

## Relationen zwischen Denavit-Hartenberg-Parametern rationaler Gelenksketten

## Relations between Denavit-Hartenberg-Parameters of Rational Linkages

Daniel F. Scharler, Universität Innsbruck, Arbeitsbereich für Geometrie und Vermessung, 6020 Innsbruck, Österreich, daniel.scharler@uibk.ac.at

Hans-Peter Schröcker, Universität Innsbruck, Arbeitsbereich für Geometrie und Vermessung, 6020 Innsbruck, Österreich, hans-peter.schroecker@uibk.ac.at

Martin Pfurner, Universität Innsbruck, Arbeitsbereich für Geometrie und Vermessung, 6020 Innsbruck, Österreich, martin.pfurner@uibk.ac.at

### Kurzfassung

Die Charakterisierung aller beweglicher, geschlossener Gelenksketten ist immer noch eine offene Frage der theoretischen Kinematik [2]. Die wohl bekannteste Methode, solche Ketten zu beschreiben, geht auf Denavit und Hartenberg (DH) zurück [1]. Eine Gelenkskette ist durch die Angabe ihrer DH-Parameter vollständig bestimmt. Die Beweglichkeit von Gelenksketten setzt meistens Relationen zwischen den DH-Parametern voraus. Verschiedene „Typen“ von Mechanismen wie beispielsweise Bennett- oder Waldron's double Bennett-Mechanismen können durch die Relationen ihrer DH-Parameter beschrieben werden [2, 5]. Wir präsentieren eine Methode zur Bestimmung dieser Beziehungen bei bestimmten Mechanismen-Typen. Dabei beschränken wir uns auf einparametrig bewegliche, rationale Gelenksketten. Dies sind Ketten, welche einparametrig, rationale Bewegungen ausführen [3]. Unter den bekannten rationalen Ketten mit sechs Gelenken gibt es einen Typen, dessen DH-Relationen noch unbekannt sind [4].

Wir verwenden duale Quaternionen  $\mathbb{DH}$  zur Parametrisierung der euklidischen Bewegungsgruppe  $SE(3)$ . Gegeben sei eine geschlossene Gelenkskette  $(t_1 - h_1) \cdots (t_n - h_n) \in \mathbb{DH}[t_1, \dots, t_n]$  mit  $n \in \mathbb{N}$  Gelenken, wobei jeweils  $t_i$  den Gelenkparameter bezeichne (meist den Kotangens des doppelten Drehwinkels) und die Gelenksachsen durch die dualen Quaternionen  $h_i \in \mathbb{DH}$  beschrieben werden [4, 5]. Der Konfigurationsraum der Kette ist gegeben durch alle  $n$ -Tupel von Gelenkparametern  $(t_1, \dots, t_n) \in \mathbb{R}^n$ , sodass sich die Kette schließen lässt. Dieser kann bei einparametrig, rationalen Bewegungen durch einen globalen Bewegungsparameter  $t \in \mathbb{R}$  linear, rational parametrisiert werden, d.h.  $t_i = (a_i t + b_i)/(c_i t + d_i)$  mit  $a_i, b_i, c_i, d_i \in \mathbb{R}$  und  $a_i d_i - b_i c_i \neq 0$ . Die Schließungsbedingung

$$(t_1 - h_1) \cdots (t_n - h_n) \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

liefert ein Gleichungssystem in den DH-Parametern [4, 5]. Relationen zwischen den DH-Parametern können nun beispielsweise durch Berechnung einer Gröbnerbasis gefunden werden. Bei steigender Anzahl der Gelenke steigt jedoch der Rechenaufwand und ist mit herkömmlichen Rechnern nicht mehr bewältigbar. Anstatt das gesamte System auf einmal zu lösen, teilen wir es in mehrere unabhängige Gleichungssysteme auf, welche durch sogenannte „Bondgleichungen“ gegeben sind [4].

Bonds  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n) \in \mathbb{C}^n$  sind Punkte im Zariskiabschluss des Konfigurationsraumes, sodass

$$(\beta_1 - h_1) \cdots (\beta_n - h_n) = 0.$$

Jeder Bond  $\beta$  „verbindet“ zwei Gelenke  $(t_i - h_i)$ ,  $(t_j - h_j)$  und induziert zwei Bondgleichungen der Form  $(\beta_i - h_i) \cdots (\beta_j - h_j) = 0$ . Diese Gleichungen sind nicht von allen DH-Parametern abhängig, sondern nur von jenen, die sich in der Kette zwischen den beiden verbundenen Gelenken befinden. Verschiedene Mechanismen-Typen werden unter anderem durch ihre Bondverbindungen charakterisiert [4]. Die jeweiligen Relationen zwischen den DH-Parametern können nun mittels der zugehörigen Bondgleichungen mit weniger Rechenaufwand bestimmt werden.

### Literatur

- [1] Denavit, J.; Hartenberg, R.S.: *A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanism Based on Matrices*. ASME J. Appl. Mech. (1955) 22, S. 215-221.
- [2] Dietmaier, P.: *Einfach übergeschlossene Mechanismen mit Drehgelenken*. Habilitationsschrift, Universität Graz, 1995.
- [3] Jüttler, B.: *Über zwangläufige rationale Bewegungsvorgänge*. Sitzungsber. Österr. Akad. Wiss., Abt. II (1993) 202, S. 117-132.
- [4] Hegedüs, G; Schicho, J.; Schröcker, H.P.: *The theory of bonds: A new method for the analysis of linkages*. Mech. Mach. Theory (2013) 70, ISSN 0094-114X, S. 407-424.

- [5] Li, Z.; Schicho, J.: *A technique for deriving equational conditions on the Denavit-Hartenberg parameters of 6R linkages that are necessary for movability.* Mech. Mach. Theory (2015) 94, ISSN 0094-114X, S. 1-8.

# DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT  
DUISBURG  
ESSEN

*Offen im Denken*

ub | universitäts  
bibliothek

## **In: Siebte IFToMM D-A-CH Konferenz 2021**

Dieser Text wird über DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt. Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

**DOI:** 10.17185/duepublico/74038

**URN:** urn:nbn:de:hbz:464-20210216-170521-0

Alle Rechte vorbehalten.