

Synthese eines Nachgiebigen Systems mit gegebener Kennlinie

Synthesis of a Compliant System from a given Curve

M.Sc. Marten Zirkel, Technische Universität TU Ilmenau, Fachgebiet Nachgiebige Systeme, 98693 Ilmenau, Deutschland, marten.zirkel@tu-ilmenau.de

M.Sc. Yinnan Luo, Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Technische Mechanik, 76049 Karlsruhe, Deutschland, yinnan.luo@kit.edu

Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Fidlin, Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Technische Mechanik, 76049 Karlsruhe, Deutschland, alexander.fidlin@kit.edu

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Lena Zentner, Technische Universität TU Ilmenau, Fachgebiet Nachgiebige Systeme, 98693 Ilmenau, Deutschland, lena.zentner@tu-ilmenau.de

Kurzfassung

Es werden vermehrt ganze Koppelgetriebe bzw. auch Teile des Getriebes durch nachgiebige Mechanismen bzw. Elemente mit konzentrierter Nachgiebigkeit (Festkörpergelenke) ersetzt, um dadurch Vorteile wie eine monolithische Fertigung oder Spielfreiheit zu nutzen. Zudem machen Systeme mit nachgiebigen Elementen elastische Rückstellkräfte nutzbar. Für diese Getriebe ergeben sich durch die vorgegebene Kinematik charakteristische Kennlinien, wie zum Beispiel die Übersetzung von Eingang zu Ausgang, siehe [2].

Ziel des hier vorgestellten Ansatzes ist es ein nachgiebiges System mit verteilter Nachgiebigkeit zu synthetisieren, welches eine vorgegebene Steifigkeitskennlinie $M_d(\varphi)$ wiedergibt, siehe Bild 1. Diese Kennlinie wird während der Optimierung der Energieeffizienz eines bipedalen Läufers beim Laufen ermittelt. Dieser ist in (Bild 2) gezeigt. Durch die nichtlineare Feder zwischen den Oberschenkeln wird die freie Schwingungsfrequenz des mechanischen Systems an die Schrittfrequenz während verschiedener Ganggeschwindigkeiten angepasst. Somit ist der Läufer in der Lage, immer in seiner Resonanz zu laufen, was zu einer sehr hohen Energieeffizienz führt, siehe [1].

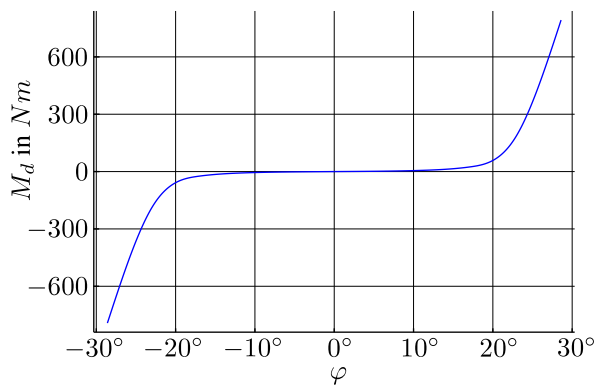


Bild 1 Optimale nichtlineare Kennlinie der Feder zwischen den Oberschenkeln eines mechanischen Läufers

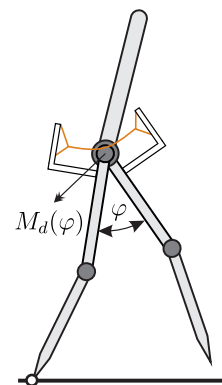


Bild 2 Mechanisches Laufsystem mit integrierter Feder (orange) zwischen den Oberschenkeln

Um das nachgiebige System zu synthetisieren, wird die Theorie großer Verformungen stabförmiger Strukturen mit der Graphentheorie und einem Evolutionsalgorithmus kombiniert. Bild 3 zeigt ein Beispielsystem, an dem die Methode erklärt werden soll. Die Knoten A und B sind eingespannt und mit dem Koordinatensystem fest verbunden. E und G sind an einen Starrkörper eingespannt, welcher sich mit dem Winkel φ um den Koordinatenursprung drehen kann. In den Knoten zwischen den Einspannungen (hier: C und D) sind Übergangsbedingungen definiert, welche später noch erklärt werden. Mit Hilfe der Graphentheorie wird dieses System in eine Inzidenzmatrix β überführt. Jedes einzelne nachgiebige Element ist als eine Kante $i = 1, 2, 3, \dots$ definiert, die sich in den Knoten $j = A, B, C, \dots$ treffen. Eine 1 gibt die Verbindung des Elements mit dem Knoten an, vergleiche Gleichung (2).

Folgende Parameter werden für die Knoten und Elemente festgelegt: x_j , y_j , Θ_i , w , h . Die Parameter x_j und y_j geben die Lage des Knotens j relativ zum Koordinatenursprung an. Der Winkel Θ_i gibt den Einspannwinkel des Balkens i in seinem Anfangsknoten an und wird wie φ gemessen. Die Höhe h und die Breite w werden für alle Elemente global gesetzt. Die Längen l_i und die Krümmungen $\kappa_{0,i}$ werden durch geometrische Beziehungen ermittelt. Daraus lassen sich die Startwerte für ein numerisches Lösungsverfahren jedes einzelnen Elements nacheinander ableiten. Jedes Element wird



mit folgendem Differentialgleichungssystem beschrieben:

$$\frac{dM}{ds} = F_x \cos(\theta) - F_y \sin(\theta), \quad \frac{d\theta}{ds} = \frac{M}{EI_z} + \kappa_0, \quad \frac{dx}{ds} = \cos(\theta), \quad \frac{dy}{ds} = \sin(\theta) \quad \text{mit } I_z = \frac{wh^3}{12}. \quad (1)$$

Dieses System wird genutzt um große Verformungen stabförmiger Strukturen zu ermitteln, siehe [4]. Dabei sind M und F_x bzw. F_y das Schnittmoment sowie die -kräfte an der Stelle s eines Elementes. Die Variable θ gibt den Winkel zwischen der Tangente der neutralen Faser des Elementes und der Abszisse an. Auf der neutralen Faser verläuft die Stabkoordinate s . Der Parameter E ist das Elastizitätsmodul des Werkstoffes.

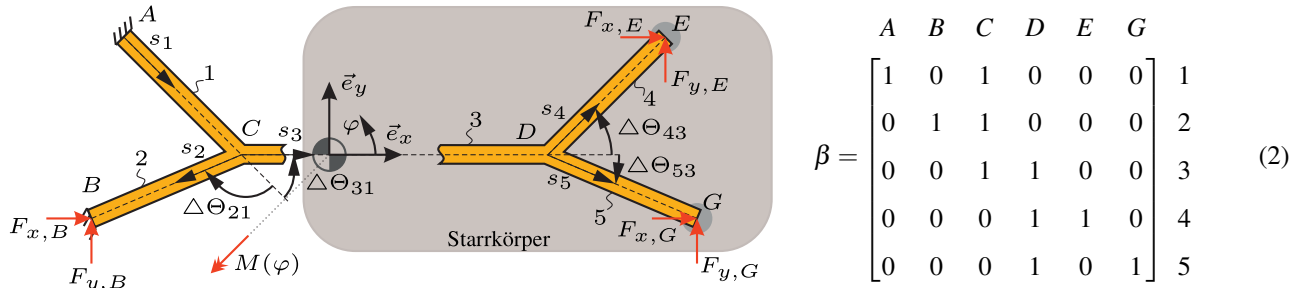


Bild 3 Beispiel eines nachgiebigen Mechanismus im unverformten Zustand

Die Elemente werden, wie in der Matrix β angeordnet, von der ersten Zeile bis zur letzten berechnet. So bestimmt beispielsweise Element 1 die Anfangswerte x_j, y_j von Element 2 und Element 3. Die Momente am Anfang der anderen Elemente werden zunächst vorgegeben. Für das letzte Element in einem Knoten wird die Übergangsbedingung $\sum_i M = 0$ mit $i \in [\beta[:, j] == 1]$ verwendet. Für das Element $i = 1$ muss das Moment auch vorgegeben werden.

Die Differenzwinkel $\Delta\Theta_{i,k} = \Theta_k(s_k = l_k) - \Theta_i(s_i = 0)$, mit $i \in [\beta(:, j) == 1]$ und k als erstes Element im Knoten j , werden in Ruhelage in Bezug auf das Ende des Elementes k im jeweiligen Knoten berechnet. Die Einspannkräfte in den eingespannten Knoten werden, wie die Momente, zunächst vorgegeben. Die Kräfte für jedes Element i werden mit $F_x = \sum_j F_{x,j}$ und $F_y = \sum_j F_{y,j}$ berechnet. Die Variable j gibt hierbei die eingespannten Knoten, die alle vor der Stabkoordinate s_i liegen, an. Daraus ergeben sich für dieses Beispiel drei Momente sowie sechs Kräfte, die geschätzt werden müssen. Hierzu wird ein Gradientenbasiertes Verfahren angewendet. Dazu werden die Positionsfehler jedes eingespannten Knotens quadriert und aufsummiert. Anschließend wird das Moment $M_i(\varphi)$ in dem Koordinatenursprung ermittelt, welches zur vorgegebenen Auslenkung des Starrkörpers und somit der Knoten E und G führt.

Dies ist die Grundlage um mit einem Evolutionsalgorithmus die genannten Parameter x_j, y_j, Θ_i, w und h zu optimieren. Als Fitnesswert dient der aufsummierte Fehler zwischen dem resultierenden Moment $M(\varphi)$ des nachgiebigen Mechanismus und der vorgegebenen Kennlinie $M_d(\varphi)$. Der Algorithmus wird in der Programmiersprache Julia 1.5 mit Hilfe des Moduls DifferentialEquations [3] erstellt. Sollte keine zufriedenstellende Übereinstimmung von $M(\varphi)$ und $M_d(\varphi)$ gefunden werden, kann die Inzidenzmatrix β ohne großen Aufwand mit zusätzlichen Elementen und Knoten erweitert werden. Auch Verzweigungen zwischen bereits verbundenen Knoten können gesetzt werden.

Somit kann durch die Kombination der drei Theorien und Algorithmen für eine vorgegebene Steifigkeitskennlinie ein nachgiebiges System synthetisiert werden.

Danksagung: Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für Ihre Unterstützung. Die Zuschussnummern lauten: **FI 1761/4-1** und **ZE 714/16-1**.

Literatur

- [1] Bauer, F.; Römer, U.; Fidlín, A.; Seemann, W.: *Optimal elastic coupling in form of one mechanical spring to improve energy efficiency of walking bipedal robots*. in Multibody System Dynamics. Springer 2016. DOI: 10.1007/s11044-016-9509-8
- [2] Henning, S.; Linß, S.; Vollrath, T.; Zentner, L.: *Elasto-Kinematic Modeling of Planar Flexure Hinge-Based Compliant Mechanisms Incorporating Branched Links*. In: Advances in Mechanism and Machine. Uhl 2019. DOI: 10.1007/978-3-030-20131-9_158.
- [3] Rackauckas, C; Ma, Y.; Martensen, J.; Warner, C.; Zubov, K.; Supekar, R.; Skinner, D. and Ramadhan, A.: *Universal differential equations for scientific machine learning*. arXiv 2020. preprint arXiv:2001.04385.
- [4] Zentner, L.; Linß, S.: *Compliant systems: Mechanics of flexible mechanisms, actuators and sensors*. Berlin, Boston: De Gruyter Oldenburg, 2019.

DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Offen im Denken

ub | universitäts
bibliothek

In: Siebte IFToMM D-A-CH Konferenz 2021

Dieser Text wird über DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt. Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

DOI: 10.17185/duepublico/74063

URN: urn:nbn:de:hbz:464-20210217-141831-6



Dieses Werk kann unter einer Creative Commons Namensnennung - Nicht-kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 Lizenz (CC BY-NC-SA 4.0) genutzt werden.