Sensitivitätsanalyse flexibler Mehrkörpersysteme für die Unsicherheitsanalyse und Entwurfsoptimierung

Veit Gufler & Erich Wehrle & Renato Vidoni
Freie Universität Bozen, Universitätsplatz 1, 39100 Bozen, Südtirol, Italien
{Veit.Gufler,Erich.Wehrle,Renato.Vidoni}@unibz.it

7. IFToMM D-A-CH Konferenz 2021
18.–19. Februar 2021, Online-Konferenz

Ingenieure streben nach dem optimalen Entwurf einer Struktur oder eines Mechanismus. Um dieses Ziel zu erreichen, werden seit vielen Jahren numerischen Optimierungsalgorithmen als Unterstützung verwendet. Entwicklungen der Strukturoptimierung bis in die 90er Jahre wurden in Vanderplaats (1999) gezeigt und führten zur Formalisierung in Haftka und Gürdal (1992) und Baier u. a. (2006). Neben der Strukturoptimierung von statischen und quasi-statischen mechanischen Systemen, stieg auch das Interesse an der Optimierung dynamischer Mechanismen und Mehrkörpersysteme. Die Optimierung von Mehrkörpersystemen geht zu Veröffentlichungen wie Haug und Arora (1979) und Bestle (1994) zurück, wobei anfänglich rigide Mehrkörpersysteme betrachtet wurden. Die Erweiterung auf flexible Mehrkörperdynamik ermöglicht neue Optimierungsformulierungen bei denen auch Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen berücksichtigt werden können. Auch mit ständig steigenden Rechenkapazitäten kommt man bei der Optimierung von flexiblen Mehrkörpersystemen wegen des hohen Rechenaufwandes an die Grenzen von plausiblen Rechenzeiten. Besonders mit der Verwendung von gradientenfreien Optimierungsalgorithmen ist man schnell an der Grenze der Durchführbarkeit. Deshalb ist eine effiziente Berechnung der Gradienten – sogenannte Entwurfssensitivitäten – eine wesentliche Voraussetzungen für effiziente Entwurfsoptimierungen. Eine weitere Möglichkeit den Rechenaufwand zu reduzieren ist die Optimierungsaufgabe mit mathematischen oder physikalischen Näherungsmethoden zu formulieren. Eine solche physikalische Näherungsmethode ist die Methode äquivalenter statischer Belastung (Engl: *equivalent static loads*, ESL) wie beispielsweise in Kang u. a. (2005) und Seifried u. a. (2015) gezeigt. In dieser Arbeit wird die Optimierungsaufgabe direkt aufgrund der Systemantworten aus der Mehrkörpersimulation formuliert, wodurch keine Informationen durch Näherung verloren gehen. Garant für effiziente Optimierung ist hier die Sensitivitätsanalyse mittels analytischer Methode.

Übersichten zu Formulierungen für flexible Mehrkörperdynamik werden in Shabana (1997), Wasfy und Noor (2003) und Dwivedy und Eberhard (2006) gezeigt. Zu den bekannten Formulierungen gehören die Formulierung mitbewegter Referenzkonfiguration (Engl: *floating frame of reference formulation*, FFRF, Zwölfer und Gerstmayr 2020), die Formulierung absoluter Knotenkoordinaten (Engl.: *absolute nodal coordinate formulation*, ANCF, Shabana 2013), die Formulierung absoluter Koordinaten (Engl.: *absolute coordinate formulation*, ACF Gerstmayr 2004) und durch äquivalente Systeme starrer Glieder (Engl.: *equivalent rigid-link systems*, ERLS Vidoni u. a. 2014).

Flexible Mehrkörpersysteme werden in dieser Untersuchung mit differential-algebraischen Gleichungen vom Index-1 beschrieben und werden ausgeführt in der Primäranalyse,

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{m}} & J_{\underline{q}}\underline{\Phi}^{\mathsf{T}} \\ J_{\underline{q}}\underline{\Phi} & \underline{\underline{0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\ddot{q}} \\ \underline{\lambda} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Q}_{\mathrm{ext}} + \underline{Q}_{\nu} - \underline{\underline{d}}\,\underline{\dot{q}} - \underline{\underline{k}}\,\underline{q} \\ \underline{Q}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix} = \underline{0}. \tag{1}$$

Dabei sind $\underline{q}$, $\underline{\dot{q}}$ und $\underline{\ddot{q}}$ die Vektoren der Systemkoordinaten für Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung, $\underline{\underline{m}}$ ist die Massenmatrix, $\underline{\underline{k}}$ ist die Steifigkeitsmatrix, $\underline{Q}_{\mathrm{ext}}$ ist der Vektor der externen Kräfte, $\underline{Q}_{\nu}$ beinhaltet die quadratischen Geschwindigkeitsterme, $J_{\underline{q}}\underline{\Phi}$ ist die Jacobi-Matrix der kinematischen Zwangsbedingungen (Gelenke), $\underline{\lambda}$ ist der Vektor von Lagrange-Multiplikatoren und $\underline{Q}_{\mathrm{c}}$ beinhaltet freie Terme der Beschleunigungsrestriktionen.

Treibender Motor für die Optimierung von flexiblen Mehrkörpersystemen ist die Sensitivitätsanalyse. Übersichten über die Methoden der Sensitivitätsanalyse werden in Martins und Hwang (2013) und Keulen u. a. (2005) gezeigt. Numerische Sensitivitäten haben zwar den Vorteil einer einfachen Implementierung, weisen aber geringe Effizienz und Präzision auf. Daher verwenden wir einen analytischen Ansatz für die Bestimmung der Entwurfssensitiviäten. Neben der Methode adjungierter Variablen wie in Kennedy und Boopathy (2016) und Boopathy und Kennedy (2019) kann die direkte Differentiation verwendet werden, die bei der Ableitung der Systemgleichung flexibler Mehrkörperdynamik zu folgendem Ausdruck der Sensitivitätsanalyse führt,

$$\nabla_{\underline{x}}\underline{R} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{m}} & J_{\underline{q}}\underline{\Phi}^{\mathsf{T}} \\ J_{\underline{q}}\underline{\Phi} & \underline{\underline{0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\underline{x}}\underline{\ddot{q}} \\ \nabla_{\underline{x}}\underline{\lambda} \end{bmatrix} - \underline{\underline{Q}}_{\mathrm{pseudo}}, \tag{2}$$

mit

$$\underline{\underline{Q}}_{\mathrm{pseudo}} = \begin{bmatrix} \nabla_{\underline{x}}\underline{Q}_{\mathrm{ext}} + \nabla_{\underline{x}}\underline{Q}_{\nu} - \nabla_{\underline{x}}\underline{\underline{d}}\,\underline{\dot{q}} - \underline{\underline{d}}\,\nabla_{\underline{x}}\underline{\dot{q}} - \nabla_{\underline{x}}\underline{\underline{k}}\,\underline{q} - \underline{\underline{k}}\,\nabla_{\underline{x}}\underline{q} - \nabla_{\underline{x}}\underline{\underline{m}}\,\underline{\ddot{q}} - \nabla_{\underline{x}}J_{\underline{q}}\underline{\Phi}^{\mathsf{T}}\underline{\lambda} \\ \nabla_{\underline{x}}\underline{Q}_{\mathrm{c}} - \nabla_{\underline{x}}J_{\underline{q}}\underline{\Phi}\,\underline{\lambda} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Um die Ableitungen der Systemmatrizen und Vektoren zu bilden, muss die Kettenregel angewandt werden. Die partiellen Ableitungen werden hier numerisch bestimmt, womit der Implementierungsaufwand der direkten Methode begrenzt werden kann und wodurch es zu einer semi-analytischen Methode wird. Ein Vergleich von Gl. (1) und Gl. (2) zeigt die selbe Form

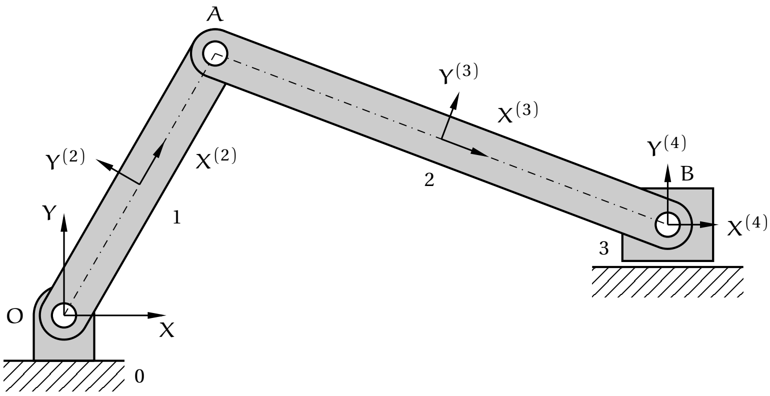

Abbildung 1: Kurbeltrieb mit flexibler Kurbel und flexiblem Pleuel

von Primäranalyse und Sensitivitätsanalyse und ermöglicht somit die selbe Lösungsstrategie. Die Zeitintegration erfolgt mit dem Newmark-β–Verfahren und dem Iterationsverfahren nach Newton–Raphson zum Lösen der Nichtlinearitäten und wird in Wehrle und Gufler (2020, akzeptiert) für rigide Mehrkörpersysteme gezeigt.

Ein Vergleich der hier implementierten direkten Differentiation mit den numerischen Sensitivitäten zeigt, dass die theoretische Zeiteinsparung durch die Verwendung analytischer Sensitivitäten nahezu erreicht wird. Gleichzeitig steigt die Präzision der Sensitivitätsanalyse. Die Entwicklung der Methoden erfolgt anhand des Kurbeltriebes aus Abb. 1 mit flexibler Kurbel und flexiblem Pleuel. Die Sensitivitätsanalyse wird bei der Entwurfsoptimierung des Kurbeltriebes mit der Leichtbauformulierung angewandt. Diese beinhalten die Minimierung der Masse als Zielfunktion und die Obergrenzen der zulässigen Spannungen als Restriktionen. Dabei werden mithilfe numerischer Algorithmen die optimalen Werte geometrischer Entwurfsvariablen für Querschnitte von Balkenelementen unter den vorherrschenden Systemgleichungen der flexiblen Mehrkörperdynamik bestimmt. Anschließend kann die Methode auf größere ingenieurtechnische Aufgabenstellungen erweitert werden.

Literatur

Baier, H., C. Seeßelberg und B. Specht (2006). *Optimierung in der Strukturmechanik*. LSS Verlag.

Bestle, D. (1994). *Analyse und Optimierung von Mehrkörpersystemen*. Springer.

Boopathy, K. und G. Kennedy (2019). “Parallel finite element framework for rotorcraft multibody dynamics and discrete adjoint sensitivities”. In: *AIAA Journal* 57.8, S. 3159–3172.

Dwivedy, S. K. und P. Eberhard (2006). “Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review”. In: *Mechanism and Machine Theory* 41.7, S. 749–777.

Gerstmayr, J. (2004). “The absolute coordinate formulation with elasto-plastic deformations”. In: *Multibody System Dynamics* 12.4, S. 363–383.

Haftka, R. T. und Z. Gürdal (1992). *Elements of structural optimization*. 3. Aufl. Kluwer.

Haug, E. J. und J. S. Arora (1979). *Applied optimal design: Mechanical and structural systems*. John Wiley & Sons.

Kang, B. S., G. J. Park und J. S. Arora (2005). “Optimization of flexible multibody dynamic systems using the equivalent static load method”. In: *AIAA Journal* 43.4, S. 846–852.

Kennedy, G. und K. Boopathy (2016). “A scalable adjoint method for coupled flexible multibody dynamics”. In: *57th AIAA-ASCE-AHS-ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*.

Keulen, F. van, R. T. Haftka und N. H. Kim (2005). “Review of options for structural design sensitivity analysis. Part 1: Linear systems”. In: *Structural and Design Optimization* 194.30, S. 3213–3243.

Martins, J. R. R. A. und J. T. Hwang (2013). “Review and unification of methods for computing derivatives of multidisciplinary computational models”. In: *AIAA Journal* 51.11, S. 2582–2599.

Seifried, R., A. Moghadasi und A. Held (2015). “Analysis of design uncertainties in structurally optimized lightweight machines”. In: *Dynamical Analysis of Multibody Systems with Design Uncertainties* 13, S. 71–81.

Shabana, A. A. (1997). “Flexible multibody dynamics: Review of past and recent developments”. In: *Multibody System Dynamics* 1.2, S. 189–222.

— (2013). *Dynamics of multibody systems*. 4. Aufl. Cambridge University Press.

Vanderplaats, G. N. (1999). “Structural design optimization status and direction”. In: *Journal of Aircraft* 36.1, S. 11–20.

Vidoni, R., A. Gasparetto und M. Giovagnoni (2014). “A method for modeling three-dimensional flexible mechanisms based on an equivalent rigid-link system”. In: *Journal of Vibration and Control* 20.4, S. 483–500.

Wasfy, T. M. und A. K. Noor (Nov. 2003). “Computational strategies for flexible multibody systems”. In: *Applied Mechanics Reviews* 56.6, S. 553–613.

Wehrle, E. und V. Gufler (2020). “Lightweight engineering design of nonlinear dynamic systems with gradient-based structural design optimization”. In: *Proceedings of the Munich Symposium on Lightweight Design*.

Zwölfer, A. und J. Gerstmayr (2020). “A concise nodal-based derivation of the floating frame of reference formulation for displacement-based solid finite elements”. In: *Multibody System Dynamics* 49, S. 291–313.

DOI: 10.17185/duepublico/74035
URN: urn:nbn:de:hbz:464-20210216-160016-0