $\mathbf{W}_2$ -Matrix (2.42) des Strukturmodells bzw.  $\mathbf{N}$ -Matrix (siehe Blockschaltbild 3.2) des PI-Beobachters, kann der PIO unmittelbar gemäß Kap. 3.2.2 ausgelegt und der Kontaktkraftverlauf  $\mathbf{f}(t) \approx \hat{\mathbf{v}}(t)$  (3.25) rekonstruiert werden. Das Auftreten eines Kontaktes bzw. Fehlers wird theoretisch anhand  $\hat{\mathbf{v}}(t) \neq \mathbf{0}$  unmittelbar detektiert, praxistauglicher ist die Verwendung eines Schwellwertes aufgrund von Modell- und Messfehlern u. a. m. Kontaktstärke, -dauer und -dynamik können einer weitergehenden Fehlerdiagnose dienen. Kapitel 5 zeigt entsprechende experimentelle Kontaktkraftrekonstruktionen an einem Biegebalken und einer Platte.

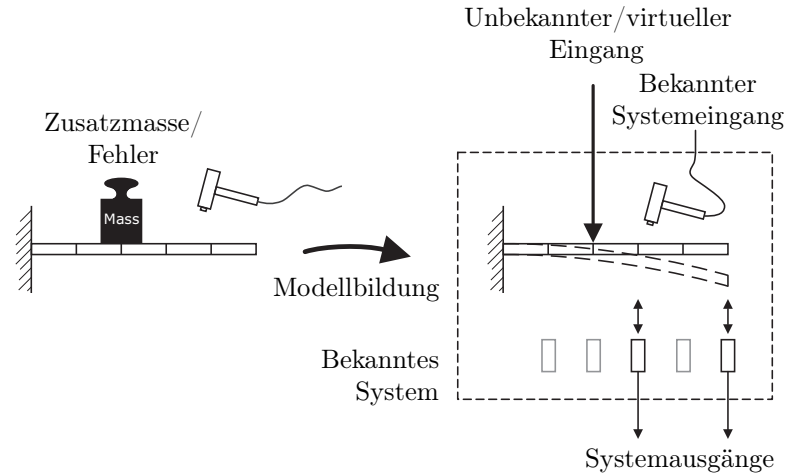
Eine notwendige Voraussetzung für die PIO-basierte Fehlerdiagnose (Bild 4.5) ist neben der LTR-konformen PIO-Auslegung die Interpretierbarkeit der Effekte eines po-

tenziellen Fehlers auf das dynamische Strukturverhalten als Wirkung eines additiven Eingangs  $f(t)$  ((2.42) und Blockschaltbild 3.2) auf ein (fehlerfreies) Nominalsystem. Es muss also vorab eine Vorstellung von der Wirkungsweise möglicher Strukturfehler geben. Das genaue Fehlersystem (Bild 4.5) braucht aber nicht bekannt zu sein, für den PIO wird vereinfachend von (3.24) ausgegangen. Der PI-Beobachter dient dann zur Rekonstruktion des additiven Eingangs, der als virtueller unbekannter Eingang  $\hat{v}(t)$  des (Nominal-)Modells (Bild 4.5) des realen Nominalsystems wirkt. Eine solche Rekonstruktion zeigt, völlig analog zum Fall des mechanischen Kontaktes, einen derartigen Strukturfehler ggf. unmittelbar an und dient nachfolgend darüber hinaus der Fehlerlokalisierung (Diagnoselevel 2).

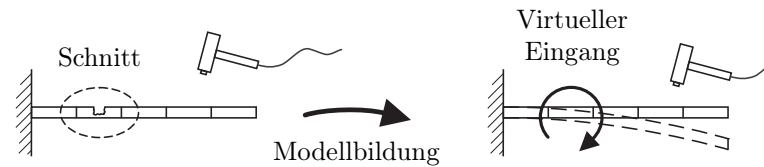
Wie zuvor bereits ausgeführt sind für die in dieser Arbeit betrachteten elastomechanischen Strukturen systematische und dauernde (Bruch, Fließen) oder periodische (Rissatmung) oder drifförmige (Abnutzung, Korrosion) Fehler typisch. Den aufgezählten Fehlern ist gemeinsam, dass sie eine mehr oder weniger deutliche (lokale) Änderung der Struktursteifigkeit zur Folge haben. Außerdem können mit vorgenannten Fehlern Masseänderungen einhergehen, z. B. der Masseverlust infolge eines ausgebrochenen und verloren gegangenen Strukturelementes. Das Gegenteil ist auch möglich, durch das Anhaften von Partikeln entstehende Ablagerungen verursachen u. U. eine signifikante Massenakkumulierung. Signifikante Masseänderungen ohne relevante Änderungen der zentralen Struktursteifigkeiten treten außerdem z. B. durch Verlust eines peripheren Strukturelementes auf.

Eine simple Modellierung der mit Masse- oder Steifigkeitsänderungen verbundenen Fehlereffekte durch virtuelle Kräfte und Momente in einem (Nominal-)Strukturmodell zeigt Bild 4.6 am Beispiel eines einseitig eingespannten Biegebalkens (experimentelle Versuche dazu in Kap. 5). Im ersten Fall dient eine auf dem Balken angebrachte Zusatzmasse als Beispiel für einen Fehler in Form einer lokalen Veränderung der Strukturmassebelegung ohne relevante Änderung der Struktursteifigkeit. Links in Bild 4.6(a) ist die reale Situation skizziert. Rechts im Bild die gewählte Interpretation des Fehlerszenarios: Die Wirkung der Masseänderung auf die Struktursteifigkeit, das ist die Änderung der lokalen Massenträgheit, wird durch die Wirkung einer einzelnen virtuellen Kraft ersetzt, die senkrecht zur Balkenlängsachse an der Position der Zusatzmasse wirkt und unbekannter Eingang eines fehlerlosen Nominalsystems (fehlerfreier Balken) bzw. dessen Modells ist.

Im zweiten Fall dient ein in den Biegebalken eingebrachter Sägeschnitt als Beispiel für einen Fehler mit lokalem Steifigkeitsverlust ohne relevante Masseänderung. Links in Bild 4.6(b) ist wieder die reale Situation skizziert, rechts die gewählte Interpretation des Fehlerszenarios: Die Wirkung des Sägeschnitts auf die Struktur, das meint die lokale Änderung der Struktursteifigkeit, wird durch die Wirkung eines einzelnen



(a) Änderung der lokalen Strukturmassenbelegung durch eine Zusatzmasse. Deren Massenträgheitseffekt wird durch eine virtuelle Kraft ersetzt.



(b) Änderung des lokalen Balkenquerschnitts durch einen Sägeschnitt. Die resultierende lokale Steifigkeitsänderung wird durch ein virtuelles Moment ersetzt

Bild 4.6: Strukturfehlereffekte werden als Wirkung virtueller Kräfte/Momente auf ein Nominalsystem modelliert, um sie als unbekannte Eingänge durch den PIO rekonstruieren zu können [HS09]

virtuellen Momentes an der Position des Sägeschnitts ersetzt. Das virtuelle Moment fungiert wieder als unbekannter Eingang eines fehlerfreien Nominalsystems bzw. des zugehörigen Modells. Aufgrund der Sägeschnittbreite entfällt der Effekt der Rissatmung, sodass der Schnitt in seiner Wirkung auf die Struktur dynamik mit einem natürlichen Strukturansatz nicht identisch ist. Da für den zeitlichen Verlauf des den Fehlereffekt repräsentierenden virtuellen Signals, hier des virtuellen Moments, keine kennzeichnenden Vorgaben gemacht werden bzw. pauschal das Störgrößenmodell (3.24) für den PIO verwendet wird, stellt die Rekonstruktion von Rissatmungseffekten bzw. allgemein die Rekonstruktion nichtlinearer Fehlereffekte aber auch kein generelles Hindernis für die hier vorgestellte PIO-basierte Fehlerdiagnose dar.

Sofern eine Anregung des realen Systems durch Betriebs- oder Umgebungseinflüsse erfolgt, stellt diese u. U. bereits die zur Fehlerdiagnose notwendige Strukturanregung dar. Der PI-Beobachter ist theoretisch auch während des Nennbetriebs eines Systems

zur Fehlerdiagnose einsetzbar, die Betriebslasten müssen dafür aber sensiert werden. Im vorliegenden Fall wird die notwendige Strukturanregung stattdessen durch eine senkrecht zur Balkenlängsachse wirkende mit einem Modalhammer aufgebrachte impulsförmige Kraft erzeugt. Der mit Hilfe eines Kraftsensors am Hammerkopf gemessene Kontaktkraftverlauf stellt den *bekanntem Systemeingang* dar. Außerdem werden die lateralen Balkenverschiebungen an (maximal) zwei von fünf vorgesehenen Balkenlängspositionen sensiert und bilden die *bekanntem Systemausgänge*. Aus Sicht des PI-Beobachters liegen somit ein bis zwei Messsignale der lateralen Balkenverschiebungen als Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}(t)$  des realen Systems, die gemessene Kraftanregung als bekannter Systemeingang  $\mathbf{u}(t)$  und eine virtuelle Kraft oder ein virtuelles Moment als unbekannter und durch den Beobachter zu rekonstruierender Systemeingang  $\mathbf{f}(t)$  vor.

Für die bisherigen Betrachtungen wurde der Ort eines möglichen Strukturfehlers als bekannt vorausgesetzt, sodass ebenfalls  $\mathbf{W}_2$ -Matrix (2.42) bzw.  $\mathbf{N}$ -Matrix des PIO als bekannt vorausgesetzt werden konnten. In diesem Fall ist der PIO zur Rekonstruktion der unbekanntem Eingänge des Nominalsystems (Diagnoselevel 1) unmittelbar aufstellbar. Für eine weitergehende Fehlerdiagnose mit dem Ziel der Fehlerlokalisierung (Diagnoselevel 2) bzw. im Fall entsprechend unbekanntem Modellmatrizen, ist zusätzlicher Aufwand zu leisten.

### Fehlerlokalisierung

Bei unbekanntem potenziellen Fehlerort und somit unbekanntem Modelleingangspunkt der virtuellen Kraft bzw. des virtuellen Momentes, können Strukturmodell bzw. Beobachter nicht vollständig parametrisiert werden. Der Eingangspunkt muss dann ermittelt werden, was auf physikalischer Ebene einer Fehlerlokalisierung gleichkommt. Hierzu kann eine Beobachterbank genutzt werden [Fra94, Kra06, Par00, SO97]. Bei einer solchen handelt es sich um eine Parallelschaltung mehrerer Beobachter, von denen jeder für nur einen der möglichen Eingangspunkte ausgelegt ist. Jeder der Beobachter weist somit eine unterschiedliche Sensitivität für jeden der möglichen Eingangspunkte auf. Durch einen Vergleich der verschiedenen Beobachtungsergebnisse ist der eine Beobachter ermittelbar, der das kleinste Fehlerresiduum ausweist, womit im Idealfall der tatsächliche Eingangspunkt bzw. Fehlerort lokalisiert ist. Das Lokalisierungsergebnis der in [Kra06] eingesetzten Beobachterbank zur Ermittlung eines Kraftangriffspunktes zeigt allerdings eine Abhängigkeit von dem zur Residuenberechnung verwendeten Zeitintervall, was eine (zusätzliche) Unsicherheit im Diagnoseergebnis bedeutet.

Stattdessen basiert die in dieser Arbeit eingeführte Methode zur Fehlerlokalisierung auf der numerischen Optimierung der  $\mathbf{W}_2$ - bzw.  $\mathbf{N}$ -Matrix unter Verwendung eines einzelnen PI-Beobachters. Voraussetzung dafür ist, dass der PIO die Zustände des



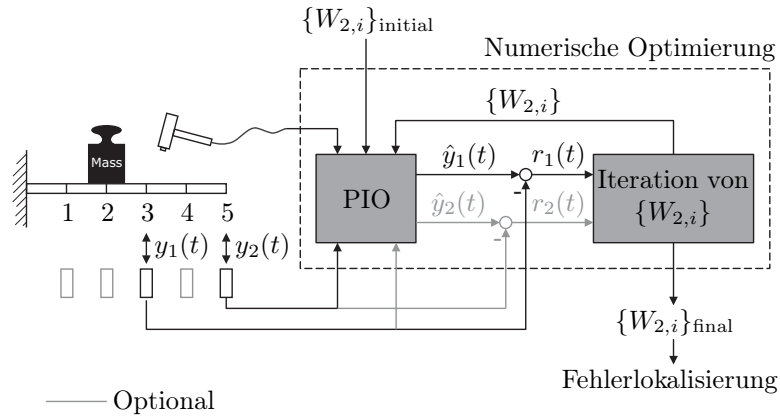


Bild 4.7: Fehlerlokalisierung anhand numerisch optimierter PIO-Eingangsmatrix  $\mathbf{N}$  durch Minimierung des Residuums  $r_1(t)$  und/oder  $r_2(t)$  [HS09]

beobachteten Systems genau dann mit minimalem Fehler (minimalen Residuen) rekonstruiert, wenn die PIO-Matrix  $\mathbf{N}$  den Eingriffspunkt des unbekanntes Einganges bzw. den Wirkungsort von virtueller Kraft/virtuellem Moment mit dem tatsächlichen Fehlerort in Deckung bringt, also den realen Fehlerort physikalisch korrekt beschreibt. Unter dieser Voraussetzung ist umgekehrt der Beobachtungsfehler bzw. sein Residuum zur Optimierung der  $\mathbf{N}$ -Matrix sinnvoll nutzbar. Im Erfolgsfall zeigt das Ergebnis eine Übergewichtung des dem tatsächlichen physikalischen Fehlerort entsprechenden Matrixelementes, womit die Position des gesuchten Strukturfehlers lokalisiert ist. Dem Lokalisierungsprozess geht die zuvor beschriebene Modellierung der potenziell geschädigten Struktur durch ein geeignetes Nominalsystem in Kombination mit, abhängig vom gesuchten Fehlertyp, einer auf dieses einwirkenden virtuellen Kraft oder einem virtuellen Moment voraus. Die Vorgehensweise ist in Bild 4.7 skizziert.

Das potenziell geschädigte System ist über einen bekannten (sensierten) Systemeingang anzuregen. Im konkreten Fall wird mittels Modalhammer dazu eine impulsförmige Kraftanregung  $\mathbf{u}(t)$  eingebracht und als Messsignal ausgegeben. Verfügt das beobachtete System über mindestens zwei Ausgänge  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  kann der bekannte Systemeingang zusammen mit einem der beiden Systemausgänge, z. B.  $y_1(t)$ , zur Rekonstruktion  $\hat{y}_2(t)$  des nicht dem PIO zugeführten Systemausgangs  $y_2(t)$  genutzt werden. Damit wiederum ist das Residuum  $r_2(t) = \hat{y}_2(t) - y_2(t)$  berechenbar. Der Beobachtungsfehler in Form einer aus  $r_2(t)$  berechneten Fehlerquadratsumme dient als zu minimierende Zielfunktion eines numerischen Optimierungsprozesses, dem die  $\mathbf{W}_2$ -Matrixelemente als Designparameter zur Verfügung stehen. Unter den vorangestellten Voraussetzungen ist die Fehlerquadratsumme von  $r_2(t)$  umso kleiner, je genauer  $\mathbf{W}_2$  den Angriffspunkt der virtuellen Kraft bzw. den Fehlerort beschreibt, sodass nach erfolgreicher Optimierung



der Fehlerort aus  $\mathbf{W}_2$  auslesbar ist. Analog kann auch  $r_1(t)$  verwendet werden oder auch eine Kombination aus  $r_1(t)$  und  $r_2(t)$ , wie in Bild 4.7 angedeutet. Liegt eine Beschränkung auf nur einen (sensierten) Systemausgang vor ist ganz ähnlich zu verfahren. Dann ist der zur Rekonstruktion genutzte Streckenausgang mit seiner eigenen Rekonstruktion zu vergleichen, um ein Residuum berechnen zu können. Wie erfolgreich die verschiedenen Varianten sind ist im Einzelfall zu prüfen und hängt u. a. wesentlich von den lokalen Graden der Steuer- und Beobachtbarkeit ab.

Im skizzierten Beispiel des mit fünf Elementen modellierten Biegebalkens (Bild 4.7) ist  $\mathbf{W}_2$  ein Spaltenvektor mit ebenfalls fünf Elementen. Jedes der Vektorelemente gehört zu einem der fünf Knotenpunkte des Balkens. Am Ende des Optimierungsprozesses liegt also ein Vektor mit fünf optimierten Elementen vor, dessen betragsmäßig größtes Element durch seine Position im Vektor die geschädigte Balkenposition bzw. den nächstliegenden Knoten identifizieren soll. Das Optimierungsproblem wird wie folgt formuliert:

$$\min_{\boldsymbol{\theta} \in \Sigma} \{\varepsilon(\boldsymbol{\theta})\} \quad \text{mit} \quad \Sigma = \{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^5 \mid \boldsymbol{\theta}_L < \boldsymbol{\theta} < \boldsymbol{\theta}_U\}; \quad \boldsymbol{\theta}_L = \mathbf{0}_{5 \times 1}; \quad \boldsymbol{\theta}_U = \infty_{5 \times 1} \quad (4.5a)$$

für den skalaren Fehlerausdruck

$$\varepsilon(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n r_i^2(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n [\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i(\boldsymbol{\theta})]^2 \quad (4.5b)$$

über  $n$  Zeitschritte der Beobachtersimulation, unter Verwendung des Designparametervektors

$$\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{W}_2^\top \quad q]^\top . \quad (4.5c)$$

Dem dafür eingesetzten nichtlinearen Least-Squares-Optimierungsalgorithmus steht neben den Elementen des  $\mathbf{W}_2$ -Vektors

$$\mathbf{W}_2 = [W_{2,1} \quad W_{2,2} \quad W_{2,3} \quad W_{2,4} \quad W_{2,5}]^\top \quad (4.6)$$

auch der Gewichtungsfaktor  $q$  der für die PIO-Auslegung verwendeten Wichtungsmatrix  $\mathbf{Q}$  (3.32c) in der Matrix-RICCATI-Gleichung (3.32b) als Designparameter zur Verfügung. Deshalb ist keine Vorabfestlegung auf einen  $q$ -Wert erforderlich, was die Flexibilität der Vorgehensweise erhöht, weil anderenfalls Vorkenntnisse gewonnen werden müssten, um eine ungeeignete Parametrierung ausschließen zu können. Andererseits ist davon auszugehen, dass sich  $q$  und  $\mathbf{W}_2$  in der Optimierung gegenseitig beeinflussen bzw. sich ihre Wirkungen auf das Optimierungsziel überlagern. So geht  $\mathbf{W}_2$  in die Berechnung der  $\mathbf{N}$ -Eingangsmatrix ein, z. B. (3.28a), die wiederum in die erweiterte Systemmatrix  $\mathbf{A}_e$  eingeht, z. B. (3.19). Die erweiterte Systemmatrix  $\mathbf{A}_e$  und  $q$

wiederum gehen beide in die Berechnung der PIO-Rückführmatrix  $L_e$  (3.32a) ein, die das Rekonstruktionsergebnis des PIO bzw. den Beobachtungsfehler (3.34) und dadurch auch die Zielfunktion der Optimierung beeinflusst. Es wird in dieser Arbeit nicht weiter untersucht, inwieweit eine Parameterfixierung von  $q$  (auf einen Wert  $q \neq q_{opt}$ ) tatsächlich eine Einschränkung für die Lokalisierungsmethode darstellen würde. Die experimentelle Erprobung der Methode ist in Kap. 5.3 dargestellt.

Bei der Fehlerlokalisierung ist das Auflösungsvermögen der verwendeten Diagnosemethode ein relevanter Aspekt. Da virtuelle Momente- und Kräfte als ausschließlich an den Knotenpositionen angreifend betrachtet werden und dadurch jeweils einen Bereich von mindestens einer Balkenelementlänge einschließen, ist das Auflösungsvermögen der Diagnosemethode u. a. unmittelbar durch die Zahl der eingeführten Balkenknoten limitiert, ganz unabhängig von der sonstigen Modellgenauigkeit. Die Diagnosemethode ist also zur unmittelbaren Steigerung ihres Auflösungsvermögens in Kombination mit Modellen mit entsprechend großer Zahl an Freiheitsgraden bzw. mit entsprechend feiner Strukturunterteilung anzuwenden.

Soll die durch den PI-Beobachter rekonstruierte Massenträgheitskraft auch dazu verwendet werden, den Betrag der Masseänderung zu ermitteln, ist zu beachten, dass das rekonstruierte Signal, speziell seine Amplitude, auch von  $\mathbf{W}_2$  bzw. dessen Elementbeiträgen abhängt. Einfluss auf das Optimierungsergebnis haben u. a. auch der gewählte numerische Optimierungsalgorithmus, Designparameterschranken, Anfangswerte sowie der Zeitbereich, über den der PI-Beobachter Signale rekonstruiert und der anschließend auch für die Optimierung von  $\theta$  bzw. zur Berechnung von  $\varepsilon(\theta)$  (4.5b) verwendet wird.

### 4.3 Model-Updating in der Fehlerdiagnose: Referenzmethode

Zur vergleichenden Beurteilung der PIO-basierten Diagnoseergebnisse wird eine Model-Updating-basierte Methode herangezogen. Die Model-Updating-basierte Methode besteht darin, gemäß der in Kap. 2.2 vorgestellten Vorgehensweise, ein (Diagnose-)Modell der ungeschädigten Struktur und ein (Schaden-)Modell der geschädigten Struktur zu identifizieren. Anschließend dienen Abweichungen in den sich entsprechenden finalen Designparametern beider Modelle als Indikation für eine Schädigung der realen Struktur (Diagnoselevel 1) und weiterführend auch der Lokalisierung der Fehlerstelle (Diagnoselevel 2).

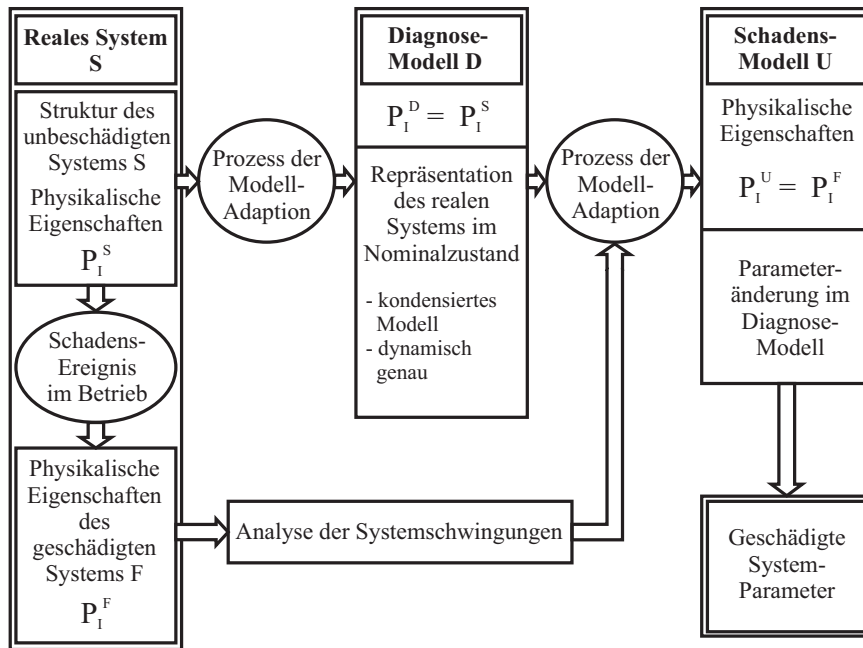


Bild 4.8: Aufbau einer Strukturfehlerdiagnose mittels Model-Updating [MSPWB99]

Das Model-Updating in der für diese Arbeit gewählten Variante skizziert Bild 2.6. Die Einbindung des Model-Updating in einen Diagnoseprozess illustriert Bild 4.8. Dieser Diagnoseprozess besteht im Wesentlichen aus drei Schritten [MS03]:

- i) Adaption des theoretisch ermittelten systembeschreibenden FE-Modells an den (ungeschädigten) Originalzustand des zu untersuchenden realen Systems. Das Ergebnis ist das *Diagnosemodell* mit dem Designparametervektor  $\theta_{\text{final}}^D$ , das nach dem vollständigen Model-Updating in seinen numerischen Eigenschaften  $P_i^D$  den  $n$  betrachteten physikalischen Eigenschaften des realen Systems  $P_i^S$  entspricht:  $P_i^D = P_i^S; i = 1, \dots, n$ .
- ii) Adaption des Diagnosemodells an die physikalischen Eigenschaften des zu untersuchenden potenziell geschädigten Systems. Im Zuge der Modelladaption wird der Designparametervektor des Diagnosemodells  $\theta_{\text{final}}^D$  in einer für den Schaden typischen Weise modifiziert. Das Ergebnis ist das *Schadenmodell* mit dem Designparametervektor  $\theta_{\text{final}}^U$ , das nach dem vollständigen Model-Updating in seinen numerischen Eigenschaften  $P_i^U$  den  $m$  betrachteten physikalischen Eigenschaften des realen geschädigten Systems  $P_i^F$  entspricht:  $P_i^U = P_i^F; i = 1, \dots, m$ . Das Model-Updating läuft analog zu Schritt i) ab, kann aber auf eine Untermenge der in

Schritt i) betrachteten physikalischen Eigenschaften sinnvoll begrenzt sein, sodass  $m \leq n$  gilt.

- iii) Parametervergleich zwischen Diagnose- und Schadenmodell zur Fehlerdiagnose. Unterschiede  $\Delta\boldsymbol{\theta}_{\text{final}} = \boldsymbol{\theta}_{\text{final}}^{\text{S}} - \boldsymbol{\theta}_{\text{final}}^{\text{D}}$  in den sich entsprechenden finalen Designparametern beider Modelle identifizieren die *geschädigten Systemparameter* und sind eine Indikation für eine Schädigung der realen Struktur. Sie erlauben zudem eine Fehlerlokalisierung aufgrund der gegenseitigen Zuordenbarkeit zwischen geschädigten Systemparametern und Bereichen der realen Struktur. Unter Umständen kann zudem aus der Größe der Parameterdifferenzen  $\Delta\boldsymbol{\theta}_{\text{final}}$  auf den Grad einer Schädigung geschlossen werden.

Die physikalischen Eigenschaften  $\boldsymbol{P}$  können statt vektoriellen auch skalaren Charakter haben, wie beispielsweise die Eigenfrequenzen, siehe (2.35)–(2.39) für als relevant erachtete physikalische Eigenschaften.

Grundsätzlich ist für eine erfolgreiche modellbasierte Schadendiagnose eine hinreichende Modellgenauigkeit erforderlich, damit fehlerbedingte Änderungen der sensierten Struktur korrekt diagnostiziert, nicht durch Modellfehler überdeckt und durch Modellfehler keine vermeintlichen Strukturfehler vorgetäuscht werden. Aus diesem Grund dient Schritt i) zunächst der Identifizierung eines initialen dynamisch genauen Modells der ungeschädigten Struktur mittels Model-Updating, statt mit einem vergleichsweise ungenauen FE-Modell unmittelbar in Schritt ii) zu starten. Eine alternative Vorgehensweise besteht darin, Veränderungen der messtechnisch erfassten dynamischen Struktureigenschaften als ein Delta zu betrachten und die notwendigen Designparameteränderungen eines initial nicht adaptierten FE-Modells zu identifizieren, die zu einem identischen Delta in dessen entsprechenden numerischen Struktureigenschaften führen. Diese alternative Vorgehensweise benötigt nur ein statt zwei Model-Updating-Prozesse und versucht den Effekt von Modellfehlern auf das Diagnoseergebnis durch reine Differenzbetrachtungen abzumildern. In der vorliegenden Arbeit wird diese Variante nicht weiterverfolgt.

Wie auch für die PIO-basierte Vorgehensweise ist die physikalisch sinnvolle Abbildbarkeit des potenziellen Schadens im verwendeten Strukturmodell eine notwendige Voraussetzung zur Anwendung der Diagnosemethode. So müssen im Fall eines Strukturfehlers in Form einer Masseänderung entsprechende massebezogene FE-Modellparameter zu den Designparametern im Model-Updating gehören. Im Fall eines Strukturfehlers mit der Folge einer Änderung der (lokalen) Struktursteifigkeit müssen entsprechende steifigkeitsbezogene Designparameter im Model-Updating verfügbar sein. Je nach Fehlerart kann auch die Verwendung von diskreten Rotationsfedern oder Offset-Parametern im FE-Modell hilfreich sein [Fri07]. Für komplexere Fehler, die nicht auf diese

Art bzw. durch Parameteränderungen in den Massen- und Steifigkeitsmatrizen abbildbar sind, muss eine geeignete Modellierung zunächst gefunden werden. Ein geeignetes (auch geeignet parametrisiertes) Fehlermodell oder eine inhärente Abbildungsmöglichkeit der erwartbaren Fehlerarten als Teil bzw. Eigenschaft des im Model-Updating zu adaptierenden FE-Modells ist also vorausgesetzt. Insgesamt muss es also auch für diese Diagnosemethode vorab eine Vorstellung von den zu erwartenden Strukturfehlern geben, um diese geeignet im Model-Updating berücksichtigen zu können. Das heißt umgekehrt auch, dass neue oder nicht berücksichtigte Fehlerarten auf diesem Weg der Fehlerdiagnose tendenziell schwierig zu identifizieren sind.

Die in der vorliegenden Arbeit beispielhaft betrachteten und künstlich eingebrachten Strukturschäden am Biegebalken in Form von Masseänderung und Sägeschnitt können im FE-Strukturmodell vergleichsweise einfach durch adäquate Änderungen in den Massen- und Steifigkeitseigenschaften der zugehörigen finiten Elemente abgebildet werden. Entsprechende Modellparameter dienen im Model-Updating des Schadenmodells als Designparameter.

Eine weitere Anwendungsvoraussetzung ist die hinreichend genaue Modellierbarkeit der betrachteten Struktur als lineares System, sowohl vor als auch nach einem Schadenereignis [WFMP07]. In dieser Hinsicht ist der PI-Beobachter u. U. flexibler einsetzbar, dieser kann auch nichtlineare Effekte rekonstruieren [Mül90, Mül95, SBM93, Söf96, Kir10] während er selbst auf einem linearen (Nominal-)Modell basiert. In zur PIO-Anwendung analoger Weise sind Steuer- und Beobachtbarkeit relevant für den Diagnoseerfolg, ebenso analog die zur Verfügung stehende Frequenzbandbreite für Mess- und Anregungssignale. Für den Model-Updating-Teil der Diagnosemethode bzw. für die entsprechenden experimentellen Modalanalysen werden typischerweise Beschleunigungsmessungen verwendet. Dadurch steht der Methode gegebenenfalls eine im Vergleich zur PIO-Anwendung deutlich größere Frequenzbandbreite, insbesondere vergleichsweise hohe Strukturmoden, zur Informationsauswertung zur Verfügung. Eine experimentelle Anwendung der Model-Updating-basierten Fehlerdiagnosemethode erfolgt in Kap. 5.3.

## 4.4 PI-Beobachter in der Regelung

Die Beobachterentwicklung erfolgte und erfolgt teilweise mit dem ausdrücklichen und naheliegenden Ziel, einen solchen als Teil eines Regelungskonzeptes einzusetzen. Die Aufgabe des Beobachters liegt auch dann in der Zustandsrekonstruktion zwecks Zustandsrückführung zur Systemstabilisierung oder in der Rekonstruktion (deterministi-

scher) Systemstörungen, um durch (synthetische) Störgrößenaufschaltung das Störverhalten des beobachteten Systems zu verbessern. Mit Hilfe des PI-Beobachters können im Prinzip, unter geeigneten und in Kap. 3 dargelegten Voraussetzungen, Zustands- und Störgrößen gleichzeitig rekonstruiert werden, wodurch er sich als ein Baustein entsprechender Regelungskonzepte anbietet. In diesem Unterkapitel wird auf den PI-Beobachter als Element zur Regelung elastomechanischer Strukturen fokussiert. Einen Überblick über die zahlreichen Methoden zur Regelung bzw. aktiven Schwingungsdämpfung elastomechanischer Strukturen geben beispielsweise [FEN96, Gaw04, Pre11].

Die Arbeiten von JONSON [Joh68, Joh71, Joh76] und DAVISON [Dav72] Ende der 60er- bis Mitte der 70er-Jahre zur Störgrößenkompensation in Regelkreisen wurden von MÜLLER und LÜCKEL aufgegriffen und erweitert [ML77]. Eine Anwendung der so fortgesetzten Forschung zur Störgrößenkompensation erfolgte beispielsweise in Form simulierter [Mül90, Mül95, Söf96] und experimenteller [Mül00] Erprobungen von Roboter-Positionsregelungen. Dafür wurde in [Mül95] insbesondere die Eignung des PI-Beobachters bzw. des Störgrößenmodells (3.24) ( $\mathbf{V} = \mathbf{0}$ ) untersucht. Eine experimentelle Erprobung einer aktiven Schwingungsdämpfung einer Metallplatte unter Einsatz des PIO ist in [Kra06, SKH06] dargestellt. Siehe auch die Ausführungen und Referenzen zum Störgrößen- und PI-Beobachter im vorhergehenden Kap. 3.

Den Arbeiten von JONSON und DAVISON nachfolgenden Beiträgen ist gemeinsam, dass die Aufgabe der Regelung eines nichtlinearen Systems gelöst wird, indem nichtlineare Effekte der Regelstrecke als Störungen einer linearen Regelstrecke aufgefasst, durch den (PI-)Beobachter rekonstruiert und schließlich durch eine Nichtlinearitäten-Kompensation in Form einer (synthetischen) Störgrößenaufschaltung in Abhängigkeit von den Randbedingungen mehr oder weniger unterdrückt werden. Die aus nichtlinearer Regelstrecke und Störgrößenaufschaltung zusammengesetzt gedachte erweiterte Regelstrecke ist im Idealfall vollständig linear und kann ggf. also mit den Methoden der linearen Regelungstheorie behandelt werden. Eine mathematische Beschreibung der Nichtlinearitäten, womöglich mit hohen Anforderungen an ihre Differenzierbarkeit wie sie z. B. für das Verfahren der exakten Linearisierung erforderlich ist [Isi95], wird nicht benötigt.

Nachfolgend werden notwendige und hinreichende Bedingungen für die Möglichkeit einer synthetischen Störgrößenaufschaltung zur Verbesserung des Störverhaltens linearzeitinvarianter Mehrgrößenregelungssysteme unter Einsatz des PI-Beobachters dargestellt. Die Herleitungen folgen den Ausführungen in [ML77] und bilden die mathematische Grundlage der experimentell erprobten aktiven Schwingungsdämpfung am Beispiel einer allseitig eingespannten Metallplatte in Kap. 5.4.2.

Betrachtet wird das durch  $\mathbf{f}(t)$  deterministisch gestörte System (3.16), ergänzt um den Vektor  $\mathbf{z}(t)$  der interessierenden Regelgrößen (4.7c)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{N}\mathbf{f}(t) , \quad (4.7a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) , \quad (4.7b)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{F}\mathbf{x}(t) . \quad (4.7c)$$

Die Regelungsaufgabe besteht in dem Entwurf einer Kombination aus Zustandsrückführung und Störgrößenaufschaltung

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_x\mathbf{x}(t) - \mathbf{K}_v\mathbf{f}(t) \quad (4.8)$$

derart, dass die

- i) asymptotische Stabilität und ein darüber hinausgehendes gewünschtes Maß an Schwingungsdämpfung des geschlossenen Regelkreises durch Rückführung von  $\mathbf{K}_x\mathbf{x}(t)$  gewährleistet ist und zusätzlich die
- ii) interessierenden Regelgrößen  $\mathbf{z}(t)$  trotz anhaltender Störung  $\mathbf{f}(t)$  durch Aufschaltung von  $\mathbf{K}_v\mathbf{f}(t)$  ausgeregelt werden, sodass  $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{z}(t) = \mathbf{0}$ .

Dem PI-Beobachter fällt dabei die Aufgabe der Störgrößen- und (vollständigen) Zustandsrekonstruktion zu, sodass die Stellgröße  $\mathbf{u}(t)$  (4.8) unter Verwendung der Näherungen  $\hat{\mathbf{x}}(t) \approx \mathbf{x}(t)$  und  $\hat{\mathbf{v}}(t) \approx \mathbf{f}(t)$  berechnet werden kann. Dem zugehörigen Störgrößenmodell (3.24) entsprechend, wird die Störung vereinfachend als (zeitweise) konstant angenommen. Der geschlossene Regelkreis, bestehend aus gestörtem System (4.7), (vollständiger) Zustandsrückführung und Störgrößenaufschaltung gemäß (4.8), ist somit durch

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \\ \dot{\mathbf{e}}_x(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{v}}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{BK}_x & -\mathbf{BK}_x & -\mathbf{BK}_v \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} - \mathbf{L}_x\mathbf{C} & \mathbf{N} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{L}_v\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{e}_x(t) \\ \hat{\mathbf{v}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}\mathbf{f}(t) \\ -\mathbf{N}\mathbf{f}(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

mit dem Beobachtungsfehler  $\mathbf{e}_x(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$  (3.26) beschrieben.

Der Entwurf der Rückführmatrix  $\mathbf{K}_x$  erfolgt getrennt von  $\mathbf{K}_v$  und kann nach den üblichen Methoden der Polvorgabe oder der linear-quadratischen Optimierung erfolgen [ML77]. Unter der Voraussetzung der vollständigen Steuerbarkeit des Systems ( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ) gemäß [Hau69]

$$\text{Rang} [\lambda\mathbf{I}_n - \mathbf{A} \quad \mathbf{B}] = n \quad \text{für alle } \lambda \in \mathbb{C} \quad (4.10)$$

oder mindestens seiner Stabilisierbarkeit und geeigneter Beobachterausslegung durch  $\mathbf{L}_x$  und  $\mathbf{L}_v$  (siehe Kap. 3.2.2 zur Auslegung des PIO) stabilisiert die Rückführung von  $\hat{\mathbf{x}}(t)$  den Regelkreis.

Zur Auslegung der Verstärkungsmatrix  $\mathbf{K}_v$  wird die stationäre Antwort des geschlossenen Regelkreises (4.9) auf Störsignale gemäß (3.24) betrachtet. Der asymptotisch stabile Regelkreis geht unter diesen Bedingungen in eine (stabile) Gleichgewichtslage über

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(t) &\rightarrow \mathbf{x}(t) \rightarrow \mathbf{x}_{\text{st}} , & \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &\rightarrow \mathbf{0} , \\ \mathbf{e}_x(t) &\rightarrow \mathbf{0} , & \hat{\mathbf{v}}(t) &\rightarrow \mathbf{f}(t) \equiv \mathbf{v}_0 , \\ \mathbf{z}(t) &\rightarrow \mathbf{z}_{\text{st}} . \end{aligned} \quad (4.11)$$

Diese stationären Endzustände eingesetzt, ergibt sich die erste Zeile des DGL-Systems (4.9) zu

$$\mathbf{0} = [\mathbf{A} - \mathbf{BK}_x] \mathbf{x}_{\text{st}} + [\mathbf{N} - \mathbf{BK}_v] \mathbf{v}_0 \quad (4.12)$$

und nach Umformung zu

$$\mathbf{x}_{\text{st}} = \underbrace{[\mathbf{A} - \mathbf{BK}_x]^{-1} [\mathbf{BK}_v - \mathbf{N}]}_{\mathbf{X}} \mathbf{v}_0 . \quad (4.13)$$

Die Forderung nach Störgrößenkompensation unter den zuvor formulierten Randbedingungen lautet damit

$$\mathbf{z}_{\text{st}} = \mathbf{F} \mathbf{X} \mathbf{v}_0 \stackrel{!}{=} \mathbf{0} \quad (4.14)$$

bzw. es wird mit

$$\mathbf{F} \mathbf{X} \stackrel{!}{=} \mathbf{0} \quad (4.15)$$

die Unabhängigkeit der Lösung von  $\mathbf{v}_0$  gefordert. Nach Ersetzung von  $\mathbf{X}$  durch (4.13) ergibt sich die Bestimmungsgleichung für  $\mathbf{K}_v$  zu

$$\mathbf{F} [\mathbf{A} - \mathbf{BK}_x]^{-1} \mathbf{BK}_v = \mathbf{F} [\mathbf{A} - \mathbf{BK}_x]^{-1} \mathbf{N} . \quad (4.16)$$

Offensichtlich kann (4.16) insbesondere dann und unabhängig von  $\mathbf{F} [\mathbf{A} - \mathbf{BK}_x]^{-1}$  gelöst werden, wenn die Bedingung

$$\mathbf{BK}_v \stackrel{!}{=} \mathbf{N} \quad (4.17)$$

erfüllt ist, was wiederum genau dann möglich ist, wenn die Rangbedingung

$$\text{Rang } \mathbf{B} = \text{Rang } [\mathbf{B} \quad \mathbf{N}] \quad (4.18)$$



erfüllt ist, also die Störungen höchstens über die durch  $\mathbf{B}$  beschriebenen Eingangskanäle auf das zu entstörende System einwirken [Mül95]. Im Fall einer eindeutigen Lösung ist unter den betrachteten Randbedingungen eine vollständige Unterdrückung des Störgrößeneinflusses möglich. Sofern keine eindeutige Lösung möglich ist, ist eine mit minimalem Fehler  $\|\mathbf{B}\mathbf{K}_v - \mathbf{N}\|$  aus

$$\mathbf{K}_v = [\mathbf{B}^\top \mathbf{B}]^{-1} \mathbf{B}^\top \mathbf{N} \quad (4.19)$$

berechenbar.

Die Lösung stellt insofern einen Sonderfall dar, als dass die Forderung (4.18) streng ist und das verwendete Störgrößenmodell auch für einen schnellen Beobachter, in Abhängigkeit von der tatsächlichen Störgrößendynamik, unzureichend sein kann. In [ML77, Mül95] wird dagegen u. a. das Störgrößenmodell (3.18) für Beobachter und Betrachtungen zur Störgrößenkompensation verwendet sowie Systemklassen untersucht, die zur Störgrößenkompensation weniger strenge Anforderungen an die Störgrößeneingangskanäle bedingen. Die Möglichkeit die dynamischen Kompensationseigenschaften für nicht-konstante Störungen durch die zusätzliche Rückführung eines Differenzieranteils der rekonstruierten Störung zu verbessern untersuchte [Kra06].



## 5 Ergebnisse

An einem einseitig eingespannten Biegebalken als Beispiel für eine elastomechanische Struktur wird zunächst in Kap. 5.1 die Modellbildung mittels experimenteller Output-only-Modalanalyse (Kap. 2.3) erprobt. Es folgt in Kap. 5.2 eine experimentelle Untersuchung der PIO-basierten Fehlerdiagnose (Kap. 4.2) am Biegebalken. Hierzu werden zunächst Fehler in Form hochdynamischer mechanischer Kontakte betrachtet, deren Detektion (Diagnoselevel 1) und Rekonstruktion im Vordergrund stehen. Die Rekonstruktion ist eine notwendige Voraussetzung für eine weiterführende PIO-basierte Fehlerlokalisierung (Diagnoselevel 2) und wird deshalb im Detail analysiert. Zudem dienen die Versuche aufgrund der dabei unkompliziert zu bewerkstellenden Referenzmessungen der Validierung des PIO. Im Anschluss erfolgen Tests der PIO-basierten Methode zur Lokalisierung (Diagnoselevel 2) von Strukturfehlern in Form von Masseänderungen und Querschnittsreduzierungen (Sägeschnitt) am Biegebalken. Als Referenz fungieren entsprechende und in Kap. 5.3 dargestellte experimentelle Ergebnisse der Model-Updating-basierten Diagnosemethode (Kap. 4.3). Dem Biegebalken als 1D-Beispiel folgt in Kap. 5.4 eine allseitig eingespannte Platte als 2D-Beispiel für eine elastomechanische Struktur. An dieser werden ebenfalls Versuche zur Kontaktkraftrekonstruktion durchgeführt und außerdem die aktive Strukturdämpfung (Kap. 4.4) unter Einsatz eines (modalen) PIO (Kap. 3.2.1) getestet.

Für die jeweiligen Versuche werden insbesondere Mess- und Umgebungseinflüsse sowie Messlimitierungen und die daraus resultierenden Einschränkungen für die PIO-Anwendung (Fehlermaskierung, falsch-positive Fehlerdetektion, siehe auch Diskussion in Kap. 4) analysiert und diskutiert. Dazu gehört auch die genaue Analyse des thermischen Einflusses auf die Plattendynamik in Kap. 5.4.3.

### 5.1 Einseitig eingespannter Biegebalken

Der in Bild 5.1(a) dargestellte elastische Balken (2) aus  $545 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$  ( $l \times b \times h$ ) Stahlhalbzeug ist einseitig eingespannt (1). Nach einer (kleinen) manuellen Auslenkung, wie sie gestrichelt in Bild 5.1(b) eingezeichnet ist, federt dieser zu-

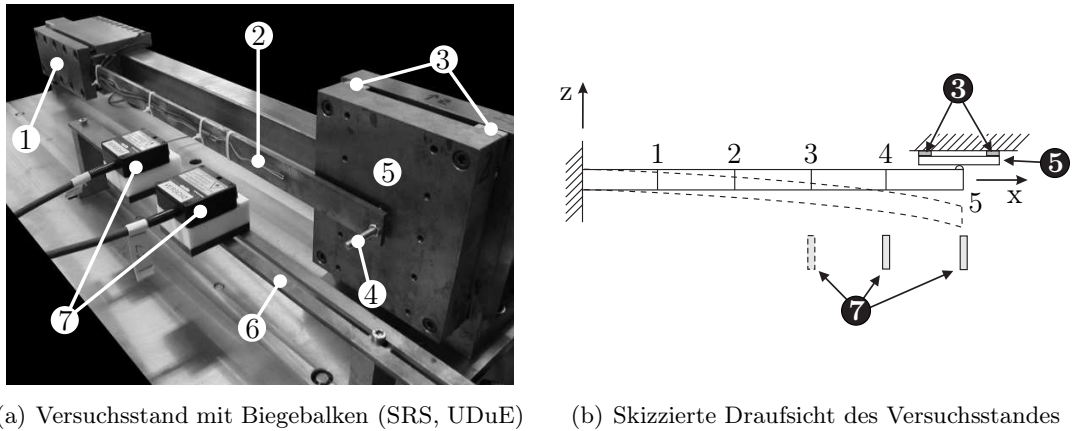


Bild 5.1: Versuchsstand: Einseitig eingespannter (1) Biegebalken (2), vier piezoelektrische Elemente (3) zur Erfassung des Kontaktkraftverlaufes zwischen Kontaktspitze (4) und Anschlagplatte (5), Führungsschiene (6) mit zwei in Balkenlängsrichtung frei positionierbaren Laser-Abstandssensoren (7) zur kontinuierlichen Sensierung der lateralen Balkenauslenkungen

rück und kommt mit der an seinem freien Ende montierten Spitze (4) in Kontakt mit einer massiven Anschlagplatte (5) aus Stahl. Die unter anderem von der Werkstoffpaarung der Kontaktpartner Spitze/Platte abhängige Stoßzahl und damit der (zeitliche) Kontaktkraftverlauf, kann durch Kontaktspitzen (4) aus verschiedenen Werkstoffen (Stahl, Gummi u. a.) variiert werden. So lassen sich am Versuchsstand mechanische Kontakte unterschiedlicher Dynamik realisieren. Der Kontaktkraftverlauf ist zu Referenzzwecken mittels vier piezoelektrischer Elemente (3) erfassbar. Dazu sind die vier KISTLER-Quarz-Kraftsensoren (Type 9251A) in einem Dynamometer mit gemeinsamer Grund- und Deckplatte (5) kombiniert. Durch ihre Parallelschaltung liefert der angeschlossene KISTLER-Ladungsverstärker (Type 5007) eine Ausgangsspannung proportional zur Summe der auf die vier Sensoren senkrecht wirkenden Kräfte bzw. zu der dadurch in Summe verursachten Ladungsverschiebung. Der Messaufbau ermöglicht sowohl dynamische als auch quasistatische Kraftmessungen. Der dafür nutzbare Frequenzmessbereich ist nach oben durch die Resonanzfrequenz des Dynamometers bzw. des Gesamtaufbaus und nach unten durch die Drift des Ladungsverstärkers sowie Isolationsverluste begrenzt. Alternativ kann der Balken mittels PCB-PIEZOTRONICS-Modalhammer (piezoelektrischer ICP-Kraftsensor Type 208A03 und ICP-Signalwandler Type 480A) durch eine impulsartige Kontaktkraft angeregt werden, die von einem piezoelektrischen Element am Hammerkopf erfasst wird. Zur Sensierung der lateralen Balkenverschiebungen dienen zwei nach dem Prinzip der optischen Triangulation arbeitende laseroptische MICRO-EPSILON-Abstandssensoren (7) (optoNCDT Serie 1605, Type LD1625-20, Grenzfrequenz 25 kHz ( $-3$  dB)), deren gemeinsame Führungsschiene

(6) parallel zur Balkenlängsachse verläuft und eine freie Positionierung der Sensoren vor dem Balken ermöglicht. Die Messdatenerfassung durch Digitalisierung und Aufzeichnung erfolgt mit Hilfe eines dSPACE-Systems (DS 2201 Multi-I/O-Board, DS 1005 PPC-Prozessor-Board). Für experimentelle Output-only-Modalanalysen (OMA) ist außerdem ein TEAC-LX-10-Datenrekorder zusammen mit ICP-kompatiblen KISTLER-Beschleunigungssensoren (Type 8632C50) und Modalanalysesoftware ARTEMIS von STRUCTURAL VIBRATION SOLUTION A/S verfügbar.

### Zufällige und systematische Messabweichungen: Ermittlung von Mess- und Umgebungseinflüssen

Die experimentelle Modalanalyse in Form der OMA dient nachfolgend am Biegebalken der Modellbildung, ist Bestandteil der zu Vergleichszwecken eingesetzten Model-Updating-basierten Diagnosemethode und wird zur Quantifizierung strukturdynamischer Veränderungen infolge von Umgebungseinflüssen in den Versuchen mit Biegebalken und Platte eingesetzt. Messabweichungen in der OMA wirken sich demnach im Sinne einer Fehlerfortpflanzung auf Folgeanwendungen aus oder schränken die auf den Analysen basierenden Beurteilungen ein, weswegen zunächst die Größenordnung der zu erwartenden Messabweichungen anhand einer (kleinen) Messreihe näherungsweise ermittelt werden soll. Dabei ist zwischen *zufälligen* und *systematischen* Messabweichungen zu unterscheiden.

Die Ergebnisse dreier Modalanalysen des Biegebalkens sind in Tab. 5.1(a) dargestellt. Alle Analysen wurden mit identischen Hard- und Softwareeinstellungen, fünf über der Balkenlänge äquidistant angeordneten Beschleunigungssensoren, 12 kHz Abtastrate und jeweils 140 s Messdauer durchgeführt, sodass die ersten fünf Biegeresonanzen zwischen 10 Hz und 800 Hz zuverlässig erfasst werden konnten. Die Messungen erfolgten unmittelbar nacheinander, um die Gesamtmessdauer mit etwa  $3 \times 140$  s möglichst kurz zu halten. Eine Messbeeinflussung durch eine sich über die Messdauer hinweg ändernde Labortemperatur wird deshalb als praktisch nicht relevant und mögliche Messergebnisabweichungen allein als *zufällige* Abweichungen betrachtet. Für die ermittelten (ungedämpften) Resonanzfrequenzen und zugehörige Dämpfungsgrade sind die Mittelwerte  $\bar{f}$ ,  $\bar{D}$  sowie die empirischen Standardabweichungen  $s_f$ ,  $s_D$  als Streuungsmaß in Tab. 5.1(a) aufgeführt. Die Werte zeigen, dass im gegebenen Fall Resonanzfrequenzen und zugehörige Dämpfungswerte maximal auf die erste Nachkommastelle genau ermittelt werden können. Dagegen zeigt die Gegenüberstellung der durch das Modalanalysesystem bestimmten Eigenvektoren (siehe auch Bild 5.3) praktisch identische Eigenformen ( $\text{MAC} \approx 1$ ) (2.37) über alle Versuche hinweg. Gegebene Messabweichungen wirken sich im Rahmen der Fehlersensitivität des Kriteriums nicht aus, siehe auch Kap. 2.2 zu verschiedenen MAC-Abwandlungen.

Tab. 5.1: Reproduzierbarkeit, Temperatur- und Sensormasseneinfluss: OMA am Biegebalken für kleinen Stichprobenumfang

(a) Unmittelbar nacheinander wiederholte OMA mit fünf äquidistant angeordneten Beschleunigungssensoren bei 24,3 °C Raumtemperatur: Zufällige Messabweichungen

Mode	Messung						Statistik			
	1		2		3		$\bar{f}$ [Hz]	$s_f$ [Hz]	$\bar{D}$ [%]	$s_D$ [%]
	$f$ [Hz]	D [%]	$f$ [Hz]	D [%]	$f$ [Hz]	D [%]				
1	12,85	1,01	12,84	1,43	12,81	1,25	12,83	0,02	1,23	0,21
2	79,89	0,3	80,01	0,36	80,08	0,37	79,99	0,1	0,34	0,04
3	227,14	0,24	227,11	0,23	227,09	0,19	227,11	0,03	0,22	0,03
4	448,33	0,17	448,28	0,13	448,33	0,19	448,31	0,03	0,16	0,03
5	726,8	0,15	726,9	0,19	727	0,17	726,9	0,1	0,17	0,02

(b) Massenträgheitseinfluss der Beschleunigungssensoren auf die ermittelten Biegeresonanzen: Systematische Messabweichungen

Mode	$f$ [Hz]		
	5 Sensoren	1 Sensor	1 Sensor
	äquidistant verteilt	nahe Balkenende	nahe Einspannstelle
1	13,18	13,37	13,73
2	81,3	82,40	83,86
3	229,8	235,11	236,94
4	451,17	463,44	464,54
5	734,07	762,45	767,76

*Systematische* Messabweichungen ergeben sich u. a. durch die Verwendung (**massebehafteter**) **Beschleunigungssensoren** für die OMA. Tabelle 5.1(b) stellt die durch drei weitere Modalanalysen ermittelten Biegeresonanzfrequenzen gegenüber: Eine OMA mit fünf auf dem Balken äquidistant verteilten Beschleunigungssensoren, eine weitere mit nur einem installierten Sensor nahe dem freien Balkenende und eine dritte OMA mit nur einem Sensor nahe der Einspannstelle des Balkens. Offensichtlich sind die würfelförmigen Sensoren mit rund 14 mm Kantenlänge und je 6 g Masse geeignet, in Abhängigkeit von Anzahl und Positionierung auf dem ca. 650 g schweren Biegebalken, die Biegeresonanzen mehr oder weniger deutlich zu verschieben. So betragen für die ersten fünf Biegemoden die Frequenzabweichungen bei Verwendung von fünf Beschleunigungssensoren gegenüber der Installation eines einzelnen Sensors nahe der Einspannstelle zwischen  $-4,4\%$  und  $-2,9\%$ . Da die Balkeneigenformen bei Installation eines einzelnen ortsfesten Beschleunigungsaufnehmers per OMA nicht ermittelt werden können, ist der Sensormasseneinfluss auf die Eigenformen nicht untersucht worden.

Neben dem Aspekt der Reproduzierbarkeit von Experimenten bzw. Ergebnissen und den dafür notwendigen Maßnahmen spielt die Kenntnis des Masseneinflusses der Sensorik auf eine Struktur insbesondere dann eine Rolle, wenn die Struktur für gewöhnlich ohne installierte Sensorik genutzt wird. Im Fall des Biegebalkens bedeutet dies, dass auf obigen oder gleichartigen Modalanalysen fußende Strukturmodelle von vornherein einen systematischen Fehler bezogen auf das sensorfreie Nominalsystem aufweisen und in Abhängigkeit von der notwendigen Modellgenauigkeit nachzubessern sind, siehe Kap. 5.1.1 zur nachträglichen Adaption eines (OMA-)Balkenmodells.

Weitere *systematische* Messabweichungen können durch **Umgebungstemperaturänderungen** hervorgerufen werden. Auf Grundlage der Biegebalken-Eigenkreisfrequenzen  $\omega_i$  (4.1) wird nachfolgend der theoretisch zu erwartende Temperatureinfluss auf die Balkendynamik analysiert. Die Umgebungstemperatur findet dabei sowohl durch die Berücksichtigung der Wärmeausdehnung des Balkens als auch durch Einbeziehung eines temperaturabhängigen Werkstoffelastizitätsmoduls Eingang in die Analyse.

Unter Temperaturänderung  $\Delta T = T - T_0$  erfährt ein Festkörper wie der betrachtete Biegebalken mit differenziellem Wärmeausdehnungskoeffizienten

$$\alpha_T(T) = \frac{1}{L} \frac{dL}{dT} \quad (5.1)$$

und Ausgangslänge  $L_0$  die Längenänderung

$$\Delta L = L - L_0 = L(T) - L(T_0) = L(T_0) \cdot \left( e^{\int_{T_0}^T \alpha_T(\theta) d\theta} - 1 \right) . \quad (5.2a)$$

Nach linearer Näherung und unter der Annahme einer vernachlässigbaren Temperaturabhängigkeit des Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_T(T) \approx \alpha_T(T_0) \approx \alpha_T$  vereinfacht sich (5.2a) zu

$$\Delta L \approx L(T_0) \cdot (e^{\alpha_T \Delta T} - 1) \approx L_0 \alpha_T \Delta T , \quad (5.2b)$$

womit die Wärmedehnung

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta L}{L_0} \approx \alpha_T \Delta T \quad (5.3)$$

näherungsweise ermittelt werden kann. Im Fall einer gleichmäßigen Erwärmung und eines homogenen Festkörpers mit isotropen Werkstoffeigenschaften erfährt dieser die gleiche Wärmedehnung in allen drei Raumrichtungen. Die Temperaturabhängigkeit des werkstoffspezifischen Elastizitätsmoduls (des Biegebalkens) bezüglich des (Temperatur-)Arbeitspunktes  $T_0$  wird durch  $\left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_{T_0}$  linear approximiert und dies wiederum mit

Hilfe diskreter Werte aus Werkstofftabellen durch  $\frac{\Delta E}{\Delta T}|_{T_0}$  angenähert. Unter Berücksichtigung der in den drei Raumrichtungen identisch angenommenen Wärmedehnung (5.3) und der Linearisierung  $\frac{\partial E}{\partial T}|_{T_0}$  ergibt sich aus (4.1) die erweiterte Eigenkreisfrequenzberechnung

$$\omega_i(\Delta T) = k_i \sqrt{\frac{EAh^2}{12\mu l^4}\bigg|_{T_0} (\alpha_T \Delta T + 1) \left( \frac{\frac{\partial E}{\partial T}|_{T_0} \Delta T}{E(T_0)} + 1 \right)}, \quad (5.4)$$

$$i = \{1, 2, 3\}, \quad k_1 = 3,516, \quad k_2 = 4,694, \quad k_3 = 7,855$$

als Funktion der auf den Arbeitspunkt  $T_0$  bezogenen Temperaturänderung  $\Delta T = T - T_0$ . Konkret berechnet sich für  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T = \pm 5\text{ K}$  und typische Werkstoffkennwerte niedriglegierten Stahls [Ric10] ( $E(20^\circ\text{C}) = 212 \cdot 10^3\text{ N mm}^{-2}$ ,  $\frac{\partial E}{\partial T}|_{T_0} \approx \frac{\Delta E}{\Delta T}|_{T_0} = -53\text{ N mm}^{-2}\text{ K}^{-1}$ ,  $\alpha_T = 11,5 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$ ) die temperaturabhängige Änderung der Eigenkreisfrequenz zu  $\mp 0,06\%$ . Unter den gegebenen Laborbedingungen stellt dies den max. zu erwartenden temperaturbedingten Anteil an der Summe der systematischen Messabweichungen dar.

Diese mögliche temperaturbedingte *systematische* Messabweichung kann unter den beschriebenen Laborbedingungen die *zufällige* Messabweichung gemäß Tab. 5.1(a) deutlich übersteigen und beispielsweise für Mode 5 mit  $\bar{f}_5 = 726,9\text{ Hz}$  bis zu  $\mp 0,44\text{ Hz}$  ausmachen, wohingegen die Standardabweichung des *zufälligen* Fehlers entsprechend Tab. 5.1(a) nur  $s_f = 0,1\text{ Hz}$  beträgt. Beide Effekte können wiederum deutlich von dem Einfluss der Sensormassen auf die Balkendynamik übertroffen werden. Bei Verwendung von fünf auf dem Balken äquidistant verteilten Sensoren beträgt die negative Messabweichung gegenüber dem nicht sensierten Nominalsystem mindestens  $-4,4\%$  (als Abweichung zu einer Modalanalyse mit nur einem Sensor auf dem Balken nahe der Einspannstelle ermittelt). Die größten Messabweichungen sind demnach durch den Einfluss der Beschleunigungsaufnehmer-Massen auf die Balkendynamik zu erwarten. Durch möglichst invariante und einheitliche Sensorbestückung des Balkens über die verschiedenen Experimente hinweg wird eine solche Messabweichung zwar nicht verhindert, aber zumindest eine konsistente Strukturdynamik unterstützt.

Einen weiteren Aspekt in der Beurteilung der experimentellen Erprobungen des PI-Beobachters stellen die dazu verwendeten **Messketten** dar. Vor allem bei der Rekonstruktion hochdynamischer Vorgänge durch den PIO fällt u. U. eine im Vergleich zum Referenzsignal scheinbar verzögerte Reaktion des Beobachters auf, ähnlich einem totzeitbehafteten Verhalten. So zeigt z. B. Bild 5.21(a) eine Kontaktkraftrekonstruktion an der Platte mit einem Zeitversatz von 50 ms zwischen den Peaks des rekonstruierten Signals und des Referenzsignals. Ähnlich zeigen die in Bild 5.40 und 5.41 dargestellten Signalrekonstruktionen am Balken einen Zeitversatz in der Größenordnung von 10 ms.



Um eine durch die eingesetzten Messketten (*systematisch*) verursachte Messabweichung ggf. zu identifizieren, werden diese nachfolgend auf ihre Signallaufzeiten hin untersucht. Die Untersuchungen lassen außerdem die Geschwindigkeit der Informationsausbreitung im Biegebalken nach impulsförmiger Anregung erkennen und somit den konkret darauf zurückzuführenden Anteil an einem tendenziell verzögerten Folgeverhalten des PIO bei der Signalrekonstruktion.

Für einen entsprechenden Versuch wird der Biegebalken mit fünf Beschleunigungsaufnehmern auf den in Bild 5.1(b) skizzierten Positionen besetzt, ein sechster sensiert die Beschleunigung der Anschlagplatte. Die nach einem herbeigeführten einmaligen Kontakt zwischen Balken und Anschlagplatte gemessenen Beschleunigungen zeichnet der TEAC-Datenrekorder auf. Gleichzeitig dazu erfasst das Dynamometer den Kontaktkraftverlauf und eine laseroptische Messung die laterale Balkenverschiebung in Position 5 (freies Balkenende). Zur Aufzeichnung letztgenannter Messsignale dient das dSPACE-System. Auf diese Weise erfolgen die Beschleunigungsmessungen gerätetechnisch unabhängig von den für den PI-Beobachter verwendeten Messketten zur Balkenverschiebungs- und referenziellen Kontaktkraftmessung. Insgesamt werden für den Versuch also drei voneinander unabhängige Messketten in Kombination mit zwei verschiedenen Geräten zur digitalen Datenaufzeichnung eingesetzt.

Die zugehörigen Versuchsergebnisse zeigt Bild 5.2 (von oben nach unten): die Beschleunigungsmesssignale für die Balkenpositionen 1 bis 5, das Signal *Platte* des einzeln auf der Anschlagplatte positionierten Beschleunigungsaufnehmers, das mittels Dynamometer erfasste Kontaktkraftsignal *Kontakt* und die in Balkenposition 5 per Lasermesssystemensierte laterale Balkenauslenkung. Den (wahrscheinlichen) Kontakt zwischen Balken und Anschlagplatte zeigen die

- i) Beschleunigungsmessungen in Position 5 und der Anschlagplatte bei 0 ms, das
- ii) Dynamometer anhand des Beginns einer positiv ansteigenden Kontaktkraft bei 0,1 ms und die
- iii) Verschiebungsmessung in Position 5 anhand eine maximal positiven Auslenkung bei 0,13 ms

an. Demnach zeigen die drei Messketten den Kontaktzeitpunkt mit einem relativem Zeitversatz  $\leq 0,13$  ms an. Wird stattdessen der Modalhammer zur Balkenanregung in Position 5 genutzt ist ein zeitlicher Versatz  $\leq 0,03$  ms zwischen Verschiebungs- und referenziellem Kontaktkraftsignal des Modalhammers ermittelbar, wenn der zeitliche Abstand zwischen maximaler Balkenauslenkung in Position 5 und dem Beginn einer positiv ansteigenden Kontaktkraft herangezogen wird (Ergebnis nicht dargestellt). An-

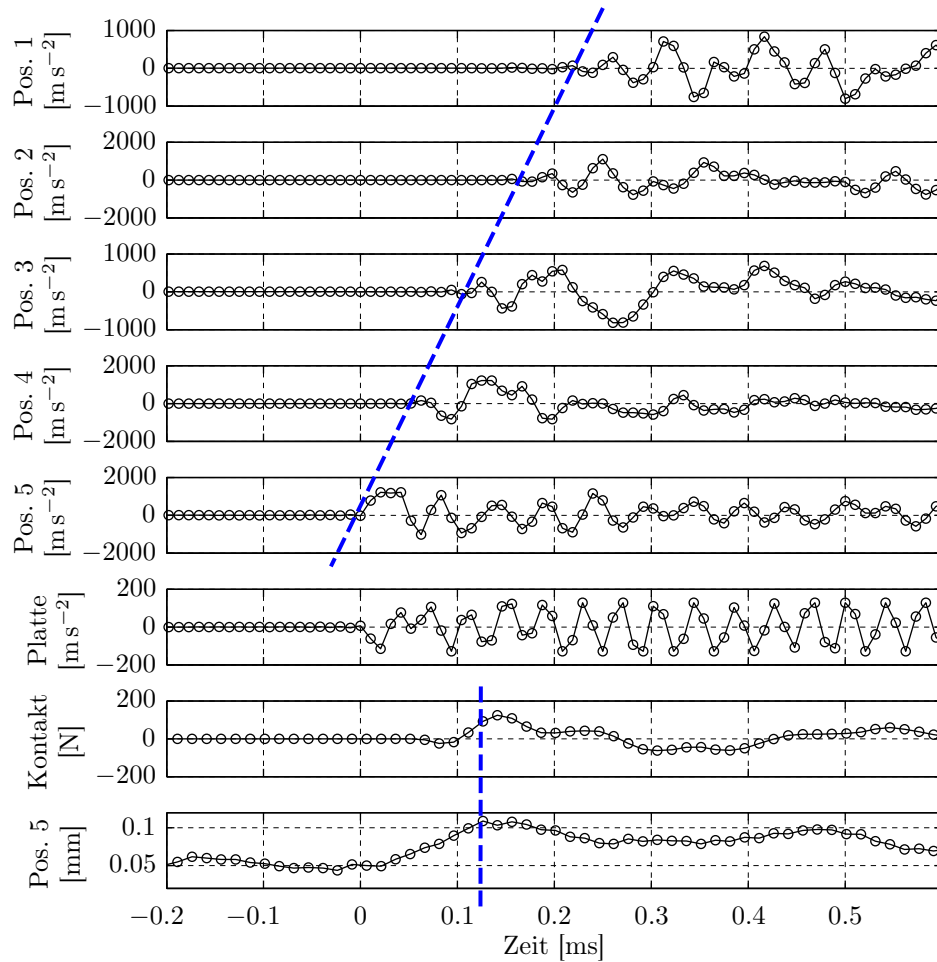


Bild 5.2: Laufzeiten der Beschleunigungs-, Verschiebungs- und Kraftsignale über verschiedene Messketten

hand der Beschleunigungssignale der fünf Balkenpositionen (Bild 5.2) ist außerdem die Informationsfortpflanzung entlang des Balkens, ausgehend von dessen freien Ende, erkennbar und als ansteigende Gerade näherungsweise gestrichelt eingezeichnet. Die Informationslaufzeit von Position 5 (freies Balkenende) bis zur Position 1 nahe der Einspannstelle beträgt ca. 0,2 ms.

Zu einer scheinbar verzögerten Signalrekonstruktion am Biegebalken durch den PI-Beobachter in der Größenordnung von 10 ms (siehe Bild 5.40 und 5.41, jeweils Anregung per Modalhammer) kann der ermittelte Zeitversatz  $\leq 0,03$  ms (bei Verwendung des Modalhammers) zwischen den Messketten für Verschiebungs- und referenziellem

Kontaktkraftsignal nicht relevant beitragen. Vergleichsweise lang sind die ermittelten 0,2 ms, die es braucht, bis die am Balkenende angeregte Schwingung nahe der Einspannstelle detektierbar ist. Eine derartige Verzögerung kann durch den PIO als ein kausales System nicht umgangen werden. Sie verringert sich aber mit dem Abstand zwischen den zur Verschiebungsmessung und Kraftanregung gewählten Balkenpositionen und würde ohnehin lediglich einen Anteil von ca. 2% z. B. an dem in Bild 5.40 und 5.41 erkennbaren Zeitversatz von ca. 10 ms ausmachen. Insgesamt ist daher festzustellen, dass die untersuchten Messketten keinen relevanten Beitrag zum scheinbaren Zeitversatz zwischen rekonstruiertem Kontaktkraftverlauf und dessen Referenzsignal erwarten lassen.

### Messlimitierungen

Neben den zuvor dargestellten zufälligen und systematischen Messabweichungen sind Messlimitierungen zu identifizieren, die die Leistungsfähigkeit oder den Einsatzbereich der vorgesehenen bzw. zu erprobenden Modellbildungs- und Fehlerdiagnosemethoden negativ beeinflussen bzw. einschränken können.

Zu den in Tab. 5.1 aufgeführten Resonanzfrequenzen gehören die in Bild 5.3 dargestellten und durch  $\psi_i/\|\psi_i\|_2, i = 1, \dots, 5$  normierten Eigenformen. Die ermittelten Eigenvektoren sind komplexwertig, mit gegenüber dem Realteil kleinem imaginären Anteil. Außer durch nicht-proportionale (schwache) Strukturdämpfung kann dies im konkreten Fall auch durch nichtlineare Effekte, Messrauschen oder Kombinationen davon verursacht sein [IE95]. Für die Visualisierungen der Eigenformen ist der imaginäre Anteil im konkreten Fall kaum von Bedeutung. Die geringfügigen Unterschiede zwischen den sich entsprechenden Eigenformen der wiederholten Modalanalysen (Tab. 5.1) sind ebenfalls visuell kaum wahrnehmbar, weshalb Bild 5.3 die Ergebnisse nur *einer* der Modalanalysen exemplarisch abbildet.

Durch geeignete Positionsauswahl ergeben sich unmittelbar modal-selektive Beeinflussungsmöglichkeiten in der Strukturanregung und -beobachtung. Anhand der jeweils dargestellten Eigenvektoren, d. h. anhand der Schwingungsknotenlage und des jeweiligen Verlaufs der Amplitudengröße, kann unmittelbar der modenspezifische (modale) **Grad der Steuer- und Beobachtbarkeit** für jede der fünf Balkenpositionen quantitativ abgelesen und hiermit effizient nutzbare Stell- und Messpositionen gefunden werden, siehe auch (3.6), (4.4). So weist beispielsweise das auch als Kontaktpunkt verwendete freie Balkenende über die fünf betrachteten Moden hinweg mit den höchsten Grad sowohl an Steuer- als auch an Beobachtbarkeit auf. Die hier verwendeten und in Bild 5.1(b) skizzierten fünf Messpositionen stimmen mit den Knoten-, Mess- und Anregungspositionen aller im Folgenden verwendeten Balken(-modelle) überein und werden, falls nötig, durch weitere Knoten bzw. Positionen ergänzt.

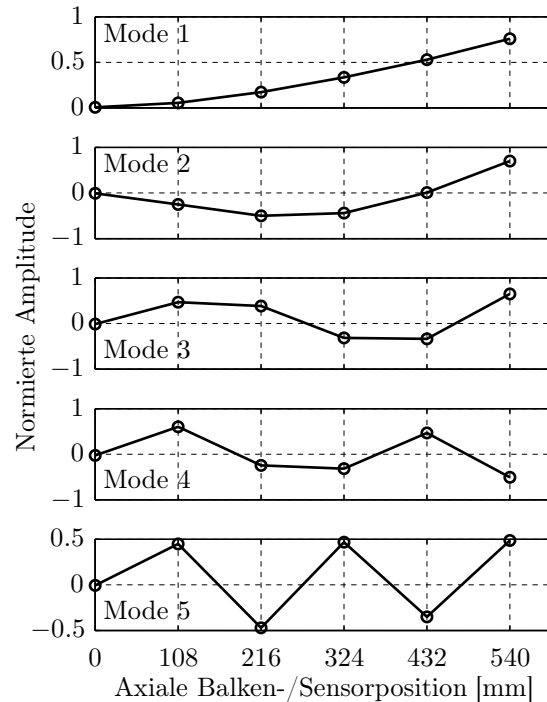


Bild 5.3: Experimentell ermittelte Biegeeigenformen des einseitig eingespannten Balkens. Ergebnisse einer OMA unter Verwendung von fünf entsprechend Skizze 5.1(b) äquidistant positionierten Beschleunigungsaufnehmern.

Dem PI-Beobachter dienen die durch laseroptische Abstandssensoren (Bild 5.1) erfassten Balkenverschiebungen als Eingangssignale. Das Messsystem arbeitet mit einer Grenzfrequenz von 25 kHz ( $-3$  dB). Der mit diesem Messsystem am Biegebalken effektiv erfassbare Schwingfrequenzbereich ist aber vielmehr durch das gegebene **Signal-Rausch-Verhältnis** auf einen Bereich bis etwa zum fünften Biegemode limitiert (Bild 5.4). Zur Ermittlung des Leistungsspektrums (Bild 5.4) sensierten die beiden verfügbaren laseroptischen Abstandssensoren die lateralen Balkenverschiebungen in den Positionen 4 und 5 (freies Balkenende) als Antwort auf eine impulsförmige Anregung des freien Balkenendes (Position 5). Diese Kombination von Anregungs- und Messpositionen bei, von der Einspannstelle aus gemessenen, 432 mm und 540 mm axialer Balkenlänge bietet bei Einschränkung der Auswahl auf die in Bild 5.1(b) skizzierten fünf möglichen Positionen einen relativ hohen Grad an Steuer- und Beobachtbarkeit der ersten fünf Biegemoden (Bild 5.3). Lediglich für die zweite Eigenform gibt es aufgrund ihres Schwingungsknotens in Position 4 effizientere Kombinationen. Für die insgesamt aber günstige verwendete Kombination (Positionen 4 und 5) sind die addierten Leistungsspektren der FOURIER-transformierten Verschiebungssignale in Bild 5.4 dargestellt und

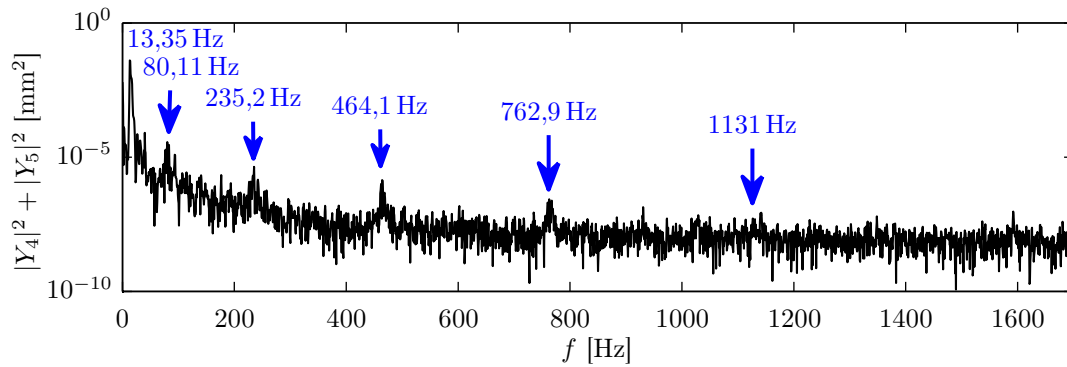


Bild 5.4: Summen-Leistungsspektrum der laseroptisch sensierten lateralen Balkenverschiebungen nach impulsförmiger Kraftanregung

die ersten sechs Resonanzfrequenzen kenntlich gemacht: Resonanzüberhöhungen oberhalb des fünften Modes treten kaum noch aus dem Messrauschen hervor. Folglich ist davon auszugehen, dass auch der PIO, der unmittelbar mit den entsprechenden Verschiebungssignalen gespeist wird, aufgrund des im konkreten Fall gegebenen SNR praktisch keine oberhalb des fünften Biegemodes liegende Eigenform auswerten kann. Demnach unterliegt der PIO bei Verwendung der laseroptischen Abstandssensoren einer Informationseinschränkung (modale Unvollständigkeit) infolge einer signifikanten Messlimitierung. Gleichzeitig zeigt diese Betrachtung den in Kombination mit dem PIO im konkreten Fall sinnvollen Strukturmodellumfang: Die Berücksichtigung von Moden oberhalb des fünften Biegemodes im Strukturmodell ist wenig geeignet einen relevanten Beitrag zu den Rekonstruktionen des PIO zu leisten (siehe auch entsprechende Analysen in Kap. 5.5).

### 5.1.1 Modellbildung mittels Output-only-Modalanalyse

Die sensitivitätsbasiert-experimentelle Modellbildung per OMA (Kap. 2.3) wird als eine Alternative zur theoretischen FE-Modellbildung und deren experimenteller Erweiterung des Model-Updating, am Biegebalken erprobt. Dazu sind Eigenvektoren  $\psi_i$  (unkaliert), ungedämpfte Eigenkreisfrequenzen  $\omega_i$  und Dämpfungsgrade  $d_i$  der  $i$ -ten Eigenschwingung per OMA, jeweils vor und nach einer Verstimmung der betrachteten Struktur durch eine geeignet gewählte Massevariation  $\Delta \mathbf{M}$ , zu ermitteln. Unter Verwendung dieser Analyseergebnisse erfolgt die Berechnung der Skalierungsfaktoren  $v_i$  (2.54), hiermit wiederum die Unit-Modal-Mass-Skalierung der Modalmatrix (2.50). Infolge dieser Skalierung können anschließend Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeits-

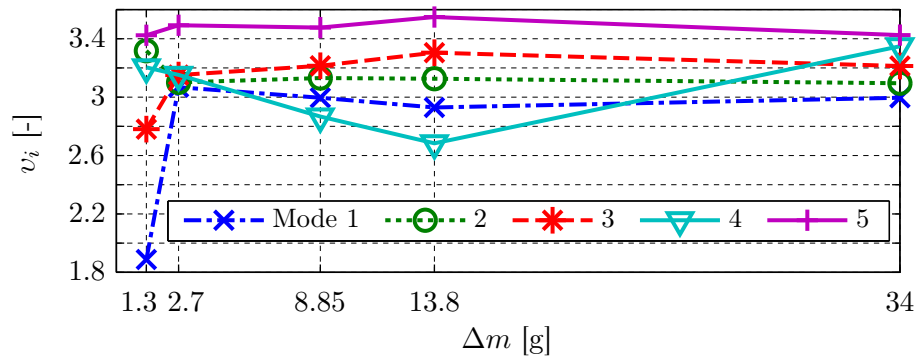


Bild 5.5: Experimentell ermittelte Skalierungsfaktoren  $v_i$  der ersten fünf Biegeeigenvektoren des Kragbalkens [HS08a] in Abhängigkeit von den zu ihrer Ermittlung verwendeten Balkenzusatzmassen  $\Delta m \approx 2$  g bis  $\Delta m \approx 34$  g.

matrix berechnet (2.52) und schließlich eine Systemmodellierung in MDK-Darstellung (2.42) angegeben werden.

Im konkreten Fall dienen zur Massevariation des Biegebalkens fünf zueinander identische Zusatzmassen  $\Delta m$ , von denen jeweils eine in jeder der fünf skizzierten Balkenpositionen (Bild 5.1(b)) angebracht wird, sodass  $\Delta \mathbf{M} = \Delta m \cdot \mathbf{I}_5$  eine Diagonalmatrix darstellt. Gleichzeitig sind in allen fünf Positionen Beschleunigungssensoren für die notwendigen Modalanalysen befestigt. In Abhängigkeit von fünf Massevariationen, beginnend mit  $\Delta m = 1,3$  g und endend mit  $\Delta m = 34$  g, sind die ermittelten Skalierungsfaktoren  $v_i$  der ersten fünf Biegeeigenformen des Balkens in Bild 5.5 dargestellt.

Eine Konvergenz der modenspezifischen Faktoren, etwa mit abnehmender Masse  $\Delta m$ , gegen einen jeweils wahren Skalierungswert ist im konkreten Fall nicht erkennbar, was eine Unschärfe in der Modellermittlung bedeutet. Andererseits weist das resultierende Strukturmodell entsprechend der Modellbildungsmethodik exakt die messtechnisch ermittelten Eigenkreisfrequenzen, Eigenformen und Dämpfungsgrade auf. Zur Modellvalidierung im Zeitbereich wird der Biegebalken in Position 5 (Bild 5.1(b)) durch eine impulsförmige Kraft angeregt und die resultierenden messtechnisch erfassten lateralen Balkenverschiebungen an den Positionen 2, 3 und 4 entsprechenden Simulation des per OMA ermittelten Modells (nachfolgend als OMA-Balkenmodell bezeichnet) gegenübergestellt (Bild 5.6). Detaildarstellungen in der rechten Bildspalte des Vergleichs (Bild 5.6) zeigen die Abweichungen zwischen den Messungen und der Modellsimulation am Ende des betrachteten 500 ms Zeitraumes. Die in dieser Arbeit durch den modellbasierten PI-Beobachter zu rekonstruierenden Signale überstreichen deutlich kürzere Zeitintervalle, sodass an dieser Stelle keine noch längeren Zeitverläufe analysiert werden.

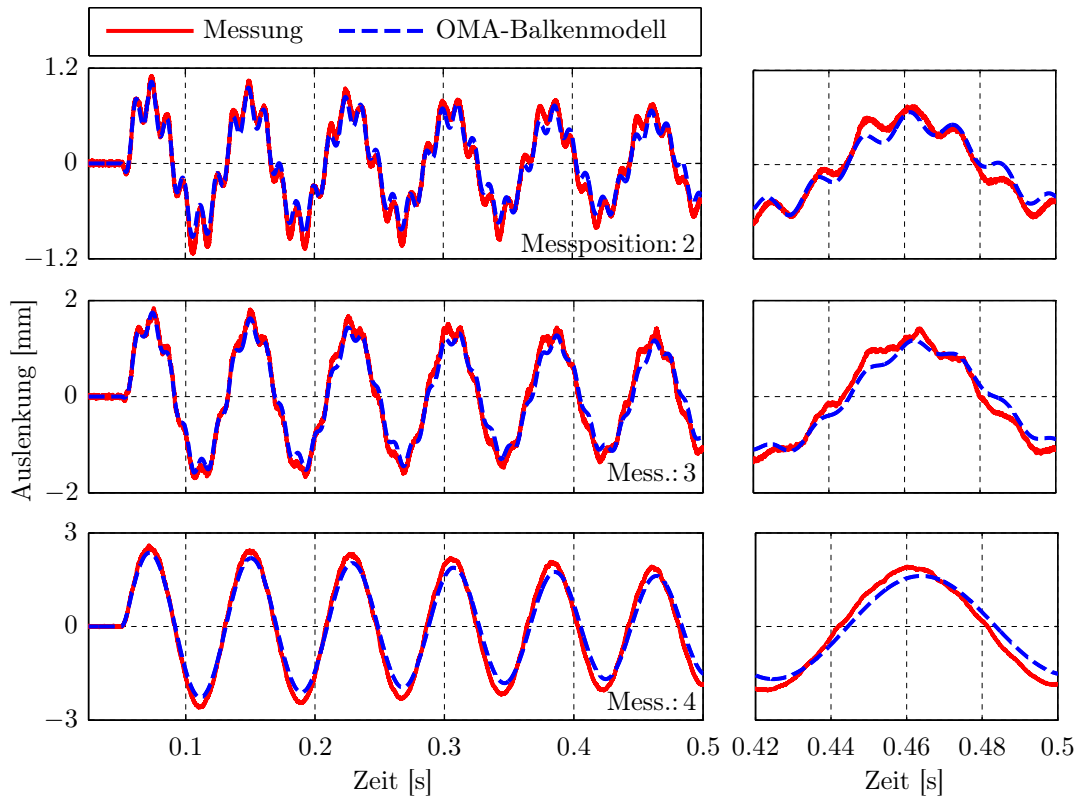


Bild 5.6: Modellvalidierung des OMA-Balkenmodells des Biegebalkens im Zeitbereich: Impulsförmige Anregung in Balkenposition 5 und Gegenüberstellung von Messung und Simulation für die resultierenden Verschiebungen in den Positionen 2, 3 und 4. Alle Messungen bei auf dem Balken unverändert befestigten Beschleunigungsaufnehmern.

Ungenauigkeiten des OMA-Balkenmodells können aus u. U. nicht hinreichend genau einhaltbaren Methodenvoraussetzungen (siehe Kap. 2.3) resultieren. Hinzu kommen die oben diskutierten zufälligen und systematischen Messabweichungen infolge von Mess- und Umgebungseinflüssen. Der in diesem Zusammenhang bereits diskutierte systematische Einfluss der Sensormassen auf die Balkendynamik (siehe Tab. 5.1(b)) hat sich im konkreten Fall als dominierend gegenüber den Unschärfen in der Ermittlung der Skalierungsfaktoren herausgestellt: Die in Bild 5.6 erkennbare Abweichung des simulierten OMA-Balkenmodells von entsprechenden Vergleichsmessungen (Beschleunigungsaufnehmermassen installiert) ist gering gegenüber den in Bild 5.7 erkennbaren Modellabweichungen von den dort dargestellten und *ohne* installierte Beschleunigungsaufnehmermassen vorgenommenen Vergleichsmessungen. Soll also die Strukturdynamik des Beschleunigungsaufnehmermassen-freien Biegebalkens abgebildet werden, dann ist das per OMA unter Verwendung von fünf gleichzeitig installierten Beschleunigungs-

aufnehmern ermittelte Balkenmodell geeignet zu adaptieren. Alternativ könnten für nachfolgende Versuche in Kombination mit dem OMA-Balkenmodell die Beschleunigungsaufnehmer(-massen) montiert bleiben.

Zur Adaption des OMA-Balkenmodells werden in einer numerischen Optimierung Eigenfrequenzen, Dämpfungsgrade und Eigenvektor-Skalierungsfaktoren als Designparameter verwendet, während die Minimierung des Fehlersignals zwischen simulierter und rückwirkungsfrei per Laser-Triangulation sensierter lateraler Balkenverschiebung nach impulsförmiger Balkenanregung das Optimierungsziel darstellt. Die experimentell ermittelten Eigenvektoren bleiben unverändert. Die erforderliche Balkenanregung wird mittels Modalhammer aufgebracht und steht somit als Eingangssignal für Simulationen zur Verfügung. Zur Validierung des so optimierten Balkenmodells zeigt Bild 5.7 sowohl Simulationen des Initialmodells (OMA-Balkenmodell) als auch des an die sensormassenfreie Balkendynamik adaptierten (optimierten) Balkenmodells (Adaptiertes Modell) sowie entsprechende Vergleichsmessungen am sensormassenfreien realen Balken.

In der Modellvalidierung (Bild 5.7) sind insgesamt fünf Messungen, eine an jeder der in Bild 5.1(b) skizzierten Balkenpositionen, jeweils zwei entsprechenden Simulationen (von OMA-Balkenmodell und adaptiertem Modell) gegenübergestellt. Rechts im Bild zeigen Ausschnittvergrößerungen die Signalverläufe gegen Ende des betrachteten Zeitintervalls. Die jeweils verwendeten Mess- und Anregungspositionen sind in den einzelnen Bildteilen angegeben. Deren Auswahl anhand der in Bild 5.3 dargestellten Eigenformen lässt in den Messungen und Simulationen die höheren der ersten fünf Biegemoden gegenüber dem ersten Mode deutlicher hervortreten, als dies für Messungen und Anregungen am Balkenende der Fall wäre. Auf diese Weise kann die Abbildung der höheren Moden in den beiden Modellen besser beurteilt werden. Trotzdem sind die in Bild 5.7 dargestellten Schwingungen erkennbar durch die untersten drei Biegemoden dominiert, höhere können in den Darstellungen visuell kaum ausgemacht werden. Dazu passt das oben diskutierte Summen-Leistungsspektrum (Bild 5.4), in dem höhere Resonanzfrequenzen mangels ausreichendem SNR praktisch unsichtbar bleiben.

Das OMA-Balkenmodell entspricht dem bereits zuvor für Bild 5.6 verwendeten Modell, das unmittelbar aus OMA-Ergebnissen mit Hilfe der Eigenvektorskalierung ((2.54) bzw. Bild 5.5) ermittelte wurde und die Biegebalkendynamik des Sensormasse-freien Balkens abbildet. Entsprechend resultiert die in Bild 5.7 deutlich erkennbare Abweichung der entsprechenden Modellsimulation von den Validierungsmessungen aus der durch die Sensormassenentfernung veränderten Balkendynamik. Dagegen zeigt das adaptierte Balkenmodell im Rahmen der gegebenen Messsignalaufösung auch gegen Ende des dargestellten Zeitintervalls kaum erkennbare Abweichungen von den Vergleichsmessungen. Das gegebene Messrauschen erschwert allerdings die visuelle Beurteilung des Simulationsfehlers, insbesondere für Messposition 1.



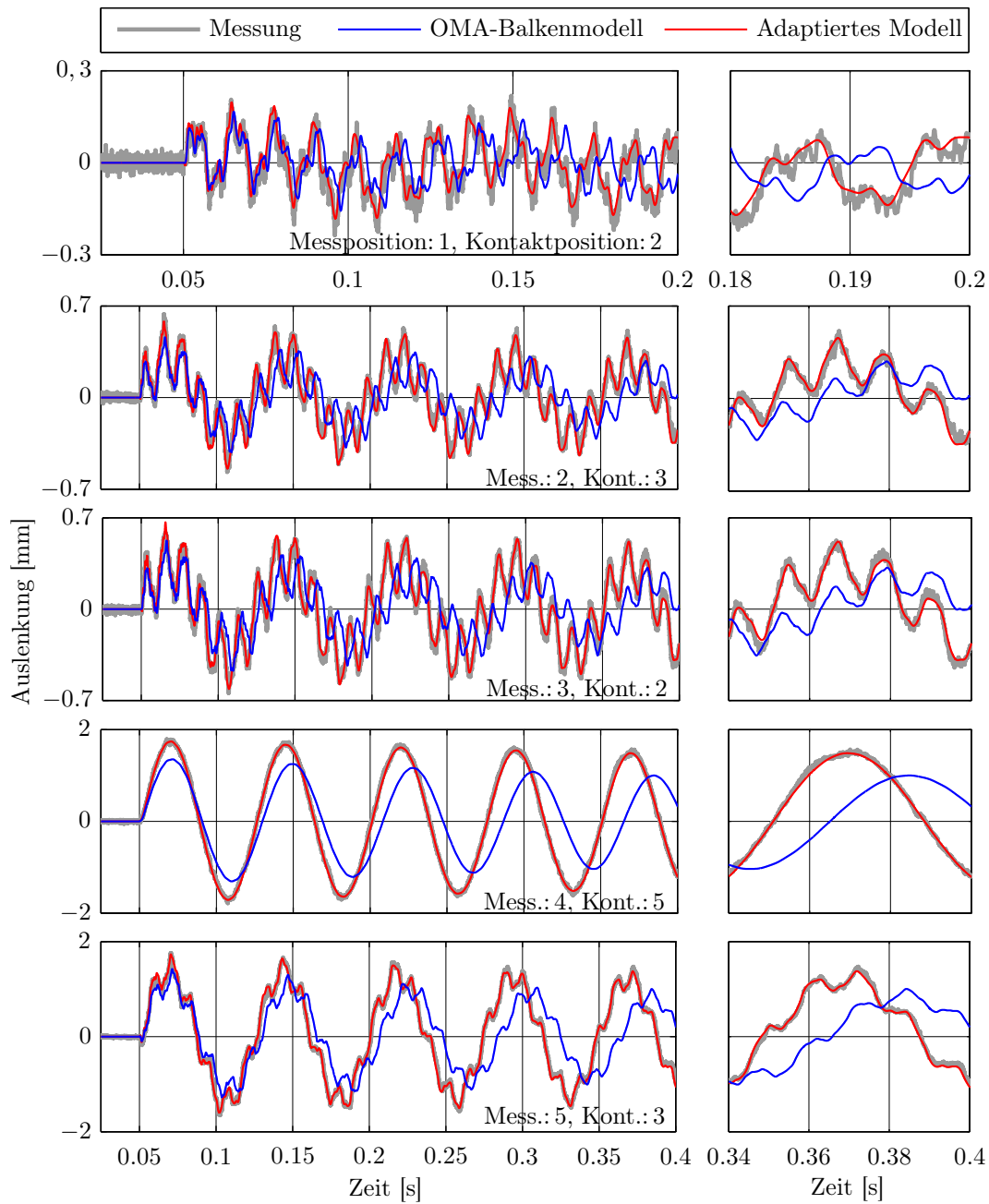


Bild 5.7: Modellvalidierung: Das mittels OMA und sensitivitätsbasierter Eigenvektorskalierung ermittelte OMA-Balkenmodell wird an die durch Sensormassenentfernung veränderte Balkendynamik adaptiert

## 5.2 PI-Beobachter zur Fehlerdiagnose am Biegebalken

Zur experimentellen Erprobung der PIO-basierten Fehlerdiagnose (Kap. 4.2) werden folgende Versuche am Biegebalken (Bild 5.1) durchgeführt:

- i) Detektion und Rekonstruktion hochdynamischer mechanischer Kontakte.
- ii) Lokalisierung einer am Biegebalken angebrachten Zusatzmasse.
- iii) Lokalisierung eines in den Biegebalken eingebrachten Sägeschnitts.

Mechanische Kontakte, Zusatzmasse und Sägeschnitt stellen wie in Kap. 4.2.1 diskutiert beispielhafte (künstliche) Strukturfehler dar. Die Versuche fokussieren auf Diagnoselevel 1 (Detektion) und 2 (Lokalisierung), wobei die durch den PIO erfolgenden quantitativen Rekonstruktionen der den Fehlern zugeordneten virtuellen Signale Potenzial für weitergehende Diagnosen bieten. Untersucht werden die grundsätzliche Vorgehensweise, Fehlersensitivität und Robustheit der Diagnosemethode.

### 5.2.1 Kontaktkraftrekonstruktion

Der PI-Beobachter erlaubt unter den in Kap. 3.2 beschriebenen Voraussetzungen eine Level-1-Diagnose in Form einer Kontaktkraftrekonstruktion. Das rekonstruierte Signal liefert die Kontakt- bzw. Fehlerdetektion als Nebeneffekt, während es Häufigkeit, Dauer und Stärke des (fehlerinduzierten oder unmittelbar als Fehler betrachteten) mechanischen Kontaktes darstellt. Letztere Informationen bieten Potenzial für weitergehende Fehlerdiagnosen. Eine entsprechende Verwendung des PIO setzt die Kenntnis des potenziellen Kontaktortes bzw. der entsprechenden Eingangsmatrizen voraus (Kap. 4.2.1), wovon für die folgenden Versuche ausgegangen wird. Als Entwurfsgrundlage des PIO dient ein Balkenmodell aus fünf finiten Elementen (Kap. 2.1.2).

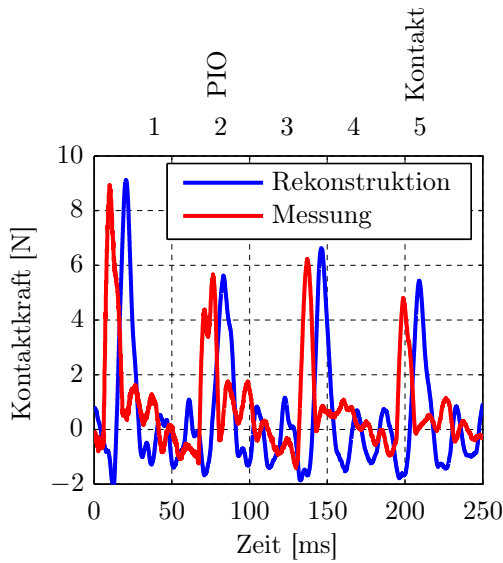
Zur Kontaktkraftrekonstruktion am Biegebalken (Bild 5.1) wurden jeweils ein oder zwei laterale Verschiebungsmessungen als Ausgangssignale der Struktur verwendet. Der damit zu rekonstruierende impulsförmige Balkenkontakt im Millisekundenbereich erfolgte entweder durch Anschlagen des Balkens mittels Modalhammer (Einfachkontakt) oder nach Auslenkung und Rückfederung des Balkens durch Kontakt mit der Anschlagplatte (Mehrfachkontakt). Für beide Kontaktvarianten erfolgte eine Messung des Kontaktkraftverlaufs als Referenzsignal zwecks Vergleich mit dem rekonstruierten

Kraftverlauf. Den genauen Versuchsaufbau beschreibt Kap. 5.1. Exemplarisch stellt Bild 5.8 einige der experimentellen Versuchsergebnisse mit typischen Verläufen dar.

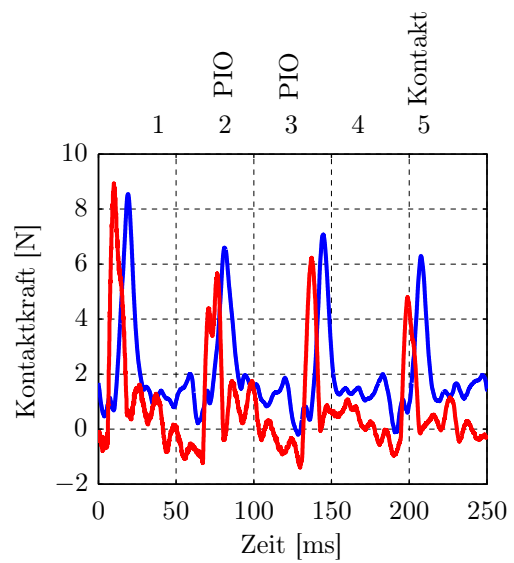
Der in Bild 5.8(a) dargestellte Mehrfachkontakt des Balkens mit der Anschlagplatte erfolgte in Knotenposition 5 nahe dem freien Balkenende nach Balkenauslenkung und Rückfederung. Ausschließlich die Verschiebungsmessung in Position 2 diente dem PI-Beobachter als Eingangssignal bzw. zur Berechnung der erweiterten Rückführung (3.20) und damit zur Rekonstruktion (schwarz) des rot dargestellten als Referenz gemessenen Kontaktkraftverlaufs. Die jeweiligen Mess- und Kontaktpositionen sind schematisch oberhalb des jeweiligen Bildteiles anhand der fünf betrachteten Balkenpositionen (skizzierte Balkenpositionen in Bild 5.1(b)) dargestellt. Alle Kontakte fielen gemessen an der maximalen Breite der Kontaktpeaks mit ca. 15 ms hochdynamisch bzw. kurz aus. Entsprechend hochfrequente Balkenresonanzen werden so in Abhängigkeit von ihrer Steuerbarkeit (siehe auch Eigenformen in Bild 5.3) angeregt, deren messtechnische Erfassung und Abbildung im verwendeten FE-Modell für eine möglichst präzise Kontaktkraftrekonstruktion wiederum erforderlich ist. Die im gegebenen Fall wirksamen messtechnischen Limitierungen sind in Kap. 5.1 diskutiert worden. Zusammen mit unvermeidbaren Modellfehlern führte dies insgesamt zu Fehlern in der Rekonstruktion. Im konkreten Fall der vier dargestellten Kontakte von in der Spitze 5 N bis 9 N äußert sich dies in einem leichten Zeitversatz des rekonstruierten gegenüber dem gemessenen Signalverlauf im Bereich von 10 ms (siehe dazu auch Analyse der Messkette in Kap. 5.1). Eine Erhöhung der Rückführverstärkung durch Erhöhung des Wichtungsfaktors  $q^2$  in (3.32c) über  $1,3 \cdot 10^8$  hinaus führte im Wesentlichen nur zu einer Überhöhung der rekonstruierten Kontaktkräfte und war im konkreten Fall nicht hilfreich.

Des Weiteren zeigt Bild 5.8(a) deutliche Schwingungen zwischen den vier dominierenden Kontaktpeaks, sowohl im rekonstruierten wie im gemessenen Kraftsignalverlauf. Erkennbar sind Schwingungsbestandteile mit ca. 15 Hz und 80 Hz. Die 15 Hz-Komponente fällt mit der Frequenz der vier Balken-Anschlagplatte-Kontakte bzw. der ersten Biegeresonanz des Balkens zusammen. Analog fällt die 80 Hz-Komponente praktisch mit der zweiten Biegeeigenfrequenz des Balkens (siehe Leistungsspektrum in Bild 5.4) zusammen. Offenbar wirken die Balkenschwingungen über dessen Einspannstelle hinweg auf den übrigen Versuchsstand ein und sind so auch in den Dynamometer-Messungen erkennbar. Eingang in das rekonstruierte Signal können die Frequenzkomponenten über die zur Verschiebungsmessung eingesetzten, vermutlich geringfügig mitschwingenden Laser-Sensoren und über Anregung der im FE-Balkenmodell analog vorhandenen Eigenfrequenzen finden.

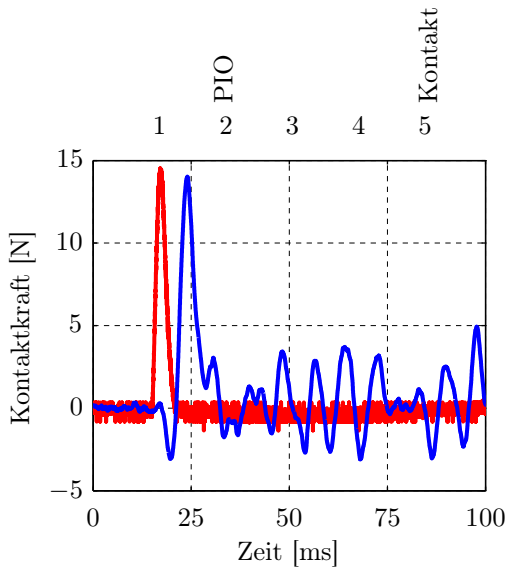
Im Unterschied zu dem in Bild 5.8(a) ist für das in (b) dargestellte Versuchsergebnis eine zweite Verschiebungsmessung, in Position 3, und ein auf  $q^2 = 4 \cdot 10^8$  erhöhter Wichtungsfaktor verwendet worden. Zusammen hat das die rekonstruierten Kontakt-



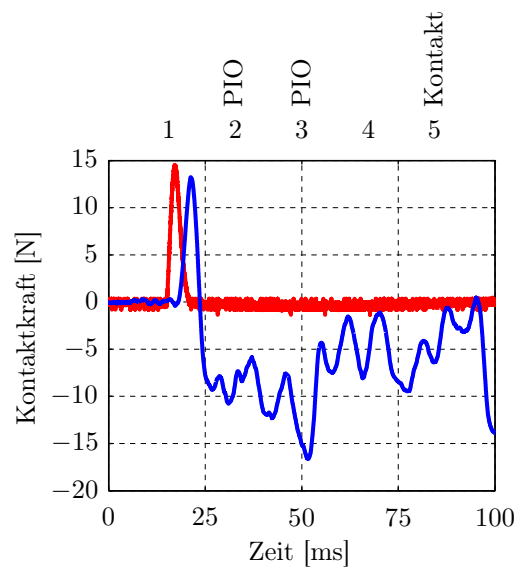
(a) Mehrfachkontakt mit Dynamometer in Position 5, Verschiebungsmessung für PIO in Position 2,  $q^2 = 1,3 \cdot 10^8$



(b) Mehrfachkontakt mit Dynamometer und gegenüber (a) mit zusätzlicher Verschiebungsmessung in Position 3,  $q^2 = 4 \cdot 10^8$



(c) Gegenüber (a) Einfachkontakt mit Modalhammer in Position 5,  $q^2 = 1 \cdot 10^{10}$



(d) Gegenüber (b) Einfachkontakt mit Modalhammer in Position 5,  $q^2 = 1 \cdot 10^{10}$

Bild 5.8: Rekonstruktion hochdynamischer Kontaktkräfteverläufe Einfach- und Mehrfachkontakte am einseitig eingespannten Biegebalken für verschiedene Messpositionen

peaks unwesentlich näher an das Referenzsignal herangerückt, jedoch zu geringeren Schwingungen zwischen den vier Peaks geführt.

In den beiden Versuchen zu Bild 5.8(c) und (d) erfolgte die impulsförmige Balkenanregung in Position 5 mittels Modalhammer. Die Bilder bilden insbesondere den weitergehenden Verlauf des rekonstruierten Signals nach dem Kontakt ab. Im Versuch zu (c) diente wieder eine laterale Verschiebungsmessung in Position 2 als PIO-Eingangssignal, im Versuch zu (d) wiederum Verschiebungsmessungen in den Positionen 2 und 3. In beiden Versuchen wurde  $q^2 = 1 \cdot 10^{10}$  identisch parametrisiert. Die Ergebnisse zeigen zum einen ein in ungünstigen Kombinationen oftmals auftretendes Nachschwingen des PI-Beobachters nach dem Kontakt. Zum anderen lieferte die für (d) zusätzlich verwendete Verschiebungsmessung im konkreten Fall keinen positiven Beitrag, das rekonstruierte Signal schwang sogar deutlich stärker nach als im Versuch zu (c).

In allen vier dargestellten Versuchen konnten die Kontaktpeaks mit geringem Zeitversatz und nahe am Referenzverlauf, teilweise aber mit deutlichem Nachschwingen, rekonstruiert werden. Dabei stellt die hohe Dynamik der Kontakte eine besondere Herausforderung dar, die aufgrund der dafür notwendigen hohen Rückführverstärkung des PI-Beobachters in Gestalt eines hohen Wichtungsfaktors  $q$  wiederum hohe Anforderungen an Messsignalqualität und Modellgenauigkeit nach sich zieht.

### 5.2.2 Lokalisierung von Masseänderungen

Die PIO-basierte Diagnosemethode zur Lokalisierung von Strukturschäden (Diagnoselevel 2) (Kap. 4.2.1) ist ebenfalls am Biegebalken experimentell erprobt [HS08a] worden. Dazu wurde der Balken jeweils in einer der fünf betrachteten Balkenpositionen (Bild 5.1(b)) mit einer magnetisch haftenden Zusatzmasse versehen, anschließend impulsförmig angeregt und der Anregungskraftverlauf sowie die resultierenden Balkenverschiebungen an zwei der fünf Balkenpositionen messtechnisch erfasst. Der Versuchsaufbau ist in Bild 4.7 skizziert. Die durchgeführten Versuche unterscheiden sich in der jeweils verwendeten Zusatzmasse, die 20 %, 15 % oder 10 % der originären beweglichen Balkenmasse ausmachen kann, in den Mess- und Anregungspositionen, in der Zahl der dem PI-Beobachter zugeführten lateralen Verschiebungssignale (eines oder beide) und außerdem in der Zahl der zur Residuenberechnung verwendeten Verschiebungssignale (eines oder beide).

Dem PI-Beobachter dient das in Kap. 5.1.1 und mit Bild 5.7 vorgestellte adaptierte Balkenmodell als Grundlage. Das per OMA ermittelte und an die laterale Strukturdynamik des sensormassefreien Biegebalkens adaptierte Modell fällt mit seinen nur fünf

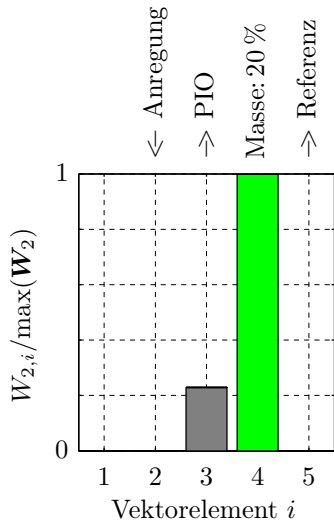
lateralen Freiheitsgraden klein aus, sodass es nur Minimalanforderungen an die notwendige Rechnerhardware stellt, um zügig verarbeitet werden zu können. Es bildet aber trotzdem gemäß der in Bild 5.7 dargestellten Modellvalidierung die Balkendynamik im geprüften Umfang augenscheinlich präzise ab.

Experimentelle Ergebnisse der Masselokalisierung zeigt Bild 5.9. In den sechs Bildteilen (a) bis (f) sind jeweils die Ergebnisse eines Versuchs anhand der normierten Elemente des optimierten  $\mathbf{W}_2$ -Vektors über dem Vektorelementindex  $i$  dargestellt. Der  $\mathbf{W}_2$ -Vektor wurde derart gewählt, dass sein Elementindex  $i$  mit den in Bild 4.7 und 5.1(b) skizzierten Balkenpositionen übereinstimmt. Entsprechend kennzeichnen die Abszissenachsen mit ihren Ziffern von 1 bis 5 die Balkenpositionen 1 bis 5. Hierdurch ist die für eine Lokalisierung notwendige Verbindung zwischen  $\mathbf{W}_2$ -Vektorelementen und Balkenpositionen gegeben. Die für die sechs dargestellten Versuchsergebnisse jeweils verwendete Kombination aus Zusatzmasse, Position der Zusatzmasse, Mess- und Anregungspositionen ist oberhalb des jeweiligen Bildteiles durch Pfeile auf die ausgewerteten/verwendeten Balkenpositionen dargestellt, Tab. 5.2 zeigt eine entsprechende Legende. Alle Versuche bzw. Optimierungen haben einheitlich auf  $q^2 = q_{\text{opt}}^2 \approx 1 \cdot 10^{11}$  geführt.

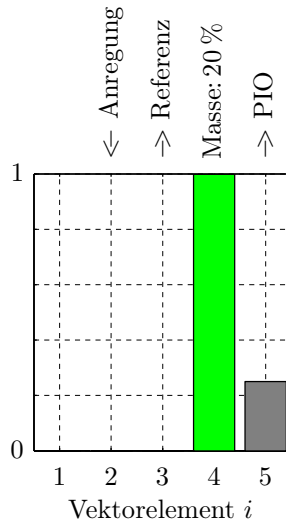
Die Lokalisierungsversuche mit 20% der beweglichen Balkenmasse als Zusatzmasse waren alle erfolgreich: Die grüne Farbe der Balken in den Bildteilen 5.9(a)–(c) deutet an, dass die Position der Zusatzmasse der des durch die Optimierung am stärksten gewichteten  $\mathbf{W}_2$ -Elementes entspricht, dies war jeweils Position 4. Die übrigen  $\mathbf{W}_2$ -Elemente sind durch die Optimierung deutlich geringer gewichtet worden, im Idealfall wäre nur das der Position der Zusatzmasse entsprechende Vektorelement ungleich Null. Für den Versuch zu (a) erfolgte die Anregung in Position 2, der PI-Beobachter nutzte neben dem Kontaktkraftverlauf die Balkenverschiebung in Position 3 als Eingangssignal. Das zu Position 5 gehörende Verschiebungssignal diente zusammen mit seinem rekonstruierten Pendant der Residuumberechnung. Die zu Bildteil 5.9(b) und (c) gehörenden Versuchsvarianten unterscheiden sich vom Versuchsaufbau zu (a) durch Tausch der PIO- und Referenzsignalmessposition (b) und Tausch von PIO-Mess- und Anregungsposition (c).

Tab. 5.2: Legende zu Bild 5.9

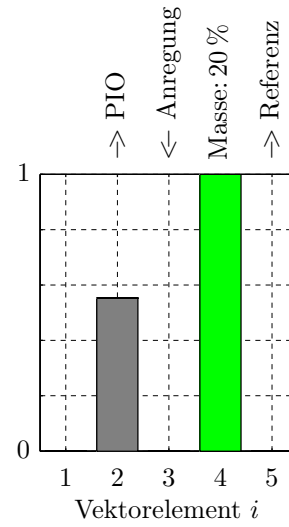
Masse: * %	Position der Zusatzmasse von *% der beweglichen Balkenmasse
← Anregung	Position der Balkenanregung
→ PIO	Als PIO-Eingang verwendetes Verschiebungssignal
→ Referenz	Zur Residuumberechnung verwendetes Verschiebungssignal



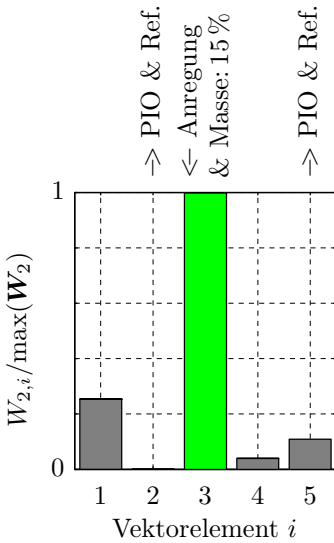
(a) 20% der Balkenmasse als Zusatzmasse in Position 4 montiert und erfolgreich lokalisiert



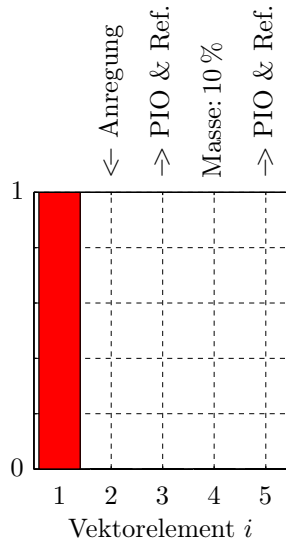
(b) Gegenüber (a) PIO- und Referenzmessposition getauscht, Lokalisierung erfolgreich



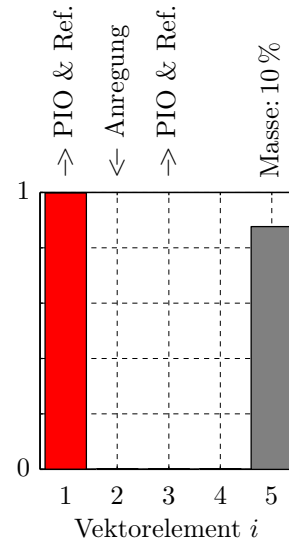
(c) Gegenüber (a) PIO- und Anregungsposition getauscht, Lokalisierung erfolgreich



(d) 15% der Balkenmasse als Zusatzmasse in Position 3 montiert und erfolgreich lokalisiert



(e) 10% der Balkenmasse als Zusatzmasse in Position 4 montiert, Fehllokalisierung in Pos. 1



(f) 10% der Balkenmasse als Zusatzmasse in Position 5 montiert, Fehllokalisierung in Pos. 1

Bild 5.9: PIO-basierte Fehlerdiagnose: Lokalisierung einer in verschiedenen Positionen am Biegebalken angebrachten Zusatzmasse als künstlichem Strukturfehler

Der Lokalisierungsversuch einer Zusatzmasse von 15 % der beweglichen Balkenmasse verlief ebenfalls erfolgreich, sofern der PI-Beobachter wie in Bildteil 5.9(d) dargestellt mit zwei Verschiebungssignalen umfangreichere Messinformationen erhielt als in den oben beschriebenen Lokalisierungsversuchen. Weil maximal zwei gleichzeitige Verschiebungsmessungen am Versuchsstand möglich sind, und um das Nutzen/Aufwand-Verhältnis möglichst günstig zu gestalten, wurden die beiden Verschiebungsmessungen in den Positionen 2 und 5 sowohl als PIO-Eingänge als auch zur Residuumberechnung verwendet. Die Darstellung der normierten  $\mathbf{W}_2$ -Elemente in (d) zeigt die (erfolgreiche) Lokalisierung der Zusatzmasse in Position 3 mit einer signifikanten Übergewichtung des zugehörigen  $\mathbf{W}_2$ -Vektorelementes deutlich an.

Für eine Zusatzmasse von 10 % der beweglichen Balkenmasse stellte sich die Lokalisierung unter den gegebenen Bedingungen als fehleranfällig dar. Die in den Bildteilen 5.9(e) und (f) dargestellten Versuchsergebnisse zeigen zwei fehlerhafte Lokalisierungen durch rote Balken an. Während für (e) die Zusatzmasse in Position 4 angebracht war, wurde das  $\mathbf{W}_2$ -Element 1 als einziges Element durch den Optimierungsalgorithmus signifikant gewichtet und zeigt damit die Position der Zusatzmasse falsch an. Für die mit (f) dokumentierte Variante war die Zusatzmasse in Position 5 montiert, das zugehörige  $\mathbf{W}_2$ -Element wurde aber durch den Optimierungsprozess geringer gewichtet als das  $\mathbf{W}_2$ -Element 1, sodass auch in diesem Fall der Lokalisierungsversuch nicht erfolgreich war.

### 5.2.3 Lokalisierung eines Sägeschnitts

In weiteren Versuchen wurde die PIO-basierte Lokalisierung eines sich als Steifigkeitsreduzierung darstellenden Strukturfehlers experimentell erprobt. Ein solcher wurde zu Versuchszwecken durch einen Sägeschnitt als rissähnliche künstliche Strukturschwächung realisiert [HS09]. Im Unterschied zu einem tatsächlichen Riss fehlt dem Sägeschnitt aufgrund seiner Schnittbreite allerdings der Effekt der Rissatmung. Der Sägeschnitt ist in der Mitte des dritten Balkenelementes<sup>1</sup> mit einheitlicher Schnitttiefe von ungefähr  $1/3$  der Balkenhöhe über die gesamte Breite des Balkens eingebracht worden. Bild 5.10(a) zeigt die Nummerierung der Balkenknoten und -elemente sowie die Position des Sägeschnitts, Bild 5.10(b) zeigt ein Foto des Sägeschnitts im Biegebalken.

Die universelle Vorgehensweise der PIO-basierten Fehlerlokalisierung durch Rekonstruktion virtueller unbekannter Systemeingänge setzt im konkreten Fall eine hin-

---

<sup>1</sup>Die Begriffe *Knoten* und *Elemente* werden zur Bezeichnung von Balkenpositionen und -abschnitten beibehalten, obwohl das im konkreten Fall zur Fehlerlokalisierung genutzte Strukturmodell kein Finite-Elemente-Modell ist.



reichend genaue Abbildung des Sägeschnitt-Effekts durch virtuelle Kräfte/Momente in einem Nominalmodell des Biegebalkens voraus. Die im Schnittbereich verminderte Biegesteifigkeit des Balkens führt zu einer lokal erhöhten Krümmungsneigung, welche aufgrund der Proportionalität  $\kappa \sim M$  (2.26) zwischen Krümmung und Biegemoment durch einen geeigneten virtuellen Biegemomentenverlauf im Nominalmodell abgebildet werden soll. Hierzu kann ein virtuelles äußeres Momentenpaar aus zeitvarianten gegenseitig wirkenden, aber betragsgleichen Momenten angenommen werden, das den Schaden zwischen seinen beiden Angriffspunkten einschließt. So wird eine auf den Schadenbereich begrenzte reine Biegung abgebildet. Die Angriffspunkte der virtuellen Momente sind das Ergebnis des Optimierungsprozesses in der PIO-basierten Fehlerlokalisierung und identifizieren im Erfolgsfall die örtliche Position des Schadens. Als Erweiterung der Darstellung in Bild 4.6(b) ist in Bild 5.11(a) die Abbildung des Sägeschnitteffekts im Nominalmodell durch ein virtuelles Momentenpaar mit zugehörigem qualitativen Querkraft- und Biegemomentenverlauf skizziert (statische Betrachtung).

Voraussetzung für die oben beschriebene Vorgehensweise zur Sägeschnittmodellierung durch virtuelle Momente sind entsprechende (Rotations-)Freiheitsgrade im verwendeten (Nominal-)Modell, wie sie das in Kap. 2.1.2 dargestellte FE-Balkenmodell aufweist. In dieser Arbeit wird stattdessen erprobt, ob die Fehlerlokalisierung auch unter Verwendung des kleineren adaptierten OMA-Balkenmodells (Kap. 5.1.1, Bild 5.7) ohne rotatorische Freiheitsgrade gelingt. Zur näherungsweise Abbildung des Sägeschnitt-effekts dient jetzt ein virtuelles Kräftepaar, bestehend aus zwei parallelen, aber gegensinnig orientierten Kräften gleichen Betrags. Die beiden Kraftangriffspunkte sollen wieder den Schaden einschließen und sich als Ergebnis der PIO-basierten Fehlerlokalisierung ergeben. In Bild 5.11(b) ist ein solches Kräftepaar zusammen mit seinem resultierenden qualitativen Querkraft- und Biegemomentenverlauf im Nominalmodell dargestellt (statische Betrachtung). Offensichtlich ist mit einem einzelnen Kräftepaar

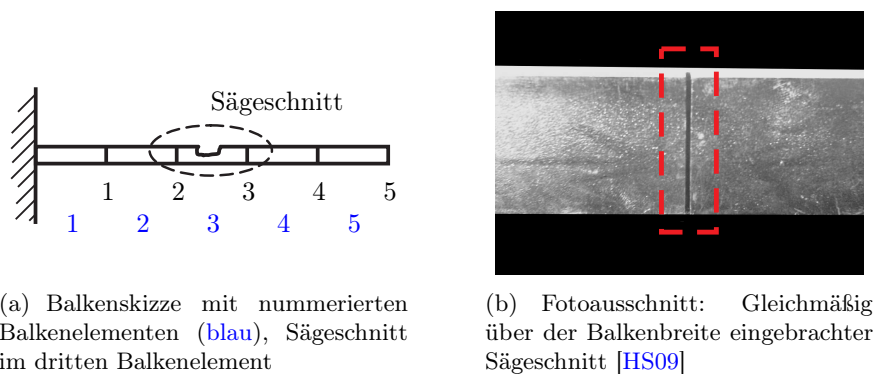


Bild 5.10: Sägeschnitt als (künstlichem) Strukturfehler des Biegebalkens

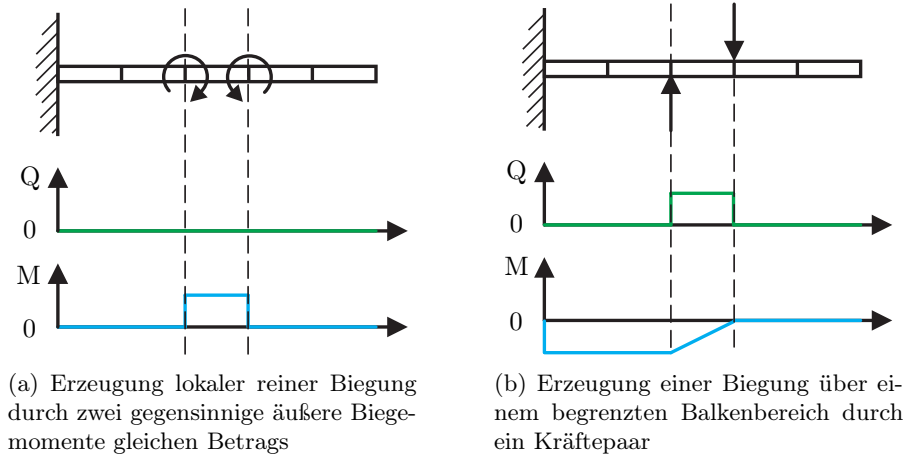


Bild 5.11: Modellierung der reduzierten Balkenbiegesteifigkeit im Schadenbereich durch einen virtuellen Biegemomentenverlauf bzw. virtuelle Lasten im nominalen Balkenmodell, Schnittgrößenverläufe bei statischer Betrachtung

die Abbildung des Sägeschnitteffekts als lokale reine Biegung nicht möglich: Der Biegemomentenverlauf reicht jetzt vom Kräftepaar bis zur Einspannstelle, gleichzeitig ist der Querkraftverlauf zwischen den beiden Einzelkräften ungleich Null. Diese näherungsweise Abbildung des Sägeschnitteffekts im Nominalmodell in Kombination mit der PIO-basierten Diagnosemethode zur Fehlerlokalisierung wird im Folgenden experimentell untersucht.

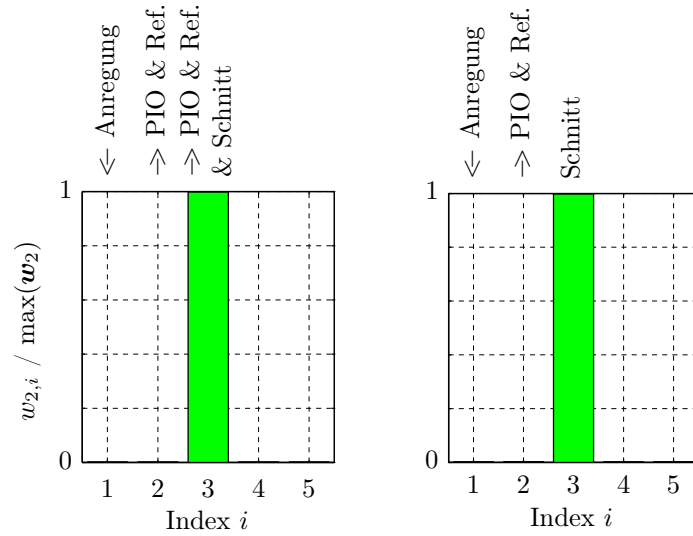
Für den Fall des (adaptierten) OMA-Balkenmodells wird entsprechend Bild 5.11(b) die Eingangsmatrix

$$\mathbf{W}_2 = \begin{bmatrix} W_{2,1} \\ W_{2,2} \\ W_{2,3} \\ W_{2,4} \\ W_{2,5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +w_{2,2} & & & & \\ -w_{2,2} & +w_{2,3} & & & \\ & -w_{2,3} & +w_{2,4} & & \\ & & -w_{2,4} & +w_{2,5} & \\ & & & -w_{2,5} & \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

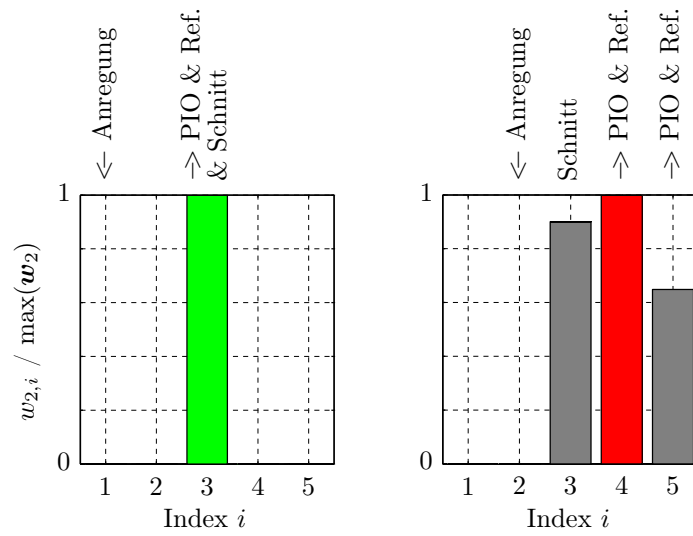
des in (2.42) unbekanntes Einganges derart aufgebaut, dass ein durch den PI-Beobachter rekonstruierter unbekannter Eingang  $f(t) \approx \hat{v}(t)$  für  $w_{2,i} \neq 0, i = 2, \dots, 5$  als virtuelles Kräftepaar an den Endpunkten des  $i$ -ten Balkenelementes des Nominalsystems wirksam wird. Der Designparametervektor

$$\boldsymbol{\theta} = [w_{2,2} \quad w_{2,3} \quad w_{2,4} \quad w_{2,5}]^T \quad (5.6)$$

beinhaltet dann im Unterschied zu (4.5c) nicht unmittelbar die  $W_{2,i}$ -Elemente, sondern die  $w_{2,i}, i = 2, \dots, 5$ . Eine signifikante Übergewichtung von  $w_{2,i}$  durch den Optimie-



(a) Anregung in Position 1, Verschiebungsmessungen für PIO und Ref. jeweils in Pos. 2 und 3, erfolgreiche Schnittlokalisierung  
 (b) Gegenüber (a) Messungen für PIO und Ref. nur in Pos. 2, erfolgreiche Schnittlokalisierung



(c) Gegenüber (a) Messungen für PIO und Ref. nur in Pos. 3, erfolgreiche Schnittlokalisierung  
 (d) Anregung in Position 2, Verschiebungsmessungen für PIO und Ref. jeweils in Pos. 4 und 5, Fehllokalisierung in Element 4

Bild 5.12: PIO-basierte Fehlerdiagnose: Lokalisierung eines Sägeschnitts als künstlichem Strukturfehler des Biegebalkens, einheitliche Schnitttiefe von ca.  $1/3$  Balkenhöhe über der gesamten Balkenbreite, in der Mitte des dritten Balkenelementes

rungsprozess (Bild 4.7) indiziert einen Schaden im  $i$ -ten Balkenelement. Der Wichtungsfaktor  $q^2$  der im LQ-Entwurf des Beobachters verwendeten Wichtungsmatrix  $\mathbf{Q}$  (3.32c) wurde aufgrund der in Kap. 5.2.2 an selber Struktur erzielten Optimierungsergebnisse für alle Lokalisierungsversuche einheitlich zu  $q^2 = 1 \cdot 10^{11}$  gewählt. Dieser tritt daher nicht als Designparameter in (5.6) auf. Die experimentellen Ergebnisse zeigt Bild 5.12 [HS09] mit Legende in Tab. 5.2. Dargestellt ist die normierte Gewichtung  $w_{2,i}/\max(\boldsymbol{\theta}_{\text{final}})$  über dem Index  $i$ . Dabei kennzeichnet der Index gleichzeitig den Designparameter  $w_{2,i}$ , das  $i$ -te Balkenelement und die im jeweiligen Versuch als Mess- und Anregungspositionen genutzten Balkenknoten.

Für das in Bild 5.12(a) dargestellte Versuchsergebnis erfolgte die impulsförmige Balkenanregung in Position 1, die als PIO-Eingangs- und Referenzsignale dienenden lateralen Balkenverschiebungen wurden jeweils in den Knotenpositionen 2 und 3 gemessen. Das Balkendiagramm zeigt das Optimierungsergebnis: Durch die deutliche Übergewichtung von  $w_{2,3}$  wird ein Strukturfehler im dritten Balkenelement angezeigt, womit die PIO-basierte Fehlerlokalisierung das angesägte Element korrekt identifiziert hat. Die anderen Diagrammbalken sind aufgrund von entsprechenden Designparameterwerten nahe Null als Resultat der Optimierung nicht sichtbar bzw.  $w_{2,1} \equiv 0$  aufgrund der gewählten Fehlermodellierung (5.5). Gegenüber (a) erfolgte für die in (b) dargestellten Versuchsergebnisse eine Verschiebungsmessung nur in Position 2. Auch für diesen Versuch mit reduzierten Messinformationen ist das Ergebnis der Fehlerlokalisierung eindeutig und korrekt. Analog erfolgte für den in (c) dokumentierten Versuch eine Verschiebungsmessung nur in Position 3, was ebenfalls zu einer erfolgreichen Fehlerlokalisierung führte. Schließlich zeigt 5.12(d) eine Fehllokalisierung für Anregung in Position 2 und Verschiebungsmessungen in den Positionen 4 und 5. Die Fehlerdiagnosemethode identifizierte durch geringe Übergewichtung von  $w_{2,4}$  (roter Diagrammbalken) gegenüber  $w_{2,3}$  fälschlicherweise Element 4 anstatt Element 3 als geschädigt.

### 5.3 Model-Updating zur Fehlerdiagnose am Biegebalken: Referenzmethode

Mit dem Ziel einer vergleichenden Betrachtung der Diagnoseleistungen ist die Model-Updating-basierte Fehlerdiagnose (Kap. 2.2 und 4.3) als Referenz zur PIO-basierten Vorgehensweise (Kap. 4.2) am Biegebalken erprobt worden. Zunächst werden in diesem Kapitel die Ergebnisse des hierarchisch gestuften Model-Updating für den einseitig eingespannten ungeschädigten Biegebalken dargestellt. Das so generierte Diagnosemodell beschreibt den Originalzustand des Biegebalkens und dient als Initialmodell für die einer potentiellen Strukturschädigung folgende Generierung des FE-Schadenmodells

zur Beschreibung des geschädigten Strukturzustands. Zum Schluss folgt die Identifizierung der geschädigten Strukturparameter bzw. des Strukturschadens durch Vergleich der finalen Designparameter des Diagnosemodells mit den entsprechenden des Schadenmodells. Als künstliche Strukturfehler dienen eine lokale Masseänderung und ein Sägeschnitt.

Die vergleichende Betrachtung der Methodenergebnisse erfolgt unter Berücksichtigung des (Mess-)Aufwandes. Unter Einsatz einer vergleichsweise großen Zahl an (Beschleunigungs-)Sensoren gegenüber der Verwendung verhältnismäßig weniger (Verschiebungs-)Sensoren ist das (dynamische) Verhalten einer elastomechanischen Struktur relativ präzise erfassbar. Insofern kann die Model-Updating-basierte Fehlerdiagnosemethode i. d. R. einen Informationsvorteil gegenüber der PIO-basierten Methode ausnutzen. Ein solcher Informationsvorteil ist geeignet, wiederum eine überlegene Diagnoseleistung zu ermöglichen. Mit dem Ziel eines Leistungsvergleichs unter Berücksichtigung des Messaufwandes beider Diagnosemethoden könnte die verwendete Messgrößenzahl beispielsweise auf zwei Messgrößen eingeschränkt werden. Unter diesen Bedingungen wären die zur Modelladaptation im Updating-Prozess genutzten Eigenformen und FRFs aber nur äußerst selektiv auswertbar, was eine insgesamt schlechte und nicht repräsentative Modelladaptation erwarten lässt. Als Kompromiss wurde stattdessen das Model-Updating zum Leistungsvergleich auf die Optimierung von Modelleigenfrequenzen und -formen beschränkt, vgl. die insgesamt sechs Fehlerausdrücke in (2.34).

Zur Erfassung der Struktureigenformen im Updating-Prozess ist weiterhin eine vergleichsweise aufwendige Balkensensierung erforderlich. Ein daraus womöglich resultierender Vorteil im Model-Updating bzw. für die Model-Updating-basierte Fehlerdiagnose wird im Folgenden sichtbar gemacht, indem die Updating-Ergebnisse sowohl nach der ersten Optimierungsstufe (Modelladaptation an Struktureigenfrequenzen) als auch nach der zweiten Stufe (Modelladaptation an Struktureigenformen) dargestellt werden. Auf diese Weise sind die Anteile beider Optimierungsstufen am Updating-Ergebnis sichtbar. Aufgrund der einfachen Strukturgeometrie lässt eine zusätzliche Adaption der Modell-Massengeometrie (Gesamtmasse, Massenmittelpunkt, Trägheitstensor, siehe Fehlerausdrücke  $\varepsilon_1$  bis  $\varepsilon_3$  in (2.34)) keinen Mehrwert erwarten, sodass hierauf verzichtet wurde. Dagegen geht der Verzicht auf die zusätzliche Optimierung der Modell-FRFs (Fehlerausdruck  $\varepsilon_6$  in (2.34)) vermutlich zu Lasten der theoretisch erzielbaren Modellpräzision, nähert die beiden Diagnosemethoden aber im Messaufwand einander an. Als Designparameter im FE-Model-Updating-Prozess des Diagnosemodells dienten Elementmassen und -elastizitäten. Im Fall der Strukturschädigung durch einen Sägeschnitt wurden ausschließlich die Elementelastizitäten, im Fall des durch eine Zusatzmasse simulierten Strukturfehlers ausschließlich die Elementmassen des Schadenmodells als Designparameter im Updating-Prozess verwendet, siehe (2.28).

### 5.3.1 Modelladaption an die ungeschädigte Struktur: Diagnosemodell

Als Designparameter (2.31) im Model-Updating wurden Massenbelegung  $\mu_i$ , Drehmassenbelegung  $\mu_{m,i}$  und Elastizität  $E_i$

$$\boldsymbol{\theta} = [\mu_1, \dots, \mu_I, \mu_{m,1}, \dots, \mu_{m,I}, E_1, \dots, E_I]^\top \quad (5.7)$$

der  $I$  Elemente des Balkenmodells (2.28) ausgewählt. Aufgrund der einfachen Strukturgeometrie des Balkens und vorausgesetzter Homogenität des Werkstoffs erfolgte keine Optimierung der massengeometrischen Fehlerausdrücke  $\varepsilon_1$  bis  $\varepsilon_3$  (2.34) der ersten Präferenzgruppe (2.40). Stattdessen sind die Designparameter des initialen FE-Modells derart gewählt worden, dass die durch Wägung bestimmte Balkenmasse im Modell korrekt abgebildet ist und der Massenmittelpunkt (Center-of-Mass, COM) des Modells mit dem geometrischen Schwerpunkt des realen Balkens zusammenfällt. Außerdem sind die Massen der verwendeten Beschleunigungssensoren als diskrete Punktmassen in den Modellknoten berücksichtigt. Die Fehlerausdrücke für Balkenmasse und COM wurden für die erste Optimierung (ursprünglich Optimierungsstufe 2: Eigenfrequenzen) restringiert, für die anschließende zweite Optimierungsstufe (ursprünglich Optimierungsstufe 3: Eigenformen) wurde diese Einschränkung fallen gelassen. Eine Optimierungsstufe 4 (FRF-Daten) kam, den Ausführungen zu Beginn des Kapitels entsprechend, nicht zur Anwendung.

Als Fehlerausdrücke gemäß (2.34) dienten in Abwandlung zu (2.35) Absolutfehler für die Gesamtmasse  $P_1^M(\boldsymbol{\theta}) = M^M(\boldsymbol{\theta})$

$$\varepsilon_1(\boldsymbol{\theta}) = |M^S - M^M(\boldsymbol{\theta})| \quad (5.8)$$

und die Lage des Massenmittelpunktes (COM)  $P_2^M(\boldsymbol{\theta}) = COM^M(\boldsymbol{\theta})$

$$\varepsilon_2(\boldsymbol{\theta}) = |COM^S - COM^M(\boldsymbol{\theta})| \quad (5.9)$$

Die so ermittelten Fehlerwerte sind leicht verständlich und anschaulich restringierbar. Auf eine Fehlerquadrierung als Gewichtungsmethode kann mangels Summenbildung in den Fehlerausdrücken verzichtet und stattdessen mit den Absolutfehlern gearbeitet werden.

Der Fehlerausdruck  $\varepsilon_3$  (Elemente Trägheitstensor, (2.34)) wurde nicht restringiert. Es ist zwar davon auszugehen, dass translatorische und rotatorische Massenträgheiten des Balkens aufgrund der einfachen Balkengeometrie im Modell näherungsweise abgebildet sind und ein daran orientierter Ausdruck für  $\varepsilon_3$  in den Optimierungsschritten sinnvoll hätte beschränkt werden können, einen Unsicherheitsfaktor stellen aber die im Modell nur als Punktmassen berücksichtigten Beschleunigungssensoren dar. Die Sensoren

können nicht anders als mit einem (deutlichen) Offset zur geometrischen Balkenmittelebene am Balken angebracht werden und sind in dieser Form nicht analytisch im Modell erfasst. Aus dem Modell kann daher kein sinnvoller Sollwert für den Trägheitstensor abgeleitet werden und auf eine experimentelle Erfassung des Einflusses der Sensormassenträgheiten wurde verzichtet. Aufgrund der damit verbundenen Unsicherheit zur Berechnung von  $\varepsilon_3$  wurde der Fehlerausdruck nicht restringiert. Zudem sind für die Designparameter der Element-Drehmassenbelegungen vergleichsweise weite Parametergrenzen gewählt worden. Die Modellmassenträgheiten sind somit nur indirekt über Designparametergrenzen, die restringierte Balkenmasse und die Lage des Massenschwerpunktes (COM) beschränkt.

Die Fehlerausdrücke für  $\varepsilon_4$  (Eigenfrequenzen) und  $\varepsilon_5$  (Eigenformen) entsprechen (2.36) und (2.38). Damit ergibt sich insgesamt die folgende Model-Updating-Strategie für des FE-Modell des einseitig eingespannten Biegebalkens:

**1. Optimierungsstufe:** Modellanpassung an Eigenfrequenzen

$$\min_{\boldsymbol{\theta} \in \Sigma} \langle s_2 \{ \mathbf{J}[\varepsilon_4(\boldsymbol{\theta})] \} \rangle; s_2 \{ \mathbf{J}[\varepsilon_4(\boldsymbol{\theta})] \} = \sum_{i=1}^{n_f} \left( 1 - \frac{f_i^M(\boldsymbol{\theta})}{f_i^S} \right)^2 = \sum_{i=1}^{n_f} (f_i^e(\boldsymbol{\theta}))^2 \quad (5.10a)$$

$$\Sigma = \{ \boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^n \mid \boldsymbol{\theta}_L < \boldsymbol{\theta} < \boldsymbol{\theta}_U; \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) \leq \mathbf{0} \}; \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1(\boldsymbol{\theta}) - \Delta \\ \varepsilon_2(\boldsymbol{\theta}) - \Delta \end{bmatrix}$$

**2. Optimierungsstufe:** Modellanpassung an Eigenformen

$$\min_{\boldsymbol{\theta} \in \Sigma} \langle s_3 \{ \mathbf{J}[\varepsilon_5(\boldsymbol{\theta})] \} \rangle; s_3 \{ \mathbf{J}[\varepsilon_5(\boldsymbol{\theta})] \} = \sum_{i=1}^{n_\psi} (1 - \text{MAC}(\boldsymbol{\psi}_i^S, \boldsymbol{\psi}_i^M)) \quad (5.10b)$$

$$\Sigma = \{ \boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^n \mid \boldsymbol{\theta}_L < \boldsymbol{\theta} < \boldsymbol{\theta}_U; \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) \leq \mathbf{0} \}; \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} |f_i^e(\boldsymbol{\theta})| - \Delta \\ \vdots \\ |f_{n_f}^e(\boldsymbol{\theta})| - \Delta \end{bmatrix}$$

Die Ausgangssituation mit zwei theoretisch hergeleiteten initialen 6- und 11-FE-Balkenmodellen zeigt Tab. 5.3. Am Biegebalken liegt der Kontaktpunkt zwischen Kontaktspitze (4) und Anschlagplatte (5) fünf Millimeter vor dem Balkenende (Bild 5.1(a)). Um den Kontaktpunkt in den FE-Modellen mit einem Knoten abbilden zu können, enden alle Modelle mit einem entsprechend kurzen sechsten bzw. elften Element (nicht dargestellt in Bild 5.1(b)), das vom Kontaktpunkt bis zum freien Balkenende reicht. Darüber hinaus haben diese letzten Elemente nur unwesentlichen Anteil an den Modelleigenschaften bezüglich Eigenfrequenzen und -formen.

Tab. 5.3: Modellfehler der initialen 6- und 11-FE-Balkenmodelle bezogen auf experimentell ermittelte Vergleichswerte für Eigenfrequenzen und -formen

Mode	Messung	initiales 6-FE-Modell			initiales 11-FE-Modell		
	$f^S$	$f^M$	Fehler		$f^M$	Fehler	
	[Hz]	[Hz]	Freq. [%]	MAC	[Hz]	Freq. [%]	MAC
1	13.18	13.15	0.2	1	13.15	0.2	1
2	80.93	81.92	-1.2	0.9994	82.25	-1.6	0.9995
3	228.7	227.9	0.4	0.9995	229.6	-0.4	0.9996
4	449	443.6	1.2	0.9935	448	0.2	0.9927
5	730.8	721.8	1.2	0.999	733.2	-0.3	0.9986
6	1122	1199	-6.9	0.973	1123	-0.1	0.9881
7	1542	1692	-9.7	0.9423	1548	-0.4	0.9867
8	2031	2374	-16.9	0.9533	2052	-1.1	0.9954

Aufgelistet (Tab. 5.3) sind die zu den ersten acht Moden gehörenden einerseits experimentell ermittelten und andererseits numerisch berechneten Resonanzfrequenzen ( $f^S$ ,  $f^M$ ) zusammen mit den daraus wiederum berechneten relativen Frequenzfehlern. Außerdem sind die geometrischen Differenzen zwischen experimentell und numerisch ermittelten Eigenformen als MAC-Werte dargestellt. Das 6-FE-Modell bildet gegenüber dem weniger stark kondensierten Modell aus 11 Elementen die Balkendynamik ab dem sechsten Biegemode deutlich schlechter ab. Dieser Abfall in der Abbildungsgenauigkeit ist unmittelbar nachvollziehbar, denn die Modennummer entspricht der Anzahl der realen Schwingungsknoten des einseitig eingespannten Biegebalkens, wie auch Bild 5.3 zeigt. Offensichtlich sind mindestens fünf (Mess-)Punkte mit in etwa äquidistantem Abstand erforderlich, um die ersten fünf Eigenformen mit allen Schwingungsknoten abbilden zu können. Die gleiche Mindestanzahl an translatorischen Freiheitsgraden benötigt daher das entsprechende FE-Modell. Im Fall der hier als Formfunktionen gewählten HERMITESchen Interpolationspolynome entspricht dies gleichzeitig der Zahl der mindestens erforderlichen Balkenelemente. Da im verwendeten 6-FE-Balkenmodell die Balkenlänge im Wesentlichen über die ersten fünf finiten Elemente verteilt ist, zeigt es praktisch die Dynamik eines 5-FE-Modells mit einheitlichen Elementlängen und kann folglich oberhalb des fünften Modes die Biegebalkendynamik nur unzureichend abbilden. Deshalb wurde das Model-Updating des 6-FE-Modells auf die ersten fünf Moden, das Updating des 11-FE-Modells auf die ersten acht Moden limitiert.

Ergebnisse des Model-Updating zeigen Tab. 5.4 für das 6-FE-Modell und Tab. 5.5 für das 11-FE-Modell. Außerdem stellt Bild 5.13 die prozentualen Änderungen der Designparameter aus den Optimierungsschritten des 6-FE-Modells bezogen auf die Parametrierung des initialen Modells dar. Beide Tabellen listen jeweils die Werte der



5.3 Model-Updating zur Fehlerdiagnose am Biegebalken: Referenzmethode

Tab. 5.4: Modellfehler der 6-FE-Balkenmodelle bezüglich exp. ermittelter Vergleichswerte: initiales Modell, nach Eigenfrequenz- ( $\varepsilon_4$ ) und nach Eigenformoptimierung ( $\varepsilon_5$ )

Fehlerausdruck	Mode	Fehler 6-FE-Modell			
		initiales Modell	1. Opt. ( $\varepsilon_4$ )	2. Opt.stufe ( $\varepsilon_5$ )	
				Variante 1	Variante 2
$\varepsilon_1$ : Masse [g]		0	0,19	0,19	0,19
$\varepsilon_2$ : COM [mm]		0	0,29	0,29	0,29
Eigenfrequenz [%]	1	0,2	$1,6 \cdot 10^{-9}$	$-3,2 \cdot 10^{-3}$	$-3,2 \cdot 10^{-5}$
	2	-1,2	$-4,7 \cdot 10^{-8}$	$-1,2 \cdot 10^{-2}$	$-1,2 \cdot 10^{-4}$
	3	0,4	$1,8 \cdot 10^{-9}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	$4,2 \cdot 10^{-5}$
	4	1,2	$1,7 \cdot 10^{-7}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$
	5	1,2	$-1,2 \cdot 10^{-7}$	$-1,4 \cdot 10^{-3}$	$-1,4 \cdot 10^{-5}$
$\varepsilon_4$ [%]		4,6	$4,3 \cdot 10^{-14}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-8}$
MAC	1	1	1	1	1
	2	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994
	3	0,9995	0,9994	0,9994	0,9994
	4	0,9935	0,9946	0,9948	0,9946
	5	0,999	0,9993	0,9994	0,9993
$\varepsilon_5$		0,0086	0,0074	0,0071	0,0074

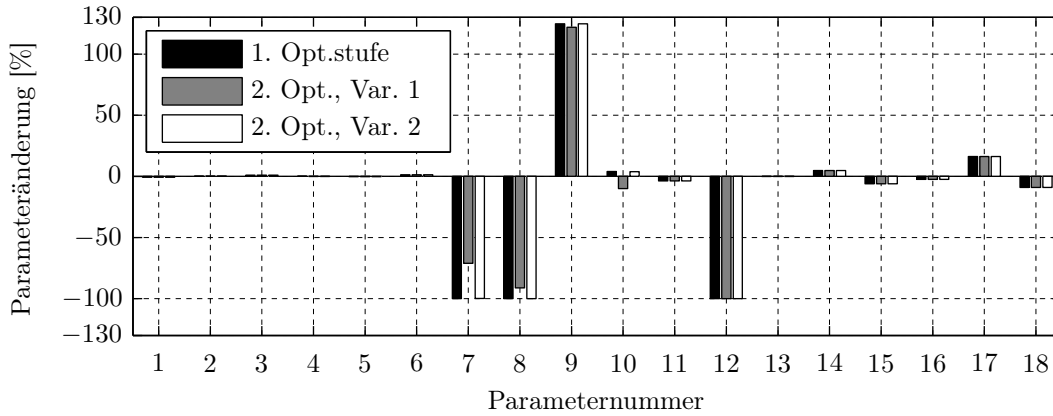


Bild 5.13: Prozentuale Designparameteränderungen der ersten und zweiten Optimierungsstufe bezogen auf die initiale Parametrierung des 6-FE-Modells

restringierten, aber nicht optimierten massengeometrischen Fehlerausdrücke für Balkengesamtmasse ( $\varepsilon_1$ ) und die Lage des Massenmittelpunktes des Balkens (COM) ( $\varepsilon_2$ ) auf. Daneben sind die relativen Fehler der jeweils adaptierten Eigenfrequenzen, der

Tab. 5.5: Modellfehler der 11-FE-Balkenmodelle bezüglich exp. ermittelter Vergleichswerte: initiales Modell, nach Eigenfrequenz- ( $\varepsilon_4$ ) und nach Eigenformoptimierung ( $\varepsilon_5$ )

Fehlerausdruck	Mode	Fehler 11-FE-Modell			
		initiales Modell	1. Opt. ( $\varepsilon_4$ )	2. Opt.stufe ( $\varepsilon_5$ )	
				Variante 1	Variante 2
$\varepsilon_1$ : Masse [g]		0	0,15	0,15	0,15
$\varepsilon_2$ : COM [mm]		0	0,12	0,12	0,12
Eigen- frequenz [%]	1	0,2	$7,7 \cdot 10^{-11}$	$-2,4 \cdot 10^{-4}$	$-2,6 \cdot 10^{-5}$
	2	-1,6	$4,2 \cdot 10^{-9}$	$-8,1 \cdot 10^{-4}$	$-9,9 \cdot 10^{-5}$
	3	-0,4	$9,3 \cdot 10^{-10}$	$-2,5 \cdot 10^{-3}$	$-2,7 \cdot 10^{-4}$
	4	0,2	$-3,3 \cdot 10^{-9}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$
	5	-0,3	$-6,5 \cdot 10^{-8}$	$-1,4 \cdot 10^{-3}$	$-1,4 \cdot 10^{-4}$
	6	-0,1	$8,3 \cdot 10^{-8}$	$8,9 \cdot 10^{-4}$	$8,9 \cdot 10^{-5}$
	7	-0,4	$9,8 \cdot 10^{-9}$	$-6,5 \cdot 10^{-4}$	$-6,5 \cdot 10^{-5}$
	8	-1,1	$-2,7 \cdot 10^{-8}$	$4,9 \cdot 10^{-4}$	$4,9 \cdot 10^{-5}$
$\varepsilon_4$ [%]		4,3	$1,2 \cdot 10^{-14}$	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-7}$
MAC	1	1	1	1	1
	2	0,9995	0,9994	0,9994	0,9994
	3	0,9996	0,9993	0,9993	0,9993
	4	0,9927	0,9939	0,9939	0,9939
	5	0,9986	0,999	0,999	0,999
	6	0,9881	0,9854	0,9856	0,9854
	7	0,9867	0,9731	0,9734	0,9731
	8	0,9954	0,9862	0,9864	0,9862
$\varepsilon_5$		0,0395	0,0638	0,0631	0,0638

zugehörige Summenfehlerausdruck  $\varepsilon_4$ , die modenspezifischen MAC-Werte sowie der zugehörige Summenfehler  $\varepsilon_5$  angegeben. Unterschieden wird für alle Fehlerwerte zwischen der ersten Optimierungsstufe (Adaption an Eigenfrequenzen) und zwei Varianten der zweiten Optimierungsstufe (Adaption an Eigenformen). Die beiden Varianten der zweiten Optimierungsstufe unterscheiden sich in ihren Restriktionen der in der ersten Optimierungsstufe adaptierten Eigenfrequenzen.

Erkennbar gelang die Modelladaption an die gemessenen Eigenfrequenzen genauer, als sich diese in den Vorversuchen messtechnisch reproduzieren ließen (vgl. Tab. 5.1(a)), d. h. die zu erwartenden Frequenzmessfehler überwiegen die Adaptionsfehler deutlich. So konnten Werte des entsprechenden Fehlerausdrucks  $\varepsilon_4$  für alle Modelle deutlich verkleinert werden, von 4,6 % bzw. 4,3 % für die initialen FE-Modelle auf Werte in der Größenordnung von  $10^{-14}$  % bis  $10^{-4}$  %. Dagegen bilden die initialen FE-Modelle

aufgrund der einfachen Balkengeometrie die realen Eigenformen, gemessen an ihren MAC-Werten, bereits präzise ab. Entsprechend fielen die Verbesserungen der Werte des Fehlerausdrucks  $\varepsilon_5$  des 6-FE-Modells gering aus, sie konnten von 0,0086 auf 0,0071 bis 0,0074 verkleinert werden. Andersherum gelang eine Verbesserung der MAC-Werte des 11-FE-Modells ausschließlich für die Moden 4 und 5, insgesamt vergrößerte sich der Wert des Fehlerausdrucks  $\varepsilon_5$  von 0,0395 auf 0,0631 bis 0,0638. Unterschiede zwischen der ersten und zweiten Optimierungsstufe sind in den MAC-Werten kaum erkennbar. In Abhängigkeit von den gewählten Frequenzrestriktionen zeigen die Varianten 1 und 2 der zweiten Stufe unterschiedliche Vergrößerungen der Werte des Eigenfrequenzfehlerausdrucks  $\varepsilon_4$  gegenüber der vorhergehenden Stufe der Frequenzadaptation, ohne dass im Gegenzug die Eigenformen durch die zweite Optimierungsstufe deutlich besser adaptiert worden wären.

Gewählte Restriktionen für Modellmasse und Massenmittelpunkt sowie die vergleichsweise engen Designparametergrenzen in der Massenbelegungen halten die Gesamtmasse und Massenverteilung des Modells entsprechend nahe an der tatsächlichen des realen Systems. Die entsprechenden Fehlerausdrücke zeigen einen Massefehler  $\varepsilon_1 \leq 0,19$  g und eine Abweichung von der berechneten Lage des Massenmittelpunktes des Balkens  $\varepsilon_2 \leq 0,29$  mm. Ebenso bleiben die Designparameter für Massenbelegung und Elastizitätsmodul in physikalisch sinnvoller Nähe zu den entsprechenden theoretisch hergeleiteten initialen Modellparametern, wie Bild 5.13 zeigt. Die im Balkendiagramm dargestellten prozentualen Designparameteränderungen des 6-FE-Modells zeigen aber vergleichsweise große Änderungen der Drehmassenbelegungen: Elemente 7 bis 12 des Designparametervektors (5.7). Dies war aber aufgrund der im initialen FE-Modell nicht erfassten Trägheitsmomente der montierten Beschleunigungsaufnehmer zu erwarten. Auffällig bleibt dagegen, dass die Änderungen der Drehmassenbelegungen nicht einheitlich und zum Teil sogar gegensätzlich ausfallen. Insbesondere wurde die Drehmassenbelegung für drei der sechs Elemente (Parameternummern 7, 8, 12) auf nahezu null reduziert. Wahrscheinlich wurden weitere im Modell nicht oder nicht adäquat parametrisierte Unsicherheiten über die Designparameter der Drehmassenbelegung (teilweise) kompensiert, um die Zielfunktionen der Optimierung möglichst gut zu befriedigen. Eine Modellverbesserung könnte u. a. darin bestehen, die bisher als starr angenommene Balkeneinspannung durch eine diskrete Drehfeder (mit Dämpfung) zu ersetzen und ihre Federsteifigkeit als einen weiteren unsicheren Parameter in die Optimierung aufzunehmen. Mögliche Modellverbesserungen werden in dieser Arbeit nicht weiterverfolgt.

Insgesamt konnten die initialen FE-Modelle, gemessen an den eingesetzten Fehlerkriterien, bezüglich ihrer Eigenfrequenzen deutlich verbessert werden. Für die ohnehin bereits gut abgebildeten Eigenformen waren im Zuge der Frequenzadaptation geringe Verbesserungen, im Fall des 11-FE-Modells auch Verschlechterungen erkennbar, bei insgesamt aber nach wie vor hohen MAC-Werten und somit hoher Abbildungsgenau-

igkeit der Eigenformen des realen Systems. Die scheinbare Verschlechterung der Eigenfrequenzabbildung in den jeweils zweiten Optimierungsstufen stellt praktisch keinen Nachteil dar, weil sie geringer ausfällt als die im konkreten Fall zu erwartenden Frequenzmessabweichungen, die wiederum deutlich größer ausfallen als die entsprechenden Optimierungsfehler. Gemessen an den verwendeten Optimierungskriterien ist das Diagnosemodell ein hochgenau adaptiertes FE-Modell, das auch für die in Kap. 5.5 dargestellten Untersuchungen zu Einflussfaktoren auf die PIO-Rekonstruktionsergebnisse eingesetzt wurde.

### 5.3.2 Lokalisierung von Masseänderungen

Das zuvor ermittelte Diagnosemodell bildet den einseitig eingespannten Biegebalken im originär-fehlerfreien Zustand ab. Dem Diagnosemodell entspricht das Schadenmodell der geschädigten Struktur. Designparameterdifferenzen zwischen Diagnose- und Schadenmodell dienen der Schadendetektion und -lokalisierung. Analog zur Erprobung der PIO-basierten Fehlerdiagnose (Kap. 5.2.2) wurde die Model-Updating-basierte Diagnose eines durch eine Zusatzmasse simulierten Strukturschadens bei Variation von Zusatzmasse und -position experimentell erprobt. Das zugehörige Schadenmodell und die experimentellen Ergebnisse werden nachfolgend dargestellt.

Dem skizzierten (Bild 4.8) Diagnoseprozess (Kap. 4.3) entsprechend wurde das Schadenmodell durch ein weiteres Model-Updating des Diagnosemodells generiert. Die hierfür zu wählenden Designparameter sind auf den zu erwartenden Schaden bzw. dessen Effekt auf das dynamische Systemverhalten abzustellen. Im konkreten Beispiel erfolgte eine Masseänderung des Systems durch eine diskrete Zusatzmasse auf einer der zu einem FE-Knoten gehörenden Balkenpositionen. Ein auf diese Weise am Experimentalsystem simulierter Schaden ist durch eine gegenüber dem Diagnosemodell veränderte Massenmatrix des Schadenmodells abbildbar: Eine additive translatorisch bewegte Punktmasse vorausgesetzt, ist dies durch Addition des Betrags der Zusatzmasse zum ihrer Position entsprechenden Matrixelement in der Hauptdiagonalen der Diagnosemodell-Massenmatrix möglich. Der folglich zu verwendende Designparametervektor

$$\boldsymbol{\theta} = [\Delta m_1, \dots, \Delta m_{n-1}]^T, \quad n = 6 \text{ oder } n = 11 \text{ finite Elemente}, \quad (5.11)$$

stellt deshalb translatorisch bewegte Zusatzmassen in den ersten fünf Knoten des 6-FE-Balkenmodells bzw. in den ersten zehn des 11-FE-Modells dar. Der zum freien Balkenende gehörende Knoten ist im Designparametervektor nicht vertreten, weil sich dort die verwendeten magnetischen Zusatzmassen schlecht anbringen lassen ist die Position als möglicher Fehlerort ausgeschlossen worden.

Zur Generierung der Schadenmodelle dienten unverändert die Optimierungsschritte gemäß (5.10). Dabei fungierten jeweils in Variante 2 das 6-FE-Diagnosemodell entsprechend Tab. 5.4 und das 11-FE-Diagnosemodell entsprechend Tab. 5.5 als Ausgangsmodelle. Der Fehlerart angepasste Restriktionen in der Eigenfrequenzadaption

$$0 \text{ g} < \Delta m_i < 1 \cdot 10^5 \text{ g} \quad \text{bzw.} \quad -1 \text{ g} < \Delta m_i < 1 \cdot 10^5 \text{ g} \quad (5.12)$$

mit  $\Delta m_i$  als Zusatzmasse des  $i$ -ten Finite-Elemente-Knotens des Diagnosemodells, beschränkten die Designparameter physikalisch sinnvoll zu negativen Werten hin. Alle Restriktionen wurden für die zweite Optimierungsstufe unverändert beibehalten. Hinzu kamen Ungleichheitsrestriktionen für die bereits in der ersten Optimierungsstufe angepassten Eigenfrequenzen.

Experimentelle Ergebnisse der Schadenmodellgenerierungen und damit die Ergebnisse der erprobten Fehlerlokalisierung stellt Bild 5.14 dar: Bildspalte (a) zeigt die 6-FE-Schadenmodelle, Spalte (b) die 11-FE-Schadenmodelle, jeweils sowohl nach Frequenz als auch nach anschließender Eigenformoptimierung. Insgesamt sind zehn Versuchsergebnisse dargestellt, für die jeweils eine Zusatzmasse von 8,9 g am Biegebalken angebracht, zugehörige Experimentaldaten aufgenommen und ein Schadenmodell per Model-Updating generiert wurde. Jedes der Bildteile zeigt ein Model-Updating-Ergebnis in Form der gegenüber dem jeweiligen Diagnosemodell veränderten Designparameter  $\Delta m_i$ . Der Index  $i$  ist dazu als Abszissenachse aufgetragen. Die Montageposition der Zusatzmasse wurde in den Versuchen variiert und in jedem Bildteil vermerkt, wobei die Positionen in (a) jeweils denen in (b) entsprechen (Pos. 1 in (a) entspricht Pos. 2 in (b) usw.), sodass die Model-Updating-Ergebnisse der 6-FE-Modelle unmittelbar mit denen der 11-FE-Modelle verglichen werden können.

Die fünf 6-FE-Schadenmodelle identifizieren eine Masseänderung zwischen 7,2 g und 8,6 g in der ersten und zwischen 7,22 g und 8,25 g in der zweiten Optimierungsstufe. Die tatsächlich montierten 8,9 g wurden demnach mit etwas geringerer Gesamtmasse im Modell abgebildet. Die geringfügig negativen Designparameter  $\Delta m_4$  und  $\Delta m_5$  für den Versuch mit in Knotenposition 3 montierter Zusatzmasse wurden durch die in diesem Fall gewählte untere Designparameterschranke von  $-1 \text{ g}$  (siehe (5.12)) ermöglicht. Für die übrigen Versuche galt eine untere Schranke von  $0 \text{ g}$ . Der Grund für die abweichende Schrankenwahl liegt in der ansonsten unpräziseren Identifikation der Zusatzmassenposition, was im konkreten Fall auf die deutliche Abhängigkeit des Versuchsergebnisses von den numerischen Randbedingungen hinweist. Erkennbar ist die Masseverteilung in den 6-FE-Schadenmodellen bei Positionierung der Zusatzmasse in Knotenposition 3 oder 5 weniger konzentriert als in den anderen Versuchsergebnissen. Die Lokalisierung in diesen beiden Positionen ist vergleichsweise unscharf.

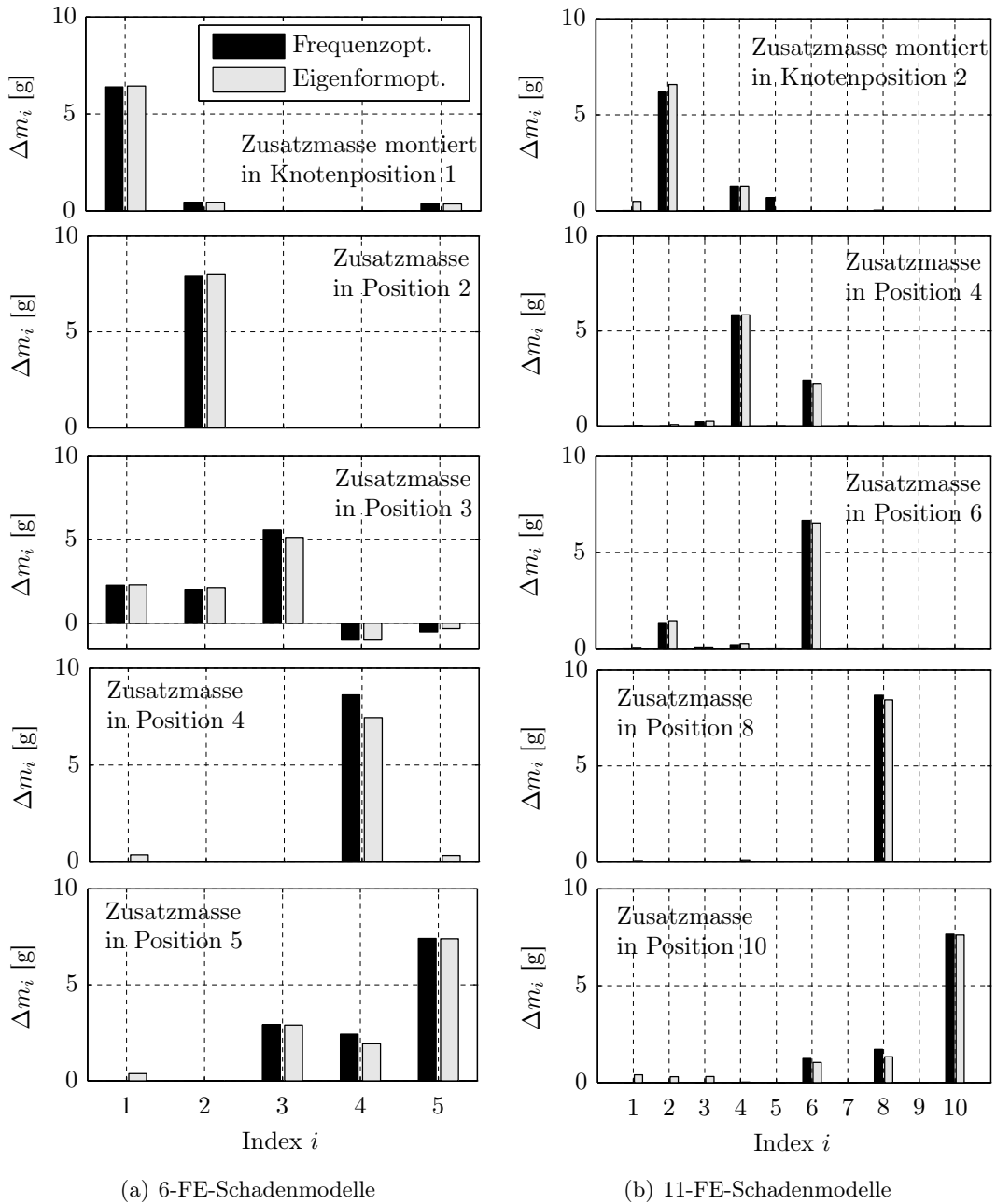


Bild 5.14: Lokalisierung einer auf dem Biegebalken in verschiedenen Knotenpositionen montierten Zusatzmasse von 8,9 g mittels Model-Updating. Dargestellt sind die Elemente  $\Delta m_i$  des Designparametervektors des Schadenmodells über dem Index  $i$  jeweils nach Eigenfrequenz- und nach anschließender Eigenformoptimierung.

Das Model-Updating der 11-FE-Schadenmodelle identifiziert eine Zusatzmasse zwischen 8,2 g und 8,7 g in der Frequenzoptimierungsstufe und zwischen 8,3 g und 8,6 g in der Optimierungsstufe der Eigenformen. Somit wurde die tatsächlich aufgebrachte Zusatzmasse von 8,9 g im Mittel etwas genauer bestimmt als durch die 6-FE-Schadenmodelle. Für den Fall der Zusatzmasse in Balkenmitte (Knotenposition 6 bzw. 3) liefert das 11-FE-Schadenmodell eine konzentriertere Masseverteilung als das entsprechende 6-FE-Modell, ansonsten fallen die Ergebnisse ähnlich zu denen der 6-FE-Schadenmodelle aus. Allen Ergebnissen ist gemeinsam, dass die identifizierte Zusatzmasse nicht auf nur einen Knoten konzentriert, sondern durch den Updating-Prozess mehr oder weniger über mehrere Knoten verschmiert wurde.

### Schadenlokalisierung: Vergleich von Diagnose- und Schadenmodell

Der dritte Diagnoseschritt (Kap. 4.3, Bild 4.8) besteht in der Fehlerlokalisierung durch einen Vergleich des Schadenmodells mit dem Diagnosemodell bzw. der Identifizierung der geschädigten Systemparameter. Mit der zuvor bereits gewählten Differenzdarstellung der Designparameterveränderungen (Bild 5.14) ist dieser Schritt bereits vollzogen. Die in Bild 5.14 erkennbaren Massekonzentrationen an bzw. um jeweils einen der Modellknoten stellt bereits die auf numerischem Weg indirekt durchgeführte Fehlerlokalisierung dar. Erkennbar erfolgte die größte Designparameterveränderung in allen Versuchen genau in dem Modellknoten, an dessen entsprechender Balkenposition im jeweiligen Fall die Zusatzmasse montiert war. Die Designparameteränderungen der Schadenmodelle gegenüber den Diagnosemodellen identifizieren somit in allen Fällen korrekt die gesuchten Fehlerpositionen. Die sich hierbei zwischen der ersten und zweiten Optimierungsstufe zeigenden Unterschiede sind ohne relevanten Einfluss auf das Ergebnis der Fehlerlokalisierung.

Der Biegebalken hat im eingespannten Zustand eine bewegliche Masse von ungefähr 650 g, die lokalisierte Masseänderung beträgt somit rund 1,4 % der beweglichen Balkenmasse. Dagegen gelang die Lokalisierung einer kleineren Zusatzmasse von 2,8 g nicht mehr zuverlässig (Ergebnisse nicht dargestellt). Die Lokalisierung zu größeren Massen bis 68 g hin war wiederum erfolgreich (Ergebnisse nicht dargestellt). Bei noch größeren Zusatzmassen ist aufgrund der damit verbundenen Zunahme an rotatorischer Massenträgheit und der bisherigen Designparameterauswahl rein translatorischer Massenträgheiten von zunehmend negativen Einflüssen auf die Zusatzmassenidentifizierung bzw. -lokalisierung auszugehen. Dem kann ggf. durch Erweiterung des Designparametervektors um rotatorische Freiheitsgrade begegnet werden.

### 5.3.3 Lokalisierung von Sägeschnitten

Zu Vergleichszwecken wurde die Model-Updating-basierte Diagnosemethode ebenfalls am angesägten Biegebalken (vgl. Bild 5.10(a)) bei Variation von Sägeschnitttiefe und -position erprobt. Der Diagnoseprozess entspricht dem der Lokalisierung von Masseänderungen (Kap. 5.3.2) bei angepasster Fehlermodellierung im Schadenmodell.

Ein Sägeschnitt als Strukturfehler beeinflusst die massengeometrischen Eigenschaften des Biegebalkens vergleichsweise wenig, sodass im Fehlerfall näherungsweise von unveränderter Gesamtmasse, Massenmittelpunktlage und unverändertem Trägheitstensor des Balkens ausgegangen werden kann. Dagegen ist eine vergleichsweise deutliche Änderung der (lokalen) Steifigkeitseigenschaften zu erwarten, von denen hier ausschließlich die Biegesteifigkeit betrachtet werden soll. Dem entsprechend ist diese Art Strukturfehler approximativ durch Adaption der Elementbiegesteifigkeiten  $(EI)_i$  als Produkt aus Elementelastizitätsmodul und axialem Flächenträgheitsmoment im FE-Balkenmodell abbildbar. Der Designparametervektor des Schadenmodells

$$\boldsymbol{\theta} = [E_1, \dots, E_{n-1}]^T, \quad n = 6 \text{ bzw. } n = 11 \text{ finite Elemente,} \quad (5.13)$$

ist deshalb aus den Elementelastizitätsmoduln  $E_i$  der ersten 5 bzw. 10 Balkenelemente bei konstanten Elementflächenträgheitsmomenten zusammengesetzt. Das letzte Balkenelement fand aufgrund seiner kurzen axialen Länge auch in diesem Fall keine Berücksichtigung. Durch der Fehlerart angepasste physikalisch sinnvolle Parameterschranken unterstützen die gewählten expliziten Restriktionen

$$1 \text{ Nm}^{-2} < E_i < 1,005 E_{0,i}, \quad (5.14)$$

mit  $E_{0,i}$  als dem Elastizitätsmodul des  $i$ -ten finiten Elementes des Diagnosemodells, die numerische Optimierung des Schadenmodells. Zusätzliche Ungleichheitsrestriktionen in der Optimierungsstufe der Eigenformen dienen wiederum dazu, die zuvor bereits adaptierten Eigenfrequenzen nahe ihren Zielwerten zu halten.

Alle Sägeschnitte verlaufen über die gesamte Balkenbreite von 30 mm und senkrecht zur Balkenlängsachse. Bei Betrachtung der Elementeinteilung des 6-FE-Modells befindet sich die erste mögliche Fehlerposition (I) in der Mitte des zweiten Balkenelementes, d. h. 162 mm in Balkenlängsrichtung von der Einspannstelle des 545 mm langen Balkens entfernt. An dieser Stelle werden nacheinander Schnitttiefen von 25 %, 50 % und 80 % der Balkenhöhe (5 mm) eingebracht. Eine alternative zweite Fehlerposition (II) befindet sich in der Mitte des dritten Balkenelementes, d. h. 270 mm in Balkenlängsrichtung von der Einspannstelle entfernt, mit einer Schnitttiefe von 33 % bzw. 66 %.

Als Diagnosemodelle dienen im Fall der Fehlerposition I das in Tab. 5.4 dargestellte 6-FE-Modell und das in Tab. 5.5 dargestellte 11-FE-Modell, jeweils in Variante 1. Im



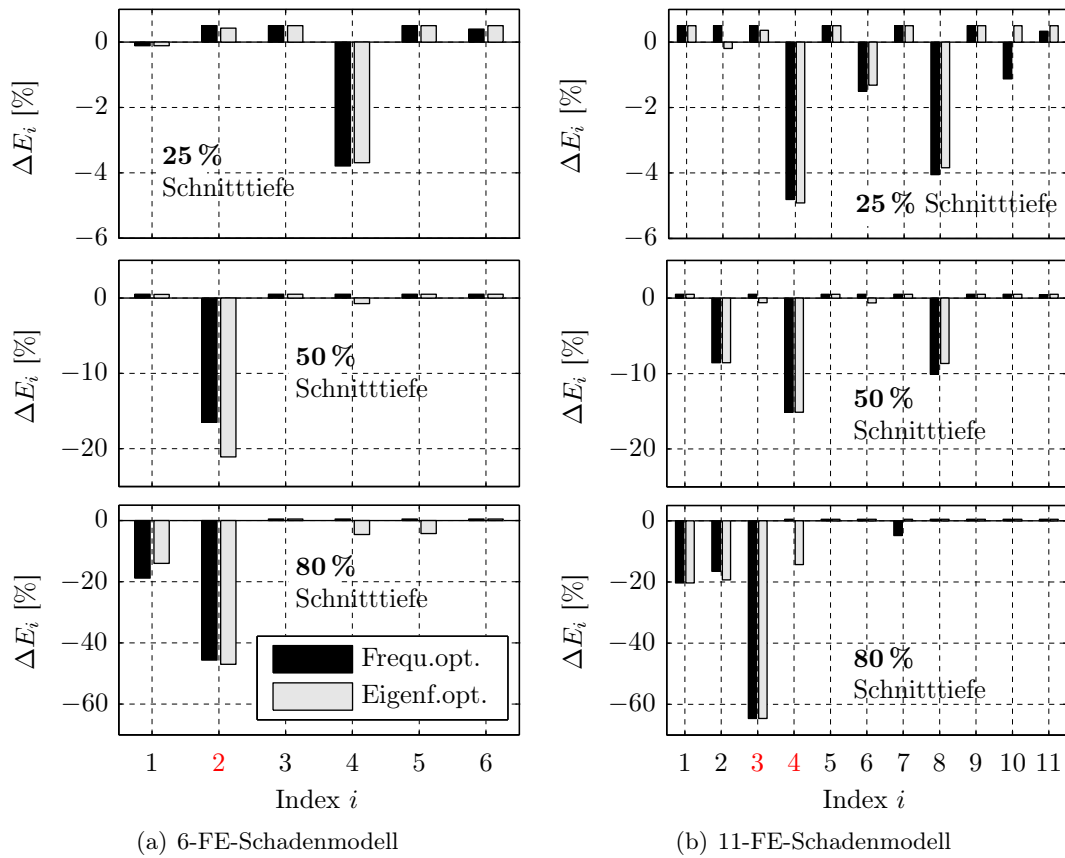


Bild 5.15: Lokalisierung eines Sägeschnitts in Fehlerposition I (rot) des Biegebalkens: prozentuale Änderungen der  $E$ -Moduln  $\Delta E_i$  des Schadenmodells gegenüber dem Diagnosemodell über dem Elementindex  $i$  für Schnitttiefen von 25 %, 50 % und 80 %.

Fall der Fehlerposition II wurde ein zweiter Biegebalken verwendet, für den wiederum ein eigenes Diagnosemodell ermittelt wurde. Auf die Darstellung der Optimierungsdetails der Modelle wird verzichtet, stattdessen sind direkt die Designparameterdifferenzen zwischen Diagnose- und zugehörigen Schadenmodellen in Bild 5.15 und 5.16 dargestellt. Bei der Ergebnisinterpretation ist zu beachten, dass Fehlerposition I in der Mitte von Element 2 des 6-FE-Netzes der Position von Knoten 3 im 11-FE-Netz entspricht, weshalb im letztgenannten Fall Element 3 und/oder 4 des 11-FE-Netzes als geschädigt identifiziert werden sollten. Analog entspricht die Fehlerposition II in der Mitte von Element 3 des 6-FE-Netzes der Position von Knoten 5 im 11-FE-Netz, sodass im letztgenannten Fall Element 5 und/oder 6 des 11-FE-Netz als geschädigt

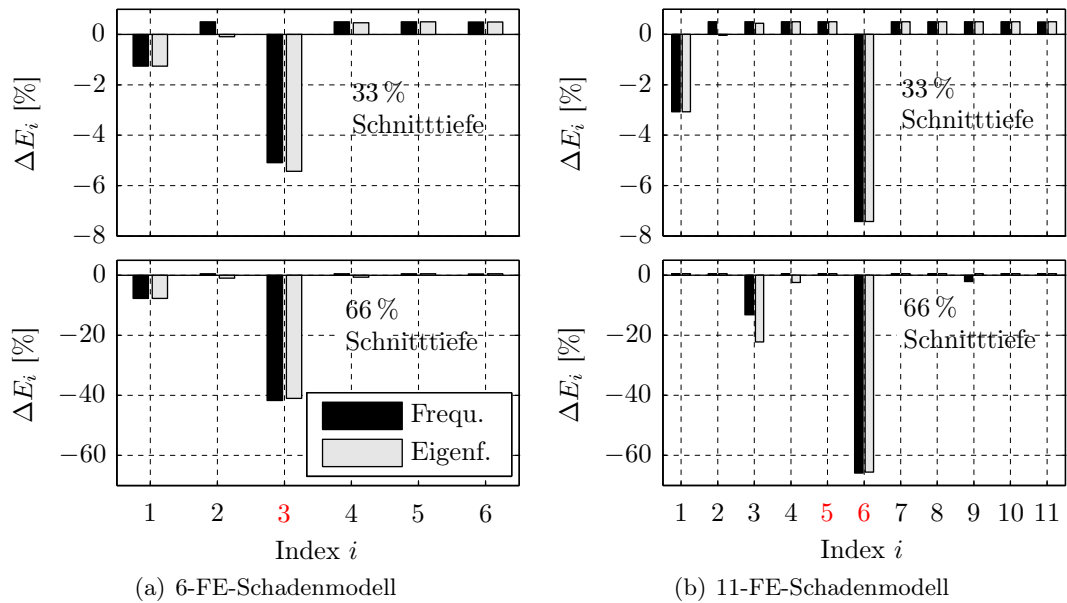


Bild 5.16: Lokalisierung eines Sägeschnitts in Fehlerposition II (rot) des Biegebalken: prozentuale Änderungen der  $E$ -Moduln  $\Delta E_i$  des Schadenmodells gegenüber denen des Diagnosemodells über dem Elementindex  $i$  für Schnitttiefen von 33 % und 66 %.

identifiziert werden sollten. Die den Fehlerpositionen zuzuordnenden Indizes sind in Bild 5.15 und 5.16 rot markiert.

Für den Fall des Sägeschnitts in Position I und 25 % Schnitttiefe identifizieren die Designparameteränderungen  $\Delta E_i$  des 6-FE-Schadenmodells irrtümlich Element 4 als geschädigtes Balkenelement (Bild 5.15(a)). Dagegen wird für 50 % und 80 % Schnitttiefe korrekt Balkenelement 2 als geschädigtes Element identifiziert und der Fehler somit in beiden Fällen erfolgreich lokalisiert. Unter Einsatz des feiner vernetzenden 11-FE-Modells erfolgte die größte  $E$ -Modul-Änderung an Balkenelement 4 bzw. 3 (Bild 5.15(b)). Diese beiden Elemente grenzen den zwischen ihnen liegenden Sägeschnitt in Position I ein. Die dominierenden Designparameteränderungen zeigen die Fehlerposition also korrekt an, die Fehlerlokalisierungen sind für alle drei Sägeschnitttiefen erfolgreich. Im Versuch mit 25 % Schnitttiefe fällt das Ergebnis mit rund  $-5$  % Änderung für Balkenelement 4 gegenüber rund  $-4$  % für Element 8 allerdings knapp aus.

Für den Fall des Sägeschnitts in Position II und 33 % bzw. 66 % Schnitttiefe dominieren im 6-FE-Modell die prozentualen Steifigkeitsverluste von Balkenelement 3 (Bild 5.16(a)) und im 11-FE-Schadenmodell die prozentualen Änderungen von Element 6

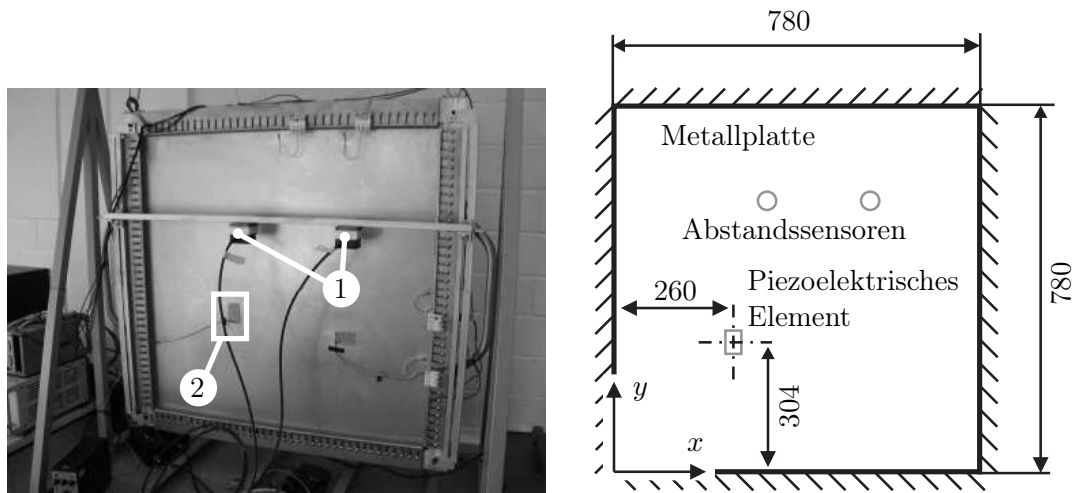
(Bild 5.16(b)). Somit ist der Sägeschnitte bzw. Strukturfehler in Position II in allen untersuchten Fällen korrekt lokalisiert worden.

Zusammengefasst ist die Lokalisierung der beiden Fehlerpositionen I und II am Biegebalken für Schnitttiefen von 25 % bis 80 % mit einer Ausnahme (Fehlerposition I, 25 % Schnitttiefe, 6-FE-Modell, Bild 5.15(a)) erfolgreich verlaufen. Dabei fallen die Unterschiede zwischen der ersten und zweiten Optimierungsstufe in allen untersuchten Kombinationen so gering aus, dass diese keinen Einfluss auf das Lokalisierungsergebnis haben.

## 5.4 Allseitig eingespannte Platte

Der MPIO (Kap. 3.2.1) wurde an einer allseitig eingespannten Metallplatte als Beispiel für eine elastomechanische 2D-Struktur experimentell erprobt. Analog zu den Versuchen am Biegebalken sind als Ergebnisse zunächst Rekonstruktionen der zeitlichen Verläufe von senkrecht zur Platte wirkenden Kontaktkräften in Kap. 5.4.1 dargestellt. In weiteren Versuchen wurde die aktive Schwingungsdämpfung (Kap. 4.4) unter Einsatz des MPIO an der Metallplatte erprobt. Damit erzielte Ergebnisse sind entsprechenden Messungen an der nicht aktiv gedämpften Platte in Kap. 5.4.2 gegenübergestellt. Es folgt mit Kap. 5.4.3 eine Analyse des thermischen Umgebungseinflusses auf die Platten-Strukturodynamik bzw. auf die an dieser gewonnenen Versuchsergebnisse, bevor im abschließenden Kap. 5.4.4 der Einsatz des PIO an der Platte diskutiert wird.

Bleche aus Aluminium und Stahl dienten als Flächenstrukturen in der Erprobung des PI-Beobachters. Passend zum Einspannrahmen aus Aluminium wurde in den Versuchen zur Kontaktkraftrekonstruktion ein Aluminiumblech verwendet, um Werkstoffe mit möglichst ähnlichen spezifischen Wärmeausdehnungskoeffizienten zu kombinieren (siehe dazu auch Kap. 5.4.3). Das isotrop vorausgesetzte Blech hat näherungsweise die Dichte  $\rho = 2661 \text{ kg m}^{-3}$ , Elastizitätsmodul  $E = 6,7 \cdot 10^9 \text{ N m}^{-2}$  und Querkontraktionszahl  $\nu = 0,33$ . In den Versuchen zur aktiven Schwingungsdämpfung kam dagegen ein vorhandenes mit einem piezoelektrischen Element beklebtes Stahlblech zum Einsatz. Das isotrop vorausgesetzte Stahlblech hat näherungsweise die Dichte  $\rho = 7850 \text{ kg m}^{-3}$ , Elastizitätsmodul  $E = 1,9 \cdot 10^{11} \text{ N m}^{-2}$  und Querkontraktionszahl  $\nu = 0,3$ . Als piezoelektrisches Element bzw. als Stellglied im (Schwingungs-)Regelkreis diente eine  $50 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 0,5 \text{ mm}$  große polykristalline Blei-Zirkonat-Titanat-(PZT-)Keramik (PIC-151, PI CERAMICS), deren unmittelbare Ansteuerung durch einen analogen Spannungsverstärker (SVR 500-3, PIEZOMECHANIK GmbH) erfolgte.



(a) Optischen Abstandssensoren (1) auf einer frei positionierbaren gemeinsamen Montagewise, einseitig aufgeklebtes piezoelektrisches Element (2)

(b) Skizze des Versuchsaufbaus, alle Maßangaben in Millimetern

Bild 5.17: Versuchsaufbau mit allseitig eingespannter Metallplatte als elastomechanischer 2D-Struktur, Sensorik und Aktorik zur Erprobung des PIO (SRS, UDuE)

Das am Biegebalken genutzte Equipment (Kap. 5.1) kam auch an der Platte zum Einsatz. Der Modalhammer (208A03, 480A, PCB PIEZOTRONICS) diente zur orthogonal gerichteten impulsförmigen Kraftanregung der Platte und die beiden nach dem Prinzip der optischen Triangulation arbeitenden laseroptischen Abstandssensoren (optoN-CDT 1605, LD 1625-20, MICRO EPSILON) sensierten die transversalen Plattenschwingungen. Beide laseroptischen Sensoren sind auf der gemeinsamen am Einspannrahmen befestigten Montagewise vor der Platte frei positionierbar. Signalverarbeitung und Realisierung des Beobachters erfolgten wieder mittels Rapid-Control-Prototyping-System (DS2201 Multi-I/O-Board, DS1005 PPC, dSPACE). Den Versuchsaufbau zeigt Bild 5.17. Für experimentelle Modalanalysen in Form einer OMA des allseitig eingespannten Blechs standen wieder TEAC-LX-10-Datenrekorder, KISTLER-Beschleunigungssensoren (Type 8632C50) und Modalanalysesoftware von STRUCTURAL VIBRATION SOLUTION A/S zur Verfügung. Thermografieaufnahmen des Versuchsaufbaus wurden mit einer VARIOSCAN *high resolution* 3021 SST Wärmebildkamera von JENOPTIK Laser, Optik, Systeme GmbH erstellt.

Das eingespannte Blech wurde als starr eingespannte Platte mit quadratischen finiten Elementen modelliert (Kap. 2.1.1). Das so auf theoretischem Weg ermittelte Strukturmodell anschließend modal reduziert und um eine experimentell wie folgt ermittelte Dämpfungsmatrix erweitert.

Die generalisierte Dämpfung der  $i$ -ten Eigenschwingung

$$d_{\text{gen},i} = 2 d_i \sqrt{m_{\text{gen},i} k_{\text{gen},i}} \quad (5.15)$$

eines modal entkoppelten Systems (2.46) ist nach (2.51) aus generalisierter Masse, generalisierter Steifigkeit und modalem Dämpfungsgrad entsprechender Ordnung berechenbar. Dieser Zusammenhang wurde genutzt, um aus per OMA ermittelten modalen Dämpfungsgraden  $d_i$  eine (Diagonal-)Matrix der generalisierten Dämpfungen (2.47) zu berechnen. Dafür benötigte Werte der generalisierten Massen und Steifigkeiten entstammen dem zuvor ermittelten theoretischen FE-Modell. Somit stand dem Beobachter (3.29) ein teilweise experimentell ermitteltes Modell (3.28) der Flächenstruktur zur Verfügung, in dem auf diese Weise auf eine vereinfachende Modellierung der Plattendämpfung als Proportionaldämpfung verzichtet werden konnte.

### 5.4.1 Kontaktkraftrekonstruktion

Vor der experimentellen Erprobung der Kontaktkraftrekonstruktion an der Platte mittels MPIO (3.29) waren Kombinationen aus Anregungs- und Messpositionen festzulegen. Aus Vereinfachungsgründen fallen alle Positionen mit Knoten des  $15 \times 15$ -Finite-Elemente-Netzes der Platte zusammen. Deren Auswahl wiederum orientierte sich an der Steuer- und Beobachtbarkeit der relevanten Biegemoden der Platte. In den Versuchen wurde der Angriffspunkt der zu rekonstruierenden Anregungskraft als bekannt vorausgesetzt, sodass alle Matrizen des Beobachters (3.29) eindeutig aufgestellt werden konnten.

Einen im Vergleich zu den übrigen FE-Knotenpositionen hohen Grad der Steuer- und Beobachtbarkeit eines speziellen Plattenbiegemodes bieten bei orthogonal zur Platte gerichteten Anregungskräften und Verwendung transversaler Verschiebungsmessungen diejenigen FE-Knotenpositionen, die möglichst nahe der Extrema der jeweiligen Eigenform liegen. Entsprechende modenspezifische Anregungs- und Messpositionen sind daher unmittelbar anhand der jeweiligen Eigenform erkennen. Zur gleichzeitigen Steuerung und Beobachtung mehrerer Moden bei begrenzter Zahl an Stell- und Messpositionen ist ggf. ein Kompromiss in der Positionsauswahl notwendig. Dazu stellen Bilder 5.18(b)–(f) simulierte Biegeeigenformen der untersten sechs Moden der allseitig eingespannten Platte mit eingezeichneten Knotenlinien dar. Siehe auch Kap. 4.2 und (4.4) zum Grad der Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit.

Im Fall einer perfekt eingespannten isotropen quadratischen Platte bilden die beiden Grundmoden (1, 2) und (2, 1) (Bild 5.18(c)) durch Linearkombination einen entarteten Mode gleicher Resonanzfrequenz aus. In Abhängigkeit von den Amplitudenver-

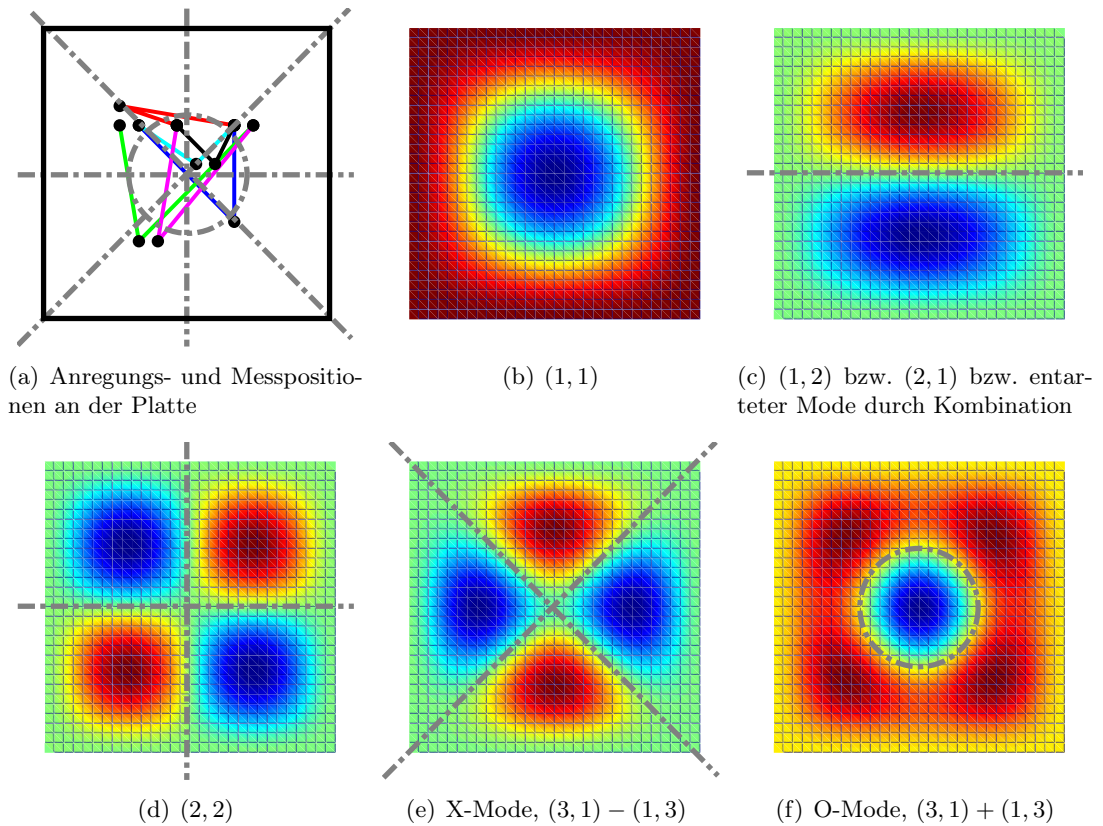


Bild 5.18: Simulierte Biegeeigenformen der untersten sechs Plattenbiegemoden mit eingezeichneten Knotenlinien zur Beurteilung der modalen Grade der Steuer- und Beobachtbarkeit von Anregungs- und Messpositionen

hältnissen und Phasenwinkeln ist in der Theorie eine unbegrenzte Zahl resultierender und sich kontinuierlich verändernder Eigenformen möglich. Zugehörige Knotenlinien können innerhalb der Plattenebene eine beliebige Richtung annehmen, verlaufen aber stets durch den geometrischen Plattenmittelpunkt als Pol der Geradenschaar. Dagegen bildet die Kombination der Grundmoden  $(1,3)$  und  $(3,1)$  aufgrund von Querkontraktionseffekten (POISSON-Kopplung) keinen entarteten Mode aus, sondern das Modesplitting lässt X- und O-Mode als ein Modenpaar gemäß der diskreten Kombinationen  $(3,1) - (1,3)$  (Bild 5.18(e)) und  $(3,1) + (1,3)$  (f) mit gegenüber seinen Grundmoden erniedrigter bzw. erhöhter Resonanzfrequenz entstehen. Die Frequenzdifferenz beträgt unter Idealbedingungen allerdings weniger als 0,5% [Lei69]. Derartige nicht entartete Modenpaare  $(m,n \pm n,m)$  entstehen für alle  $m - n = \pm 2, 4, 6, \dots$ . Eine umfassende analytische Behandlung von transversal frei schwingenden linear-elastischen isotro-

pen Rechteckplatten zeigt [War54]. Ausgehend vom Rayleigh-Quotienten werden auch der Effekt der POISSON-Kopplung und der Sonderfall entarteter Moden behandelt. Darüber hinausgehend zeigt die Zusammenstellung [Lei69] analytische Lösungen für Plattenresonanzen und -eigenformen auch unter Berücksichtigung von verschiedenen Geometrien, veränderlicher Plattendicke, Anisotropie und anderen Komplikationen.

Unter praktischen Bedingungen bildet sich durch Imperfektionen i. d. R. eine Vorzugsrichtung aus, sodass diejenigen Grundmoden  $(n, m)$ ,  $(m, n)$ , welche theoretisch entarten können, keine identischen Resonanzfrequenzen aufweisen. Mit wachsendem gegenseitigen Frequenzabstand entsprechen die beiden jeweiligen Moden zunehmend den jeweiligen Grundmoden und treten in einer vorab womöglich nicht ermittelbaren Reihenfolge auf. Unter sich verändernden Randbedingungen kann es außerdem zu einem Mode-Switching kommen. Ein Auseinanderlaufen von Grundmoden zeigte sich auch unter den konkret gegebenen Versuchsbedingungen mit imperfekter Plattenein- und thermisch bedingter Plattenverspannung, herstellungsbedingter Anisotropie der Bleche (Textur) sowie Vorkrümmung der Bleche durch ihre Lagerung als Coil. Infolgedessen fielen die Grundmoden  $(1, 2)$  und  $(2, 1)$  nicht zusammen, sondern bildeten im Frequenzbereich um 19 Hz zwei Resonanzfrequenzen aus, wie die in Bild 5.20 dargestellten FOURIER-transformierten Platten-Transversalschwingungen zeigen. Dem entsprechend werden im Weiteren die beiden Grundmoden  $(1, 2)$  und  $(2, 1)$  als getrennte Moden betrachtet.

Zu dem Aspekt der Beobachtbarkeit gehört auch das praktisch erzielbare Signal-Rausch-Verhältnis bzw. die Messsignalauflösung (siehe auch SNR in Kap. 4.2 und 5.1). Dazu zeigt zunächst Bild 5.19 die an der Platte berücksichtigten Kombinationen aus Anregungs- und Messpositionen. In diesem Bild kennzeichnen einfarbige Linienzüge insgesamt sechs Kombinationen, jeweils bestehend aus zwei Mess- und einem dazwischenliegenden Anregungspunkt. Die zugehörigen FE-Knoten-Koordinaten listet Tabelle 5.6 auf. Des Weiteren zeigt Bild 5.20 beispielhaft die FOURIER-Transformationen der in den Knotenpositionen 63 und 67 sensierten transversalen Plattenverschiebungen nach versuchstypischer impulsartiger Kraftanregung in Knotenposition 146. Diese Kombination ist neben den anderen getesteten und zusammen mit den Knotenlinien der ersten sechs Plattenbiegemoden in Bild 5.18(a) eingezeichnet. Erkennbar ist diese Kombination von der Anregungsposition und den Messpositionen her als Kompromiss auf die theoretische Lage der ersten vier Eigenformen sowie die des X-Modes  $((3, 1) - (1, 3))$  abgestimmt. Trotzdem lässt die FOURIER-Transformation (Bild 5.20) nur die ersten vier Plattenresonanzen erkennen, von denen die Moden  $(1, 2)$  und  $(2, 1)$  im Bereich um 19 Hz, wie oben diskutiert, nicht zusammenfallen. Weitere Versuche (nicht dargestellt) bestätigen, dass die Biegemoden oberhalb von  $(2, 2)$  bei versuchstypischer Anregung und unter Einsatz der beiden laseroptischen Abstandssensoren kaum erfassbar sind, weshalb die Messpositionsauswahl bevorzugt zu Gunsten eines hohen Grades



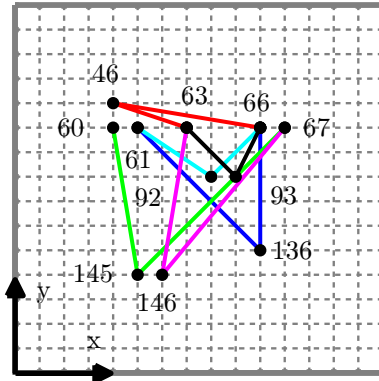


Bild 5.19: Anregungs- und Messpositionen in der Kontaktkraftbeobachtung, einfarbige Linienzüge kennzeichnen erprobte Kombinationen, jeweils bestehend aus zwei Mess- und einem dazwischenliegenden Anregungspunkt.

Tab. 5.6: Knotenkoordinaten der Anregungs- und Messpositionen zur Kontaktkraftbeobachtung an der Platte

Knotennummer		Koordinate	
Kontakt	Sensor	$x$ [mm]	$y$ [mm]
46		208	572
	60	208	520
	61	260	520
	63	364	520
	66	520	520
	67	572	520
92		416	416
93		468	416
136		520	260
145		260	208
146		312	208

an Beobachtbarkeit der unteren Plattenbiegemoden bis einschließlich (2,2) erfolgte (Bild 5.18(a)). Da die Plattenanregung durch eine orthogonal zur Oberfläche wirkende Kraft erfolgen sollte, konnten die Eigenformen ganz analog auch zur Beurteilung der Steuerbarkeit herangezogen werden.

Thermische Umgebungseinflüsse auf den darauf unerwartet sensibel reagierenden elastomechanischen Teil des Versuchsaufbaus sind in dem verwendeten zeitinvarianten Strukturmodell einer allseitig starr eingespannten Platte (Kap. 2.1.1) nicht berücksichtigt. Wie Versuche zeigten, konnte infolgedessen die Strukturmechanik des eingespannten Blechs nicht kontinuierlich hinreichend genau abgebildet werden (siehe Kap. 5.4.3), mit negativem Einfluss auf den Beobachtungsfehler. Um diesen Fehler möglichst gering zu halten und das u. a. aus der thermisch induzierten Verspannung des Metallblechs in seinem Rahmen resultierende zeitvariante Mode-Splitting der Grundmoden (1,2) und (2,1) zu berücksichtigen, wurde das FE-Modell anhand der Modellparameter für Anfangslasten  $n_x^0 = n_y^0$  und  $n_{xy}^0$  (siehe Bild 2.2 und (2.13)) bei Bedarf an die jeweils aktuellen Resonanzfrequenzen der unteren Plattenbiegemoden näherungsweise adaptiert.

Modellfehler, Signaldynamik und Messrauschen sind als Einflussgrößen auf den Beobachtungsfehler (3.34) im Entwurf des (M)PI-Beobachters geeignet zu berücksichtigen. Konkret z. B. durch die Wahl einer situationsgerechten Rückführverstärkung  $L_e^T = [L_x^T \ L_v^T]^T$  (siehe (3.29a)) des Beobachters. Während mit wachsender Dynamik



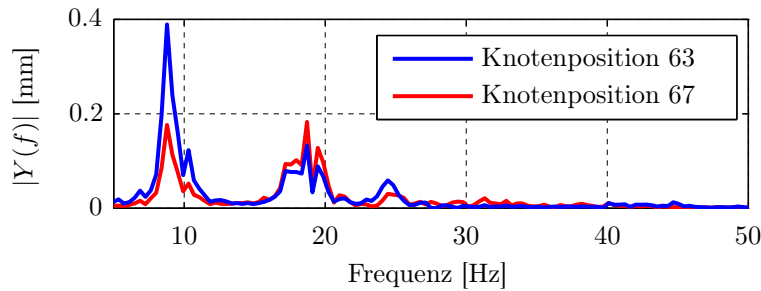


Bild 5.20: FOURIER-Transformationen der transversalen Plattenverschiebungen in den Knotenpositionen 63 und 67 nach impulsförmiger Kraftanregung in Knotenposition 146

$\dot{f}(t)$  tendenziell steigende Rückführverstärkungen benötigt werden, erfordert eine zunehmende Modellabweichung  $\mathbf{Ed}(t)$  tendenziell sinkende Verstärkungen, siehe (3.34). Es handelt sich also um gegenläufige Effekte. In den konkreten Versuchen an der Platte fallen zeitvariantes Strukturverhalten bzw. daraus resultierende Modellabweichungen und wechselnde (manuell per Modalhammer erzeugte) Anregungsdynamik in einer Ausprägung zusammen, dass die Entwurfsmatrizen des Beobachters nicht sinnvoll konstant gehalten werden können. Aufgrund der nicht vermeidbaren und sich stetig ändernden Vermischung der Einflussgrößen ist allein anhand der Beobachtungsergebnisse die Wirkung der Modellabweichungen nicht von der Wirkung wechselnder Anregungsdynamik auf den Beobachtungsfehler separierbar. Somit sind thermisch induzierte strukturdynamische Veränderungen während der Versuche in den erzielten Beobachtungsergebnissen nicht unmittelbar als Einflussgröße erkennbar und werden lediglich durch die Angabe der gewählten Anfangslasten des FE-Modells als Gradmesser angedeutet.

Tabelle 5.7 fasst die im FE-Plattenmodell verwendete Parametrierung der Anfangslasten (2.13) und die Gewichtungselemente der  $\mathbf{Q}$ -Matrix (3.32c) im LQ-Beobachterentwurf (3.32) zusammen. Im Unterschied zu (3.32c) wurde zum Aufbau der  $\mathbf{Q}$ -Matrix diesmal nicht ein einzelner Gewichtungsfaktor  $q^2$  verwendet, sondern jeweils einheitliche Gewichtungselemente für Positionen ( $q_1$ ), Geschwindigkeiten ( $q_2$ ) und den unbekannten Eingang ( $q_3$ ) unterschieden.

Insgesamt acht Versuche zur Kontaktkraftrekonstruktion an der Platte sind mit den Bildern 5.21–5.28 dokumentiert, jeweils unterteilt in drei Bildteile (a)–(c). Davon zeigt Bildteil (a) jedes Mal sowohl den rekonstruierten als auch den zu Vergleichszwecken gemessenen Kontaktkraftverlauf. Die zugehörigen *rekonstruierten* transversalen Plattenverschiebungen stellt immer Bildteil (b) dar. Deren absolute Fehler zeigt Bildteil (c) als Differenzen  $-e_i(t) = y_i(t) - \hat{y}_i(t)$ ,  $i = 1, 2$  zwischen gemessenen und rekonstruierten Verschiebungen. Zusammen mit Bildteil (b) ergibt sich so auch ein Eindruck von den je-

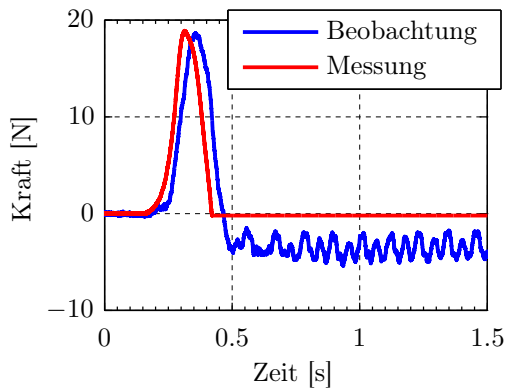
Tab. 5.7: Kontakt-, Messpositionen, parametrisierte Plattenvorspannungen und Gewichtungselemente der  $\mathbf{Q}$ -Matrix im LQ-Entwurf des MPIO in den acht Versuchen zur Kontaktkraftrekonstruktion an der Platte. Elemente der  $\mathbf{Q}$ -Matrix sind nach Art der gewichteten Zustandsgröße in Positionen ( $q_1$ ), Geschwindigkeiten ( $q_2$ ) und unbekanntem Eingang ( $q_3$ ) unterschieden.

Bild	Kontakt	Messknoten		Gewichtung			Vorspannung [ $\text{N m}^{-1}$ ]	
		1	2	$q_1$	$q_2$	$q_3 [\times 10^7]$	$n_x^0 = n_y^0$	$n_{xy}^0$
5.21	46	63	66	100	1	300	-20	350
5.22	136	61	66	100	1	900	0	290
5.23	145	60	67	100	1	17	0	500
5.24	146	63	67	1	1	750	-20	350
5.25	92	61	66	100	1	1	0	480
5.26	92	61	66	1	1	400	-20	400
5.27	93	63	66	100	1	900	-200	200
5.28	93	63	66	100	1	900	-200	200

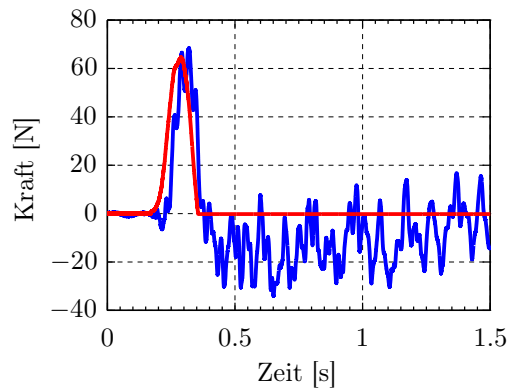
weiligen prozentualen Fehlern der rekonstruierten Verschiebungen. Alle Darstellungen fokussieren auf ein Zeitintervall von 1,5 s um Details ausreichend aufzulösen.

Experimentelle Ergebnisse eines Versuchs mit Plattenkontakt in Knotenposition 46, 0,23 s Kontaktdauer und maximal 19 N Kontaktkraft zeigt Bild 5.21. Die Plattenverschiebungen wurden in den Knotenpositionen 63 und 66 gemessen. Der damit rekonstruierte Kontaktkraftverlauf folgt der Referenzmessung mit einer totzeitähnlichen Verzögerung von etwa 0,04 s (a), gemessen zwischen den Scheitelpunkten der beiden Kurven. Von dieser Verzögerung abgesehen folgt die Kraftrekonstruktion dem Verlauf der Messung, bis die Anregungskraft auf Null gesunken ist und nur die durch den Kontakt angeregten Eigenvorgänge der Platte andauern. Ab dann schwingt die rekonstruierte Kontaktkraft um einen negativen Mittelwert von anfangs  $-3,5 \text{ N}$  weiter. Anhaltende Schwingungen zeigen auch die rekonstruierten Verschiebungssignale (b) und die Beobachtungsfehler (c). Zum Zeitpunkt des Kontaktkraftmaximums beträgt der relative Fehler der für Knotenposition 66 rekonstruierten Plattenverschiebung rund 25 %. Der entsprechende relative Fehler für Knotenposition 63 bleibt mit rund 2 % deutlich darunter.

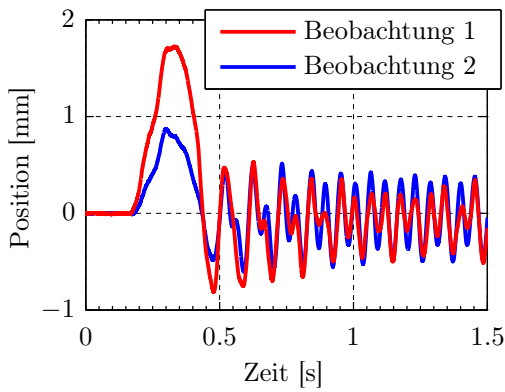
Eine Verzehnfachung des Gewichtungselementes  $q_3$  von  $3 \cdot 10^9$  auf  $3 \cdot 10^{10}$  führt beinahe zu einer Verdreifachung der Kraftrekonstruktion von 19 N auf 53 N in der Spitze, verdreifacht ungefähr auch die Amplitude der Nachschwingungen und ihren Mittelwert, verschlechtert den absoluten Beobachtungsfehler der Verschiebungen in Knotenposition 63 von maximal 0,05 mm auf 0,1 mm und verbessert diesen für Knotenposition 66 geringfügig von maximal 0,25 mm auf 0,24 mm. Umgekehrt folgt aus einer zehnfach



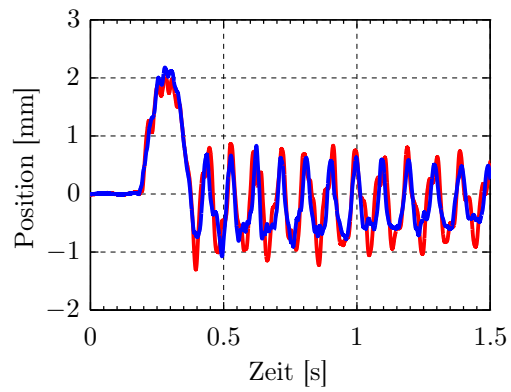
(a) Kontaktkraftrekonstruktion und Referenz



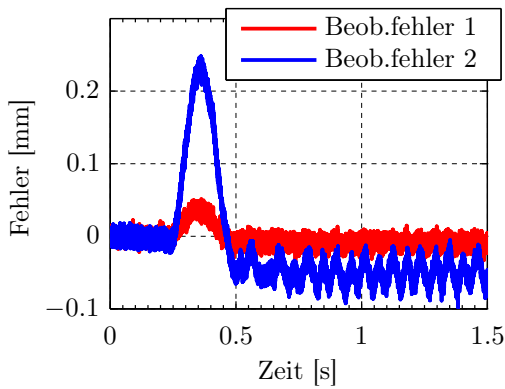
(a) Kontaktkraftrekonstruktion und Referenz



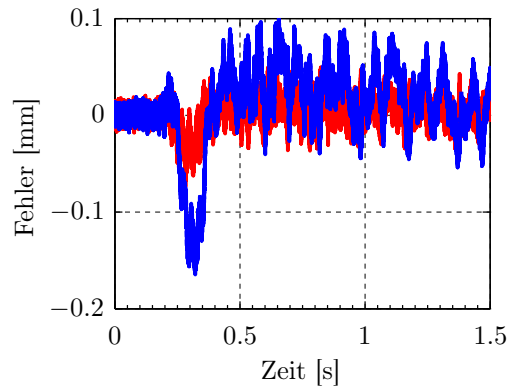
(b) Rekonstruierte Positionssignale



(b) Rekonstruierte Positionssignale



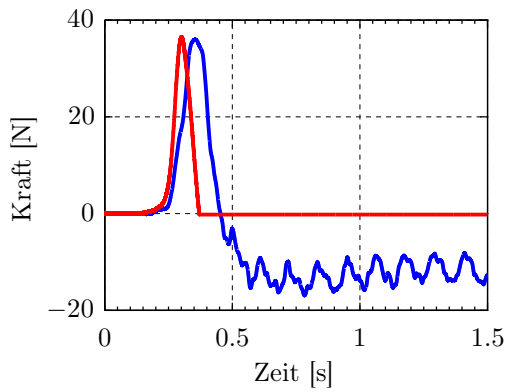
(c) Beobachtungsfehler in den Positionssignalen



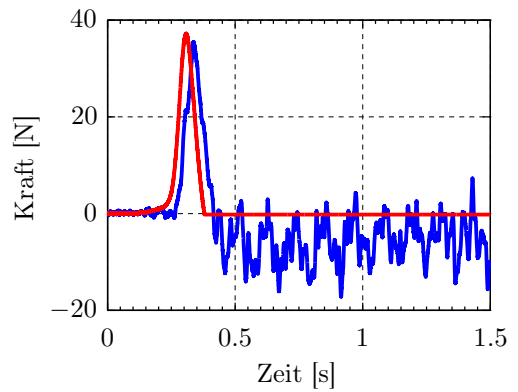
(c) Beobachtungsfehler in den Positionssignalen

Bild 5.21: Rekonstr. Kontakt in Knoten 46, Messungen in Knoten 63 und 66

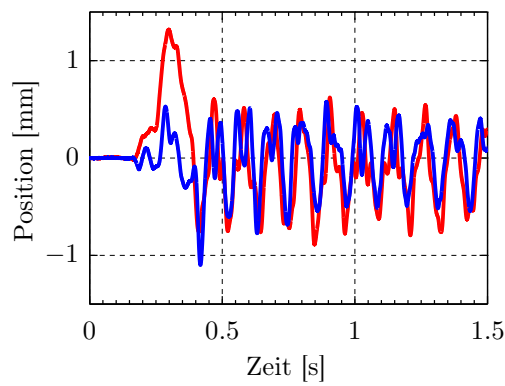
Bild 5.22: Rekonstr. Kontakt in Kn. 136, Messungen in Kn. 61 u. 66



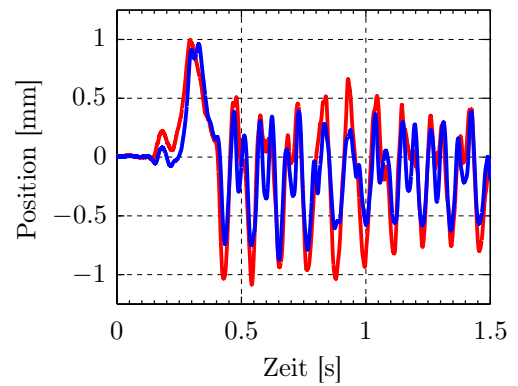
(a) Kontaktkraftrekonstruktion und Referenz



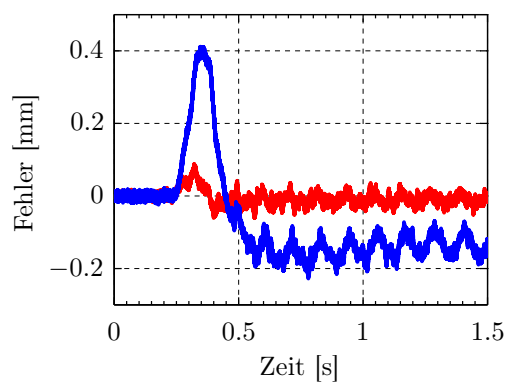
(a) Kontaktkraftrekonstruktion und Referenz



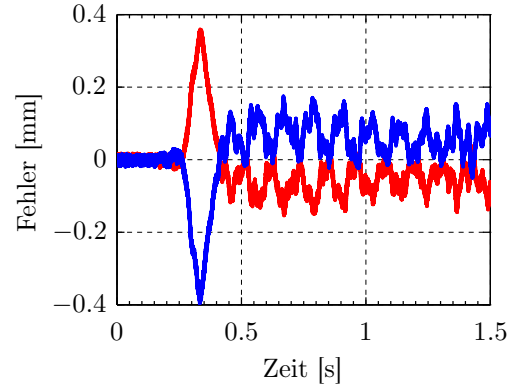
(b) Rekonstruierte Positionssignale



(b) Rekonstruierte Positionssignale



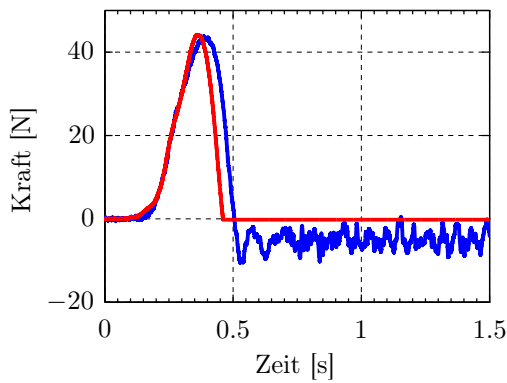
(c) Beobachtungsfehler in den Positionssignalen



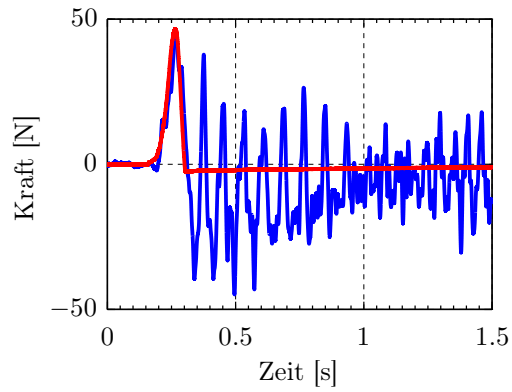
(c) Beobachtungsfehler in den Positionssignalen

Bild 5.23: Rekonstr. Kontakt in Kn. 145, Messungen in K. 60 u. 67

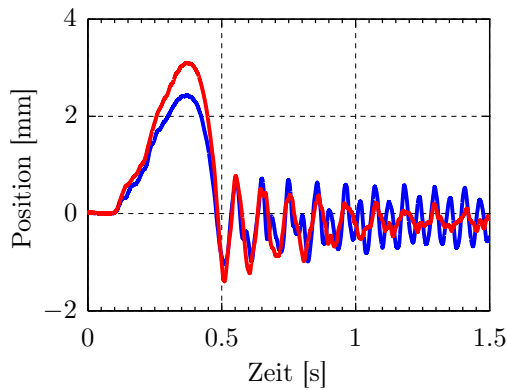
Bild 5.24: Rekonstr. Kontakt in Kn. 146, Messungen in K. 63 u. 67



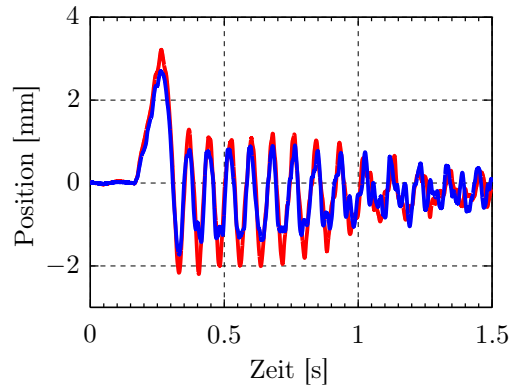
(a) Kontaktkraftrekonstruktion und Referenz



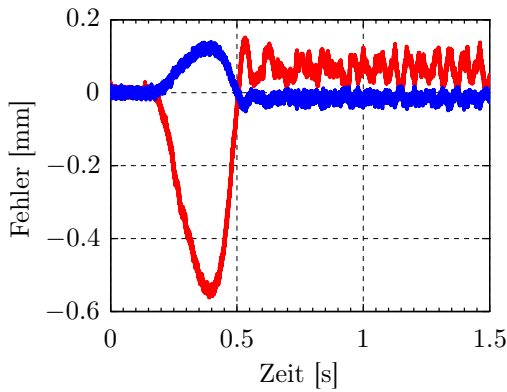
(a) Kontaktkraftrekonstruktion und Referenz



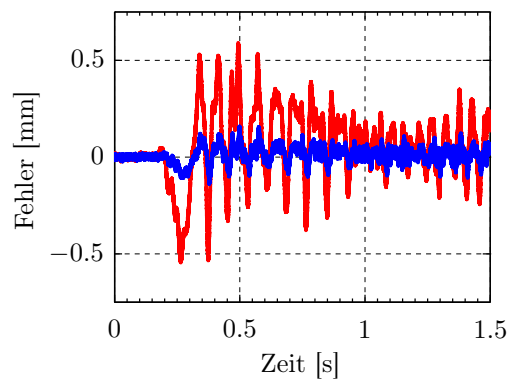
(b) Rekonstruierte Positionssignale



(b) Rekonstruierte Positionssignale



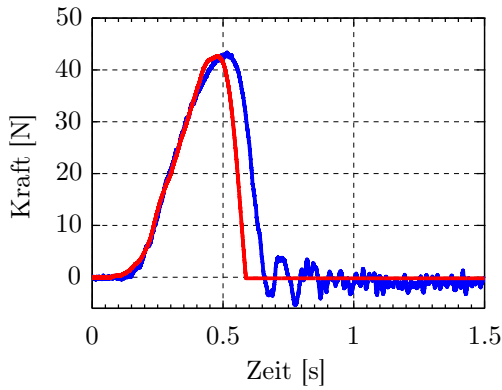
(c) Beobachtungsfehler in den Positionssignalen



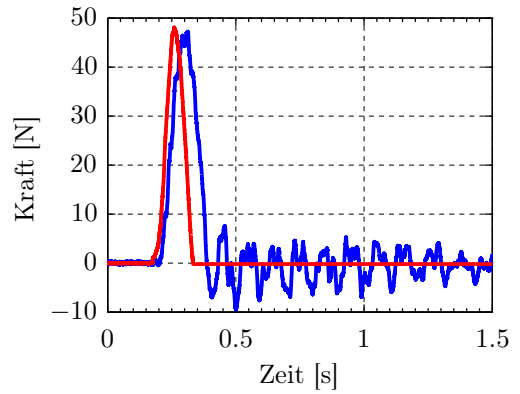
(c) Beobachtungsfehler in den Positionssignalen

Bild 5.25: Rekonstr. Kontakt in Kn. 92, Messungen in K. 61 u. 66

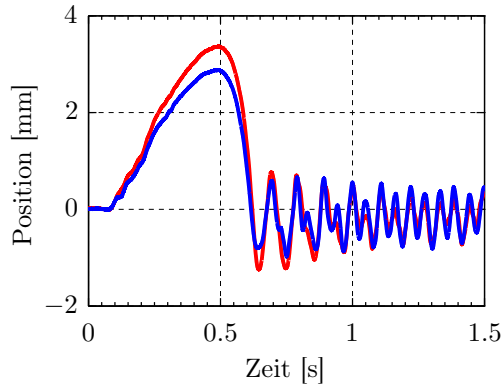
Bild 5.26: Rekonstr. Kontakt in Kn. 92, Messungen in K. 61 u. 66



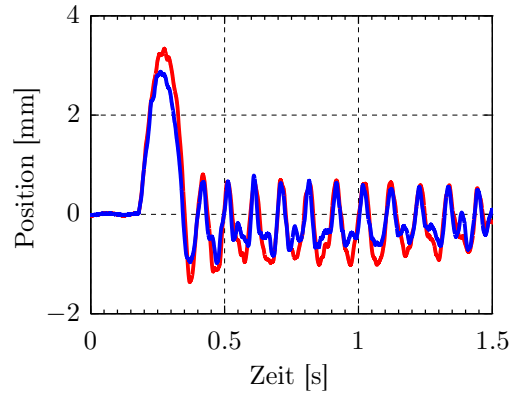
(a) Kontaktkraftrekonstruktion und Referenz



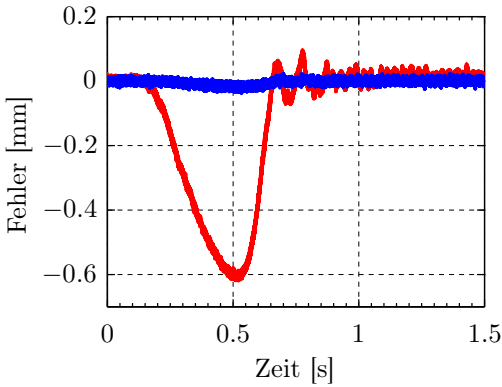
(a) Kontaktkraftrekonstruktion und Referenz



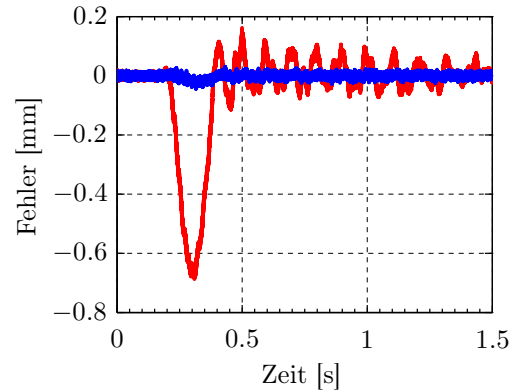
(b) Rekonstruierte Positionssignale



(b) Rekonstruierte Positionssignale



(c) Beobachtungsfehler in den Positionssignalen



(c) Beobachtungsfehler in den Positionssignalen

Bild 5.27: Rekonstr. Kontakt in Kn. 93, Messungen in K. 63 u. 66

Bild 5.28: Rekonstr. Kontakt in Kn. 93, Messungen in K. 63 u. 66

geringeren Gewichtung mit  $q_3 = 3 \cdot 10^8$  eine deutlich zu niedrige Kraftrekonstruktion mit 5 N als Maximum und nur geringen Nachschwingungen, eine Verschlechterung des Beobachtungsfehlers der Verschiebungen in Knotenposition 63 wiederum auf 0,1 mm und eine geringfügige Verbesserung für Knotenposition 66 auf 0,23 mm. Darüber hinaus bleiben die Signale qualitativ unverändert. Vor allem verursacht die Verzehnfachung des Gewichtungselementes  $q_3$  keine erkennbare breitbandige Rauschanregung des Beobachters. Die Ergebnisse dieser beiden Versuchsvarianten sind nicht dargestellt.

Nach dem Ende des Kontaktes schwingen die Beobachtungsfehler (c) überwiegend mit einer diskreten Frequenz von ca. 12 Hz frequenzgleich zur augenblicklichen Resonanzfrequenz des (zeitvarianten) (1,1)-Modes des eingespannten Bleches. Aufgrund der Rückführung der Beobachtungsfehler in den Beobachter (siehe Bild 3.2) regen diese eine erzwungene Schwingung des MPIO an, die sich offenbar wiederum im frequenzgleichen Nachschwingen des rekonstruierten Kontaktkraftverlaufs (a) äußert. Dass die Beobachtungsfehler unter allmählich abklingenden freien Plattenschwingungen im betrachteten Zeitintervall nicht identisch verschwinden, wird im konkreten Fall vor allem Abweichungen in der Strukturmechanik des FE-Plattenmodells von der realen (zeitvarianten) Struktur zugeschrieben. Denn die sich kontinuierlich verändernden Plattenverspannungen bis hin zum Plattenbeulen können nur näherungsweise mit Hilfe der Anfangslastparameter  $n_x^0, n_y^0, n_{xy}^0$  (2.13) im FE-Plattenmodell (2.24) abgebildet werden.

Kritisch zu hinterfragen ist die scheinbar genaue Rekonstruktion der Kontaktkraft (a), bei gleichzeitig rund 20 % relativem Beobachtungsfehler in den Plattenverschiebungen (c), siehe auch Bild 5.25 für einen noch deutlicheren Fall. Der relative Beobachtungsfehler des Kontaktkraftverlaufs beträgt im Scheitelpunkt des Kontaktpeaks jedoch ebenfalls 20 %, dieser erscheint durch die steilen Peakflanken optisch nur geringer. Tatsächlich zeigt sich an dieser Stelle also keine Diskrepanz. Die weiteren dokumentierten Versuche (Bilder 5.22–5.28) zeigen, dass die ausgeführten Ergebnisse des ersten Versuchs (Bild 5.21) typisch sind und sich ähnlich wiederholen.

Eine höhere Dynamik mit maximal 65 N Kontaktkraft und einer Kontaktdauer von nur 0,17 s zeigen die Versuchsergebnisse in Bild 5.22. Zur Rekonstruktion ist der Gewichtungsfaktor  $q_3 = 9 \cdot 10^9$  gegenüber dem vorherigen Versuch verdreifacht worden, gleichzeitig wurden auch die modellierten Vorspannungswerte verändert (Tabelle 5.7). Der Kontaktkraftpeak ist in ähnlicher Qualität wie zuvor rekonstruiert (a), es folgt jedoch ein deutlich stärkeres Nachschwingen. Der relative Fehler in der für die Knotenposition 66 rekonstruierten Verschiebungsmessung liegt zum Zeitpunkt des Kontaktkraftmaximums bei ca. –10 % (c).

Ergebnisse zweier unterschiedlicher Versuche mit identischen Kontaktkraftmaxima von 37 N und vergleichbaren Kontaktzeitspannen von 0,20 s und 0,21 s zeigen die beiden Bilder 5.23 und 5.24. Die gewählten Kontaktpunkte liegen mit ihren Knotenpositionen 145 und 146 dicht beieinander (Bild 5.19, Tab. 5.6). In beiden Versuchen wurden die transversalen Plattenverschiebungen u. a. in Knotenposition 67 gemessen (Tabelle 5.7). Trotzdem treten deutliche Unterschiede im Nachschwingverhalten der rekonstruierten Kraftverläufe und unterschiedliche Fehlerbilder in den Verschiebungsrekonstruktionen auf. Ursächlich dafür kann die räumliche Distanz zwischen den beiden anderen Messpositionen (Knoten 60 und 63) sein bzw. der damit verbundene Unterschied in den Beobachtungsmöglichkeiten. Allerdings hatten sich zwischen den Versuchen auch die strukturdynamischen Eigenschaften der eingespannten Platte zum wiederholten Mal verändert, was indirekt an den Differenzen zwischen den in Tab. 5.7 angegebenen Modell-Vorspannungen erkennbar ist. Zudem weichen die in den beiden Versuchen unterschiedlich gewählten  $q_1$ - bzw.  $q_3$ -Gewichtungselemente um mehr als eine Zehnerpotenz voneinander ab (Tab. 5.7). Insgesamt resultieren daraus unterschiedliche Strukturmodelle und Beobachter(-Auslegungen), die in Kombination mit einer zwischenzeitlich veränderten Strukturdynamik des eingespannten Bleches naheliegend zu qualitativ unterschiedlichen Rekonstruktionsergebnissen führen können.

Identische Kontakt- und Messpositionen gehören zu den in Bild 5.25 und 5.26 dargestellten Versuchsergebnissen. Die Modell-Vorspannungswerte  $n_{xy}^0$  der beiden Versuche unterscheiden sich aber um etwa 20 %,  $n_x^0 = n_y^0$  wurde zu  $0 \text{ N m}^{-1}$  bzw.  $-20 \text{ N m}^{-1}$  gewählt. Mit ersteren Parameterwerten ist der in Bild 5.25(a) dargestellte ca. 0,28 s andauernde vergleichsweise lange Kontakt in für die Versuchsreihe typischer Qualität beobachtbar. Aufgrund des niedrigsten  $q_3$ -Wertes der Versuchsreihe von  $1 \cdot 10^7$  sollten sich Modellfehler vergleichsweise wenig in der Kraftrekonstruktion auswirken. Das Nachschwingen der Kontaktkraftrekonstruktion fällt dazu passend und für die max. Kontaktkraft von ca. 45 N mit Blick auf die Versuchsreihe relativ gering aus. Dagegen erfordert der in Bild 5.26(a) dargestellte und mit ca. 0,14 s Dauer sowie max. ca. 48 N Kontaktkraft deutlich dynamischere Kontaktverlauf einen um mehr als zwei Zehnerpotenzen erhöhten  $q_3$ -Wert (Tab. 5.7). Auch in diesem Fall lässt sich der hochdynamische Kontaktkraftverlauf nur mit deutlichen Nachschwingungen beobachten, wobei das erste nach dem Kontakt (fehlerhaft) rekonstruierte Schwingspiel mit einer Amplitude von ca. 40 N bis zu ca. 83 % der max. Kontaktkraft erreicht.

Mit deutlich unterschiedlichen Kontaktzeitspannen, aber annähernd gleichen Maximalkräften sowie identischen Scheibenvorspannungs- und Beobachterparametrierungen erfolgten die beiden mit Bild 5.27 und 5.28 dokumentierten Versuche. Die Plattendynamik hatte sich über die beiden Versuche hinweg mutmaßlich nicht relevant verändert, sodass identische Beobachter verwendet werden konnten. Das Gewichtungselement  $q_3 = 9 \cdot 10^9$  im LQ-Beobachterentwurf liegt am oberen Ende seines in dieser



Versuchsreihe verwendeten Parameterintervalls (Tab. 5.7). Der 0,45 s andauernde Kontakt (Bild 5.27(a)) ist der längste der Versuchsreihe. Dieser wird zu breit, aber ohne erkennbare Verzögerung und mit den geringsten Nachschwingungen der Versuchsreihe um einen Mittelwert von ca. 0 N rekonstruiert. Dagegen gehört der 0,16 s andauernde Kontakt (Bild 5.28(a)) zu den dynamischsten der Versuchsreihe. Trotzdem gelingt dessen Rekonstruktion ebenfalls mit relativ geringen Nachschwingungen um einen Mittelwert von ca. 0 N. Die Beobachtungsfehler der beiden Versuche zeigen einen einander qualitativ ähnlichen Verlauf mit annähernd gleichen Minima von ca.  $-0,6$  mm (Bild 5.27(c), 5.28(c)).

Die während der Versuche adaptierten Vorspannungsparameter des FE-Plattenmodells reichen für  $n_{xy}^0$  von  $200 \text{ N m}^{-1}$  bis  $500 \text{ N m}^{-1}$  und für  $n_x^0 = n_y^0$  von  $-200 \text{ N m}^{-1}$  bis  $0 \text{ N m}^{-1}$  (siehe auch Tab. 5.7). Diese Parameterbandbreiten zeugen indirekt von der sich während der Versuche kontinuierlich verändernden Strukturodynamik der eingespannten Platte. Veränderungen in der Strukturodynamik in Kombination mit der jeweils zu beobachtenden Kontaktdynamik haben wiederholt versuchsspezifische Anpassungen der  $Q$ -Matrixelemente  $q_1$  und  $q_3$  erforderlich gemacht (Tab. 5.7). So wurde  $q_3$  in einem Bereich von  $1 \cdot 10^7$  bis  $900 \cdot 10^7$  mit Fokus auf der Rekonstruktion des Kontaktpeaks variiert, während durch Erhöhung von 1 auf 100 des  $q_1$ -Gewichtungselementes der Verschiebungen ein Nachschwingen des rekonstruierten Kontaktkraftverlaufs ggf. tendenziell reduziert werden konnte.

Aufgrund des zeitvarianten Strukturverhaltens in Kombination mit dem komplexen Zusammenwirken von Modellabweichungen, Entwurfsparametern des Beobachters, Anregungs- und Messpositionen, Kontaktdynamik und Messabweichungen können die einzelnen Einflüsse auf die Rekonstruktionsergebnisse nicht eindeutig unterschieden werden (siehe Kap. 5.5 für weitere Analysen). Trotzdem lässt sich aus den Versuchen an der Platte als 2D-Flächenstruktur wie aus denen am Biegebalken erkennen, dass mit wachsender Dynamik der zu beobachtenden Kontakte tendenziell größere Übergewichtungen des unbekanntes Einganges im LQ-Beobachterentwurf durch das Gewichtungselement  $q_3$  benötigt werden. Das entspricht der Beobachterausslegung per LTR-Methode (Kap. 3.2.2) mit tendenziell wachsenden  $q^2$ -Werten (3.32c), um den Einfluss der Dynamik  $\dot{\mathbf{f}}(t)$  des unbekanntes Einganges bzw. des Kontaktes auf den Beobachtungsfehler möglichst weitgehend zu unterdrücken (3.31). Unter den gegebenen Bedingungen konnten Kontakte bis hinunter zu 0,16 s Kontaktdauer beobachtet bzw. rekonstruiert werden. In keinem Fall waren die Rekonstruktionen frei von Nachschwingeffekten. Unabhängig von der Höhe der jeweils auftretenden Maximalkraft im Bereich von 19 N bis 65 N, ist in den meisten Fällen ein Zeitversatz zwischen Kontaktkraft-Referenzsignal und -rekonstruktion erkennbar, der aber stets weniger als 50 % der jeweiligen Kontaktzeitspanne beträgt. Insbesondere stellen niedrige oder hohe Maximalkräfte des

Kontaktkraftverlaufs keinen erkennbaren Vor- oder Nachteil in den Rekonstruktionsversuchen dar.

### 5.4.2 Aktive Strukturdämpfung

Das aus einer Zustandsrückführung in Kombination mit einer synthetischen Störgrößenaufschaltung unter Verwendung rekonstruierter Signale bestehende Regelungskonzept (Kap. 4.4) wurde an der allseitig eingespannten Metallplatte experimentell erprobt. Der MPIO (3.29) übernahm dabei die Aufgabe der Zustands- und Störsignalrekonstruktion. Das als Aktor eingesetzte piezoelektrische Element ist zu schwach, um den durch (thermische) Umgebungseinflüsse bedingten Störungen bzw. Verformungen der Platte entgegenzuwirken. Ziel war deshalb ausschließlich die aktive Dämpfung der transversalen Schwingungen der Metallplatte nach deren impulsförmiger Kraftanregung. Als Störgrößen wurden die nicht modellierten nichtlinearen Effekte des piezoelektrischen Stellgliedes selbst und seiner Anbindung an die Metallplatte berücksichtigt. Die Experimentalstruktur zielt mit ihrer aufgeklebten Aktorik in Richtung der in der Adaptronik (siehe Kap. 4.1) verfolgten Idee adaptiver Strukturen, denen mit Hilfe von in den Kraftflusspfaden integrierten oder werkstoffimmanenten (im Fall sog. Smart Materials) sensorischen und aktorischen Eigenschaften gewünschte Reaktionen auf Betriebsbedingungen und Umgebungseinflüsse zur Erhöhung ihrer strukturellen Leistungsfähigkeit aufgeprägt werden.

Das allseitig eingespannte Stahlblech stellt die Regelstrecke dar, die als Stellglied aufgeklebte (PZT-)Keramik wird über einen analogen Spannungsverstärker angesteuert. Eine senkrecht zur Oberfläche wirkende impulsförmige und reproduzierbare Kraftanregung des Blechs wurde durch kurzzeitigen Kontakt mit einer Stahlkugel realisiert, ohne Messung der dabei wirkenden Kontaktkraft. Zwei laseroptische Abstandssensoren erfassten die resultierenden transversalen Plattenverschiebungen. Die Echtzeitrealisierung der aktiven Schwingungsdämpfung durch Implementierung des Reglergesetzes, Messsignalerfassung und Stellsignalausgabe erfolgte unverändert mittels dSPACE-System. Details zum verwendeten Equipment sind zu Beginn von Kap. 5.4 aufgeführt. Bild 5.17 zeigt den Versuchsaufbau (Stahlkugel nicht dargestellt).

Unter Voraussetzung kleiner mechanischer Spannungen und elektrischer Feldstärken deutlich unterhalb der Polarisationsfeldstärke wird das als Aktor eingesetzte piezoelektrische Element durch ein quasistatisch-lineares Übertragungsverhalten approximiert.

Tab. 5.8: Parameter der piezoelektrischen Gleichungen (5.16)

$\varepsilon$	elastische Dehnung
$\sigma$	mechanische Spannung
$D$	dielektrische Verschiebung
$E$	elektrische Feldstärke
$S^E$	elastische Nachgiebigkeit bei konstanter elektrischer Feldstärke
$d$	piezoelektrische Ladungskonstante
$\xi^\sigma$	Permittivität bei konstanter mechanischer Spannung

Dann beschreiben die gekoppelten piezoelektrischen Gleichungen [Sta88, Uch94]

$$\varepsilon_i = S_{ij}^E \sigma_j + d_{mi} E_m, \quad (5.16a)$$

$$D_m = d_{mi} \sigma_i + \xi_{ik}^\sigma E_k \quad (5.16b)$$

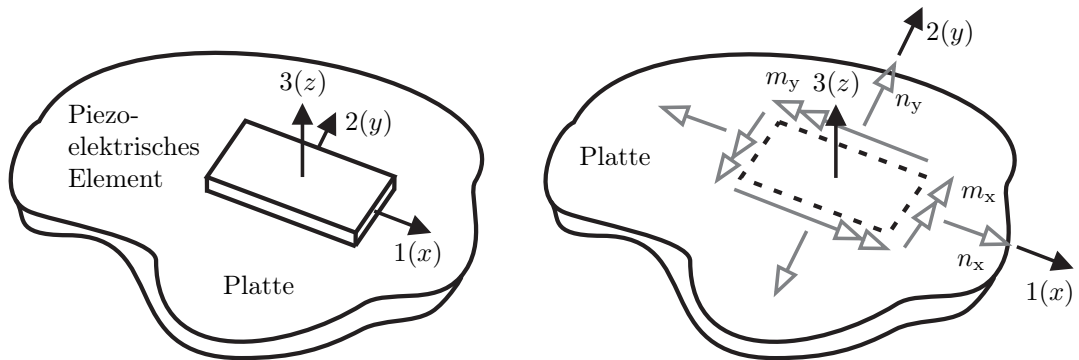
den piezoelektrischen Effekt. Die zugehörigen Indizes  $i, j = 1, 2, \dots, 6$  und  $m, k = 1, 2, 3$  kennzeichnen Richtungen innerhalb des rechtwinkligen Materialkoordinatensystems, dessen Koordinatenachse 3 parallel zur Polarisationsachse des Materials gewählt ist.

Gemäß (5.16) ist das piezoelektrische Element aufgrund des inhärenten invers-piezoelektrischen (Transversal-)Effekts mit Hilfe eines parallel zur Polarisations- bzw. 3-Achse ausgerichteten elektrischen Feldes transversal verformbar. Für das freie in seiner Dehnung nicht behinderte Element gilt folglich

$$\varepsilon_3 = d_{33} U h_a^{-1}, \quad \varepsilon_1 = d_{31} U h_a^{-1} \quad \text{und} \quad \varepsilon_2 = d_{32} U h_a^{-1}, \quad (5.17)$$

mit der aus anliegender elektrischer Spannung  $U$  und Höhe  $h_a$  des Aktors berechneten elektrischen Feldstärke  $E_3 = U/h_a$ . Durch geeignete Ankopplung an eine tragende Struktur und die damit verbundene Verformungsbehinderung wirken gemäß actio = reactio unter elektrischer Spannung  $U$  Kräfte in 1- und 2-Richtung auf Trägerstruktur sowie Keramik. Hierdurch wird die Keramik in Form eines flächig aufgeklebten Elementes als Aktor nutzbar, siehe Bild 5.29(a) mit piezoelektrischem Element in Wafer-Konfiguration.

Werden außerdem eine lineare Dehnungsverteilung über dem Gesamtquerschnitt durch Keramik und tragende Struktur (hier: Metallblech), linear-elastisches Materialverhalten (HOOKESche Gesetz) und ein ebener Spannungszustand in Keramik wie in tragender Struktur angenommen, dann kann die durch den einseitig angebrachten Aktor induzierte asymmetrische Spannungsverteilung statisch äquivalent durch in der geometrischen Mittelebene der homogenen Platte angreifende Paare gegensinnig wirkender



(a) Die Polarisationsachse des Elementes verläuft definitionsgemäß parallel zur 3-Achse. In dieser Anordnung wird der  $d_{31}$ - bzw.  $d_{32}$ -Effekt genutzt: Durch Anlegen eines elektrischen Feldes parallel zur 3-Achse und resultierender elementarer Dipolbildung reagiert das piezoelektrische Element auch mit Verformungen bzw. Kräften in 1- und 2-Richtung.

(b) Die Wirkung des piezoelektrischen Wafer-Elementes auf die Trägerplatte wird durch in der neutralen Ebene entlang der Elementränder wirkende Paare gegensinnig orientierter Linienmomente  $m_x$ ,  $m_y$  und durch an den Elementrändern angreifende und orthogonal zu diesen gerichtete Linienkräfte  $n_x$ ,  $n_y$  approximiert.

Bild 5.29: Modellierung eines als Aktor eingesetzten piezoelektrischen Elementes in Wafer-Konfiguration [FEN96]

(äußerer) Linienmomente und -kräfte ersetzt werden [FEN96,Pre11] (Bild 5.29(b)). Dazu greifen die Linienmomente  $m_x$ ,  $m_y$  entlang der Elementränder und die Linienkräfte  $n_x$ ,  $n_y$  senkrecht zu diesen an.

Unter den getroffenen Annahmen verhalten sich Linienkräfte und -momente näherungsweise proportional zu der in 3-Richtung wirksamen elektrischen Feldstärke bzw. der angelegten elektrischen Spannung, sodass die Linienmomente durch

$$m_x = C_x U \quad \text{und} \quad m_y = C_y U, \quad (5.18)$$

mit den u. a. von Geometrie und piezoelektrischen Ladungskonstanten abhängigen Parametern  $C_x$  und  $C_y$ , approximiert werden können. Die Parameter  $C_x$  und  $C_y$  wurden für den verwendeten Versuchsaufbau experimentell identifiziert bzw. im Regelstreckenmodell durch Adaption der statischen Streckenverstärkung

$$\mathbf{K}_s = \mathbf{D} - \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad \text{mit} \quad \mathbf{D} \equiv \mathbf{0} \quad (5.19)$$

an das eingemessene quasistatische E/A-Verhalten der Regelstrecke berücksichtigt. Dazu dienen geeignet gewählte Proportionalitätsfaktoren in der  $\mathbf{B}$ - bzw.  $\mathbf{W}_1$ -Eingangsmatrix, sodass die gemessenen spannungsabhängigen Plattenverschiebungen (Bild 5.30)

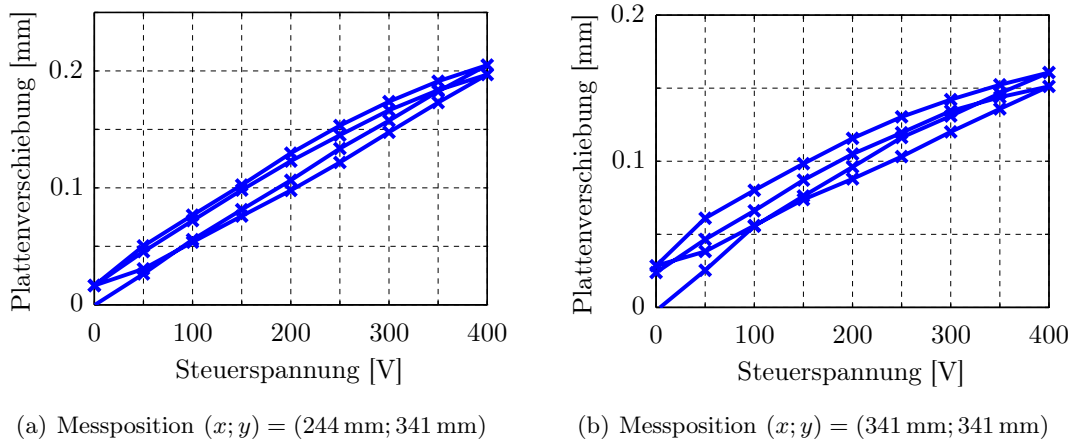


Bild 5.30: Lasermessungen der transversalen Plattenverschiebung an zwei Messstellen nahe des piezoelektrischen Elementes (siehe Bild 5.17(b)), aufgetragen über der am Element anliegenden Steuerspannung.

nach ihrer Approximation durch Regressionsgeraden von dem (linearen) Regelstreckenmodell nachvollzogen wurden. Die senkrecht zu den PZT-Rändern wirkenden Linienkräfte  $n_x$ ,  $n_y$  sind an dieser Stelle nicht explizit in der Modellierung des Aktors berücksichtigt worden, fanden aber durch die Einmessung der statischen Streckenverstärkung indirekte Berücksichtigung.

Die in Bild 5.30 erkennbare Streuung der Messergebnisse ist zum einen durch typisches Hystereseverhalten des piezoelektrischen Elementes, zum anderen durch die sich während der Messungen verändernde thermisch bedingte Vor- bzw. Verspannung der allseitig eingespannten Platte verursacht. Letzterer Einfluss kann temperaturabhängig deutlich dominieren. So haben sich transversale Plattenverschiebungen für einzelne Messungen der statischen Streckenverstärkung über eine Messdauer von etwa 20 min hinweg trotz Laborraumklimatisierung mit einer typischen Raumsolltemperaturabweichung  $< 1 \text{ K}$  um bis zu 25 % verändert. Die vorgenommene Parametrierung verliert also mit wachsender Temperaturabweichung des Bleches vom betrachteten Temperatur-Arbeitspunkt zunehmend ihre Validität.

Das eingespannte Metallblech wurde als FE-Plattenmodell (Kap. 2.1.1) mit  $16 \times 16$  Elementen modelliert. Damit lassen sich einerseits die im konkreten Fall relevanten unteren Plattenbiegemoden ausreichend genau abgebildet, andererseits fallen die Ränder des piezoelektrischen Elementes näherungsweise mit den Rändern einzelner finiter Elemente zusammen. Letzteres vereinfacht die Berücksichtigung des Aktors im Streckenmodell: In den angrenzenden Netzknoten angreifende diskrete Momente ap-

proximieren die durch das piezoelektrische Element induzierten Linienmomente, siehe auch (2.13) zur Berücksichtigung diskreter Momente im FE-Plattenmodell. Die durch (innere) Werkstoffdämpfung und Reibungseffekte der Einspannung bedingte inhärente Plattendämpfung ist unverändert in Form experimentell ermittelter generalisierter Dämpfungen (5.15) im FE-Plattenmodell bzw. MPI-Beobachter berücksichtigt.

Zur experimentellen Erprobung der Regelung müssen Beobachter und Stellgröße in Echtzeit berechnet werden. Um eine ausreichende Verarbeitungsgeschwindigkeit zu ermöglichen, erfolgte eine modale Reduktion des Plattenmodells. Zur Ermittlung eines geeigneten Reduktionsgrades sind u. a. der

- Frequenzbereich in dem die aktive Dämpfung wirksam sein soll, die
- Steuer- und Beobachtbarkeit der einzelnen Plattenmoden in Abhängigkeit von Aktuator- und Sensorpositionierungen, die
- Regelbandbreite bei gegebenem Übertragungsverhalten von Sensorik, A/D-, D/A-Wandlern und der Rechenhardware sowie mögliche
- Spillover-Effekte durch unerwünschte Entdämpfung einzelner (höherer) Plattenmoden, bedingt durch einen Reglerentwurf auf Basis eines, um diese Moden reduzierten FE-Modells

zu beachten. Im konkreten Fall erfolgte eine modale Modellreduktion auf die ersten acht Biegemoden mit Eigenfrequenzen unterhalb von 100 Hz. Diese Limitierung ist am eingesetzten Lasermesssystem zur Sensierung der transversalen Plattenverschiebungen orientiert. Höhere Moden mit tendenziell (weiter) abnehmenden Verschiebungsamplituden sind bei gegebenem SNR und vorgesehener Plattenanregung durch die eingesetzten laseroptischen Abstandssensoren nicht ausreichend auflösbar, wie die FOURIER-transformierten Verschiebungssignale in Bild 5.32 und 5.33 zeigen: Unter gegebenen Mess- und Randbedingungen sind Resonanzen oberhalb von 50 Hz im Frequenzspektrum visuell kaum noch erkennbar. Siehe hierzu auch die Diskussion von Verschiebungsmessungen in Kap. 4.2.

Der verbliebene Modellumfang erlaubt hardwareseitig die Zeitschrittweite der realisierten Regelung auf minimal  $52 \mu\text{s}$  zu reduzieren. Das entspricht einer maximal möglichen Abtastfrequenz von ca. 19 kHz, wobei das eingesetzte analoge Lasermesssystem eine Messbandbreite von 25 kHz aufweist. Insgesamt ermöglicht die Konstellation eine mehr als 20-fache Überabtastung der ersten acht Plattenbiegemoden. Ein relevanter Einfluss der Abtastzeitschrittweite auf das Regelkreisverhalten ist unter diesen Umständen nicht zu erwarten [Lun08], wurde deshalb in der Reglerparametrierung auch

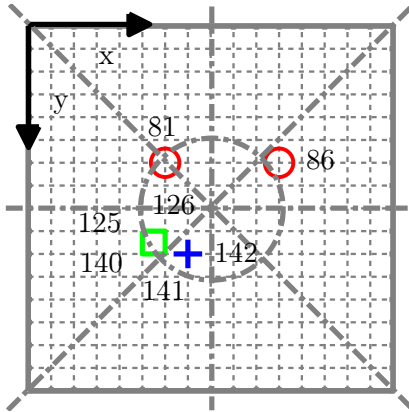


Bild 5.31: Sensor- (○), Aktor- (□), Kontaktknotenposition(en) (+) und erste Knotenlinien der Platte

Tab. 5.9: Knotenkoordinaten der Sensor-, Aktor- und Kontaktposition(en) der aktiv schwingungsgedämpften Platte

Knotennummer			Koordinate	
Sensor	Aktor	Kontakt	$x$ [mm]	$y$ [mm]
81			294	293
86			536	293
	125		244	439
	126		293	439
	140		244	488
	141		293	488
		142	341	488

nicht explizit berücksichtigt und das zur kontinuierlichen Regelung entworfene Reglergesetz ohne Änderung an der als Abtastsystem wirkenden Regelstrecke erprobt.

Bei Einsatz von nur einem Aktor und zwei Sensoren zur gleichzeitigen Steuerung (4.4a) und Beobachtung (4.4b) mehrerer Plattenmoden können deren Platzierungen nur einen Kompromiss darstellen, wie zuvor in Kap. 4.2 zur Fehlerdiagnose und Kap. 5.4 zur Kontaktkraftrekonstruktion an der Platte diskutiert. Bild 5.31 zeigt die gewählten Positionen, die alle mit Knoten des FE-Netzes zusammenfallen. Die geometrische Mitte des piezoelektrischen Elementes liegt über den Koordinaten  $(x; y) = (260 \text{ mm}; 476 \text{ mm})$ . Dessen umgebende, als diskrete Angriffspunkte der Aktormomente genutzten FE-Knoten sind durch ein Quadrat in Bild 5.31 markiert. Außerdem sind zur Orientierung wieder die Knotenlinien der unteren Plattenbiegemoden gestrichelt eingezeichnet. Bei der Beurteilung ihrer Steuerbarkeit (4.4a) durch das piezoelektrische Element ist zu beachten, dass dessen Wirkung auf die Platte durch diskrete Momente approximiert wird und dem folgend die Krümmungs- (2.5) statt der transversalen Verschiebungsverläufe der unterschiedlichen Plattenbiegemoden für die Auswahl der Aktorposition entscheidend sind. Tabelle 5.9 fasst die Knotenkoordinaten der Sensor-, Aktor- und Anregungsposition(en) zusammen.

In der vereinfachten Modellierung (5.18) des PZT-Aktors vernachlässigte (nichtlineare) Effekte sollen als Störgrößen durch den MPI-Beobachter rekonstruiert werden, um sie anschließend zur Verbesserung des Störverhaltens bzw. zur Nichtlinearitätenkompensation auf die Regelstrecke aufzuschalten. Eine mathematische Beschreibung

der Störgrößen ist zu ihrer Rekonstruktion durch den MPI-Beobachter nicht erforderlich (Kap. 4.4). Notwendig ist aber die Kenntnis der durch die Störgrößen-Eingangsmatrix  $\mathbf{N}$  (4.7a) zu beschreibenden Wirkungskanäle der unbekannt (nichtlinearen) Effekte. Hierzu wurde naheliegender angenommen, dass diese unbekannt Signale in den gleichen Eingangskanälen wirken wie der Aktor selbst und folglich Störgrößen- und Steuereingangsmatrix identisch gewählt

$$\mathbf{N} \equiv \mathbf{B} . \quad (5.20)$$

Damit ist die Rangbedingung (4.18) erfüllt und das Gleichungssystem (4.17) liefert unter Beachtung von  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  die Lösung

$$\mathbf{K}_v = \mathbf{I}_m \quad (5.21)$$

als Verstärkungsmatrix zur Störgrößenaufschaltung im Reglergesetz (4.8).

Für den davon unabhängig durchgeführten LQ-Entwurf (3.32) der MPIO-Rückführmatrizen  $\mathbf{L}_x$  und  $\mathbf{L}_v$  wurde die Wichtungsmatrix  $\mathbf{R} \equiv \mathbf{I} \equiv 1$  gewählt sowie die MPIO-Zustandsgröße  $\hat{\mathbf{v}}(t)$  als Rekonstruktion des unbekannt Streckeneinganges  $\mathbf{f}(t)$  (siehe (4.7)) durch die (diagonale)  $\mathbf{Q}$ -Gewichtungsmatrix im Sinne einer LTR-konformen Auslegung mit Faktor  $q^2 = 1 \cdot 10^8$  (siehe (3.32c)) übergewichtet. Zur Einordnung der Gewichtung ist zu beachten, dass die Maßeinheiten der die Regelstreckenausgänge bildenden Mess- bzw. Zustandsgrößen die Parametrierung der Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}$  beeinflussen bzw. umgekehrt. Da u. a. diese Ausgangsmatrix wiederum in den LQ-Entwurf eingeht, sind die dabei verwendeten Gewichtungsfaktoren immer in Zusammenhang mit den Maßeinheiten der Regelstreckenausgänge zu sehen, im konkreten Fall in Zusammenhang mit den Messungen der transversalen Plattenverschiebungen in Millimetern.

Die Zustandsrückführung im Reglergesetz (4.8) bzw. die Rückführmatrix  $\mathbf{K}_x$  wurde analog zur Beobachterrückführung als Optimalregler (LQR) (3.32) entworfen. Dabei erfolgte die Gewichtung der Stellgröße mit  $\mathbf{R} \equiv \mathbf{I} \equiv 1$  und die eingesetzte (diagonale)  $\mathbf{Q}$ -Wichtungsmatrix übergewichtete die Zustandsgrößen der modalen Geschwindigkeiten sowie den modalen Verschiebungszustand des ersten Plattenbiegemodes gegenüber den anderen Zustandsgrößen mit Faktor  $1 \cdot 10^5$ . Motiviert wird eine solche Übergewichtung durch die mit steigender Ordnungszahl tendenziell sinkenden Schwingungsamplituden und wachsenden Schwinggeschwindigkeiten. Eine dem entsprechende Übergewichtung führte für das konkrete Anwendungsbeispiel zu einer vergleichsweise deutlichen aktiven Schwingungsdämpfung. Gleichzeitig liegen für die gewählten Gewichtungen die Eigenwerte des MPI-Beobachters in der komplexen Ebene links von denen der geregelten Strecke, sodass die relativ schnell abklingenden Eigenvorgänge des MPIO die Beobachtungsergebnisse möglichst wenig beeinflussten.

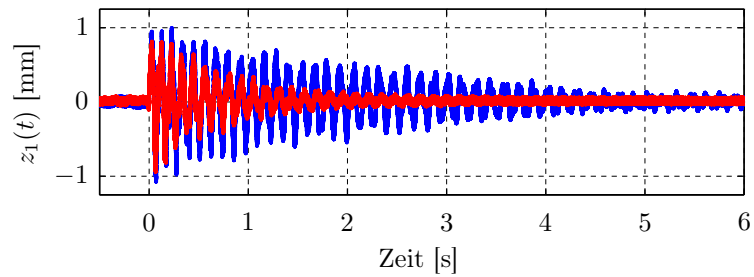


Ergebnisse dreier Versuche zur aktiven Schwingungsdämpfung der allseitig eingespannten Metallplatte sind in den Bildern 5.32 und 5.33 dargestellt. Davon zeigen Bild 5.32(a) und (b) die zeitlichen Verläufe der transversalen Plattenverschiebungen in den beiden ausgewählten Messpunkten nach Anregung durch einen Kraftimpuls (siehe Bild 5.31 und Tab. 5.9 zu den Positionen), jeweils sowohl mit als auch ohne aktive Streckenregelung (Versuch 1). Deutlich erkennbar klangen die Schwingungsamplituden im geregelten Fall vergleichsweise schnell ab. Neben dieser Ergebnisdarstellung im Zeitbereich zeigen Bild 5.32(c) und (d) FFT-Analysen der zeitvarianten Signale im Intervall [0 s; 10 s], ebenfalls jeweils für den geregelten sowie den unregulierten Fall (Versuch 1). Erkennbar dominierte die Schwingungsamplitude des ersten Plattenbiegemodes bei etwa 8 Hz und konnte von in der Spitze 0,06 mm an Messposition 1 (Knoten 81) und 0,04 mm an Messposition 2 (Knoten 86) auf 0,03 mm und 0,02 mm im geregelten Fall, d. h. um rund 50 %, reduziert werden. Die mit ihren Resonanzfrequenzen oberhalb liegenden und weniger deutlich in Erscheinung tretenden Moden bis 30 Hz wurden ebenfalls aktiv gedämpft. Deren analog anhand ihrer Spektren quantifizierten Amplitudenreduzierungen unter aktiver Dämpfung fallen prozentual vergleichbar zu der des Grundmodes aus.

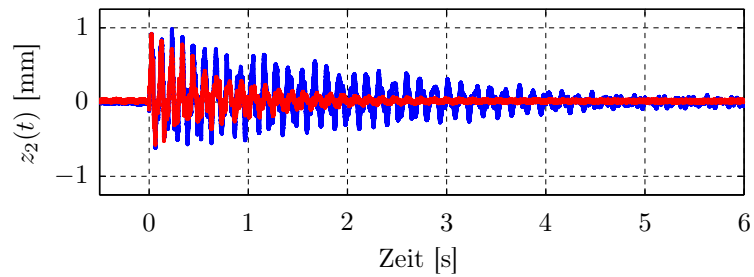
Die Reproduzierbarkeit der Dämpfungsergebnisse wird anhand zweier weiterer Versuche überprüft. Bild 5.33(a) und (b) zeigen die Ergebnisse eines identischen Versuchs (Versuch 2). Erkennbare Abweichungen von den Ergebnissen des ersten Versuchs bestehen allein in der geringeren Reduzierung der Resonanzamplitude bei ca. 21 Hz (vgl. Bild 5.32(d) mit 5.33(b)). Dagegen zeigen Bild 5.33(c) und (d) Ergebnisse eines Versuchs mit erhöhter Kontaktkraft (Versuch 3). Im Unterschied zum ersten Versuch fallen die Amplitudenreduzierungen der Resonanzen sowohl bei ca. 21 Hz als auch bei 29 Hz geringer aus, die Resonanzamplitude des ersten Plattenmodes bei 8 Hz wird hingegen unverändert um ca. 50 % reduziert. Die gegenüber der nicht aktiv gedämpften Platte nach oben verschobene Resonanzfrequenz bei 21 Hz deutet darauf hin, dass sich die Plattendynamik zwischen den Messungen des dritten Versuchs änderte (Bild 5.33(d)). Insgesamt lieferte die aktive Regelung in den drei Versuchen also einen teils verschwindend geringen, teils sehr deutlichen stets positiven Dämpfungsbeitrag für alle betrachteten Biegemoden bis 35 Hz, entsprechend einer Reduzierung der Resonanzamplituden im Amplitudenspektrum um bis zu 50 %.

Zur genaueren Quantifizierung der aktiven Dämpfungserhöhung wird der dominierende (1,1)-Plattenbiegemode vereinfachend als schwach gedämpfte Schwingung (Dämpfungsgrad  $D < 1$ ) eines Ein-Massen-Schwingers mit identischer gedämpfter Eigenkreisfrequenz

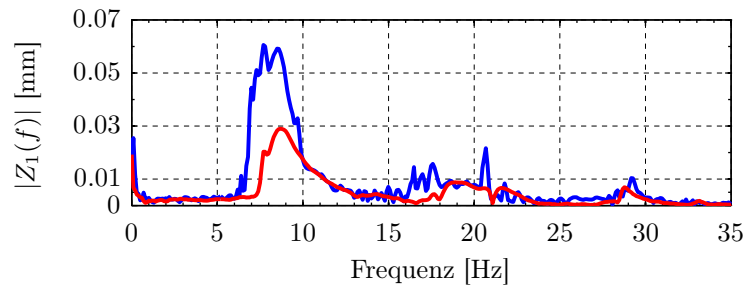
$$\omega_d = \frac{2\pi}{T_d} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \quad (5.22)$$



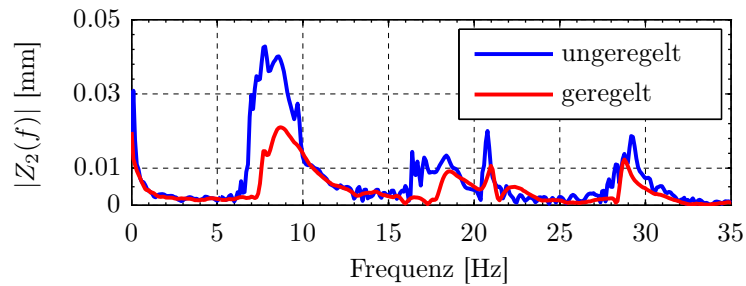
(a) Zeitlicher Verlauf der transversalen Plattenverschiebung in Messposition 1



(b) Zeitlicher Verlauf der transversalen Plattenverschiebung in Messposition 2

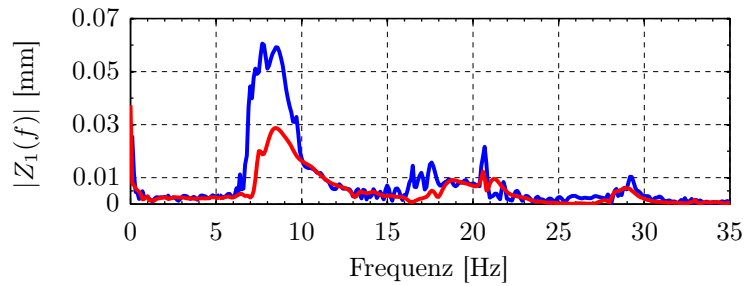


(c) FFT-Amplitudenspektrum der Verschiebung in Messposition 1

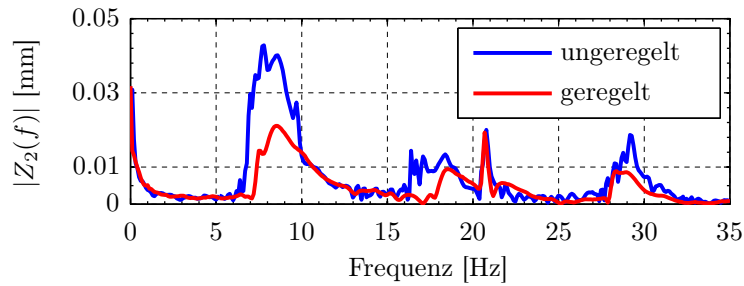


(d) FFT-Amplitudenspektrum der Verschiebung in Messposition 2

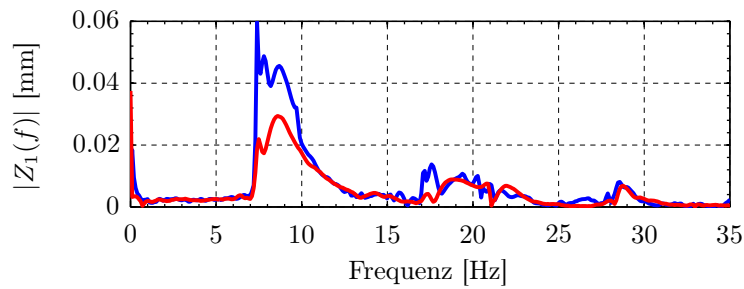
Bild 5.32: Vergleich von ungenerelter mit geregelter Plattendynamik: Schwingungsverläufe und deren Amplitudenspektren nach Anregung durch Kraftimpuls, Versuch 1



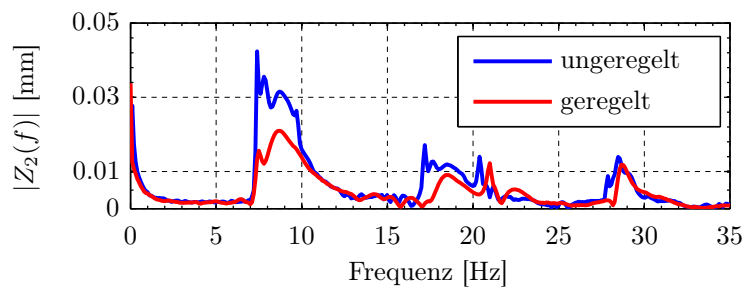
(a) FFT-Amplitudenspektrum der Verschiebung in Messposition 1, Versuch 2



(b) FFT-Amplitudenspektrum der Verschiebung in Messposition 2, Versuch 2



(c) FFT-Amplitudenspektrum der Verschiebung in Messposition 1, Versuch 3



(d) FFT-Amplitudenspektrum der Verschiebung in Messposition 2, Versuch 3

Bild 5.33: Vergleich von unregelter mit geregelter Plattendynamik: Schwingungsverläufe und Amplitudenspektren nach Anregung durch Kraftimpuls, Versuche 2 und 3

ungedämpfter Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  und Abklingkoeffizient  $\delta$  betrachtet. In einem solchen Fall ist anhand der Einhüllenden  $\pm C e^{-\delta t}$  bzw. des logarithmischen Dekrements

$$\Lambda = \ln \frac{y(t)}{y(t + T_d)} = \delta T_d = \frac{2\pi \delta}{\omega_d} = 2\pi \frac{D}{\sqrt{1 - D^2}} \quad (5.23)$$

der Dämpfungsgrad  $D$  des Schwingers berechenbar. Entsprechend sind die für Versuch 1 in Bild 5.32(a) gemeinsam dargestellten zeitlichen Verläufe der Plattenschwingungen separiert und mit verschiedenen Einhüllenden in Bild 5.34 dargestellt. Es sind jeweils drei Hüllkurven für den unregulierten und regulierten Fall dargestellt, von denen jede über ein individuelles Zeitintervall hinweg das Absinken der Schwingungsamplitude genauer als die beiden anderen Kurven nachzeichnet.

Versuch 1 ergibt für die ersten zehn Schwingspiele des (1,1)-Modes der unregulierten Platte die Eigenkreisfrequenz  $\omega_d = 8,82$  Hz, für die folgenden zehn sind es 7,69 Hz und für weitere zehn Schwingspiele lassen sich 7,13 Hz ermitteln. Dagegen sind es 9,46 Hz ( $> 8,82$  Hz) für die ersten vier und 8,26 Hz ( $< 8,82$  Hz) für die nachfolgenden fünf Schwingspiele bei aktiver Plattenregelung. Die gedämpfte Eigenkreisfrequenz des regulierten (1,1)-Plattenmodes sollte in Analogie zum Ein-Massen-Schwinger wegen (5.22) niedriger liegen als im unregulierten Fall, andernfalls muss ein Messfehler, Nichtlinearität oder eine Strukturveränderung zwischen den Messungen vorliegen. In Abhängigkeit von betrachteter Resonanzfrequenz und ausgewähltem Abklingkoeffizienten  $\delta$  ergeben sich damit aus (5.23) Werte für den Dämpfungsgrad des (1,1)-Modes von 0,6 % bis 0,9 % für die unregulierte Platte gegenüber 1,6 % bis 2,2 % für die regulierte Platte. Das entspricht einer Dämpfungserhöhung durch die aktive Regelung um 78 %–267 %.

Gegenüber den in [Kra06] dargestellten Resultaten, die teilweise eine modenselektive Verschlechterung der Strukturdämpfung unter aktiver Regelung erkennen lassen, zeigen die Ergebnisse in dieser Arbeit durchweg verringerte oder näherungsweise unveränderte Schwingungsamplituden der betrachteten Plattenbiegemoden. Dabei hat sich die per MPIO auf unkompliziertem Weg ermöglichte Übergewichtung des modalen Verschiebungszustands des (1,1)-Modes und der modalen Zustandsgrößen der Verschiebungsgeschwindigkeiten der höheren betrachteten Plattenmoden im LQR-Entwurf der Zustandsrückführung gegenüber einer alleinigen Übergewichtung der modalen Verschiebungen als vorteilhaft erwiesen (Vergleich nicht dargestellt).

Wie bereits diskutiert, kann die Platzierung von Aktor und Sensoren im konkreten Fall nur einen Kompromiss darstellen. Einen ebensolchen stellt auch die Parametrierung des Reglergesetzes (4.8) dar, mit der einerseits eine möglichst hohe Strukturdämpfung, andererseits eine möglichst robuste Regelung erzielt werden soll. Der Anspruch ein möglichst robustes Reglerdesign einzusetzen ist im konkreten Fall schon allein durch den signifikanten thermischen Umgebungseinfluss auf die Plattendynamik bedingt. Die

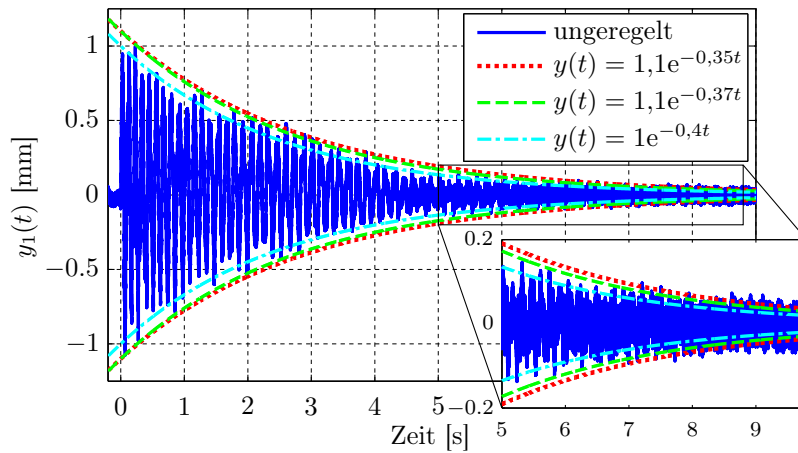
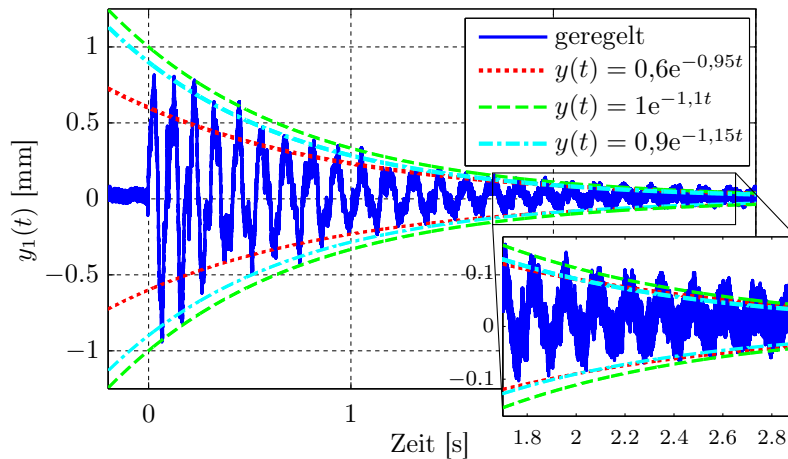
(a) Zeitlicher Verlauf der **ungeregelten** transversalen Plattenverschiebung(b) Zeitlicher Verlauf der **geregelten** transversalen Plattenverschiebung

Bild 5.34: Approximative Dämpfungsbestimmung des dominierenden  $(1, 1)$ -Plattenmodes der ungeregelten/geregelten Platte anhand der Einhüllenden  $\pm C e^{-\delta t}$  für Messposition 1 in Versuch 1 (Bild 5.32(a))

Ergebnisse sind daher allein anhand der erzielten aktiven Dämpfung nicht vollständig beurteilbar, weil dies den praktisch realisierten Kompromiss zwischen Reglerrobustheit und effektiv erzielter Strukturdämpfung nicht sichtbar werden lässt. Unabhängig davon zeigen die vorliegenden experimentellen Ergebnisse die Anwendbarkeit des MPI-Beobachters in Kombination mit dem vorgestellten Regelungskonzept für Aufgaben der Regelung bzw. aktiven Dämpfung elastomechanischer Strukturen.

### 5.4.3 Analyse des thermischen Umgebungseinflusses auf die Strukturdynamik

In der Erprobung des PI-Beobachters zur Regelung und Fehlerdiagnose hat der thermische Umgebungseinfluss signifikant auf die Strukturdynamik des allseitig eingespannten Metallblechs gewirkt. Zu den damit verbundenen Effekten zählen im konkreten Fall z. B. variable (Modell-)Parameter der Plattenvorspannungen (Tab. 5.7) und zeitvariante Resonanzfrequenzen der Platte (Bild 5.33(c)). Allein anhand der bisher dargestellten Versuchsergebnisse sind thermische Effekte aber nicht deutlich von anderen Effekten separierbar. Der thermische Umgebungseinfluss als Teil der Versuchsbedingungen wird deshalb nachfolgend genauer analysiert und quantifiziert und auf diesem Weg den experimentellen Ergebnissen zur Kontaktkraftrekonstruktion (Kap. 5.4.1) und aktiven Strukturdämpfung (Kap. 5.4.2) zur Seite gestellt. Im Anschluss daran erfolgt eine Diskussion zur Anwendung der in dieser Arbeit untersuchten PIO-basierten Diagnose- und Regelungsmethode auf das konkret gewählte experimentelle Beispiel der allseitig eingespannten Platte und andere derartige zeitvariante Strukturen.

Zur Analyse des thermische Umgebungseinflusses wurden die Temperaturverteilung des Versuchsaufbaus mit Platte und ihr zeitlicher Verlauf durch passive Thermografie sichtbar und quantifizierbar gemacht. Gleichzeitig wurden die damit korrelierenden Veränderungen der strukturdynamischen Eigenschaften des eingespannten Blechs fortlaufend mittels Modalanalysen ermittelt. Unter der Voraussetzung vernachlässigbarer weiterer zeitvarianter Einflussgrößen ergibt beides zueinander in Beziehung gesetzt ein Bild des Ursache-Wirkung-Zusammenhangs. Dabei wird das Ausmaß des thermischen Einflusses in den daraus resultierenden Veränderungen von Eigenkreisfrequenzen und Eigenvektoren als den in diesem Versuch zur Beschreibung der Strukturdynamik gewählten (modalen) Parametern ausgedrückt.

Materie oberhalb des absoluten Nullpunktes sendet elektromagnetische Strahlung mit temperaturabhängiger Strahlungsdichte und Wellenlängenverteilung aus. Dem entsprechend können sowohl die Strahlungsdichte innerhalb eines einzelnen begrenzten Spektralbereichs als auch der Effekt der temperaturabhängigen spektralen Verteilung zur berührungslosen Ermittlung der Temperatur der Strahlung aussendenden Materie genutzt werden. Speziell Thermografiergeräte gehören zu den Bandstrahlungs-pyrometern, die einen einzelnen Spektralbereich nutzen, um die Temperaturverteilung eines Messobjekts bildlich darzustellen. Die von einer Thermografiekamera aufgenommene Strahlungsleistung setzt sich aus der Eigenstrahlung des Messobjekts (Emission), der am Messobjekt reflektierten und der ggf. transmittierten Umgebungsstrahlung sowie der Eigenstrahlung der Luftstrecke zwischen Messobjekt und Kamera zusammen. Dabei können z. B. durch Staubteilchen in der Luft verursachte Streuung und durch mole-

kulare Absorption bedingte frequenzabhängige atmosphärische Dämpfung die erfassbare Strahlungsleistung bereits auf kurzer Messdistanz von 1 m signifikant reduzieren [Str83], zit. nach [VDI01]. Die für technische Temperaturmessungen relevante frequenzabhängige atmosphärische Dämpfung vor allem durch Wasserdampf und Kohlendioxid fällt z. B. innerhalb der Spektralbereiche von 2  $\mu\text{m}$  bis 2,5  $\mu\text{m}$ , von 4,5  $\mu\text{m}$  bis 5,5  $\mu\text{m}$  und von 8  $\mu\text{m}$  bis 14  $\mu\text{m}$  vergleichsweise gering aus [SK04, VDI01], sodass ein solches in Abhängigkeit von der erwarteten Objekttemperatur geeignet zu wählendes atmosphärisches Fenster bevorzugt für Messungen zu nutzen ist. Entsprechend dem KIRCHHOFFSchen Strahlungsgesetz

$$\alpha(T, \lambda, \beta, \phi) = \varepsilon(T, \lambda, \beta, \phi) \quad (5.24)$$

stimmt der i. d. R. von Temperatur  $T$ , Wellenlänge  $\lambda$  und Raumrichtungen  $\beta, \phi$  abhängige Absorptionsgrad  $\alpha$  im thermischen Gleichgewicht mit dem entsprechenden Emissionsgrad  $\varepsilon$  überein. Daher ist ebenso der Eigenstrahlungsanteil der Luftstrecke innerhalb eines atmosphärischen Fensters vergleichsweise gering, ihr Transmissionsgrad kann zu  $\tau \approx 1$  angenommen werden.

Für das Messobjekt mit Absorptionsgrad  $\alpha$ , Reflexionsgrad  $\rho$  und Transmissionsgrad  $\tau$  folgt aus dem Energieerhaltungssatz

$$\alpha + \rho + \tau = 1. \quad (5.25)$$

Nur der ideale schwarze Strahler absorbiert unabhängig von Einfallswinkel und Wellenlänge alle auf ihn treffende Strahlung vollständig, reflektiert und transmittiert also nichts. Er emittiert eine nur von seiner Temperatur abhängige Strahlung, deren spektrale Strahlungsdichte durch das PLANCKSche Strahlungsgesetz beschrieben wird. Die im Verhältnis dazu bei gleicher Temperatur stets schwächere Eigenstrahlung eines realen Strahlers drückt sich in einem positiven gerichteten spektralen Emissionsgrad bzw. Absorptionsgrad kleiner eins aus.

Um auf Basis des PLANCKSchen Strahlungsgesetzes Temperaturmessungen durchzuführen ist also die Kenntnis des Emissionsgrades  $\varepsilon$  bzw. Absorptionsgrades  $\alpha$  erforderlich. Damit können mögliche Strahlungsreflexionen am Messobjekt und ein im Vergleich zum schwarzen Strahler vermindertes Abstrahlvermögen berücksichtigt werden. Bei i. d. R. nicht exakt bekanntem Emissionsgrad mit relativem Emissionsgradfehler  $\Delta\varepsilon/\varepsilon$  ergibt sich der daraus resultierende relative Temperaturmessfehler  $\Delta T_w/T_w$  in Abhängigkeit von der Strahlungstemperatur der Umgebung  $T_u$ , der effektiven Wellenlänge  $\lambda_e$  und der Konstante  $c_2$  für Bandstrahlungs-pyrometer zu

$$\frac{\Delta T_w}{T_w} = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \frac{\lambda_e}{c_2} T_w \left[ 1 - \frac{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda_e T_w}\right) - 1}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda_e T_u}\right) - 1} \right] \left[ 1 - \exp\left(\frac{-c_2}{\lambda_e T_w}\right) \right]. \quad (5.26a)$$

Für  $T_w \gg T_u$  kann der Ausdruck zu

$$\frac{\Delta T_w}{T_w} \approx \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \frac{\lambda_e}{c_2} T_w \quad (5.26b)$$

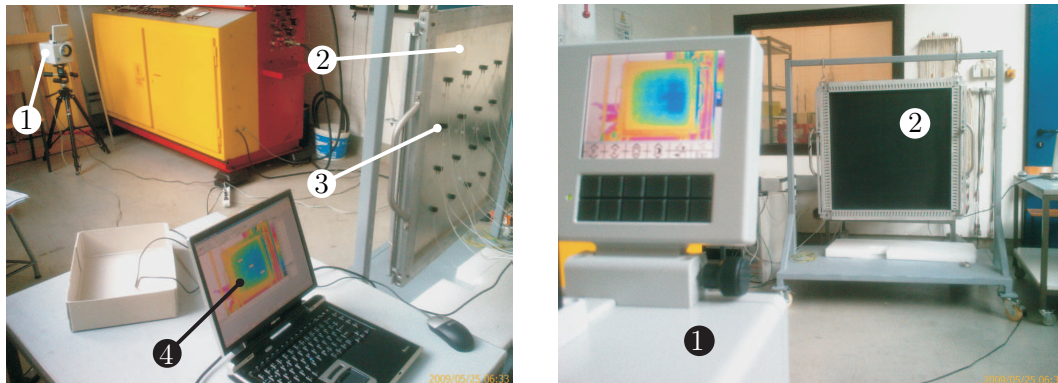
vereinfacht werden [VDI05]. Demnach verringert sich der Einfluss des Emissionsgradfehlers  $\Delta \varepsilon$  mit abnehmender Temperaturdifferenz  $T_w - T_u$  zu kurzen Wellenlängen und größeren Emissionsgraden hin. Folglich sind Messungen möglichst kurzwellig durchzuführen. Andererseits ist der technisch sinnvoll nutzbare Wellenlängenbereich nach unten durch die zu messende Temperatur bzw. die temperaturabhängige spektrale Verteilung der Strahlungsdichte begrenzt. Weiterführende Informationen zu den theoretischen und praktischen Grundlagen der Temperaturmessung finden sich z. B. in [Ber04b, SK04, VDI05].

Im Allgemeinen sind Metalle wie der Blechwerkstoff nicht-graue Strahler, die einen niedrigen, stark von Oberflächenbeschaffenheit, Temperatur, Raumrichtung und Polarisation abhängigen und mit zunehmender Wellenlänge abfallenden Emissionsgrad aufweisen [VDI01]. Gemäß (5.26) erhöhen diese Eigenschaften tendenziell die Temperaturmessunsicherheit. Dazu passend ließen Vorversuche deutliche die Blechtemperaturmessung verfälschende Reflexionen der Umgebungswärmestrahlung an der spiegelartigen Blechoberfläche erkennen. Darum wurde vor weiteren Messungen das Blech einseitig mit einem dünnen mattschwarzen Lack überzogen, der die Emissivität der Messoberfläche auf ca. 0,95 erhöht.

Den Versuchsaufbau zur Analyse des thermischen Umgebungseinflusses auf das dynamische Verhalten des allseitig eingespannten Blechs zeigt Bild 5.35. Im direkten Vergleich zwischen Bild 5.35(a) und (b) ist das stark unterschiedliche Reflexionsverhalten zwischen blanker und geschwärzter Blechseite deutlich erkennbar. Passend zur typischen Messobjekttemperatur um 20 °C wurde als Thermografiekamera eine VARIOSCAN *high resolution* 3021 SST mit Germaniumoptik, Stirlingkühler und spektraler Empfindlichkeit im atmosphärischen Fenster von 8 µm bis 12 µm Wellenlänge von JENOPTIK Laser, Optik, Systeme GmbH eingesetzt. Zur Analyse der strukturdynamischen Eigenschaften des Blechs diente wieder der TEAC-LX-10-Datenrekorder zusammen mit KISTLER-Beschleunigungssensoren (Type 8632C50) und OMA-Software. Forcierte Änderungen der Blechtemperatur erfolgten durch Änderungen der Laborraumtemperatur per Raumlüftung und -heizung, wobei der Messaufbau von direkter (inhomogener) Wärmestrahlung abgeschirmt wurde.

Zwanzig Wärmebildaufnahmen in Bild 5.36 stellen die Temperaturverteilung von Blech und Einspannrahmen über eine Messdauer von 5 h 23 min dar. Zusätzlich zeigen Temperaturprofile jeweils am rechten und unteren Bildrand die Temperaturverteilung entlang der in weiß eingezeichneten und sich in der Blechmitte kreuzenden vertikalen und



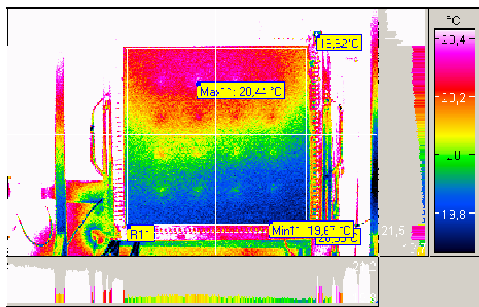


(a) Versuchsaufbau mit Thermografiekamera (1), allseitig eingespannter Metallplatte (2) mit aufgesetzten Beschleunigungssensoren (3), Rechner (4) mit Thermografie- und Modalanalysesoftware  
 (b) Blick von der Thermografiekamera (1) auf die zur Reflexionsminderung schwarz lackierte Blechoberfläche (2)

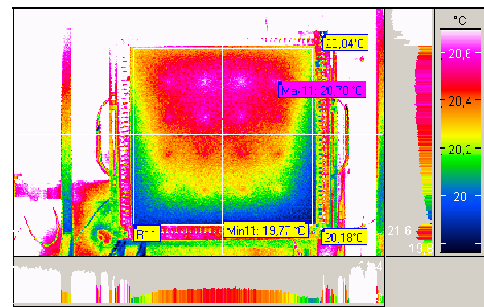
Bild 5.35: Versuchsaufbau zur Analyse des Temperatureinflusses auf die Strukturdynamik der allseitig eingespannten Metallplatte durch Thermografie und OMA (SRS, UDuE)

horizontalen Bezugslinie. Außerdem sind jeweils die Orte minimaler und maximaler Blechtemperatur innerhalb des weiß eingezeichneten Rechtecks R11 durch Angabe ihrer jeweiligen Temperatur gekennzeichnet sowie die Temperaturen an zwei fixen Messpositionen auf dem Einspannrahmen angegeben. Die in den Aufnahmen erkennbaren 16 gleichmäßig verteilten Temperaturspots sind durch die Wärmekapazitäten der während der Thermografie zur Modalanalyse aufgeklebten Beschleunigungssensoren verursacht. Deren Masseneinfluss auf das Schwingungsverhalten der idealen Platte wurde mittels finite Elemente Analyse ohne Berücksichtigung von Temperatureinflüssen untersucht und ist im Vergleich zu den temperaturinduzierten Veränderungen vernachlässigbar. Die gegenüber dem Blech große Wärmekapazität des deutlich schwereren Rahmens bedingte während Temperaturanpassungen einen zum Rahmen hin bzw. von diesem weg gerichteten Temperaturgradienten. Dabei bildete sich der Bereich höchster bzw. niedrigster Temperatur nicht unbedingt in der Plattenmitte aus, wie das beispielsweise Bild 5.36(a), (p) und (t) zeigen. Es traten zum Teil deutlich unsymmetrische Temperaturverteilungen auf.

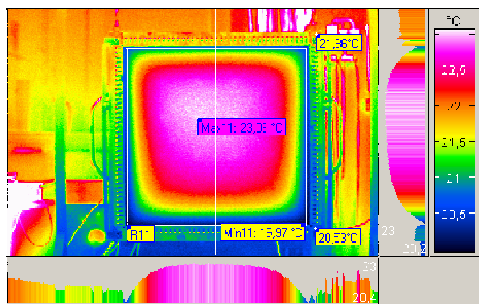
Zugehörig zu den Wärmebildaufnahmen sind in Bild 5.37(a) die diskreten Temperaturverläufe an den ausgewählten Messpunkten, in Bild 5.37(b) die durch Modalanalysen ermittelten Verläufe der ersten vier Biegeresonanzfrequenzen der Platte und in Bild 5.37(c) die relativen Veränderungen der Plattenbiegeeigenformen bzw. -vektoren bezogen auf den Anfangszustand bei Messbeginn als MAC-Werte zusammengefasst. Die mittlere Plattentemperatur variierte zwischen 20 °C und 22,5 °C, die Rahmentempera-



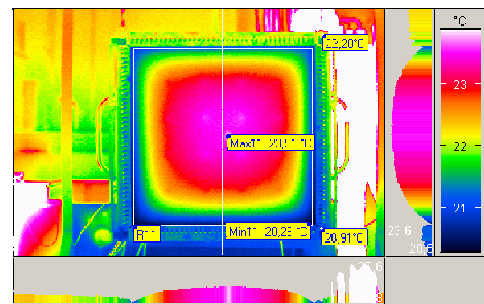
(a) Aufnahme nach 0 min



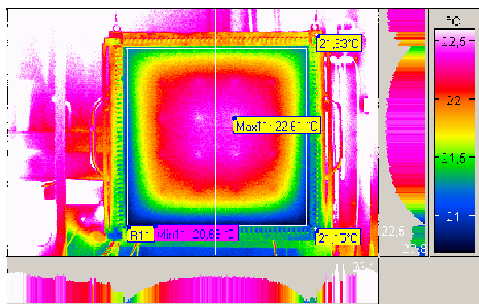
(b) 16 min



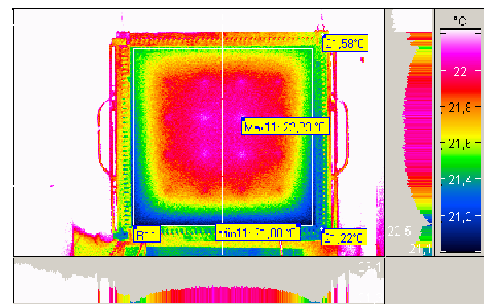
(c) 27 min



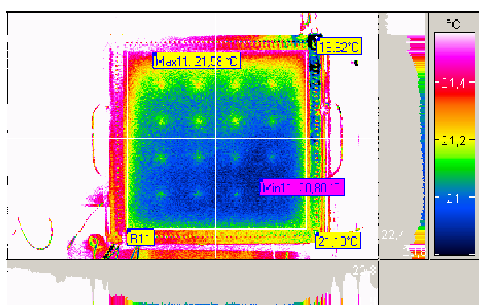
(d) 34 min



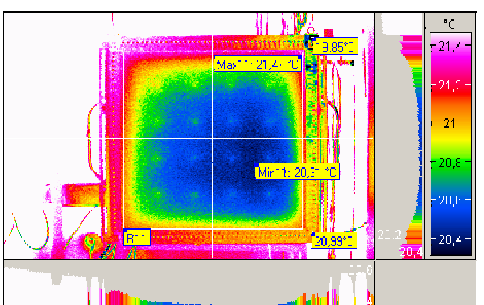
(e) 42 min



(f) 53 min

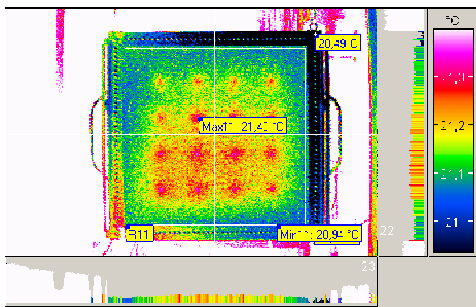


(g) 1 h

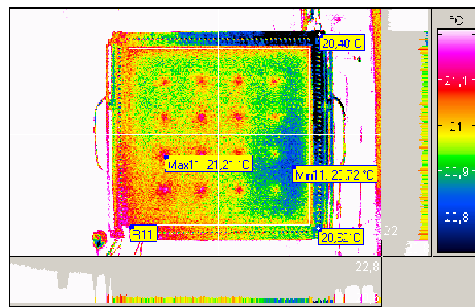


(h) 1 h 6 min

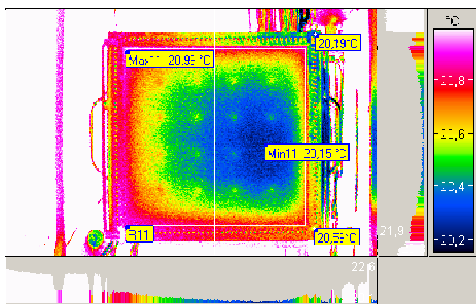
5.4 Allseitig eingespannte Platte



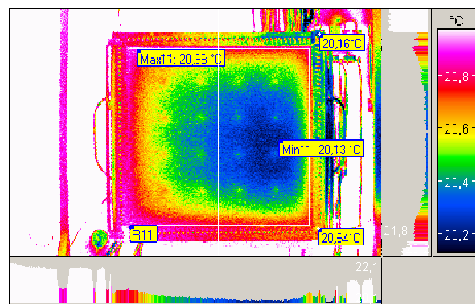
(i) 1 h 37 min



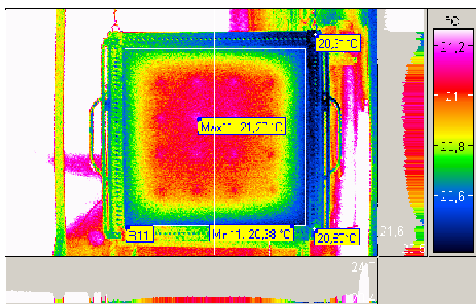
(j) 2 h 13 min



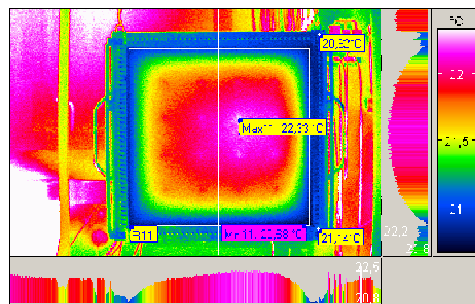
(k) 2 h 28 min



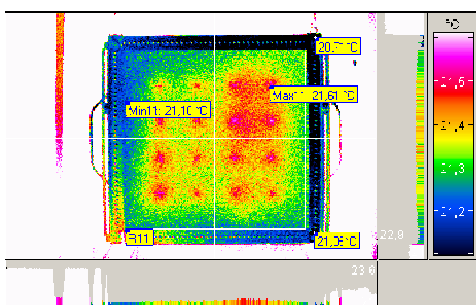
(l) 2 h 31 min



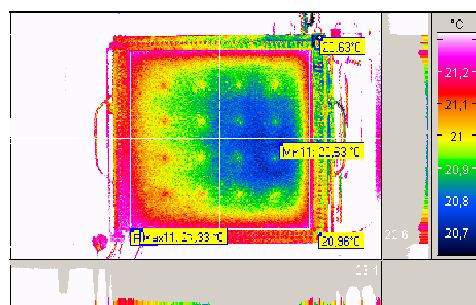
(m) 3 h 1 min



(n) 3 h 12 min



(o) 4 h 37 min



(p) 4 h 44 min

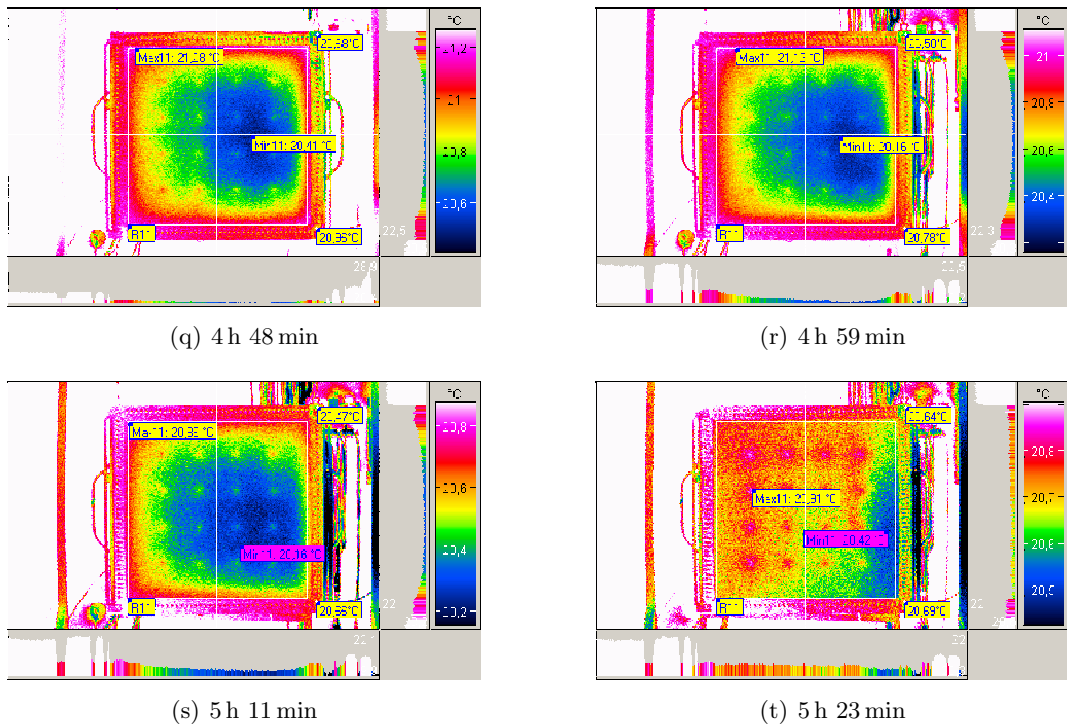
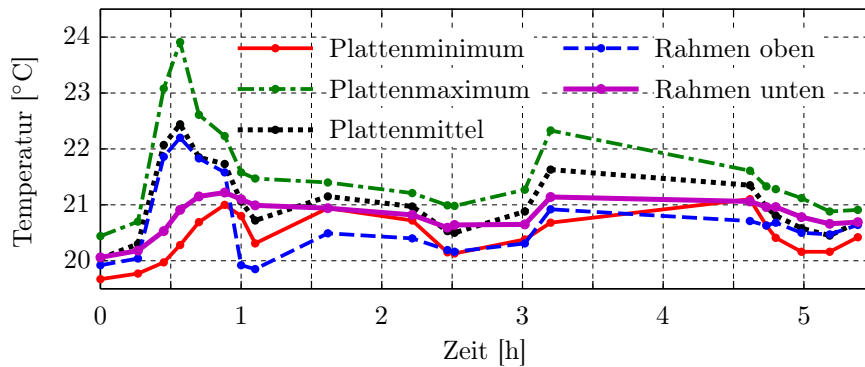
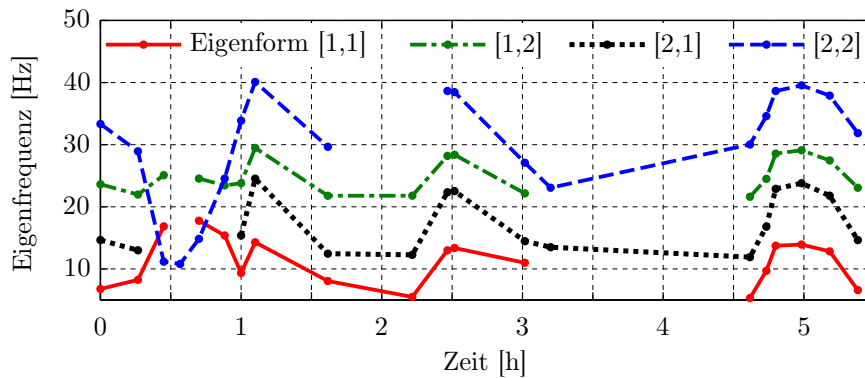


Bild 5.36: Thermografie des allseitig eingespannten Aluminiumblechs über eine Zeitdauer von 5 h 23 min unter veränderlicher Raumtemperatur im Bereich  $19,7^{\circ}\text{C}$ – $23,9^{\circ}\text{C}$ . Stellen minimaler und maximaler Temperatur sind jeweils gekennzeichnet sowie die Temperaturen an zwei fixen Stellen des Einspannrahmens explizit angegeben. Temperaturprofile jeweils am rechten/unteren Bildrand stellen den Temperaturverlauf entlang der eingezeichneten weißen senkrechten/waagerechten Bezugslinie dar.

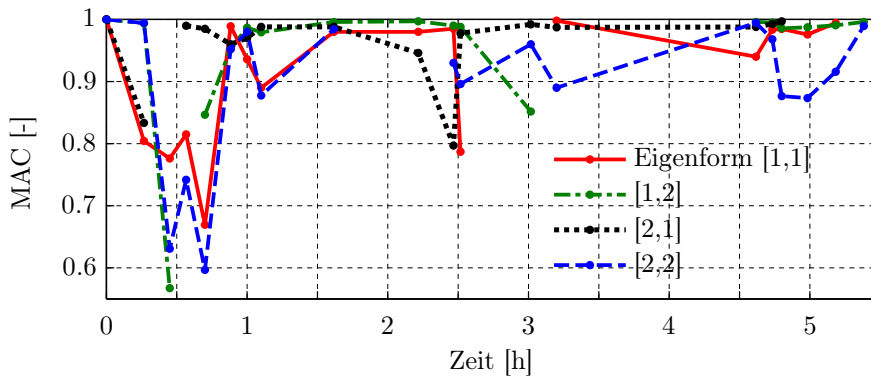
turen lagen zwischen  $20^{\circ}\text{C}$  und  $22^{\circ}\text{C}$  (Bild 5.37(a)). Mit den Temperaturänderungen an Platte und Rahmen gingen deutliche Veränderungen in den Eigenfrequenzen und Eigenformen einher. So variierte mit den in (a) dargestellten Temperaturverläufen die Eigenfrequenz des (1, 1)-Modes zwischen 9,5 Hz und 18 Hz, die des (1, 2)- bzw. (2, 1)-Modes zwischen 21 Hz und 30 Hz bzw. 10 Hz und 25 Hz sowie die Resonanzfrequenz des (2, 2)-Modes zwischen 10 Hz und 40 Hz (Bild 5.37(b)). Die zugehörigen MAC-Werte fallen ausgehend vom als Referenzzustand gewählten Ausgangszustand bei Messbeginn mit  $\text{MAC} = 1$  bis unter 0,7 und tiefer ab (Bild 5.37(c)). Teilweise sind die modalen Veränderungen zu groß um die Eigenformen zweifelsfrei identifizieren und zuordnen zu können. In diesen Fällen fehlen MAC-Werte und Eigenfrequenzen, an den entsprechenden Diagrammpositionen sind die Kurvenverläufe unterbrochen und Lücken gelassen.



(a) Diskrete Temperaturverläufe an den Messstellen von Platte und Einspannrahmen



(b) Diskrete Frequenzverläufe der ersten vier Biegemoden der Platte



(c) Relative Veränderungen der Biegeeigenformen bezogen auf den Referenzzustand zu Beginn der Messungen

Bild 5.37: Temperatureinfluss auf das Eigenschwingungsverhalten der allseitig eingespannten Platte, Raumtemperatur 19,7 °C–23,9 °C, Messdauer 5 h 23 min

#### 5.4.4 Diskussion des PIO-Einsatzes an der Platte

Ein kausaler Zusammenhang zwischen einerseits zeitvarianter (inhomogener) Temperaturverteilung am Versuchsstand (Bild 5.36) und andererseits zeitvarianter Struktur­dynamik des Versuchsstandes (Bild 5.37) ist naheliegend. Die Versuchsergebnisse unter veränderlicher Raumtemperatur im Bereich 19,7 °C–23,9 °C und Resonanzfrequenzverschiebungen beispielsweise des (1, 1)-Modes zwischen 9,5 Hz und 18 Hz zeigen eine ausgeprägte thermische Sensitivität des Versuchsaufbaus.

Der kausale Wirkzusammenhang besteht mutmaßlich in zumindest temporär unterschiedlichen Wärmeausdehnungen von Platte und umgebender Rahmenstruktur, u. a. bedingt durch unterschiedliche spezifische Wärmekapazitäten in Kombination mit einer zeitvarianten Raumtemperatur. Infolgedessen kommt es zu Zug- oder Druckkräften in der Plattenebene zwischen Plattenrand und umgebenden Rahmen, die zu einer Dehnung oder Stauchung der Platte mit entsprechenden Plattenspannungen führen. Diese somit thermisch bedingten Spannungen bei ansonsten unveränderten Randbedingungen führen wiederum zu Veränderungen im dynamischen Verhalten der Platte, das sich in verschobenen Resonanzfrequenzen und veränderten Eigenformen ausdrückt, wie das auch (2.13) unter Berücksichtigung der Anfangslasten  $n_x^0$ ,  $n_y^0$ ,  $n_{xy}^0$  zeigt. Die Veränderungen im Strukturverhalten reichen bis zum Plattenbeulen, das mit einer gänzlich veränderten Dynamik einhergeht und durch das verwendete FE-Modell (2.24) nicht abgebildet wird. Die allseitig eingespannte Platte steht damit beispielhaft für eine Klasse struktur­dynamischer Systeme mit *zeitvarianten* dynamischen Eigenschaften.

Während Kontaktkraftrekonstruktion und Schwingungsdämpfung an der eingespannten Platte in Grenzen erfolgreich experimentell erprobt werden konnten, haben Versuche zur PIO-basierten Lokalisierung von Kontaktkräften sowie eines Sägeschnitts in der Platte [HKS06] zu keinen positiven Ergebnissen geführt (Ergebnisse nicht dargestellt): Der thermische Umgebungseinfluss auf die Struktur­dynamik der Platte hat zu deutlichen Modellabweichungen geführt bzw. Veränderungen der Plattendynamik infolge lokaler Strukturschäden derart maskiert, dass Kontakte bzw. Fehler mit Hilfe der in dieser Arbeit vorgestellten PIO-basierten Methode nicht zuverlässig lokalisiert werden konnten.

Abstrakt dargestellt ist in diesem Fall das gewählte Schadenmerkmal/Feature  $\mathbf{M}$  (Bild 4.4) nicht ausschließlich eine Funktion eines möglichen Strukturschadens  $S$ , sondern zumindest indirekt auch von der Temperatur(-verteilung)  $\mathbf{T}$  und ihrem zeitlichen Verlauf abhängig (vgl. [WFMP07])

$$\mathbf{M} = \mathbf{f}(S, \mathbf{T}(t)) \quad . \quad (5.27)$$



Diese Abhängigkeit von zwei oder mehr gleichzeitig wirkenden Einflussgrößen kann allein mit den hier eingesetzten Methoden in Kombination mit dem PI-Beobachter nicht aufgelöst werden, sodass eine eindeutige Zuordnung zwischen Schadenmerkmal und Strukturschaden nicht geleistet werden kann.

Ebendiese Unterscheidung zwischen einerseits Umgebungs- und Betriebseinflüssen (UBE) sowie andererseits schadenbedingten Effekten, um eine Fehlermaskierung oder falsch positive Fehleralarme vermeiden zu können, gehört zu den großen Herausforderungen im *Structural-Health-Monitoring* und *Condition-Monitoring* [FPF<sup>+</sup>11, Fri07, WFMP07]. Einen Literaturüberblick zu dokumentierten Beispielen für den Einfluss von Betriebs- und Umgebungsbedingungen im Kontext des SHM gibt [Soh07]. Die dokumentierten Fälle beziehen sich auf thermische Effekte, Effekte durch sich ändernde Randbedingungen und Masselasten sowie windinduzierte Effekte. Beispielsweise wurde für die Alamosa Canyon Bridge in New Mexico (USA) eine mutmaßlich thermisch bedingte fünfprozentige Veränderung der ersten Biegeresonanzfrequenz innerhalb einer 24 h-Periode ermittelt, wodurch im konkreten Fall der schwingungsbasierten Fehlerdiagnose relevante Strukturschäden maskiert werden können [FCDP00], sodass auf die Entwicklung eines statistischen Analyseprozesses zur Verbesserung der Fehlerdiagnoseleistung fokussiert wurde. Die thermisch bedingte Eigenfrequenzverschiebung (5 %) der Alamosa Canyon Bridge ist gering gegenüber jener der ersten Biegeresonanzfrequenz der Platte ( $\pm 30\%$ , ausgehend von 13,7 Hz als Resonanzfrequenz in der Mitte der Frequenzspannweite 9,5 Hz–18 Hz der ersten Biegung, Bild 5.37), wobei die Situationen, in denen der erste Biegemode nicht mehr eindeutig identifiziert werden konnte, noch gar nicht berücksichtigt sind. Ein aktuelles weiteres Beispiel in diesem Zusammenhang sind Windkraftträder, die einer Vielzahl möglicher Betriebs- und Umgebungseinflüsse ausgesetzt sind, welche für Diagnoseaufgaben Berücksichtigung finden müssen. Dazu gehören Windgeschwindigkeit, -richtung, Temperatur, Rotationsgeschwindigkeit und atmosphärische Bedingungen. Auch an Windkraftträdern wurde festgestellt, dass Veränderungen ihrer Strukturmechanik durch UBE von gleicher Größenordnung sein können wie fehlerbedingte Veränderungen [FKB13].

Mit den Diagnoseschritten *Datennormalisierung* und *Merkmalgenerierung* bzw. *Feature-Selektion/Extraktion* wird das Ziel verfolgt, Fehlerauswirkungen von Effekten der UBE zu trennen und schadensensitive Merkmale, die gleichzeitig möglichst robust gegenüber UBE sind, zu ermitteln (Kap. 4 und Bild 4.4). Diesbezüglich unterscheidet SOHN drei Szenarien im Umgang mit UBE und stellt zuordenbare Methoden aus dem Bereich des SHM in seinem Literaturüberblick [Soh07] dar:

- i) Direkte Messungen der UBE sind verfügbar, sodass deren Variabilität und die damit verbundenen Wirkungen auf die Fehlerdiagnose explizit berücksichtigt werden können.

- ii) Merkmale werden durch Fehler und UBE in unterschiedlicher Weise beeinflusst, sodass eine Unterscheidung der Effekte und Rückschlüsse auf das verursachende Ereignis möglich sind.
- iii) Merkmale sind ausschließlich schadenssensitiv.

Neben diesen drei Szenarien, von denen iii) den Idealfall darstellt, mag es außerdem möglich erscheinen den Einfluss von UBE auf die Fehlerdiagnose zu kompensieren, indem das (Struktur-)Modell ohne explizite Messung der UBE dem realen zeitvarianten System hinreichend präzise nachgeführt wird. Dies könnte, eine geeignete Modellbildung vorausgesetzt, evtl. durch ein automatisiertes kontinuierliches Model-Updating geschehen oder allgemein mittels geeigneter Methoden der (online) Modellidentifikation bzw. der experimentellen Modellbildung. Bezogen auf die eingespannte Platte bedeutete dies eine Berücksichtigung der zeitvarianten thermischen Verspannungen im Plattenmodell. Wenn sich ein ideal nachgeführtes Modell vom realen zeitvarianten System ggf. nur durch mögliche Systemfehler unterscheiden, dann könnte auch ohne gegenüber UBE robuste Schadenmerkmale eine Fehlerdiagnose erfolgreich sein. Es ergäbe sich aber wiederum die Schwierigkeit, nun während der Modellnachführung, zwischen Fehlereffekten und dem Einfluss von UBE zu unterscheiden. Denn eine Modellanpassung an eine bereits geschädigte Struktur würde den Schaden für die PIO-basierte Diagnose wiederum maskieren und ein fehlerfreier Systemzustand kann während einer Modelladaptation im Allgemeinen nicht vorausgesetzt werden. Insofern bliebe das Differenzierungsproblem unverändert bestehen und kann auf diesem Weg nicht umgangen werden. Auch im Fall der aktiven Schwingungsdämpfung bzw. Regelung von Strukturen unter Einsatz des PI-Beobachters erscheint eine Modellnachführung zur Kompensation von UBE problematisch. Denn sofern während der Modellnachführung keine Störungsfreiheit vorausgesetzt werden kann und deshalb eine Modellanpassung evtl. an das reale gestörte System erfolgte ist fraglich, ob auf Basis eines derart angepassten Modells die Störung noch durch den PIO identifizierbar und somit eine synthetische Störgrößenaufschaltung möglich wäre. Der Ansatz ist ggf. im Einzelfall zu prüfen.

Für Szenario i) müsste im konkreten Fall durch Temperaturmessung und expliziter Berücksichtigung der Rahmen-/Plattentemperaturverteilung ein hinreichend genaues quantitatives Strukturmodell aufgebaut werden. Dabei wäre eine ggf. deutlich inhomogene Temperaturverteilung zu berücksichtigen (Bild 5.36), die zudem messtechnisch nur vergleichsweise grob aufgelöst werden könnte, wenn Thermografieaufnahmen als auf Dauer unpraktikabel eingestuft und stattdessen vergleichsweise wenige diskrete Temperaturmessstellen genutzt würden. Insgesamt erscheint Szenario i) im konkreten Fall nicht praktikabel. Ein Schadenmerkmal gemäß Szenario ii) oder iii), das in Kombination mit dem PI-Beobachter eine hinreichende Fehlersensitivität bei gleichzeitiger Robustheit gegenüber Temperatureinflüssen aufweist, wurde im Rahmen der vorlie-



genden Arbeit nicht gefunden. Im konkreten Fall könnten Diagnosemethoden unter Verwendung datengestützter statistischer Modelle in Verbindung mit Methoden zur (statistischen) Datennormalisierung aussichtsreicher sein (Bild 4.3), Anwendungsfälle in Zusammenhang mit UBE zeigen z. B. [FCDP00, Soh07]. Ebenso die Verwendung physikalischer Wirkprinzipien zur Fehlerdiagnose, die im Sinne von Szenario ii) oder iii) gegenüber den jeweiligen UBE robuste bzw. vernachlässigbar beeinflusste Fehlermerkmale mit sich bringen. Bezüglich Methoden zur Fehlerdiagnose, die auf einem anderen als dem in dieser Arbeit genutztem physikalischen Wirkprinzip beruhen, sei auf die in Kap. 4.1 und 4.2 angesprochene Untersuchungsmethode mittels elastischer (Lamb-) Wellen verwiesen. Ein weiteres Beispiel unter Verwendung von Ultraschall sind Methoden, die den Effekt lokal erhöhter mechanischer Verlustwinkel (z. B. durch Rissuferreibung) an Fehlerstellen zur Fehlerdiagnose unter Zuhilfenahme von Thermografieaufnahmen nutzen, z. B. [ZRDB03]. Insbesondere in Verbindung mit CFK-(Leichtbau-) Strukturen sind derartige Methoden zur Diagnose von materialspezifischen Fehlermechanismen wie Delamination in der Diskussion, erscheinen aber wegen der dafür notwendigen Thermografie weniger zur generellen dauerhaften Strukturüberwachung geeignet.

## 5.5 Vergleichende Betrachtung von Einflussfaktoren auf den Beobachtungsfehler

Es wurden verschiedene Einflussfaktoren auf die PIO-Rekonstruktionsergebnisse experimentell untersucht, um mögliche Verbesserungspotentiale aufzudecken. Alle Untersuchungen in diesem Zusammenhang fanden am Beispiel des einseitig eingespannten Biegebalkens (Bild 5.1) statt und sind somit anwendungsspezifisch bzw. können keinen Anspruch auf Allgemeingültigkeit erfüllen. Sie können aber trotzdem Hinweise auf Verbesserungspotentiale geben bzw. die tendenziell weniger Relevanten unter den betrachteten Einflussfaktoren identifizieren. Motiviert durch (3.34) wurden

- i) Messrauschen,
- ii) Modellfehler und die
- iii) Auslegung des PI-Beobachters

als zu untersuchende Einflussfaktoren ausgewählt.

### Messrauschen

Die für den vorliegenden Anwendungsfall zu klärende Frage besteht im Einfluss des Messsignalrauschens bzw. des SNR auf die Rekonstruktionsergebnisse des PI-Beobachters. Aufgrund der relativ großen Rückführverstärkungen des PIO erscheint es möglich, dass bereits ein scheinbar kleiner Rauschanteil in den dem PIO zugeführten Messsignalen seine Rekonstruktionsergebnisse signifikant beeinflusst. Zur Klärung wurde der Einfluss des Messrauschens in den Signalen der zur Sensierung der lateralen Balkenverschiebungen eingesetzten Lasersensoren auf die durch den PIO rekonstruierte Kontaktkraft der impulsartigen Balkenanregung vergleichend untersucht.

Konkret wurde dazu eine Kraftanregung des Biegebalkens einmalig vorgenommen und dabei die Messsignale der Balkenverschiebungen sowie das Referenzmesssignal der Kontaktkraft aufgezeichnet. Unter Verwendung der aufgezeichneten Verschiebungssignale wurde anschließend die Kontaktkraftrekonstruktion durch den PIO offline in drei Varianten durchgeführt: einmal unter Verwendung der Rohmessdaten sowie ein zweites und drittes Mal jeweils nach digitaler (Offline-)Filterung der Rohmessdaten. Die jeweiligen Rekonstruktionsergebnisse der Balkenkontaktkraft und das Referenzmesssignal sind zur Beurteilung des Einflusses des Messrauschens einander gegenübergestellt (Bilder 5.39, 5.40). Zum Entwurf des PIO diente das optimierte 6-FE-Modell gemäß Tab. 5.4 in Variante 2.

$i < 0$  ab. Durch Kaskadierung der Filterung in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung konnte diese als Null-Phasen-Tiefpassfilterung ausgeführt werden. Als solche reduziert sie den hochfrequenten Anteil des Messrauschens, ohne eine bei reiner Vorwärts-Filterung unvermeidbare frequenzabhängige Phasenverschiebung des gefilterten Signals zu verursachen. Sie verhält sich also bezüglich der Signalphase neutral und beeinflusst folglich die Untersuchungsergebnisse diesbezüglich nicht. Der Signalbetrag wird aufgrund der Filterkaskadierung doppelt gefiltert, nachfolgende Angaben der Filtergrenzfrequenz beziehen sich auch im Fall der Filterkaskadierung allein auf das verwendete BUTTERWORTH-Tiefpassfilter. Als akausale Filterung ist die Null-Phasen-Filterung nur offline möglich, was für die in Rede stehende Untersuchung keine Einschränkung darstellt. Das zur Vorwärts-Rückwärts-Filterung verwendete BUTTERWORTH-Tiefpassfilter zeichnet sich durch einen bis zur jeweiligen Grenzfrequenz möglichst horizontal verlaufenden Amplitudengang aus. Seine Filterordnung  $n$  bestimmt die Durchlassdämpfung des Tiefpassfilters zu  $n \cdot 20$  dB pro Frequenzdekade. Die beiden alternativ eingesetzten BUTTERWORTH-Filter jeweils vierter Ordnung mit Grenzfrequenz  $f_g = 80$  Hz bzw.  $f_g = 800$  Hz sind in Bild 5.38 anhand ihrer Amplituden- und Phasengänge veranschaulicht.

Ergebnisse der konventionellen Vorwärts-Filterung des lateralen Verschiebungssignals der Knotenposition 2 (Bild 5.1(b)) jeweils durch eines der beiden BUTTERWORTH-Filter

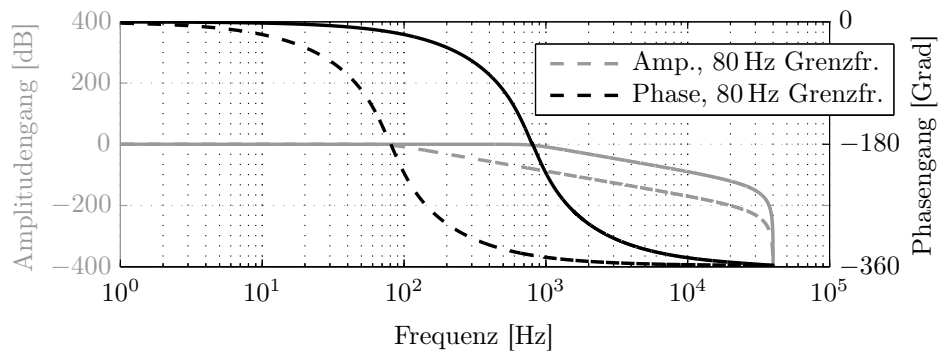


Bild 5.38: Amplituden- und Phasengang des BUTTERWORTH-Filters vierter Ordnung mit 80 Hz bzw. 800 Hz Grenzfrequenz

zeigen Bilder 5.39(a), (b). Die auf den Kontaktzeitpunkt fokussierende Ausschnittvergrößerung (b) zeigt eine deutliche Glättung des Messsignals bereits durch das Tiefpassfilter mit der höheren Grenzfrequenz  $f_g = 800$  Hz. Trotz 800 Hz Grenzfrequenz ist aufgrund des dynamischen Messsignalverlaufs eine Phasenverschiebung zwischen gefiltertem und ungefiltertem Messsignal erkennbar. Entsprechend seiner niedrigeren Grenzfrequenz  $f_g = 80$  Hz liefert das zweite Tiefpassfilter noch deutlicher ausgeprägte Ergebnisse. Der Verlauf des stärker gefilterten Signals gegenüber dem Rohsignal ist auch ohne Beachtung der Phasenverschiebung schon aufgrund der reduzierten Signaldynamik signifikant verändert: Lokale Maxima und Minima werden verspätet und in ihrer Ausprägung nur noch unvollständig nachvollzogen (a).

Entsprechende Ergebnisse der Null-Phasen-Filterung zeigen die Bilder 5.39(c), (d). Das dargestellte Ergebnis für den kaskadierten 80 Hz-Tiefpassfilter erscheint von der Phasenlage her überkompensiert (d). Dagegen ist die Phasenverschiebung für den kaskadierten 800 Hz-Tiefpass (Bild 5.39(d)) gegenüber der entsprechenden reinen Vorwärts-Filterung (Bild 5.39(b)) augenscheinlich exakt korrigiert. Insgesamt zeigt die Null-Phasen-Filterung mit Tiefpassfilter-Grenzfrequenz  $f_g = 800$  Hz eine deutliche Signalglättung ohne visuell erkennbare Phasenverschiebung.

Der jeweilige Einfluss der gewählten Signalfilterung (Bild 5.38) auf die Kontaktkraftrekonstruktion des PI-Beobachters zeigt sich in der Gegenüberstellung der Ergebnisse (Bild 5.40): Bilder 5.40(a) und (b) zeigen Rekonstruktionsergebnisse jeweils nach Vorwärts-Filterung des Messsignals, Bilder 5.40(c)–(h) zeigen Ergebnisse jeweils nach Null-Phasen-Filterung des Messsignals, dazu ist jeweils das Rekonstruktionsergebnis unter Verwendung des ungefilterten (Roh-)Messsignals dargestellt. Erwartungsgemäß lassen die Rekonstruktionen mit vorhergehender Vorwärts-Signalfilterung eine mit abnehmender Grenzfrequenz zunehmende Phasenverschiebung bzw. einen zunehmenden

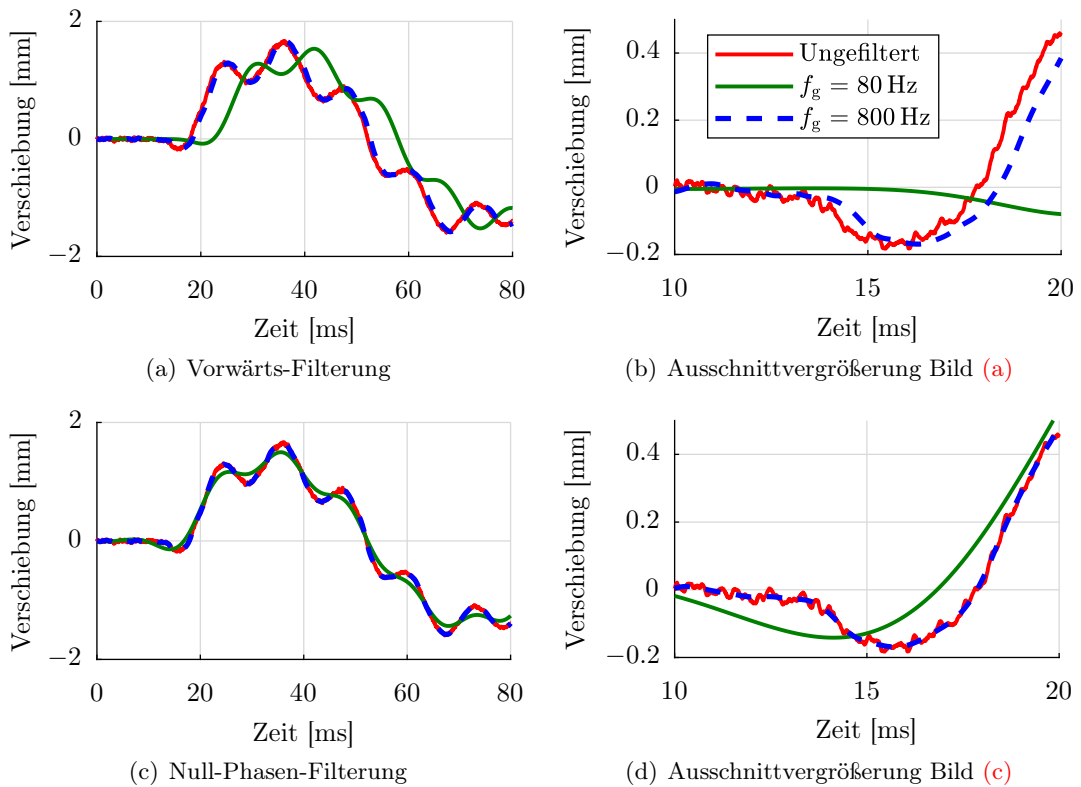


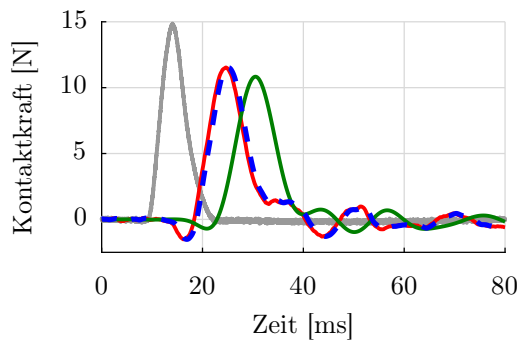
Bild 5.39: Vorwärts-Filterung und Null-Phasen-Filterung des Verschiebungssignals der Knotenposition 2 mit BUTTERWORTH-Tiefpassfilter vierter Ordnung und Tiefpass-Grenzfrequenz 80 Hz bzw. 800 Hz

zeitlichen Versatz zwischen gemessenem Kontaktkraftpeak und seiner Rekonstruktion erkennen (Bilder 5.40(a), (b)). Die Phasenverschiebung zwischen der Rekonstruktion ohne Signalfilterung und derjenigen mit Vorwärts-Signalfilterung fällt für  $f_g = 800$  Hz vergleichsweise gering aus. Den durch die Filterungen verursachten Phasenverschiebungen stehen aber keine erkennbaren Vorteile gegenüber.

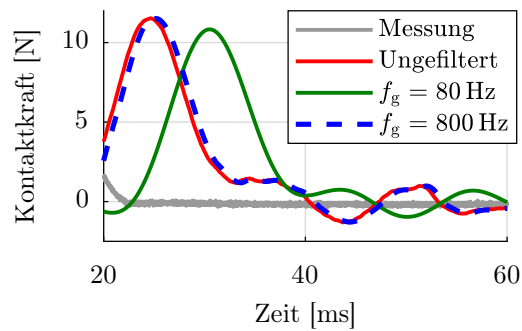
Gemessen an den Phasenverschiebungen zeigen die Signalrekonstruktionen nach vorhergehender Null-Phasen-Messsignalfilterung (Bilder 5.40(c), (d)) erwartungsgemäß die besseren Ergebnisse. Im Fall der kaskadierten Tiefpassfilterung mit  $f_g = 800$  Hz ist keine Phasenverschiebung gegenüber den Rekonstruktionsergebnissen ohne Messsignalfilterung erkennbar. Auch die stärkere Phasenverschiebung der Tiefpassfilterung mit  $f_g = 80$  Hz (Bilder 5.40(a), (b)) wurde vollständig korrigiert (Bilder 5.40(c), (d)). Die doppelte Filterung des Signalbetrags durch die kaskadierte Filterung und die da-

mit verbundene, gegenüber der reinen Vorwärts-Filterung deutlichere Reduzierung des Dynamikumfangs des gefilterten Signals, ist u. a. an den niedrigeren Spitzenwerten der rekonstruierten Kontaktkraftpeaks in den Bildern 5.40(c), (d) gegenüber jenen in den Bildern 5.40(a), (b) erkennbar. Infolge der Null-Phasen-Filterung erreichen alle rekonstruierten Kontaktkraftsignale zum selben Zeitpunkt, nach ca. 25 ms, ihren Spitzenwert. Darüber hinaus zeigt die Null-Phasen-Filterung bzw. die (phasenneutrale) Reduzierung des Messrauschens keine Vorteile in der Signalrekonstruktion. Im Zeitintervall von 40 ms bis 80 ms (nach dem Kontakt) erscheinen die Schwingungen der rekonstruierten Signale im Fall der kaskadierten Tiefpassfilterung mit  $f_g = 80$  Hz in dem Maß reduziert, wie der Dynamikumfang des rekonstruierten Signals insgesamt abgenommen hat.

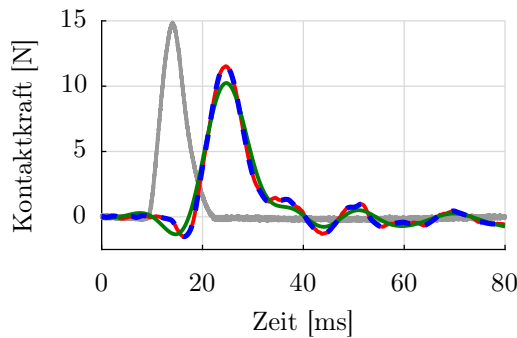
Unklar ist noch, ob die Reduzierung des Messrauschens durch Tiefpassfilterung im konkreten Fall eine Anhebung des Gewichtungsfaktors  $q^2$  (3.32c) im Beobachterentwurf gegenüber der Situation mit ungefiltertem Messsignal ermöglicht und auf diesem Weg womöglich Vorteile in der Signalrekonstruktion bietet. Denn mit wachsender Gewichtung des unbekanntes Eingangs durch größere Werte für  $q^2$  nähert sich der PIO-Entwurf



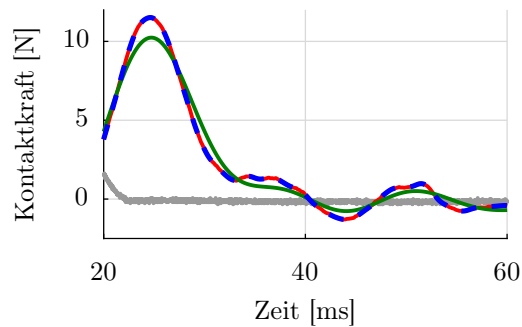
(a) Vorwärts-Filterung,  $q^2 = 1 \cdot 10^8$



(b) Ausschnittvergrößerung Bild (a)



(c) Null-Phasen-Filterung,  $q^2 = 1 \cdot 10^8$



(d) Ausschnittvergrößerung Bild (c)

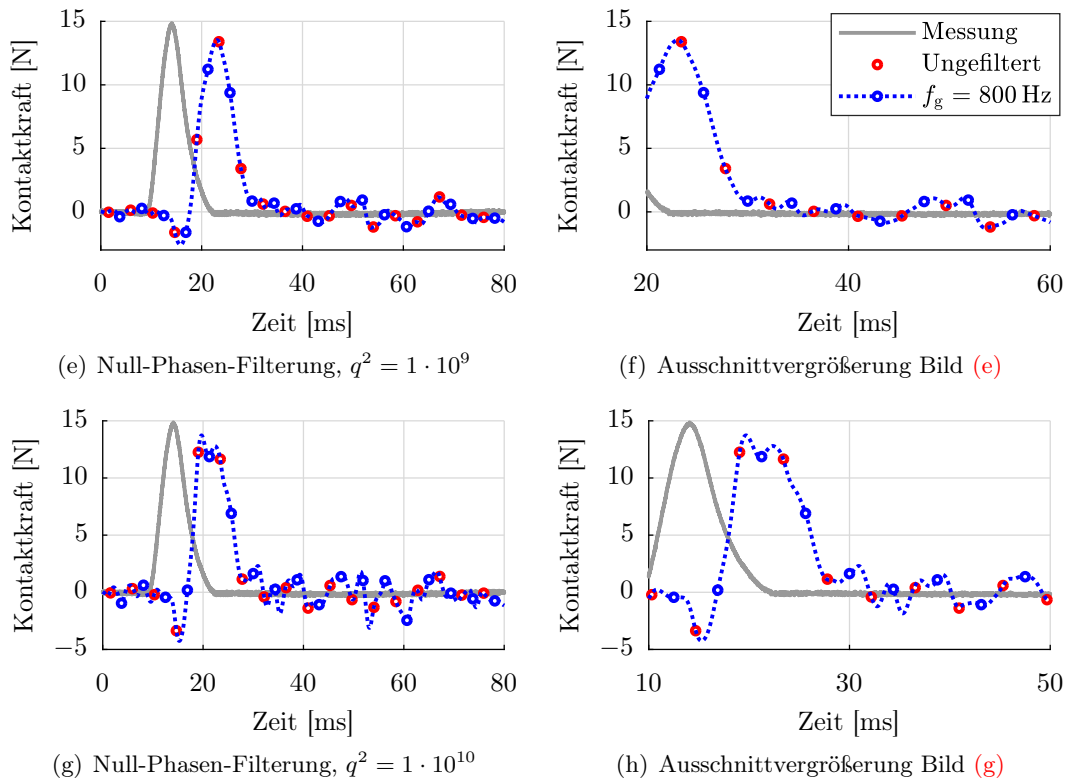


Bild 5.40: Kontaktkraftrekonstruktionen am Biegebalken durch PIO, Verwendung der in Bild 5.39 dargestellten Verschiebungsmesssignale, Kontakt in Knoten 5, Variation der Parametrierung von  $q^2$  im LQ-Entwurf des PIO

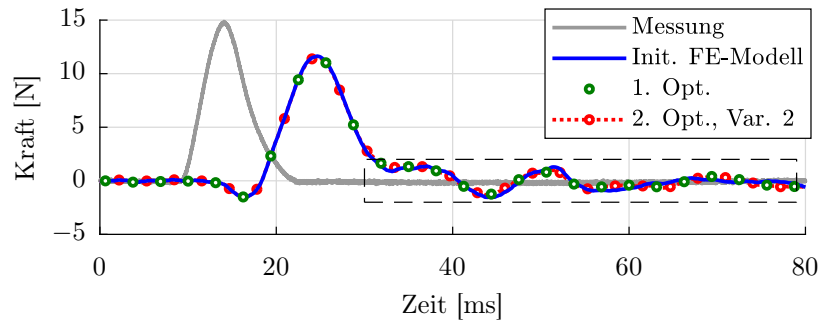
der idealen Auslegung im Sinne der LTR-Methode an. Dem stehen üblicherweise Modellfehler und Messabweichungen/-rauschen entgegen, siehe (3.26), (3.34) sowie die zugehörigen Ausführungen zur Auslegung des PIO in Kap. 3. Zur Klärung wurde der Gewichtungsfaktor  $q^2$  von ursprünglich  $q^2 = 1 \cdot 10^8$  in weiteren Versuchen zunächst auf  $1 \cdot 10^9$  und schließlich auf  $1 \cdot 10^{10}$  erhöht. Als PIO-Eingangssignal diente das zuvor schon verwendete ungefilterte bzw. kaskadiert Tiefpass-gefilterte ( $f_g = 800$  Hz) Messsignal. Die in den Bildern 5.40(e)–(h) dargestellten Ergebnisse lassen keinen Unterschied zwischen den Rekonstruktionen unter Verwendung des ungefilterten und des gefilterten Verschiebungssignals erkennen, ein positiver Einfluss der Filterung auf die anwendbare Rückführverstärkung des PIO ist nicht feststellbar. Die Kurvenverläufe liegen praktisch übereinander, weswegen sie zur besseren Kenntlichmachung mit roten (Rekonstruktionsergebnis mit ungefiltertem Messsignal) bzw. blauen Markern (Ergebnis mit kaskadiert Tiefpass-gefiltertem Messsignal) versehen sind.

Als Fazit aus den Versuchen zur Untersuchung des Messrauschens als Einflussfaktor auf den Beobachtungsfehler ist im konkreten Fall festzuhalten: Die Verwendung gefilterter Verschiebungsmesssignale zeigt keine Vorteile in den Rekonstruktionsergebnissen gegenüber der Verwendung der Rohmessdaten. Das Messrauschen ist also zumindest im konkreten Fall nicht der entscheidende Einflussfaktor zur Verbesserung der PIO-Rekonstruktionen. Im günstigsten Fall, der Null-Phasen-Filterung, sind keine negativen Einflüsse der Filterung erkennbar, andernfalls ist mit einer zusätzlichen Phasenverschiebung des rekonstruierten Signals zu rechnen. Insbesondere konnte die Gewichtung des zu rekonstruierenden unbekanntem Eingangs über den PIO-Entwurfsparameter  $q^2$  nicht vorteilhaft angehoben werden bzw. zeigt trotz phasenneutraler Signalfilterung keinen Vorteil gegenüber der Verwendung des ungefilterten Messsignals. So ist auch kein Nutzeffekt auf den Zeitversatz zwischen Kontaktkraft-Referenzsignal und seiner Rekonstruktion erkennbar.

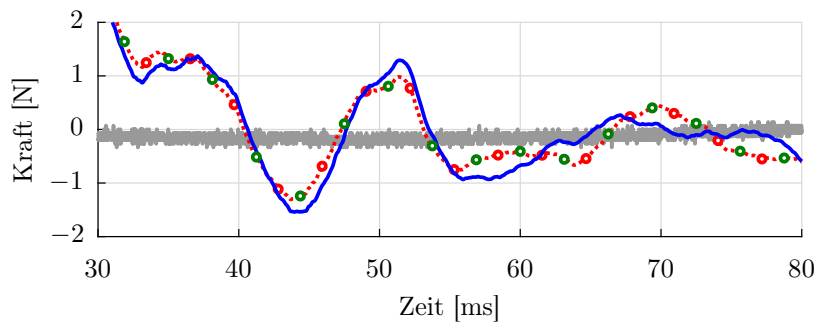
### Modellfehler

Der Einfluss erwartbarer Modellfehler auf die PIO-Rekonstruktionsergebnisse wurde für den konkreten Fall des Biegebalkens experimentell untersucht, indem die bereits für den Einflussfaktor  $i$  erfassten (Roh-)Messdaten durch mehrere, jeweils auf Basis eines anderen Strukturmodells entworfene PI-Beobachter interpretiert und die rekonstruierten Kontaktkraftverläufe vergleichend gegenübergestellt wurden. Als Balkenmodelle dienten die in Kap. 5.3, Tab. 5.4 und 5.5 dargestellten 6- und 11-FE-Diagnosemodelle. Neben den initialen wurden außerdem deren optimierte Modellformen, d. h. nach Eigenfrequenz- und Eigenformadaption, verwendet. Vor Verwendung durchgeführte modale Reduktionen beschränkten den jeweiligen Modellumfang auf die Anzahl der optimierten Modellmoden, also auf die ersten fünf bzw. acht Biegemoden. Im LQ-Entwurf des PIO erfolgte die Gewichtung des aus Sicht des Beobachters unbekanntem Systemeingangs der Balkenkontaktkraft mit  $q^2 = 1 \cdot 10^8$  oder alternativ mit  $q^2 = 1 \cdot 10^9$  (3.32c). Die auf diesem Weg erzielten Rekonstruktionsergebnisse zeigt Bild 5.41.

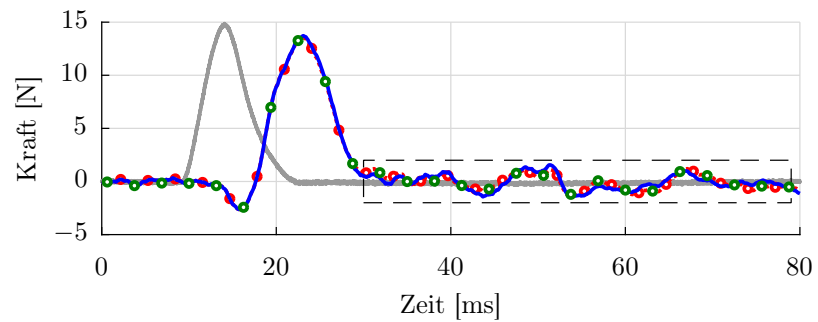
Für die in den Bildern 5.41(a)–(d) dargestellten Rekonstruktionsergebnisse einer dynamischen Kontaktkraft von ca. 10 ms Dauer ist zusammenfassend festzustellen, dass die Kraftverläufe erst nach dem Abflachen des Kontaktpeaks, ungefähr mit Beginn der als gestrichelte Rechtecke eingezeichneten Ausschnittvergrößerungen von 30 ms bis 80 ms, auseinanderlaufen. In allen Fällen ist ein Nachschwingen in den rekonstruierten Kraftverläufen deutlich erkennbar. Real tritt dieses nicht auf, wie die Referenzmessung zeigt, siehe dazu auch die Analyse der Nachschwingungen von Dynamometermessungen in Kap. 5.2.1, die ein Mitschwingen des gesamten Versuchsstandes darlegt. Unterschiede sind vor allem zwischen den Rekonstruktionen auf Basis des initialen Modells und jenen unter Verwendung der optimierten (6-FE-)Modelle erkennbar, wohingegen die



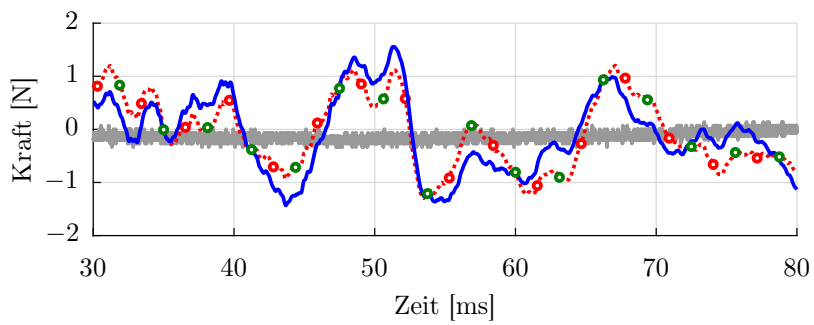
(a) 6-FE-Modell,  $q^2 = 1 \cdot 10^8$



(b) Ausschnittvergrößerung für Bild 5.41(a)

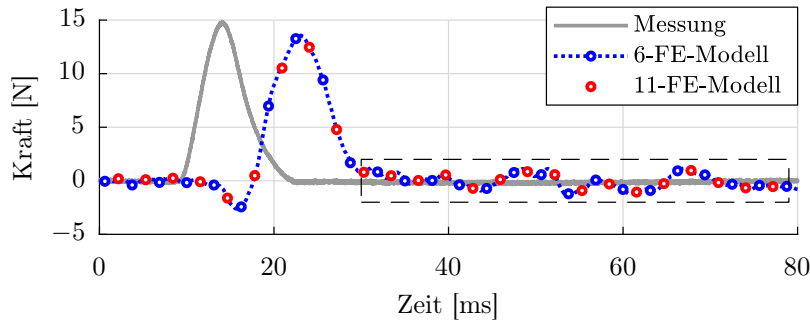


(c) 6-FE-Modell wie in (a),  $q^2 = 1 \cdot 10^9$

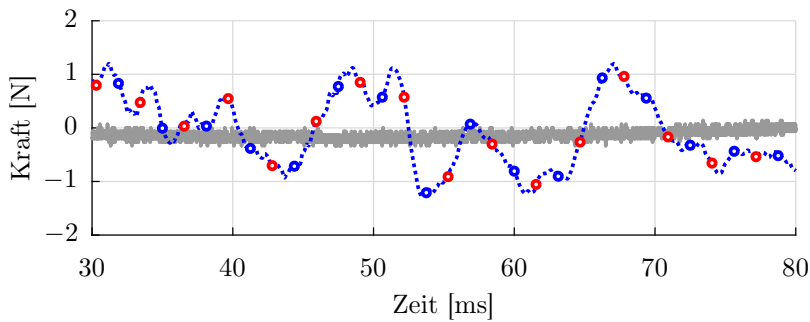


(d) Ausschnittvergrößerung für Bild 5.41(c)





(e) Vergleich des 6-FE-Modells aus (a) und (c) (2. Opt., Var. 2) bzw. Tab. 5.4 (Var. 2) mit dem 11-FE-Modell aus Tab. 5.5 (Var. 2),  $q^2 = 1 \cdot 10^9$



(f) Ausschnittvergrößerung für Bild 5.41(e)

Bild 5.41: Vergleichende Betrachtung des Modelleinflusses auf die PIO-Kontaktkraftrekonstruktionen am Biegebalken für FE-Modelle gemäß Tab. 5.4 und 5.5, Verschiebungsmessung in Knotenposition 2 als PIO-Eingang, Kontakt in Knotenposition 5

Rekonstruktionen unter Einsatz der beiden optimierten Modelle praktisch keine Abweichungen voneinander zeigen. Auch in der Gegenüberstellung mit einem unter Verwendung eines optimierten 11-FE-Modells erzielten Rekonstruktionsergebnis sind keine Abweichungen erkennbar (Bild 5.41(e) und zugehörige Ausschnittvergrößerung (f)). Insbesondere die Rekonstruktionen des Kontaktpeaks selbst zeigen keine Unterschiede, d. h. die optimierten FE-Modelle führen zu keiner Verminderung des Zeitversatzes zwischen Referenzmessung und Rekonstruktion bzw. führen, wie die nicht-optimierten FE-Modelle auch, bei weiterer Erhöhung von  $q^2$  zu einer überhöhten Rekonstruktion des Kontaktkraftverlaufs, ohne Referenzmessung und rekonstruierten Peak vorteilhaft zur Deckung zu bringen (Bilder (c), (d)). Insgesamt sind (nur) kleine Verbesserungen in den Rekonstruktionen unter Nutzung der optimierten Modelle attestierbar.

Weitere Verbesserungen der FE-Modelle erscheinen durchaus möglich. Einige Möglichkeiten dazu, wie z. B. die Einbeziehung von FRF-Daten in den Modell-Optimierungs-

prozess, die Modellierung einer elastischen Balkeneinspannung mit unsicheren bzw. zu optimierenden Modellparametern und die präzisere Abbildung des Sensormasseneinflusses, wurden angesprochen. Da die Versuchsergebnisse aber weder signifikante Verbesserungen noch Verschlechterungen unter Verwendung der unterschiedlichen Modelle erkennen lassen, erscheint es unwahrscheinlich, dass die Modellgenauigkeit im konkreten Fall den Engpass für relevante Fortschritte in der Rekonstruktionsgenauigkeit darstellt, bzw. dass die vorhandene Modellgenauigkeit im konkreten Fall einen limitierenden Faktor darstellt.

Diese Ergebnisse bestätigen auch die bereits anhand der Leistungsspektrumdarstellung (Bild 5.4) ausgeführte Schlussfolgerung, dass aufgrund des gegebenen SNR der Laser-Verschiebungsmessungen und der daraus resultierenden Limitierung der konkret erfassbaren Schwingungsbandbreite bis ungefähr zum fünften Balkenbiegemode, eine Modellerweiterung hin zu höheren Biegemoden für den gegebenen Anwendungsfall keine relevanten Vorteile verspricht. Ebenso wenig trägt die Abbildung der unteren Eigenformen mit einer erhöhten Zahl an Freiheitsgraden durch das 11-Elemente-Modell gegenüber dem 6-Elemente-Modell zu einer relevanten Verbesserung der Rekonstruktionsergebnisse bei. Das ist auch anhand der in Tab. 6.3 und 6.4 aufgelisteten Model-Updating-Ergebnisse der verwendeten Modelle nachvollziehbar: Das MAC zeigt (bezogen auf die gemeinsamen Knotenpunkte) keinen Vorteil des 11- gegenüber dem 6-Elemente-Modell in den Abbildungen der ersten fünf Biegeeigenformen.

### Auslegung des PI-Beobachters

Als eine Möglichkeit der PIO-Auslegung ist in Kap. 3.2.2 die u. a. mittels LQ-Entwurf umsetzbare LTR-Methode beschrieben. Ziel dieser Kombination ist ein minimaler asymptotisch stabiler Beobachtungsfehler  $\mathbf{e}_e(t) = [\mathbf{e}_x^T(t) \quad \mathbf{e}_f^T(t)]^T$  ((3.31), (3.35)). Dieser Vorgehensweise folgend, ist zur Zielerreichung eine (hohe) Übergewichtung des zu rekonstruierenden unbekanntes Eingangs in der  $\mathbf{Q}$ -Wichtungsmatrix (3.32c) der dem LQ-Entwurf zugehörigen Matrix-Riccati-Gleichung (3.32b) erforderlich. Zur vollständigen Entkopplung des Beobachtungsfehlers  $\mathbf{e}_e(t)$  von der als Störgröße wirkenden Änderungsgeschwindigkeit  $\dot{\mathbf{f}}(t)$  des unbekanntes Eingangs ((3.26), (3.34)) ist eine praktisch nicht umsetzbare Gewichtung  $q^2 \rightarrow \infty$  (3.32c) notwendig. Hohen Gewichtungen und den damit einhergehenden hohen Rückführverstärkungen des PI-Beobachters stehen Modellfehler und Messrauschen entgegen, deren Anteile am Beobachtungsfehler mit zunehmender Rückführverstärkung des Beobachters ansteigen (Kap. 3).

Vor diesem Hintergrund und bei Beschränkung auf eine LQ-Auslegung des PIO stellen sich die folgenden Fragen:

- 1) **Generelle Auslegung:** Die LTR-Methode führt auf eine starke Übergewichtung des unbekanntes Eingangs durch die  $\mathbf{Q}$ -Wichtungsmatrix. Existiert generell eine alternative Auslegung des PIO in Form einer qualitativ anderen Gewichtungsverteilung in der  $\mathbf{Q}$ -Matrix des linear-quadratischen PIO-Entwurfs?
- 2) **Alternative Auslegung im speziellen Fall:** Existiert zumindest im konkreten Fall, also in Gegenwart der vorhandenen Modellfehler und des realisierten SNR, eine alternative bzw. vorteilhaftere Auslegung des PIO, z. B. eine mit kleinerem Beobachtungsfehler, die über eine qualitativ andere Parametrierung der  $\mathbf{Q}$ -Wichtungsmatrix zugänglich ist?
- 3) **Die praktische Vorgehensweise zur Auslegung betreffend:** Ist eine solche Parametrierung der  $\mathbf{Q}$ -Wichtungsmatrix ggf. zumindest im konkreten Fall allein auf Grundlage eines oder mehrerer (skalärer) Beobachtungsfehler ermittelbar?

Frage 3) ist praktisch relevant, weil aufgrund des spezifischen Einflusses von (veränderlicher) Störgrößengeschwindigkeit, SNR und Modellfehlern keine universelle Beobachterparametrierung existiert und außer den mit Hilfe der vorhandenen Messsignale berechenbaren Beobachtungsfehlern im allgemeinen Fall keine weiteren, zum Aufbau der  $\mathbf{Q}$ -Matrix verwertbaren Informationen vorhanden sind. Wenn also der PI-Beobachter beispielsweise zur Kontaktrekonstruktion eingesetzt wird (Bild 5.40 und 5.41), aber keine Referenzmessung der Kontaktkraft zu Eichzwecken zur Verfügung steht, bleiben nur die berechenbaren Beobachtungsfehler zur Beurteilung der PIO-Auslegung. Da dem PIO mindestens ein Systemausgang zugeführt wird, steht dafür also mindestens ein (skalärer) Beobachtungsfehler  $e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t)$  zur Verfügung. Zu klären ist, ob und ggf. inwieweit mit diesem bekannten skalaren Fehler ein Indikator für die Größe der anderen Elemente des Fehlervektors  $\mathbf{e}_x(t)$  (3.22a) zur Verfügung steht und ob er insbesondere auch eine hinreichende Sensitivität für den Beobachtungsfehler  $e_f(t)$  (3.25) des unbekanntes Eingangs aufweist.

Frage 1) nach einer generellen Auslegungsalternative im Rahmen eines linear-quadratischen Entwurfs wird in der vorliegenden Arbeit nicht nachgegangen, sondern weiterhin der vorliegende spezielle Fall des Biegebalkens experimentell untersucht. Um auf die zweite und dritte Fragestellung einzugehen, erfolgten experimentelle Untersuchungen in Form zweier Optimierungen: zum einen mit dem Ziel der Identifikation relevanter Elemente der  $\mathbf{Q}$ -Gewichtungsmatrix, zum anderen zur Erlangung von Hinweisen zur Tauglichkeit der Vorgehensweise anhand der erzielten Beobachtungsergebnisse.

Das auf den Beobachter wirkende Stellsignal, d. h. die Rückführung des Fehlers  $e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t)$  (Bild 3.2), trifft nicht auf die praktischen Limitierungen realer Stellglieder, insbesondere nicht auf Stellgrößenbeschränkungen. Darum wurde in den nachfolgend

dargestellten linear-quadratischen PIO-Entwürfen die Gewichtung der Stellgröße einfachheitshalber identisch zur Einheitsmatrix gewählt:  $\mathbf{R} \equiv \mathbf{I}_m$  (3.32c). Außerdem wurde die  $\mathbf{Q}$ -Wichtungsmatrix stets als Diagonalmatrix mit positiven Diagonalelementen  $q_{ii} > 0$ ,  $i = 1, \dots, n + r_2$  aufgebaut, wodurch die Forderung nach ihrer positiven Definitheit (Kap. 3.1) stets erfüllt ist. Des Weiteren reduziert die Diagonalstruktur die Anzahl der zu betrachtenden Matrixelemente deutlich, ohne dass dadurch die Lösungsvielfalt für Systeme mit nur einem Steuereingang, wie im vorliegenden konkreten Fall, eingeschränkt wird [Lum08].

Es wurden zwei voneinander unabhängige Optimierungen durchgeführt, jeweils mit den Diagonalelementen der  $\mathbf{Q}$ -Matrix als Designparameter, aber mit unterschiedlichen Zielfunktionen:

- a) Ermittlung der relevanten Elemente der  $\mathbf{Q}$ -Matrix für eine möglichst fehlerarme Rekonstruktion des aus Sicht des PI-Beobachters unbekanntem Systemeingangs, d. h. des Kontaktkraftverlaufs am Biegebalken. Als Maß zur Beurteilung der Rekonstruktionsgenauigkeit und gleichzeitig als zu minimierende Zielfunktion dient das Integral über dem zeitlichen Verlauf des quadrierten Beobachtungsfehlers  $e_f(t)$  (3.25)

$$J_f(\boldsymbol{\theta}) = \int_{t_1}^{t_2} e_f^2(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} (\hat{v}(t) - f(t))^2 dt, \quad (5.28)$$

der sich als Differenz zwischen rekonstruiertem und gemessenem Kontaktkraftverlauf berechnet.

- b) Untersuchung der Auslegungsmöglichkeiten des PIO bzw. der Besetzung der (diagonalen)  $\mathbf{Q}$ -Matrix anhand des Beobachtungsfehlers  $e_x(t)$  (3.22a) einer ausgewählten Systemzustandsgröße  $x_i(t)$ . Das Integral über dem zeitlichen Verlauf des quadrierten Beobachtungsfehlers  $e_x(t)$

$$J_x(\boldsymbol{\theta}) = \int_{t_1}^{t_2} e_x^2(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} (\hat{x}_i(t) - x_i(t))^2 dt; \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad (5.29)$$

stellt die zu minimierende Zielfunktion dar. In Analogie zu (2.31) sind die beiden Optimierungen a) und b) einheitlich durch

$$\min_{\boldsymbol{\theta} \in \Sigma} \{J(\boldsymbol{\theta})\} \quad \text{mit} \quad \Sigma = \{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{n+r_2} \mid \boldsymbol{\theta}_L < \boldsymbol{\theta} < \boldsymbol{\theta}_U\} \quad (5.30a)$$

beschrieben. Der zugehörige Designparametervektor

$$\boldsymbol{\theta} = [q_1, \dots, q_{n+r_2}]^\top \quad (5.30b)$$

besteht jeweils aus den Diagonalelementen der  $\mathbf{Q}$ -Wichtungsmatrix. Beide numerischen Optimierungen erfolgten mit Hilfe eines Pattern-Search-Algorithmus. Als Balkenmodell fungierte das auf seine ersten fünf Biegemoden modal reduzierte 6-FE-Modell gemäß Tab. 5.4 in Variante 2. In Verbindung mit dem MPI-Beobachter ergeben sich so statt  $n + r_2 = 24 + 1$  physikalischer Zustandsgrößen lediglich zehn modale Zustandsgrößen zuzüglich des unbekanntem Eingangs. Eine Balkenanregung erfolgte jeweils in Knotenposition 5. Lasermessungen der lateralen Balkenverschiebungen fanden in den Knotenpositionen 2 und 5 statt, wovon ausschließlich das Verschiebungsmesssignal der Knotenposition 2 als Systemausgang dem MPIO zugeführt wurde. Zur Berechnung der Zielfunktion (5.29) in der Optimierung b) wurde der Beobachtungsfehler der Balkenverschiebung in Knotenposition 5 verwendet. Alle Verschiebungsmesssignale durchliefen vor ihrer Verwendung einen Null-Phasen-Tiefpassfilter mit 800 Hz Grenzfrequenz. Die numerischen Optimierungen starteten mit dem Einheitsvektor  $\boldsymbol{\theta}_0 = \mathbf{I}^{(10+1)}$  als initialem Designparametervektor bzw. mit einem damit berechnetem initialen PIO-Design. Der für a) und b) einheitliche Ablaufplan in Bild 5.42 illustriert die Optimierungsschritte.

Die in der Optimierung a) verwendete Referenzmessung des Kontaktkraftverlaufs  $f(t)$  am Biegebalken ist in der praktischen Anwendung des PI-Beobachters typischerweise nicht (dauerhaft) gegeben, andernfalls wäre eine Rekonstruktion des Kraftverlaufs überflüssig. Für die durchgeführte Untersuchung ist dieser Sachverhalt nicht relevant, weil dabei zunächst allein die Suche nach einer alternativen PIO-Auslegung im Vordergrund steht. Auf praktische Anwendbarkeit dagegen zielt Optimierung bzw. Versuch b), der den Nutzen eines ausgewählten Beobachtungsfehlers zur PIO-Auslegung im Rahmen eines linear-quadratischen Entwurfs betrachtet.

Den drei Eingangsfragen dieses Unterkapitelabschnitts (Seite 184 ff.) folgend, sind die Versuche gemäß a) und b) nicht auf die LTR-konforme PIO-Auslegung beschränkt, sondern allein auf einen linear-quadratischen Entwurf, um eine stabile Beobachterausslegung sicherzustellen. Insofern ist es dem numerischen Suchalgorithmus überlassen, eine möglichst geeignete Parametrierung der  $\mathbf{Q}$ -Matrix bzw. des Beobachters zu ermitteln. Die so ermittelte Parametrierung kann anhand der qualitativen Gewichtsverteilung und in Zusammenhang mit den damit erzielten Rekonstruktionsergebnissen Auslegungsalternativen oder Limitierungen aufzeigen. Bild 5.43 und 5.44 zeigen die Ergebnisse.

Ergebnisse des Versuchs a) zur Minimierung von  $J_f(\boldsymbol{\theta})$  durch Optimierung der  $\mathbf{Q}$ -Matrix anhand des Beobachtungsfehlers  $e_f(t)$  der Balkenkontaktkraft in Knotenposition 5 (Bild 5.1) sind in Form des Kontaktkraftverlaufs (Bild 5.43(a)), der transversalen Verschiebung des Balkens in Knotenposition 5 (Bild (b)) und der den finalen Designparametervektor  $\boldsymbol{\theta}_{\text{final}}$  (Bild 5.42) bildenden Diagonalelemente  $\{q_1, \dots, q_{11}\}_{\text{final}}$  der optimierten

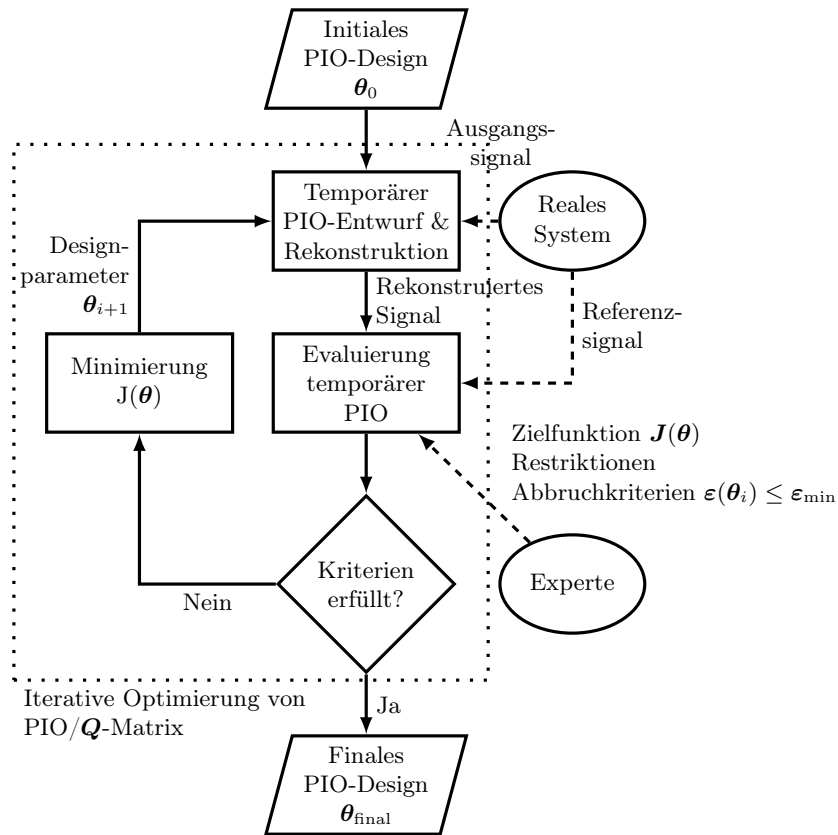
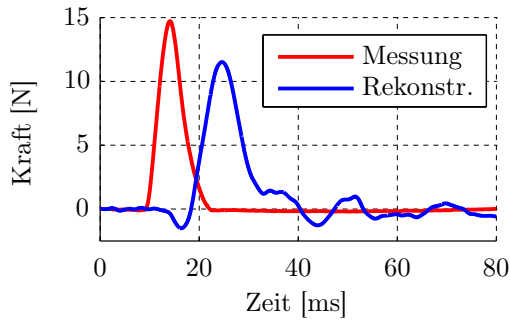


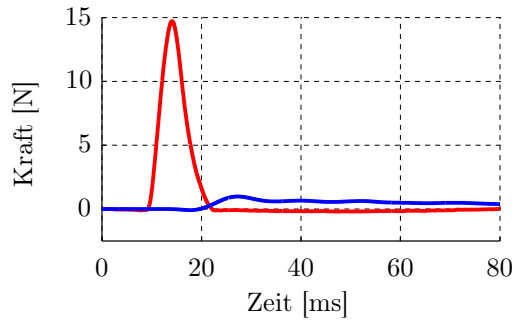
Bild 5.42: Numerische Optimierung des linear-quadratischen (M)PIO-Entwurfs unter Verwendung der  $Q$ -Wichtungsmatrix-Elemente als Designparameter: Ermittlung relevanter Gewichtungselemente und alternativer Matrixaufbauten

$Q$ -Matrix (Bild (c)) dargestellt. Die Rekonstruktionsergebnisse der Kontaktkraft und der Balkenverschiebung liegen im Rahmen dessen was bereits in den vorhergehenden Versuchen erzielt wurde. Das entscheidende Versuchsergebnis ist die numerisch optimierte Gewichtungsverteilung innerhalb der  $Q$ -Matrix: Diese entspricht der linear-quadratischen PIO-Auslegung gemäß LTR-Methode (Kap. 3.2.2), d. h. hohe Übergewichtung des unbekanntes Eingangs durch das Diagonalelement  $q_{11}$  (Bild (c)). Das Gewichtungselement ist an die gewählte obere Designparameterschranke von  $1 \cdot 10^8$  herangelaufen. Mit einem höheren Wert kann der Kontaktkraftpeak genauer rekonstruiert werden (Bild 5.40(e)), im diskutierten Versuch a) steht jedoch die qualitative Gewichtungsverteilung innerhalb der  $Q$ -Matrix im Vordergrund. Versuch a) bestätigt somit die aus der Anwendung der LTR-Methode abgeleitete Auslegungspraxis des PI-

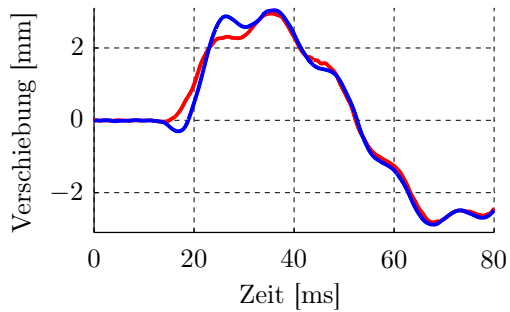
5.5 Vergleichende Betrachtung von Einflussfaktoren auf den Beobachtungsfehler



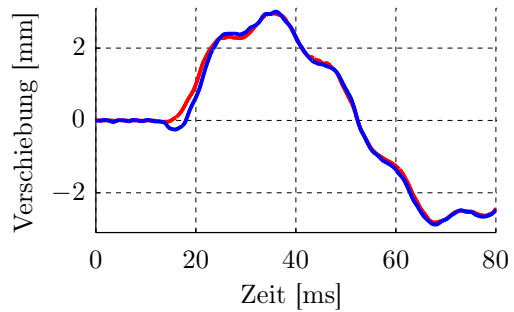
(a) Kontaktkraftverlauf am Biegebalken in Knotenposition 5



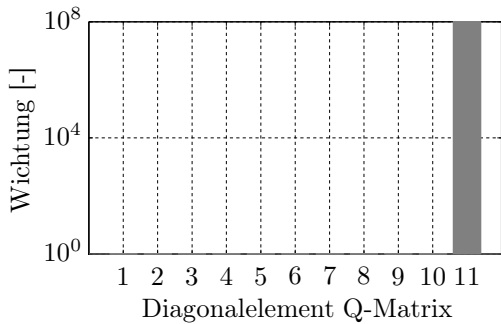
(a) Kontaktkraftverlauf am Biegebalken in Knotenposition 5



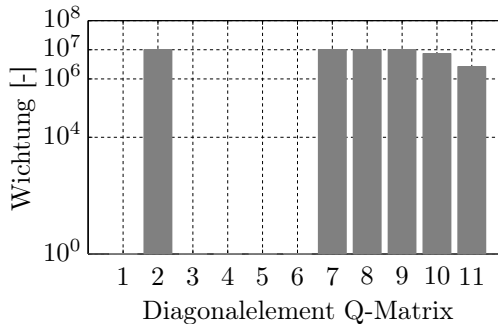
(b) Balkenverschiebung in Knotenposition 5



(b) Balkenverschiebung in Knotenposition 5



(c) Optimierte Diagonalelemente der  $\mathbf{Q}$ -Matrix



(c) Optimierte Diagonalelemente der  $\mathbf{Q}$ -Matrix

Bild 5.43: Ermittlung relevanter Gewichtungselemente: Minimierung von  $J_f(\theta)$  durch Optimierung der  $\mathbf{Q}$ -Matrix anhand des Beobachtungsfehlers der Kontaktkraft in Knotenposition 5

Bild 5.44: Ermittlung relevanter Gewichtungselemente: Minimierung von  $J_x(\theta)$  durch Optimierung der  $\mathbf{Q}$ -Matrix anhand des Beobachtungsfehlers der lateralen Balkenverschiebung in Knotenposition 5

Beobachters und zeigt auch unter Einbeziehung der gegebenen Modell- und Messfehler keine vorteilhaftere bzw. alternative Auslegungsvariante auf.

Analog zeigt Bild 5.44 die Ergebnisse des Versuchs b) zur PIO- bzw.  $\mathbf{Q}$ -Matrix-Optimierung durch Minimierung von  $J_x(\boldsymbol{\theta})$ . Nach erfolgreicher Optimierung rekonstruiert der PIO das Verschiebungssignal in Knotenposition 5 mit gegenüber Versuch a) verringertem Beobachtungsfehler (Bild (b)). Diese Verbesserung ist naheliegend, geht doch der zugehörige Beobachtungsfehler unmittelbar in die minimierte Zielfunktion (5.29) ein. Trotzdem ist das Kontaktkraft-Referenzsignal in seiner Rekonstruktion nicht wiederzuerkennen (Bild (a)). Die optimierte Gewichtungverteilung der  $\mathbf{Q}$ -Matrix zeigt wie Versuch a) eine deutliche Gewichtung des unbekanntes Eingangs durch den Designparameter  $q_{11}$ , daneben aber auch deutlich höhere und deutlich niedrigere Gewichtungen der anderen Zustandsgrößen (Bild (c)). Anders als es das Optimierungsergebnis a) zeigt, erfolgte durch den Optimierer in Versuch b) also keine Übergewichtung des unbekanntes Eingangs. Da das Rekonstruktionsergebnis des unbekanntes Eingangs (Bild (a)) unbefriedigend ist, führt die optimierte Gewichtungsverteilung (Bild (c)) trotz relativ genauer Rekonstruktion der transversalen Balkenverschiebung (Bild (b)) zu keiner brauchbaren Alternativauslegung des PI-Beobachters. Im konkreten Fall zeigt sich vielmehr die ohne weitere Voraussetzungen fehlende Rückschlussmöglichkeit von der (Genauigkeit der) Rekonstruktion einer (einzelnen) Verschiebungs- bzw. Zustandsgröße auf die Rekonstruktion des unbekanntes Eingangs.

Insgesamt beweist Versuch b) in Form eines Gegenbeispiels, dass im Rahmen des linear-quadratischen Beobachterentwurfs ((3.8) bzw. (3.32)) allein durch Minimierung von  $J_x(\boldsymbol{\theta})$  bzw. eines einzelnen Beobachtungsfehlers keine zuverlässige Auslegung des PIO zum Zweck der Rekonstruktion eines unbekanntes Eingangs gewährleistet ist. Insofern stützt dieses experimentelle Versuchsergebnis die LTR-konforme Vorgehensweise zur Auslegung des PIO (Kap. 3.2.2) nach der, zur möglichst genauen Rekonstruktion sowohl des unbekanntes Eingangs als auch der übrigen Zustandsgrößen, im Fall des linear-quadratischen Beobachterentwurfs eine (deutliche) Übergewichtung des unbekanntes Eingangs in der  $\mathbf{Q}$ -Wichtungsmatrix notwendig ist. Dem entsprechend steht die in Kap. 4.2.1 eingeführte Methode zur PIO-basierten Fehlerlokalisierung unter Verwendung eines Beobachtungsfehlers auch nicht im Widerspruch zu den in Versuch b) gewonnenen Ergebnissen, denn in der Fehlerlokalisierung (Kap. 4.2.1) wird eine *LTR-konforme* linear-quadratische PIO-Auslegung vorausgesetzt.

Aufgrund der numerischen Untersuchungsweise kann die Existenz einer alternativen Lösung im Sinne der Eingangsfragen 2) und 3) dieses Unterkapitelabschnitts (Seite 184 ff.) nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden. Fest steht, dass keine gefunden wurde. Zumindest im Rahmen des Untersuchungsumfangs, den Optimierungsergebnissen zu a) und b) folgend, sind die Eingangsfragen 2) und 3) beide mit *Nein* zu beantworten.



Weitere Optimierungsläufe mit unterschiedlichen Anfangsbedingungen und Suchalgorithmus-Einstellungen führten zu gleichen Ergebnissen (nicht dargestellt).

**Fazit**

Zusammenfassend für Kap. 5.5 ist festzustellen, dass mit keiner der experimentell erprobten Maßnahmen bezüglich

- i) Messrauschen,
- ii) Modellfehler und
- iii) Auslegung des PI-Beobachters

signifikante Verbesserungen der Rekonstruktionsergebnisse erzielt wurden. Allenfalls die Maßnahmen zur Modellpräzisierung zeigen tendenziell genauere Rekonstruktionen auf und könnten weiteres Potenzial haben, das Nutzen/Aufwand-Verhältnis ist aber mutmaßlich gering.



# 6 Zusammenfassung und Ausblick

## 6.1 Beiträge dieser Arbeit

Die vorliegende Arbeit untersucht den Einsatz des PI-Beobachters insbesondere zu Diagnosezwecken an elastomechanischen Strukturen. Nachfolgend sind die wesentlichen Inhalte und Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst:

- Eine der notwendigen Voraussetzungen für den Einsatz des PIO ist das Vorhandensein eines mathematischen Modells des zu beobachtenden Systems. Deshalb wurden die zur Modellgenerierung verwendeten Methoden in einem für das Verständnis dieser Arbeit notwendigen Umfang dargestellt. Da die Rekonstruktionsergebnisse des Beobachters u. a. von der Modellgenauigkeit abhängen, wurden neben der theoretischen Modellbildung mittels der Methode der finiten Elemente auch geeignete experimentelle Modellbildungsmethoden betrachtet: zum einen das FE-Model-Updating, zum anderen eine rein experimentelle Modellbildungsmethode unter Verwendung von Modalanalysedaten. Beide Vorgehensweisen zur Modellbildung liefern eine für den PIO unmittelbar verwendbare Modellstruktur, Letztere wurde erstmals in Kombination mit dem PIO eingesetzt.
- Struktur und Auslegung des PIO sowie Konvergenzbetrachtungen wurden dargestellt und zudem eine modale Variante des PIO, der MPIO, in dieser Arbeit eingeführt. Die modale Variante ermöglicht u. a. eine modenselektive Gewichtung in der linear-quadratischen Auslegung von synthetischen Zustandsrückführungen.
- Bisherige Arbeiten zum PIO beschäftigten sich vorwiegend mit der Rekonstruktion nichtlinearer Effekte als unbekannte Eingänge zu Regelungszwecken oder mit der Rekonstruktion von Kontaktkräften. Diese Kontaktkräfte können auch Fehler oder fehlerindizierende Ereignisse darstellen. Soweit es aber um konkrete Fehlerdiagnoseanwendungen des PIO im Sinne der vorliegenden Arbeit geht, also um die (experimentelle) Diagnose von Strukturfehlern, die mit Masse- und/oder Steifigkeitsänderungen einhergehen, liegen nur wenige (Simulations-)Studien vor, etwa zur simulierten Rissdetektion in einem Turborotor.

Zuverlässigkeit, Verfügbarkeit, Instandhaltbarkeit und Sicherheit technischer Systeme sind mit Hilfe von Fehlerdiagnosen, evtl. als Baustein eines umfassenderen Gesamtkonzeptes wie SHM oder CM, verbesserbar. In der vorliegenden Arbeit wurde untersucht, wie der PIO für diese Aufgabe, insbesondere zur Detektion und Lokalisierung von Schäden an elastomechanischen Strukturen, eingesetzt werden kann. Die Vorgehensweise in der PIO-basierten Diagnosemethode umfasst die Modellierung von Fehlereffekten durch virtuelle Kräfte, die als unbekannte Eingänge eines ungeschädigten Nominalsystems betrachtet und vom PIO als Störgrößen rekonstruiert werden. Darauf aufbauend wurde erstmals eine Methode zur Fehlerlokalisierung mittels numerisch optimierter Störgrößeneingangsmatrix  $\mathbf{N}$  eingeführt. Zur vergleichenden Beurteilung der PIO-Diagnoseergebnisse diente eine der Literatur entnommene Model-Updating-Methode in Diagnoseanwendung, primär dient die Methode der Adaption theoretisch hergeleiteter Finite-Elemente-Modelle an experimentell ermittelte Eigenschaften eines realen Systems.

Zudem wurde eine ebenfalls der Literatur entnommene Methode der PIO-basierten Regelung, eine Kombination von Zustandsrückführung und Störgrößenaufschaltung, dargestellt. Durch Einsatz des PIO in seiner modalen Variante (MPIO) ergibt sich die Möglichkeit einer modenselektiven Gewichtung in der Reglersynthese bzw. in der Regelung. Eine solche wurde in Form einer aktiven Schwingungsdämpfung, wie sie etwa für adaptronische (Leichtbau-)Strukturen Anwendung finden kann, experimentell erprobt.

Um Limitierungen in der angewandten Theorie von solchen unterscheiden zu können, die dem speziellen experimentellen Aufbau geschuldet sind, wurde auf die Feststellung von Messlimitierungen sowie von versuchsspezifischen, zufälligen und systematischen Messabweichungen in allen experimentellen Untersuchungen besonderer Wert gelegt.

- Die sensitivitätsbasierte experimentelle Modellbildung unter Verwendung von Modalanalysedaten wurde am betrachteten Biegebalken erfolgreich erprobt, das resultierende Modell im Zeitbereich validiert und für Diagnoseaufgaben eingesetzt. Die zur Modellvalidierung nutzbare Messauflösung im Zeitbereich war im konkreten Fall auf die ersten drei bis vier Balkenbiegemoden limitiert, wie entsprechende Vorversuche gezeigt haben. Aufgrund des praktischen Aufwands zur Erzielung einer ausreichend signifikanten Strukturverstimmung bei gleichzeitig möglichst geringen Eigenformveränderungen, erscheint die Modellbildungsmethode bevorzugt für einfache Strukturgeometrien geeignet zu sein.
- Versuchsergebnisse der Kontaktdetektionen und -rekonstruktionen am Biegebalken zeigen hochdynamische mechanische Vorgänge mit Kontaktzeitspannen im

Bereich von 15 ms. In allen Versuchen wurden die Kontaktkraftpeaks mit einem Zeitversatz von etwa 10 ms qualitativ und quantitativ nahe am Referenzverlauf rekonstruiert. Die hohe Kontaktdynamik stellt eine Schwierigkeit in der Beobachtung der Vorgänge dar und erfordert hohe Rückführverstärkungen des PIO. Infolgedessen führten mutmaßlich anteilig das Zusammenwirken von Modellfehlern und Messabweichungen, aber auch Schwingungen des gesamten Versuchsstandes u. U. zu deutlichen Nachschwingeffekten in den rekonstruierten Signalen, die jeweils im Anschluss an den mechanischen Erstkontakt des Biegebalkens auftraten und nicht mehr den Referenzmessungen entsprachen.

- Durch Zusatzmassen am Biegebalken simulierte Strukturfehler lokalisierte die eingeführte PIO-basierter Diagnosemethode bis hinunter zu 15 % der Balkenmasse erfolgreich. Analog lokalisierte die Methode den durch einen Sägeschnitt simulierten, ungefähr  $\frac{1}{3}$  der Balkenhöhe tiefen, im Abstand der halben Balkenlänge von der Einspannstelle eingebrachten Strukturfehler in drei von vier Versuchen. Die zu Vergleichszwecken eingesetzte Model-Updating-Methode in Diagnoseanwendung zeigt einen Sensitivitätsvorteil gegenüber der PIO-basierten Vorgehensweise. Mit Ersterer konnte eine Zusatzmasse selbst bis hinunter zu 1,4 % der Balkenmasse in allen fünf erprobten Balkenpositionen erfolgreich lokalisiert und mit einem Fehler zwischen 1 % (11-FE-Modell) und 20 % (6-FE-Modell) näherungsweise bestimmt werden. Der zur Erprobung der PIO-basierten Fehlerdiagnose in den Biegebalken eingebrachte Sägeschnitt wurde mit Hilfe der Vergleichsmethode ebenfalls erfolgreich lokalisiert.

Der anhand der experimentellen Ergebnisse erkennbare Sensitivitätsvorteil der Model-Updating-Methode in Diagnoseanwendung kann sowohl mit der Informationsverdichtung durch Verwendung von Eigenwerten und -formen anstelle der alleinigen Nutzung von Zeitsignalen als auch mit der im konkreten Fall vorteilhafteren Erfassung höherer Moden durch Beschleunigungsaufnehmer statt durch (laseroptische) Abstandssensoren erklärt werden.

Das mittels Model-Updating an Experimentaldaten adaptierte FE-Modell zeigte Sollwertabweichungen, die innerhalb oder nahe der Messgenauigkeit des zur Sollwertermittlung eingesetzten Modalanalysesystems liegen. Im Sinne der verwendeten Kriterien wurde das resultierende Finite-Elemente-Diagnosemodell hochgenau an die analysierte Balkendynamik angepasst.

- In den Versuchen an der allseitig eingespannten Metallplatte wurden dynamische Kontaktkräfte mit einer Kontaktdauer hinunter bis zu 0,16 s mit relativ kleinem Zeitversatz rekonstruiert. Auch in diesen Versuchen trat in Abhängigkeit von Kontaktdynamik und gewählter Beobacherverstärkung ein mehr oder

weniger ausgeprägtes Nachschwingen im rekonstruierten Signal auf. Fehlerdetektionen bzw. Kontaktkraftrekonstruktion gelangen wie beschrieben, Versuche zur Fehlerlokalisierung waren dagegen an der Platte nicht erfolgreich.

Starken Einfluss auf die Rekonstruktionsergebnisse hatte die unerwartet deutliche und stetige Veränderung der Plattendynamik infolge von Umgebungstemperaturveränderungen. In Kombination mit dem zeitinvarianten Plattenmodell führte dies teilweise zu signifikanten Fehlern in den Signalrekonstruktionen. Ausführlich wurde die Korrelation zwischen Temperatur- und Plattendynamikveränderung analysiert und darauf aufbauend der Einsatz des PIO an der Platte bzw. einem vergleichbar zeitvarianten System diskutiert.

- Experimentelle Versuchsergebnisse zur aktiven Dämpfung der allseitig eingespannten Platte unter Einsatz eines als Aktuator aufgeklebten piezoelektrischen Elements zeigen deutlich die Wirksamkeit der aus Zustandsrückführung und Nichtlinearitätenkompensation bestehenden Regelung: Bei Übergewichtung der durch den MPIO rekonstruierten modalen Geschwindigkeiten gegenüber den Verschiebungen im linear-quadratischen Entwurf der Zustandsrückführung, wurden die betrachteten Resonanzamplituden der transversalen Plattenverschiebungen um bis zu 50 % reduziert. Insbesondere wurde für alle betrachteten Moden ein positiver Dämpfungsbeitrag unter aktiver Regelung erzielt.
- Ergebnisse der Potenzialanalyse unter Berücksichtigung von Messrauschen, Modellfehlern und der PIO-Auslegung (Gewichtungen im linear-quadratischen PIO-Entwurf) zeigen für den konkreten Fall keine aufwandsadäquaten Möglichkeiten zur Erhöhung der PIO-Rekonstruktionsgenauigkeit bzw. deuten die weitestgehende Ausschöpfung der unter den gegebenen Versuchsbedingungen vorhandenen Möglichkeiten an. Um weitergehende Verbesserungen der Rekonstruktions- bzw. Diagnoseergebnisse zu erzielen sind demnach, mindestens im konkreten Fall, andere Aspekte zu prüfen. Damit zeigt die Potenzialanalyse zugleich auch die Belastbarkeit der erzielten Ergebnisse bzw. einen gewissen Grad an Robustheit in den PIO-Rekonstruktionen an: Sie sind nicht das Resultat überoptimierter Versuche oder einer selektiven Ergebnisauswahl.

Im Rahmen der Potenzialanalyse wurde erstmals die Idee der numerisch optimierten PIO-Auslegung vorgestellt, die unter Berücksichtigung realer Modell- und Messfehler, unabhängig von Annahmen und Voraussetzungen zum PIO-Entwurf, in quantitativer Form, ein konkretes Beispiel nutzend, Hinweise zu einer vorteilhaften Beobachterausslegung liefert. Im konkreten Fall stützen die Ergebnisse die anhand der LTR-Methode hergeleitete Auslegungsregel, nach der eine starke Übergewichtung der unbekanntesten Eingänge im linear-quadratischen Ent-

wurf des PIO notwendig ist, um sowohl die unbekanntes Eingänge selbst als auch die übrigen Zustandsgrößen möglichst genau rekonstruieren zu können.

## 6.2 Ausblick

Vor dem Hintergrund der erzielten Untersuchungsergebnisse erscheinen vor allem drei Aspekte für eine Fortführung des Arbeitsthemas relevant:

- i) Die experimentellen Ergebnisse der durchgeführten Fehlerdiagnosen zeigen im konkreten Fall eine erhöhte Sensitivität der Model-Updating-Methode in Diagnoseanwendung gegenüber der PIO-basierten Fehlerdiagnosemethode.
- ii) Phasenneutrale Tiefpassfilterung zur Reduzierung des Messrauschens im gefilterten Signal, im Wesentlichen unter Erhaltung der Signalamplitude im genutzten Frequenzbereich, Erhöhung der Modellgenauigkeit eines FE-Modells durch Elementverfeinerung und Model-Updating, sowie die numerische Optimierung der linear-quadratischen Auslegung des PIO haben in den durchgeführten Versuchen zu keiner signifikanten Steigerung der Rekonstruktionsgenauigkeit des PIO geführt.
- iii) Eine der zentralen Schwierigkeiten in der Fehlerdiagnose, nämlich die Unterscheidung zwischen Fehlereffekten und solchen Effekten, die durch Betriebs- und/oder Umgebungseinflüsse hervorgerufen werden, tritt u. U. auch in der Diagnoseanwendung des PIO auf, wie die experimentellen Ergebnisse der Erprobung des PIO an der allseitig eingespannten Metallplatte zeigen.

Eine Erklärung für i) kann sowohl in der Informationsverdichtung gesehen werden, die in der Generierung bzw. Verwendung von Modaldaten besteht, als auch in der Verwendung von Beschleunigungsmessungen. Letztere weisen aufgrund der zu hohen Schwingfrequenzen hin tendenziell abnehmenden Verschiebungs-, aber zunehmenden Beschleunigungsamplituden ein gegenüber Verschiebungsmessungen wachsendes SNR auf und können folglich höherfrequente Moden, mit u. U. höherer Fehlersensitivität, besser erfassen.

Die in ii) zusammengefassten Ergebnisse der Potenzialuntersuchung lassen die Wahrscheinlichkeit einer, dem Aufwand entsprechenden, signifikanten Steigerung der Genauigkeit der PIO-Rekonstruktionsergebnisse in dynamischen Anwendungen allein durch weitere Optimierungen der in dieser Arbeit vorgestellten Vorgehensweisen und Me-

thoden gering erscheinen. Darum sollten zunächst weitergehende Untersuchungen zur Identifizierung der die Rekonstruktionsgenauigkeit in der praktischen Anwendung des PI-Beobachters limitierenden Einflussfaktoren angestrengt werden.

Für den im Zeitbereich arbeitenden PI-Beobachter ist eine Informationsverdichtung analog zur Modalanalyse nicht möglich. Die Verwendung von Beschleunigungssignalen erscheint dagegen naheliegend und würde den in i) und ii) aufgeführten Aspekten entgegenkommen. Aufgrund der Ergebnisse der vorliegenden Arbeit und der Untersuchungen in [Kir10] zur Nichtbeobachtbarkeit eines gestörten Systems unter alleiniger Verwendung von Beschleunigungsmessungen, könnte insbesondere eine Untersuchung zur *kombinierten* Nutzung von Verschiebungs- und Beschleunigungsmesssignalen als Eingangsgrößen des PIO Möglichkeiten zur Verbesserung seiner Rekonstruktionsgenauigkeit bzw. der Fehlersensitivität in PIO-Diagnoseanwendungen aufzeigen.

Eine Lösung des in iii) dargestellten zentralen Diagnoseproblems für den PIO in Diagnoseanwendung wäre ein großer Entwicklungsschritt. Hierzu müsste die Robustheit der PIO-basierten Fehlerdiagnose gegenüber strukturfehlerfremden Effekten auf geeignete Weise erhöht werden. Es ist eine offene Fragestellung, wie dies für den im Zeitbereich arbeitenden PI-Beobachter realisiert werden kann und ob ggf. im Vergleich mit anderen Methoden, z. B. statistischen Diagnoseverfahren, eine konkurrenzfähige Diagnoseleistung erreichbar ist.



# Literaturverzeichnis

- [AAN98] ALTENBACH, Holm ; ALTENBACH, Johannes ; NAUMENKO, Konstantin: *Ebene Flächentragwerke: Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten*. Berlin and Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 1998. – ISBN 978-3-540-63228-3
- [AB82] ALLEMANG, Randall J. ; BROWN, David L.: A correlation coefficient for modal vector analysis. In: JUHL, Peter B. (Hrsg.): *Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference & Exhibit*, Union College, Schenectady, N.Y., 1982, S. 110–116
- [Abb73] ABBE, Ernst: Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung. In: *Archiv für mikroskopische Anatomie* 9 (1873), Nr. 1, S. 413–418. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02956173>. – ISSN 0176-7364
- [All03] ALLEMANG, Randall J.: The Modal Assurance Criterion - Twenty Years of Use and Abuse. In: *Sound and Vibration* 37 (2003), Nr. 8, S. 14–21. – ISSN 1541-0161
- [Alp10] ALPAYDIN, Ethem: *Introduction to Machine Learning*. 2nd edition. Cambridge, Massachusetts and London, England : MIT Press, 2010 (Adaptive computation and machine learning). <http://dx.doi.org/10.1017/S1351324912000290>. – ISBN 978-0-262-01243-0
- [AWWB09] AFFENZELLER, Michael ; WAGNER, Stefan ; WINKLER, Stephan ; BEHAM, Andreas: *Numerical Insights*. Bd. 6: *Genetic Algorithms and Genetic Programming: Modern Concepts and Practical Applications*. Boca Raton, Florida : CRC Press, 2009. <http://dx.doi.org/10.1201/9781420011326>. – ISBN 978-1-4200-1132-6
- [BAG03] BRINCKER, Rune ; ANDERSEN, Palle ; GADE, Svend: Mode Shape Scaling by Mass Changes. In: *Inter-Noise 2003: Proceedings 32nd International*

- Congress and Exposition on Noise Control Engineering: August 25-28, Convention Center, Seogwipo, Korea.* Seoul : Covan International Corporation, 2003. – ISBN 89–952189–1–6, S. 1462–2194
- [Bar97] BARUCH, Menahem: Modal Data Are Insufficient for Identification of Both Mass and Stiffness Matrices. In: *AIAA Journal* 35 (1997), Nr. 11, S. 1797–1798. <http://dx.doi.org/10.2514/2.36>. – ISSN 0001–1452
- [Ber04a] BERNAL, Dionisio: Modal Scaling from Known Mass Perturbations. In: *Journal of Engineering Mechanics* 130 (2004), Nr. 9, S. 1083–1088. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2004\)130:9\(1083\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2004)130:9(1083)). – ISSN 0733–9399
- [Ber04b] BERNHARD, Frank (Hrsg.): *Technische Temperaturmessung.* Berlin and Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 2004 (VDI-Buch). – ISBN 978–3–540–62672–5
- [BFPF09] BORN, Luke ; FARRAR, Charles R. ; PARK, Gyuhae ; FARINHOLT, Kevin: Structural Health Monitoring With Autoregressive Support Vector Machines. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 131 (2009), Nr. 2, S. 021004 (9 pages). <http://dx.doi.org/10.1115/1.3025827>. – ISSN ISSN (printed): 1048–9002. ISSN (electronic): 1528–8927
- [BFS65] BOGNER, F. K. ; FOX, R. L. ; SCHMIT, L. A.: The Generation of Inter-Element-Compatible Stiffness and Mass Matrices by the use of Interpolation Formulas. In: *Proceedings 1st. Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics: Air Force Flight Dynamics Laboratory Technical Report: AFFDL-TR-66-80.* Dayton, Ohio and USA, 1965, S. 397–443
- [Bir10] BIROLINI, Alessandro: *Reliability Engineering: Theory and Practice.* 6th edition. Berlin : Springer-Verlag, 2010. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-14952-8>. – ISBN 978–3–642–14952–8
- [Bis06] BISHOP, Christopher M.: *Pattern Recognition and Machine Learning.* New York : Springer-Verlag, 2006 (Information science and statistics). – ISBN 978–0–387–31073–2
- [BKLS06] BLANKE, Mogens ; KINNAERT, Michel ; LUNZE, Jan ; STAROSWIECKI, Marcel: *Diagnosis and Fault-Tolerant Control.* 2nd Edition. Berlin and Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 2006. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-35653-0>. – ISBN 978–3–540–35652–3

- [BM69] BASILE, G. ; MARRO, G.: On the observability of linear, time-invariant systems with unknown inputs. In: *Journal of Optimization Theory and Applications* 3 (1969), Nr. 6, S. 410–415. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00929356>. – ISSN 0022–3239
- [Bol06] BOLLER, Christian: Adaptronic Systems for Aerospace Applications. In: *at - Automatisierungstechnik* 54 (2006), Nr. 6, S. 276–283. <http://dx.doi.org/10.1524/auto.2006.54.6.276>. – ISSN 0178–2312
- [BS85] BRAMMER, Karl ; SIFFLING, Gerhard: *Kalman-Bucy-Filter: Deterministische Beobachtung und stochastische Filterung*. 2. verbesserte Auflage. München and Wien : Oldenbourg, 1985 (Methoden der Regelungstechnik). – ISBN 3–486–34662–8
- [BS89] BEALE, S. ; SHAFAI, B.: Robust Control System Design with a Proportional Integral Observer. In: *International Journal of Control* 50 (1989), Nr. 1, S. 97–111. <http://dx.doi.org/10.1080/00207178908953350>. – ISSN 1366–5820 (electronic) 0020–7179 (paper)
- [Cal08] CALOMFIRESCU, Mircea: *Science-Report aus dem Faserinstitut Bremen*. Bd. 3: *Lamb Waves for Structural Health Monitoring in Viscoelastic Composite Materials: Dissertation Universität Bremen, Fachbereich Produktionstechnik*. Berlin : Logos, 2008. – ISBN 978–3–8325–1946–9
- [CST00] CRISTIANINI, Nello ; SHAWE-TAYLOR, John: *An Introduction to Support Vector Machines: and other kernel-based learning methods*. Cambridge : Cambridge University Press, 2000. – ISBN 978–0–521–78019–3
- [Dav72] DAVISON, Edward J.: The Output Control of Linear Time-Invariant Multivariable Systems with Unmeasurable Arbitrary Disturbances. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 17 (1972), Nr. 5, S. 621–630. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1972.1100084>. – ISSN 0018–9286
- [DIN25424-1] DIN 25424-1:1981-09, DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: *Fehlerbaumanalyse; Methode und Bildzeichen*
- [DIN25424-2] DIN 25424-2:1990-04, DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: *Fehlerbaumanalyse; Handrechenverfahren zur Auswertung eines Fehlerbaumes*

- [DIN50126] DIN EN 50126:2000-03, DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: *Bahnanwendungen - Spezifikation und Nachweis von Zuverlässigkeit, Verfügbarkeit, Instandhaltbarkeit; Deutsche Fassung EN 50126:1999*
- [DIN60050-192] DIN IEC 60050-192:2016-05, DEUTSCHE KOMMISSION ELEKTROTECHNIK ELEKTRONIK INFORMATIONSTECHNIK DKE IN DIN UND VDE: *DKE-International Electrotechnical Vocabulary (DKE-IEV), Teil 192: Zuverlässigkeit*
- [DIN60050-351] DIN IEC 60050-351:2016-05, DEUTSCHE KOMMISSION ELEKTROTECHNIK ELEKTRONIK INFORMATIONSTECHNIK DKE IN DIN UND VDE: *DKE-International Electrotechnical Vocabulary (DKE-IEV), Teil 351: Leittechnik*
- [DIN60812] DIN EN 60812:2015-08, DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: *Fehlzustandsart- und -auswirkungsanalyse (FMEA) (IEC 56/1579/CD:2014)*
- [DIN61025] DIN EN 61025:2007-08, DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: *Fehlzustandsbaumanalyse (IEC 61025:2006); Deutsche Fassung EN 61025:2007*
- [DIN61508] DIN EN 61508:2011-02, DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: *Funktionale Sicherheit sicherheitsbezogener elektrischer/elektronischer/programmierbarer elektronischer Systeme (IEC 61508:2010); Deutsche Fassung EN 61508:2010*
- [DIN62502] DIN EN 62502:2011-06, DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: *Verfahren zur Analyse der Zuverlässigkeit - Ereignisbaumanalyse (ETA) (IEC 62502:2010); Deutsche Fassung EN 62502:2010*
- [DFHN18] DOROSTI, M. ; FEY, R. H. B. ; HEERTJES, M. F. ; NIJMEIJER, H.: Iterative Pole–Zero model updating: A combined sensitivity approach. In: *Control Engineering Practice* 71 (2018), S. 164–174. <http://dx.doi.org/10.1016/j.conengprac.2017.11.002>. – ISSN 0967–0661
- [DFPS96] DOEBLING, Scott W. ; FARRAR, Charles R. ; PRIME, Michael B. ; SHEVITZ, Daniel W.: *Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review: Los Alamos National Laboratory Report: LA-13070-MS*

- 
- [Dhi05] DHILLON, Balbir S.: *Reliability, Quality, and Safety for Engineers*. Boca Raton, Florida : CRC Press, 2005. – ISBN 0–8493–3068–8
- [Din08] DING, Steven X.: *Model-based Fault Diagnosis Techniques: Design Schemes, Algorithms, and Tools*. Berlin and Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 2008. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-76304-8>. – ISBN 978–3–540–76304–8
- [Din14] DING, Steven X.: *Advances in Industrial Control*. Bd. 1412: *Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems*. London : Springer-Verlag, 2014. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4471-6410-4>. – ISBN 978–1–4471–6409–8
- [Doy78] DOYLE, John C.: Guaranteed Margins for LQG Regulators. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 23 (1978), Nr. 4, S. 756–757. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1978.1101812>. – ISSN 0018–9286
- [DS79] DOYLE, John C. ; STEIN, G.: Robustness with Observers. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 24 (1979), Nr. 4, S. 607–611. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1979.1102095>. – ISSN 0018–9286
- [DS81] DOYLE, John C. ; STEIN, Gunter: Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 26 (1981), Nr. 1, S. 4–16. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1981.1102555>. – ISSN 0018–9286
- [FCDP00] FARRAR, Charles R. ; CORNWELL, Phillip J. ; DOEBLING, Scott W. ; PRIME, Michael B.: *Structural Health Monitoring Studies of the Alamosa Canyon and I-40 Bridges: Los Alamos National Laboratory Report: LA-13635-MS*. July 2000
- [FDN01] FARRAR, Charles R. ; DOEBLING, Scott W. ; NIX, David A.: Vibration-based structural damage identification. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 359 (2001), Nr. 1778, S. 131–149. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2000.0717>. – ISSN 1364–503X
- [FEN96] FULLER, C. R. ; ELLIOTT, S. J. ; NELSON, P. A.: *Active Control of Vibration*. London : Academic Pres, 1996. – ISBN 0–12–269440–6

- [FKB13] FRITZEN, Claus P. ; KRAEMER, Peter ; BUETHE, Inka: Vibration-Based Damage Detection under Changing Environmental and Operational Conditions. In: *Advances in Science and Technology* 83 (2013), S. 95–104. <http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/AST.83.95>. – ISSN 1662–0356
- [FL07] FARRAR, Charles R. ; LIEVEN, Nick A. J.: Damage prognosis: the future of structural health monitoring. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 365 (2007), Nr. 1851, S. 623–632. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2006.1927>. – ISSN 1364–503X
- [FM96] FRISWELL, Michael I. ; MOTTERSHEAD, John E.: *Solid Mechanics and Its Applications*. Bd. 38: *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1996. – ISBN 0–7923–3431–0
- [Föl94] FÖLLINGER, Otto: *Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. 8. überarbeitete Auflage. Heidelberg : Hüthig, 1994. – ISBN 3–7785–2336–8
- [FPF+11] FIGUEIREDO, Eloi ; PARK, Gyuhae ; FARRAR, Charles R. ; WORDEN, Keith ; FIGUEIRAS, Joaquim: Machine learning algorithms for damage detection under operational and environmental variability. In: *Structural Health Monitoring* 10 (2011), Nr. 6, S. 559–572. <http://dx.doi.org/10.1177/1475921710388971>. – eISSN: 1741–3168 ISSN: 1475–9217
- [FQ11] FAN, Wei ; QIAO, Pizhong: Vibration-based Damage Identification Methods: A Review and Comparative Study. In: *Structural Health Monitoring* 10 (2011), Nr. 1, S. 83–111. <http://dx.doi.org/10.1177/1475921710365419>. – eISSN: 1741–3168 ISSN: 1475–9217
- [Fra94] FRANK, Paul M.: Diagnoseverfahren in der Automatisierungstechnik. In: *at - Automatisierungstechnik* 42 (1994), Nr. 2. <http://dx.doi.org/10.1524/auto.1994.42.112.47>. – ISSN 0178–2312
- [Fri07] FRISWELL, Michael I.: Damage identification using inverse methods. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 365 (2007), Nr. 1851, S. 393–410. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2006.1930>. – ISSN 1364–503X

- [FW07] FARRAR, Charles R. ; WORDEN, Keith: An introduction to structural health monitoring. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 365 (2007), Nr. 1851, S. 303–315. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2006.1928>. – ISSN 1364–503X
- [FW13] FARRAR, Charles R. ; WORDEN, Keith: *Structural Health Monitoring: A Machine Learning Perspective*. Oxford : Wiley, 2013. <http://dx.doi.org/10.1002/9781118443118>. – ISBN 978–1–119–99433–6
- [Gal76] GALLAGHER, Richard H.: *Finite-Element-Analysis: Grundlagen: aus dem Englischen übertragen von Kolumban Hutter*. Berlin and Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 1976. – ISBN 0–387–07740–5
- [Gam12] GAMRAD, Dennis: *Modeling, Simulation, and Realization of Cognitive Technical Systems*. Duisburg-Essen, Universität Duisburg-Essen, Dissertation, 2012
- [Gaw04] GAWRONSKI, Wodek: *Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures*. New York : Springer-Verlag, 2004 (Mechanical Engineering Series). <http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-72133-0>. – ISBN 0–387–40649–2
- [Giu06] GIURGIUTIU, Victor: Concepts of Adaptronic Structures. In: *at - Automatisierungstechnik* 54 (2006), Nr. 6, S. 251–258. <http://dx.doi.org/10.1524/auto.2006.54.6.251>. – ISSN 0178–2312
- [GK87] GASCH, Robert ; KNOTHE, Klaus: *Strukturdynamik: Bd. 1: Diskrete Systeme*. Berlin : Springer-Verlag, 1987. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-10127-8>. – ISBN 978–3–540–16849–2
- [GK89] GASCH, Robert ; KNOTHE, Klaus: *Strukturdynamik: Bd. 2. Kontinua und ihre Diskretisierung*. Berlin : Springer-Verlag, 1989. – ISBN 0–387–50771–X
- [GKR77] GOURISHANKAR, V. ; KUDVA, P. ; RAMAR, K.: Reduced-order observers for multivariable systems with inaccessible disturbance inputs. In: *International Journal of Control* 25 (1977), Nr. 2, S. 311–319. <http://dx.doi.org/10.1080/00207177708922231>. – ISSN 1366–5820 (electronic) 0020–7179 (paper)

- [Gla05] GLADWELL, Graham M. L.: *Solid Mechanics and Its Applications*. Bd. 119: *Inverse Problems in Vibration*. 2nd ed. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2005. <http://dx.doi.org/10.1007/1-4020-2721-4>. – ISBN 1-4020-2670-6
- [Gol12] GOLDBERG, David E.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine learning*. 30. Boston : Addison-Wesley, 2012. – ISBN 0-201-15767-5
- [Haa16] HAAG, Björn: *Karlsruher Reihe Massivbau, Baustofftechnologie, Materialprüfung*. Bd. 78: *Schadensidentifikation mit modalen Parametern: Anwendung auf extern vorgespannte Hohlkastenbrücken: Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Fakultät für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften*. Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2016. <http://dx.doi.org/10.5445/KSP/1000051045>. – ISBN 978-3-7315-0458-0
- [Hah82] HAHN, Hans G.: *Methode der finiten Elemente in der Festigkeitslehre*. 2. Wiesbaden : Akademische Verlagsgesellschaft, 1982. – ISBN 3-400-00208-9
- [Hau69] HAUTUS, M. L.: Controllability and observability conditions of linear autonomous systems. In: *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen. Series A, Mathematical Sciences* 72 (1969), Nr. 5, S. 443–448. – ISSN 0023-3358
- [Hes18] *LOEWE Abschlussbericht: LOEWE-Zentrum AdRIA, Adaptronik — Research, Innovation, Application*. Version: Juni 2018
- [HG06] HURLEBAUS, S. ; GAUL, L.: Smart structure dynamics. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 20 (2006), Nr. 2, S. 255–281. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2005.08.025>. – ISSN 0888-3270
- [HH84] HRABOK, M. M. ; HRUDEY, T. M.: A review and catalogue of plate bending finite elements. In: *Computers & Structures* 19 (1984), Nr. 3, 479–495. [http://dx.doi.org/10.1016/0045-7949\(84\)90055-5](http://dx.doi.org/10.1016/0045-7949(84)90055-5). – ISSN 0045-7949
- [HKS06] HEIDTMANN, Frank ; KRAJCIN, Idriz ; SÖFFKER, Dirk: Model-Based Diagnosis of Elastic Mechanical 2D-/3D-Structures. In: *Proceedings 2nd*



---

*International Conference on Dynamics, Vibration and Control (ICDVC): Beijing, China, 2006*

- [HM73] HOSTETTER, G. H. ; MEDITCH, J. S.: On the generalization of observers to systems with unmeasurable, unknown inputs. In: *Automatica* 9 (1973), Nr. 6, S. 721–724. [http://dx.doi.org/10.1016/0005-1098\(73\)90031-9](http://dx.doi.org/10.1016/0005-1098(73)90031-9). – ISSN 0005–1098
- [HM92] HOU, M. ; MÜLLER, Peter C.: Design of Observers for Linear Systems with Unknown Inputs. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 37 (1992), Nr. 6, S. 871–875. <http://dx.doi.org/10.1109/9.256351>. – ISSN 0018–9286
- [HM07] HAKE, Erwin ; MESKOURIS, Konstantin: *Statik der Flächentragwerke: Einführung mit vielen durchgerechneten Beispielen*. 2., korrigierte Auflage. Berlin and Heidelberg : Springer-Verlag, 2007 (Springer-Lehrbuch). <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-72624-1>. – ISBN 978–3–540–72623–4
- [Hol21] HOLZER, Heinrich: *Die Berechnung der Drehschwingungen: und ihre Anwendung im Maschinenbau*. Berlin : Springer-Verlag, 1921. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-26341-9>
- [Hol75] HOLLAND, John H.: *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. Ann Arbor : The University of Michigan Press, 1975. – ISBN 0–472–08460–7
- [HS08a] HEIDTMANN, Frank ; SÖFFKER, Dirk: Experimental-Modeling-Based Observer Approach for the Analysis of Structural Changes in Elastic Mechanical Systems. In: *Proceedings 9th International Conference on Motion and Vibration Control (MOVIC): Munich, Germany, 2008*
- [HS08b] HEIDTMANN, Frank ; SÖFFKER, Dirk: Numerical Optimizations in Observer-Based Monitoring of Elastic Mechanical Systems. In: *Proceedings 1st International Conference on Prognostics and Health Management (PHM): Denver, California, USA, 2008*, S. 1–8
- [HS09] HEIDTMANN, Frank ; SÖFFKER, Dirk: Virtual Sensors for Diagnosis and Prognosis Purposes in the Context of Elastic Mechanical Structures. In: *IEEE Sensors Journal* (2009). – ISSN 1530–437X

- [Hur02] HURLEBAUS, Stefan: *A Contribution to Structural Health Monitoring Using Elastic Waves*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Dissertation Universität Stuttgart, Fakultät Verfahrenstechnik und Technische Kybernetik, 2002
- [IE95] IMREGUN, M. ; EWINS, D. J.: Complex Modes - Origins and Limits. In: *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference (IMAC): February 13-16, Nashville, Tennessee, USA, 1995*, S. 496–506
- [Ise92] ISERMANN, Rolf: *Identifikation dynamischer Systeme: Grundlegende Methoden*. Bd. 1. 2. neubearbeitete und erw. Auflage. Berlin and Heidelberg and New York and London and Paris and Tokyo and Hong Kong and Barcelona and Budapest : Springer-Verlag, 1992. – ISBN 3–540–54924–2
- [Ise06] ISERMANN, Rolf: *Fault-Diagnosis Systems: An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance*. Berlin and Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 2006. <http://dx.doi.org/10.1007/3-540-30368-5>. – ISBN 978–3–540–30368–8
- [Ise08] ISERMANN, Rolf: *Mechatronische Systeme: Grundlagen*. 2. vollst. neu bearb. Aufl. Berlin and Heidelberg and New York : Springer-Verlag, 2008. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-32512-3>. – ISBN 978–3–540–32336–5
- [Isi95] ISIDORI, Alberto: *Nonlinear Control Systems*. 3rd ed. London : Springer-Verlag, 1995 (Communications and Control Engineering). <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-84628-615-5>. – ISBN 978–1–84628–615–5
- [ISS01] ISERMANN, Rolf ; SCHWARZ, Ralf ; STÖLZL, Stefan: Fault-Tolerant Drive-By-Wire Systems: Concepts and Realizations. In: EDELMAYER, András M. (Hrsg.): *Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes 2000: A Proceedings volume from the 4th IFAC Symposium; Budapest, Hungary, 14–16 June 2000* Bd. 1. Oxford : Publ. for the International Federation of Automatic Control by Pergamon, 2001 (IFAC Proceedings Volumes). – ISBN 0–08–043250–6, S. 1–15
- [Joh68] JOHNSON, C. D.: Optimal Control of the Linear Regulator with Constant Disturbances. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 13 (1968), Nr. 4, S. 416–421. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1968.1098947>. – ISSN 0018–9286

- [Joh71] JOHNSON, C. D.: Accomodation of External Disturbances in Linear Regulator and Servomechanism Problems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 16 (1971), Nr. 6, S. 635–644. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1971.1099830>. – ISSN 0018–9286
- [Joh76] JOHNSON, C. D.: Theory of Distrubance-Accommodating Controllers. Version: 1976. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-12-012712-2.50013-5>. In: LEONDES, Cornelius T. (Hrsg.): *Control and Dynamic Systems: Advances in Theory and Applications*. New York N. Y. : Academic Pres, 1976. – ISBN 978–0–12–012712–2, 387–489
- [Kac78] KACZOREK, T.: Design of Proportional-Integral Observers for Linear Time-Varying Systems. In: *Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences - Série des Sciences Techniques* 26 (1978), Nr. 12, S. 1055–1059. – ISSN 0001–4125
- [Kac79] KACZOREK, T.: Proportional-integral observers for linear multivariable time-varying systems. In: *Regelungstechnik: rt; Zeitschrift für Steuern, Regeln und Automatisieren* 27 (1979), Nr. 11, S. 359–363. <http://dx.doi.org/10.1524/auto.1979.27.112.359>. – ISSN 0340–434x
- [Kal60] KALMAN, Rudolph E.: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. In: *Journal of basic Engineering* 82 (1960), Nr. 1, S. 35–45. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3662552>. – ISSN 0021–9223
- [KB61] KALMAN, Rudolph E. ; BUCY, Richard S.: New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. In: *Journal of basic Engineering* 83 (1961), Nr. 1, S. 95–108. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3658902>. – ISSN 0021–9223
- [Kir10] KIRCHENKAMP, Svenja: *PI-Observer Techniques Applied to Mechanical Systems: Dissertation Universität Duisburg-Essen*. Aachen : Shaker, 2010 (Berichte aus der Steuerungs- und Regelungstechnik). – ISBN 978–3–8322–8951–5
- [Kle98] KLEIN, Ulrich: *Schwingungsdiagnostische Beurteilung von Maschinen und Anlagen*. Düsseldorf : Stahl Eisen, 1998. – ISBN 3–514–00626–1
- [Kra06] KRAJCIN, Idriz: *Einsatz des PI-Beobachters zur modellbasierten Diagnose und Regelung elastischer mechanischer Strukturen: Dissertation Universi-*

- tät Duisburg-Essen. Aachen : Shaker, 2006 (Berichte aus der Steuerungs- und Regelungstechnik). – ISBN 978-3-8322-5398-1
- [Krä07] KRÄMER, Stefanie: *Total Cost of Ownership: Konzept, Anwendung und Bedeutung im Beschaffungsmanagement deutscher Industrieunternehmen*. Saarbrücken : VDM Verlag Dr. Müller, 2007. – ISBN 3-8364-1933-5
- [Kwa69] KWAKERNAAK, H.: Optimal Low-Sensitivity Linear Feedback Systems. In: *Automatica* 5 (1969), Nr. 3, 279–285. [http://dx.doi.org/10.1016/0005-1098\(69\)90070-3](http://dx.doi.org/10.1016/0005-1098(69)90070-3). – ISSN 0005-1098
- [Lam17] LAMB, Horace: On Waves in an Elastic Plate. In: *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 93 (1917), Nr. 648, S. 114–128. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1917.0008>. – ISSN 0950-1207
- [Lei69] LEISSA, Arthur W.: *Vibration of plates*. 1969 (NASA special publications)
- [Lit83] LITZ, L.: Modale Maße für Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit, Regelbarkeit und Dominanz - Zusammenhänge, Schwachstellen, neue Wege. In: *at - Automatisierungstechnik* 31 (1983), Nr. 1-12, S. 148–158. <http://dx.doi.org/10.1524/auto.1983.31.112.148>. – ISSN 0178-2312
- [Liu11] LIU, Yan: *Fortschritt-Berichte VDI : Reihe 8, Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik*. Bd. 1188: *Robust Nonlinear Control Design with Proportional Integral Observer Technique: Dissertation Universität Duisburg-Essen*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2011. – ISBN 978-3-18-518808-4
- [Lju99] LJUNG, Lennart: *System Identification: Theory for the User*. 2. Upper Saddle River, New Jersey 07458 : Prentice Hall, 1999. – ISBN 0-13-656695-2
- [LTK06] LEWIS, Robert M. ; TORCZON, Virginia J. ; KOLDA, Tamara G.: *A generating set direct search augmented Lagrangian algorithm for optimization with a combination of general and linear constraints: Sandia Report, SAND2006-5315*
- [Lud95] LUDYK, Günter: *Theoretische Regelungstechnik 2: Zustandsrekonstruktion, optimale und nichtlineare Regelungssysteme*. Bd. 2. Berlin and Hei-

- 
- delberg : Springer-Verlag, 1995. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-79391-2>. – ISBN 978-3-540-58675-3
- [Lue64] LUENBERGER, David G.: Observing the State of a Linear System. In: *IEEE Transactions on Military Electronics* 8 (1964), Nr. 2, S. 74–80. <http://dx.doi.org/10.1109/TME.1964.4323124>. – ISSN 0536-1559
- [Lue71] LUENBERGER, David G.: An Introduction to Observers. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 16 (1971), Nr. 6, S. 596–602. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1971.1099826>. – ISSN 0018-9286
- [Lun08] LUNZE, Jan: *Regelungstechnik 2: Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. 5. neu bearbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2008 (Springer-Lehrbuch). <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-78463-0>. – ISBN 978-3-540-78462-3
- [Mar10] MARWALA, Tshilidzi: *Finite-element-model Updating Using Computational Intelligence Techniques: Applications to Structural Dynamics*. London : Springer-Verlag, 2010. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-84996-323-7>. – ISBN 978-1-84996-322-0
- [MB00] MÜLLER, Peter C. ; BAŞPINAR, C.: Convergence of nonlinearity estimations by linear estimators. In: *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM)* 80 (2000), S. 325–326. – ISSN 0044-2267
- [MF93] MOTTERSHEAD, J. E. ; FRISWELL, M. I.: Model Updating In Structural Dynamics: A Survey. In: *Journal of Sound and Vibration* 167 (1993), Nr. 2, 347–375. <http://dx.doi.org/10.1006/jsvi.1993.1340>. – ISSN 0022-460X
- [MGLW15] MAURER, Markus (Hrsg.) ; GERDES, J. C. (Hrsg.) ; LENZ, Barbara (Hrsg.) ; WINNER, Hermann (Hrsg.): *Autonomes Fahren: Technische, rechtliche und gesellschaftliche Aspekte*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2015. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-45854-9>. – ISBN 978-3-662-45853-2
- [MHM06] MELZ, Tobias ; HANSELKA, Holger ; MATTHIAS, Michael: Adaptronische Systeme für automotive Anwendungen am Beispiel eines modularen, aktiven Strukturinterfaces. In: *at - Automatisierungstechnik* 54 (2006), Nr. 6, S. 284–293. <http://dx.doi.org/10.1524/auto.2006.54.6.284>. – ISSN 0178-2312

- [Min51] MINDLIN, R. D.: Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates. In: *Journal of Applied Mechanics* 18 (1951), Nr. 1, S. 31–38. – ISSN 0021–8936
- [ML77] MÜLLER, Peter C. ; LÜCKEL, J.: Zur Theorie der Störgrößenaufschaltung in linearen Mehrgrößenregelsystemen. In: *Regelungstechnik: rt; Zeitschrift für Steuern, Regeln und Automatisieren* (1977), Nr. 2, S. 54–59. <http://dx.doi.org/10.1524/auto.1977.25.112.54>. – ISSN 0340–434x
- [MM00] MARTIN, E. B. ; MORRIS, A. J.: Process Monitoring and Fault Detection using Multivariable SPC. Version: 2000. [http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4471-3644-6\\_19](http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4471-3644-6_19). In: PATTON, Ron J. (Hrsg.) ; FRANK, Paul M. (Hrsg.) ; CLARK, Robert N. (Hrsg.): *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. London : Springer-Verlag, 2000. – ISBN 978–1–84996–995–6, S. 547–565
- [MS03] MÜLLER-SLANY, Hans H.: Möglichkeiten und Grenzen der Schwingungsdiagnose für mechanische Systeme auf der Basis numerischer Strukturmodelle. In: *VDI-Schwingungstagung 2003: Schwingungsüberwachung und -diagnose von Maschinen und Anlagen*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2003 (VDI-Berichte). – ISBN 978–3–18–091788–7, S. 71–104
- [MS04] MÜLLER-SLANY, Hans H.: Model Updating a Multicriteria Optimization Process in Mechanics. In: GUTKOWSKI, Witold (Hrsg.) ; KOWALEWSKI, Tomasz A. (Hrsg.): *Mechanics of the 21st Century: Proceedings 21st International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM): 15-21 August, Warsaw, Poland*. Dordrecht : Springer-Verlag, 2004. – ISBN 1–4020–3456–3
- [MSPWB99] MÜLLER-SLANY, Hans H. ; PEREIRA, J. A. ; WEBER, H. I. ; BRUNZEL, F.: Schadensdiagnose für elastomechanische Strukturen auf der Basis adaptierter Diagnosemodelle und FRF-Daten. In: *VDI-Schwingungstagung '99: Schwingungsüberwachung und -diagnose von Maschinen und Anlagen*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 1999 (VDI-Berichte). – ISBN 3–18–091466–1, S. 323–340
- [Mül88] MÜLLER, Peter C.: Control of Nonlinear Systems by Applying Disturbance Rejection Control Techniques. In: *CONTROL 88: International Conference on Control: 13-15 April*. London : Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1988. – ISBN 0–85296–360–2, S. 734–737

- [Mül90] MÜLLER, Peter C.: Indirect Measurement of Nonlinear Effects by State Observers. In: SCHIEHLEN, Werner O. (Hrsg.): *Nonlinear Dynamics in Engineering Systems: Proceedings International Symposium on Nonlinear Dynamics in Engineering Systems: 21-25 August 1989, Stuttgart, Germany*. Berlin, New York : Springer-Verlag, 1990. – ISBN 978-0-387-50200-7, S. 205–215
- [Mül95] MÜLLER, Peter C.: Schätzung und Kompensation von Nichtlinearitäten mit Störgrößenbeobachtern. In: ENGELL, Sebastian (Hrsg.) ; ALLGÖWER, Frank (Hrsg.): *Entwurf nichtlinearer Regelungen*. München : Oldenbourg, 1995. – ISBN 978-3-486-23065-9, S. 142–161
- [Mül00] MÜLLER, Peter C.: Robuste Positionsregelung von Robotern mittels Nichtlinearitäten-Schätzung und -Kompensation. In: *at - Automatisierungstechnik* 48 (2000), Nr. 6, S. 289–295. <http://dx.doi.org/10.1524/auto.2000.48.6.289>. – ISSN 0178–2312
- [Mül08] MÜLLER, Peter C.: *PI-Beobachter: "CN = 0 - Beweis": Anmerkungen zum sogenannten "High-gain-Beweis" des PI-Beobachters, persönliche Notizen*. 2008-08
- [MWGP14] MOOK, Gerhard ; WILLBERG, Christian ; GABBERT, Ulrich ; POHL, Jürgen: Konversion von Lambwellenmoden in CFK-Platten. In: MOOK, Gerhard (Hrsg.): *15. Sommerkurs Werkstoffe und Fügen: Tagungband*. Magdeburg : Universität Magdeburg, 2014. – ISBN 978-3-940961-85-3, S. 221–228
- [NCPT09] NOURA, Hassan ; CHAMSEDDINE, Abbas ; PONSART, Jean-Christophe ; THEILLIOL, Didier: *Fault-tolerant Control Systems: Design and Practical Applications*. Heidelberg and London, New York : Springer-Verlag, 2009 (Advances in Industrial Control). <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-84882-653-3>. – ISBN 978-1-84882-652-6
- [Nee94] NEELAMKAVIL, Francis: *Computer Simulation and Modelling*. Reprint. Chichester [u.a.] : Wiley, 1994. – ISBN 0-471-91130-5
- [NSSB95] NIEMANN, H. H. ; STOUSTRUP, J. ; SHAFAI, B. ; BEALE, S.: LTR Design of Proportional-Integral Observers. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 5 (1995), Nr. 7, S. 671–693. <http://dx.doi.org/10.1002/rnc.4590050706>. – ISSN 1049–8923



- [Par00] PARK, Rai W.: Crack detection, localization and estimation of the depth in a turbo rotor. In: *KSME International Journal* 14 (2000), Nr. 7, S. 722–729. <http://dx.doi.org/10.1007/BF03184457>. – ISSN 1226–4865
- [Pat99] PATTON, Ron J.: Fault-Tolerant Control Systems: The 1997 Situation. In: PATTON, R. J. (Hrsg.) ; CHEN, J. (Hrsg.): *Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes 1997: A Proceedings volume from the 3rd IFAC Symposium; Kingston Upon Hull, UK, 26–28 August 1997*. Oxford : Publ. for the International Federation of Automatic Control by Pergamon, 1999 (IFAC Proceedings Volumes), S. 1033–1054
- [PC99] PATTON, R. J. (Hrsg.) ; CHEN, J. (Hrsg.): *Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes 1997: A Proceedings volume from the 3rd IFAC Symposium; Kingston Upon Hull, UK, 26–28 August 1997*. Oxford : Publ. for the International Federation of Automatic Control by Pergamon, 1999 (IFAC Proceedings Volumes)
- [PFC00a] PATTON, Ron J. ; FRANK, Paul M. ; CLARK, Robert N.: Introduction. In: PATTON, Ron J. (Hrsg.) ; FRANK, Paul M. (Hrsg.) ; CLARK, Robert N. (Hrsg.): *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. London : Springer-Verlag, 2000. – ISBN 978–1–84996–995–6, S. 1–13
- [PFC00b] PATTON, Ron J. (Hrsg.) ; FRANK, Paul M. (Hrsg.) ; CLARK, Robert N. (Hrsg.): *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. London : Springer-Verlag, 2000. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4471-3644-6>. – ISBN 978–1–84996–995–6
- [PGB<sup>+</sup>17] PATELLI, Edoardo ; GOVERS, Yves ; BROGGI, Matteo ; GOMES, Herbert M. ; LINK, Michael ; MOTTERSHEAD, John E.: Sensitivity or Bayesian model updating: A comparison of techniques using the DLR AIRMOD test data. In: *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)* 87 (2017), Nr. 5, S. 905–925. <http://dx.doi.org/10.1007/s00419-017-1233-1>. – ISSN 0939–1533
- [Poh03] POHL, Jürgen: Zerstörungsfreie Charakterisierung adaptiver CFK-Piezokeramik-Verbunde: konventionelle Verfahren und health monitoring. In: *ZfP-Zeitung* (2003), Nr. 87 der Gesamtfolge, S. 37–42. – ISSN 1616–069X
- [Pre11] PREUMONT, André: *Solid Mechanics and Its Applications*. Bd. 179: *Vibration Control of Active Structures: An Introduction*. 3. Berlin and



- 
- Heidelberg : Springer-Verlag, 2011. <http://dx.doi.org/10.1007/978-94-007-2033-6>. – ISBN 978-94-007-2032-9
- [PVCO01] PARLOO, Eli ; VERBOVEN, Peter ; CUILLAME, Patrick ; OVERMEIRE, Marc v.: Sensitivity-Based Mass-Normalization of Mode Shape Estimates from Output-Only Data. In: *Proceedings European COST F3 Conference on Structural System Identification: September 5 - 7, Kassel, Germany*. Kassel : Universitäts-Bibliothek, 2001. – ISBN 3-89792-055-7, S. 627–636
- [Ran04a] RANDALL, Robert B.: State of the Art in Monitoring Rotating Machinery – Part 1. In: *Sound and Vibration* 38 (2004), Nr. 3, S. 14–21. – ISSN 1541-0161
- [Ran04b] RANDALL, Robert B.: State of the Art in Monitoring Rotating Machinery – Part 2. In: *Sound and Vibration* 38 (2004), Nr. 5, S. 10–16. – ISSN 1541-0161
- [Ray45] RAYLEIGH, John William S.: *The theory of sound*. 2. New York : Dover Publications, 1945
- [Rei47] REISSNER, E.: On Bending of Elastic Plates. In: *Quarterly of Applied Mathematics* 5 (1947), Nr. 1, S. 55–68. <http://dx.doi.org/10.1090/qam/20440>. – ISSN 0033-569X
- [RG06] RADKE, Aaron ; GAO, Zhiqiang: A Survey of State and Disturbance Observers for Practitioners. In: *Proceedings of the American Control Conference* (2006), S. 5183–5188. <http://dx.doi.org/10.1109/ACC.2006.1657545>. – ISSN 0743-1619
- [Ric10] RICHTER, Friedhelm: *Die physikalischen Eigenschaften der Stähle - „Das 100 - Stähle - Programm“: Teil I: Tafeln und Bilder: Technischer Report*. Mülheim a. d. Ruhr, 2010
- [Rit09] RITZ, Walter: Über eine neue Methode zur Lösung gewisser Variationsprobleme der mathematischen Physik. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 1909 (1909), Nr. 135, S. 1–61. <http://dx.doi.org/10.1515/crll.1909.135.1>. – ISSN 1435-5345
- [RS96] RAKOWSKY, Uwe K. ; SÖFFKER, Dirk: Verknüpfung von Methoden der Regelungstheorie und der Technischen Zuverlässigkeit zur Modellierung

- dynamischer Systeme. In: *GMA-Kongress '96, Mess- und Automatisierungstechnik: Verfahrens- und Fertigungstechnik, Energie, Umwelt, Kommunikation, Mechatronik, Theorie: Kongress Baden-Baden, 10. und 11. September 1996*. Düsseldorf : VDI Verlag, 1996 (VDI Berichte). – ISBN 3–18–091282–0, S. 753–763
- [Ryt93] RYTTER, Anders: *Vibrational Based Inspection of Civil Engineering Structures*. Aalborg, University of Aalborg, Dissertation, 1993
- [SA77] SAFONOV, Michael G. ; ATHANS, Michael: Gain and phase margin for multiloop LQG regulators. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 22 (1977), Nr. 2, S. 173–179. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1977.1101470>. – ISSN 0018–9286
- [SBM93] SÖFFKER, Dirk ; BAJKOWSKI, Jozef ; MÜLLER, Peter C.: Detection of Cracks in Turborotors—A New Observer Based Method. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 115 (1993), Nr. 3, S. 518–524. – ISSN 0022–0434
- [SC85] SHAFAI, B. ; CARROLL, R. L.: Design of Proportional-Integral Observer for Linear Time-Varying Multivariable Systems. In: *Proceedings of 24th IEEE Conference on Decision and Control*, 1985, S. 597–599
- [SCD00] STAROSWIECKI, M. ; CASSAR, J. P. ; DECLERCK, P.: A Structural Framework for the Design of FDI Systems in Large Scale Industrial Plants. In: PATTON, Ron J. (Hrsg.) ; FRANK, Paul M. (Hrsg.) ; CLARK, Robert N. (Hrsg.): *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. London : Springer-Verlag, 2000. – ISBN 978–1–84996–995–6, S. 245–283
- [SFH<sup>+</sup>04] SOHN, Hoon ; FARRAR, Charles R. ; HEMEZ, Francois M. ; SHUNK, Devin D. ; STINEMATES, Daniel W. ; NADLER, Brett R. ; CZARNECKI, Jerry J.: *A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996–2001: Los Alamos National Laboratory Report: LA-13976-MS*. 2004
- [Shu02] SHULL, Peter J. (Hrsg.): *Mechanical engineering*. Bd. 142: *Nondestructive Evaluation: Theory, Techniques, and Applications*. New York : Marcel Dekker, 2002. – ISBN 0–8247–8872–9
- [SK04] SCHUSTER, Norbert ; KOLOBRODOV, Valentin G.: *Infrarotthermographie*. 2. überarb. und erw. Aufl. Weinheim : Wiley-VCH, 2004. <http://dx.doi.org/10.1002/9783527624645>. – ISBN 3–527–40509–7

- [SKH06] SÖFFKER, Dirk ; KRAJCIN, Idriz ; HEIDTMANN, Frank: Observer-Based Control and Disturbance Compensation of Elastic Mechanical 2D-/3D-Structures. In: *Proceedings 2nd International Conference on Dynamics, Vibration and Control (ICDVC): Beijing, China, 2006*
- [SM93] SÖFFKER, Dirk ; MÜLLER, Peter C.: Control of Dynamic Systems with Nonlinearities and Time Varying Parameters. In: SINHA, Subhash C. (Hrsg.) ; EVAN-IWANOWSKI, R. M. (Hrsg.): *Dynamics and Vibration of Time-Varying Systems and Structures*, 1993 (DE). – ISBN 0-7918-1173-5, S. 269-277
- [SM09] SCHWEITZER, Gerhard (Hrsg.) ; MASLEN, Eric H. (Hrsg.): *Magnetic Bearings: Theory, Design, and Application to Rotating Machinery*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2009. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-00497-1>. – ISBN 978-3-642-00496-4
- [SO97] SEIBOLD, S. ; ORTH, M.: Lokalisierung von Wellenrissen mit einem Vielfachhypothesefilter. In: IRRETIER, Horst (Hrsg.) ; NORDMANN, Rainer (Hrsg.) ; SPRINGER, Helmut (Hrsg.): *Schwingungen in rotierenden Maschinen IV: Referate der Tagung an der Universität GH Kassel*. Braunschweig, Wiesbaden : Vieweg, 1997. – ISBN 3-528-06908-2, S. 201-208
- [Söf96] SÖFFKER, Dirk: *Fortschritt-Berichte VDI : Reihe 8, Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik*. Bd. 584: *Zur Modellbildung und Regelung längenvariabler, elastischer Roboterarme: Dissertation Bergische Universität-GH Wuppertal*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 1996. – ISBN 978-3-18-358408-6
- [Söf99] SÖFFKER, Dirk: Observer-based measurement of contact forces of the nonlinear rail-wheel contact as a base for advanced traction control. In: WALLASCHEK, Jörg (Hrsg.) ; LÜCKEL, J. (Hrsg.) ; LITTMANN, W. (Hrsg.): *Mechatronics and Advanced Motion Control: Proceedings 3rd International Heinz Nixdorf Symposium: May 1999, Paderborn, Germany* Bd. 49. Paderborn : HNI Heinz-Nixdorf-Institut, 1999 (HNI-Verlagsschriftenreihe). – ISBN 3-931466-48-5, S. 305-320
- [Söf00] SÖFFKER, Dirk: Zur Online-Bestimmung von Zuverlässigkeits- und Nutzungskenngrößen innerhalb des SRCE-Konzeptes. In: *at - Automatisierungstechnik* 48 (2000), Nr. 8, S. 383-391. <http://dx.doi.org/10.1524/auto.2000.48.8.383>. – ISSN 0178-2312

- [Soh07] SOHN, Hoon: Effects of environmental and operational variability on structural health monitoring. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 365 (2007), Nr. 1851, S. 539–560. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2006.1935>. – ISSN 1364–503X
- [SR97] SÖFFKER, Dirk ; RAKOWSKY, Uwe K.: Perspectives of Monitoring and Control of Vibrating Structures by Combining New Methods of Fault Detection with New Approaches of Reliability Engineering. In: PUSEY, Henry C. (Hrsg.) ; PUSEY, Sallie C. (Hrsg.): *A Critical Link: Diagnosis to Prognosis: Proceedings of the 12th ASME Conference on Reliability, Stress Analysis, and Failure Prevention*, 1997, S. 671–682
- [Sta88] ANSI/IEEE STD 176-1987, STANDARDS COMMITTEE OF THE IEEE ULTRASONICS, FERROELECTRICS AND FREQUENCY CONTROL SOCIETY: *IEEE Standard on Piezoelectricity*. 29.01.1988
- [Str83] STRUSS, Ortwin: *Programmierbare Auswertelektronik für berührungslose Temperaturmessung: BMFT-Studie 13 ME 0886*. 1983
- [SYM95] SÖFFKER, Dirk ; YU, Tie-Jun ; MÜLLER, Peter C.: State estimation of dynamical systems with nonlinearities by using proportional-integral observer. In: *International Journal of Systems Science* 26 (1995), Nr. 9, S. 1571–1582. <http://dx.doi.org/10.1080/00207729508929120>. – ISSN 0020–7721
- [Uch94] UCHINO, Kenji: Ferroelectric Ceramics. In: SWAIN, Michael V. (Hrsg.): *Structure and Properties of Ceramics*. Weinheim and New York and Basel and Cambridge and Tokyo : VCH Verlagsgesellschaft mbH, 1994 (Materials Science and Technology). – ISBN 3–527–26824–3, S. 635–677
- [VDI05] VDI/VDE-GESELLSCHAFT MESS- UND AUTOMATISIERUNGSTECHNIK: *Technische Temperaturmessung - Strahlungsthermometrie*. Berlin, 2010-05
- [VDI01] VDI/VDE-GESELLSCHAFT MESS- UND AUTOMATISIERUNGSTECHNIK: *Technische Temperaturmessung - Strahlungsthermometrie*. Berlin, 1995-01
- [VSK10] VERMA, Ajit K. ; SRIVIDYA, Ajit ; KARANKI, Durga R.: *Springer Series in Reliability Engineering*. Bd. 0: *Reliability and Safety Engineering*.

- London : Springer-Verlag, 2010. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-84996-232-2>. – ISBN 978-1-84996-231-5
- [War54] WARBURTON, G. B.: The Vibration of Rectangular Plates. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 168 (1954), Nr. 1, S. 371–384. [http://dx.doi.org/10.1243/PIME\\_PROC\\_1954\\_168\\_040\\_02](http://dx.doi.org/10.1243/PIME_PROC_1954_168_040_02).
- [Wer08] WERKLE, Horst: *Finite Elemente in der Baustatik: Statik und Dynamik der Stab- und Flächentragwerke*. 3. aktualisierte und erweiterte Auflage. Wiesbaden : Friedr. Vieweg & Sohn Verlag | GWV Fachverlage GmbH, 2008. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-9447-2>. – ISBN 978-3-528-28882-2
- [WFC69] WALZ, Joseph E. ; FULTON, Robert E. ; CYRUS, Nancy J.: Accuracy and Convergence of Finite Element Approximations. In: *Proceedings 2nd Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics: Air Force Flight Dynamics Laboratory Technical Report: AFFDL-TR-68-155*. Dayton, Ohio and USA, 1969, S. 995–1027
- [WFMP07] WORDEN, Keith ; FARRAR, Charles R. ; MANSON, Graeme ; PARK, Gyuhae: The fundamental axioms of structural health monitoring. In: *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 463 (2007), Nr. 2082, S. 1639–1664. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2007.1834>. – ISSN 0950-1207
- [WHN<sup>+</sup>18] WANG, Xing ; HILL, Thomas L. ; NEILD, Simon A. ; SHAW, Alexander D. ; HADDAD KHODAPARAST, Hamed ; FRISWELL, Michael I.: Model updating strategy for structures with localised nonlinearities using frequency response measurements. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 100 (2018), S. 940–961. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2017.08.004>. – ISSN 0888-3270
- [WM07] WORDEN, Keith ; MANSON, Graeme: The application of machine learning to structural health monitoring. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 365 (2007), Nr. 1851, S. 515–537. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2006.1938>. – ISSN 1364-503X
- [Woj78] WOJCIECHOWSKI, B.: *Analysis and Synthesis of Proportional-Integral Observers for Single-Input-Single-Output Time-Invariant Conti-*

- nuous Systems: Ph. D. dissertation. Technical University of Gliwice, Poland (in Polish). 1978*
- [Wol08] WOLTERS, Krischan: *Formalismen, Simulation und Potenziale eines nutzungsdaueroptimierenden Zuverlässigkeitskonzepts*. Duisburg-Essen, Universität Duisburg-Essen, Dissertation, 2008
- [Wor10] WORDEN, Keith: Structural Health Monitoring using Pattern Recognition. Version: 2010. [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-7091-0399-9\\_5](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-7091-0399-9_5). In: WORDEN, Keith (Hrsg.) ; DERAEMAEKER, Arnaud (Hrsg.): *New Trends in Vibration Based Structural Health Monitoring*. Wien and New York : Springer-Verlag, 2010 (CISM Courses and Lectures). – ISBN 978–3–7091–0398–2, S. 183–246
- [Yue10] YUEN, Ka-Veng: *Bayesian Methods for Structural Dynamics and Civil Engineering*. Singapore : John Wiley & Sons Asia, 2010. <http://dx.doi.org/10.1002/9780470824566>. – ISBN 978–0–470–82454–2
- [ZRDB03] ZWESCHPER, Th ; RIEGERT, G. ; DILLENZ, A. ; BUSSE, G.: Ultraschallangeregte Thermografie mittels frequenzmodulierter elastischer Wellen. In: *Thermografie-Kolloquium 2003: Universität Stuttgart, 25. September 2003*. Berlin : DGZfP, 2003 (Berichtsband Deutsche Gesellschaft für Zerstörungsfreie Prüfung e.V.). – ISBN 978–3–931381–51–6, S. 45–52
- [ZS18] ZHOU, Shanglian ; SONG, Wei: Environmental-effects-embedded model updating method considering environmental impacts. In: *Structural Control and Health Monitoring* 25 (2018), Nr. 3, S. e2116. <http://dx.doi.org/10.1002/stc.2116>. – SSN (printed): 1545–2255. ISSN (electronic): 1545–2263
- Im Rahmen der Forschungsprojekte am Lehrstuhl Steuerung, Regelung und Systemdynamik wurde von Dipl.-Ing. Frank Heidtmann und Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker u. a. die nachfolgende, in die Forschungstätigkeit des Lehrstuhls integrierte Master Thesis betreut, deren Ergebnisse somit auch Bestandteil der vorliegenden Arbeit sind:
- [–] FAN, Jianfeng: *Numerical Optimizations in Model-Based Fault Diagnosis of Elastic Mechanical Systems*. Duisburg-Essen, Universität Duisburg-Essen, Master Thesis, 2009

# DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT  
DUISBURG  
ESSEN

*Offen im Denken*

ub | universitäts  
bibliothek

Diese Dissertation wird via DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt und liegt auch als Print-Version vor.

**DOI:** 10.17185/duepublico/74781

**URN:** urn:nbn:de:hbz:464-20210916-102059-6

Alle Rechte vorbehalten.