ISSN 0944-6060

ESSENER UNIKATE

Berichte aus Forschung und Lehre

Ingenieurwissenschaft 23

Bauwesen – Ein Leistungsspektrum

Reint de Boer	10	Von Leonardos Weinstock zu Hightechanwendungen
Reint de Boer, Joachim Bluhm	22	Eine Theorie fürs Grobe und Feine
Jörg Schröder	36	Fluch der Dimension?
Axel Klawonn, Oliver Rheinbach	50	Zerreißen und Zusammenfügen
Werner Richwien, Kerstin Lesny	60	Windfarmen in der Nordsee
Herbert Schmidt	70	Schalenbeulen im Stahlbau
Bernd Baier	86	Leichtbau mit Membranen
Renatus Widmann, Christian Felske, Martin Denecke	98	Mehr als Müll

Universität Duisburg-Essen 2004

INHALT

EDITORIAL 6 Jörg Schröder

Reint de Boer
Von Leonardos Weinstock zu Hightechanwendungen

10 **Historische Entwicklung der Theorie poröser Medien (Materialen) einschließlich des Wiener Skandals**

Für die Schaffung von komplexen Theorien ist die Kenntnis ihrer historischen Entwicklung sehr hilfreich. Solche Untersuchungen sind nicht allein aus rein geschichtlichen Gründen interessant. Vielmehr klären sie verwickelte Zusammenhänge in den Theorien und schärfen den Blick für das Erkennen besonders wichtiger physikalischer Effekte. Schließlich eröffnen die historischen Studien auch den Zugang zu in der Vergangenheit geleisteten Beiträgen, die ignoriert oder vergessen worden sind.

Reint de Boer, Joachim Bluhm
Eine Theorie fürs Grobe und Feine

22 **Die Theorie poröser Materialien (Medien)**

Poröse Materialien spielen eine wichtige Rolle in vielen Bereichen des Ingenieurwesens sowie der Biomechanik, nämlich in der Bodenmechanik, den Materialwissenschaften, der Erdölindustrie, der Verfahrenstechnik und der Umwelttechnik sowie in der Medizin und Botanik. In den letzten Jahrzehnten ist für die thermomechanische Beanspruchung solcher mit Flüssigkeit und/oder Gas gefüllten Stoffe eine einheitliche Theorie entwickelt worden, die die numerische Simulation von Rand- und Anfangswertproblemen erlaubt.

Jörg Schröder
Fluch der Dimension?

36 **Intuition und mathematische Methoden in der anisotropen Elastizität**

Anisotrope Materialien treten in vielfältiger Form auf, so sind beispielsweise künstlich hergestellte Verbundmaterialien anisotrop; auch Kristalle und biologische Gewebe sind durch richtungsabhängige Eigenschaften charakterisiert. Für die Beschreibung des dreidimensionalen nichtlinearen Materialverhaltens sind sehr komplexe Materialgleichungen zu konstruieren. Diese sollen nicht nur das phänomenologische Verhalten widerspiegeln sondern auch im Hinblick auf die Existenz von Lösungen gewissen mathematischen Bedingungen (verallgemeinerten Konvexitätseigenschaften) genügen. Eine besondere Rolle spielt in diesem Zusammenhang eine im neunzehndimensionalen Raum definierte Klasse von Funktionen. Die erschreckend hoch wirkende Dimension dieser Forderung entzieht sich zwar dem direkten Anschauungsraum, sie ist jedoch kein Fluch, sondern liefert vielmehr ein effizientes Handwerkszeug zur Bewältigung der hier auftretenden Aufgaben.

Axel Klawonn, Oliver Rheinbach
Zerreißen und Zusammenfügen

50 **Gebietszerlegungsverfahren und Finite Elemente auf Parallelrechnern**

Schon immer hat die Berechnung elastischer Verformungen von Körpern eine zentrale Rolle in den modernen Ingenieurwissenschaften gespielt. Dabei kann es sich sowohl um die Berechnung der Verschiebungen ganzer Tragwerke unter dem Einfluss äußerer und innerer Kräfte handeln, als auch die Berechnung der Verformung einzelner Bau- und Maschinenteile.

23

Werner Richwien, Kerstin Lesny
Windfarmen in der Nordsee 60

Fundamente für Windmühlen auf hoher See

In Norddeutschland gehören sie längst zum Landschaftsbild, schlanke Türme, je nach Perspektive wie auf einer Schnur aufgereiht oder versetzt hintereinander, und oben auf ihnen drehen sich dreiarmige Rotoren langsam und stetig im Wind. Sie sind äußeres Zeichen einer Energiepolitik, die auf erneuerbare Energien setzt und hier vor allem auf die Windenergie.

Herbert Schmidt
Schalenbeulen im Stahlbau 70

Ein spannendes Bemessungsproblem

Der Schalenstab ist die optimale Tragstruktur zur Weiterleitung einer Druckkraft. Diese „Optimierungsaufgabe“ wurde übrigens bereits von der Natur gelöst – Getreidehalme sind bekanntlich weder massiv noch rechteckig-hohl, sondern rohrförmig. Diese Form, kombiniert mit dem festen Baustoff Stahl, liefert sehr leistungsfähige Tragstrukturen. Die Festigkeit des Stahls bewirkt jedoch gleichzeitig, dass die Konstruktionen schlank und dünnwandig werden und deshalb stabilitätsanfällig sind.

Bernd Baier
Leichtbau mit Membranen 86

Neue Entwicklungen, Materialien, Konstruktionen

Möglichst geringe Mengen leichter, örtlich verfügbarer Baumaterialien und kurze Transportwege reduzieren den Energieverbrauch für die Herstellung von Bauten und sichern so das überleben ihrer Erbauer in der Natur. Warum sollte das in der Technik der Menschen anders sein? Das Prinzip Leichtbau begegnet uns bei natürlichen und technischen Gebilden in vielen Erscheinungsformen; die Ursachen und Gründe für Rohstoff- und/oder Gewichtsersparnis sind jedoch sehr verschieden und wirken sich entsprechend unterschiedlich aus.

Renatus Widmann,
Christian Felske, Martin Denecke
Mehr als Müll 98

Abfallwirtschaft in Essen

Abfallwirtschaft und -technik ist eine Ingenieurdisziplin, die sich ähnlich wie die Medizin, mit schwierigen, ja, sogar unangenehmen Fragestellungen beschäftigt. Die Probleme sind oft nur durch unkonventionelle und vor allem interdisziplinäre Ansätze zu lösen. Gerade diese Rahmenbedingungen verleihen dieser Ingenieurdisziplin eine fesselnde Spannung.

HINWEISE 112

ABONNEMENT 114

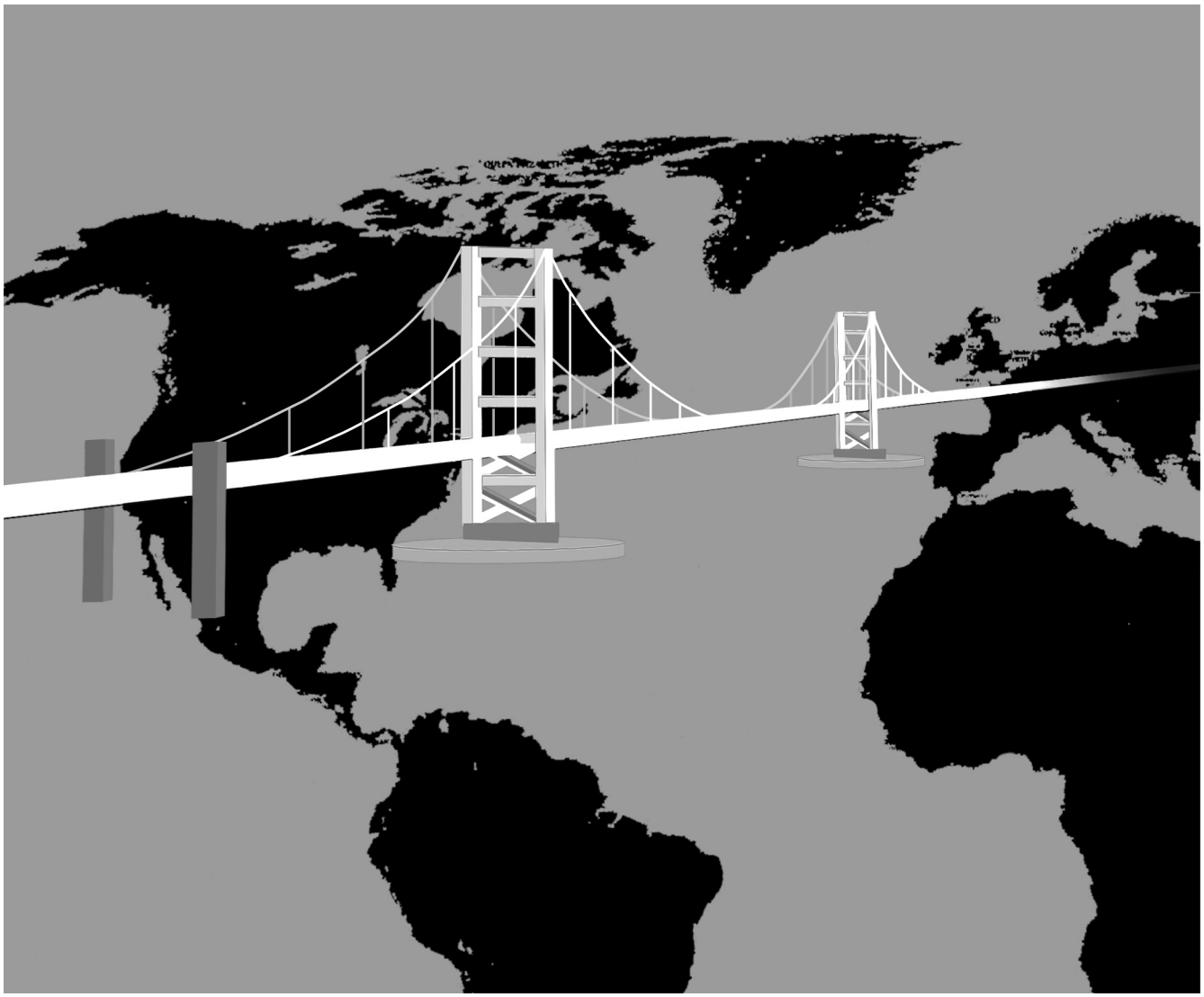
IMPRESSUM 115

EDITORIAL

Verehrte Leserinnen und Leser,

der Entwurf, die Gestaltung und die Ausführung von imposanten Bauwerken sind der Inbegriff der Ingenieurbaukunst. Hier sind höchste Anforderungen an die Konstruktion bezüglich der Ästhetik und Sicherheit zu erfüllen. Im Gesamtkontext dieser Problemstellung sind verschiedene Fachgebiete gefragt. So ist das Zusammenspiel zwischen Entwurf und Planung der Konstruktion, der Kontinuumsmechanik, dem Stahlbau, dem Betonbau, der Statik sowie dem Grundbau einhergehend mit der Anwendung moderner computerorientierter Berechnungsmethoden der zentrale Schlüssel zur Erbringung einer befriedigenden Gesamtleistung.

Dieser „Brückenschlag" zwischen den verschiedenen Disziplinen ist bestimmend für das gesamte Bauingenieurwesen. Darüber hinaus stellt sich das Bauingenieurwesen den Anforderungen der Gesellschaft von der **A**bfallwirtschaft bis zur **Z**ementtechnologie und kann daher als Wechselspiel zwischen Natur und Gesellschaft verstanden werden. Das Berufsbild des Bauingenieurs ist ein Zweig der Weiterentwicklung des Baumeisters, das sich über eine abstrakt-wissenschaftliche Denkweise charakterisiert. So sind bewusste und rechnerisch quantitative Anwendungen mathematisch-physikalischer Gesetze bei der Bauwerksentwicklung erst ab dem 18. Jahrhundert zu finden, obwohl bereits bei den alten Griechen faszinierende wissenschaftliche Leistungen auf dem Gebiet der Statik und Mechanik vorlagen[1]. Nichtsdestotrotz lässt sich in der Vergangenheit eine zunehmende „Ausreizung" der Hochbaukonstruktionen verzeichnen. Straub[2] bezeichnet diese gefühlsmäßige Optimierung von Konstruktionen als „Kühnheit", welche sich für spezielle Tragwerke mittels der Spangenbergschen Kühnheitszahl quantifizieren lässt. Für mich lässt sich in der Kürze dieser einleitenden Worte, die Leistungsfähigkeit und insbesondere der Mut der Baumeister der Antike bis zum Zeitalter des modernen Ingenieur-



Grafik: Katrin Schmuck

baus am eindrucksvollsten aus William Goldings Roman „Der Turm der Kathedrale“ ableiten. In dieser fiktiven Geschichte soll ein Kirchenbaumeister auf Drängen eines Priesters einen hohen Turm auf einem, wie wir heutzutage im Sprachgebrauch des Bauvertragswesens sagen würden, unverkennbar schlechten Untergrund erbauen. Das von ihm erwartete Problem ist das Einsetzen eines so genannten Grundbruches, das heißt er rechnet damit, dass der Turm auf Grund des Versagens des Untergrundes einstürzt. Zur Abschätzung der Tragfähigkeit des Baugrundes lässt er ein Loch ausheben und es teilweise mit Wasser füllen, um beim Einsetzen eines optischen und/oder akustischen Signals infolge des Hineinrieselns von Sandkörnern in das Wasserloch den Weiterbau zu stoppen. Dies wäre mit Sicherheit einer der kühnsten Feldversuche an einem Bauobjekt zur Ermittlung der Grundbruchsicherheit. In den meisten Fällen wurden früher die Bauleistungen handwerklich-gefühlsmäßig erbracht, das moderne Bauingenieurwesen hingegen ist durch die Verbindung von Theorie und Praxis gekennzeichnet. Eine sehr imposante Beschreibung des Bauingenieurwesens stammt von Thomas Tredgold (1828): *„Civil Engineering is the art of directing the great sources of power in nature for the use and convenience of man, ...“*

Mit der industriellen Revolution kam es zu einer sprunghaften Entwicklung der Industrie.

Richtungsweisend für die kommenden Entwicklungen und die damit einhergehenden Anforderungen an den Ingenieur war ein Zitat von Sir Benjamin Thompson (1752-1814): *„Die industrielle Revolution braucht einen neuen Typ von Mechanikern, die sich auf Wissenschaft und nicht mehr auf blinde Tradition stützen.“*

Die zu dieser Zeit entstandenen Ballungsräume brachten eine Vielzahl von Problemen mit sich. Im 19. Jahrhundert fielen der Cholera und dem Typhus viele Menschen zum Opfer. Abhilfe schaffte unter

anderem die Wissenschaft der Bauingenieure, insbesondere der kommunale Tiefbau schuf die „heilbringenden Lebensadern“ der Städte. In der Magna Charta of Public Health wurde 1875 die Grundlage für den Bau von Wasser- und Abwassernetzen niedergelegt.

Entwicklungen in der Materialtechnologie öffneten den Weg zu modernen Konstruktionen. Im Bereich des Stahlbaus wurde zunächst Gusseisen, dann Schweißeisen und anschließend Flusseisen eingesetzt. Im Betonbau wurde die maßgebliche Weiterentwicklung zum Stahlbetonbau durch das System Monier (*„Eisengerippe mit Cementumhüllung“*) eingeleitet. Eine neue Phase stellte sich hier mit der Vorspanntechnik ein, die den Ingenieuren die Realisierung neuer weitgespannter Tragwerke ermöglichte. Natürlich stellten sich mit den neuen Technologien immer neue Detailfragen, so wurde zum Beispiel beim Spannbeton um 1900 das Phänomen des Kriechens, das zur Zeit der Entdeckung auch als „Leben des Betons“ bezeichnet wurde, beobachtet.

Wesentlich für alle Disziplinen waren gesteigerte Anforderungen an die Wissenschaftlichkeit, die Prüftechnik, eine systematische Versuchstechnik sowie an die Qualifikation der Ingenieure und Arbeiter.

Eine neue Epoche im Bauingenieurwesen setzte mit der elektronischen Datenverarbeitung ein, mit der die vielfältigen rechenintensiven Nachweisverfahren erst realisierbar waren. Zu bemerken ist, dass der erste lauffähige Computer, die Z3, 1941 von dem Bauingenieur, Künstler und Erfinder Konrad Zuse geschaffen wurde. Die Notwendigkeit zur Berechnung hochgradig statisch unbestimmter Systeme erforderte eine Rationalisierung der Berechnungsverfahren. Auch im Flugzeugbau, der die baustatischen Methoden adaptierte, ist insbesondere die Kopplung von Stäben, Scheiben, Platten und Schalen unter dynamischen Beanspruchungen eine große Herausforderung. Das Mittel der Wahl zur Berechnung vielfältigster Problemstellungen in den Ingenieurwissenschaften ist heute die Finite-Elemente-Methode; dieser Begriff wurde in den sechziger Jahren von R.W. Clough eingeführt. Hier werden die zu untersuchenden Strukturen in berechenbare kleine (finite) Elemente zerschnitten und mittels geeigneter Übergangsbedingungen an den so genannten Knotenpunkten wieder zusammengesetzt. Die Weiterentwicklung dieser Methode ist in allen Ingenieurdisziplinen Gegenstand der aktuellen Forschung, wobei insbesondere die Modellbildung komplexer Vorgänge im Rahmen der Kontinuumsthermodynamik eine entscheidende Rolle spielt. Zur Geschichte der Grundlagendisziplin der Technikwissenschaften (Baumechanik und Baustatik) sei der Leser auf die umfangreiche Abhandlung Kurrers[3] verwiesen.

Das moderne Bauingenieurwesen zeichnet sich wie kaum eine andere Ingenieurwissenschaft durch Interdisziplinarität aus. So erstreckt sich das Spannungsfeld des Bauingenieurs von der Planung und dem Entwurf über die Konstruktion und Berechnung bis zur Erstellung konkreter Baumaßnahmen. Hierzu gehören typische Ingenieurbauten (Fernsehtürme, Hochhäuser, eindrucksvolle Brückenbauwerke, weitgespannte Dachkonstruktionen, majestätisch wirkende Großveranstaltungsgebäude, deren Umsetzung auf technisch-konstruktiven Überlegungen und wissenschaftlich fundierten Berechnungsmethoden basieren), komplexe Infrastrukturmaßnahmen (die Adersysteme der Bundesautobahnen, die Hochgeschwindigkeitsstrecken der Deutschen Bahn, die Flughäfen, die Wasserstraßen und Hafenanlagen, die für die Binnenwirtschaft und den internationalen Markt Grundvoraussetzung sind, die fein vernetzten Anlagen der lokalen Verkehrsbetriebe, die wir alltäglich selbstverständlich in Anspruch nehmen) sowie die Erfüllung von Anforderungen des städtischen Bauwesens (die Trinkwasseraufbereitung und -versorgung, die Abwasserreinigung und -entsorgung, die Müllbehandlung und -beseitigung), die in ihrer Gemeinsamkeit ein Zusammenleben in menschlichen Siedlungen und Ballungsräumen erst ermöglichen.

Darüber hinaus spielen Themen aus dem Bereich des Umweltschutzes, der Energieversorgung mittels Wasserkraft- und Windenergieanlagen, des Staudammbaus, der Flussregulierung, der Baustofftechnologie sowie Projektierungsaufgaben im Rahmen von Wirtschaftlichkeitsbetrachtungen im Sinne kalkulierbarer Kosten und der Einhaltung von Fertigstellungsterminen eine maßgebliche Rolle.

Genau wie sich die Gesellschaft in einem kontinuierlichen Umbildungsprozess befindet und sich somit die Anforderungen an die Technikwissenschaften ändern, so ist auch an den Hochschulen eine Weiterentwicklung der Ingenieurausbildung im Sinne einer Ablösung der Diplom-Studiengänge durch konsekutive Bachelor-Master-Studiengänge zu verzeichnen. Unberührt bleibt davon das Grundbild des Ingenieurs, das ich Ihnen mit einem Zitat aus „The Conference of Engineering Societies of Western Europe and the USA: Report on education and training of professional engineers, Brüssel, 1961“,[4] wiedergebe:

„Ein Ingenieur ist durch Grundausbildung und Übung befugt, wissenschaftliche Methoden anzuwenden sowie nach der Analyse und Lösung von Ingenieurproblemen zu streben. Er ist fähig, persönliche Verantwortung für die Entwicklung und Anwendung von Wissenschaft und Wissen der Ingenieure in Forschung, Entwerfen, Konstruieren, Herstellen, Überwachen, Geschäftsführung und in der Ausbildung der Ingenieure zu

Jörg Schröder. Foto: Timo Bobert

übernehmen. Seine Arbeit ist überwiegend intellektuell und mannigfaltig und weder von geistiger noch körperlicher Routine bestimmt. Sie fordert die Übung schöpferischen Denkens und Beurteilens und die Fähigkeit, die technische und administrative Arbeit anderer zu beaufsichtigen. Seine Ausbildung muß ihn befähigen, beständig den Fortschritt in seiner Disziplin der Ingenieurwissenschaft durch das Studium neu veröffentlichter Arbeiten in der Welt zu verfolgen, Informationen aufzunehmen und sie selbständig anzuwenden. So ist er in der Lage, zur Entwicklung der Ingenieurwissenschaft oder ihrer Anwendung beizutragen.

Seine Ausbildung und Übung sollten so sein, daß er sowohl ein breites und universelles Verständnis der Ingenieurwissenschaft als auch einen gründlichen Einblick in das Wesen seiner eigenen Disziplin erworben hat. Zur rechten Zeit wird er fähig sein, maßgeblichen technischen Rat zu geben und Verantwortung für die Leitung wichtiger Aufgaben in seiner Disziplin zu übernehmen."

Mit den folgenden Beiträgen soll dem Leser ein Einblick in das Leistungsspektrum des modernen Bauingenieurwesens gegeben werden.

Jörg Schröder

Anmerkungen

1) siehe hierzu und zur Geschichte der Baukunst die ausführlichen Darstellungen in Straub, H.: Die Geschichte der Bauingenieurkunst – Ein Überblick von der Antike bis in die Neuzeit, 4. Auflage, 1992 und Ricken, H.: Der Bauingenieur – Geschichte eines Berufes, Berlin 1994
2) Straub, H.: Die Geschichte der Bauingenieurkunst – Ein Überblick von der Antike bis in die Neuzeit, 4. Auflage, 1992
3) Kurrer, K.-E.: Geschichte der Baustatik, 2002
4) siehe auch Ricken, H.: Der Bauingenieur – Geschichte eines Berufes, Berlin 1994

Für die Schaffung von komplexen Theorien ist die Kenntnis ihrer historischen Entwicklung sehr hilfreich. Solche Untersuchungen sind nicht allein aus rein geschichtlichen Gründen interessant. Vielmehr klären sie verwickelte Zusammenhänge in den Theorien und schärfen den Blick für das Erkennen besonders wichtiger physikalischer Effekte. Schließlich eröffnen die historischen Studien auch den Zugang zu in der Vergangenheit geleisteten Beiträgen, die ignoriert oder vergessen worden sind.

Von Leonardos Weinstock zu Hightechanwendungen

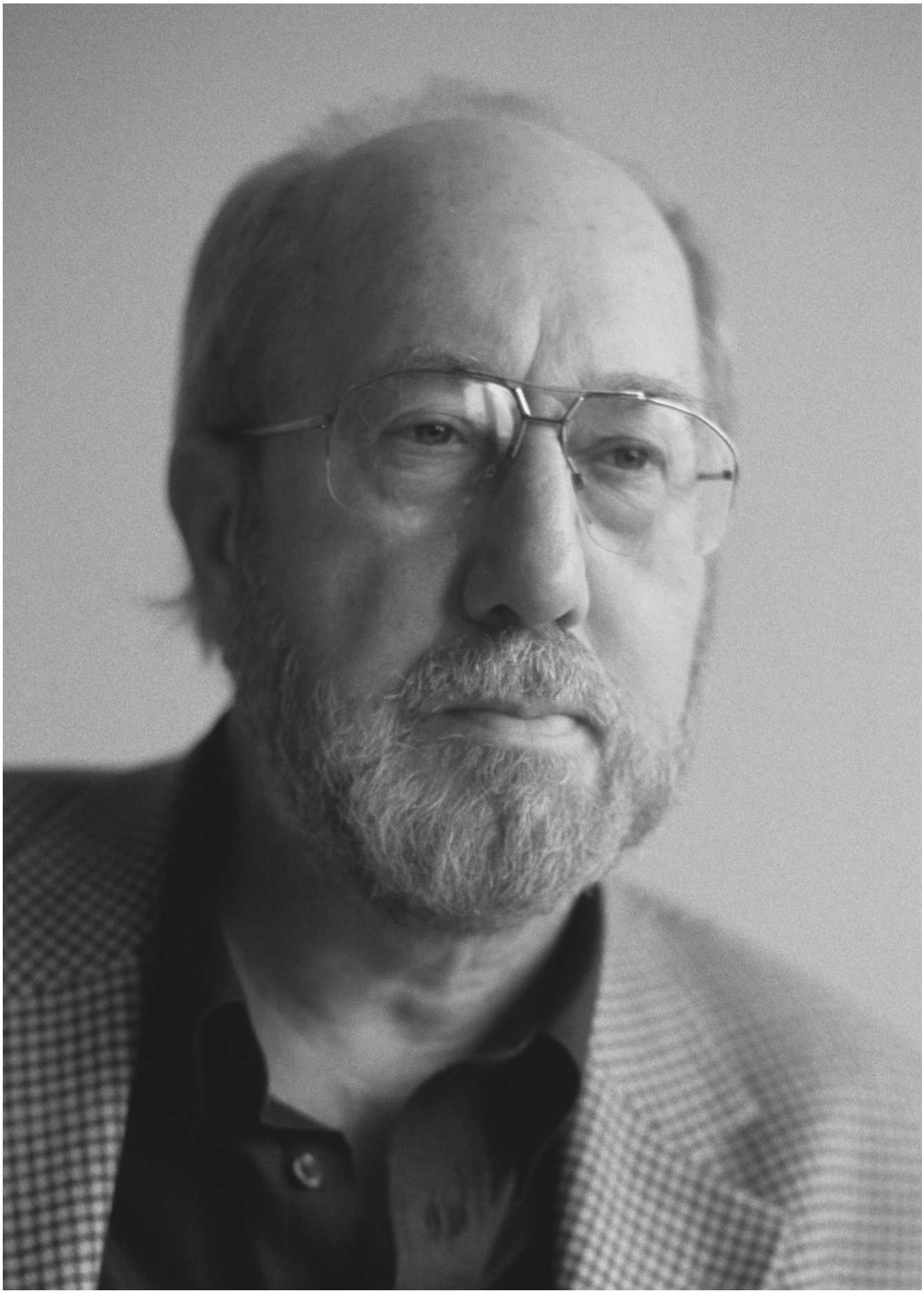
Historische Entwicklung der Theorie poröser Medien (Materialien) einschließlich des Wiener Skandals

Von Reint de Boer

Die Entwicklung der Theorie poröser Stoffe (Medien) hat, bedingt durch ihre große Komplexität, relativ lange gedauert. Nach vielen Tiefs und Hochs mit entmutigenden Rückschlägen und überraschenden Fortschritten sowie zum Teil großen persönlichen Konflikten konnte erst in den letzten Jahren eine weitgehend konsistente Theorie kreiert werden. Ihre historische Entwicklung mit drei Highlights, nämlich der Schaffung des Konzepts der Volumenanteile und der Mischungstheorie sowie dem Wiener Skandal, stellt ein faszinierendes und wohl einmaliges Stück Wissenschaftsgeschichte dar.

Begonnen hat wohl alles mit Leonardo da Vinci. Gemäß seinen hehren Worten: „*Hüte dich vor den Lehren jener Spekulanten, deren Überlegungen nicht von der Erfahrung bestätigt sind*“, machte er sich an die Arbeit, die Frage zu klären, wie das Wasser von den Meeren bis zu den Bergen steigen kann, um dort als Quelle wieder auszutreten: „*So wie der im Weinstock verteilte Saft emporsteigt und an den angeschnittenen Stellen ausfließt, so steigt auch das Wasser empor und fließt aus den höchsten Gipfeln der Berge.*“ Was er hier beschrieb, ist die Kapillarwirkung, ein Phänomen, das in porösen Körpern und Haarröhren auftreten kann, und dessen kontinuumsmechanische Begründung erst in jüngster Zeit erfolgte. Neben dem Weinstock führte er im Verlauf seiner Abhandlung als weiteres Beispiel den Schwamm auf, bei dem dasselbe Phänomen auftritt. Er wurde jedoch selbst Opfer seiner obigen Aussage, denn seine Erklärung ging weitgehend daneben, gerade weil sie spekulativ war.

Der Schwamm scheint überhaupt das Vorzeigebeispiel für das Aufzeigen physikalischer Effekte zu sein. Denn auch Leonard Euler, Physiker, Philosoph und einer der besten Mathematiker aller Zeiten, führte den Schwamm als Beispiel an,



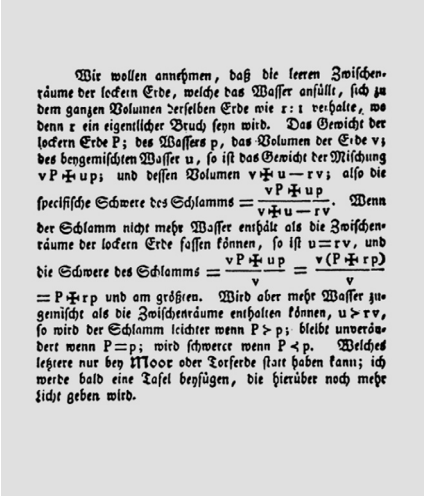
Reint de Boer. Foto: Max Greve

nämlich zur Erklärung der Undurchdringlichkeit verschiedener Stoffe[1]. In dem posthum veröffentlichten Artikel *Anleitung zur Naturlehre* geht er einen Schritt weiter und beschreibt[2] die Poren in einem porösen Körper, wobei er klar zwischen geschlossenen und offenen Poren unterscheidet.

Die glänzenden Beiträge zur Theorie poröser Medien durch den Ingenieur und Wissenschaftler Reinhard Woltman[3] (1794/99), Hafenbau-Direktor in Hamburg am Ende des 18. und zu Beginn des 19. Jahrhunderts, sind weitgehend unbeachtet geblieben. In seinem Werk *Beyträge zur Hydraulischen Architectur* breitete er seine Ideen über poröse Körper aus.

Reinhard Woltman, Sohn eines Bauern, wurde im Dezember 1757 in der Nähe von Bremen geboren. Er wuchs unter sehr ärmlichen Bedingungen auf und arbeitete stets an seiner Weiterbildung, um Volksschullehrer in seiner Heimatstadt werden zu können. Später, 1779, entschied er sich jedoch, in die Dienste des Hamburger Senats als verantwortlicher Leiter des Deichbaus einzutreten. Seine Vorgesetzten erkannten schnell seine hohe Begabung für die Mathematik und das Ingenieurwesen und förderten ihn in jeder Hinsicht. Sie ermöglichten ihm den Besuch einer höheren Schule und das Studium des Deichwesens an der Kieler Universität. Darüber hinaus bewilligte der Hamburger Senat ihm zwei Forschungsfreisemester, die Woltman nutzte, um seine akademischen Studien fortzusetzen. Seine Bildungsreise führte ihn durch Deutschland, Frankreich, England und Holland. Er legte seine Erkenntnisse, die er auf seinen Reisen gewonnen hatte, in den Jahren 1794 bis 1799 in dem angegebenen Werk nieder, das vor allem, neben literarisch wertvollen Reisebeschreibungen, Ideen zur Bodenmechanik und zu porösen Körpern enthält. In dem dritten Band nimmt er beispielsweise eine Klassifikation der Böden vor. Er erkannte die gemeinsame Eigenschaft

(1) Reinhard Woltman (1757–1837).



Wir wollen annehmen, daß die leeren Zwischenräume der lockern Erde, welche das Wasser anfüllt, sich zu dem ganzen Volumen derselben Erde wie $r:1$ verhalte, wo denn r ein eigentlicher Bruch seyn wird. Das Gewicht der lockern Erde P; des Wassers p, das Volumen der Erde v; des beygemischten Wasser u, so ist das Gewicht der Mischung $vP + up$; und dessen Volumen $v + u - rv$; also die specifische Schwere des Schlamms $= \frac{vP + up}{v + u - rv}$. Wenn der Schlamm nicht mehr Wasser enthält als die Zwischenräume der lockern Erde fassen können, so ist $u = rv$, und die Schwere des Schlamms $= \frac{vP + up}{v} = \frac{v(P + rp)}{v}$ $= P + rp$ und am größten. Wird aber mehr Wasser zugemischt als die Zwischenräume enthalten können, $u > rv$, so wird der Schlamm leichter wenn $P > p$; bleibt unverändert wenn $P = p$; wird schwerer wenn $P < p$. Welches letztere nur bey Moor oder Torferde statt haben kann; ich werde bald eine Tafel beyfügen, die hierüber noch mehr Licht geben wird.

(2) Woltmans Konzept der Volumenanteile.

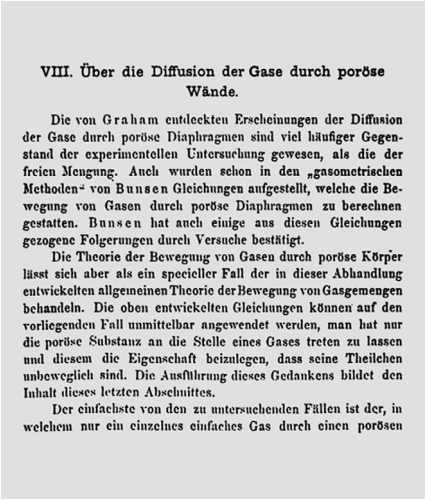
der Böden, nämlich die innere Reibung, die die Böden von Flüssigkeiten und Gasen unterscheidet. Angeregt durch ein Preisausschreiben der Sankt Petersburger Akademie der Wissenschaften entwickelte Woltman dann eine Erddrucktheorie für leere poröse Körper (trockener Sand), die in mancher Hinsicht eleganter ist als Coulombs Theorie, da er den Winkel der inneren Reibung einführte, der eine geschicktere Umformung der mathematischen Formeln zuließ. Bestechend ist die wissenschaftliche Methodik, die Woltman verwandte. Er stellte die Grundannahmen für seine Theorie in klarer und übersichtlicher Weise heraus und entwickelte diese dann auf der Grundlage gesicherter mechanischer Prinzipien und Axiome, wobei ihm seine mathematische Ausbildung durch den seinerzeit sehr bekannten Göttinger Mathematiker und Physiker Professor Abraham G. Kästner hilfreich zustatten kam.

Seine gute Beobachtungsgabe führte ihn auch zu der Entwicklung des Konzepts der Volumenanteile, das für die kontinuumsmechanische Beschreibung von leeren und saturierten porösen Körpern von elementarer Bedeutung ist. Er stellte zunächst fest, dass Schlamm aus zwei Konstituierenden besteht, nämlich aus einem lockeren Erdkörper und Wasser, das die Poren füllt. Er sprach in diesem Zusammenhang von einer Mischung und führte, in überraschender Weise, das Konzept der Volumenanteile ein, das das Verhältnis der Porenanteile zum Gesamtvolumen des Erdkörpers festlegt. Es scheint, dass Reinhard Woltman der erste Wissenschaftler war, der die für die Theorie der porösen Medien so wichtige grundlegende Idee entwickelte. Offensichtlich setzte er seine vielversprechenden Studien über poröse Körper nicht fort, denn es sind keine diesbezüglichen Publikationen bekannt.

Den nächsten Schritt zur Schaffung einer Theorie poröser Medien unternahm der Wiener Physiker Josef Stefan, der eine kontinuumsmechanische Theorie der Mischungen entwickelte.

Josef Stefan erhielt im Jahre 1863 eine Professur für Höhere Mathematik und Physik an der Wiener Universität. Er arbeitete hauptsächlich auf dem Gebiet der kinetischen Gastheorie, und zusammen mit Hermann Helmholtz machte er Maxwells Theorie in Europa bekannt. Im Jahre 1879 formulierte er mit seinem später berühmten Studenten Ludwig Boltzmann das so genannte Stefan-Boltzmann-Gesetz. In dem Artikel *Über das Gleichgewicht und die Bewegung, insbesondere die Diffusion von Gasgemengen*[4] legte Stefan 1871 die rein kontinuumsme-

(3) Joseph Stefan (1835 – 1893).



VIII. Über die Diffusion der Gase durch poröse Wände.

Die von Graham entdeckten Erscheinungen der Diffusion der Gase durch poröse Diaphragmen sind viel häufiger Gegenstand der experimentellen Untersuchung gewesen, als die der freien Mengung. Auch wurden schon in den „gasometrischen Methoden" von Bunsen Gleichungen aufgestellt, welche die Bewegung von Gasen durch poröse Diaphragmen zu berechnen gestatten. Bunsen hat auch einige aus diesen Gleichungen gezogene Folgerungen durch Versuche bestätigt.

Die Theorie der Bewegung von Gasen durch poröse Körper lässt sich aber als ein specieller Fall der in dieser Abhandlung entwickelten allgemeinen Theorie der Bewegung von Gasgemengen behandeln. Die oben entwickelten Gleichungen können auf den vorliegenden Fall unmittelbar angewendet werden, man hat nur die poröse Substanz an die Stelle eines Gases treten zu lassen und diesem die Eigenschaft beizulegen, dass seine Theilchen unbeweglich sind. Die Ausführung dieses Gedankens bildet den Inhalt dieses letzten Abschnittes.

Der einfachste von den zu untersuchenden Fällen ist der, in welchem nur ein einzelnes einfaches Gas durch einen porösen

(4) Stefans Untersuchung eines starren porösen Körpers.

und stellte die Massenbilanz auf unter Ausschluss jeglicher Massenaustauschprozesse. Damit waren die allgemeinen hydromechanischen Gleichungen für eine Mischung von Gasen gewonnen. Er betrachtete weiterhin einige Spezialfälle. Im achten Kapitel seiner Arbeit behandelte Stefan ein Problem, das mit der Theorie poröser Materialien eng verbunden ist, nämlich die Diffusion eines Gases durch eine Membran. Er ging von seinen fundamentalen Gleichungen aus und ersetzte ein Gas durch eine poröse Membran in der Weise, dass er annahm, ihre Partikel seien fixiert. Stefan beschrieb das Verhältnis des freien Gasdrucks und

chanische Mischungstheorie nieder. Er stellte klar: „*Sollen die wirklichen Vorgänge in einem Gemenge berechnet werden, so genügt es nicht mehr, dasselbe als einen einheitlichen Körper zu betrachten, wie es die gewöhnliche Mechanik thut; es müssen Gleichungen aufgestellt werden, welche die Bedingungen des Gleichgewichts und die Gesetze der Bewegung für jeden einzelnen Bestandtheil in dem Gemenge enthalten. Namentlich gilt dies für Gase, welche alle sich gegenseitig zu durchdringen vermögen. Die Aufstellung der Gleichungen für das Gleichgewicht und die Bewegung von Gasgemengen, die Anwendung dieser Gleichungen zur Berechnung der Erscheinungen der Gasdiffusion, die Prüfung derselben durch den Vergleich zwischen Rechnung und Versuch, bilden den Gegenstand dieser Abhandlung.*" Danach führte er die wichtige Annahme der Mischungstheorie bezüglich der Interaktionskräfte zwischen den Konstituierenden ein. „*In einem Gemenge erfährt jedes einzelne Theilchen eines Gases, wenn es sich bewegt, von jedem anderen Gase einen Widerstand proportional der Dichte dieses Gases und der relativen Geschwindigkeit beider.*" Sodann leitete er die eindimensionalen Bewegungsgleichungen für ein binäres Modell her unter Einschluss der Interaktionskräfte

(5) Paul Fillunger (1883 – 1937).

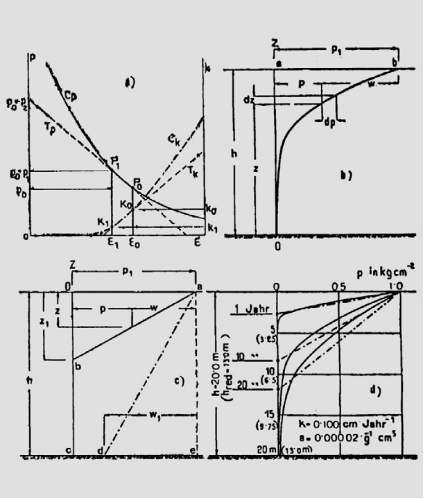
des partialen Gasdrucks innerhalb der Poren mit Hilfe der Porosität des porösen Festkörpers. Somit wandte er zum ersten Mal die Mischungstheorie, kombiniert mit dem Konzept der Volumenanteile, für ein spezielles binäres Modell innerhalb der Kontinuumsmechanik an.

In der Folgezeit kehrte Stefan in seinen Arbeiten öfter zur Mischungstheorie zurück. Allerdings erreichten sie nicht die Bedeutung und Klarheit seines Werkes von 1871.

In den folgenden Jahren wurden keine substanziellen Beiträge zur Theorie poröser Materialien veröffentlicht. Es war Paul Fillunger, der die Behandlung der porösen Medien in seinen Arbeiten wieder aufnahm.

Paul Fillunger, geboren am 25. Juni 1883, entstammte einer Familie, aus der bereits mehrere Ingenieure hervorgegangen waren. Er war mathematisch begabt und so war es ganz selbstverständlich, dass er nach Absolvierung des Gymnasiums an der Technischen Hochschule Wien Maschinenbau studierte. Nach der zweiten Staatsprüfung, die er 1904 mit Auszeichnung bestand, nahm er eine Position bei der privaten Österreichisch-Ungarischen Eisenbahn an. Im Jahre 1910 wechselte er an das Technologische Gewerbemuseum in Wien. Hier wurde er mit Lehraufgaben (Mathematik und Mechanik) und mit der Leitung eines Versuchslabors betraut. Nach einigen Jahren wurde ihm der Titel K. K. Professor verliehen. Einen großen Karrieresprung schaffte er 1923 mit der Übernahme einer o. ö. Professur für Technische Mechanik an der Technischen Hochschule Wien, die er bis 1937 innehatte.

Fillunger behandelte in seiner ersten Arbeit zur Theorie poröser Materialien 1913 das Phänomen des Auftriebes in Gewichtsstaumauern, das heißt in saturierten porösen Medien. Er kam zu dem Ergebnis, dass der Auftrieb eine lineare Funktion der Differenz von Volumen- und Oberflächenporosität ist. Obwohl die Struktur seiner Auftriebsformel in Ordnung war, enthielt seine Formel mit der Einbeziehung der Oberflächenporosität einen gravierenden Fehler. Dies wurde Anfang der dreißiger Jahre von Karl von Terzaghi, ebenfalls Professor an der Technischen Hochschule in Wien, bemerkt. Es kam hierüber zum Streit mit Paul Fillunger, der sich sehr stur stellte und der mit fadenscheinigen Argumenten sein eigenes Ergebnis verteidigte. Dieser Streit, der sich über zwei Jahre in den Jahren 1933 und 1934 mit Darstellungen und Gegendarstellungen hinzog, war der Grundstein zu einem der größten Wissenschaftsskandale[5], der sich wohl je ereignet hat.



(6) Von Terzaghis Testergebnisse von belasteten saturierten Tonproben, 1923.

Kapillarität in porösen Stoffen war ebenfalls Gegenstand der Forschung an der Technischen Hochschule in Wien in den zwanziger und dreißiger Jahren des vorigen Jahrhunderts. Auch hierzu lieferten die beiden Professoren Fillunger und von Terzaghi wertvolle Beiträge. Zum Teil wurden allerdings auch auf diesem Gebiet die unterschiedlichen Meinungen beider sichtbar und mit sarkastischen Bemerkungen gewürzt, so beispielsweise von Fillunger über von Terzaghis Auffassung von der Kapillarität: *„Zwar läßt die Natur sich jede Erklärung gefallen, allein sie hält sich nicht daran.“*

Ein ganz entscheidender physikalischer Effekt in saturierten porösen Festkörpern wurde bereits von Fillunger 1913 in seiner ersten Arbeit über poröse Materialien beschrieben, nämlich der Effekt der effektiven Spannungen, dessen Entdeckung bis vor einigen Jahren allein Karl von Terzaghi zugeschrieben wurde. Dieser Effekt besagt, dass der Spannungszustand im Festkörpergerüst additiv aufgespaltet werden kann in einen Anteil aus dem Flüssigkeitsdruck und einen Anteil, der allein dem porösen partialen Festkörper zugeordnet ist (effektive Spannung).

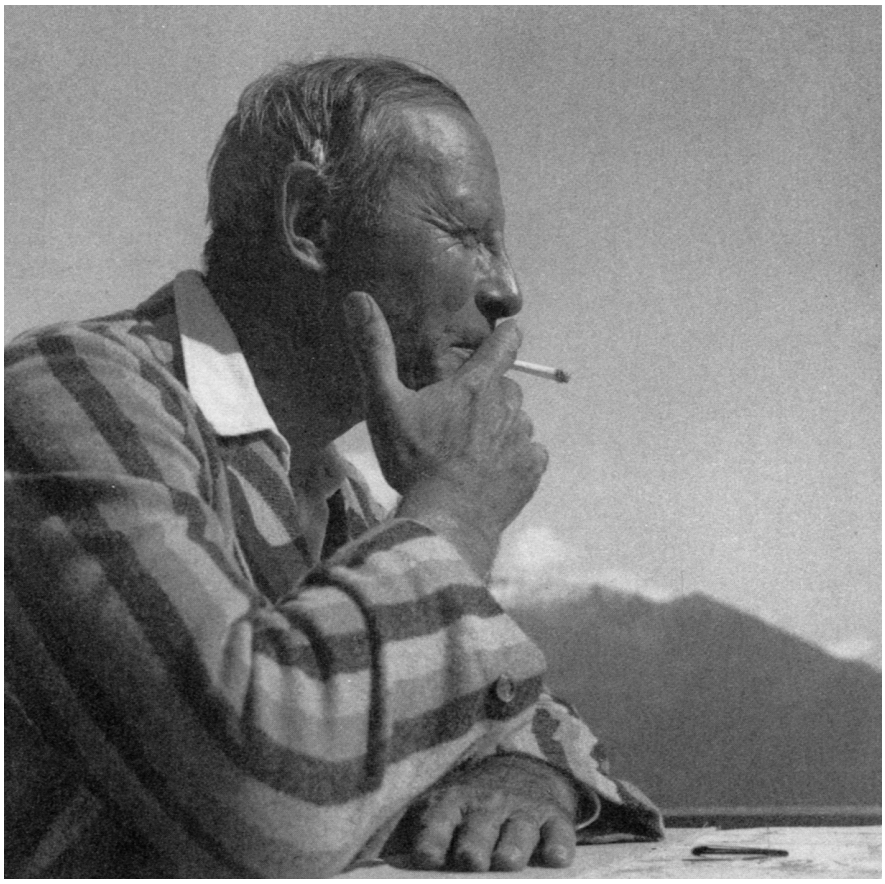
Die Untersuchung der besprochenen Effekte wurde von Fillunger an starren porösen Körpern durchgeführt. Die Untersuchung deformierbarer poröser Festkörper begann um 1920 mit Karl von Terzaghis Arbeiten zur Permeabilität von Tonkörpern.

Karl von Terzaghi, mit vollem Namen Karl Anton Terzaghi Edler von Pontenuovo, wurde am 2. Oktober 1883 in Prag geboren. Er war Nachkomme einer Familie, aus der eine ganze Reihe von österreichischen Beamten und Offizieren hervorgegangen war. Auch Karl wollte den Beruf eines Offiziers ergreifen; er musste dieses Ziel wegen eines leichten Augenfehlers allerdings aufgeben. Nach seiner Schulausbildung begann er 1900 das Studium des Maschinenbaus an der Technischen Hochschule Graz. Seine Studienjahre waren geprägt von seinem Verbindungsleben mit Trinken, Duellieren und Ausschweifungen. Er beendete sein Studium 1904 und arbeitete für kurze Zeit in einer Maschinenfabrik. Wenig später wechselte er in das Bauingenieurwesen, wo er für verschiedene Firmen tätig war. Im Jahre 1912 ging er für fast zwei Jahre in die Vereinigten Staaten von Nordamerika, um das große Bewässerungsprogramm im Hohen Westen zu studieren. Nach zwei Jahren Dienst als Oberleutnant in einem Landsturm-Bataillon (Pionierkorps) im 1. Weltkrieg übernahm er eine Professur an der Ingenieurhochschule

in Konstantinopel. Im Jahre 1925 wechselte er als Reader an das Massachusetts Institute of Technology (M.I.T.), und 1929 wurde er auf den Lehrstuhl Wasserbau II der Technischen Hochschule Wien berufen, wo er bis 1938 tätig war.

Wie bereits angedeutet, startete Karl von Terzaghi seine Untersuchungen deformierbarer, saturierter poröser Matrizen, als er Professor für Grund- und Straßenbau in Konstantinopel war. Er legte seine Ergebnisse in dem Artikel *Die Berechnung der Durchlässigkeitsziffer des Tones aus dem Verlauf der hydrodynamischen Spannungserscheinungen* nieder[6]. Es ging von Terzaghi in diesem Aufsatz nicht um die Deformationen (Konsolidation) des Tonkörpers, sondern – wie der Titel anzeigte – um die Permeabilität bei sehr kleinen Poren. Er beschrieb das Problem mit einer partiellen Differenzialgleichung für den Porenwasserdruck, die er mit sehr vereinfachenden mechanischen Annahmen und aus einer Analogiebetrachtung gewonnen hatte.

In den folgenden Jahren kümmerte sich Karl von Terzaghi nicht weiter um die Fortentwicklung seiner viel versprechenden Ideen aus dem Jahr 1923. Er hatte dazu auch wenig Zeit, denn gleich nach Beginn seiner Anstellung am M.I.T. war er sehr aktiv, hauptsächlich durch beratende Tätigkeiten bei Bauproblemen. Sein Einfluss auf diesem Gebiet wuchs ständig und im Jahre 1928 wurde er von der United Fruit Company nach Mittelamerika geschickt, um die Permeabilität der Urwaldböden zu untersuchen. Seine umfangreiche Ingenieurtätigkeit endete vorläufig mit seiner Berufung nach Wien im Jahre 1929. Neben der Errichtung eines Versuchslabors und der oben erwähnten Untersuchungen des Auftriebs- und Kapillarproblems wandte er sich 1936 zusammen mit seinem langjährigen Freund Otto Karl Fröhlich wiederum dem deformierbaren saturierten Festkörper zu, nämlich mit der Berechnung der Formänderungen (Konsolidation) des Tonkörpers in einem Buch mit dem Titel *Theorie der Setzungen von Tonschichten*[7].



(7) Karl von Terzaghi auf Urlaub in Hintertux, 1934.

Dieses Buch, in Teilen schludrig geschrieben, bot für Fillunger nach seinem Streit mit von Terzaghi über die Auftriebsfrage eine willkommene Gelegenheit, sich zu revanchieren und dessen Werk zu attackieren, um von Terzaghi ein für alle Mal zu diskreditieren. Er studierte das Buch von Karl von Terzaghi und Otto Karl Fröhlich sechs Monate lang, wobei er neben sehr kritischen Anmerkungen auch zu ganz neuen Einsichten bezüglich der theoretischen Behandlung von saturierten porösen Körpern kam. Er legte seine Erkenntnisse in einem Büchlein *Erdbaumechanik?*[8], das er im Selbstverlag herausgab, auf 47 Seiten nieder. Er stellte in einem gesonderten Kapitel seine Konsolidationstheorie der Auffassung von Karl von Terzaghi und Otto Karl Fröhlich zur Konsolidation gegenüber. Dabei ging er folgerichtig von einem Zweiphasensystem aus, das er mit gesicherten mechanischen Axiomen und Prinzipien beschrieb: „*Man sieht leicht ein, daß bei der theoretischen Untersuchung der Setzung infolge von Grundwasserströmungen die Eulerschen Grundgleichungen der Hydromechanik herangezogen werden müssen.*“ Weiterhin stellte er fest, dass es sich bei einer Porenwasserströmung und Setzung um zwei miteinander gekoppelte Strömungen handelt: „*Das Porenwasser (Körper 1) strömt nach aufwärts, der poröse Erdboden (Körper 2) mit der Setzungsgeschwindigkeit nach abwärts. Sehen wir ebenso wie die anderen Verfasser von der Wirkung des Eigengewichts ab, so besteht die äußere Kraft für jeden Körper nur im Widerstand, den der andere Körper seiner Strömung entgegensetzt, und darauf beruht die Koppelung der zwei Bewegungen.*“ Anschließend schrieb Fillunger die dynamischen

Grundgleichungen und die Kontinuitätsgleichungen für beide Körper nieder, im Rahmen einer rein mechanischen Theorie. Er verwendete in korrekter Weise die Inkompressibilitätsbedingungen für beide Konstituierende und führte Interaktionskräfte ein, die er mit Hilfe des Darcy'schen Gesetzes bestimmte. Weiterhin machte er noch einige interessante Bemerkungen bezüglich der Verwendung des Konzepts der effektiven Spannungen.

Fillunger hatte mit seiner Beschreibung des Konsolidationsproblems ein Meisterstück geschaffen, das um fast 40 Jahre seiner Zeit voraus war. Im Gegensatz zu Karl von Terzaghis Vorgehen entspricht Paul Fillungers Methode der um das Konzept der Volumenanteile erweiterten Mischungstheorie und stellt eine außergewöhnliche wissenschaftliche Leistung von hoher Originalität dar.

Sein Werk war lange Zeit vollständig vergessen und ignoriert. Erst gegen Ende der achtziger Jahre des vorigen Jahrhunderts wurde es von mir wieder entdeckt und als Meilenstein in der Entwicklung der Theorie poröser Medien gewürdigt.

Ein Grund dafür, dass Fillungers Arbeit lange Zeit unbeachtet blieb, liegt sicherlich in der Tatsache begründet, dass in seinem Pamphlet fast jede Seite von polemischen Äußerungen gegen von Terzaghis Theorie und von persönlichen Beleidigungen gegen beide Autoren des Buches über Setzungen strotzt. Hier nur einige Beispiele seiner sarkastischen Bemerkungen:

– *„Es ist übrigens unverkennbar, daß Herr Fröhlich sichtlich bemüht war, ein wenig Klarheit in die Gedankengänge zu bringen, wogegen man den von Herrn v. Terzaghi allein verfaßten Buchteilen oft sehr ratlos gegenübersteht, besonders, wenn man diese Art wissenschaftliche Texte von seinen früheren Veröffentlichungen her noch nicht kennengelernt hat. Darum müssen wir Herrn Fröhlich sogar ein wenig dankbar sein, da sein Streben nach Klarheit es uns ermöglichte, auch Minderbemittelten die Augen zu öffnen."*

– *„Taschenspieler müssen, wollen sie Erfolg haben, die Aufmerksamkeit ihrer Zuschauer ermüden und ablenken. Bei solchen wissenschaftlichen Taschenspielereien, wie diese Fröhliche Terzaghi-Mathematik eine ist, kommt noch als weiterer den Erfolg der Eskamotagen begünstigender Umstand die Scheu des Lesers und des Hochschulhörers hinzu, sie könnten durch unberechtigte Kritik, ja schon durch bloßes Einbekennen: Das begreife ich nicht! schwere Mängel ihres Wissens und ihrer Geistesschärfe aufdecken."*

Theorie
der
Setzung von Tonschichten
Eine Einführung in die analytische Tonmechanik
Von
Dr. Ing. K. v. Terzaghi und Dr. Ing. O. K. Fröhlich
o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien
Beratender Ingenieur in s-Gravenhage
Mit 100 Abbildungen im Text
Leipzig und Wien
Franz Deuticke
1936

(8) Das Streitobjekt.

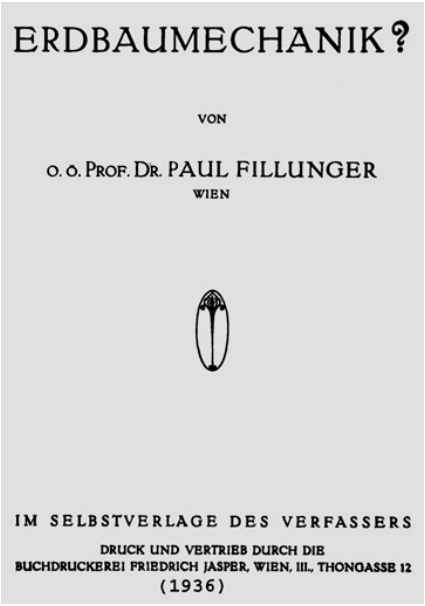
Fillungers Pamphlet wurde Anfang Dezember 1936 veröffentlicht. Die fachlichen und persönlichen Angriffe setzten die von-Terzaghi-Schule in helle Aufregung. Einige Tage nach Erscheinen von *Erdbaumechanik?* richtete von Terzaghi in einem Schreiben an den Rektor der Technischen Hochschule die dringende Bitte, gegen Fillunger ein Disziplinarverfahren zu eröffnen. Dies geschah am 21. Dezember 1936. Das wichtigste Ergebnis der Sitzung des Disziplinarausschusses war die Empfehlung der Mitglieder an den Rektor, einen Expertenausschuss, bestehend aus Professoren der Technischen Hochschule, insbesondere aus den Gebieten Physik und Mathematik, zu bilden zwecks Überprüfung der fachlichen Angriffe. Erst nach Vorliegen des Gutachtens der Expertenrunde sollte das Disziplinarverfahren fortgesetzt werden. Weiterhin wurde seitens des Disziplinarausschusses beschlossen, dass Fillunger als Angeklagter zu betrachten sei, dass er seine Anschuldigungen rechtfertigen und erklären müsse, ob persönliche Konflikte bereits vor der Publikation seines Pamphlets bestanden haben. Außerdem wurde festgelegt, dass von Terzaghi und Fröhlich in den Zeugenstand zu rufen seien und ebenfalls darüber befragt werden müssten, ob das Pamphlet persönliche Hintergründe habe. Der Rektor bestellte noch am selben Tag den Administrationsrat Regierungsrat Josef Goldberg zum Untersuchungskommissar in dem Verfahren gegen Fillunger. Goldberg begann sofort mit den Untersuchungen. Bereits am 22. Dezember 1936 befragte er Fillunger über die Geschichte der Affäre, insbesondere zum Disput über das Auftriebsproblem. In weiteren Befragungen am 17. bis 19. Februar 1937 verteidigte Fillunger seine fachlichen und persönlichen Attacken gegen von Terzaghi und Fröhlich.

Die Befragung Karl von Terzaghis begann am 23. Dezember 1936. Die Themen waren dieselben wie in der Befragung Fillungers. Weitere Anhörungen wurden am 10. Februar 1937 und vom 3. bis 5. März 1937 durchgeführt. Die Befragung Fröhlichs geschah ebenfalls bereits am 23. Dezember 1936 und wurde am 24. Februar 1937 fortgesetzt.

Der Expertenausschuss begann seine Arbeit Anfang Januar 1937. Er hielt insgesamt 18 Sitzungen ab. Der beherrschende Mann in dem Ausschuss war Professor Flamm, theoretischer Physiker und Schwiegersohn des berühmten Physikers Professor Ludwig Bolzmann. Er formte eine starke Gruppe zusammen mit Professor Schaffernak, einem Freund von Terzaghis, und dem Physiker Professor Aigner, der offensichtlich keine eigene Meinung hatte,

aber stets Flamms und Schaffernaks Ausführungen zustimmte. Über die Professoren Flamm und Schaffernak erfuhr von Terzaghi viele Einzelheiten aus dem Ausschuss und konnte so seine Verteidigungsposition gegenüber Fillunger aufbauen, was er auch in gekonnter Art bewerkstelligte.

Eine entscheidende Sitzung des Expertenausschusses fand am 30. Januar 1937 statt. In einem glänzenden Exposé zerpflückte Flamm Fillungers Argumente und wies nach, dass Fillunger entscheidende Fehler in seiner Kritik an von Terzaghis Arbeiten unterlaufen waren. Dies war verheerend für Fillungers Position. Offensichtlich wurde Fillunger von Professor Saliger, seinem Vertrauten im Expertenausschuss, über die neue Lage im Ausschuss informiert; denn noch am Abend des 30. Januar verfasste er ein Schreiben an den Rektor, worin er ausführte, dass seine Vorwürfe gegen von Terzaghi und Fröhlich unbegründet waren – und er bat alle, die er beleidigt hatte, um Verzeihung. Er sandte das Schreiben allerdings nicht ab, sondern arbeitete weiter an seiner Rechtfertigung. Dies war insofern nötig, da Ende Januar 1937 von Terzaghi und Fröhlich ihrerseits mit einer ebenfalls in manchen Punkten polemischen Verteidigungsschrift auf seine Angriffe geantwortet hatten. Sie konnten viele Kritikpunkte der Fillunger'schen Schrift entkräften und verschwommene Abfassungen in ihrem Buch über die Konsolidation klarstellen. Den essenziellen Punkt, nämlich die neuartige Beschreibung des Konsolidationsvorganges, konnten sie jedoch nicht widerlegen. Während der nächsten Wochen arbeitete Fillunger unentwegt an seiner Broschüre *Vorläufige Erwiderung auf die Verteidigungsschrift der Herren von Terzaghi und Fröhlich*, die er Anfang Februar 1937 fertig stellte und den Mitgliedern des Expertenausschusses übergab. In einem kurzen Brief an die Mitglieder entschuldigte er sich für mögliche Fehler in seiner Erwiderung, da er diese in großer Hast ausgearbeitet hätte. In seiner Schrift wiederholte er seine Zweifel an der Schrift von Terzaghis und Fröhlichs. *„Sowohl die Theorie der Setzung von Tonschichten der Herren v. Terzaghi und Fröhlich als auch die Berechtigung zur vollständigen Ablehnung der Theorie aus wissenschaftlichen Gründen durch den Verfasser dieser Erwiderung stehen und fallen mit der Beantwortung der Frage, ob die Differentialgleichung der Porenwasserströmung, wie sie durch v. Terzaghi aufgestellt und außer von diesem auch von Herrn Dr. Fröhlich vertreten wird, nämlich die Gleichung* (das


ERDBAUMECHANIK?

VON

O. Ö. PROF. DR. PAUL FILLUNGER
WIEN

IM SELBSTVERLAGE DES VERFASSERS
DRUCK UND VERTRIEB DURCH DIE
BUCHDRUCKEREI FRIEDRICH JASPER, WIEN, III., THONGASSE 12
(1936)

(9) Das Pamphlet.

heißt von Terzaghis Differenzialgleichung) *wissenschaftlich begründet werden kann.“* Während der nächsten Wochen im Februar 1937 revidierte er das Manuskript, das später im Juli 1937 von seinem Sohn in kleiner Auflage veröffentlicht wurde. Es ist offensichtlich, dass Fillunger allmählich realisierte, dass er sich in wesentlichen Teilen seiner polemischen Kritik an von Terzaghi und Fröhlich geirrt hatte. Die Nervenanspannung wurde größer und größer und er verfiel zusehends. Professor Wolf, der Obmann des Ausschusses, berichtete, dass Fillunger bei einem Treffen mit ihm total verwirrt war. Es gab allerdings auch Tage, an denen er glaubte, dass er den Kampf gewinnen könnte und an solchen Tagen arbeitete er hart an seiner Erwiderung und änderte einige Kapitel vollständig.

Am Sonnabend, dem 6. März arbeitete Fillunger wie gewohnt an der Technischen Hochschule in Wien. Um elf Uhr telefonierte er mit seiner Frau Margarete, die sich in ihrer Wohnung in der Messerschmidtgasse 28 in Wien aufhielt. Man kann nur vermuten, dass ihn jemand über den Stand der Beratung in dem Expertenausschuss informiert hatte. Offensichtlich war der Ausschuss zu der Auffassung gekommen, dass er mit seinen Äußerungen in *Erdbaumechanik?* die nach dem Gesetz zulässigen Toleranzgrenzen überschritten habe. Mit dem entsprechenden Beschluss würde das Disziplinarverfahren fortgesetzt werden, an dessen Ende seine Entlassung aus dem Hochschuldienst stehen könnte. Ein solcher „Ehrverlust“ war für den begeisterten Wissenschaftler unerträglich, und so fasste er einen sofortigen unerbittlichen Entschluss.

Um die Mittagszeit kam Fillunger nach Hause, wechselte seine Kleidung und verließ die Wohnung wieder um 14 Uhr in größter Aufregung. Seine Frau folgte ihm einige Minuten später und rief: *„Ich muss ihn zurückhalten.“* Am späten Nachmittag kam das Paar zurück. Frau Fillunger hatte das wissenschaftliche Werk ihres Mannes stets teilnahmsvoll begleitet und war auch in dem Wissenschaftsstreit intensiv involviert. Sie trafen die traurige Entscheidung, gemeinsam Selbstmord zu begehen.

Beide bereiteten ihren Tod sehr sorgfältig vor. An diesem Abend schrieben sie zehn Abschiedsbriefe, und Paul Fillunger verfasste seinen letzten Willen. Insbesondere die Briefe an die Polizei sind tief bewegend:

– *„Meine Verblendung ist von mir gewichen – der gute Glaube, in dem*

ich noch vor nicht allzu langer Zeit zu sein glaubte, besteht nicht mehr. Schwere Angriffe auf einen anderen fordern Sühne, die ich nur selbst geben kann. Meine überaus brave Gattin will mich nicht allein sühnen lassen. Wir bitten uns vor der Beerdigung den Herzstich geben zu lassen.“ – „Die große Hingabe und Liebe zur Wissenschaft, die mein armer Mann stets nur als sein Höchstes hielt, führte uns durch einen wissenschaftlichen Irrtum in den Tod. Unsere Ehre kann nur so gerettet werden und uns der Glaube geschenkt werden, daß nur der edelste Gedanke und die ehrlichste feste Überzeugung der Wahrheit zu dienen zu diesem wissenschaftlichen Schritt Berechtigung gab.“

Sie wickelten Garn um die Türklingel und stellten einen Sessel und einen Schemel in das Badezimmer; an der Außenseite der Badezimmertür befestigten sie einen Warnzettel: Bitte kein Licht machen. Beide kleideten sich in Schwarz. Dann nahmen sie Schlaftabletten und öffneten den Gashahn.

Am Montagmorgen, dem 8. März 1937, wurden die Selbstmorde entdeckt. Die tote Margarete Fillunger saß in dem Sessel und der leblose Professor lag zusammengebrochen auf dem Boden.

Die Selbstmorde von Margarete und Paul Fillunger waren ein großer Skandal in Wien. Alle Zeitungen berichteten über das Ereignis während der nächsten Tage, wobei sie die Tatsache beschrieben und nach Motiven suchten.

Man mag sich fragen, ob Fillunger die Chance hatte, das Disziplinarverfahren unbeschadet zu überstehen und den Kampf gegen von Terzaghi zu gewinnen. Die Antwort kann nur lauten: „Nein“. Fillunger lebte in seiner eigenen kleinen Welt; sein ganzes Leben – Schule, Studium und berufliche Laufbahn – war begrenzt auf die Stadt Wien. Darüber hinaus war er tief in seiner wissenschaftlichen Arbeit, die er oft maßlos überschätzte, involviert, und er besaß eine gewisse Arroganz. Mit anderen Worten, er war oft ein Besserwisser, der andere belehrte, aber deren Meinung nicht akzeptierte.

Dagegen war von Terzaghi genau das Gegenteil von Fillunger; er war weltoffen, eine international bekannte Persönlichkeit, ein Kosmopolit, weitgereist (Russland, USA, Türkei, Mittelamerika usw.). Wissenschaft war nicht das einzige Feld, das ihn beschäftigte; er war als beratender Ingenieur bei umfangreichen Bauprojekten tätig und kam auf diese Weise mit vielen Menschen zusammen. Er war ein sehr scharf und logisch denkender Mann, der die große Fähigkeit besaß, wichtige Probleme im Bauwesen zu erkennen und zu analysieren. Darüber hinaus war er – nach außen hin – tolerant, charmant und gelassen im Umgang mit Menschen, ausgestattet also mit Eigenschaften, die ihn zu einer attraktiven Persönlichkeit machten. Somit war er viel besser als Fillunger für die Kontroverse gerüstet. Er benutzte diese Fähigkeiten, um seine Verteidigung aufzubauen, für die er die richtigen Leute fand, seine Ideen in dem Expertenausschuss umzusetzen.

Fillunger hingegen nahm jede Kritik hinsichtlich technischer Fragen persönlich und war nicht fähig, seine Ideen an die Mitglieder des Ausschusses durch seine Vertreter heranzutragen.

Wie bereits bemerkt, dominierte Professor Flamm den Untersuchungsausschuss. Er überzeugte die Mitglieder, sich auf Fillungers sachliche Angriffe zu konzentrieren und ausschließlich von Terzaghis Konsolidationsmodell zu diskutieren und kein anderes, auch nicht Fillungers mathematisches Modell. An keiner Stelle der ganzen Untersuchung wurde gefragt, ob von Terzaghis Differenzialgleichung wissenschaftlich begründet werden könne, wie von Fillunger verlangt worden war. Anstatt sich auf diesen Hauptpunkt zu konzentrieren, war der Ausschuss – teilweise in kleinlicher Weise – mit Fillungers Kritik an den Sachaussagen in von Terzaghis und Fröhlichs Buch beschäftigt. Keiner der Mitglieder des Ausschusses erwähnte, dass von Terzaghis Differenzialgleichung nur für eindimensionale Konsolidationsprobleme gültig und die Ableitung dieser Gleichung unzulänglich sei. Es ist ebenfalls erstaunlich, dass keiner Fillungers neue Überlegungen erkannte (oder erkennen wollte), die in der Schaffung einer allgemeinen mechanischen Theorie für saturierte poröse Materialien bestand. Erst zum Schluss der Beratungen im Ausschuss wurde Fillungers Theorie beachtet. Es erscheint perfide, dass Fillungers grundlegende Ideen und seine Feldgleichungen dazu dienen mussten, die von Terzaghi'sche Differenzialgleichung aus seinen Gleichungen abzuleiten, zumal dies nur unter starken Vereinfachungen möglich war. Es wurde an keiner

$$(7) \quad \ldots\ldots \quad \begin{cases} \dfrac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \dfrac{\partial v_1}{\partial z} = \dfrac{1}{\varrho_1}\left(-Z - \dfrac{\partial p_1}{\partial z}\right), \\ \dfrac{\partial v_2}{\partial t} + v_2 \dfrac{\partial v_2}{\partial z} = \dfrac{1}{\varrho_2}\left(Z - \dfrac{\partial p_2}{\partial z}\right), \\ \dfrac{\partial \varrho_1}{\partial t} + \dfrac{\partial (\varrho_1 v_1)}{\partial z} = 0, \\ \dfrac{\partial \varrho_2}{\partial t} + \dfrac{\partial (\varrho_2 v_2)}{\partial z} = 0. \end{cases}$$

(10) Fillungers Grundgleichungen.

Stelle vermerkt, dass von Terzaghi seine Differenzialgleichung durch einen Analogieschluss und nicht aus den fundamentalen Bilanzgleichungen der Mechanik abgeleitet hatte. Flamm konnte in dem Gutachten des Ausschusses die Differenzialgleichung nur durch eine gezielte Manipulation der Fillunger'schen Bilanzgleichungen erreichen. Mit der skandalösen Manipulation verfolgte Flamm offensichtlich zwei Zwecke: Erstens konnte er nur mit der manipulierten Gleichung von Terzaghis Differenzialgleichung ableiten; zweitens vermochte er mit seiner Manipulation Fillunger in Misskredit zu bringen. Es ist leider nicht bekannt, inwieweit Flamms Vorgehen mit von Terzaghi arrangiert worden war.

Während Fillungers Leben so tragisch endete, setzte von Terzaghi seine glänzende Karriere fort. Doch von der Wissenschaft hatte er sich innerlich nach dem schweren Kampf mit Fillunger verabschiedet. Er war bis zu seinem Tod 1963 hauptsächlich als beratender Ingenieur tätig, und zwar sehr erfolgreich. Seine Tätigkeit brachte ihm weltweite Anerkennung und natürlich auch finanziellen Erfolg. Die internationale Ingenieurgemeinschaft und insbesondere viele Bauingenieure verehrten ihn abgöttisch. Er erhielt zahlreiche Preise von Ingenieurvereinen und insgesamt neun Ehrendoktorate von Universitäten auf der ganzen Welt. Ohne Zweifel gibt es wohl keinen Ingenieur im Bereich des Bauingenieurwesens, der einen solchen Einfluss auf dem Gebiet der Bodenmechanik ausgeübt hat, wie Karl von Terzaghi.

Fillungers und von Terzaghis brillante grundlegenden Arbeiten in der ersten Hälfte des letzten Jahrhunderts wurden von Gerhard Heinrich und Maurice A. Biot fortgesetzt. Heinrich benutzte exklusiv Fillungers Konzept bei seinen Untersuchungen der porösen Medien, während Biot zu Beginn seiner Karriere den von Terzaghi'schen Ideen folgte. Heinrichs wissenschaftliche Werke erreichten leider nicht die internationale wissenschaftliche Gemeinschaft, wohl deswegen nicht, weil seine Arbeiten in Deutsch geschrieben waren, während Biots Werke später weltweit sehr bekannt wurden, obwohl sie eine Ad-hoc-Theorie darstellten.

V. b. b.

1. Auflage

Das Echo

Bundesländer 12 Groschen

Zehn Groschen

Nr. 55 Montag, 8. März 1937 Jahrgang 4

Fernsprecher A-23-5-25

Entgeltliche Mitteilungen sind durch ein E gekennzeichnet

Nachmittagsausgabe des Telegraf

Wissenschaftlicher Streit als Selbstmordmotiv

Die Tragödie des Hochschulprofessors Fillunger

Wie der „Telegraf am Mittag" kurz berichtete, wurde heute morgen der Selbstmord des Professors an der Technischen Hochschule, Dr. Ingenieur Baurat Paul Fillunger, entdeckt. Professor Fillunger war gemeinsam mit seiner Gattin Margarete in den Tod gegangen, weil er einsehen mußte, daß er in einem wissenschaftlichen Streit mit einem Fachkollegen Unrecht gehabt hatte.

Professor Fillunger und seine Gattin vergiftet aufgefunden

Der Selbstmord dürfte bereits in der Nacht von Samstag auf Sonntag geschehen sein. Man beobachtete, wie Professor Fillunger Samstag mittags in höchster Aufregung von der Technischen Hochschule heimkehrte. Er dürfte an diesem Tage von der Einleitung des Disziplinarverfahrens gegen ihn erfahren haben. Kurze Zeit darauf eilte Professor Fillunger aus dem Haus, wenige Minuten später folgte ihm in höchster Aufregung seine Gattin.

Als man sie fragen wollte, was geschehen sei, stieß sie nur hervor, „ich muß meinen Mann abholen". Im Laufe des Nachmittags kehrten die beiden dann zurück. Vorher hatten sie noch die tägliche Milchlieferung abbestellt. Man vermutete, daß sie, wie schon oft, über das Wochenende verreisen wollten.

Wie der Doppelselbstmord entdeckt wurde

zehn Abschiedsbriefe hinterlassen, die an seinen Sohn, an Freunde und Berufskollegen gerichtet sind. Diese Briefe werden verschlossen den Adressaten übermittelt werden.

Auf einem offenbar für die Polizei bestimmten Zettel gab Professor Fillunger in groben Umrissen das Motiv seiner außergewöhnlichen Tat bekannt. Er beteuerte auch, daß er und seine Frau „in Gerechtigkeit" gestorben seien und bat, an ihm einen Herzstich vorzunehmen.

Die Streitschrift gegen Professor Terzaghi

Ueber die sensationellen Hintergründe des Selbstmordes des bekannten Gelehrten und seiner Gattin wird folgendes bekannt:

Professor Fillunger hat im Dezember eine Streitschrift herausgegeben, die sich gegen den weltberühmten Begründer der Wissenschaft der Erdbaumechanik, den Professor Terzaghi, aus, in denen der Befremdung über diesen Schritt Fillungers Ausdruck gegeben wurde.

Ein ungewöhnlicher Schritt

Professor Fillunger hat diese Schrift, wie aus der Umgebung Professor Terzaghis erklärt wird, an eine Unzahl von Baufirmen in der ganzen Welt und an die internationalen technischen Institute versendet. Namentlich in Amerika, wo Professor Terzaghi im Juli des vergangenen Jahres als Präsident des ersten Kongresses für Erdbaumechanik fungierte, war diese Streitschrift in großer Auflage verbreitet worden.

Diese Broschüre Professor Fillungers erregte begreiflicherweise das größte Aufsehen. Sie löste eine Flut von Zuschriften an Professor Terzaghi

Schon 1934 wissenschaftlicher Kampf

(11) Bericht über Paul und Margarete Fillungers Selbstmord.

In den siebziger Jahren des vorigen Jahrhunderts setzte eine Renaissance der Theorie der porösen Medien ein. Wertvolle Beiträge lieferte die Sandia-Schule in New Mexico, USA.

Ray M. Bowen[9] benutzte 1980 und 1982 konsequent die Thermodynamik der Mischungen zusammen mit dem Konzept der Volumenanteile für die Untersuchung von saturierten inkompressiblen und kompressiblen porösen Festkörpern.

In den achtziger Jahren und zu Beginn der neunziger Jahre des vorigen Jahrhunderts gab es keine substanziellen Versuche zur Verbesserung der fundamentalen Beziehungen der Theorie. Dies geschah erst in jüngster Zeit mit dem Ergebnis, dass die Grundgleichungen mathematisch und physikalisch besser zu verstehen sind. Darüber hinaus wurden einige neue Erkenntnisse gewonnen hinsichtlich des Stoffverhaltens und der theoretischen Begründung der fundamentalen Phänomene wie Auftrieb, Reibung und Konzept der effektiven Spannung. Hinsichtlich des Stoffverhaltens war die Formulierung einer geschlossenen Elasto-Plastizitätstheorie von grundlegender Bedeutung. Ein wirklicher Durchbruch ist in jüngerer Zeit mit der Erarbeitung einer kontinuumsmechanisch begründeten Kapillartheorie gelungen, die für poröse

(12) Karl von Terzaghi während einer Diskussion in Rotterdam, 1948.

Stoffe mit Porengrößen zwischen einem Millimeter und 30 Nanometer (1nm = 10^{-6}mm) gültig ist.

Mit den in jüngster Zeit gewonnenen Erkenntnissen stehen konsistente Grundlagen zur Verfügung, die nicht nur die Lösung konventioneller Ingenieurprobleme wie in der Bodenmechanik, Verfahrenstechnik, Erdölindustrie und anderen Ingenieurzweigen erlauben, sondern auch für Hightechanwendungen in den Materialwissenschaften, in der Weltraumtechnik und der Medizin geeignet sind. So können heute mit den Ergebnissen der Theorie poröser Medien in den Materialwissenschaften der so genannte „Lotosblumeneffekt“ und der Transport von Flüssigkeiten in Filtern im Nanobereich sowie zur Verbesserung der Permeabilität das Entfernen von kleinen Teilen in sehr engen Poren mit Ultraschall rechnerisch simuliert werden. Mit der konsistenten Elasto-Plastizitätstheorie für poröse Stoffe konnte auch das Pressen von metallischen Pulvern zur Erzeugung von neuen und homogenen metallischen Werkstoffen mit einer Verbesserung der Festigkeit, des Widerstandes gegen Ermüdung und Spannungskorrosion erfolgreich numerisch behandelt werden, die für die Flugzeugindustrie und andere Hightechanwendungen entwickelt wurden.

Auch in der Weltraumtechnik spielen typische Effekte, die in der Theorie der porösen Medien beschrieben werden, eine gewisse Rolle. Hier ist es insbesondere die Kapillarität, die in diesem Gebiet eine wichtige Bedeutung erlangt hat. Bekanntlich stehen in Weltraumfahrzeugen die Gravitationskräfte mit beschleunigenden Kräften im Gleichgewicht, was gemeinhin mit „Schwerelosigkeit“ bezeichnet wird. In diesem Zustand ergibt sich das Problem, dass Flüssigkeiten wie Treibstoffe nicht mehr durch die Gravitationskräfte fixiert sind, sich also nicht mehr am Boden eines Behälters befinden, von wo sie abgesaugt werden können. Zur Lösung des Problems bedient man sich der Kapillarkraft, die auch unter „Schwerelosigkeit“ wirksam ist. Die Tanks werden mit kapillaren Steighilfen ausgestattet, mit denen der Treibstoff zum Auslass des Tanks befördert wird. Von dort gelangt die Flüssigkeit wiederum unter Kapillareinfluss zu der Verbrennungseinheit. Die kapillaren Steighilfen stellen Sonderfälle von porösen Körpern dar. Der Transport von Flüssigkeiten in solchen Steighilfen kann deshalb ohne Schwierigkeiten rechnerisch beschrieben werden.

Eine große Rolle spielt die Theorie poröser Stoffe in der Biomechanik. In den Anfängen der Anwendung dieser Theorie beschränkte man sich auf die Untersuchung der mechanischen Eigenschaften von Knorpel und Gelenken mit einem binären, inkompressiblen mathematischen Modell. Später wurde dieses Modell zu einem ternären Modell erweitert zwecks Untersuchung des Schwellens und der Deformation von Knorpel. Inzwischen wurden bereits vierphasige Modelle, bestehend aus aufgeladenen porösen Festkörpern mit unterschiedlichen Festigkeitseigenschaften, einer freien Flüssigkeit mit Kationen und Anionen kreiert und erfolgreich für die Simulation biomechanischer Probleme angewandt.

Die Anwendungsmöglichkeiten der Theorie scheinen schier unerschöpflich zu sein. Ständig kommen neue Probleme in den Ingenieurwissenschaften und der Biomechanik hinzu, die mit ihr simuliert werden können. Es haben sich inzwischen mehrere Forschungszentren gebildet, die sich mit der Grundlagenforschung und der numerischen Umsetzung befassen. So scheint die Theorie poröser Medien denselben Siegeszug anzutreten wie die klassische Elastizitätstheorie der Einkomponenten-Kontinua.

Summary

The historical development of the theory of porous media with its three highlights, namely the creation of the volume fraction concept, the development of mixture theory as well as the Viennese scandal, represents a fascinating and without doubt unique piece of science history.
Reinhold Woltman, harbour construction director in Hamburg, Germany, made the first essential contribution to porous media theory at the end of the eighteenth century. He developed an elegant

earth pressure theory. In a chapter dealing with the description of mud, he intro-duced the concept of volume fractions, which is the basic part of the modern theory of porous media.

The next decisive step towards a continuum mechanical theory of porous media was accomplished by Stefan in the second half of the nineteenth century. He formulated the balance equations of mass and momentum for each constituent of a mixture of gas, considering the interaction forces between the different constituents. With Woltman and Stefan's contributions, the essential elements of the theory of porous media were already in place. However, it took a while before both contributions were used and combined to derive the continuum mechanical approach for the investigation of saturated and unsaturated porous solids.

At the beginning of the twentieth century, it was Paul Fillunger, initially Professor at the Technological Gewerbemuseum of Vienna and later at the Technische Hochschule in Vienna, who pioneered the porous media theory. In 1913, he investigated uplift, friction, and capillarity as well as effective stresses in saturated porous bodies. However, his formula for the calculation of the uplift force suffered from a basic mechanical defect. This flaw was discovered by Karl von Terzaghi in the 1930s, who was also a Professor at the Technische Hochschule of Vienna in the 1930s. The discussions about the uplift prob-lem led to a deep hostility between these two distinguished professors in Vienna.

Fillunger performed his investigations on the fundamental effects of saturated rigid porous solids. Von Terzaghi was the first scientist to treat a deformable solid filled with liquid. After a long period of experimental and theoretical investigations, he succeeded in describing the time and special variation of the poreliquid pressure in water-saturated clay. Von Terzaghi presented his basic findings in 1923, and he continued to publicize his ideas on soil mechanics in subsequent papers. His efforts culminated in a book on the theory of settlements of clay layers. Unfortunately, his work from 1936 contained some obscure derivations. Thus, it was not surprising that this book was strongly attacked by Fillunger, who summarized his criticism in a small pamphlet in December 1936. In this booklet, Fillunger developed his own ideas describing the settlement problem. He combined the concept of volume fractions and parts of mixture theory; thus creating the modern concept of the theory of porous media. With this tour de force, he was around 40 years ahead of his time.

Fillunger's paper represented a very substantial piece of work; however, in subsequent years, it was almost completely ignored and forgotten. This may have been due to the fact that the pamphlet contained a number of personal defamations against von Terzaghi. The Technische Hochschule of Vienna set up a commission of inquiry to investigate the strange Fillunger/von Terzaghi affair. At the very beginning of March 1937 the commission condemned Fillunger. Evidently, Fillunger saw no way out of the affair, and together with his wife committed suicide.

In the years that followed, the theory of porous media was further developed. However, it was not until the end of the 1970s and the beginning of the 1980s, that further progress was made in this field.

In the 1990s and in the past few years, important improvements have been made in describing fundamental effects on the micro scale and a consistent porous media theory has been developed.

Anmerkungen

1) Euler 1768
2) Euler 1762
3) Woltmann 1794/99
4) Stefan 1971
5) Dieser Skandal sowie das bizarre Leben Karl von Terzaghis wird zurzeit ausführlich durch de Boer 2004 dargestellt.
6) von Terzaghi 1923
7) von Terzaghi und Fröhlich 1936
8) Fillunger 1946
9) Bowen 1980, 1982

Die Bilder sind den Büchern von de Boer 2000 und 2004 entnommen.

Literatur:

– de Boer, Reint: Theory of porous media, Springer: Berlin, Heidelberg, New York 2000.
– de Boer, Reint: The Engineer and the Scandal – A Piece of Science History, Springer: Berlin, Heidelberg, New York 2004.
– Bowen, Ray M.: Incompressible porous media models by use of the theory of mixtures, in International Journal of Engineering Science (Int J Eng Sci) 18/1980, 1129–1148.
– Bowen, Ray M.: Compressible porous media models by use of the theory of mixtures, in International Journal of Engineering Science (Int J Eng Sci) 20/1982, 697–735.
– Euler, Leonard: Anleitung zur Naturlehre, Opera postuma mathematica et physica, Bd. 1–2, New York 1969 (Repr. of the edit. St. Petersbourg, 1762).
– Euler, Leonard: Lettres á une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique & de philosophie, T. premier. L'imprimerie de l'Academie Impériale des Sciences, Saint Petersbourg (auch: Opera omnia III 11) 1768.
– Fillunger, Paul: Der Auftrieb in Talsperren, Österreichische Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst (Ö W Ö B) 19/1913, 532–556, 567–570.
– Fillunger, Paul: Erdbaumechanik?, Selbstverlag des Verfassers, Wien 1936.
– Stefan, Josef: Über das Gleichgewicht und die Bewegung, insbesondere die Diffusion von Gasgemengen, Kaiserliche Akademie der Wissenschaften in Wien, mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung IIa 63, Wien 1871, 63–124.
– von Terzaghi, Karl: Die Berechnung der Durchlässigkeitsziffer des Tones aus dem Verlauf der hydrodynamischen Spannungserscheinungen, Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien, mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung IIa 132, (No 3/4/1923), 125–138.
– von Terzaghi, Karl; Fröhlich, Otto Karl: Theorie der Setzung von Tonschichten, Franz Deuticke, Leipzig /Wien 1936.
– Woltman, Reinhard: Beyträge zur Hydraulischen Architectur, Dritter Band, Vierter Band, Johann C. Dietrich, Göttingen 1794/99.

Poröse Materialien spielen eine wichtige Rolle in vielen Bereichen des Ingenieurwesens sowie der Biomechanik, nämlich in der Bodenmechanik, den Materialwissenschaften, der Erdölindustrie, der Verfahrenstechnik und der Umwelttechnik sowie in der Medizin und Botanik. In den letzten Jahrzehnten ist für die thermomechanische Beanspruchung solcher mit Flüssigkeit und/oder Gas gefüllten Stoffe eine einheitliche Theorie entwickelt worden, die die numerische Simulation von Rand- und Anfangswertproblemen erlaubt.

Eine Theorie fürs Grobe und Feine

Die Theorie poröser Medien (Materialien)

Von Reint de Boer und Joachim Bluhm

Theorien sind wesentliche Bestandteile der Natur- und Ingenieurwissenschaften. Theorie, aus dem Griechischen abgeleitet, bedeutet im heutigen Sinne durch Denken gewonnene Erkenntnisse, eine Erklärung von Zusammenhängen und Tatsachen auf der Basis von Axiomen, die aus der Erfahrung gewonnen worden und nicht ableitbar sind. Speziell im konstruktiven Ingenieurbau spielen kontinuumsmechanische Theorien eine eminente Rolle – insbesondere im Maschinenbau und Bauwesen. Dem Begriff Theorie haftet allerdings in vielen Fällen etwas Negatives an. Man erinnere sich in diesem Zusammenhang an den Ausspruch des Mephistopheles in Goethes Faust:

„Grau, teurer Freund, ist alle Theorie,
Und grün des Lebens goldner Baum.“

Besser kann man wohl das Unbehagen gegen das Denkgebäude Theorie, das für viele wegen der oft komplexen Strukturen unverständlich wirkt, nicht ausdrücken. Dieses Unbehagen hat sich insbesondere in neuer Zeit zu einem ausgewachsenen Vorurteil und darüber hinaus zum Programm ausgeweitet. Hören wir nicht öfter: Das verstehe ich nicht, das ist mir zu theoretisch. Oder es kommt die Forderung, die Ausbildung der Studenten an wissenschaftlichen Hochschulen praxisbezogener zu gestalten. Praxis hat nichts mit Wissenschaft zu tun; allenfalls kann sie dazu dienen, Erfahrungswerte zu sammeln, an denen theoretische Überlegungen auszurichten sind. Welcher Ingenieur soll in Zukunft Probleme lösen, die eine konsistente theoretische Basis erfordern, so wie der Bau von schlanken Türmen, von gewagten

Joachim Bluhm. Foto: Max Greve

Schalenkonstruktionen oder von komplizierten Gründungen? Wer soll in der Entwicklung von neuen Fahrzeugen tätig werden, wenn er keine Kenntnisse in der Dynamik hat? Ganz zu schweigen von dem wissenschaftlichen Nachwuchs, der neu auftretende Ingenieurprobleme wissenschaftlich durchdringen soll und gegebenenfalls neue Theorien aufstellen muss. Und auch im Faust ist es nicht ein Fachmann, dem Goethe den vorhin zitierten Ausspruch in den Mund legte – sondern Mephistopheles in einer Diskussion mit einem Schüler, nachdem er für sich festgestellt hatte:

(1) Grobe Schäden an einer Binnenböschung (Christianskoog).
Quelle: ALW-Husum

„Ich bin des trocknen Tons nun satt,
Muss wieder recht den Teufel
spielen.“

Dass kontinuumsmechanische Theorien wichtig sind, wurde bereits in den Anfängen der Entwicklung der modernen Naturwissenschaften erkannt. Es war der Mathematiker, Physiker und Philosoph Leonhard Euler, der im 18. Jahrhundert der Kontinuumsmechanik mit der Schaffung der Theorie starrer Körper und der Hydromechanik idealer Flüssigkeiten den Weg bereitete. Aufbauend auf den grundlegenden Überlegungen Eulers wurde dann im folgenden Jahrhundert die lineare Elastizitätstheorie entwickelt, die die Grundlage für die Baustatik mit der Stabtheorie, der Theorie der Flächentragwerke und der Schwingungslehre bildet. Im letzten Jahrhundert wurde die lineare Elastizitätstheorie ergänzt durch Überlegungen zu endlichen Deformationen, um die Plastizitäts-, Viskoelastizitäts- und Viskoplastizitätstheorie.

Die lineare Elastizitätstheorie beschreibt das elastische (reversible) Verhalten der Körper oder Strukturen unter Belastungen bei kleinen Formänderungen, während die Plastizitätstheorie bei plastischen (irreversiblen) Deformationen zur Anwendung kommt, das heißt bei solchen Prozessen, bei denen nach Entlastung bleibende Formänderungen anstehen. Schließlich berücksichtigen die Viskoelastizitätstheorie und die Viskoplastizitätstheorie zeitliche Effekte in den Formänderungen und im Verlauf der inneren Kräfte.

Die genannten Theorien befassen sich mit dem mechanischen und thermischen Verhalten der Festkörper. Aber auch die Beschreibung des thermomechanischen Verhaltens der Flüssigkeiten und Gase sind im 19. Jahrhundert weiter entwickelt worden mit der Einbeziehung von zähen Flüssigkeiten, kompressiblen (zusammendrückbaren) Gasen und Mischungen aus Flüssigkeiten und Gasen.

Mit diesen Theorien stehen dem Ingenieur „Werkzeuge“ zur Verfügung, mit denen er das thermomechanische Verhalten der Festkörper und Strukturen, Flüssigkeiten und Gase mit unterschiedlichen Materialeigenschaften bei Belastungen voraussagen kann. Man mag in diesem Zusammenhang die Frage stellen, warum der Ingenieur solche, zum Teil sehr komplexe Theorien lernen muss, wenn vielleicht auch Experimente mit Modellen, die für die Dimensionierung von Tragsystemen oder für die Beschreibung der Bewegungszustände der festen, flüssigen und gasförmigen Körper erforderlichen Daten liefern können. Hierauf ist zu antworten, dass experimentelle Untersuchungen meist auf einfache, spezielle Modelle beschränkt werden müssen, die nur Näherungsergebnisse für bestimmte Lastfälle liefern können; denn 1:1-Modelle scheitern vielfach allein daran, dass diese zum einen zu teuer sind und zum anderen, dass sie, beispielsweise bei Bauwerken wegen ihrer Größe, nicht machbar sind. Somit bleibt als Erkenntnis, dass Theorien, die das thermomechanische Verhalten von Körpern unter Belastung voraussagen können, von elementarer Bedeutung sind. Dies bedeutet nun nicht, dass ein Bauingenieur bei der Dimensionierung von Bauwerken die lineare Elastizitätstheorie in allen Belangen beherrschen muss. Es sind nämlich im Laufe der Zeit aus der allgemeinen linearen Elastizitätstheorie sowohl die Stabtheorie als auch die Theorie der Flächentragwerke (Schalen und Platten) abgeleitet worden. Der Ingenieur kann sich in vielen Fällen dieser Spezialtheorien, die außerdem gesonderte Rechenverfahren hervorgebracht haben, bedienen, um den im Material zu erwartenden Formänderungszustand und Zustand der inneren Kräfte zu ermitteln. Dies kann heutzutage für beliebige Formen der Strukturen unter den unterschiedlichsten Belastungen durchgeführt werden, da numeri-

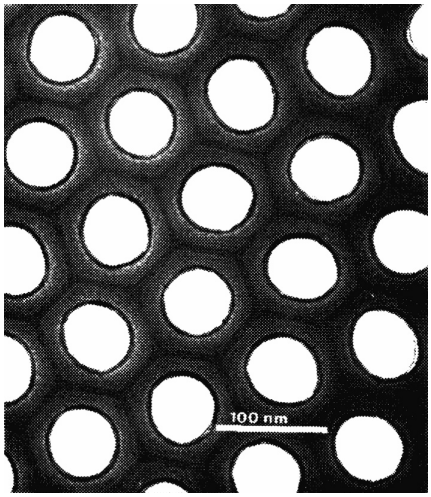
sche Berechnungsmethoden auf der Basis von Computerprogrammen vorliegen, die bei erträglichem Zeitaufwand alle geforderten Größen liefern. Die lineare Elastizitätstheorie dient im Allgemeinen vielmehr dazu, die Gültigkeitsgrenzen bestehender Sondertheorien und Berechnungsverfahren festzulegen; sie fungiert sozusagen als „Überbau“ für die Spezialtheorien und Verfahren.

Ähnliche Überlegungen gelten auch für Plastizitäts-, Viskoelastizitäts- und Viskoplastizitätstheorien sowie für die Theorien von Flüssigkeiten und Gasen.

Kennzeichnend für die angesprochenen Theorien ist, dass die zugrunde gelegten Materialien kontinuierlich in Kontrollräumen verteilt sind, also Kontinua bilden. Die Mechanik solcher Kontinua (Kontinuumsmechanik) ist heute zu einem gewissen Abschluss gebracht worden. Nun muss man allerdings feststellen, dass in vielen Materialien leere Hohlräume existieren, die man Poren nennt und die geschlossen oder miteinander verbunden, also offen sind. In vielen Körpern wie in Schwämmen, Sandkörpern und Geröllmassen, sind diese mit bloßem Auge zu erkennen (Abb. 1), während sie in anderen erst unter dem Mikroskop sichtbar werden. So zeigt die menschliche Haut unter dem Mikroskop mehrere hundert Poren pro Quadratzentimeter, und auf der Nano-Ebene enthüllt das Elektronenmikroskop bei Körpern wie Aluminium-Membranen (Abb. 2) und Beton Milliarden von feinen Poren in diesem Gebiet. Die Porengröße schwankt dabei zwischen einigen Zentimetern und wenigen Nanometern (1 nm = 10^{-6} mm).

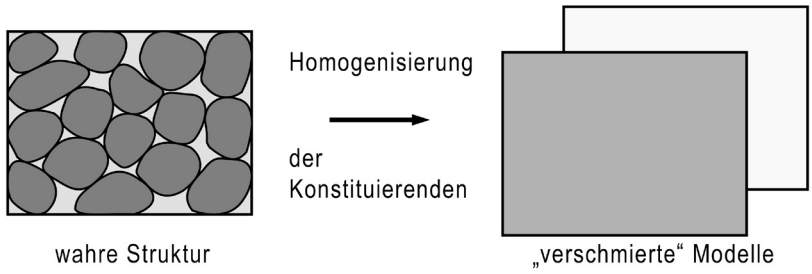
Poröse Körper sind nicht allein von akademischem Interesse. Sie spielen vielmehr eine wichtige Rolle in der Praxis. Poröse Körper, leer oder gefüllt mit Flüssigkeit und/oder Gas, kann man in vielen Zweigen des Ingenieurwesens und der Biomechanik finden, nämlich sowohl in den Materialwissenschaften, der Erdölindustrie, Verfahrenstechnik, Bauphysik, Umwelttechnik und Bodenmechanik als auch in der Medizin und der Botanik (Wachstum von Pflanzen). In diesen Gebieten müssen die verschiedenen Reaktionen auf thermomechanische und mechanische Beanspruchungen der einzelnen Konstituierenden (poröser Körper, Flüssigkeit, Gas) und ihre gegenseitigen Interaktionen studiert und präzise beschrieben werden, um die Antwort der Systeme auf Belastungen voraussagen zu können.

In der Vergangenheit sind diese heterogen aufgebauten Materialien im Allgemeinen als Einkomponentenkontinua mit den Methoden der



(2) Filter aus Aluminiumoxyd mit feinen Poren im Nanobereich.
Quelle: Schmid, Günter: Materials in nanoporous alumina, Journal of Materials Chemistry 12/2002, 1231–1238

klassischen Kontinuumsmechanik behandelt worden. Diese können natürlich keine Fragen beantworten, die die Änderung der Poren und die Bewegung der verschiedenen Konstituierenden betreffen. Auch Interaktionswirkungen zwischen den Konstituierenden, wie etwa den Kapillarkräften, können durch klassische kontinuumsmechanische Verfahren nicht berechnet werden. Aus diesen Gründen muss man die klassische Vorgehensweise zur Berechnung des Formänderungszustandes und des Zustandes der inneren Kräfte in einem leeren oder saturierten porösen Festkörper verlassen und nach neuen Wegen suchen. Materialien mit leeren Poren, wie trockener Beton, sind einer thermomechanischen Behandlung noch am leichtesten zugänglich, weil alle Bestandteile in einem materiellen Punkt dieselbe Bewegung besitzen, wenn der Betonkörper verformt wird. Die Verhältnisse liegen jedoch ganz anders bei gesättigten oder teilgesättigten porösen Stoffen. Wegen der unterschiedlichen Bewegungen der Konstituierenden und der verschiedenen Materialeigenschaften beeinflussen sich die einzelnen Materialien gegenseitig und es treten Interaktionen auf, die die Beschreibung des thermomechanischen Verhaltens des gefüllten porösen Körpers so schwierig gestalten. Mehr noch, durch den im Allgemeinen komplizierten geometrischen Aufbau der inneren Porenstruktur werden die Probleme bei der Untersuchung solcher poröser Körper äußerst komplex. Auf den ersten Blick scheint es möglich zu sein, zwei Strategien bei der Behandlung des komplizierten Problems der Ermittlung des Formänderungszustandes und des Zustandes der inneren Kräfte zu verfolgen. Als erste Strategie kann die exakte Lösung des Problems angesehen werden. Dazu wäre es erforderlich, die einzelnen Konstituierenden zu separieren. Danach müssten die Axiome der Mechanik und Thermodynamik auf die separierten Konstituierenden angewendet werden, wobei alle Randbedingungen der einzelnen Phasen und ihre Anfangsbedingungen berücksichtigt werden müssten. Eine solche Methode mag in Sonderfällen zum Erfolg führen. Für die Entwicklung einer allgemeinen Theorie von leeren und saturierten porösen Medien ist dieses Vorgehen allerdings vollständig unbrauchbar wegen der unbekannten inneren geometrischen Porenstruktur der Festkörper. Darüber hinaus ist ein solches Vorgehen für Ingenieurprobleme und biomechanische Fragestellungen in vielen Fällen überhaupt nicht erforderlich, weil die Probleme eine exakte Beschrei-



(3) Homogenisierung des porösen Mediums.

bung der wirklichen physikalischen Phänomene oft gar nicht benötigen. Ein Beispiel: Um die Auswirkungen von Grundwasserströmungen in Böden zu untersuchen, ist der planende Ingenieur überhaupt nicht an der wirklichen Geschwindigkeit des Wassers in den einzelnen Poren des porösen Bodens interessiert; für seinen Entwurf benötigt er nur die Sickergeschwindigkeit, das heißt die Durchschnittsgeschwindigkeit der Wasserströmung in allen Poren. Es hängt somit vom Problem ab, ob Untersuchungen erforderlich sind über Erscheinungen in den wirklichen Konstituierenden (Mikrobereich) oder in dem Bereich, in dem alle definierten und gemessenen Werte des wirklichen Bereichs als statistische Durchschnittswerte angesiedelt sind (Makrobereich).

Es ist also eine zweite Strategie erforderlich, die in der makroskopischen Beschreibung des Problems besteht. Mit einer solchen Vorgehensweise löst man nicht das exakte Problem, sondern schafft ein mathematisches Modell, das aus heterogen aufgebauten Kontinua mit inneren Interaktionen besteht.

Die zugehörige wissenschaftliche Durchdringung der makroskopischen Beschreibung des thermomechanischen Verhaltens der leeren und gefüllten porösen Materialien (Medien) in den letzten Dekaden haben zu einer geschlossenen und konsistenten Theorie geführt, die eine Kombination von Festkörpermechanik und Hydrodynamik darstellt unter Berücksichtigung aller Interaktionen zwischen den Konstituierenden[1]. Da die Festkörpermechanik und Hydrodynamik kontinuumsmechanische Theorien sind, ist es notwendig, eine Homogenisierung des porösen Materials durchzuführen.

Das Konzept der Volumenanteile

Die Homogenisierung erfolgt mit Hilfe des Konzepts der Volumenanteile, das die Massen sowohl des Festkörperskeletts als auch der Flüssigkeit und/oder des Gases über den Kontrollraum verteilt, der durch den porösen Festkörper gebildet wird. Die Verteilung gelingt mit Hilfe von Porositätszahlen, die die Anteile der wirklichen Volumenelemente der Konstituierenden im Verhältnis zu den Volumenelementen des Kontrollraumes festlegen. Das Konzept der Volumenanteile setzt voraus, dass die Poren statistisch über den Kontrollraum verteilt sind. Es hat den Vorteil, dass die Porosität physikalisch zugänglich und messbar ist, im Gegensatz zu manch anderen Durchschnittsbildungs-Konzepten. Weiterhin machen sie die Identifizierung der einzelnen Konstituierenden in jeder Phase der Formänderungsprozesse und der Bewegungszustände möglich (Abb. 3). Das Konzept kann natürlich keine Angaben über die Porenstruktur und die exakte Lage der individuellen Komponenten des gefüllten porösen Körpers machen. Es liefert jedoch wohldefinierte homogenisierte („verschmierte“) Kontinua mit reduzierten Dichten und mit Interaktionswirkungen zwischen den einzelnen Komponenten; diese Kontinua (Partialkörper) sind einer kontinuumsmechanischen Behandlung zugänglich.

Die Mischungstheorie und die Theorie poröser Materialien

Es ist offensichtlich, dass die mit Hilfe des Konzepts der Volumenanteile geschaffenen Kontinua-Modelle, die in einem Kontrollraum nebeneinander existieren, ähnliche Eigenschaften aufweisen wie Mischungen von Flüssigkeiten und/oder Gasen mit dem Unterschied, dass die einzelnen homogenisierten Kontinua identifizierbar sind. Die Theorie der Mischungen ist in den letzten Dekaden zu einem gewissen Abschluss gebracht worden. Somit steht mit der Kontinuumstheorie der Mischungen, die verschiedene Konstituierende mit eigenen Freiheitsgraden enthalten, eine gesicherte Theorie zur Verfügung. Es war daher ganz augenscheinlich, das Konzept der Volumenanteile mit der Mischungstheorie zu verknüpfen (Theorie poröser Medien, TPM), um das komplexe mechanische und thermomechanische Verhalten von saturierten porösen Körpern oder Strukturen mathematisch beschreiben zu können. Es muss jedoch daran erinnert werden, dass im Prinzip einige Hauptannahmen der Mischungstheorie, nämlich die vollständige Vermengung aller Substanzen im Kontrollraum, für das wirkliche saturierte Festkörperskelett nicht zutreffen, da der poröse Festkörper und die Flüssigkeit und/oder Gas in Wirklichkeit nicht vermischt werden können. Aber die Theorie der porösen Medien kreiert ein mathematisches Modell, das die Beschreibung des thermomechanischen Verhaltens von leeren und saturierten porösen Medien unter Last und Wärme unter Berücksichtigung mikromechanischer Effekte wie Inkompressibilität (Unzusammendrückbarkeit) und Kompressibilität des wirklichen Materials, Einfluss des Porenwasserdrucks auf die Festkörperphase sowie Kapillarität ermöglicht. Das mathematische Modell (TPM), basie-

rend auf dem Konzept der Volumenanteile und der Mischungstheorie, stellt den am weitesten entwickelten Rahmen für die Behandlung von gefüllten porösen Körpern zur Verfügung. Andere Konzepte für die Untersuchung solcher Körper sind oft auf obskuren Annahmen gegründet und mathematische Modelle sind nur ganz selten entwickelt worden, so dass konkrete Problemstellungen nicht bearbeitet werden können.

Grundgleichungen

Die Grundgleichungen der Theorie poröser Medien können der Mischungstheorie entnommen werden, müssen aber von Fall zu Fall den Besonderheiten des Konzepts der Volumenanteile angeglichen werden. Zu den Grundgleichungen gehören die Kinematik der Deformationen, die Bilanzgleichungen und die konstitutiven Beziehungen. Die Kinematik der materiellen Punkte in der Mischungstheorie besteht aus der Bewegung dieser Punkte und den daraus abgeleiteten Größen, wie Geschwindigkeit und Beschleunigung. Sie basiert auf zwei grundlegenden Annahmen:
1. Jeder räumliche Punkt ist gleichzeitig besetzt durch materielle Punkte aller Konstituierenden.
2. Jede Konstituierende besitzt einen unabhängigen Bewegungszustand (Abb. 4).

Die erste Annahme ist als Näherung zu verstehen. Wegen der Undurchdringlichkeit der materiellen Punkte kann in Wirklichkeit nur ein materieller Punkt den räumlichen Punkt besetzen. In der Mischungstheorie wird vorausgesetzt, dass die materiellen Punkte aller Konstituierenden in der Nähe des betrachteten räumlichen Punktes liegen, so dass die Abstände zu diesem Punkt sehr klein sind und somit in der Rechnung vernachlässigt werden können. Die zweite Annahme über die Unabhängigkeit der Bewegung gilt in der Theorie der Deformationen ebenfalls nur mit Einschränkungen. Bei saturierten porösen Festkörpern übt die Bedingung zur Aufrechterhaltung der Saturiertheit einen Zwang auf die Deformationen aller Konstituierenden aus und schränkt somit die Unabhängigkeit der Bewegung der einzelnen Phasen ein.

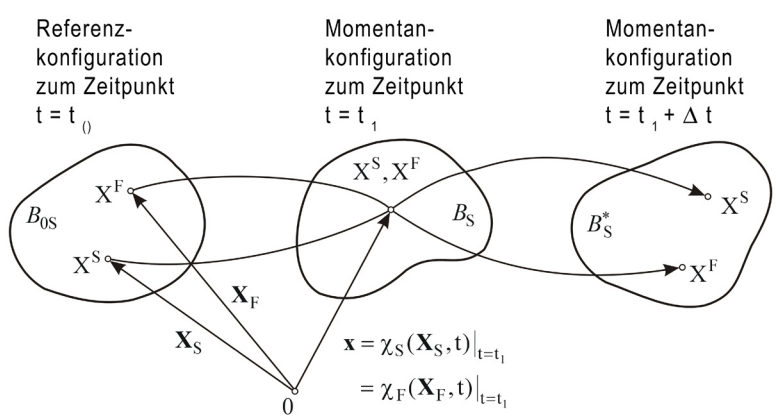
Während die Kinematik nur die Bewegungen der materiellen Punkte und keine physikalischen Gesetze beschreibt, beinhalten die Bilanzgleichungen fundamentale Axiome der Mechanik und Thermodynamik. In der Mischungstheorie und Theorie poröser Medien müssen Bilanzgleichungen, das heißt Massenbilanz, Bilanz der Bewegungsgrößen (Bewegungsgröße kennzeichnet das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit) und der Momente der Bewegungsgrößen sowie Bilanz der Energie, für jede einzelne Konstituierende formuliert werden unter Beachtung aller Interaktionen zwischen den einzelnen Phasen und den äußeren Einwirkungen.

Die *Massenbilanz* fordert für die individuelle partielle Konstituierende, dass der zeitliche Zuwachs ihrer Masse gleich ist dem Massenzuwachs, der durch die anderen Konstituierenden verursacht wird (beispielsweise Eis für die Festkörperphase, das von der Flüssigkeitsphase stammt).

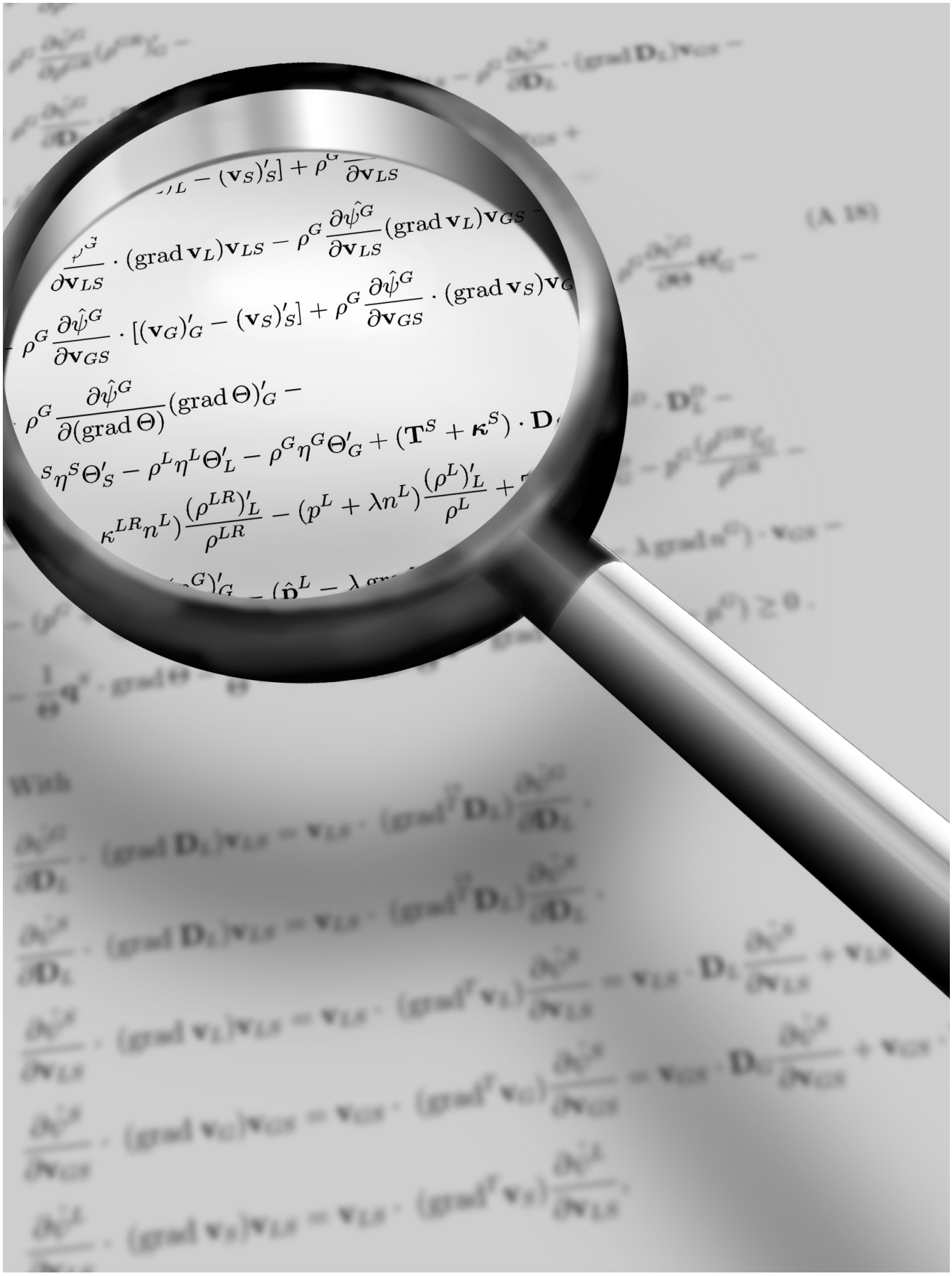
Die *Bilanz der Bewegungsgröße* beschreibt, dass die zeitliche Ableitung der Bewegungsgröße einer einzelnen Konstituierenden gleich ist der Summe aller angreifenden Kräfte, wobei natürlich auch die Summe der Interaktionskräfte berücksichtigt werden muss. Dieses Axiom, von Isaac Newton formuliert, ist bei konstanter Masse besser bekannt als Kraft gleich Masse mal Beschleunigung, obwohl es von Newton in dieser Weise nicht dargestellt wurde – erst recht nicht in Formeln. Während Newtons Axiom von fundamentaler Bedeutung in der Physik ist, hat die Bilanz des Momentes der Bewegungsgröße eine geringe Relevanz.

Schließlich wenden wir uns noch der Bilanz der Energie zu. Sie ist die fundamentalste Beziehung in der Thermodynamik und sagt aus, dass die Summe der materiellen Zeitableitungen der inneren und kinetischen Energie gleich ist der mechanischen Arbeit und der Wärme.

In der Kontinuumsmechanik ist wohl bekannt, dass die Anzahl der unbekannten Feldfunktionen die Anzahl der bekannten Bilanzgleichungen übersteigt. Dies bedeutet, dass das Feldproblem nicht lösbar ist. Es muss daher nach zusätzlichen Gleichungen gesucht werden, um das Problem zu schließen. Dies gelingt mit der Einführung von konstitutiven Beziehungen (Stoffgleichungen), die die unbekannten Feldfunktionen mit Werkstoffkenngrößen verbindet, die aus Experimenten gewonnen werden. Das bekannteste Beispiel für



(4) Bewegung der materiellen Punkte eines binären Modells (Festkörper S, Flüssigkeit F) im Kontrollraum.



Grafik: Katrin Schmuck

(5) Ausschnitt aus der Auswertung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik zur Gewinnung von Restriktionen für konstitutive Gleichungen.

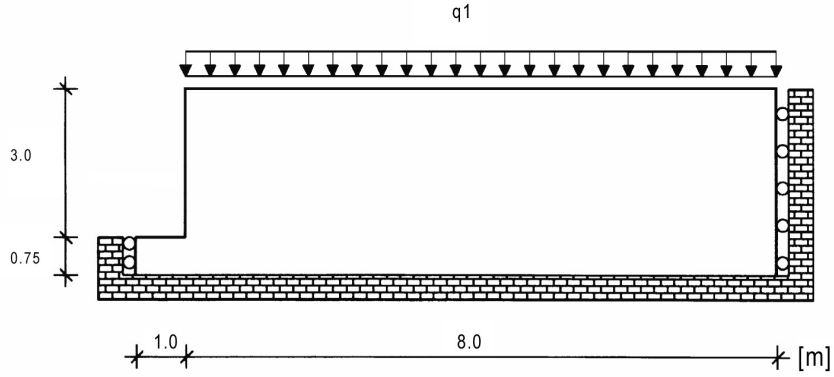
eine solche Stoffgleichung ist wohl das Hooke'sche Gesetz bei Springfedern, das die Federkraft über Materialkonstanten mit der Dehnung der Feder verknüpft.

Konstitutive Beziehungen

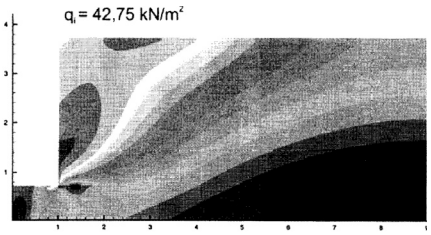
In der Vergangenheit ist eine große Zahl von konstitutiven Gleichungen entsprechend dem unterschiedlichen Werkstoffverhalten der porösen Festkörper und ihrer Inhaltsstoffe entwickelt worden. Allerdings sind viele solcher Stoffgleichungen zu speziell und zu kompliziert. Sie genügen zwar den speziellen Versuchsergebnissen, die an einfachen Proben gewonnen werden. Für allgemeine dreidimensionale Formänderungs- und Kräftezustände sind sie allerdings nicht akzeptabel, da sie in den meisten Fällen übergeordneten Prinzipien widersprechen, die in den fünfziger und sechziger Jahren des vorigen Jahrhunderts entwickelt worden sind. Die wichtigsten Prinzipien sind das Objektivitäts- und Dissipationsprinzip. Das Objektivitätsprinzip besagt, dass die konstitutiven Gleichungen in der Weise formuliert werden müssen, dass sie nicht durch übergelagerte Starrkörperbewegungen beeinflusst werden. Das Dissipationsprinzip resultiert aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik (Entropieprinzip) und liefert strenge Restriktionen für die konstitutiven Gleichungen (Abb. 5). Restriktionen ergeben sich ebenfalls aus kinematischen Zwängen wie zum Beispiel aus der Inkompressibilitätsbedingung für das wirkliche Material sowie aus der so genannten Saturierungsbedingung zur Aufrechterhaltung der Sättigung des porösen Festkörpers. Insbesondere der letztgenannte Zwang hat einen großen Einfluss auf die Stoffgleichungen poröser Festkörper; er bewirkt nämlich die Aufspaltung des inneren Kräftezustandes in einen Anteil, der aus dem Flüssigkeits- oder Gasdruck stammt und einen Anteil, den die Bewegung des Festkörpers bewirkt, und dies unabhängig von speziellen Werkstoffverhalten wie elastischen und plastischen Formänderungen (Konzept der effektiven Spannungen). Dies unterscheidet die Stoffgleichungen der saturierten porösen Materialien grundsätzlich von Einkomponenten-Stoffen oder von Gemischen.

(6) Der schiefe Kirchturm von Suurhusen.
Quelle: Heiko Reints, Hinte, reints@kirche-suurhusen.de

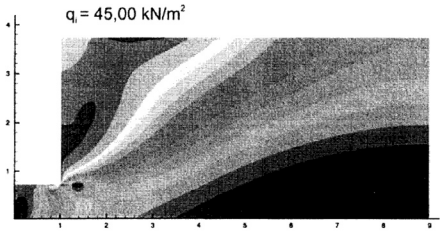
In den letzten Jahren ist es gelungen, das zeitunabhängige Materialverhalten der porösen Festkörper sowohl im elastischen als auch im plastischen Bereich zu beschreiben. In neuerer Zeit sind auch viskose Festkörperskelette erfolgreich durch Stoffgleichungen beschrieben worden, die explizit von der Zeit abhängen. Außer dem Stoffverhalten der porösen Festkörper muss natürlich auch das physikalische Verhalten der Inhaltsstoffe, wie Flüssigkeiten und Gase, untersucht werden. Dies ist inzwischen geschehen und zwar für ideale und zähe Flüssigkeiten sowie für ideale Gase. Damit liegen konstitutive Gleichungen für die Festkörpermatrix und für die Inhaltsstoffe vor, die einen weiten Bereich in der Beschreibung des mechanischen Verhaltens der im Ingenieurwesen und in der Biomechanik bekannten Stoffe abdecken. Es ist aber nicht allein damit getan, konstitutive Beziehungen für den porösen Körper und für die Inhaltsstoffe zu entwickeln. Viel-



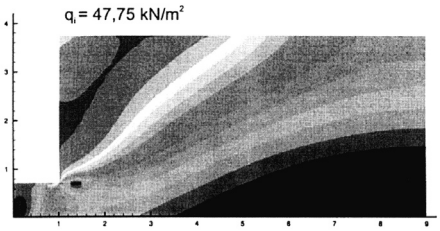
(7) Simulation des Versagens einer Böschung.
Quelle: Dissertation Skolnik 1999



(8) Vergleichsspannungen infolge zunehmender Belastung.
Quelle: Dissertation Skolnik 1999



(9) Vergleichsspannungen infolge zunehmender Belastung.
Quelle: Dissertation Skolnik 1999



(10) Vergleichsspannungen infolge zunehmender Belastung.
Quelle: Dissertation Skolnik 1999

mehr müssen, um das gesamte thermomechanische Verhalten des gefüllten porösen Körpers beschreiben zu können, auch die Interaktionskräfte zwischen den Konstituierenden in die konstitutive Theorie einbezogen werden. Dies ist weitgehend gelungen. Zum einen konnten die Reibungskräfte zwischen den Konstituierenden als Volumenkräfte beschrieben werden (Gesetz von Darcy), zum anderen wurde in jüngster Zeit in Essen und San Diego das Problem der Kapillarität in porösen Körpern erfolgreich gelöst. Zudem konnten konstitutive Gleichungen für die Kapillarkräfte abgeleitet werden, die die Interaktionen zwischen den Konstituierenden, Festkörper und Flüssigkeit, erfassen.

Anwendungen

Die Theorie poröser Medien ist ein effektives Werkzeug zur Beschreibung des thermomechanischen Verhaltens von saturierten oder leeren Festkörpern. Im Folgenden werden einige wissenschaftliche, aber auch praxisorientierte Problemstellungen hinsichtlich der Anwendung der TPM aufgezeigt und diskutiert.

Für die rechnerische Behandlung von Rand- und Anfangswertproblemen sind grundsätzlich zwei Wege möglich, nämlich die analytische und die numerische Berechnung. Die analytische Berechnung ist allerdings nur für wenige einfache Rand- und Anfangswertprobleme möglich, wobei zusätzlich noch Einschränkungen bezüglich des Materialverhaltens der Phasen gemacht werden müssen. Deshalb verwendet man heutzutage in zunehmendem Maße numerische Verfahren, wie die Methode der finiten Elemente (FE-Methode). Bei diesem Verfahren wird das Gebiet in eine Anzahl von Teilgebieten (Elemente) endlicher (finiter) Größe zerlegt. Die beschreibenden Feldgleichungen des Problems werden dann näherungsweise im Rahmen der gewählten Ansätze für die Freiwerte (zum Beispiel für die Verschiebung des Festkörpers und für die Filtergeschwindigkeiten sowie für den Porenwasserdruck oder Ähnliches) im Teilgebiet unter Berücksichtigung der Rand- und Anfangsbedingungen sowie der Übergangsbedingungen im Inneren gelöst.

Einen „idealen Nährboden“ hinsichtlich der Anwendung findet die TPM im Bereich des Grundbaus und der Bodenmechanik; zum einen deshalb, weil die meisten Geomaterialien (Sand, Ton, Lehm) die Voraussetzung bezüglich der statistischen Verteilung der Poren erfüllen und zum anderen, weil in der Geowissenschaft eine Vielzahl der Aufgaben mit Mehrphasensystemen zu tun hat.

Eine der bekanntesten Problemstellungen des Grund- und Erdbaus ist wohl die Konsolidation. Das zeitliche Verformungsverhalten läuft wie folgt ab: Bei Belastung werden zunächst die aus der äußeren Beanspruchung resultierenden Spannungen nahezu vollständig vom Porenwasser aufgenommen. Kann die Flüssigkeit im Laufe der Zeit abfließen, kommt es zu Spannungsumlagerungen, indem die Spannungen auf den Festkörper, zum Beispiel auf das Korngerüst, übertragen werden. Dieser Vorgang ist mit Setzungen (abwärtsgerichtete Bewegung des Bodenkörpers infolge Verdichtung) und damit auch mit der Veränderung der Porenanteile und der Porenstruktur verbunden. Der zeitliche Verlauf der Verformungen wird im Wesentlichen von dem Widerstand des Materials gegenüber der Porenwasserströmung bestimmt und kann, abhängig vom anstehenden Baugrund, bis zum Erreichen der Endverformungen mehrere Jahre oder Jahrzehnte betragen. Als Beispiel hierfür sei der schiefste Turm der Welt angeführt – der Turm von Suurhusen (Abb. 6). Bei diesem Kirchturm in Ostfriesland, erbaut um 1450, wurden Seitwärtsauslenkungen beobachtet und später auch gemessen. Bis zum heutigen Tag hat sich der Turm von Suurhusen um 5,07 Grad aus der Senkrechten geneigt und ist somit, bezogen auf den Neigungswinkel, schiefer als der berühmte schiefe Turm von Pisa (Neigungswinkel: 3,97 Grad).

Die TPM in Verbindung mit der Methode der finiten Elemente ist natürlich nicht nur auf die Modellierung und Simulation des klassischen Konsolidationsproblems beschränkt. Vielmehr lässt sich auch das Versagen von bestimmten saturierten Bodenkörpern simulieren, zu denen unter anderem Dämme, Baugruben und Böschungen gehören.

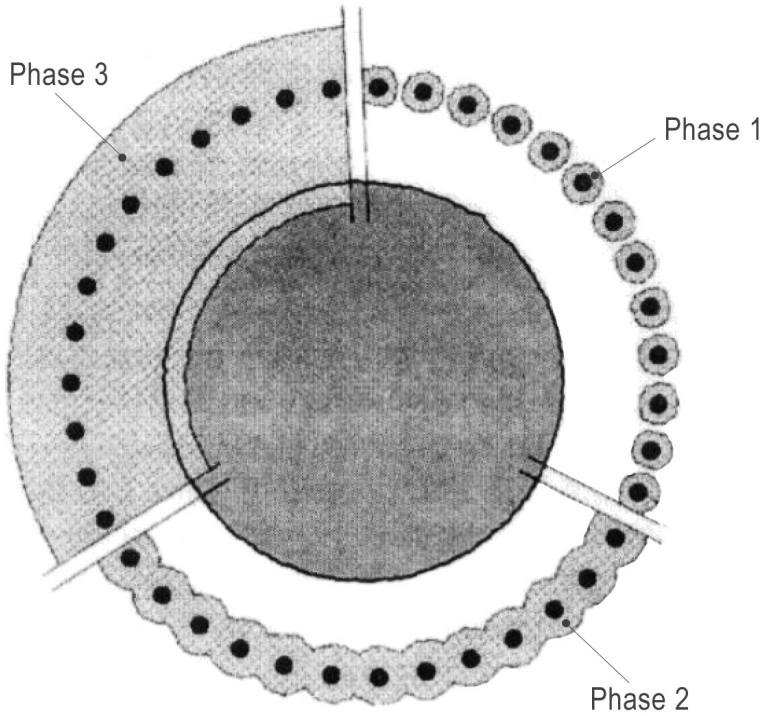
Im Folgenden werden die Ergebnisse einer Stabilitätsuntersuchung mit der FE-Methode einer senkrechten Böschung eines kohäsiven saturierten Bodens diskutiert[2]. Die Böschung wird durch eine Flächenlast beansprucht (Abb. 7), die schrittweise bis zum Erreichen der maximal aufnehmbaren Last gesteigert wird.

Die plastischen Zonen bilden sich zunächst im Bereich der Böschung kurz oberhalb der Baugrubensohle und rechts der Böschung im Bereich der Geländeoberkante aus. Mit Steigerung der Last nähern sich die plastischen Zonen an, indem sie sich vergrößern. Das Versagen der Böschung tritt ein, wenn sich auf Grund der kritischen Flächenlast eine durchgehende plastische Zone (Gleitfuge) bildet (Abb. 8, 9, 10).

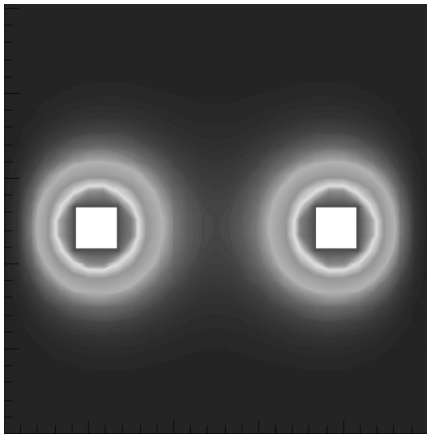
Die Simulation zeigt, was auch durch Berechnungen anderer Problemstellungen bestätigt wird, dass die Poreninhaltsstoffe einen nicht zu unterschätzenden Einfluss auf die Ausbreitung der plastischen Zonen und somit auf das Versagen eines Bodenkörpers hat. Die kritischen Spannungszustände des Festkörpers sind abhängig von den auftretenden Verformungen. Diese stehen im direkten Zusammenhang mit dem Strömungsverhalten des Poreninhalts und beeinflussen somit, wie, wann und wo sich die so genannten effektiven Spannungen des Festkörpers und somit auch die kritischen Spannungskombinationen aufbauen. Erreichen diese Kombinationen einen bestimmten Wert, so kommt es zu Spannungsumlagerungen, das heißt, die Spannungskombinationen können nicht wie bei elastischen Materialien proportional gesteigert werden, und zur Bildung plastischer Bereiche, die letztendlich in einen Bruchzustand übergehen können. Das Erreichen des Bruchzustands muss sich nicht durch plastische Deformationen ankündigen, der Bruch kann auch plötzlich auftreten. Welche Aktualität die Simulation von Versagenszuständen in saturierten Bodenkörpern hat und welchen Stellenwert in volkswirtschaftlicher Hinsicht Aussagen bezüglich der Standsicherheit von Binnenwasserdeichen beizumessen ist, verdeutlicht die Elbe-Flutkatastrophe von 2002.

Ein weiteres Anwendungsgebiet der TPM im Bereich des Ingenieurwesens ist die Untersuchung der Ausbreitung von elastischen Wellen und Schallwellen in flüssigkeits- und/oder gasgefüllten porösen Festkörpern. Messungen zeigen, dass sich im Gegensatz zu Ein-Komponenten-Kontinua in einem Mehrphasensystem infolge transienter Erregung mehrere Längs- und Querwellen (Longitudinal- und Transversalwellen) auftreten. Der Grund dafür ist, dass die einzelnen Konstituierenden, bedingt durch die verschiedenartigen Stoffeigenschaften, unterschiedliche Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten besitzen. Analytische und numerische Untersuchungen der Wellenausbreitung bei Verwendung eines binären Modells mit inkompressiblen Phasen zeigen, dass sich nur eine Longitudinalwelle auf Grund der elastischen volumetrischen Deformation des Festkörpers, die bei dem betrachteten Modell aus der Änderung des Porenraums resultiert, ausbreitet. Die Kompressionswelle in der Flüssigkeit breitet sich auf Grund der Inkompressibilität mit unendlich großer Geschwindigkeit aus. Zur Bestätigung der Ergebnisse sind analytische Berechnungen einfacher Rand- und Anfangswertaufgaben durchgeführt worden. Die Berechnungen auf der Basis von Modellen mit kompressiblen Phasen oder kompressiblen und inkompressiblen Phasen (hybride Modelle) zeigen, dass sich bei Berücksichtigung der Kompressibilität der Poreninhaltsstoffe sowie des realen Festkörpers mehrere Längs- bzw. Kompressionswellen im Kontrollraum des Festkörpers fortpflanzen. Die Existenz mehrerer Longitudinalwellen wird auch durch Messdaten aus Feldversuchen bestätigt. Bezüglich der Ausbreitung von Scherwellen wurde lediglich die Transversalwelle im Festkörper untersucht. Weitere Querwellen traten nicht auf, da Viskositäten der Poreninhaltsstoffe zur Aufnahme von Schubspannungen noch nicht modelliert wurden.

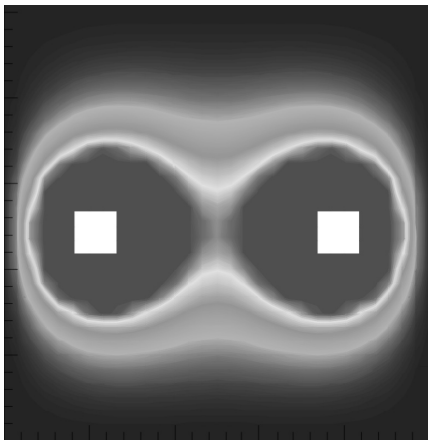
Im Rahmen der analytischen und numerischen Studien sind neben den Longitudinal- und Transversalwel-



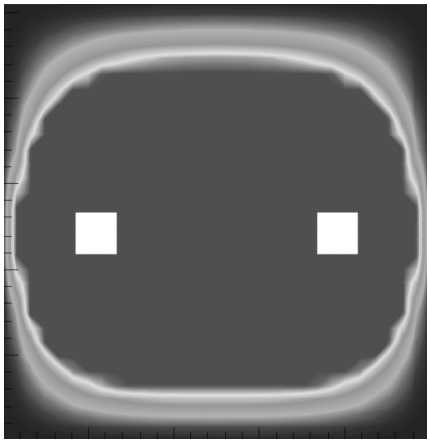
(11) Verlauf der Frostzonen in verschiedenen zeitlichen Phasen.
Quelle: Dissertation Wähling 2002



(12) Verlauf der Frostzone nach 10 Stunden (numerische Simulation).
Quelle: Dissertation Wähling 2002



(13) Verlauf der Frostzone nach 20 Stunden (numerische Simulation).
Quelle: Dissertation Wähling 2002



(14) Verlauf der Frostzone nach 60 Stunden (numerische Simulation).
Quelle: Dissertation Wähling 2002

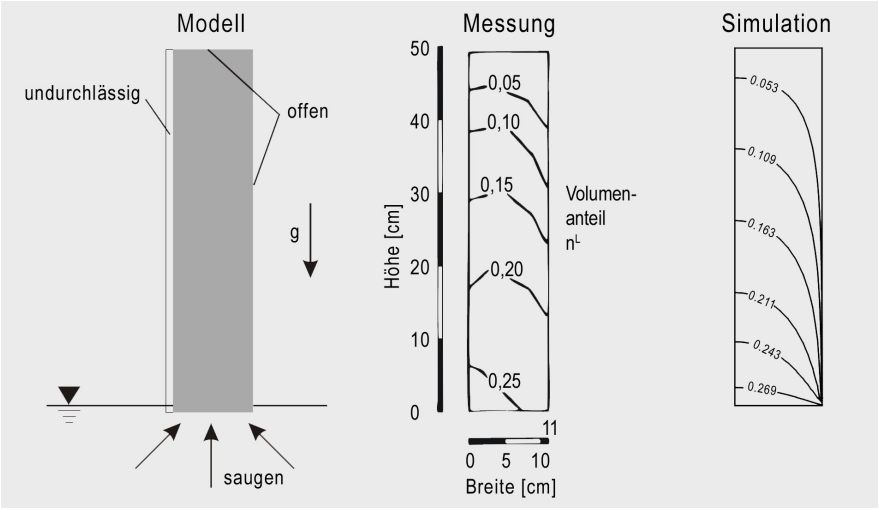
len auch Oberflächenwellen untersucht worden. Im Gegensatz zu den Raumwellen breiten sich die Oberflächenwellen langsamer aus, sie sind aber energiereicher und spielen bei der Untersuchung von Erdbeben eine wichtige Rolle. Die Love-Welle ist die schnellste der Oberflächenwellen und erzeugt Bewegungen in horizontaler Richtung. Die Rayleigh-Wellen sind ähnlich zu Meereswellen, deren Amplituden jedoch wesentlich größer sind als die der zuvor erwähnten Wellen. Die meisten Erschütterungen, die man bei einem Erdbeben spürt, sind in der Regel Rayleigh-Wellen.

Durch die Berücksichtigung von Massenquelltermen – im negativen wie auch im positiven Sinne – bei der Modellbildung, lassen sich neben den bereits diskutierten Problemstellungen auch Phasenübergänge in gesättigten porösen Festkörpern beschreiben. Zum Beispiel in der Verfahrenstechnik und der Materialwissenschaft sowie in der Biotechnologie ist man an der Beschreibung von Trocknungsprozessen poröser Stoffe (Schüttgüter, keramische Stoffe, hydraulisch gebundene Baustoffe wie Gipse und Putze sowie Futter- und Lebensmittel) interessiert. Bei diesen Prozessen wird der Phasenübergang Flüssigkeit in Wasserdampf begleitet durch Flüssigkeits- und Gasbewegungen in Verbindung mit thermischen Prozessen und Deformationen des Festkörpers. Die theoretische und numerische Beschreibung von Trocknungsprozessen hat Kowalski[3] vollzogen.

Am Institut für Mechanik werden Mehr-Phasen-Modelle zur Beschreibung von Frost- und Tauvorgängen in porösen Materialien entwickelt. Mit dem einfachen Modell, einem ternären Modell, bestehend aus zwei festen Phasen (poröse Festkörpermatrix und Eis) und einer flüssigen Phase (Wasser), lassen sich bereits praxisorientierte Problemstellungen, so auch die künstliche Vereisung von Böden, simulieren. Dieses Verfahren wird unter anderem im Tunnelbau zum Vortrieb in nichtbindigen Böden angewandt, wobei man sich die erhöhte Festigkeit und die gegen Null gehende Durchlässigkeit des Bodens zu Nutze macht. Im Bergbau kommt dieses Verfahren wegen der überschaubaren Risiken beim Abteufen von Tagesschächten zum Zuge.

Der Verlauf der Frostzonen – Bildung von Frostkörpern, Zusammenwachsen der Frostkörper und Bildung eines Frostmantels – ist in Abbildung 11 dargestellt. Die Abbildungen 12, 13 und 14 zeigen die Ergebnisse der numerischen Simulation der Frostausbreitung zwischen zwei Gefrierrohren. Es wurde dabei auch die Expansion des Eises berücksichtigt sowie die Problematik einer sich bewegenden Eisfront behandelt, die Ähnlichkeiten mit dem Stefan-Problem aufweist[4].

Im Hinblick auf die Beschreibung von Frost- und Tauprozessen für die Untersuchung der Frostbeständigkeit von Normal- und Hochleistungsbetons wird momentan das ternäre Modell (Festkörper, Eis und Wasser) auf ein quintäres Modell erweitert, das heißt es wird zusätzlich eine Gas- und eine Gelwasserphase (strukturiertes Wasser) berücksichtigt. Theoretisch werden somit die Mikro-Ebene und auch die Nano-Ebene berührt. Auf diesen Skalen hat auch die Kapillarität, auf die anschließend noch näher eingegangen wird, einen entscheidenden Einfluss auf die zu beschreibenden Prozesse. Auf Grund der physikalischen Eigenschaft des Gelwassers in den Nanoporen tritt ein Pumpeffekt während der Frost- und Tauvorgänge auf. Dies bedeutet, dass der Beton zusätzlich vorhandenes externes Wasser aufnehmen kann, das das vorhandene Gas langsam verdrängt. Kontrollierte Frost- und Tauzyklen an kapillar-gesättigten Betonproben zeigen, dass die Wasseraufnahme der Proben infolge dieses Pumpprozesses um ein Vielfaches größer ist als die Aufnahme von Wasser durch Kapillarität. Dieses führt schließlich zu einer vollständigen Wassersätti-



(15) Kapillarer Aufstieg des Wassers in einem Kalksandstein.
Quelle. Dissertation Ricken 2002

gung des Körpers, so dass sich bei weiteren Zyklen infolge der Expansion des Eises Risse einstellen bzw. es zum Bruchversagen kommt. Das quintäre Modell sowie erste Berechnungsergebnisse wurden jüngst von einer Arbeitsgruppe Mechanik/ Materialwissenschaften vorgestellt.

Wie bereits erwähnt, spielt die Kapillarität, das heißt der Flüssigkeitstransport infolge einwirkender Oberflächenspannungen, die aus den zwischen den Molekülen wirkenden van der Waals'schen Kräften resultieren, bei flüssigkeits- und gasgefüllten porösen Körpern eine wichtige Rolle. Sie ist deshalb für viele Forschungsgebiete von großem Interesse. Denkt man an den Flüssigkeitstransport in Pflanzen oder an den Transport von Wasser in Mineralsalzen im Erdinneren, so zeigt sich, dass selbst die Natur sich dieses Phänomen in vielen Bereichen zu Nutze gemacht hat. Der Transport der Flüssigkeit in Röhren, Poren oder Spalten kann über große Höhen bzw. Strecken geschehen. Unerwünschte Erscheinungen dieses Transportverhaltens gibt es natürlich auch, beispielsweise Feuchteschäden an Bauwerken insbesondere an historischen Gebäuden.

In jüngster Zeit ist es erstmalig gelungen, das Phänomen der Kapillarität im Rahmen einer makroskopischen Theorie physikalisch korrekt zu erfassen, nämlich als Interaktionskräfte zwischen den einzelnen Phasen[5]. Dies bedeutet, dass das Phänomen der Kapillarität durch Volumenkräfte beschrieben wird, und nicht wie üblich im Rahmen einer makroskopischen Mehrphasentheorie mit Hilfe eines so genannten van Genuchten-Modells. Dieses Modell basiert auf einem konstitutiven Ansatz für den Drucksprung zwischen der Flüssigkeit und dem Gas. Die neueren Überlegungen zur Erfassung der Oberflächenspannungen an den Phasengrenzen führten dazu, die aus diesen Spannungen resultierenden Kräfte makroskopisch mittels der Dichtegradienten zu berücksichtigen. Damit ist nicht nur möglich, die Kapillarkraft zwischen der flüssigen und gasförmigen Phase zu formulieren, sondern auch Kräfte zwischen der Flüssigkeit und dem Festkörper sowie zwischen dem Gas und dem Festkörper zu beschreiben. Gerade die Wechselwirkung zwischen der flüssigen und der festen Konstituierenden spielt eine entscheidende Rolle bei der Simulation der Flüssigkeitsbewegung auf Grund von Kapillareffekten. Mit dem van Genuchten-Modell lassen sich makroskopisch solche Vorgänge nicht beschreiben. Es ist selbstverständlich, dass das bekannte van Genuchten-Modell aus dem entwickelten Modell nur für Sonderfälle mit stark vereinfachten Annahmen ableitbar ist. Weiterhin versteht es sich, dass Effekte wie Kapillaraszension (Festkörper, Luft und Wasser) und Kapillardepression (Festkörper, Luft und Quecksilber) sowie die Hysterese, die sich beim Be- und Entwässern kapillar aktiver Materialien einstellt, mit dem neuen Modell erfasst werden können.

Die Effizienz dieses Modells soll anhand der Simulation der Feuchtewanderung eines Mauersteinmodellkörpers aus Kalksandstein demonstriert werden (Abb. 15). Ein Vergleich mit den gemessenen Daten zeigt die gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation[5].

Schlussbemerkung

Mit der Schaffung einer konsistenten Theorie poröser Materialien (Medien) ist es nicht nur gelungen, den Ingenieuren in den unterschiedlichen Sparten und den Biomechanikern ein „Werkzeug" für die Lösung von Rand- und Anfangswertproblemen zur Verfügung zu stellen, sondern auch den Wissenschaftlern, die im Grundlagenbereich forschend tätig sind, eine Basis für weitere wissenschaftliche Untersuchungen zu vermitteln. Die Entwicklung dieser Theorie wurde stark von der Essener Mechanik-Schule geprägt mit zahlreichen Veröffentlichungen in internationalen Zeitschriften, Fachbüchern, Vorträgen auf Kongressen und durch das Veranstalten von Symposien. Darüber hinaus fanden Ideen der Essener Mechanik-Schule durch Schüler und Stipendiaten weltweite Verbreitung. Die Arbeiten des Instituts für Mechanik sind durch Forschungsgemeinschaften gefördert und mit Einladungen zu Hauptvorträgen und Auftragsartikeln in renommierten Zeitschriften anerkannt worden.

Summary

Classical continuum mechanical theories such as the linear elasticity

theory and plasticity theory are based on the fundamental assumption that the material points of the matter in consideration are homogeneously distributed over a control space shaped by the porous solid. However, there are materials used in engineering science and biomechanics which contain closed and open pores filled with liquid and/or gas. Due to the different material properties and the different motions, there may be interaction between the constituents.
Theoretical modelling of these heterogeneously composed continua is extremely complicated owing to the complex geometric configuration of the pore space. The pores have, in general, different sizes and shapes. These vary between rough and fine pores in mud-avalanches and in filters with pores in the nano-range. With the realization of the enormous complexity of porous media geometry and of the mechanics of multiphase bodies, from the very early stages of research, a phenomenological approach to the subject has been evolved. This approach is based on the volume fraction concept, where it is assumed that the porous solid always models a control space. Furthermore, it is assumed that the pores are statistically distributed and that an arbitrary volume element of the control space is composed of the volume elements of the real constituents. The relations between elements of the control space and the real constituents are given by volume fractions. The volume fraction concept is a very rigorous condition in order to create homogenized ("smeared") continua, which can be treated by continuum mechanical methods.
The homogenized porous medium features almost the same properties as mixtures of liquids and gases, for which a consistent thermomechanical theory, i.e. the mixture theory, exists. The main assumption of the mixture theory is that the material points of all constituents approximately cover a spatial point, which is also valid for the homogenized porous medium. Thus, all fundamental terms and relations, such as kinematics and balance equations, can be taken from the mixture theory. However, some special features of the porous medium must be considered, in particular, phenomena on the microscale.
The Theory of Porous Media (TPM) has come to a certain close in recent years. All essential phenomena in saturated and partly saturated porous solids like uplift, friction, capillarity, and effective stresses have been theoretically founded. Moreover, the constitutive theory has made great progress. Today, theories for elastic, plastic, viscoelastic and viscoplastic behaviour of the porous solids as well as for the liquid and gas phases exist. Also, many applications in engineering and biomechanics have been carried out. These concern, for example, problems in soil mechanics (consolidation, phase transitions, wave propagation), material sciences (powder compaction), building physics (capillarity) as well as biomechanics (transport of ions). However, in the field of applications there is still a need for further investigation.

Anmerkungen

1) de Boer 2000
2) Skolnik 1999
3) Kowalski 2003
4) Wähling 2002
5) de Boer, Didwania 2002
6) Ricken 2002

Literatur

– de Boer, R.: Theory of porous media: Highlights in the historical development and current state, Berlin, Heidelberg, New York 2000.
– de Boer, R., Didwania, A. K.: Capillarity in porous bodies: Contributions of the Vienna school and recent findings, in Acta Mechanica 159/2002, 173-188.
– Kowalski, S. J.: Thermomechanics of drying processes, in Berlin, Heidelberg, New York 2003.
– Ricken, T.: Kapillarität in porösen Medien – theoretische Untersuchungen und numerische Simulation, Dissertation, Fachbereich Bauwesen, Universität Essen, Aachen 2002.
– Skolnik, J.: Numerische Simulation elastisch-plastischer Deformationen fluidsaturierter poröser Medien, Dissertation, Fachbereich Bauwesen, Universität Essen, Aachen 1999.
– Wähling, M.: Thermomechanische Prozesse in porösen Medien unter Berücksichtigung von Phasenübergängen, Dissertation, Fachbereich Bauwesen, Universität Essen, Aachen 2002.

Die Autoren

Reint de Boer studierte Bauingenieurwesen an der damaligen Technischen Hochschule Hannover; er schloss das Studium 1962 mit der Diplomprüfung ab. Anschließend wurde er Assistent und später Oberingenieur am dortigen Lehrstuhl für Baumechanik. Mit einer Dissertation über ein Problem aus der mechanischen Umformtechnik wurde er 1966 zum Dr.-Ing. promoviert. Es folgte die Habilitation für das Fach Mechanik im Jahre 1970 mit einem Thema aus der Strukturmechanik. Diesem Thema blieb Reint de Boer auch in den folgenden Jahren in seiner Forschungs- und Lehrtätigkeit treu. Nach Studien an der Technischen Hochschule in Wien folgte in den Jahren 1975/1976 ein Forschungsaufenthalt an der UC Berkeley, USA, bei den Professoren Karl Pister und Paul Naghdi. Diese Begegnung mit führenden amerikanischen Wissenschaftlern hatte großen Einfluss auf den Wissenschaftler Reint de Boer. Aus dieser Zeit stammte auch sein wachsendes Interesse an der Kontinuumsmechanik und ihren mathematischen Grundlagen. Dieses Wissen ließ er im Jahre 1982 in ein Buch einfließen, das seit längerem vergriffen ist.
Nach dem Jahr in Berkeley kam der Ruf auf die Professur für Technische Mechanik an der Universität-Gesamthochschule Essen. Hier war Reint de Boer nicht nur als Hochschullehrer und Forscher gefordert. Er arbeitete in verschiedenen Gremien mit, unter anderem wirkte er zwölf Jahre als Vorsitzender des Prüfungsausschusses und als Prodekan und Dekan.
In seinen Forschungsarbeiten hat sich Reint de Boer ab dem Jahre 1983 der Theorie poröser Medien (TPM) verschrieben, die sein Hauptwerk mit vielen Veröffentlichungen in unterschiedlichsten internationalen Journalen und mehreren Fachbüchern sowie Vorträgen auf großen Konferenzen bestimmt. Darüber hinaus trat er als Organisator und Mitorganisator internationaler Symposien über die TPM hervor. Auf Einladung der chinesischen Regierung hat er 1992 über die TPM an verschiedenen Universitäten in China berichtet; von der Universität Chongqing wurde er bei dieser Gelegenheit zum Consultant Professor ernannt.
Zur Erforschung verschiedener Effekte auf der Mikroebene bei gesättigten und teilgesättigten porösen Körpern weilte Reint de Boer in den neunziger Jahren mehrere Male an den Universitäten in Los Angeles und San

Diego. Diese Forschungsaufenthalte und viele der grundlegenden Arbeiten wurden von der DFG und der Volkswagenstiftung gefördert. Einige Forschungsergebnisse haben ihren Niederschlag in Promotionen und Habilitationen gefunden.
Bei seinen Arbeiten stieß Reint de Boer auch auf den Wissenschaftsstreit zwischen den Wiener Professoren Fillunger und von Terzaghi, der so tragisch endete. Die Ergebnisse der historischen Aufarbeitung hat er zusammen mit seinen wissenschaftlichen Ergebnissen in den Büchern „Theory of Porous Media“ und „The Engineer and the Scandal“ niedergelegt.
Reint de Boer wurde Anfang 2001 emeritiert.

Joachim Bluhm studierte Bauingenieurwesen in Essen mit der Vertiefungsrichtung „Konstruktiver Ingenieurbau“. Seinen Abschluss als Diplom-Ingenieur absolvierte Bluhm 1985. Seit 1985 ist er als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanik tätig. Joachim Bluhm wurde 1990 zum Dr.-Ing. promoviert mit einer Arbeit über theoretische und numerische Modelle zur finiten Elastoplastizität im Hinblick auf die Anwendung auf Stabtragwerke. Nach der Promotion wandte er sich der Theorie poröser Medien zu, insbesondere ihrer numerischen Umsetzung auf Rand- und Anfangswertprobleme. Er habilitierte sich mit einer Arbeit bezüglich der konsistenten Modellierung von Mehrphasensystemen im Fach Mechanik und erhielt die Lehrbefugnis an der damaligen Universität Essen. Seine wissenschaftlichen Ergebnisse hat er in anerkannten Mechanik-Zeitschriften veröffentlicht sowie auf internationalen Konferenzen und Symposien in Europa, Asien, Kanada und USA vorgestellt. Er ist unter anderem auch Mitherausgeber eines erst kürzlich erschienenen Buches über die Grundlagen, Anwendungen und Experimente im Bereich der Theorie poröser Medien.

Jörg Schröder. Foto: Timo Bobert

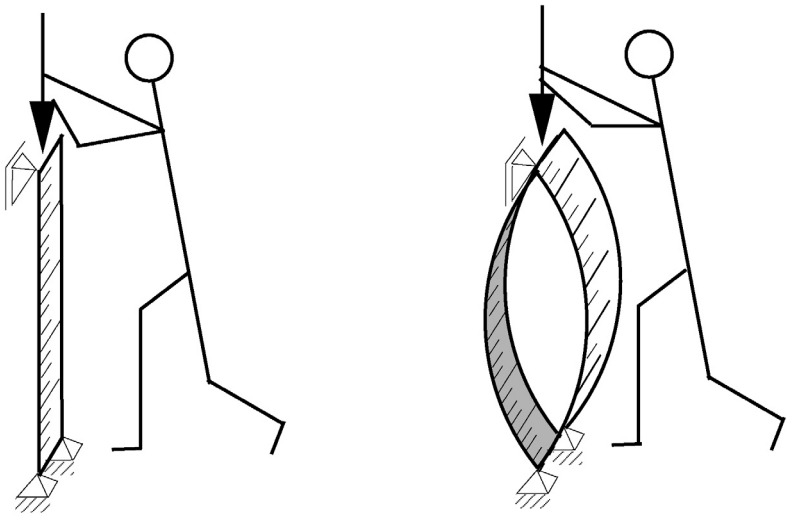
Anisotrope Materialien treten in vielfältiger Form auf, so sind beispielsweise künstlich hergestellte Verbundmaterialien anisotrop; auch Kristalle und biologische Gewebe sind durch richtungsabhängige Eigenschaften charakterisiert. Für die Beschreibung des dreidimensionalen nichtlinearen Materialverhaltens sind sehr komplexe Materialgleichungen zu konstruieren. Diese sollen nicht nur das phänomenologische Verhalten widerspiegeln sondern auch im Hinblick auf die Existenz von Lösungen gewissen mathematischen Bedingungen (verallgemeinerten Konvexitätseigenschaften) genügen. Eine besondere Rolle spielt in diesem Zusammenhang eine im neunzehndimensionalen Raum definierte Klasse von Funktionen. Die erschreckend hoch wirkende Dimension dieser Forderung entzieht sich zwar dem direkten Anschauungsraum, sie ist jedoch kein Fluch, sondern liefert vielmehr ein effizientes Handwerkszeug zur Bewältigung der hier auftretenden Aufgaben.

Fluch der Dimension?

Intuition und mathematische Methoden in der anisotropen Elastizität

Von Jörg Schröder

Viele Abläufe in der Natur werden durch Differentialgleichungen beschrieben, wie die Deformation einer technischen Tragkonstruktion, die Bewegung einer Flüssigkeit oder Lawine, das Aufblasen eines Luftballons oder die Aufweitung einer Arterie durch einen Katheter. Die aufgezeigten Prozesse sind durch Lösungsfunktionen gekennzeichnet, die im Allgemeinen von mehreren Variablen, unter anderem dem Ort und der Zeit, abhängen. Daher werden die zu Grunde liegenden Differentialgleichungen als partielle Differentialgleichungen bezeichnet. Im Folgenden beschränken wir uns auf die Beschreibung deformierbarer Körper mit elastischem Materialverhalten. Dieses Gebiet der Materialtheorie wird als Elastizitätstheorie bezeichnet. Sie geht auf Ansätze aus dem 19. Jahrhundert zurück.[1] Die Elastizitätstheorie basiert auf der Annahme, dass ein elastisches Material nur von den Verzerrungen (Längenänderung/Ausgangslänge), gemessen bezüglich eines so genannten „natürlichen Zustandes“, abhängt, und dass die mechanischen Eigenschaften allein durch eine skalarwertige Verzerrungsenergiefunktion bestimmt sind. Existiert solch eine skalarwertige Funktion, so sprechen wir von der Hyperelastizität. Folgen wir den Ausführungen in Doyle/Ericksen[2], so finden sich erste „korrekte“ Formulierungen der allgemeinen hyperelastischen Theorie sowie Anwendungen auf einige spezielle Anisotropieklassen in Murnaghan[3].



(1) Gedankenexperiment zur Eindeutigkeit von Deformationszuständen.

Zur Beschreibung technischer Probleme dieser Klasse stehen uns materialunabhängige Gleichungen, die Bilanzgleichungen, und die so genannten materialspezifischen Konstitutivgleichungen zur Verfügung.

Die materialunabhängigen Gleichungen sind die Massenerhaltung, die Impulsbilanz (Kräftegleichgewicht), die Drallbilanz (Momentengleichgewicht) und die Energiebilanz (1. Hauptsatz der Thermodynamik). Mit diesen allgemeinen Gleichungen werden mehr unbekannte Größen eingeführt als Bestimmungsgleichungen zur Verfügung stehen. Zur vollständigen Beschreibung der zu lösenden Randwertprobleme sind neben den oben aufgezählten allgemeingültigen Bilanzgleichungen spezifische Konstitutivgleichungen (Materialgleichungen) zu konstruieren, die das Antwortverhalten spezieller Materialien auf mechanische und thermische Einwirkungen widerspiegeln. Als Konstruktionshilfe dient im Allgemeinen die Entropieungleichung (2. Hauptsatz der Thermodynamik).

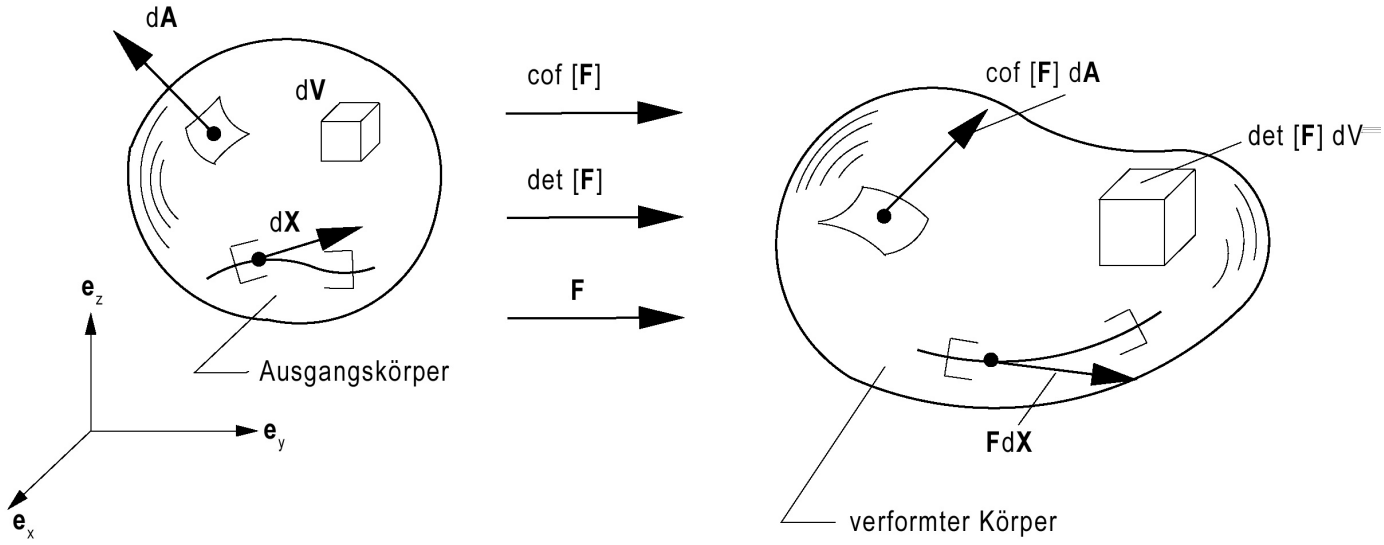
Im Folgenden werden insbesondere Aspekte zur Konstruktion hyperelastischer Materialgleichungen unter Beachtung spezieller mathematischer Anforderungen diskutiert. Ein wesentlicher Punkt bei den Problemstellungen im Rahmen großer Deformationen ist, dass die Lösungen nicht eindeutig sein müssen, sie im Allgemeinen sogar nicht eindeutig sein dürfen. Hierzu ein kleines Gedankenexperiment: Wir stellen ein Lineal auf den Tisch und sorgen dafür, dass das untere Ende unverschieblich gehalten wird und sich das obere Ende nur vertikal verschieben kann. Drücken wir nun am oberen Ende auf das Lineal, so wird es sich zunächst (kaum sichtbar) stauchen. Ab einer bestimmten Last weicht das Lineal nach links oder rechts aus. Wohin? Diese Frage lässt sich bei einer perfekten Struktur nur wie folgt beantworten: nach „links“ oder nach „rechts“. Wir sehen also, dass dieses Strukturstabilitätsproblem keine eindeutige Lösung hat, wichtig ist aber, dass „zumindest eine“ Lösung existiert. Dieses Beispiel kann zwar nicht direkt auf die Phänomene der mathematisch orientierten Materialtheorie übertragen werden, es soll aber die wesentlichen Begriffe „Existenz“ und „Eindeutigkeit/Nicht-Eindeutigkeit“ von Lösungen einführen.

Im Bereich der Kontinuumsmechanik betrachten wir dreidimensionale Körper. Somit werden die auftretenden Verschiebungen durch drei Komponenten, die die Koordinaten eines Vektors darstellen, beschrieben. Die Konstitutivgleichungen leben von den Ableitungen des Verschiebungsfeldes nach den Ortskoordinaten, dem Deformationsgradienten $\boldsymbol{F}$. Dies ist bereits eine neundimensionale Größe, da die Verschiebung in jede Raumrichtung nach jeder Ortskoordinate abgeleitet wird. Somit ist die wesentliche kinematische Größe für die weiteren Betrachtungen der Deformationsgradient. Er beschreibt die Deformation von infinitesimalen Linienelementen innerhalb des betrachteten Körpers. Andere wesentliche geometrische Abbildungen sind die der infinitesimalen Flächen- und Volumenelemente. Sie werden durch den so genannten Kofaktor ($cof[\boldsymbol{F}]$) und die Determinante ($det[\boldsymbol{F}]$) des Deformationsgradienten beschrieben (Abb. 2). Gerade dieser geometrischen Interpretationen der Abbildungseigenschaften werden wir uns später wieder bedienen. Eine fundamentale Forderung der nichtlinearen Kontinuumsmechanik ist, dass alle Beobachter bei Durchführung des gleichen Experiments für jede bestimmte Deformation des Körpers dasselbe Ergebnis erzielen müssen. Dies ist das Prinzip der Beobachterinvarianz (materielle Objektivität), aus dem sich weitere Restriktionen zur Konstruktion der Materialgesetze ableiten. Stark vereinfacht ausgedrückt können wir sagen, dass bei der Formulierung der Stoffgesetze bei Verwendung des Quadrats des Deformationsgradienten (im Sinne von $\boldsymbol{F}^T\boldsymbol{F}$), dem so genannten rechten Cauchy-Green-Tensor, dieses Prinzip a priori erfüllt ist. Das System von Differentialgleichungen ist mit den Konstitutivgleichungen nun geschlossen, das heißt wir haben genauso viele Unbekannte wie Bestimmungsgleichungen und können das Randwertproblem nun mit geeigneten Mitteln lösen.

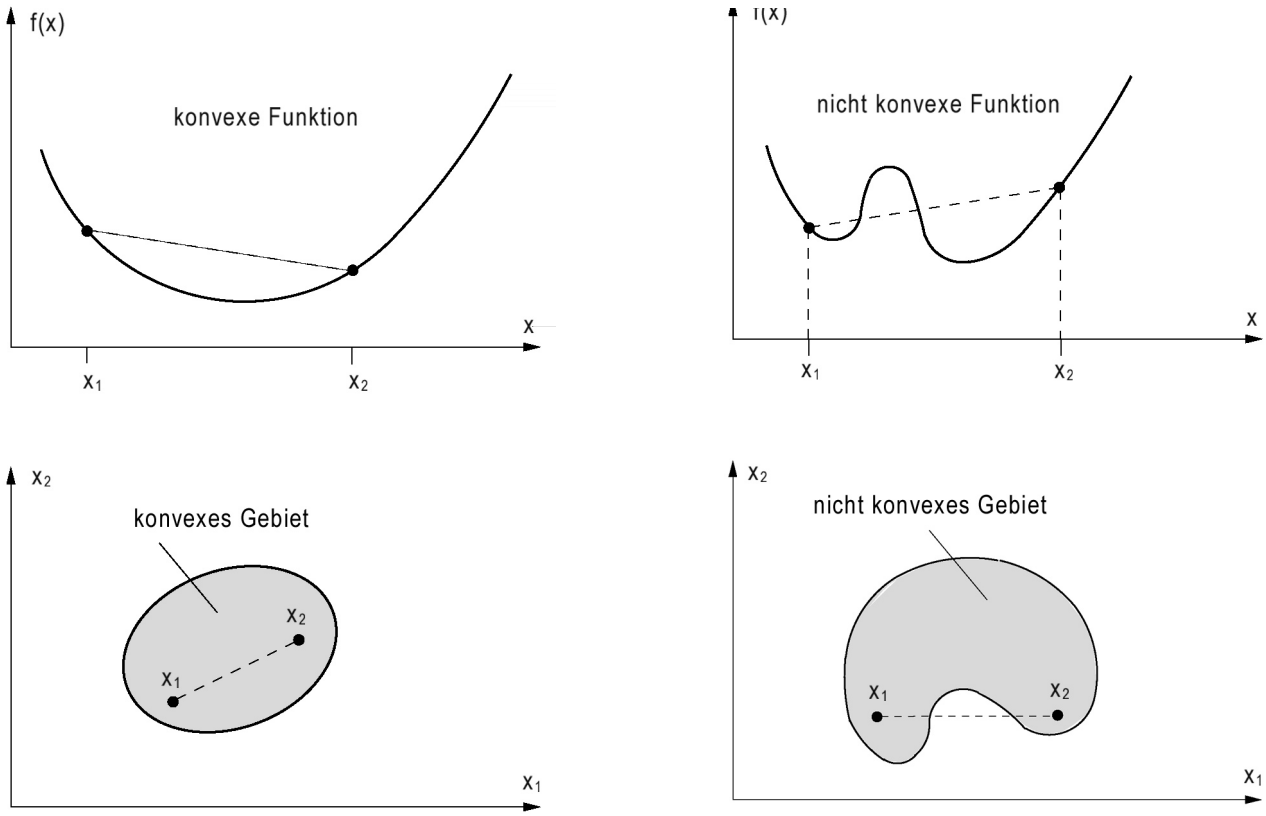
Zur weiteren Konkretisierung der allgemeinen Darstellungen der finiten Elastizität wurden in den letzten Jahrzehnten verschiedene Restriktionen für die Form der Verzerrungsenergiefunktion vorgeschla-

gen. Einige basieren auf thermodynamischen Stabilitätsüberlegungen. Andere Bedingungen wurden eingeführt um „physikalisch sinnvolles Materialverhalten“ zu erzwingen; in diesem Zusammenhang sei exemplarisch auf die bekannten Coleman-Noll- und Baker-Ericksen-Bedingungen hingewiesen[4]. Für den Fall der isotropen und anisotropen Elastizität wollen wir uns die letztere Beziehung näher anschauen. Im Fall der Isotropie sind die Materialeigenschaften in alle Richtungen gleich, wie bei einem Stück Butter, das dem Eindringen einer Messerspitze in jeder Richtung den gleichen Widerstand entgegegensetzt. Bei einem anisotropen Probenkörper stellen wir ein richtungsabhängiges Materialverhalten fest. Betrachten wir eine quadratische Scheibe, die wir in zwei senkrecht zueinander stehenden Richtungen unterschiedlich weit auseinanderziehen; die Verlängerung in der horizontalen Richtung sei doppelt so groß wie die in der vertikalen. In den beiden Richtungen sind somit unterschiedliche Verzerrungen (Hauptdehnungen) und Spannungen (Kraft/Fläche) vorhanden. Die Baker-Ericksen-Ungleichung besagt, dass in Richtung der größeren Hauptdehnungen auch die größere Spannung auftreten muss. Für einen Körper mit richtungsunabhängigen Eigenschaften, also einem isotropen Material, ist dies offensichtlich eine sinnvolle Forderung. Betrachten wir aber ein anisotropes Material, das in Richtung der vertikalen Achse (der mit der geringeren Verzerrung) eine sehr hohe Steifigkeit aufweist, so kann die Spannung in Richtung der geringeren Verzerrung deutlich größer sein als in der stärker verzerrten Richtung. Somit scheidet die Baker-Ericksen-Ungleichung als Konstruktionshilfe für anisotrope Materialien aus. Typische Beispiele für anisotrope Materialien sind viele biologische Gewebe und einachsig faserverstärkte Materialien mit steifen Fasern, die in eine weiche Matrix eingebettet sind.

Eine sehr wichtige Bedingung, die die Materialgleichungen erfüllen müssen, ist die so genannte Legendre-Hadamard-Bedingung. Sie fordert, dass die Wellengeschwindigkeit in einem Material größer Null sein muss. Ist sie identisch Null, so sprechen wir von einer stehenden Welle. Diese Forderung können wir im Wesentlichen auch als Rang-Eins-Konvexität bezeichnen. Eine mechanisch sehr ansprechende Interpretation hierfür liefert die Betrachtung des Verlaufs der ersten Piola-Kirchhoff-Spannungen (Kraft/Ausgangsfläche). Seien diese Spannungen zu irgendeinem aktuellen Deformationszustand gegeben, so muss der Verlauf der Spannungen bezüglich aller Rang-Eins-Deformationstensoren (die wir als eine weitergehende, jedoch eingeschränkte Verzerrungsbeanspruchung interpretieren) monoton wachsend sein. Unter zunehmender horizontaler Verlängerung eines Stabes darf die Spannung also nicht abnehmen. Dies wirkt im ersten Moment – für diesen eindimensionalen Prozess – sehr einfach, ist aber für alle denkbaren Zustände sehr komplex oder zumindest sehr kompliziert, wenn wir uns daran erinnern, dass die wesentliche kinematische Größe neundimensional ist. Diese Konvexitätsforderung ist aus der Sichtweise des Ingenieurs sehr attraktiv, da ihre Interpretation sehr anschaulich ist. Leider sind die mit dieser Bedingung einhergehenden Restriktionen an die Materialgleichungen nicht ausreichend, um die Existenz von Lösungen zu gewährleisten. Nun stellt sich die Frage, was passiert, wenn diese Bedingung verletzt wird? Verliert ein System seine Rang-Eins-Konvexität, so zerfällt das Material in unterschiedliche Phasen; die zum Beispiel durch einzelne so genannte Laminate charakterisiert sind.[5] Somit haben wir schon einen Konvexitätsbegriff eingeführt. Anhand der Darstellungen in Abbildung 3 wird der Begriff der Konvexität für eine eindimensionale Funktion und ein zweidimensionales Gebiet veran-



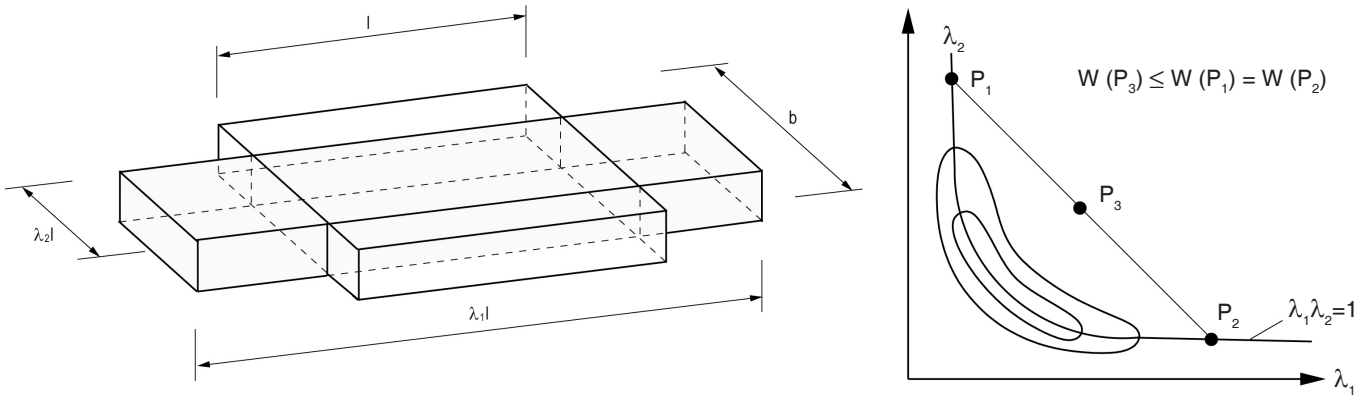
(2) Abbildung der Linien-, Flächen- und Volumenelemente.



(3) Beispiele ein- und zweidimensionaler konvexer und nicht-konvexer Funktionen.

schaulicht. Der eindimensionale Fall ist selbsterklärend. Ein Gebiet ist konvex, wenn man von einem Punkt χ1 des Gebiets auf geradem Wege zu einem zweiten Punkt χ2 gelangt, ohne dabei das Gebiet jemals zu verlassen. Im Folgenden werden wir noch abstraktere Begriffe kennen lernen, wobei das Grundprinzip oft gleich ist, es werden im Wesentlichen nur die Argumente (hier waren es Punkte) durch andere ersetzt und das Gebiet, über das die Eigenschaft gefordert wird, wird neu definiert.

Die Frage, die uns nun beschäftigt, lautet: Welche Form muss ein Materialgesetz haben, damit im Rahmen der finiten Elastizität die zu behandelnden Randwertprobleme eine Lösung besitzen? Wie zuvor schon angedeutet, muss die Lösung nicht eindeutig sein, es soll vielmehr nur wenigstens eine existieren. Bevor wir diesen Punkt weiter diskutieren, müssen wir erst einige Überlegungen zu den mathematischen Lösungsverfahren anstrengen. Randwertprobleme der nichtlinearen Elastizität werden durch partielle Differentialgleichungen (der Impulsbilanz unter Berücksichtigung der Massenbilanz und der Drallbilanz) und vorgeschriebene Randdaten für die Verschiebungen und Spannungen beschrieben. Da für die meisten Probleme keine analytischen



(4) Implizierung unphysikalischen Materialverhaltens infolge einer konvexen Energiefunktion am Beispiel des quasi-inkompressiblen Materialverhaltens.
Quelle: siehe Ball: Constitutive equalities and existent theorems in elasticity, 1977

Lösungen existieren, werden im Allgemeinen so genannte schwache Lösungen gesucht. Sie erhalten wir mit den Konzepten der direkten Variationsmethoden. Hierzu werden die das Problem beschreibenden Differentialgleichungen mit einer Wichtungsfunktion multipliziert und über den zu betrachtenden Körper integriert. Dieser Zugang stellt mit einigen weiteren technischen Details die Basis für moderne Berechnungsverfahren dar. Das universellste ist wohl die Finite-Elemente-Methode. Somit müssen diese Gleichungen nunmehr „im Mittel", das heißt in einem geeigneten integralen Maß, erfüllt sein. Lösungsfolgen, die im Rahmen dieses Konzeptes gegen eine Funktion konvergieren, bezeichnen wir als schwach konvergent.

Hiermit haben wir den Rahmen zusammengestellt, und wir können uns den Eigenschaften spezieller freier Energiefunktionen widmen, die die Existenz von Lösungen garantieren. Aus der Funktionalanalysis ist uns bekannt, dass für konvexe Funktionen eine Lösung existiert. Die Betonung liegt hier auf „eine", also liegt in diesem Fall sogar Eindeutigkeit vor. Sprechen wir von Konvexität, so ist die Konvexität der skalarwertigen freien Energiefunktion bezüglich des Deformationsgradienten über seinen Abbildungsbereich gemeint. Aus mehreren Gesichtspunkten sind konvexe Ansätze jedoch nicht zulässig:

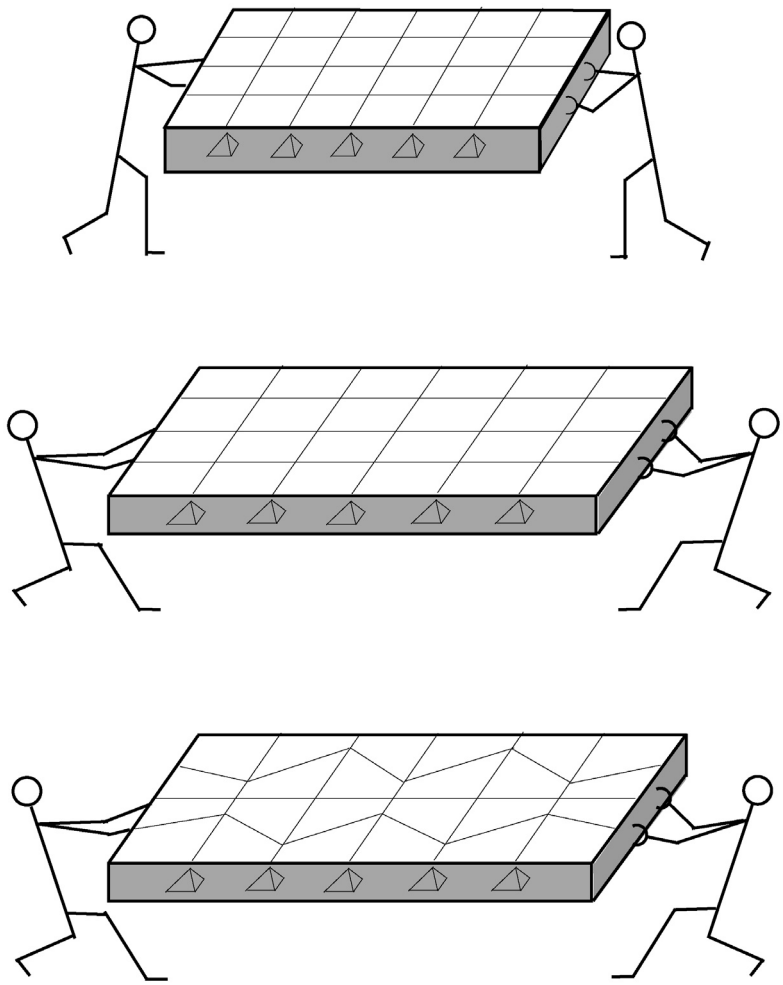
i) Stabilitätsprobleme können nicht behandelt werden, da die Lösung eindeutig ist. Die kritische Last, die zum Ausknicken unseres zuvor betrachteten „Lineal-Experiments" führte, können wir somit nicht bestimmen.

ii) Betrachten wir einen homogenen Würfel und drücken ihn auf ein fast verschwindendes Volumen zusammen, so erwarten wir, dass die aufzuwendende Energie gegen unendlich strebt. Diese Wachstumsbedingung ist mit konvexen Energien nicht realisierbar. Die Erklärung hierfür ist offensichtlich: Untersuchen wir die Konvexitätseigenschaft der freien Energiefunktion, so ist zunächst das Gebiet zu bestimmen, über dem die Funktion definiert ist. Da das aktuelle Volumen eines deformierten Festkörpers nicht negativ und auch nicht identisch Null werden kann, muss die Determinante des Deformationsgradienten immer einen positiven Wert annehmen. Damit ist das Gebiet, beschrieben durch den Deformationsgradienten selbst, so zu beschränken, dass diese zusätzliche Bedingung immer erfüllt ist. Der sich hieraus ergebende Definitionsbereich ist selbst nicht konvex, wodurch sich für spezielle Deformationszustände auch negative Determinanten ergeben können.

iii) Betrachten wir einen deformierten Körper in seiner aktuellen Lage und in einer nur durch eine überlagerte Starrkörperrotation verschiedenen Konfiguration, so ergeben sich für den mitrotierten Beobachter die wahren Spannungen aus einer reinen Koordinatentransformation. Die Auswertung der Konvexitätsbedingung zeigt nun, dass das Prinzip der Objektivität nicht für alle denkbaren Prozesse erfüllt werden kann.

Fazit: Konvexe freie Energiefunktionen können eine wesentliche Forderung, die der Beobachterinvarianz, verletzen.

iv) Ferner impliziert die Konvexität in speziellen Situationen unphysikalisches Verhalten. Hierzu betrachten wir ein von Ball[6] diskutiertes Beispiel: Das Deformationsverhalten eines quasi-inkompressiblen Gum-



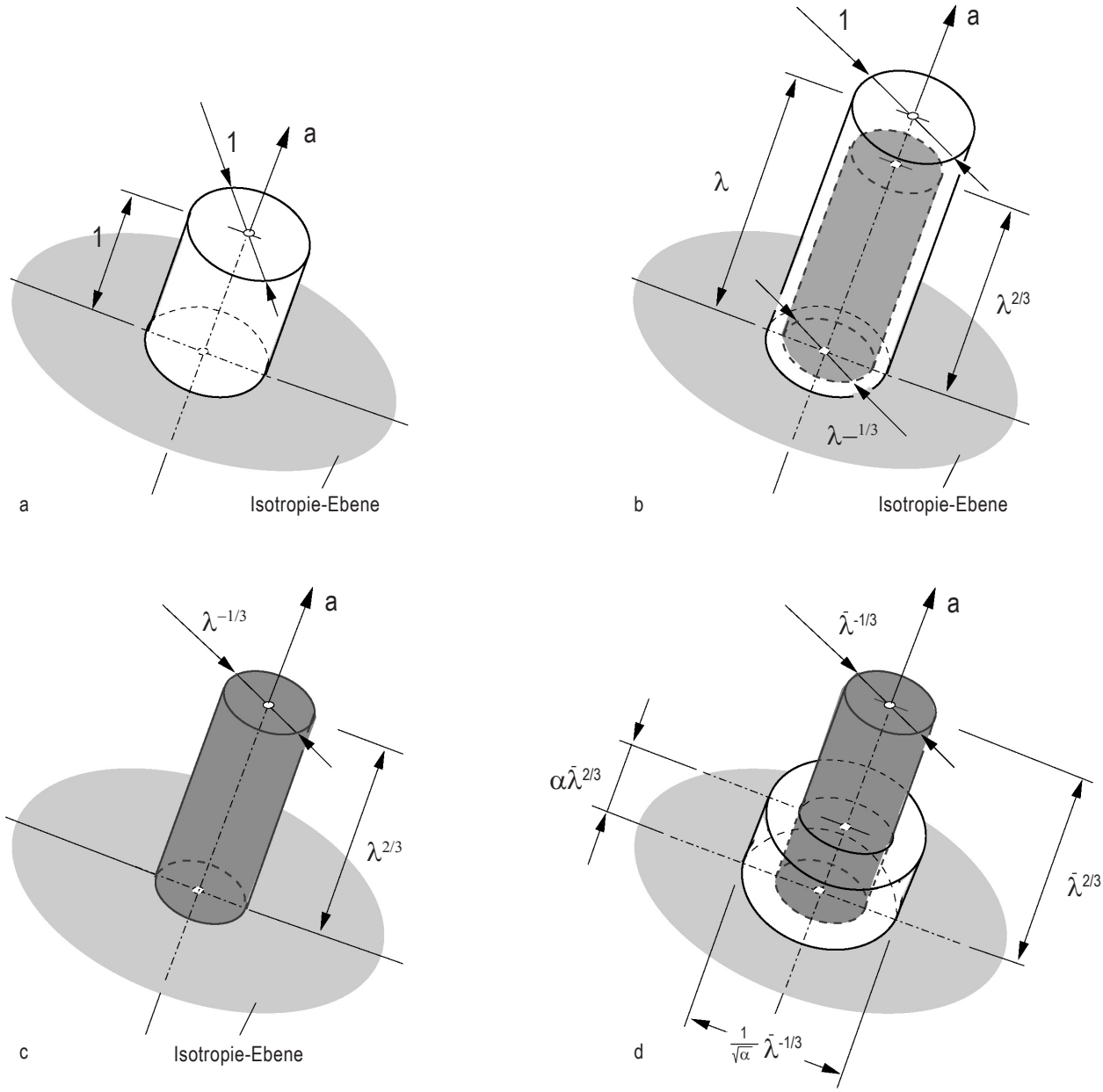
(5) Teilausschnitt eines allseitig mit Verschiebungsrandbedingungen beaufschlagten Quaders. Ausgangssituation (oben), affin deformierte Struktur für ein quasikonvexes Problem (Mitte) und deformierte Struktur mit überlagerten Fluktuationsfeldern (unten).

mimaterials. Quasi-inkompressibel besagt, dass das Material bestrebt ist nur Bewegungen zuzulassen, bei denen das Volumen des Ausgangskörpers erhalten bleibt. Eine Vergrößerung bzw. Verringerung des Volumens erfordert einen extrem hohen Energieaufwand. In Abbildung 4 ist ein Zugversuch für solch ein Material visualisiert. Die aktuelle Länge sei $\lambda_1 l$ und die aktuelle Breite $\lambda_2 b$; die Höhe bleibe konstant. Das Material ist aus energetischer Sicht bestrebt einen Zustand mit konstantem Volumen, das heißt $\lambda_1\lambda_2 = 1$, anzunehmen. Diese Zustände werden in Abbildung 4 durch die Hyperbel angedeutet. Die Isolinien der freien Energie haben eine bananenförmige Gestalt, wobei sich in Richtung der Hyperbel ein lang gestrecktes Energietal einstellt. Soll nun ein von der Inkompressibilität abweichender Zustand P_3 eingestellt werden, so ist ein sehr hoher Energieaufwand erforderlich – ein größerer als er zur Realisierung der Zustände P_1 oder P_2 benötigt wird. Da die Konvexität aber impliziert, dass die Energie im Punkt P_3 nur höchstens gleich der Energie in den anderen zwei Punkten sein darf, würde eine konvexe freie Energiefunktion zu einem unphysikalischen Verhalten führen. Somit müssen wir für die finite Elastizität konvexe Funktionen zur Modellierung realen Materialverhaltens ausschließen; wohingegen die oben diskutierte Rang-Eins-Konvexitätsbedingung weiterhin Bestand hat, sie jedoch zur Sicherstellung der Existenz von Lösungen nur notwendig aber nicht hinreichend ist.

Die wesentliche konstitutive Annahme zur Sicherstellung der Existenz von Lösungen im Rahmen der direkten Variationsmethoden ist die Quasikonvexität[7]. Diese Forderung ist als Integralungleichung formuliert. Sie besagt, dass bei einem verschiebungsgesteuerten homogenen Randwertproblem die homogene Lösung, charakterisiert durch einen konstanten Deformationsgradienten über das betrachtete Gebiet, ein globales Minimum liefert. Eine simple Interpretation möge uns diesen Begriff etwas näher bringen. Betrachten wir hierzu einen homogenen Würfel, den wir mittels einer an allen Außenflächen vorgeschriebenen Verschiebung deformieren. Die Verschiebungen der Ränder sind der Art, dass sie eine affine Deformation des Würfels ergeben. Die Auswertung der Quasikonvexitätsbedingung besagt nun, dass der durch die Randverschiebungen und Abmessungen des Würfels berechenbare homogene Deformationsgradient ein globales Minimum des Energiepotenzials darstellt. Abbildung 5 erläutert dieses Ergebnis anhand einer zweidimensionalen schematischen Darstellung. Das obere Bild stellt die Ausgangssituation (betrachteter Körper, allseitig gehalten) dar. Zur Visualisierung der nachfolgend eintretenden Deformation ist ein Ausgangsgitter auf den Körper eingeritzt worden. Stellt sich nach der Verschiebung der Ränder das globale Energieminimum für ein affin deformiertes Gitter (mittleres Bild) ein, so ist die Quasikonvexitätsbedingung erfüllt. Erreichen wir einen niedrigeren Wert der Energie für ein anderes Verschiebungsfeld, welches dem zuvor beschriebenen, superponiert mit einem Fluktuationsfeld, entspricht, so ist die Bedingung verletzt und die Existenz der Lösung ist nicht gewährleistet. An diesem Beispiel erkennen wir bereits die Unhandlichkeit dieses Konzepts, da wir streng genommen unendlich viele Verformungsmuster innerhalb des Körpers ansetzen und auswerten müssen, um diese Forderung zu überprüfen.

Eine hinreichende, aber nicht notwendige Bedingung für die Quasikonvexität ist die leichter zu überprüfende Polykonvexität nach Ball[8]. Im ersten Moment scheint die Definition der Polykonvexität sehr abstrakt: Sie besagt im Wesentlichen, dass eine freie Energiefunktion genau dann polykonvex ist, wenn diese über dem neunzehndimensionalen Raum, der durch den Deformationsgradienten, seinen Kofaktor und seine Determinante aufgespannt wird, konvex ist. Wir erinnern uns nun an die Abbildungseigenschaften des Deformationsgradienten (Linienelemente), seines Kofaktors (vektorielle Flächenelemente) und seiner Determinante (Volumenelemente) (Abb. 2). In dem Sonderfall, in dem alle drei „geometrischen" Abbildungen entkoppelt sind, erhalten wir ein sehr anschauliches Bild dieser Forderung. Wir benötigen eine eindeutige Abbildung der drei geometrischen Größen: Linien-, Flächen- und Volumenelemente. Insbesondere im Bereich der isotropen (richtungsunabhängigen) Elastizität wurden hier in den letzten 25 Jahren viele weitreichende Ergebnisse erzielt.[9] Materialgesetze dieser Klasse sind die so genannten Ogden-, Neo-Hooke- und Mooney-Rivlin-Materialien. Eine Besonderheit möchte ich an dieser Stelle aufzeigen. Betrachten wir den Fall der isotropen Elastizität, so sind in der linearen Theorie (Theorie kleiner Verformungen) zwei Materialparameter zur Charakterisierung des Werkstoffes, der Kompressionsmodul und der Schubmodul, erforderlich. Eine sinnvolle Forderung ist, dass im Bereich kleiner Deformationen die finite wie auch die lineare Theorie die gleichen Ergebnisse liefert. Sollen nun die Parameter der polykonvexen Funktionen bezüglich des natürlichen spannungsfreien Zustands an die Ergebnisse der linearen Theorie angepasst werden, so sind hierfür im Allgemeinen vier (positive) Materialparameter erforderlich. Drei Parameter werden benötigt, um den Wertebereich der Kompressions- und der Schubmoduli abzudecken und ein weiterer ist zur Erzwingung des spannungsfreien Ausgangszustandes erforderlich[10].

Werfen wir zunächst einen Blick auf die Besonderheiten anisotropen Materialverhaltens. Als Beispiel diene uns ein Würfel mit einer steifen Fasereinlage. Setzen wir den Körper nun einer Längenänderung in dieser Faserrichtung aus, so wird er mit einer bestimmten Spannung antworten. Drehen wir den Würfel



(6) Geometrische Interpretation einiger polykonvexer Invarianten. a,b) Isotropie: Deformation eines Zylinders mit Darstellung des volumenerhaltenden Anteils. c,d) Anisotropie: Anisotrope Wichtung der volumenerhaltenden Abbildung.

in der Art, dass die Faser senkrecht zur Beanspruchungsachse steht, so wird die Spannungsantwort für die ansonsten gleiche Beanspruchung deutlich geringer sein als zuvor. Wir sehen also, dass das Antwortverhalten bei gleichen Prozessen stark von der inneren Struktur, genau gesagt von der inneren Orientierung des Materials, abhängt. Das komplexe mechanische Verhalten elastischer Materialien mit einer orientierten inneren Struktur bei finiten Deformationen kann mit Hilfe tensorwertiger Funktionen beschrieben werden. Als Argumente dieser Funktionen kommen der Deformationsgradient bzw. hieraus abgeleitete Deformationstensoren und zusätzliche Argumente zum Tragen. Die weiteren Argumente sind die so genannten Strukturtensoren, die, grob gesprochen, die ausgezeichneten Richtungen des Materials widerspiegeln. Allgemeine invariante Darstellungen der konstitutiven Gleichungen liefern effektive, rationale Strategien zur Modellierung komplexen anisotropen Materialverhaltens. Diese kanonischen Grundformen können mit Hilfe von Tensor-Repräsentations-Theoremen hergeleitet werden und die Polynombasis, die aus den Invarianten der Deformations- und Strukturtensoren gebildet wird, kann angegeben werden.

Was sind Invarianten? Als Invarianten bezeichnen wir Größen, die unabhängig vom Koordinatensystem immer den gleichen Wert annehmen. So ist zum Beispiel der Betrag der Geschwindigkeit eines materiellen

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{S} = \;& 2\textstyle\sum_{j=1}^{n}\Big\{(\frac{\partial\psi_j}{\partial I_1}+\frac{\partial\psi_j}{\partial I_2}I_1)\boldsymbol{G}^{-1}-\frac{\partial\psi_j}{\partial I_2}\boldsymbol{G}^{-1}\boldsymbol{C}\boldsymbol{G}^{-1}+\frac{\partial\psi_j}{\partial I_3}Cof\boldsymbol{C} \\
& +\frac{\partial\psi_j}{\partial J_4}\boldsymbol{M}+\frac{\partial\psi_j}{\partial J_5}(\boldsymbol{C}\boldsymbol{M}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{C})\Big\} \\
\mathbb{C}^{ABCD} = \;& 4\sum_{j=1}^{n}\Big[\frac{\partial^2\psi_j}{\partial I_1\partial I_1}\boldsymbol{G}^{AB}\boldsymbol{G}^{CD}+\frac{\partial^2\psi_j}{\partial I_2\partial I_2}\{I_1\boldsymbol{G}-\boldsymbol{C}\}^{AB}\{I_1\boldsymbol{G}-\boldsymbol{C}\}^{CD} \\
& +\frac{\partial^2\psi_j}{\partial I_3\partial I_3}\{Cof\boldsymbol{C}\}^{AB}\{Cof\boldsymbol{C}\}^{CD} \\
& +\frac{\partial^2\psi_j}{\partial I_2\partial I_1}[\boldsymbol{G}^{AB}\{I_1\boldsymbol{G}-\boldsymbol{C}\}^{CD}+\{I_1\boldsymbol{G}-\boldsymbol{C}\}^{AB}\boldsymbol{G}^{CD}] \\
& +\frac{\partial^2\psi_j}{\partial I_1\partial J_4}[\boldsymbol{G}^{AB}\boldsymbol{M}^{CD}+\boldsymbol{M}^{AB}\boldsymbol{G}^{CD}] \\
& +\frac{\partial^2\psi_j}{\partial I_1\partial J_5}[\boldsymbol{G}^{AB}\{\boldsymbol{C}\boldsymbol{M}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{C}\}^{CD}+\{\boldsymbol{C}\boldsymbol{M}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{C}\}^{AB}\boldsymbol{G}^{CD}] \\
& +\frac{\partial^2\psi_j}{\partial I_2\partial J_4}[\{I_1\boldsymbol{G}-\boldsymbol{C}\}^{AB}\boldsymbol{M}^{CD}+\boldsymbol{M}^{AB}\{I_1\boldsymbol{G}-\boldsymbol{C}\}^{CD}] \\
& +\frac{\partial^2\psi_j}{\partial I_2\partial J_5}[\{I_1\boldsymbol{G}-\boldsymbol{C}\}^{AB}\{\boldsymbol{C}\boldsymbol{M}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{C}\}^{CD}+\{\boldsymbol{C}\boldsymbol{M}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{C}\}^{AB}\{I_1\boldsymbol{G}-\boldsymbol{C}\}^{CD}] \\
& +\frac{\partial^2\psi_j}{\partial I_3\partial J_4}[\{Cof\boldsymbol{C}\}^{AB}\boldsymbol{M}^{CD}+\boldsymbol{M}^{AB}\{Cof\boldsymbol{C}\}^{CD}] \\
& +\frac{\partial^2\psi_j}{\partial I_3\partial J_5}[\{Cof\boldsymbol{C}\}^{AB}\{\boldsymbol{C}\boldsymbol{M}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{C}\}^{CD}+\{\boldsymbol{C}\boldsymbol{M}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{C}\}^{AB}\{Cof\boldsymbol{C}\}^{CD}] \\
& +\frac{\partial^2\psi_j}{\partial J_4\partial J_5}[\{\boldsymbol{C}\boldsymbol{M}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{C}\}^{AB}\boldsymbol{M}^{CD}+\boldsymbol{M}^{AB}\{\boldsymbol{C}\boldsymbol{M}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{C}\}^{CD}] \\
& +\frac{\partial\psi_j}{\partial J_5}\;[\boldsymbol{G}^{AC}\boldsymbol{M}^{BD}+\boldsymbol{M}^{AC}\boldsymbol{G}^{BD}]\Big]
\end{aligned}
$$

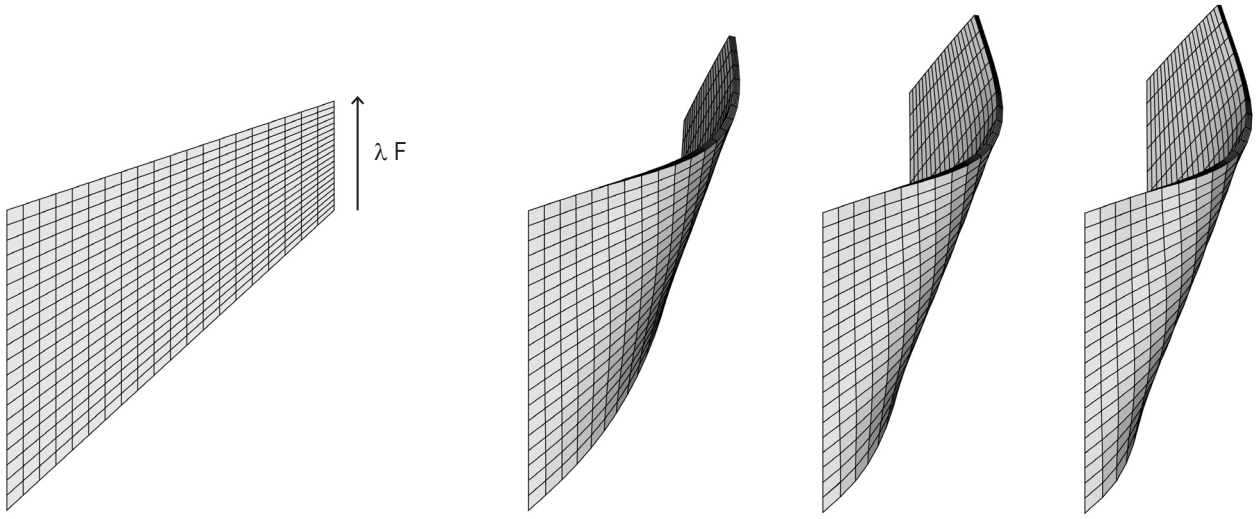
Definition der Polykonvexität$(Ball[1977])$:
$\boldsymbol{F}\mapsto W(\boldsymbol{F})$ *ist polykonvex, wenn und nur dann wenn eine Funktion* $P: M^{3\times3}\times M^{3\times3}\times\mathcal{R}\mapsto\mathcal{R}$ *(im Allgemeinen nicht eindeutig) existiert, mit*

$$W(\boldsymbol{F}) = P(\boldsymbol{F}, Cof^T\boldsymbol{F}, \det\boldsymbol{F})$$

und die Funktion $\mathcal{R}^{19}\mapsto\mathcal{R},\ (\tilde{X},\tilde{Y},\tilde{Z})\mapsto P(\tilde{X},\tilde{Y},\tilde{Z})$
konvex ist für alle Punkte $\boldsymbol{X}\in\mathcal{R}^3$.

(7) Stimmungsbild zu den mathematischen Strukturen der Materialgleichungen.
Quelle: Schröder/Neff, 2003

Punktes unabhängig von der Wahl des Koordinatensystems, wohingegen sich die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors ändern. Den Begriff der Spannung haben wir bereits erwähnt. Spannungen werden mittels Tensoren zweiter Stufe, die neun Komponenten aufweisen, beschrieben. Aus dieser Größe kann ein hydrostatischer Druck extrahiert werden, der proportional zur Summe der Hauptdiagonalelemente des Tensors ist. Diese Operation nennen wir Spurbildung eines Tensors. Die Spur eines Tensors und die seiner Potenzen sind Invarianten. Betrachten wir wieder die Streckung eines mit einer horizontalen Faser verstärkten Würfels in Faserrichtung, so ist die quadratische Längung der Faser eine Invariante. Nun soll dieser Prozess in einem zum ursprünglichen Koordinatensystem gedrehten Bezugssystem beschrieben werden. „Drehen“ wir den Würfel und die Beanspruchung entsprechend unserer Vorgaben, jedoch bei zunächst festgehaltener innerer Orientierung, so stellen wir fest, dass sich ein anderes Antwortverhalten einstellt. Ist die Faser beispielsweise senkrecht zur Einwirkungsrichtung, so wird nun die Spannung in Faserrichtung einen deutlich kleineren Wert annehmen. Was war der konzeptionelle Fehler bei unserem Gedankenexperiment? Wir hätten natürlich die innere Struktur des Materials in gleicher Art und Weise wie das Probenstück und die Beanspruchung drehen müssen. Wir sind also an einer koordinateninvarianten Darstellung interessiert. Dies ist mit Hilfe von Tensor-Repräsentations-Theoremen möglich und führt auf eine Formulierung der anisotropen Materialgleichungen, basierend auf dem Konzept der Strukturtensoren. Diese Methodik wird von manchen Autoren auch als die Isotropie des Raums (Isotropy of Space) bezeichnet. Wollen wir die Art der Anisotropie charakterisieren, so betrachten wir zunächst die Drehung unserer Probe bei festgehaltener innerer Struktur. Eine Rotation unseres Würfels um 180° um jede beliebige Achse, die allerdings trivial ist, sowie eine beliebige Drehung des Würfels um die Längsachse der Faser ergeben keine Unterschiede im Antwortverhalten. Alle diese Drehungen zusammen stellen die Materielle-Symmetriegruppe des Materials dar. Der zuvor beschriebene Fall würde die transversale Isotropie, gekennzeichnet durch eine ausgezeichnete Richtung (hier die fiktive Faser), darstellen. Ferner gibt es noch elf weitere Typen von Rotationsgruppen, die die 32 Kristallklassen enthalten. Wesentlich ist, dass die Strukturtensoren unter den Drehungen der Elemente der Materiellen-Symmetriegruppe unverändert bleiben, sie also gerade die gewünschten Invarianzen aufweisen. Mit den Strukturtensoren können die anisotropen Materialgleichungen nun mit Hilfe von Tensor-Repräsentations-Theoremen als isotrope Tensorfunktionen dargestellt werden. Dies ist von großem Vorteil, da als Argumente dieser isotropen Funktionen (zur Beschreibung anisotroper Materialien) die Invarianten der Argumenttensoren zum Tragen kommen; hierauf gehen wir gleich noch etwas detaillierter ein. Als repräsentative Arbeiten zur Invariantentheorie sind Weyl[11] und Spencer[12] sowie, insbesondere im Hinblick auf die Einführung des Konzepts der Strukturtensoren mit wichtigen Anwendungen in der Festkörpermechanik, die in den achtziger Jahren erschienenen Veröffentli-

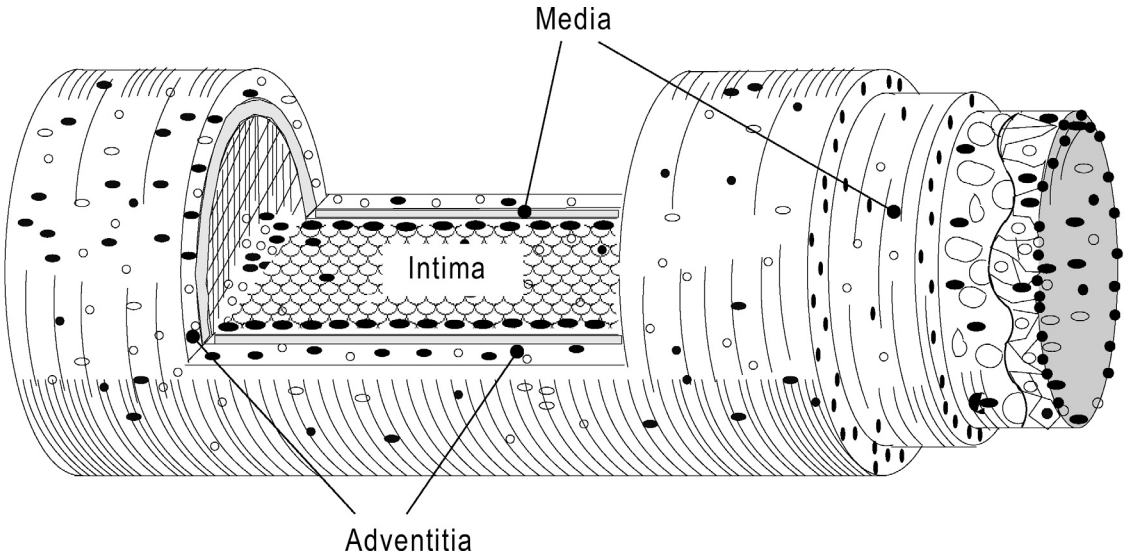


(8) Diskretisierung eines eingespannten Kragarms mit 20x20x5=2000 Volumenelementen. Deformierte Konfigurationen für verschiedene Lastniveaus.

chungen von Boehler[13], zu nennen. Wie bereits zuvor erwähnt wollen wir uns auf den Fall der Hyperelastizität konzentrieren. Die somit zu konstruierende skalarwertige freie Energiefunktion lässt sich nun in den Invarianten der Deformationstensoren (Grundinvarianten) und den Spuren der Produkte der Deformationstensoren und Strukturtensoren (gemischte Invarianten) formulieren. Wesentlich für diese Vorgehensweise ist das Theorem von Hilbert, das besagt, dass für eine endliche Anzahl von Argumenttensoren eine endliche Anzahl von Invarianten existiert. Die Grundinvarianten und die gemischten Invarianten stellen die Elemente der Polynombasis der betrachteten Klasse. Für den Fall der transversalen Isotropie sind dies fünf Elemente. Auf Grund dieses gewählten Zugangs sind die Symmetriebedingungen der betrachteten Anisotropieklasse nun automatisch erfüllt, das heißt der Wert der freien Energiefunktion ändert sich nicht bei der Beschreibung in einem gedrehten Koordinatensystem. Diese Vorgehensweise hat einen weiteren wesentlichen Vorteil: Sind die Ableitungen der freien Energiefunktion als Funktion der vollständigen Polynombasis einmal bestimmt, so sind zur Spezifizierung spezieller Materialgleichungen nur noch die skalarwertigen Ableitungen zu ändern, da die Tensorgeneratoren (die sich aus der Ableitung der Invarianten nach den Deformationstensoren ergeben) unverändert bleiben.

Viele in der Literatur vorgeschlagene Modelle zur finiten anisotropen Elastizität basieren auf einer direkten Erweiterung der linearen Materialgesetze. Hierbei wird der infinitesimale (lineare) Verzerrungstensor durch einen nichtlinearen Verzerrungstensor, den Green-Lagrangeschen Verzerrungstensor, ersetzt[14]. Insbesondere im Bereich der Biomechanik wurden für den Fall der transversalen Isotropie, der für einige biologische Gewebe typisch ist, verschiedene Ansätze vorgeschlagen, die die charakteristischen Spannungs-Dehnungs-Kennlinien in der ausgezeichneten Richtung und in der transversalen Ebene gut widerspiegeln.[15] Viele dieser Stoffgesetze enthalten Exponentialterme in den so genannten gemischten Invarianten, die vereinfacht ausgedrückt Projektionen der Verzerrungen auf die ausgezeichneten Anisotropierichtungen des betrachteten Materials darstellen. Leider sind diese, insbesondere bezüglich der Erfüllung der spannungsfreien Referenzkonfiguration vorteilhaften Darstellungen, nicht polykonvex und somit auch nicht quasikonvex, womit die Existenz von Lösungen nicht garantiert ist. Obwohl die Polykonvexitäts-Bedingung von Ball[16] von den Symmetrieeigenschaften des Materials unabhängig ist, das heißt sie gilt sowohl für isotropes als auch für anisotropes Materialverhalten, wurden nach meiner Kenntnis erst in jüngster Zeit einige anisotrope Energien entwickelt, die dieser Bedingung genügen[17].

Nachdem der kontinuumsmechanische und mathematische Rahmen aufbereitet ist, stellt sich nun die Frage nach der Konstruktion polykonvexer anisotroper Funktionen. Hierbei beschränken wir uns auf den Fall der transversalen Isotropie, die durch die ausgezeichnete Richtung $\boldsymbol{a}$ beschrieben wird. Motiviert durch die Ergebnisse der Isotropie lassen sich einige einfache Terme in diesem Rahmen angeben. So sind beispielsweise gerade Potenzen der aktuellen Länge der ausgezeichneten Richtung $\|\boldsymbol{Fa}\|^{2k}$ polykonvex. Dies können wir vereinfacht als Gegenstück zur Norm der Abbildung infinitesimaler Linienelemente $\|\boldsymbol{F}\|^2$ interpretieren (Abb. 2), die diese Bedingung ebenfalls erfüllt. Setzen wir bei den letzten Überlegungen allerdings das Quadrat des rechten



(9) Schematischer Aufbau einer gesunden Arterie.

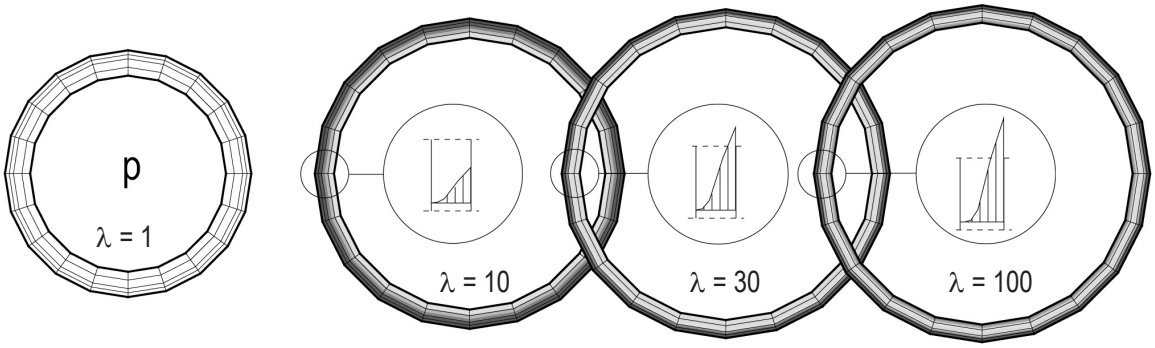
Cauchy-Green Tensors anstelle des Deformationsgradienten ein, so liefert eine eingehende Analyse, dass der anisotrope Term nicht Rang-Eins-Konvex ist, sein isotropes Gegenstück ist hingegen sogar polykonvex. Ferner ist aus der linearen Theorie die Verwendung von Produkten dieser einzelnen Größen erforderlich, um die entsprechenden Materialparameter zu identifizieren. Folgen wir dieser Vorgehensweise, so stellen wir fest, dass die Produkte aus polykonvexen isotropen mit anisotropen Termen im Allgemeinen diese Bedingung nicht mehr erfüllen, sie verletzen zum Teil sogar die Legendre-Hadamard-Bedingung.

Eine weitere Forderung, der besondere Beachtung zu widmen ist, ist die nach einer spannungsfreien Referenzkonfiguration. Wie bereits oben angedeutet, sind für die Formulierung eines polykonvexen isotropen Materialgesetzes mindestens drei Ansatzfunktionen (mit drei positiven Parametern) erforderlich, um die zwei Materialparameter abzubilden und die Spannungsfreiheit einzustellen. Für den Fall der transversalen Isotropie sind nun sieben Funktionen erforderlich. Neben den fünf Termen zur Anpassung der (fünf) Materialparameter werden zwei weitere zur Realisierung des natürlichen Ausgangszustandes benötigt. Die resultierende freie Energie wird aus einer Summe von Einzelfunktionen mit nur positiven Konstanten zusammengesetzt. Da sich die Spannungen aus den Ableitungen der Energie nach dem Deformationsgradienten ergeben, müssen hierbei demnach Terme mit positiven und negativen Vorzeichen auftreten. Für den Fall der Isotropie ist dies problemlos über entsprechende Ansätze in einer skalaren Abbildungsvorschrift für das Volumenelement, das heißt in $det[\boldsymbol{F}]$, möglich. Leider existiert für die anisotropen Anteile kein direktes Gegenstück. Die Konstruktion eines entsprechenden Ansatzes erwies sich zunächst als extrem schwierig; es schien, dass eine umfangreiche systematische Auswertung nichtlinearer Kombinationen zulässiger Funktionen keinen Erfolg versprechen würde. Der Durchbruch stellte sich erst durch eine, im Nachhinein simpel erscheinende, geometrische Interpretation der Abbildung vektorieller Flächenelemente ein. Entscheidend war hierbei die Wahl eines ausgesuchten Flächenelementes und zwar gerade der infinitesimalen (vektoriellen) Fläche, die durch eine Normale identisch mit der ausgezeichneten Richtung charakterisiert ist. Weitere Untersuchungen ergaben, dass auch Flächenabbildungen zum Tragen kommen, die durch Normalen senkrecht zur ausgezeichneten Richtung (diese liegen in der Isotropie-Ebene) beschrieben werden. Beide Anteile lassen sich als anisotrope Wichtung des isotropen Gegenstücks verstehen. Eingangs haben wir bereits den Fall des quasi-inkompressiblen Materialverhaltens diskutiert. Hierbei bedient man sich einer Zerlegung der Deformation in zwei Anteile, einen der die Volumenänderung und einen der die reine (volumenerhaltende) Gestaltsänderung beschreibt. In Abbildung 6a,b ist solch eine Zerlegung für die Streckung eines Kreiszylinders bei festgehaltenem Durchmesser dargestellt. Der eingefärbte Bereich in Abbildung 6b stellt den volumenerhaltenden Anteil solch einer in der Isotropie üblichen Zerlegung dar. Die Konstruktion anisotroper polykonvexer Ansätze war hier über die „energetische“ Wichtung der Deformation des Querschnitts und der Mantelfläche des volumenerhaltenden Anteils möglich. So stellt der kleine Zylinder in Abbildung 6d eine alternative volumenerhaltende Form für solch einen Zustand dar (Abb. 6c). Die letzten Ausführungen belegen, dass ein gewisses Maß an Intuition und geometrischer Deutung

für die Durchdringung der hier dargestellten komplizierten Zusammenhänge sehr hilfreich sein kann und vielleicht sogar erfolgsentscheidend ist.

Zur Veranschaulichung des Anisotropieeffekts untersuchen wir das Deformationsverhalten einer Kragscheibe. Das System mit der gewählten Diskretisierung ist in Abbildung 7 dargestellt. Die Dicke der Struktur entspricht dem vierundzwanzigsten Teil seiner horizontalen Abmessung. An der linken Seite ist die Scheibe eingespannt, das heißt die Verschiebungen sind hier in alle drei Raumrichtungen gesperrt. Rechts setzen wir eine nach oben wirkende vertikale Kraft an, die kontinuierlich gesteigert wird. Bei der Wahl eines isotropen Materialgesetzes würde sich die Scheibe hauptsächlich in ihrer Zeichenebene deformieren. Infolge des gewählten transversal isotropen Stoffgesetzes, dessen ausgezeichnete Richtung schräg aus der Blattebene herauszeigt, stellt sich zusätzlich eine große Verformung aus der Darstellungsebene heraus ein. Dieser Effekt ist der in Abbildung 7 dargestellten Sequenz von deformierten Strukturen für verschiedene Laststufen zu entnehmen. An diesem Beispiel erkennen wir deutlich, wie stark sich die Richtungsabhängigkeit, also die innere orientierte Struktur des Materials, im globalen Verhalten niederschlägt.

Als weiteres Anwendungsbeispiel wird eine stark vereinfachte Analyse der Deformation einer Arterienwand vorgestellt. Die Bedeutung der Modellbildung im Bereich der Biomechanik hat in den letzten Jahren stark zugenommen. Eine Einschränkung bei der Aufrechterhaltung der Kreislauffunktion des Körpers ist oft auf pathologische Veränderungen der Herzkranzgefäße zurückzuführen. In den westlichen Ländern sind Herz-Kreislauf-Erkrankungen die häufigste Todesursache. Die Weltgesundheitsorganisation geht davon aus, dass sie in etwa zehn Jahren weltweit sogar vor den Infektionskrankheiten an erster Stelle der Todesursachen stehen. Als sinnvollste Vorbeugung dieser Erkrankung ist sicherlich die Primärprävention anzusehen. Ist bereits ein Ereignis, beispielsweise eine periphere arterielle Verschlusskrankheit, einhergegangen, kommt die Sekundärprävention zum Tragen. Diese Verdickung der Arterienwand durch Anlagerung breiartiger fettähnlicher Substanzen führt zu einer Stenose (Verengung) der Arterie mit einhergehendem Elastizitätsverlust. Als Behandlungmöglichkeiten stehen Ballondilatationen und die Einbringung so genannter Stents zur Verfügung. Bei einer Ballondilatation wird an der Verengung ein Ballonkatheter aufgeblasen und somit die Arterie geweitet. Durch diese Maßnahmen kann eine Verbesserung der Durchblutung des Herzens erreicht werden, was zu einer Senkung der Letalität des Herzinfarktes führt. Ein allgemeiner Überblick der experimentellen und klinischen Kardiologie sowie die Erläuterung umfangreicher Studien sind dem Heft 20 der ESSENER UNIKATE zu entnehmen. Das Ziel der stark vereinfachten zweidimensionalen Analyse ist die Beschreibung der Aufweitung einer Arterie unter zunehmendem Innendruck p_0 mit einem mathematisch abgesicherten Modell, welches die charakteristischen Spannungs-Dehnungs-Linien eines biologischen Weichgewebes widerspiegelt. Der systematische Aufbau einer gesunden Arterie findet sich in Abbildung 9. Interessant für die strukturmechanische Analyse sind hierbei im Wesentlichen die Media und Adventitia. In der Vergangenheit wurden einige isotrope Modelle entwickelt, jedoch ist für die realistische Beschreibung der Herzkranzgefäße die Anisotropie des Gewebes zu berücksichtigen. Das besondere transversal isotroper biologischer Gewebe ist eine exponentielle Spannungs-Dehnungs-Charakteristik in Faserrichtung und ein mehr oder weniger lineares Verhalten in der Isotropie-Ebene. Als weit verbreitetes Modell sei das verallgemeinerte Gesetz von Fung genannt[18]. Im Rahmen einer phänomenologischen Materialtheorie soll hier zur Beschreibung der Grundelastizität eine polykonvexe anisotrope freie Energiefunktion entwickelt werden, die die Existenz von Lösungen a priori garantiert. Erste Anwendun-



(10) Verteilung der Umfangsspannungen in einer gesunden Arterie unter innerer Druckbeanspruchung $p=\lambda\, p_0$.

gen dieser Funktionenklasse auf biologische Gewebe finden sich in Schröder/Neff[19]. Arterienwände sind durch ein orthotropes Materialverhalten in den zwei mechanisch wesentlichen Schichten, der Media und Adventitia, gekennzeichnet. Da zwischen den dort vorliegenden zwei ausgezeichneten Faserbündelrichtungen (Orthotropie) je Schicht nur eine schwache Kopplung besteht, kann die Orthotropie durch eine Überlagerung von zwei transversalen Ansätzen mit jeweils unterschiedlicher Orientierung sehr gut approximiert werden. Seit den Untersuchungen von Bergel[20] ist die Existenz von Eigenspannungszuständen in Arterien bekannt. Sie äußern sich beim Aufschneiden der Arterie in Längsrichtung durch einen entsprechenden Öffnungswinkel der Kreisringsegmente. Im Rahmen der Simulation wird dieser Effekt jedoch vernachlässigt. Die Arterienwand wird in der Ebene durch zwei ineinanderliegende Kreisringe (Media und Adventitia) approximiert (Abb. 10 links) und der Innendruck wird nun kontinuierlich gesteigert. Die Spannungsverteilung in Umfangsrichtung ist für drei ausgesuchte Stadien in den deformierten Lagen dargestellt (Abb. 10).

Die polykonvexen anisotropen freien Energiefunktionen sind zur Modellierung komplexen Materialverhaltens sehr gut geeignet. Da die Polykonvexität eine rein mathematische Bedingung ist, wird ihre fehlende mechanische Interpretation teilweise kritisiert. Zudem ist sie eine hinreichende, aber keine notwendige Bedingung für die Gewährleistung der Quasikonvexität. Aus Sicht des Ingenieurs ist man oft mit den mechanisch besser interpretierbaren Rang-Eins-konvexen Funktionen zufrieden. Es stellt sich die Frage, warum man nicht nur solche Energien konstruiert. Dies liegt schlicht und einfach daran, dass sich die Konstruktion uneingeschränkt Rang-Eins-konvexer Funktionen oft als deutlich schwieriger darstellt als die polykonvexer, die diese Bedingung ja a priori erfüllen. Somit ist die Wahl dieser Funktionenklasse zur Beschreibung von Materialien ohne Phasenübergänge sicher eine gute Wahl.

Summary

Anisotropic materials have a wide range of applications, for example in composite materials (such as reinforced rubber-type materials), in crystals as well as in biological-mechanical systems. The study of these different materials covers many topics, including manufacturing processes, anisotropic elasticity and inelasticity, and micro-mechanics. For quite a few applications, it is necessary to develop phenomenological models of anisotropic elasticity at large strains in order to solve technologically important boundary value problems numerically. Their mathematical treatment is mainly based on the direct methods of variations, i.e. finding minimizing deformations of the elastic free energy subject to specific boundary conditions. A very important requirement in this context is the existence of minimizers of the underlying variational principles. In finite elasticity, this is based on the concept of quasiconvexity introduced by Morrey in 1952. Unfortunately, quasiconvexity is a rather complicated integral inequality condition to handle. Thus, a more useful concept for practical applications is the notion of polyconvexity proposed by Ball in 1977. A very important implication is that polyconvexity guarantees quasiconvexity. For isotropic material response functions, some models satisfying this concept exist, which are used for example in rubber-elasticity. To the knowledge of the author, the first analysis of general convexity conditions for anisotropic materials and the construction of several transversely isotropic functions, which fulfil the polyconvexity conditions, was worked out by Schröder and Neff in 2003. Furthermore, quasiconvexity as well as polyconvexity guarantees rank-one convexity of the free energy. It should be noted that a proof of the latter condition for free energies for some reasonable range of deformation gradients is not enough to establish an existence theorem in general. The fundamental ideas for the construction of polyconvex anisotropic free energy functions (particularly for transversely isotropic materials) are reflected in this article. Here, the complex mechanical behaviour of elastic materials at large strains with an oriented internal structure can be described by tensor-valued functions in terms of several tensor variables, the deformation gradient and additional structural tensors. General invariant forms of constitutive equations lead to rational strategies for the modelling of complex anisotropic response functions. Based on representation theorems for tensor functions, general forms can be derived and the type and minimal number of scalar variables entering the constitutive equations can be given. Thus, the main goal of this kind of analysis is the establishment of invariant forms of the stress response functions which are derived from a scalar-valued free energy function. They automatically satisfy the symmetry relations of the body under consideration. As a simple application, the material behaviour of biological soft tissues is discussed and an oversimplified model problem for the simulation of an arterial wall under internal pressure is presented.

Anmerkungen

1) In diesem Zusammenhang sei auf die geschichtlichen Anmerkungen in Doyle/Ericksen 1956 und Truesdell/Noll 1965 verwiesen; hervorzuheben sind hier die Veröffentlichungen von Green 1839, 1841, Kirchhoff 1852, Kelvin 1855, Neumann 1860 und der Brüder Cosserat 1896, 1909.
2) Doyle/Ericksen 1956
3) Murnaghan 1951
4) siehe auch Truesdell/Noll 1965
5) In diesem Zusammenhang sei auf die Aus-

führungen in Krawietz 1988 verwiesen.
6) Ball 1977
7) Morrey 1952; in diesem Zusammenhang und zur weiteren Erläuterung der verallgemeinerten Konvexitätsbedingungen siehe Dacorogna 1989
8) Ball 1977
9) Stellvertretend hierfür seien die Monographien Ogden 1984, Marsden/Hughes 1983 und Ciarlet 1988 genannt.
10) Ciarlet 1988
11) Weyl 1946
12) Spencer 1971
13) siehe stellvertretend Boehler 1987
14) siehe zum Beispiel Spencer 1987
15) Eine Übersicht ist Holzapfel et al. 2000 zu entnehmen.
16) Ball 1977
17) siehe Schröder/Neff 2003
18) siehe hierzu Fung 1967, 1993; in diesem Zusammenhang siehe auch Holzapfel et al. 2000
19) Schröder/Neff 2002
20) Bergel 1960

Literatur

– Ball, J.M.: Convexity conditions and existente theorems in non-linear elasticity, in: Archive of Rational Mechanics and Analysis 63/1977, 337–403
– Ball, J.M.: Constitutive equalities and existent theorems in elasticity, in: Knops, R.J. (ed.): Symposium on Non- Well Posed Problems and Logarithmic Convexity, Lecture Notes in Math. 316, 1977
– Bergel, D.H.: The Viscoelastic Properties of the Arterial Wall, Ph.D. Thesis, London 1960
– Boehler, J.P.: Applications of Tensor Functions in Solid Mechanics, CISM No. 292, 1987
– Ciarlet, P.G.: Mathematical Elasticity, Volume 1: Three Dimensional Elasticity, North Holland 1988
– Dacorogna, B.: Direct Methods in the Calculus of Variations, Applied Mathematical Science 78, 1989
– Doyle, T.C.; Ericksen, J.L.: Nonlinear Elasticity, in: Advances in Applied Mechanics IV/1956 (Eds.: H.L. Dryden, Th. von Kürmän), N.Y.
– Essener Unikate, 2003. Herz-Kreislaufmedizin – Experimentelle und klinische Kardiologie, mit Beiträgen von R. Schulz, R. Erbel, G. Heusch, A.A. Schmaltz, H.G. Jakob, M.C. Michel und D.M. zu Heringdorf. Berichte aus Forschung und Lehre, Nr. 20, Universität Duisburg-Essen
– Fung, Y.C.: Elasticity of Soft Tissues, American Journal of Physiology, Vol. 213, 1967, 1532-1544
– Fung, Y.C.: Biomechanics – Mechanical Properties of Living Tissues, 1993
– Holzapfel, G.A., Gasser, Th.C., Ogden, R.W.: A New Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models, Journal of Elasticity, 61/2000, 1-48
– Krawietz, A.: Materialtheorie. Mathematische Beschreibung des phänomenologischen thermomechanischen Verhaltens, 1988
– Marsden, J.E., Hughes, J.R.: Mathematical Foundations of Elasticity. 1983
– Morrey, C.B., 1952. Quasi-convexity and the lower semicontinuity of multiple integrals. Pacific Journal of Mathematics 2/1952, 25-53
– Murnaghan, F.D.: Finite Deformations of an Elastic Solid. N.Y. 1951
– Ogden, R.W.: Non-Linear Elastic Deformations. Dover 1984
– Schröder, J., Neff, P.: Invariant formulation of hyperelastic transverse isotropy based an polyconvex free energy functions, in: International Journal of Solids and Structures 40/2003, 401–445
– Schröder, J., Neff, P.: Application of Polyconvex Anisotropic Free Energies to Soft Tissues. Contribution to the Fifth World Congress on Computational Mechanics (WCCM V), in: H.A. Mang, F.G. Rammerstorfer, J. Eberhardsteiner(eds.): WCCM V, Vienna, Austria, 2002
– Spencer, A.J.M., 1971. Theory of Invariants, in: Eringen, A.C. (Editor), Continuum Physics Vol. 1, Academic Press, New York, 239–353
– Spencer, A.J.M.:. Kinematic Constraints, Constitutive Equations and Failure Rules for Anisotropic Materials. In: Applications of Tensor Functions in Solid Mechanics, Ed. J.P. Boehler, CISM Course No. 292, 1987
– Truesdell, C.; Noll, W.: The nonlinear field theories of mechanics. Handbuch der Physik Bd.III/3, Edited by S. Flügge, 1965
– Weyl, H.: The Classical Groups, Their Invariants and Representation, Princeton New Jersey 1946

Der Autor

Jörg Schröder studierte zunächst Bauingenieurwesen an der Fachhochschule Hildesheim/Holzminden mit dem Schwerpunkt „Konstruktiver Ingenieurbau“. Sein Studium schloss er 1988 mit der Diplomprüfung ab. Anschließend nahm er an der Universität Hannover das Studium des Bauingenieurwesens auf, wo er ab 1989 Stipendiat der Studienstiftung des Deutschen Volkes war. Ende 1992 beendete er sein Studium mit einer Diplomarbeit in der computerorientierten Mechanik und wurde Assistent am Institut für Baumechanik und Numerische Mechanik im Fachbereich Bauingenieurwesen der Universität Hannover. Mit einer Dissertation über die theoretische und algorithmische Beschreibung anisotropen Materialverhaltens wurde er Ende 1995 zum Dr.-Ing. promoviert. Ab 1996 war Jörg Schröder Akademischer Rat am Institut für Mechanik (Bauwesen) am Lehrstuhl I von Professor Christian Miehe an der Universität Stuttgart, wo er 2000 in dem Fach Mechanik mit einem Thema im Bereich der Homogenisierungsmethoden in der nichtlinearen Kontinuumsmechanik habilitierte. Im Frühjahr 2000 erhielt er einen Ruf auf eine C3-Professur für Mechanik an die Technische Universität Darmstadt und einen Ruf auf eine C3-Professur für Baumechanik mit Schwerpunkt Materialtheorie an die Universität Hannover. Die Professur an der TU-Darmstadt trat er im Herbst 2000 an. Bereits im Jahre 2001 folgte ein Ruf auf eine C4-Professur für das Fachgebiet Mechanik der Fakultät Bauwesen an die damalige Universität-Gesamthochschule Essen, den er zum Herbst 2001 annahm.
Die Forschungsschwerpunkte von Jörg Schröder liegen im Bereich der Formulierung und Konstruktion anisotroper Materialgleichungen sowie derer algorithmischer Durchdringung und Umsetzung und der Weiterentwicklung der Finiten-Elemente-Methode. Im Rahmen der theoretischen und computerorientierten Materialtheorie werden hierbei die folgenden Themenkomplexe behandelt: Anisotrope Elasto-Plastizität bei finiten Deformationen, anisotrope Hyperelastizität, insbesondere unter Berücksichtigung spezieller mathematischer Anforderungen, mit Anwendungen in der Biomechanik und elektro-thermo-mechanisch gekoppelte Funktionskeramiken unter Berücksichtigung ferroelektrischer Phasenumwandlungen. Als spezielle Zugänge dienen hierbei überwiegend Elemente der Invariantentheorie und geeignete Tensor-Repräsentations-Theoreme. Im Rahmen der Finiten-Elemente-Methode werden aktuell spezielle Formulierungen zur Beschreibung von diskreten Rissausbreitungen in spröden und duktilen Materialien entwickelt.

Schon immer hat die Berechnung elastischer Verformungen von Körpern eine zentrale Rolle in den modernen Ingenieurwissenschaften gespielt. Dabei kann es sich sowohl um die Berechnung der Verschiebungen ganzer Tragwerke unter dem Einfluss äußerer und innerer Kräfte handeln, als auch die Berechnung der Verformung einzelner Bau- und Maschinenteile.

Zerreißen und Zusammenfügen

Gebietszerlegungsverfahren und Finite Elemente auf Parallelrechnern

Von Axel Klawonn und Oliver Rheinbach

Finite Elemente

Die Berechnung der Verschiebungen unter dem Einfluss äußerer und innerer Kräfte ist im Allgemeinen nicht mehr analytisch möglich. Daher müssen Verfahren angewandt werden, die eine möglichst genaue approximative Lösung liefern. Im Bereich der Strukturmechanik ist das Standardverfahren dafür die Methode der Finiten Elemente. Dabei wird das Bauteil in viele, geometrisch einfache Objekte zerlegt, wie zum Beispiel Tetraeder, Hexaeder oder Prismen (Abb. 1). Diese Objekte nennt man Finite Elemente oder einfach nur Elemente. Die Lösung wird dann, im einfachsten Fall, in den Eckpunkten dieser Elemente berechnet. Allgemeiner kann man auch Punkte auf Kanten und Flächen der Elemente hinzunehmen. Hier beschränken wir uns jedoch der Einfachheit halber auf die Eckpunkte. Je genauer die Lösung sein soll, umso mehr Eckpunkte, also auch Elemente, benötigt man. Die Eckpunkte werden als Knoten bezeichnet und man sagt, dass die Elemente bzw. Knoten ein Gitter bilden. Die Zerlegung eines Bauteils mit komplizierter Geometrie in Elemente ist, für sich genommen, schon eine anspruchsvolle Aufgabe, auf die wir hier nicht weiter eingehen werden (vergleiche zum Beispiel Abb. 1); das Gitter für die dort abgebildete Kurbelwelle ist mit dem Programm Netgen berechnet worden[1].

Eine erste Einführung in die Ideen der Finiten Elemente findet man in Rannacher und Stein[2], für eine ausführlicherer Darstellung siehe Braess[3] oder Zienkiewiecz und Taylor[4].

Lösung großer Gleichungssysteme

In der Praxis kommen Gitter mit bis zu hundert Millionen Knoten vor. Gitter dieser Größenordnung entstehen zum Beispiel, wenn man das elastische Verhalten dreidimensionaler Strukturen wie das eines Automobils oder eines Flugzeugs möglichst genau berechnen möchte oder die komplizierte Geometrie eines Bauteils ohne Genauigkeitsverluste aufgelöst werden soll. Zur Berechnung der approximativen Verschiebungen löst man ein lineares oder nicht-lineares Gleichungssystem bei dem die Unbekannten die Verschiebungen an den Knoten sind, das heißt es gibt jeweils drei Unbekannte pro Knoten, entsprechend den drei Verschiebungen. Gleichungssysteme dieser Größenordnung lassen sich jedoch nicht mehr in angemessener Zeit auf einem einzelnen Rechner lösen. Es stellt sich die Frage, ob man diese Aufgabe nicht auf mehrere Rechner verteilen kann, die gleichzeitig einen Teil des Gleichungssystems berechnen, so dass man am Ende die Gesamtlösung aus den verschiedenen Teillösungen der einzelnen Rechner zusammensetzen kann. Lange Zeit waren ausgeklügelte Implementierungen direkter Lösungsverfahren, wie die Gauß-Eli-

Oliver Rheinbach, Axel Klawonn. Foto: Timo Bobert

Der FETI-DP Algorithmus

Für jedes Teilgebiet stellen wir eine lokale Steifigkeitsmatrix $K^{(i)}$ und einen lokalen Lastvektor $f^{(i)}$ auf. Weiterhin bezeichnen wir mit $u^{(i)}$ die lokale Lösung der Verschiebungswerte an den Knoten. Jede lokale Steifigkeitsmatrix $K^{(i)}$ kann so partitioniert werden, dass die Numerierung bei den Knoten beginnt, die zu den Ecken eines Teilgebiets gehören, gefolgt von den übrigen Variablen. Analog kann man bei jedem lokalen Lastvektor $f^{(i)}$ und jeder lokalen Lösung $u^{(i)}$ vorgehen. Versehen wir die Eckvariablen mit dem Index c und die übrigen mit r, so erhalten wir

$$K^{(i)} = \begin{bmatrix} K_{rr}^{(i)} & K_{rc}^{(i)} \\ K_{rc}^{(i)\,T} & K_{cc}^{(i)} \end{bmatrix}, \quad u^{(i)} = \begin{bmatrix} u_r^{(i)} \\ u_c^{(i)} \end{bmatrix}, \quad f^{(i)} = \begin{bmatrix} f_r^{(i)} \\ f_c^{(i)} \end{bmatrix}, \qquad i = 1, \ldots, N.$$

Im nächsten Schritt werden die lokalen Steifigkeitsmatrizen und Lastvektoren in den Eckknoten assembliert und wir erhalten aus den lokalen Blöcken $K_{cc}^{(i)}$ die globale Matrix $\widetilde{K}_{cc}$ und aus den lokalen Blöcken $K_{rc}^{(i)}$ die teilassemblierten Matrizen $\widetilde{K}_{rc}^{(i)}$. Wir führen folgende Notation ein $K_{rr} := \mathrm{diag}_{i=1}^{N}(K_{rr}^{(i)})$ und $\widetilde{K}_{rc} := [\widetilde{K}_{rc}^{(1)T} \cdots \widetilde{K}_{rc}^{(N)T}]^T$. Die globalen Vektoren $\widetilde{u}_c$ und $\widetilde{f}_c$ werden analog definiert.
Um zu garantieren, dass die Lösung entlang der Teilgebietsränder keinen Sprung aufweist, müssen wir noch eine Sprungbedingung einführen. Da durch die Teilassemblierung bereits Stetigkeit in den Ecken der Teilgebiete garantiert ist, müssen wir diese Bedingung nur noch auf den übrigen Knoten fordern. Dazu führen wir eine Matrix B_r ein, die so konstruiert ist, dass $B_r u_r = 0$ die Stetigkeit der Lösung an den Teilgebietsrändern bedeutet.
Die Lösung des Finite Elemente Problems ist dann gegeben durch

$$\begin{bmatrix} K_{rr} & \widetilde{K}_{rc} & B_r^T \\ \widetilde{K}_{rc}^T & \widetilde{K}_{cc} & 0 \\ B_r & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ \widetilde{u}_c \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_r \\ \widetilde{f}_c \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Eliminierung der Verschiebungsvariablen u_r und $\widetilde{u}_c$ führt auf ein reduziertes lineares Gleichungssystem der Form

$$F_A \lambda = d_A,$$

bei dem als Unbekannte nur noch die Lagrangeschen Multiplikatoren λ auftauchen. Die Matrix F_A und die rechte Seite d_A erhält man formal durch Block-Gauß-Elimination, allerdings wird F_A nie explizit berechnet, dies würde auf ein dichtbesetztes Gleichungssystem führen, sondern in jeder Iteration werden entsprechende dünnbesetzte Gleichungssysteme gelöst; vgl. Farhat, Lesoinne, Pierson (2000) oder Klawonn, Widlund, Dryja (2002a) für weitere Details.
Um bessere Konvergenzeigenschaften zu erhalten, müssen wir zusätzliche, optionale Nebenbedingungen einführen. Diese sind von der Form

$$Q_r u_r = 0. \tag{2}$$

Hierbei ist Q_r eine Matrix, die garantiert, dass die Mittelwerte der Verschiebungen auf ausgewählten Flächen und Kanten keine Sprünge haben. Flächen und Kanten mit dieser Eigenschaft nennen wir primal. Die Anzahl der Zeilen der Matrix Q_r ist gegeben durch die Anzahl primaler Kanten und Flächen.
Um die zusätzliche Nebenbedingung (2) zu erfüllen, führen wir optionale Lagrangesche Multiplikatoren μ ein. Aus (1) erhalten wir dann das lineare Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} K_{rr} & \widetilde{K}_{rc} & Q_r^T & B_r^T \\ \widetilde{K}_{rc}^T & \widetilde{K}_{cc} & 0 & 0 \\ Q_r & 0 & 0 & 0 \\ B_r & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ \widetilde{u}_c \\ \mu \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_r \\ \widetilde{f}_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Eliminierung der Unbekannten $u_r, \widetilde{u}_c$ und μ führt wieder auf ein reduziertes Gleichungssystem der Form

$$F\lambda = d, \tag{4}$$

wobei die Matrix F und die rechte Seite d formal wieder durch Block-Gauß Elimination entstehen.
Wir definieren nun den (Dirichlet-) Vorkonditionierer. Dazu benötigen wir einen skalierten Sprungoperator $B_{D,r}$. Diesen erhält man aus $B_r = [O \;\; B_\Delta]$ durch gebietsweise Skalierung von B_Δ mit passenden, diagonalen Skalierungsmatrizen $D^{(i)}$, indem wir definieren $B_{D,\Delta} := [D^{(1)} B_\Delta^{(1)} \ldots D^{(N)} B_\Delta^{(N)}]$. Die Skalierungsmatrizen $D^{(i)}$ werden durch Materialkoeffizienten bestimmt, vgl. Klawonn, Widlund, Dryja (2002a) für weitere Details. Schließlich fügen wir für wir jede Ecke an passender Stelle eine Nullspalte zu $B_{D,r}$ hinzu. Durch Gauß-Elimination der Verschiebungen, die zu Knoten im inneren eines Teilgebiets gehören, d.h. die nicht auf dem Interface liegen, erhalten wir aus den lokalen Steifigkeitsmatrizen $K^{(i)}$ lokale Schurkomplemente $S^{(i)}$. Fassen wir diese in einer Block-Diagonalmatrix $S := \mathrm{diag}_{i=1}^{N}(S^{(i)})$ zusammen, so ist der Dirichlet-Vorkonditionierer definiert durch $M^{-1} := B_{D,r} S B_{D,r}^T$. Der zugehörige FETI-DP Algorithmus ist das vorkonditionierte Verfahren der konjugierten Gradienten zur Lösung des vorkonditionierten Systems

$$M^{-1} F \lambda = M^{-1} d.$$

mination oder die Cholesky-Zerlegung, die meist benutzen Verfahren in der Strukturmechanik. Diese Algorithmen sind sehr robust, haben jedoch keine optimale Komplexität und lassen sich auch nicht einfach parallelisieren, also so programmieren, dass sie auf mehreren Rechnern gleichzeitig benutzt werden können. Zusätzlich haben diese Verfahren auch einen erhöhten Speicherbedarf, wenn man von zwei- zu dreidimensionalen Problemen übergeht.

Eine Alternative zu direkten Lösern sind Iterationsverfahren, die häufig schon direkt für den Einsatz auf Parallelrechnern entworfen werden. Zudem sind oft auch die Speicheranforderungen wesentlich niedriger als die direkter Verfahren, insbesondere bei dreidimensionalen Problemen. Im Gegensatz zu direkten Verfahren, bei denen die Lösung in einem Schritt berechnet wird, nähern sich Iterationsverfahren nur schrittweise der Lösung an. Dabei wird in jedem Iterationsschritt nur die Multiplikation der Matrix des Gleichungssystems mit einem Vektor benötigt. Häufig lässt sich die Anzahl der Iterationen durch einen Vorkonditionierer verringern. Ein Vorkonditionierer ist dabei eine Approximation an die Inverse der Matrix des Gleichungssystems. Diese Approximation muss nicht als Matrix aufgestellt werden, sondern nur die Anwendung auf einen Vektor muss leicht zu berechnen sein.

Gebietszerlegungsverfahren

Gebietszerlegungsverfahren sind eine Klasse von Iterationsverfahren, die sich als numerisch skalierbar und häufig auch als sehr robuste Algorithmen für Probleme der Strukturmechanik erwiesen haben. Das wohl erste Gebietszerlegungsverfahren hat H.A. Schwarz im Jahr 1869 vorgeschlagen und es für Existenzbeweise eingesetzt. In den achtziger Jahren des darauf folgenden Jahrhunderts fand die Idee der Gebietszerlegung erhöhtes Interesse, als sowohl das Verfahren von Schwarz, als auch die Ideen der rekursiven Substrukturierung aus der Ingenieurspraxis von Mathematikern und Ingenieuren wieder aufgegriffen und weiterentwickelt wurden.

Gebietszerlegungsmethoden sind in diesem Zusammenhang vorkonditionierte Iterationsverfahren. In einem solchen Verfahren zerlegen wir das Gebiet, auf dem die partielle Differentialgleichung gelöst werden soll, in eine Anzahl überlappender oder nicht überlappender Teilgebiete. In der Praxis kann das Gebiet zum Beispiel eine Kurbelwelle sein und die zugehörige partielle Differentialgleichung wird durch das entsprechende Elastizitätsproblem beschrieben (vgl. Abb. 2). Die automatische Zerlegung eines Finite-Elemente-Gitters führt auf das Problem einen Graphen zu partitionieren; eine Aufgabe, die in vielen wissenschaftlichen Anwendungen auftritt. Hierfür sind in der Informatik entsprechende Algorithmen, so genannte Graphpartitionierungsalgorithmen, und Software entwickelt worden[5,6].

In jedem Iterationsschritt wird für jedes Teilgebiet ein lokales Problem gelöst. Dieses Teilproblem ist normalerweise eine Approximation an das Originalproblem eingeschränkt auf das jeweilige Teilgebiet. Abhängig von dem jeweiligen Algorithmus werden diese Teilprobleme

entweder approximativ oder mit einem direkten Verfahren gelöst. Gebietszerlegungsverfahren erlauben somit eine gewisse Flexibilität in der Konstruktion robuster, aber immer noch skalierbarer Iterationsverfahren. Man kann sie auch als hybride Verfahren ansehen, die eine Brücke zwischen direkten Lösern und reinen iterativen Verfahren herstellen.

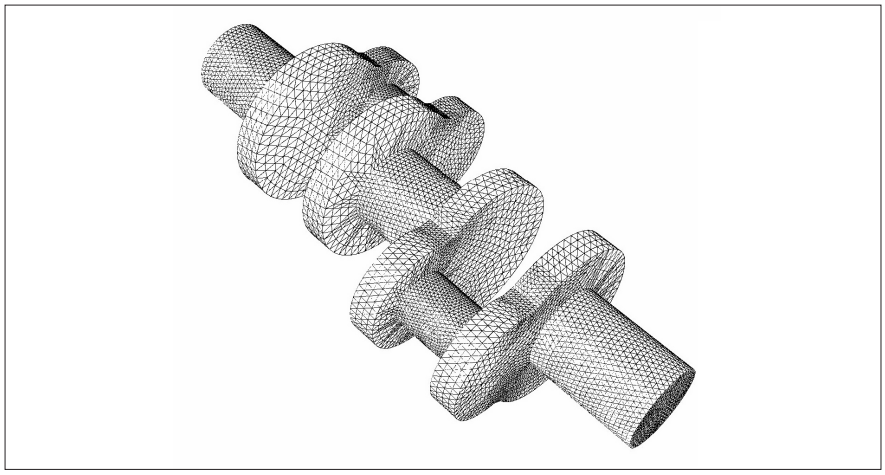
Um numerisch skalierbar zu sein, das heißt, das Verfahren konvergiert unabhängig von der Anzahl der Teilgebiete, muss in einem Gebietszerlegungsverfahren immer noch zusätzlich ein kleines globales, gebietsübergreifendes Problem gelöst werden. Ein solches Problem garantiert den globalen Informationsaustausch in jedem Iterationsschritt, es erfordert jedoch auch eine spezielle Aufmerksamkeit bei der Implementierung auf einem Parallelrechner im Hinblick auf die parallele Skalierbarkeit.

Zusammenfassend könnte man sagen, dass die Idee der Gebietszerlegungsverfahren darin besteht, in jedem Iterationsschritt eine approximative Lösung des ursprünglichen Gleichungssystems zu berechnen, die sich aus vielen, lokalen Teilgebietslösungen und der Lösung eines kleinen, globalen Problems zusammensetzt.

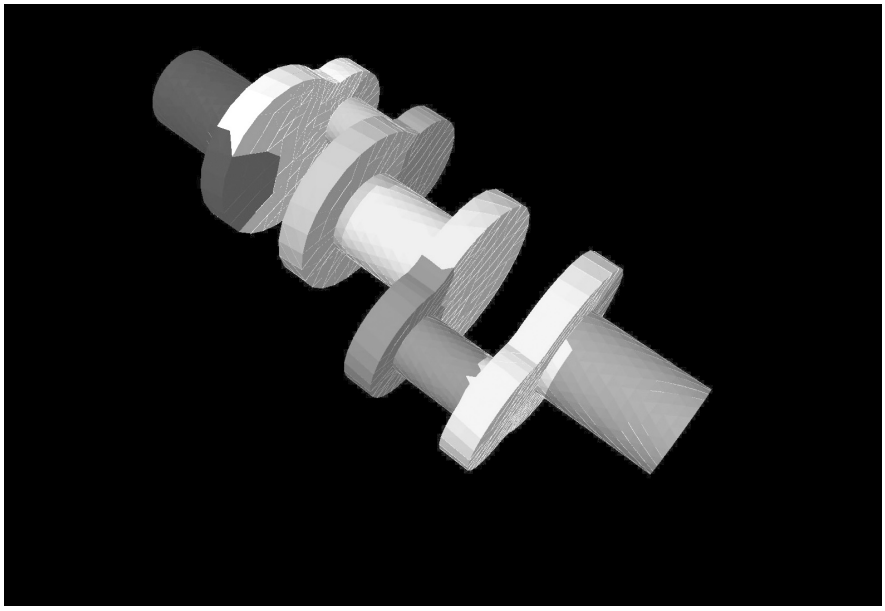
Abhängig von der Art der Zerlegung in Teilgebiete werden die Algorithmen häufig in überlappende und nicht überlappende Gebietszerlegungsverfahren eingeteilt. Die letzteren werden oft auch als iterative Substrukturierungsverfahren bezeichnet. Im Folgenden werden wir nur Verfahren der zweiten Klasse betrachten. Für eine ausführliche Beschreibung von Gebietszerlegungsverfahren vergleiche Smith, Bjørstad und Gropp[7], Quarteroni und Valli[8] oder Toselli und Widlund[9].

FETI

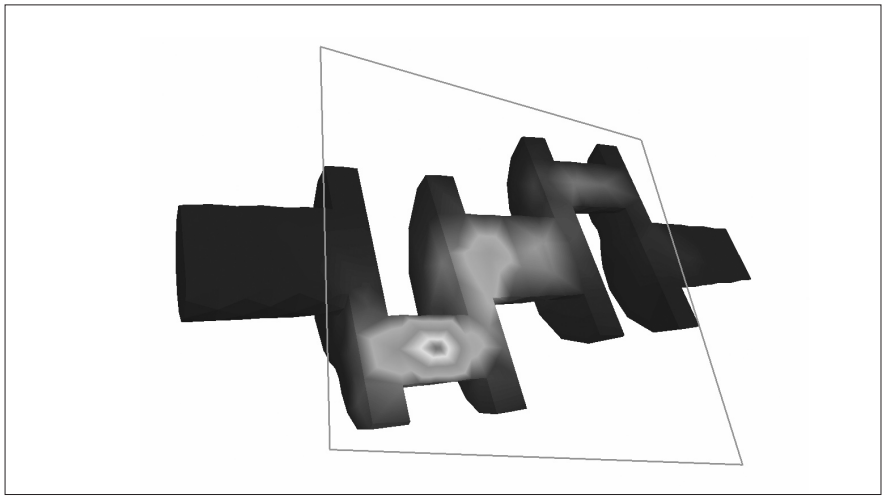
Wir betrachten hier eine spezielle Familie von nicht überlappenden



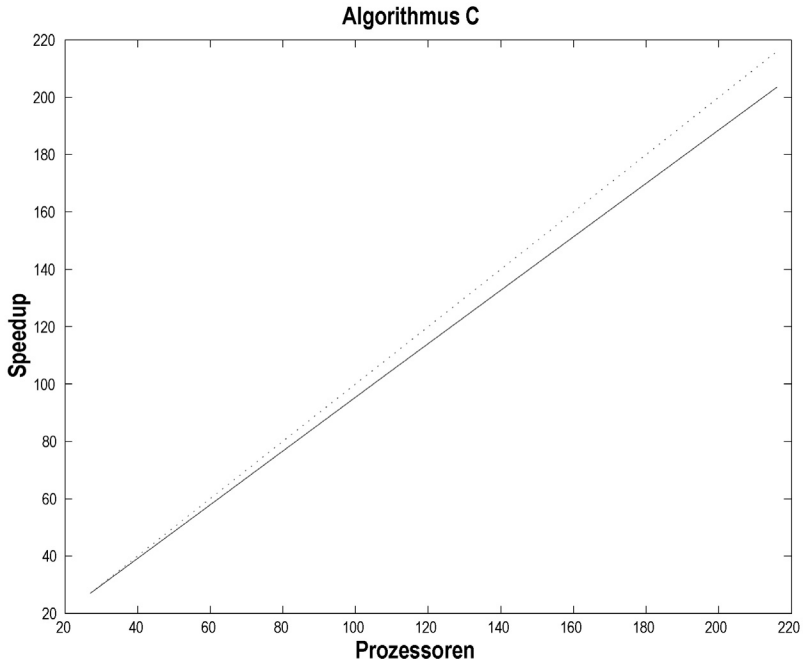
(1) Zerlegung einer Kurbelwelle in 150 000 Tetraeder.



(2) Gebietszerlegung einer Kurbelwelle in acht Teilgebiete (jeder Grauton repräsentiert ein Teilgebiet).
Quellen: Gitter: Netgen, Zerlegung: Chaco, Visualisierung: Medit



(3) Spannungsberechnungen am Modell einer Kurbelwelle.



(4) Erreichter Speedup einer Variante eines FETI-DP-Algorithmus für ein Diffusionsproblem mit Sprüngen; berechnet auf 27 bis 216 Prozessoren bei 2 685 616 Unbekannten und 216 Teilgebieten.
Quellen: für Details vgl. A. Klawonn, O. Rheinbach und B. Widlund 2004. Implementiert mit PETSc, siehe S. Balay u.a. 2001
Die Autoren bedanken sich für die Benutzung des Parallelrechners „Jazz“, einem Cluster mit 350 Prozessoren der Mathematics and Computer Science Division des Argonne National Laboratory der USA.

Die Finite Elemente Methode (FEM)

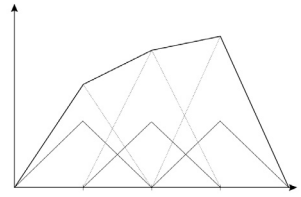
Finite Element Methoden wurden entwickelt, weil sich mathematisch exakte Lösungen von partiellen Differentialgleichungen (zum Beispiel aus der Mechanik) nur für sehr einfache Fälle angeben lassen. Um dennoch realistische Probleme aus den Ingenieurwissenschaften und der Physik lösen zu können, wird daher die Suche nach der exakten Lösung aufgegeben und nur nach einer Approximation der Lösung gesucht. Die Finite Elemente Methoden gehören zu den Techniken, die es auf diese Weise ermöglichen, auch in komplizierten Geometrien Lösungen zu finden, die die exakte Lösung beliebig genau annähern. Ein Objekt, dessen Verformung berechnet werden soll (zum Beispiel die Karosserie eines Autos bei einem Crash), wird dabei so behandelt, als bestünde es aus vielen kleinen, einfachen Teilen (Elementen), deren Verformungsverhalten man kennt. Mit einem groben Gitter erhält man eine erste Annäherung an das Verhalten des Objekts. Durch Unterteilung in immer mehr und immer kleinere Elemente kann man das gesuchte Verhalten soweit annähern, wie es für die jeweilige Aufgabenstellung erforderlich ist. Exakt beschrieben bedeutet dies, dass das Objekt (Gebiet) in einem ersten Schritt in einfache geometrische Formen wie Tetraeder, Würfel oder Prismen (Elemente) zerlegt wird. Im nächsten Schritt wird (im einfachsten Fall) jedem Eckpunkt (Knoten) eine Basisfunktion zugeordnet. Die Basisfunktion wird so gewählt, dass sie an dem zugeordneten Knoten den Wert Eins annimmt und an den anderen Knoten den Wert Null. Die ursprüngliche Differentialgleichung in so genannter schwacher Form

$$\text{Finde } u, \text{ so dass } a(u,v) = (f,v) \quad \forall v \in V \tag{5}$$

ist in einem abstrakten, unendlich-dimensionalen Funktionenraum V formuliert und daher im Allgemeinen schwer zu lösen. Die Finite Elemente Methode besteht darin, dass der unendlich-dimensionale Funktionenraum V durch einen endlich-dimensionalen Raum V^h ersetzt wird, zum Beispiel durch den Raum der stückweise linearen, stetigen Funktionen. Die Differentialgleichung erhält dadurch die Form

$$\text{Finde } u_h, \text{ so dass } a(u_h,v_h) = (f,v_h) \quad \forall v_h \in V^h. \tag{6}$$

Die Darstellung von u_h durch die Basis führt dann auf ein (großes) lineares Gleichungssystem. Löst man dieses Gleichungssystem, so hat man die gesuchte Näherungslösung berechnet.



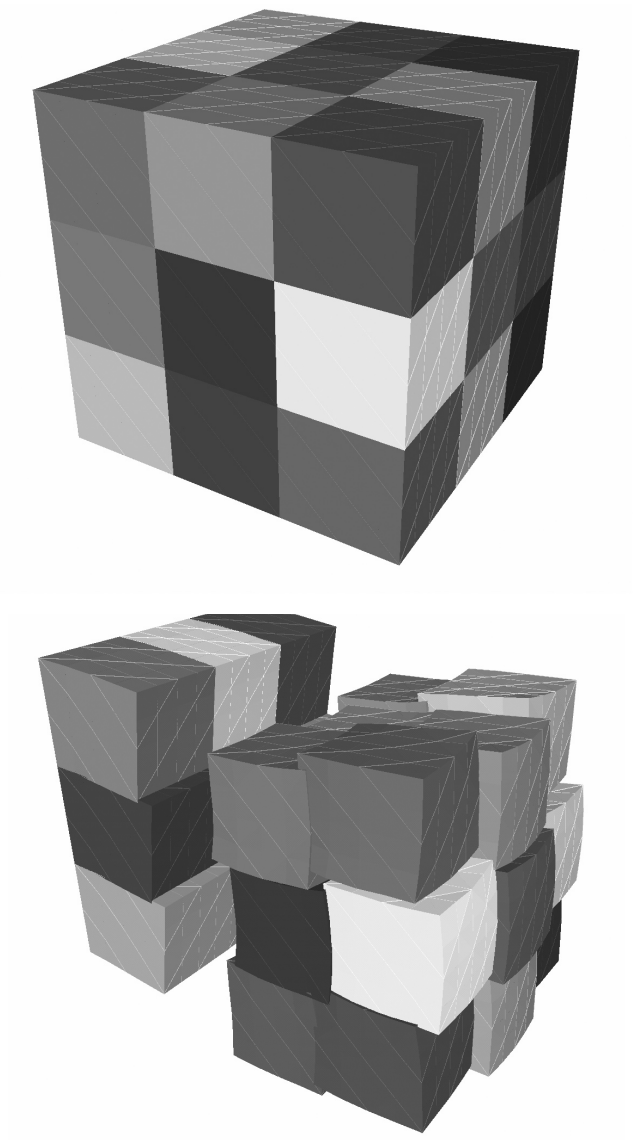
Drei lineare Basisfunktionen und eine Linearkombination daraus (1D).

Gebietszerlegungsverfahren, die so genannten FETI (Finite Element Tearing and Interconnecting)-Verfahren, die von Farhat und Roux zu Beginn der neunziger Jahre des letzten Jahrhunderts eingeführt wurden[10]. Bei der Familie der FETI-Gebietszerlegungsverfahren geht man wie folgt vor. Zuerst zerlegt man das Gebiet in nichtüberlappende Teilgebiete und stellt für jedes Teilgebiet eine lokale Steifigkeitsmatrix und einen lokalen Lastvektor auf. Angenommen, jedes dieser Teilprobleme ist lösbar, dann erhalten wir auf jedem der Teilgebiete eine lokale Lösung, die dort das Elastizitätsproblem löst. Allerdings werden diese lokalen Lösungen im Allgemeinen von Teilgebiet zu Teilgebiet einen Sprung aufweisen (Abb. 5).

Diese Tatsache ist nicht besonders überraschend, da wir ja an den Teilgebietsrändern keine gemeinsamen Bedingungen für die Lösung vorgeschrieben hatten. Daher fordern wir zusätzlich, dass die Lösung an den Teilgebietsrändern keinen Sprung mehr hat und stellen die zugehörigen Gleichungen auf. Wenn der Sprung der Verschiebungen Null ist, haben wir eine Lösung für unser Ursprungsproblem gefunden.

Insgesamt müssen wir also ein Energieminimierungsproblem mit Nebenbedingungen lösen. Indem wir zum Erzwingen der Sprungnebenbedingungen Lagrangesche Multiplikatoren einführen, erhalten wir daraus ein gemischtes Gleichungssystem mit den lokalen Verschiebungen pro Teilgebiet und den Lagrangeschen Multiplikatoren als Variablen. Um dieses Gleichungssystem zu lösen, eliminieren wir zunächst die Verschiebungsvariablen. Diese können unabhängig voneinander durch Gauß-Elimination entfernt werden und wir erhalten ein Gleichungssystem, das nur noch die Lagrangeschen Multiplikatoren als Unbekannte enthält. Solch ein reduziertes System löst man nun mit einem iterativen Verfahren, dem Verfahren der konjugierten Gradienten und einem geeigneten Vorkonditionierer.

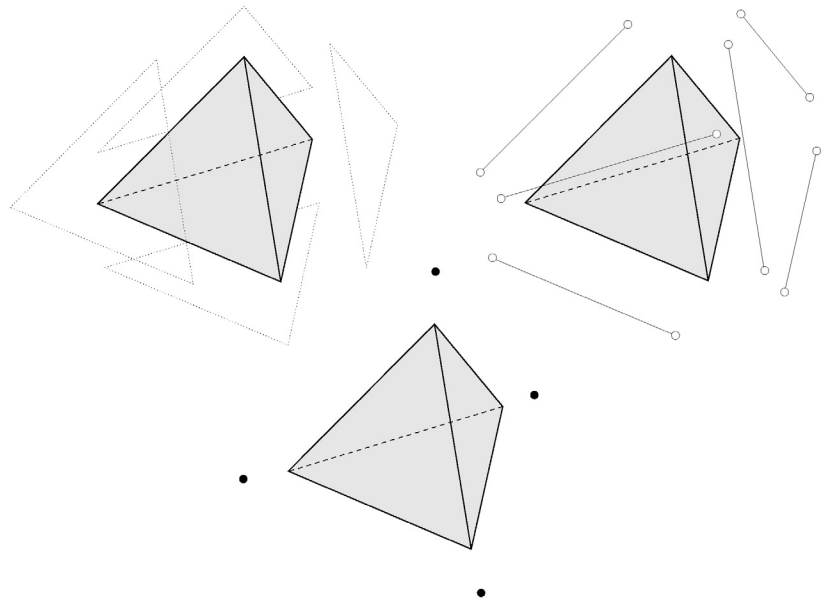
Bisher haben wir angenommen, dass die lokalen Gleichungssysteme alle lösbar sind. Bei der Eliminierung der Verschiebungen aus dem partitionierten Gleichungssystem muss jedoch beachtet werden, dass im Allgemeinen die meisten der lokalen Steifigkeitsmatrizen nur positiv semidefinit sind. Dieser Fall tritt auf, wenn nur natürliche Randbedingungen gegeben sind, wie zum Beispiel bei inneren Teilgebieten. Dann können bis zu sechs Starrkörperbewegungen als Elemente des Kerns auftreten. Das zugehörige lokale Gleichungssystem kann trotzdem gelöst werden, wenn es konsistent ist, das heißt, die rechte Seite im Bild der lokalen Steifigkeitsmatrix ist. Dies wird bei den ursprünglichen (einstufigen) FETI-Verfahren durch einen Projektor erreicht. Dieser Projektor definiert gleichzeitig ein globales Problem, welches die Skalierbarkeit des Verfahrens garantiert. Die Eliminierung der Verschiebungsvariablen entspricht dann der Lösung eines Neumann-Problems in jedem Teilgebiet. Dieser Ansatz geht ursprünglich auf Farhat und Roux[11] zurück. Er wurde in den letzten zehn Jahren durch intensive Forschung weiterentwickelt, für eine theoretische Analyse der Konvergenzeigenschaften vergleiche unter anderem Klawonn und Widlund[12].



(5) Oben: Würfel zerlegt in 27 Teilgebiete. Unten: Die 27 Lösungen des Elastizitätsproblems auf den Teilgebieten. Die Sprünge der Lösung konvergieren mit fortschreitender Iteration gegen Null, das heißt die Abstände zwischen den einzelnen Würfeln werden immer kleiner, bis sie zum Schluss zusammen den verformten Körper bilden.

FETI-DP

Ein anderer Ansatz, die reinen Neumann-Probleme zu lösen, führt zu der Familie der dual-primalen FETI (FETI-DP)-Verfahren. Bei diesen Algorithmen teilt man die Knoten auf den Rändern der Teilgebiete in Eckknoten (Ecken) und übrige Knoten ein (Abb. 6). Um die Lösbarkeit der lokalen Gleichungssysteme zu garantieren, wird nun eine Teilassemblierung der Steifigkeitsmatrizen in den Ecken vorgenommen. Dieses Vorgehen kann man sich in etwa so vorstellen, als ob man die Lösungen auf den Teilgebieten, die im Allgemeinen Sprünge aufweisen, (Abb. 5), an den Ecken „zusammenklebt“. Die zugehörigen Verschiebungen sind dann automatisch in jeder Iteration stetig. Die Stetigkeit der übrigen Variablen wird, wie bei einstufigen FETI-Verfahren, weiterhin durch Lagrangesche Multiplikatoren erzwungen. Die weitere Vorgehensweise ist ähnlich wie bei den einstufigen Verfahren und führt auf einen Algorithmus, durch den die Lagrangeschen Multiplikatoren iterativ berechnet werden. Der Ansatz, die lokalen Matrizen in den Ecken zu assemblieren, führt zu einem skalierbaren Verfahren in zwei Dimensionen, allerdings im Allgemeinen zu einer schlechteren Konvergenzrate in drei Dimensionen. Dazu muss ein besseres globales Problem eingeführt werden. Um es zu beschreiben, führen wir zunächst eine Unterteilung der Knoten auf den Teilgebietsrändern, dem so genannten Interface, in Eckknoten (Ecken), Kantenknoten (Kanten) und Seitenflächenknoten (Flächen) ein (Abb. 6). Die Idee besteht darin, zusätzlich zur Assemblierung in den Ecken als weitere Nebenbedingung zu verlangen, dass bestimmte Mittelwerte der Verschiebungen auf ausgewählten Flächen oder Kanten

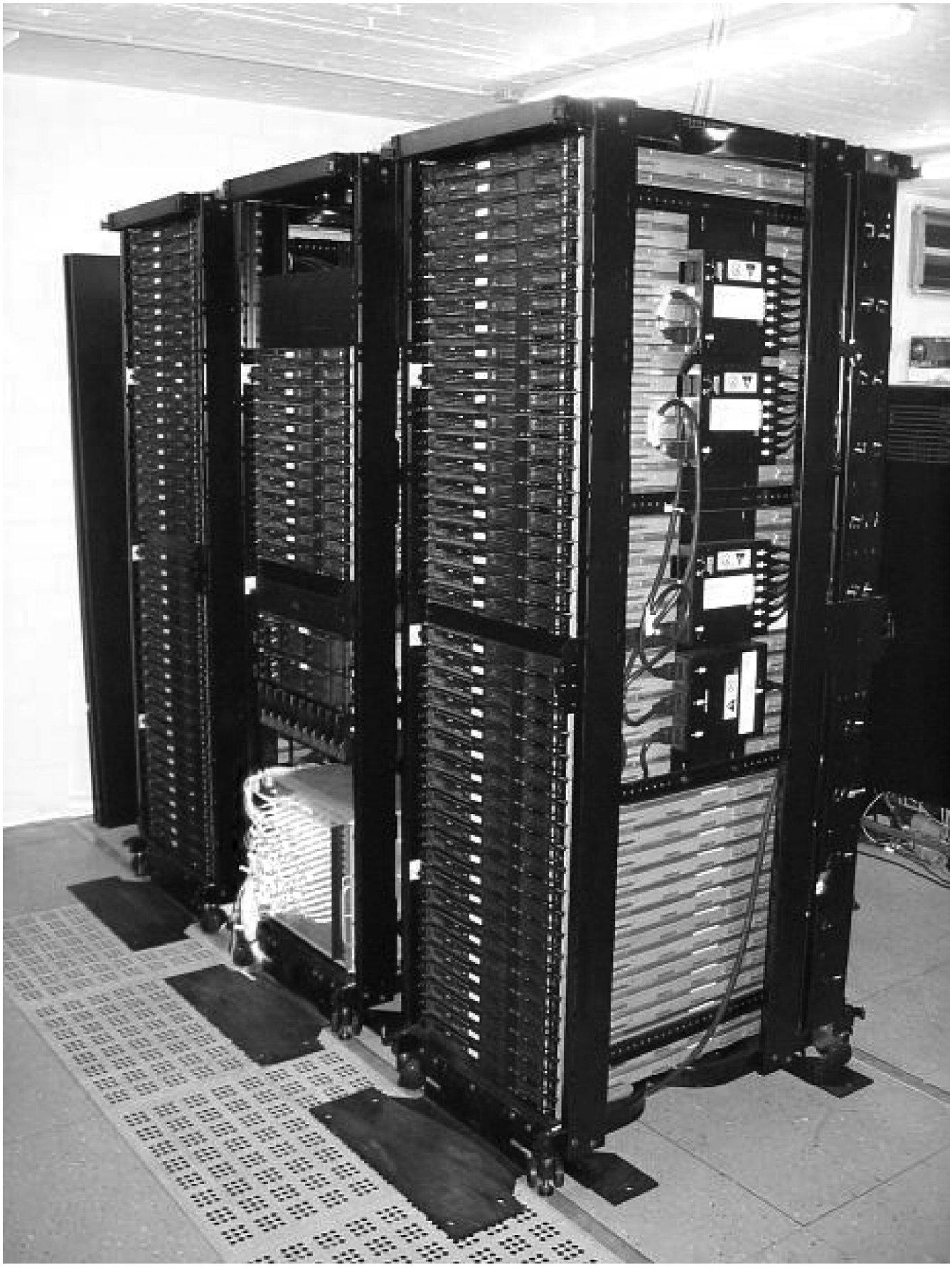


(6) (Seiten-)Flächen (oben links), Kanten (oben rechts) und Ecken (unten) bei einem tetraederförmigen Teilgebiet.

denselben Wert haben. Wenn also zwei Teilgebiete eine gemeinsame Kante oder Fläche haben, dann sollen die Mittelwerte der Verschiebungen, jeweils pro Teilgebiet gebildet, denselben Wert haben. Dies muss nicht für alle Flächen und Kanten vorgenommen werden[13]. Die Gesamtlösung verändert sich durch diese zusätzlichen Nebenbedingungen nicht. Denn bei einer stetigen Lösung sind auch die entsprechenden Mittelwerte auf einer Fläche oder Kante automatisch stetig. Die Sprünge sind bei Konvergenz des iterativen Verfahrens jedoch Null, die Lösung somit stetig. Die zusätzlichen Nebenbedingungen sind in diesem Sinne also optional. Eine Möglichkeit diese optionalen Nebenbedingungen zu implementieren ist die Einführung zusätzlicher (optionaler) Lagrangescher Multiplikatoren. Bei dieser Variante der FETI-DP-Verfahren werden zusätzlich zu den Verschiebungen auch die optionalen Lagrangeschen Multiplikatoren eliminiert und man erhält formal wieder ein lineares Gleichungssystem mit den ursprünglichen Lagrangeschen Multiplikatoren als Unbekannten. Dieses wird wie zuvor mit dem Verfahren der konjugierten Gradienten und einem passenden Vorkonditionierer gelöst. Wir erhalten verschiedene FETI-DP Algorithmen, je nachdem, ob nur in den Ecken assembliert wird (Algorithmus A) oder ob zusätzlich noch die Mittelwerte auf den Kanten und Flächen (Algorithmus B), nur auf den Kanten (Algorithmus C) oder nur auf den Flächen (Algorithmus E) übereinstimmen. Dabei nehmen wir hier an, dass immer alle Ecken, Kanten oder Flächen ausgewählt werden. Man kann sich jedoch auch auf eine minimale Auswahl beschränken[14]. Die entsprechenden Gleichungssysteme werden jeweils durch den Index A, B, C oder E gekennzeichnet. Es ist klar, dass Algorithmus B, C und E mehr Aufwand pro Iterationsschritt benötigen, als Algorithmus A. Allerdings führt gerade dieser Mehraufwand oft zu besser skalierbaren Algorithmen.

Der (Dirichlet-)Vorkonditionierer für die FETI-Verfahren wird aus zwei Komponenten gebildet. Zum einen aus einem skalierten Sprungoperator und zum anderen aus einem Schurkomplement. Die Skalierung des Sprungoperators wird aus bestimmten Materialkoeffizienten des betrachteten Körpers bestimmt und ist notwendig, um ein Iterationsverfahren zu erhalten, das unabhängig von eventuellen Sprüngen in den Materialien konvergiert. Das Schurkomplement ist eine Block-Diagonalmatrix, die sich aus einzelnen Schurkomplementen zusammensetzt, die wiederum gebietsweise wie folgt gebildet werden. Für jedes Teilgebiet eliminiert man die inneren Variablen aus der lokalen Steifigkeitsmatrix, das heißt die Variablen, die nicht auf dem Rand des entsprechenden Teilgebiets liegen. Dies entspricht der Lösung eines Problems mit Dirichlet-Randdaten, daher auch der Name Dirichlet-Vorkonditionierer. Diese Lösung der Dirichlet-Probleme muss dann in jedem Iterationsschritt für jedes Teilgebiet ausgeführt werden. Da die Probleme jedoch alle entkoppelt sind, kann dies komplett parallel geschehen.

Bei den Verfahren der FETI-Familie wird in jedem Iterationsschritt eine approximative Lösung berechnet, deren Sprung mit jedem Schritt immer kleiner wird und die gegen die gesuchte Lösung konvergiert. Die Geschwindigkeit, mit der die Iterierten gegen die gesuchte Lösung konvergieren, hängt bei den FETI-Verfahren mit Dirichlet-Vorkonditionierer nur noch logarithmisch von der Anzahl der Unbekannten pro Teilgebiet ab, aber nicht mehr von der Anzahl der Teilgebiete und der Anzahl Unbekannter des Gesamtproblems. Die Algorithmen der FETI-Familie sind also numerisch skalierbar. Erste Abschätzungen dieser Art sind für die einstufigen FETI-Verfahren und für Probleme ohne große Sprünge in den Materialkoeffizienten von Mandel und Tezaur[15] hergeleitet worden. Die Abschätzungen wurden von Klawonn und Widlund[16] verschärft und erweitert auf Probleme mit beliebig großen Sprüngen in den Materialkoeffizienten. Für FETI-DP-Verfahren in zwei Raumdimensionen und für Probleme ohne Materialsprünge haben Mandel und Tezaur[17] ein solches Resultat bewiesen. Für den dreidimensionalen Fall und Probleme mit beliebig großen Sprüngen in den Materi-



(7) Zivcluster der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster mit 96 Prozessoren.
Quelle: http://zivcluster.uni-muenster.de

alkoeffizienten ist die Familie von Algorithmen von Klawonn, Widlund und Dryja[18,19] erweitert worden. In diesen Arbeiten ist jeweils auch eine Abschätzung der Konvergenzgeschwindigkeit vom oben angegebenen Typ hergeleitet worden. Alle genannten Arbeiten behandeln skalare Diffusionsprobleme, wie sie zum Beispiel bei der stationären Wärmeleitung vorkommen. Die Erweiterung auf die Verschiebungsgleichungen der linearen Elastizität ist für die einstufigen FETI-Verfahren recht einfach, wogegen bei den FETI-DP-Verfahren einige nichttriviale Änderungen vorgenommen werden müssen. Die Entwicklung und Konvergenzanalyse entsprechender Verfahren ist inzwischen sehr weit fortgeschritten[20].

Die FETI-DP-Verfahren gehen zurück auf Farhat u. a.[21] für Probleme in zwei Raumdimensionen und die erste theoretische Konvergenzabschätzung findet sich in Mandel und Tezaur[22]. Für dreidimensionale Probleme müssen erhebliche Veränderungen vorgenommen werden, um ein skalierbares Verfahren zu erhalten. Erste numerische Ergebnisse finden sich in Farhat, Lesoinne und Pierson[23]. In Klawonn, Widlund und Dryja[24,25] ist systematisch eine ganze Familie von Algorithmen für dreidimensionale Probleme entwickelt worden[26].

Parallelrechner

Obwohl heutige Rechner um Größenordnungen leistungsfähiger geworden sind als ihre Urahnen, reicht ihre Rechenleistung immer noch nicht aus, um den Anforderungen von Wissenschaft und Technik gerecht zu werden. Dies betrifft typische Anwendungen z.B. aus der Meteorologie (Wetter und Klima), Mechanik oder der Simulation von Strömungen.

Durch parallele Verarbeitung mit mehreren Prozessoren lassen sich Rechnungen beschleunigen, die einen einzelnen Rechner überfordern würden. Wenn die Prozessoren sich nicht mehr einen gemeinsamen Hauptspeicher teilen, sondern direkten Zugriff nur auf ihren eigenen Speicher besitzen, spricht man von verteilten Rechnern und verteiltem Rechnen. Ein solcher Rechner besteht aus einzelnen mehr oder weniger vollständigen Computern (Knoten) mit eigenem Hauptspeicher, die durch Kommunikationshardware miteinander verbunden sind. Heutige Supercomputer sind massiv parallele, verteilte Rechner mit mehreren Tausend Prozessoren. Das gängigste Beispiel für einen verteilten Rechner ist ein Cluster von PCs, die durch ein schnelles Netzwerk miteinander verbunden sind. Kleine Cluster mit zehn oder zwanzig Knoten finden sich heute in vielen Universitäten und Firmen. Auf der anderen Seite des Leistungsspektrums stehen Cluster mit mehreren tausend Prozessoren, die zu den schnellsten Rechnern der Welt gehören. Es ist wichtig zu betonen, dass die Motivation für den Einsatz von Parallelrechnern dieser Art nicht nur in der höheren Geschwindigkeit zu suchen ist, mit der Ergebnisse zur Verfügung stehen. Verteiltes Rechnen ermöglicht auch, Probleme zu betrachten, deren Lösung wesentlich mehr Speicher erfordert, als einem einzelnen Prozessor zur Verfügung gestellt werden kann.

Die meisten Standard-Algorithmen sind vor dem Hintergrund des klassischen, sequentiellen Rechnermodells entworfen worden und sind daher für Parallelrechner weniger geeignet. Parallele Algorithmen müssen die Aufgaben intelligent aufteilen, damit die Rechenleistung aller Prozessoren möglichst gut ausgenutzt wird. Dies sollte auch möglich sein, wenn die Anzahl der Prozessoren in die Tausende und in naher Zukunft Zehntausende steigt. Da die Kommunikation zwischen Knoten um Größenordnungen langsamer ist, als der Zugriff auf den lokalen Hauptspeicher, müssen reale Algorithmen möglichst viel Arbeit lokal, d.h. unabhängig von anderen Knoten, erledigen können. Es hat sich erwiesen, dass Gebietszerlegungsverfahren geradezu maßgeschneidert für die Architektur der verteilten Parallelrechner sind, von kleinen Clustern angefangen, bis zu Millionen Euro teuren Supercomputern (allerdings ist ihr Einsatz nicht auf verteilte Rechner beschränkt geblieben). Gebietszerlegungsverfahren erfordern viele lokale Rechnungen, die unabhängig von anderen Gebieten geschehen können. Die Kommunikation, die über das Netzwerk zwischen den Knoten geschehen muss, ist dagegen beschränkt auf die Oberfläche von Gebieten und fast vollständig beschränkt auf die nächsten Nachbarn. Nur ein kleiner Teil der Information muss zwischen allen Prozessoren ausgetauscht werden.

Die Rechenleistung von Parallelrechnern wird heute in Teraflops (Billionen Fließkomma-Operationen pro Sekunde) angegeben. Zweimal im Jahr stellen die Universität Mannheim, die Universität Tennesse und das National Energy Scientific Computing Center der USA die Liste der 500 schnellsten Rechner der Welt zusammen und veröffentlichen Sie im Internet unter $http://www.top500.org$.

Summary

In modern engineering and natural sciences, partial differential equations play an important role in modeling complex technical problems and natural phenomena. Computer simulations of complicated models are becoming more and more important as the complexity of the problems considered increases. In order to obtain a sufficiently accurate simulation, often a large number of finite elements has to be used to discretize the partial differential equations. For stationary problems or time-implicit methods, the discretization of the partial differential equations on such a mesh leads, either directly or after a linearization, to a large linear algebraic system of equations which is often very sparse. The development of parallel computing allows to solve very large problems, with up to hundreds of millions of degrees of freedom in structural and fluid mechanics. These problems are often so large that we need very refined numerical techniques to solve them in an acceptable time even on very fast parallel computers. For a long time, elaborate implementations of direct solvers such as Gauss elimination have been the method of choice. These solvers are very robust, but they have a non optimal complexity and are not so easily parallelized. An alternative to direct solvers are preconditioned iterative methods. One particular class of iterative methods are domain decomposition methods which have been proven to be numerically scalable while often still very robust. In such methods, the domain, where the partial differential equation has to be solved, is partitioned into a number of overlapping or nonoverlapping subdomains. In each iteration step, a local problem is solved on each subdomain; often these local problems are suitable restrictions of the original problem to that subdomain. The local problems are then solved concurrently on different processors of a parallel computer. Attention has to be given to obtain scalable algorithms. The present article is especially focused on domain decomposition algorithms of the FETI family, a class of algorithms which is central to the research of the authors.

Anmerkungen

1) Schöberl 2003: Netgen
2) Rannacher und Stein 1999
3) Braess 2003
4) Zienkiewicz und Taylor 1989
5) Hendrickson und Leland 1995: Chaco
6) Karypis, Schloegel und Kumar 2003: ParMetis
7) Smith, Bjørstad und Gropp 1996
8) Quarteroni und Valli 1999
9) Toselli und Widlund 2004
10) Farhat und Roux 1991
11) ebenda

12) Klawonn und Widlund 2001
13) Klawonn, Widlund und Dryja 200a, b
14) ebenda
15) Mandel und Tezaur 1996
16) Klawonn und Widlund 2001
17) Mandel und Tezaur 2001
18) Klawonn, Widlund und Dryja 2002a
19) Klawonn, Widlund, Dryja 2002b
20) vgl. Klawonn und Widlund 2004
21) Farhat, Lesoinne, LeTallec u. a. 2001
22) Mandel und Tezaur 2001
23) Farhat, Lesoinne und Pierson 2001
24) Klawonn, Widlund und Dryja 2002a
25) Klawonn, Widlund und Dryja 2002b
26) für numerische Ergebisse zu diesen Algorithmen, vgl. Klawonn, Rheinbach und Widlund 2004

Skalierbarkeit und Speedup

Wenn ein Algorithmus sowohl auf einem, als auch auf vielen Prozessoren effizient ablaufen kann, spricht man von paralleler Skalierbarkeit. Viele Standardalgorithmen sind nicht gut skalierbar und für einige Probleme läßt sich beweisen, dass es keine skalierbaren Algorithmen geben kann.
Skalierbarkeit kann bedeuten, dass ein gegebenes Problem durch Einsatz von mehr Prozessoren immer schneller gelöst werden kann. Diese Art von Skalierbarkeit wird häufig durch den sogenannten Speedup gemessen, der zum Beispiel wie folgt definiert werden kann:

$$\textit{Speedup} := \frac{t_1 \cdot p_1}{t_2}$$

Hierbei sind t_1 und t_2 die Zeiten, die der Algorithmus für das gleiche Problem mit p_1 bzw. p_2 Prozessoren benötigt. Der (theoretische) Optimalfall ist in dieser Definition gegeben, wenn der Speedup gleich p_2 ist. Für ein Beispiel zum Speedup eines FETI-DP Algorithmus, vgl. Abb. (4).
Eine andere Sichtweise von paralleler Skalierbarkeit ist die Lösung immer größerer Probleme in gleicher Zeit durch Hinzunahme von mehr Prozessoren. Im optimalen Fall könnte man also ein doppelt so großes Problem (mit doppelt so vielen Gebieten bei gleich bleibender Anzahl Unbekannter pro Gebiet) durch Einsatz von doppelt so vielen Prozessoren in gleich bleibender Zeit lösen. Streng genommen gilt dies natürlich nur, solange das globale Problem klein bleibt. Dies ist ein wichtiger Bestandteil des Entwurfs parallel skalierbarer Algorithmen.
FETI-Verfahren sind in diesem Sinne parallel skalierbar. Der tiefere Grund dafür liegt in ihrer sogenannten numerischen Skalierbarkeit, d.h. die Konvergenzgeschwindigkeit hängt bei den hier betrachteten FETI-Verfahren nur logarithmisch von der Anzahl der Unbekannten pro Teilgebiet ab, ist aber unabhängig von der Anzahl der Teilgebiete und der Größe des Gesamtproblems.

Literatur

– Balay, S., Buschelman, K., Gropp, W. D., Kaushik, D., Knepley, M., McInnes, L. C., Smith, B. F., Zhang, H.: PETSc home page 2001 http://www.mcs.anl.gov/petsc
– Braess, D.: Finite Elemente: Theorie, schnelle Löser und Anwendungen in der Elastizitätstheorie.[3] Berlin 2003
– Farhat, C., Lesoinne, M., LeTallec, P., Pierson, K., Rixen, D.: FETI-DP: A dual-primal unified FETI method – part i: A faster alternative to the two-level FETI method, in: Int. J. Numer. Meth. Engrg. 50/2001, 1523–1544
– Farhat, C., Lesoinne, M., Pierson, K.: A scalable dual-primal domain decomposition method, in: Numer. Lin. Alg. Appl., 7/2000, 687–714
– Farhat, C., Roux, F.-X.: A method of Finite Element Tearing and Interconnecting and its parallel solution algorithm, in: Int. J. Numer. Meth. Engrg. 32/1991, 1205–1227
– Frey, P.: Medit – An Interactive Mesh Visualization Software. Technical Report RT-0253, INRIA, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, Dec 2001, http://www-rocgl.inria.fr/gamma/medit/
– Hendrickson, B., Leland, R.: The Chaco user's guide, Version 2.0. Technical Report SAND95-2344, Sandia National Laboratories, July 1995, http://www.cs.sandia.gov/bahendr/chaco.html
– Karypis, G., Schloegel, K., Kumar, V.: ParMetis-parallel graph partitioning and sparse matrix ordering library, Version 3.1, August 2003, User's Guide, http://www-users.cs.umn.edu/~karypis/metis/parmetis/index.html.
– Klawonn, A., Rheinbach, O., Widlund, O. B.: Some computational results for Dual-Primal FETI methods for three dimensional elliptic problems, in: R. Kornhuber, R.H.W. Hoppe, D.E. Keyes, J. Periaux, O. Pironneau, J. Xu (editors): Domain Decomposition Methods, Lecture Notes in Computational Science and Engineering, 2004. To appear in the proceedings of the 15th International Conference an Domain Decomposition Methods, Berlin, July 21-25, 2003
– Klawonn, A., Widlund, O.: Dual-Primal FETI methods for linear elasticity. Technical report, Courant Institute of Mathematical Sciences, Department of Computer Science, 2004, in preparation
– Klawonn, A., Widlund, O.: FETI and Neumann-Neumann iterative substructuring methods: Connections and new results, in: Comm. Pure Appl. Math., 54/2001, 57–90
– Klawonn, A., Widlund, O.: Selecting constraints in Dual-Primal FETI for elasticity in three dimensions, in: R. Kornhuber, R.H.W. Hoppe, D.E. Keyes, J. Périaux, O. Pironneau, and J. Xu, editors, Domain Decomposition Methods. Lecture Notes in Computational Science and Engineering, 2004. Submitted to the proceedings of the 15th International Conference an Domain Decomposition Methods, Springer: Berlin, July 21st–25th, 2003
– Klawonn, A., Widlund, O., Dryja, M.: Dual-Primal FETI methods for three-dimensional elliptic problems with heterogeneous coefficients, in: SIAM J. Numer. Anal., 40/2002a, 159–179
– Klawonn, A., Widlund, O., Dryja, M.: Dual-Primal FETI methods with face constraints, in: Luca F. Pavarino and Andrea Toselli (editors): Recent developments in domain decomposition methods, 2002b, 27–40 (=Lecture Notes in Computational Science and Engineering, Volume 23)
– Mandel, J., Tezaur, R.: Convergence of a Substructuring Method with Lagrange Multipliers, in: Numer. Math. 73/1996, 473–487
– Mandel, J., Tezaur, R.: On the convergence of a dual-primal substructuring method, in: Numer. Math. 88/2001, 543–558
–Quarteroni, A., Valli, A.: Domain Decomposition Methods for Partial Differential Equations, Oxford Science Publications: Oxford 1999
– Rannacher, R., Stein, E.: Finite Elemente: die Ideen, in: Beste, D. (Hrsg.): Dossier Software, in: Spektrum der Wissenschaft 1999, 10–17
–Schöberl, J.: Netgen. http://www.hpfem.jku.at/netgen
– Barry, F. ,Smith, B. F., Bjørstad, P. E., Gropp, W.: Domain Decomposition: Parallel Multilevel Methods for Elliptic Partial Differential Equations, Cambridge University Press: Cambridge 1996
– Toselli, A., Widlund, O. B.: Domain Decomposition Methods: Algorithms and Theory, Springer: Berlin 2004 (to appear)
– Zienkiewicz, O. C., Taylor, R.: The finite element method, McGraw-Hill: New York 1989

Die Autoren

Axel Klawonn studierte Mathematik und Informatik an der Universität Münster, wo er auch promovierte. An seiner Dissertation arbeitete er etwa zu gleichen Teilen in Münster und den USA, wo er am Courant Institute of Mathematical Sciences in New York als visiting graduate Student studierte und dort insbesondere mit Olof Widlund arbeitete. Er habilitierte sich 2001 an der Universität zu Köln und erhielt 2002 einen Ruf auf eine Professur für Numerische Mathematik an die Universität Essen. Während seiner Habilitation war er als Wissenschaftlicher Assistent an der Universität Münster und als Nachwuchswissenschaftler am Fraunhofer-Institut für Algorithmen und Wissenschaftliches Rechnen (SCAI) in Sankt Augustin tätig. Axel Klawonn arbeitet an verschiedenen Forschungsvorhaben im Bereich des Wissenschaftlichen Rechnens und der Numerik partieller Differentialgleichungen zusammen mit nationalen und internationalen Partnern. Er hielt sich zu längeren Forschungsaufenthalten im Ausland auf, unter anderem am Courant Institute in New York, an der University of Colorado at Boulder, USA und am Argonne National Laboratory, USA.

Oliver Rheinbach studierte Mathematik und Informatik sowie Wirtschaftsinformatik an der Universität zu Köln und Betriebswirtschaft an der McGill University, Montreal, Kanada. Er fertigte seine Diplomarbeit am Fraunhofer-Institut SCAI über FETI-Verfahren an und ist seit 2002 Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachbereich Mathematik der Universität Duisburg-Essen, Campus Essen. Im Jahr 2003 war er zu einem Forschungsaufenthalt an der Mathematics and Computer Science Division des Argonne National Laboratory, USA.

In Norddeutschland gehören sie längst zum Landschaftsbild, schlanke Türme, je nach Perspektive wie auf einer Schnur aufgereiht oder versetzt hintereinander, und oben auf ihnen drehen sich dreiarmige Rotoren langsam und stetig im Wind. Sie sind äußeres Zeichen einer Energiepolitik, die auf erneuerbare Energien setzt und hier vor allem auf die Windenergie.

Windfarmen in der Nordsee

Fundamente für Windmühlen auf hoher See

Von Werner Richwien und Kerstin Lesny

In Norddeutschland gehören sie längst zum Landschaftsbild, schlanke Türme, je nach Perspektive wie auf einer Schnur aufgereiht oder versetzt hintereinander, und oben auf ihnen drehen sich dreiarmige Rotoren langsam und stetig im Wind. Sie sind äußeres Zeichen einer Energiepolitik, die auf erneuerbare Energien setzt und dabei vor allem auf die Windenergie. Die Zuwachsraten der letzten Jahre waren beachtlich. Stimuliert durch garantierte Einspeisungsvergütungen sind bis zum Ende des Jahres 2002 rund 12.000 Windmühlen ans Netz gegangen, gebaut mit privatem Kapital und finanziert im Wesentlichen von den privaten Energieverbrauchern. Mit der installierten Gesamtleistung von rund 9.500 Megawatt kann allerdings nur ein Anteil von dreieinhalb Prozent der Gesamtenergieerzeugung abgedeckt werden.

Zu wenig gemessen an den energiepolitischen Zielvorstellungen, denn danach soll der Anteil der regenerativen Energien im Jahr 2030 etwa 18 Prozent ausmachen, zu einem großen Anteil bereitgestellt durch die Windenergie. An Land ist dieser Prozentsatz in Deutschland nicht erreichbar, also soll die Windenergie auf hoher See erschlossen werden. Vorzugsweise in der „Ausschließlichen Wirtschaftszone (AWZ)“, das heißt außerhalb der zwölf Seemeilen Zone und natürlich außerhalb der weitgehend unter Naturschutz gestellten Watten sowie für militärische und Schifffahrtszwecke vorbehaltenen Flächen sollen Windfarmen entstehen, wie sie zum Beispiel in Dänemark bereits in Betrieb sind (Abb. 1).

Anders als dort und bei ähnlichen Anlagen in England wird die Wassertiefe in der Deutschen Bucht und in der Ostsee jedoch 25 bis 35 Meter sein und mit insgesamt 5.000 bis 6.000 Windmühlen soll eine installierte Leistung von 25.000 bis 30.000 Megawatt bereitgestellt werden. Jede der Windmühlen wird also eine Leistung von rund fünf Megawatt haben. Die Bauwerke, von denen hier die Rede ist, werden vom Seeboden bis zur Generatorengondel eine Höhe von rund 130 Metern haben. Sie müssen Extremwellen von bis zu 30 Metern in der Nordsee ebenso standhalten wie regelmäßig auftretenden Wellen von zwar geringerer Höhe, die dafür aber ständig wirken, während der geplanten Betriebsdauer von 50 Jahren rund 120 bis 150 Millionen Mal. In der Ostsee sind die Wellen zwar niedriger, dafür ist hier mit Eisgang und entsprechenden Einwirkungen auf das Bauwerk zu rechnen.

Unter den vielen noch ungeklärten Fragen im Zusammenhang mit dem Bau und dem Betrieb von Windmühlen dieser Art ist sicherlich eine der wichtigsten, wie die Bauwerkslasten und die Einwirkungen aus dem Betrieb, aus Seegang und Wind dauerhaft sicher und zugleich wirtschaftlich in den Seeboden eingeleitet werden können.

Werner Richwien. Foto: Timo Bobert

Mit der Frage nach der Auslegung der Fundamente haben sich die Mitarbeiter des Instituts für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Tunnelbau des Fachbereichs Bauwesen der Universität Duisburg-Essen in den letzten Jahren in ihrer wissenschaftlichen Arbeit auseinander gesetzt.

Schon bei konventionellen Bauwerken können die Fundamentkosten bis zu rund 30 Prozent der Bauwerkskosten ausmachen, wenn entweder hohe Lasten aufzunehmen und/oder die Gründungsarbeiten besonders schwierig sind.

Für die Windmühlen in der Nord- und Ostsee trifft beides zu, erschwerend kommt hinzu, dass die Lasten für ihre Fundamente zurzeit kaum abzuschätzen sind.

Hierfür gibt es im Wesentlichen zwei Gründe:

Einerseits liegen die Einwirkungen sowohl ihrer Größe nach als auch in ihrer Kombination außerhalb bisheriger Erfahrungen, andererseits gilt das auch für die bauliche Umsetzung. Bauwerke dieser Art und in der hier erforderlichen großen Anzahl wurden bisher nicht gebaut.

In Tabelle 2 sind die für die Nordsee anzusetzenden Belastungen auf die Windmühlen und ihre Wiederkehrhäufigkeit beispielhaft angegeben.

Bei einer mittleren Wassertiefe von 35 Metern ist der Extremwert der Wassertiefe für eine 50-jährige Wiederkehrwahrscheinlichkeit 41 Meter, zugleich ist die signifikante Wellenhöhe zwölf Meter bei einer Periode von 11,8 Sekunden. Die maximale Wellenhöhe beträgt 22,3 Meter mit einer Periode von 14,5 Sekunden.

Die mittlere jährliche Wellenhöhe ist mit 8,7 Metern deutlich niedriger, aber die Wellen treten eben auch häufiger auf. Damit verbunden sind besondere Probleme, die weiter unten noch angesprochen werden.

Grundsätzlich werden heute Fundamente wie in Abbildung 3a diskutiert[1], aber auch abgespannte Maste und so genannte Halbtaucher, schwimmende Stahlstrukturen, die vor Ort abgesetzt und mit Pfählen im Boden verankert werden (Abb. 3b und 3c).

Schwergewichtsgründungen sind von den Windmühlen an Land bekannt, ihre Abmessungen werden mit zunehmender Wassertiefe sehr groß und dürften somit nur unter besonderen Bedingungen wirtschaftlich sein, etwa dann, wenn sie als schwimmfähige Einheiten vorgefertigt und vor Ort abgesetzt werden können. Aber auch dann ist das Planum vor Ort herzustellen, was diese Gründung extrem wetterabhängig macht. Zudem haben sie einen großen Flächenbedarf, weil der Seeboden um sie herum gegen Erosionseinwirkungen geschützt werden muss.

Bei den Tripods werden die hydrodynamischen Lasten relativ groß und insbesondere für Standorte mit Eisgang sind sie kaum geeignet. Das Eis kann sich verfangen und an den Strukturen aufhängen, so dass die Eislasten sehr groß und letztend-

(1) Windpark Horns Rev (Dänemark), 80 Windmühlen à zwei Megawatt Nennleistung, Rotordurchmesser 80 Meter, Nabenhöhe 70 Meter über Meeresspiegel, Wassertiefe sechs bis 14 Meter, Küstenentfernung 14 bis 20 Kilometer, Gründung als Monopile, vier Meter Durchmesser, Einbindelänge 25 Meter.
Quelle: Elsam A/S, 2003

lich bemessungswirksam werden. Dies gilt auch für die abgespannten Strukturen.

Die Halbtaucher können an nahezu jedem Standort mit der derzeit verfügbaren Bauverfahrenstechnik abgesetzt und verankert werden, die Fundamentkonstruktion ist allerdings sehr aufwendig und sie verbrauchen gegenüber dem Monopile eine größere Fläche.

Auch aus ökologischen Gründen werden daher in den derzeitigen Genehmigungsverfahren die Monopiles bevorzugt, wenn auch gerade diese Gründungen hinsichtlich der Bemessung und der baulichen Realisierung noch viele offene Fragen aufwerfen. Als vorteilhaft werden aber vor allem die klar strukturierten Unterwassermassen, die eindeutige Art der Lastabtragung in den Baugrund und der geringe Verbaugrad des Meeresbodens angeführt.

Die Eigenlasten der Struktur und die Lasten aus dem Betrieb, die Einwirkungen aus Seegang, aus Strömungen und aus dem Wind werden vom Pfahl im Wesentlichen über den Kontakt mit dem umgebenden Baugrund abgetragen. Hierzu muss der Pfahl einerseits ausreichend biegesteif sein und andererseits ausreichend tief in den Baugrund einbinden. Pfahldurchmesser, Pfahlsteifigkeit und Pfahleinbindung sind also die maßgebenden Bemessungsgrößen.

Um eine Vorstellung über die Größenordnungen zu vermitteln, sei folgendes Beispiel genannt:

Für eine Offshore-Windenergieanlage mit einer Nennleistung von fünf Megawatt addieren sich die lotrechten Lasten für einen rund hundert Meter hohen Turm mit einem Durchmesser über der Wasserspiegellinie von acht Metern bei 35 Metern Wassertiefe zu rund 40 bis 50 Mega-Newton auf, je nach Ausführung des Turms. Die Massenkräfte von Gondel und Rotor sind daran nur zu etwa zehn Prozent beteiligt.

Aus den Seegangslasten nach der Tabelle 2 sowie den Windlasten und den Lasten aus dem Rotorbetrieb ergibt sich in der Gewässersohle eine resultierende horizontale Last von ungefähr 16 Mega-Newton und ein resultierendes Moment von 560 Mega-Newton pro Meter. Alle Lasten sind quasistatische Ersatzlasten.

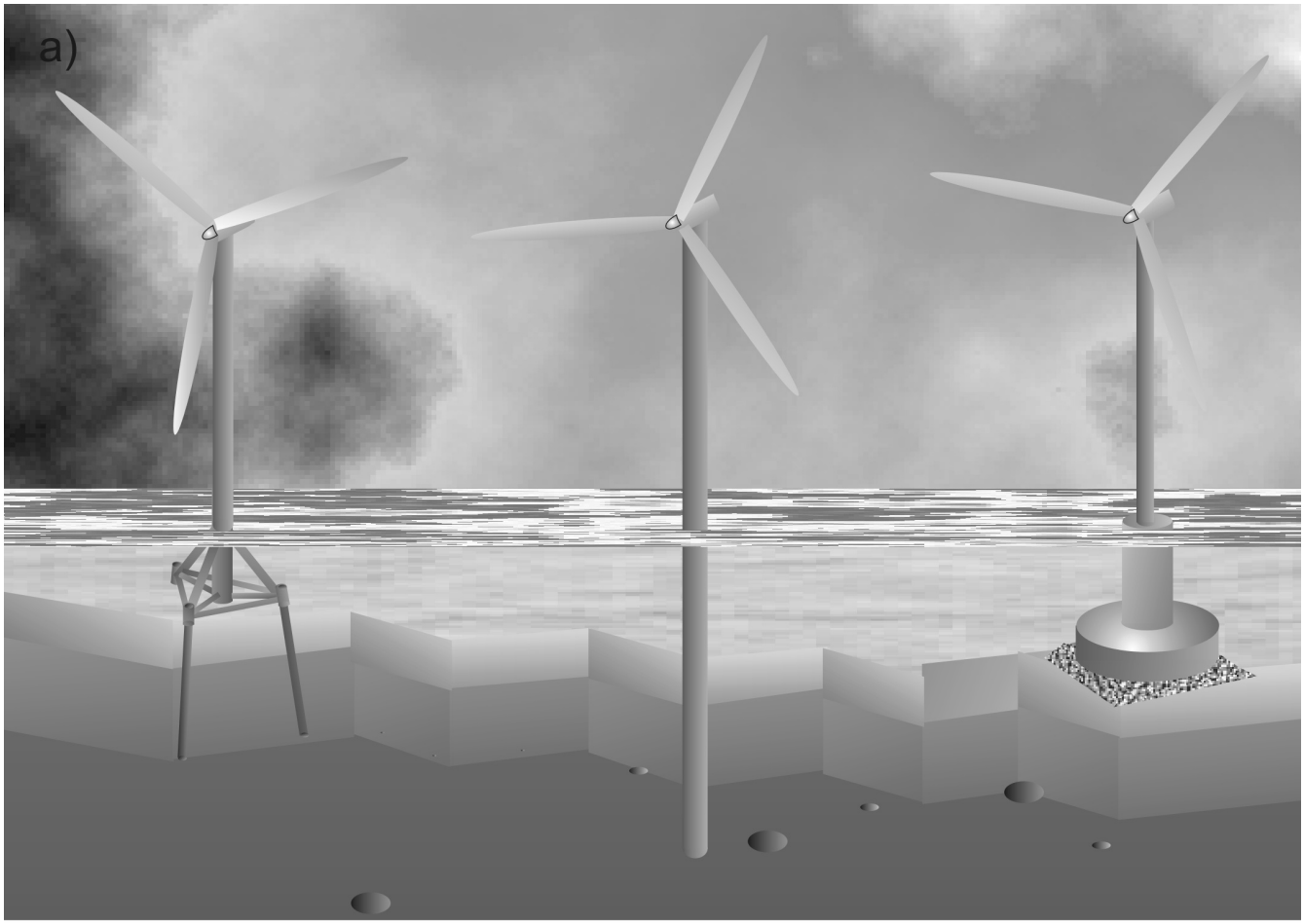
Die erforderliche Einbindetiefe des Monopiles in den Baugrund wird über einen Bettungsansatz ermittelt (Abb. 4). Entlang des Pfahlmantels wird die Bettung durch Federn modelliert, deren Steifigkeit nichtlinear von der horizontalen Pfahlverschiebung y abhängig ist. Die Bettungsspannung nimmt mit der Pfahlverschiebung zu, die Bettungssteifigkeit nimmt ab, sie entspricht der Steigung der bodenspezifischen Spannungs-Verformungsbeziehung

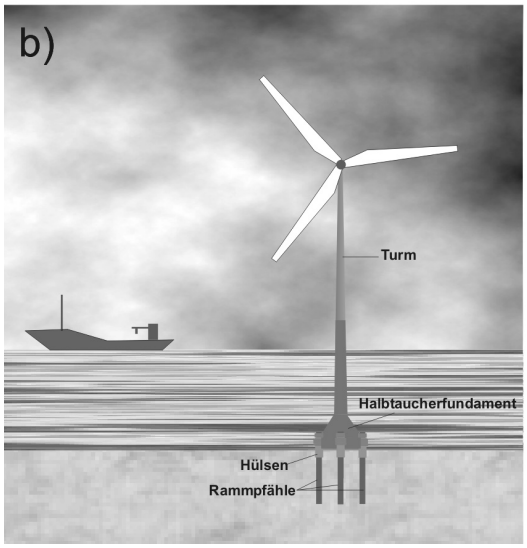
Mittlere Wassertiefe	35 m
50-Jahres Extremwert der Wassertiefe	h (50) = 41 m
50-Jahres signifikante Wellenhöhe	H_s (50) = 12 m
50-Jahres Nulldurchgangsperiode	T_z (50) = 11,8 s
50-Jahres Peak-Spektralperiode	T_p (50) = 16,6 s
50-Jahres maximale Wellenhöhe	H_{max} = 23,3 m
zugehörige Wellenperiode	T = 14,5 s
50-Jahres Geschwindigkeit der Tideströmung	v = 1,71 m/s
50-Jahres Geschwindigkeit der winderzeugten Strömung	v = 0,43 m/s
Ein-Jahres Extremwert der Wassertiefe	h (1) = 40,3 m
Ein-Jahres signifikante Wellenhöhe	H_s (1) = 8,7 m
Ein-Jahres Nulldurchgangsperiode	T_z (1) = 10 s
Ein-Jahres Peak-Spektralperiode	T_p (1) = 14,1 s
Ein-Jahres maximale Wellenhöhe	H_{ann} = 16,1 m
zugehörige Wellenperiode	T = 12,3 s
Ein-Jahres Geschwindigkeit der Tideströmung	v = 1,71 m/s
Ein-Jahres Geschwindigkeit der winderzeugten Strömung	v = 0,34 m/s

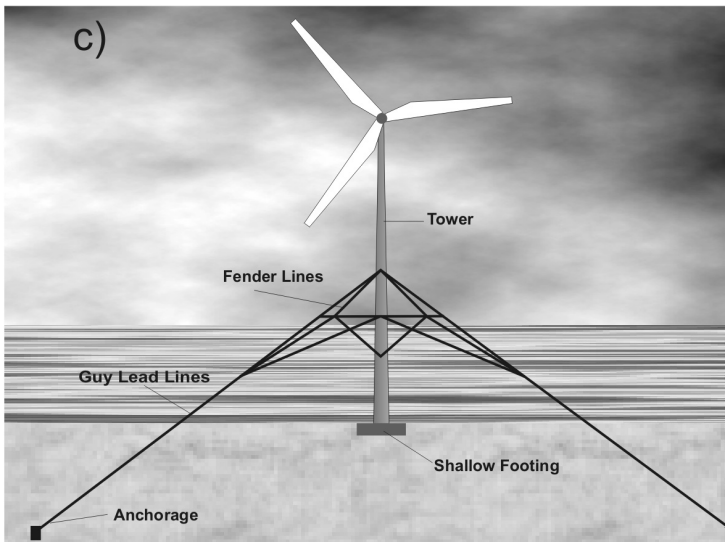
(2) Wellendaten für einen Windenergiestandort in der Nordsee.

(vgl. Abb. 4). Diese muss also für den Boden, in den der Pfahl einbindet, bekannt sein[2].

Aus der Berechnung ergeben sich dann Biegelinien, wie sie in Abbildung 5 beispielhaft für einen Monopile von acht Metern Durchmesser, der im oberen Bereich in Geschiebemergel, im unteren Bereich in verfestigte Kreide einbindet, gezeigt werden. Bei 20 Metern Einbindung kann das resultierende Moment nicht aufgenommen werden, der Pfahl verdreht sich im Boden und die Pfahlverschiebung in der Gewässersohle ist mit über zehn Zentimetern viel zu groß. Daraus würde sich an der Gondel eine Auslenkung von



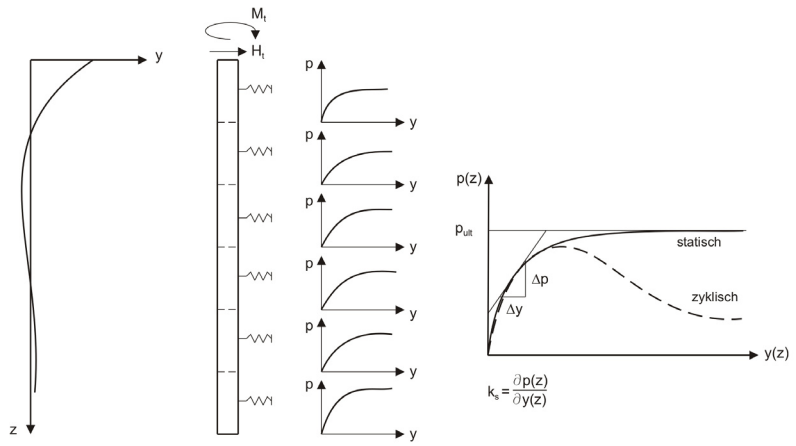




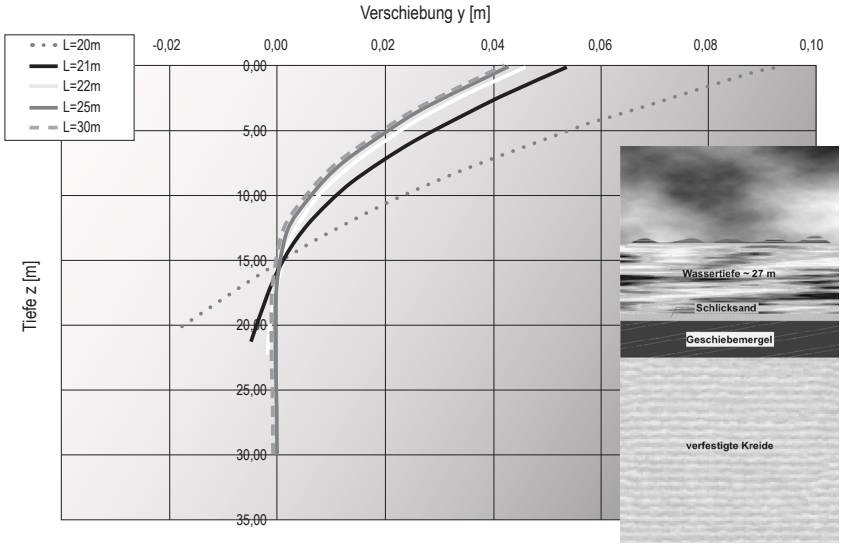
(3) Gründungskonzepte für Offshore-Windenergieanlagen:
a) Tripod, Monopile, Schwergewichtsfundament (von links), b) Halbtaucher, c) abgespannte Struktur.

über 70 Zentimetern zuzüglich der hier nicht berechneten elastischen Durchbiegungen des Turms ergeben. Auslenkungen in dieser Größenordnung sind für einen störungsfreien Generatorbetrieb nicht hinnehmbar, da eine einwandfreie Schmierung der Lager nicht mehr gewährleistet ist.

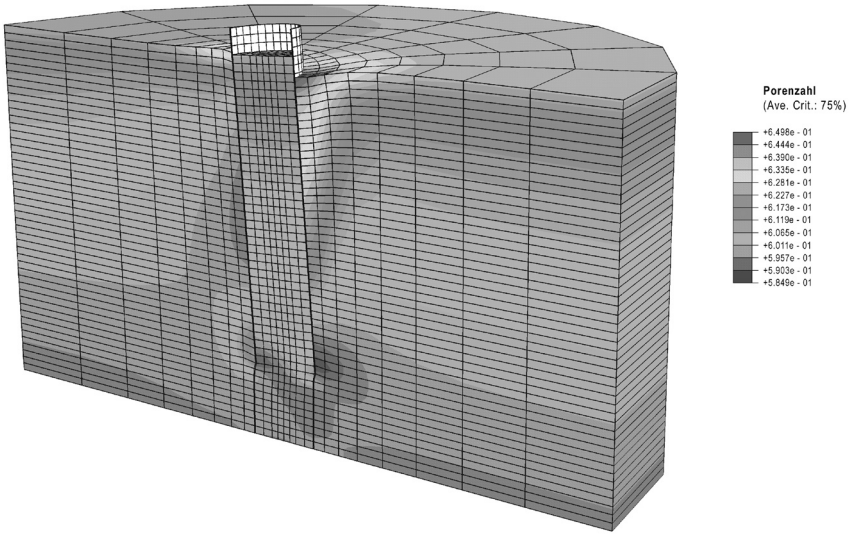
Mit einer Einbindung von 25 Metern kann der Monopile als eingespannt gelten, seine Auslenkung am Seeboden ist nur noch etwa vier Zentimeter. Dieses Maß könnte durch eine Vergrößerung der Biegesteifigkeit des Pfahls noch weiter herabgesetzt werden, nicht aber durch eine Verlängerung der Einbindung über 25 Meter hinaus. Allerdings ist eine



(4) Federmodell und Spannungs-Verformungsbeziehung zur Beschreibung der seitlichen Bettung horizontal belasteter Pfähle.



(5) Horizontalverschiebungen über die Einbindelänge L eines acht Meter dicken Monopiles.



(6) Verformtes Finite-Element-Netz eines horizontal belasteten Monopiles.

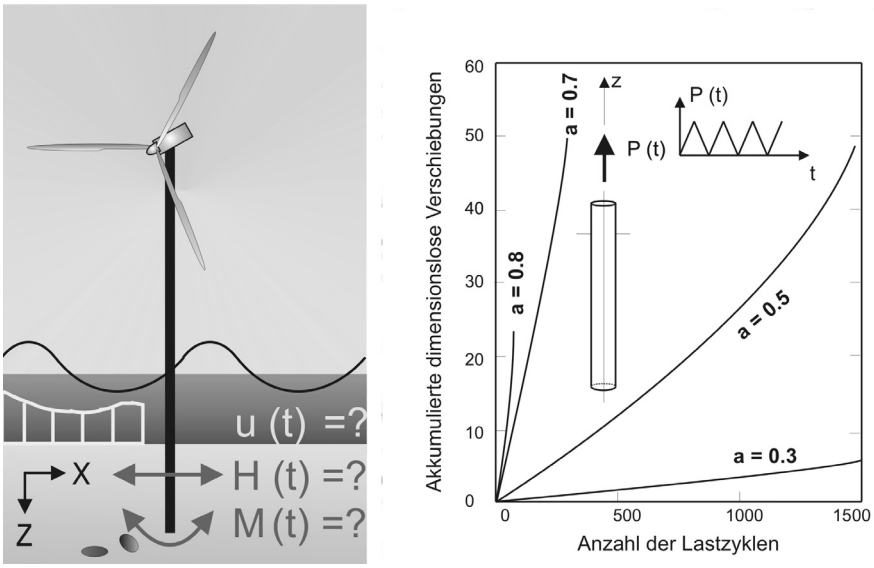
Vergrößerung des Durchmessers zur Erhöhung der Biegesteifigkeit nicht unmittelbar zu empfehlen, weil damit zugleich eine Vergrößerung der Lastangriffsfläche und damit auch der hydrodynamischen Lasten einhergeht.

Gründungspfähle von meerestechnischen Konstruktionen und Offshore Bauwerken werden nach heutigem Stand der Bauverfahrenstechnik vorzugsweise durch Rammen auf Tiefe gebracht, die heute verfügbare Bauverfahrenstechnik reicht aber nicht aus, Pfähle mit deutlich über vier Metern Durchmesser zu rammen. Mit dem Rammen ist zudem stets ein Ausführungsrisiko beim Auftreffen der Pfähle auf Pfahlhindernisse wie Findlinge, Zwischenschichten sehr hoher Lagerungsdichte oder Lignit verbunden. Hindernisse dieser Art sind geologisch bedingt und durch Vorerkundungen zuverlässig nur dann zu orten, wenn an jedem Standort Bohrungen und Sondierungen bis auf hinreichende Tiefe abgeteuft werden. Es ist daher zu erwarten, dass Pfähle großen Durchmessers vorwiegend als Bohrpfähle hergestellt werden.

Andererseits reichen auch die verfügbaren Bohrgeräte an diese Durchmesser noch nicht heran, es ist aber absehbar, dass hierzu in naher Zukunft Bohrgeräte auf dem Markt sein werden, die wie Tunnelbohrmaschinen arbeiten und mit denen eine vergleichsweise große Ausführungssicherheit erreicht werden kann.

Die vorstehend aufgezeigte Bemessung von Monopiles ist genau genommen eine Übertragung von Erfahrungen mit Pfählen relativ kleinen Durchmessers auf solche mit mehreren Metern Durchmesser. Ob dies zulässig ist, wird in unserem Institut zurzeit im Rahmen von numerischen Modellierungen geprüft (Abb. 6)[3].

Einen noch größeren Raum in unseren derzeitigen Forschungsarbeiten nimmt aber die Lastabtragung dieser Monopiles in den Boden ein. Sowohl die resultierenden Horizon-



(7) Akkumulation plastischer Deformationen im Boden mit zunehmender Lastzyklenzahl bei unterschiedlich großen zyklischen Lastanteilen a (Verhältnis der zyklischen Lastamplitude zur statischen Grenztragfähigkeit).
Quelle: Wang 2000

tallasten als auch die Momente, die in den Boden eingeleitet werden müssen, sind, da sie aus Wind-, Wellen- und Strömungslasten resultieren, zeitlich und in ihrer Wirkungsrichtung veränderlich. Die Verformungen des Pfahls unter diesen nicht-monotonen Einwirkungen sind in jedem Fall elastisch, das heißt in vollem Umfang reversibel; die des Bodens sind es nicht, sie sind auch bei geringer Spannungsintensität überwiegend plastisch. Im Boden werden also bei jedem Belastungszyklus und mit jeder Richtungsänderung der Einwirkungen plastische Formänderungen erzeugt, wodurch die Pfahlbettung dramatisch herabgesetzt werden kann.

Dieser Effekt kann in Modellversuchen gezeigt werden[4]. Je größer der zyklische Lastanteil ist, umso schneller nimmt die Pfahlverschiebung mit der Anzahl der Lastzyklen zu. Unterhalb eines bestimmten Beanspruchungsniveaus klingt der Zuwachs der zyklischen Verformungen jedoch bald ab und die Verformungen erreichen einen Endwert (Abb. 7).

Dieses Systemverhalten wurde auch bei Pfählen im Naturmaßstab beobachtet, bisher können die Grenzfälle der schnellen Zunahme der Formänderungen und damit Abnahme der Gebrauchstauglichkeit einerseits und der Beruhigung andererseits aber noch nicht zuverlässig zugeordnet werden. Dieses Systemverhalten ist übrigens für die Gebrauchstauglichkeit deshalb von besonderer Bedeutung, weil hier die ständig wirkenden Wellen geringer Höhe maßgebend sind, denen ansonsten in der Bemessung üblicherweise keine große Aufmerksamkeit gewidmet wird.

Prognostizieren lässt sich dieses Systemverhalten für den Lebensdauerzyklus von 50 Jahren im Übrigen nur durch numerische Simulationen, bei denen einerseits das Kollektiv der einwirkenden Belastungen genau bekannt sein muss, andererseits aber für den Boden solche konstitutiven Beziehungen verwendet werden, die von den üblichen Vereinfachungen (Abgrenzung von rein elastischen und rein plastischen Bereichen) keinen Gebrauch machen. Wir haben solche Stoffgesetze entwickelt und werden diese im Rahmen unserer Berechnungen einsetzen und verifizieren[5].

Die besonderen Bedingungen, unter denen Offshore Windenergieanlagen gebaut und betrieben werden, erfordern schließlich auch eine kritische Bewertung des heute im Bauwesen allgemein üblichen Sicherheitskonzepts.

Es ist wünschenswert und erforderlich, die Bemessung von Offshore Windenergieanlagen und insbesondere ihrer Gründung auf Basis einer akzeptierten Versagenswahrscheinlichkeit durchzuführen, die später Grundlage für die Ableitung von Teilsicherheitsbeiwerten für Einwirkungen und Widerstände sein kann[6]. Ein solches probabilistisches Sicherheitskonzept wäre der Art der Einwirkung aus Wind und Wellen (stochastisch) angemessen, würde die Streubreite der Baugrundeigenschaften und ihrer Veränderungen realistischer abbilden und würde es erlauben, standortspezifische Besonderheiten in den akzeptierten Versagenswahrscheinlichkeiten zu berücksichtigen.

Zudem bilden probabilistische Nachweise eine Grundlage für die Optimierung von Bauteilen hinsichtlich einer Minimierung beispielsweise der Abmessungen und damit der Kosten und können in eine Risikobewertung des Gesamtbauwerkes einfließen, die wiederum auch externe Faktoren wie zum Beispiel Schiffsstoß berücksichtigen kann. Sie stellen somit Entscheidungshilfen für eine rationale Beurteilung verschiedener Planungsvarianten dar.

Ein probabilistisches Nachweiskonzept verwendet deterministisch formulierte Grenzzustandsgleichungen für einzelne Versagensformen. In diese müssen die geometrischen und physikalischen Parameter jedoch mit ihren Streuungen eingesetzt werden, darüber hinaus müssen Unsicherheiten in der Modellbildung berücksichtigt werden. Ist die dann ermittelte Versagenswahrscheinlichkeit größer als eine vorgegebene, muss die Bemessung mit anderen Eingangs-

Karin Lesny. Foto: Max Greve

werten für das System (beispielsweise Pfahleinbindung) wiederholt werden. Ist sie kleiner, können die Abmessungen optimiert werden. Dies erfordert ebenfalls einen erneuten Nachweis.

Summary

Numbers of windmills covering large areas especially in northern Germany are a visible sign of the new German energy policy of expanding renewable energies. In this context the wind energy plays an important role, but since space on land is limited, wind farms going offshore are the only possibility to reach this ambitious goal. Due to a special support in the renewable energy sources act a lot of wind farms in the North and the Baltic Sea with several hundreds of plants up to 5 MW rated power per plant have been requested up to now. Due to site conditions on the high seas offshore-constructions are ambitious engineering structures. In case of wind farms the aspect of series production has to be taken into account as well. Among all the engineering challenges the foundation of an offshore wind mill is the most important one, since it is extremely site-dependent. In opposite to other European wind farms built in moderate waters of about 10 metres depth, the site conditions in German waters are more severe with water depths up to 35 metres and maximum wave heights up to 20 metres far away from the shore. Therefore high demands are made on design, construction and transport of the foundation to find economically and technically optimal solutions for a smooth and safe operation over the entire life time of 50 years.
Within design conventional foundation concepts adapted from the petroleum industry like jacket or gravity foundations are discussed as well as tension leg platforms or guyed structures. Among all these possibilities a monopile foundation, where a single pile carries all loads transmitted by the tower, offers an elegant and economic solution. Nevertheless, there are a lot of open questions regarding this foundation type. On the one hand the long-term bearing capacity under cyclic loading out of wind, waves and currents is not yet understood in detail. On the other hand the construction of such monopiles which need to have an outer diameter between 6 and 8 metres and a length of 25 to 30 metres is beyond any experience. These special topics of a monopile foundation are discussed in the present paper.

Anmerkungen

1)Vgl. Lesny u. a. 2002
2)Vgl. z. B. Reese, van Impe 2001
3) Vgl. Gigawind 2003
4) Z. B. Mallikarjuna Rao 1992
5) Wang 2000
6) Richwien, Lesny 2003

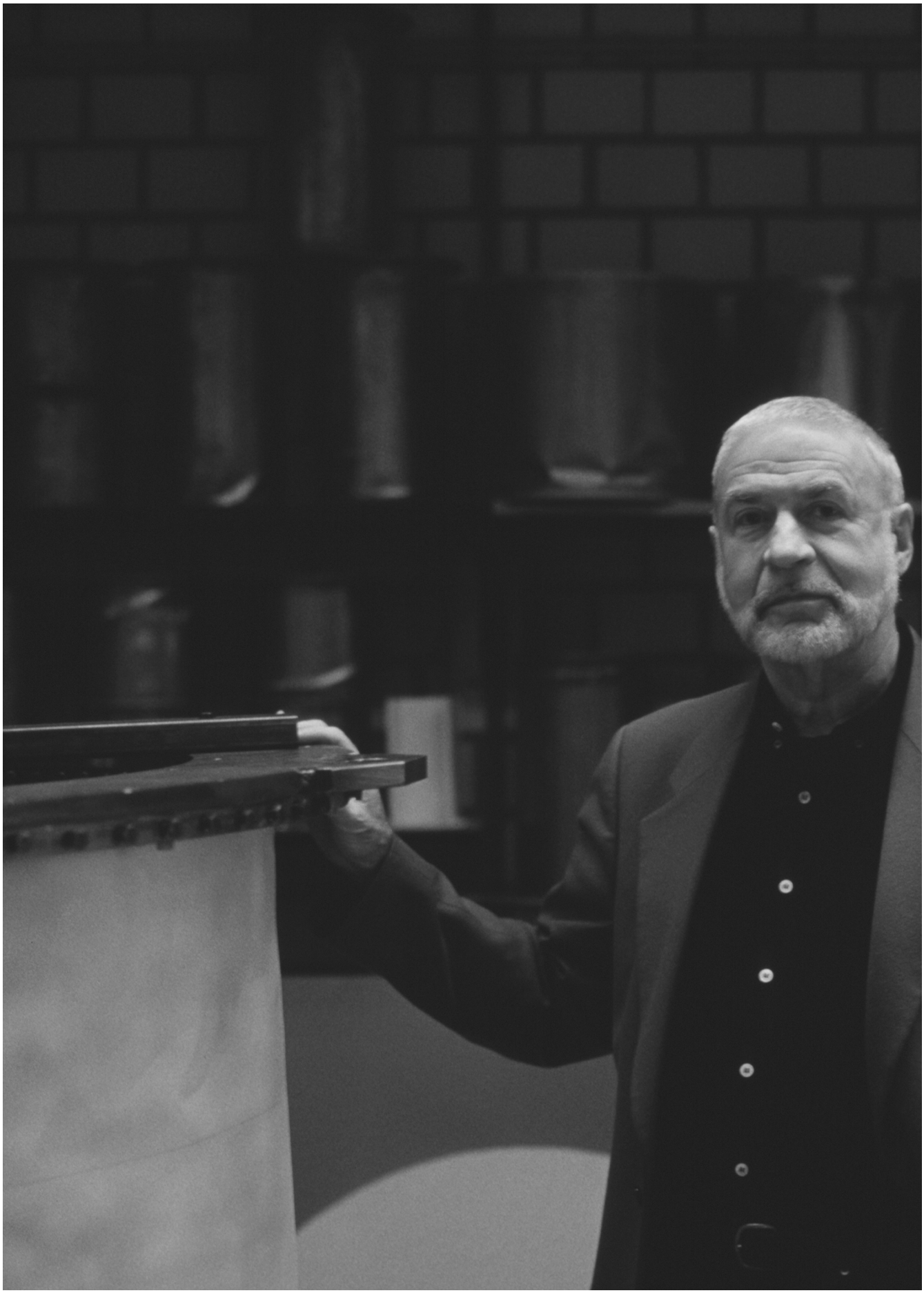
Literatur:

– Elsam A/S (2003): Homepage des Windparks Horns Rev in Dänemark, **www.hornsrev.dk**
– GIGAWIND: Bau- und umwelttechnische Aspekte von Offshore Windenergieanlagen. Förderkennzeichen 0329894A. Jahresbericht 2002, 56ff.
– Lesny, K.; Richwien, W.; Wiemann, J.: Gründungstechnische Randbedingungen für den Bau von Offshore-Windenergieanlagen in der Deutschen Bucht, in: Bauingenieur 77/2002, 431-438
– Mallikarjuna Rao, K.: Behaviour of Vertical Piles Subjected to Static and Cyclic Lateral Loading. PhD Thesis, Ocean Engineering Centre, Indian Institute of Technology, Madras, Indien 1992
– Reese, L. C., van Impe, W. F.: Single Piles and Pile Groups under Lateral Loading. A. A. Balkema, Rotterdam 2001
– Richwien, W., Lesny, K.: Risikobewertung als Schlüssel des Sicherheitskonzepts – Ein probabilistisches Nachweiskonzept für die Gründung von Offshore-Windenergieanlagen, in: Erneuerbare Energien 13/2/2003, 30-35
– Wang, Z.: Behaviour of Soils and Foundation Structures under Cyclic Loads, Mitteilungsreihe aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, Universität Essen, Heft 25, Essen 2000

Die Autoren

Werner Richwien studierte Bauingenieurwesen an der Universität Hannover und wurde 1976 mit einer Arbeit zum Spannungs-Verformungsverhalten weicher bindiger Böden zum Dr.-Ing. promoviert. 1980 habilitierte er sich für das Fachgebiet Bodenmechanik und erhielt die Lehrbefugnis an der Universität Hannover. Von 1983 bis 1993 war Werner Richwien wissenschaftlicher Koordinator des Sonderforschungsbereichs 205 „Küsteningenieurwesen“, in dessen thematischen Mittelpunkt hydrodynamische Probleme zur Wellenbelastung von Strukturen des Küsteningenieurwesens, wie Deiche, Molen und Wellenbrecher standen. Dem Sonderforschungsbereich standen zu diesem Zweck die experimentellen Möglichkeiten des gerade in Betrieb genommenen Großen Wellenkanals zur Verfügung, in dem Richwien grundlegende Großversuche zur transienten und zyklischen Beanspruchung von Böden durchführen konnte. Diese Forschungsrichtung führte er auch nach seiner Berufung an die Universität in Essen 1993 fort.

Kerstin Lesny studierte Bauingenieurwesen an der Universität in Essen mit der Hauptvertiefung Grundbau und Bodenmechanik, wo sie 1996 ihren Abschluss als Diplom-Ingenieurin machte. Von 1996 bis 2001 arbeitete sie als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Grundbau und Bodenmechanik der Universität in Essen und promovierte Ende 2000 zur Dr.-Ing. mit einer Arbeit über konsistente Versagensmodelle für die Standsicherheitsberechnung von Flachgründungen. Seit ihrer Promotion ist sie am selben Institut als Oberingenieurin tätig, wobei der Schwerpunkt ihrer Arbeiten seit dieser Zeit auf dem Gebiet der Gründungen für Offshore-Windenergieanlagen liegt.



Herbert Schmidt. Foto: Max Greve

Der Schalenstab ist die optimale Tragstruktur zur Weiterleitung einer Druckkraft . Diese „Optimierungsaufgabe“ wurde übrigens bereits von der Natur gelöst – Getreidehalme sind bekanntlich weder massiv noch rechteckig-hohl, sondern rohrförmig. Diese Form, kombiniert mit dem festen Baustoff Stahl, liefert sehr leistungsfähige Tragstrukturen. Die Festigkeit des Stahls bewirkt jedoch gleichzeitig, dass die Konstruktionen schlank und dünnwandig werden und deshalb stabilitätsanfällig sind.

Schalenbeulen im Stahlbau

Ein spannendes Bemessungsproblem

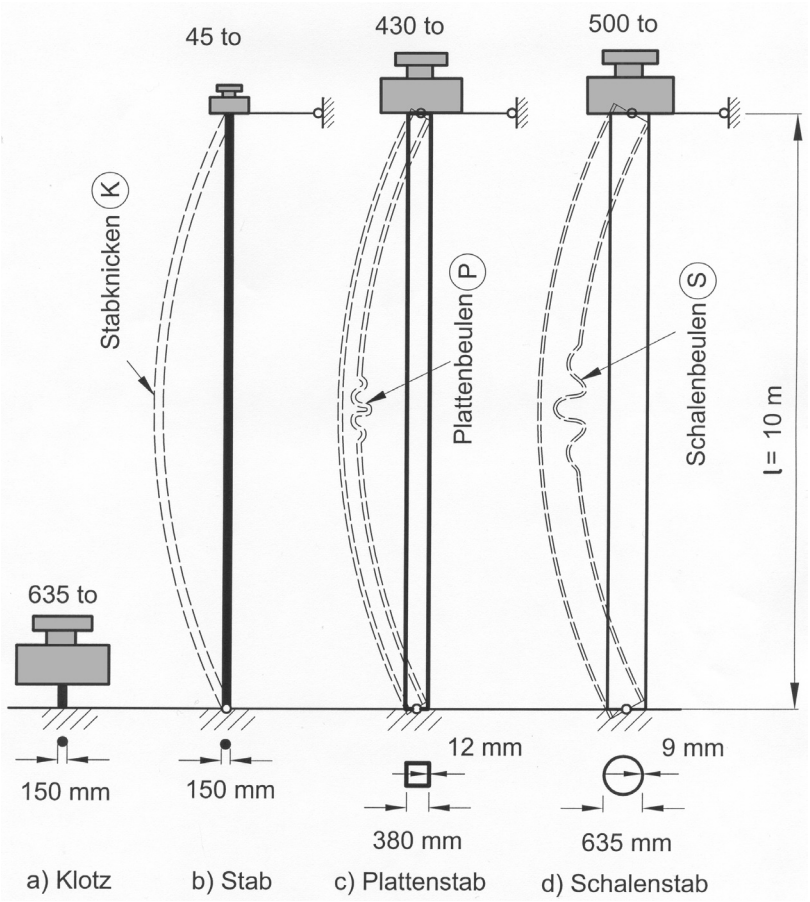
Von Herbert Schmidt

Schalen sind optimal stabile Tragstrukturen

Stahlbau ist eine Bauweise, die durch leichte, das heißt schlanke und dünne Tragkonstruktionen geprägt ist. Das ist eine Folge der hohen Festigkeit des Baustoffes Stahl. Die Leichtigkeit hat allerdings ihren „statischen Preis“. Er besteht darin, dass immer dann, wenn unter den einwirkenden Lasten in Teilen der Tragkonstruktion Druckkräfte entstehen, so genannte *Stabilitätsprobleme* beim Tragwerksentwurf im Vordergrund stehen. Abbildung 1 veranschaulicht das anhand eines simplen Beispiels: Um eine Last von 635 Tonnen auf Druck zu tragen, benötigt man einen massiven runden Stahlklotz mit nur 150 Millimetern Durchmesser (Abb. 1a). Verlängert man diesen Stahlklotz aber auf zehn Meter Länge, so *knickt* der dadurch entstandene *Druckstab* bereits unter einer Last von 45 Tonnen seitlich aus und „verweigert“ sich einer weiteren Lastaufnahme (Abb. 1b). Hätte man die Last nicht oben auf den Stab gestellt, sondern unten angehängt, so wäre ein Zugstab entstanden. Der hätte klaglos die 635 Tonnen des Klotzes getragen. Der Druckstab aber wird unter der genannten Druckkraft von 45 Tonnen instabil. Dieses Stabknicken gehört zur strukturmechanischen Kategorie der *Stabilitätsprobleme*.

Die Tragfähigkeit des Druckstabes lässt sich nun bei gleichem Materialaufwand, also bei gleicher Menge verbrauchten Stahls, erheblich steigern, wenn er nicht als massiver Vollstab (wie in Abb. 1b) ausgebildet wird, sondern als Hohlprofil. Mit *ebenwandigem*, also rechteckigem Hohlquerschnitt lässt er sich maximal auf 430 Tonnen Tragfähigkeit bringen (Abb. 1c), mit *rundem*, also rohrförmigem Hohlquerschnitt sogar auf 500 Tonnen (Abb. 1d). Die ebenen Stabwände nennen wir in der Strukturmechanik *Platten*, die runde Stabwand nennen wir eine *Schale*. Im ersten Fall überlagert sich dem Stabknicken nunmehr als weiteres Stabilitätsproblem das *Plattenbeulen* und begrenzt damit die Drucktragfähigkeit des rechteckig-hohlen *Plattenstabes* (siehe Abb. 1c). Im zweiten Fall ist es das Stabilitätsproblem *Schalenbeulen*, das zum Stabknicken hinzu kommt und die Drucktragfähigkeit des rund-hohlen *Schalenstabes* begrenzt (siehe Abb. 1d).

Wir können das Beispiel in Abbildung 1 auch andersherum deuten: Zur Weiterleitung einer Druckkraft von 500 Tonnen über zehn Meter freie Länge würde man mit einem Plattenstab im Vergleich zum Schalenstab ungefähr das (500/430 ≈) 1,15fache an Stahl benötigen, mit einem Vollstab sogar das (500/45 ≈) Elffache. Der Schalenstab stellt demnach die optimal stabile Tragstruktur zur Weiterleitung einer Druckkraft dar. Diese „Opti-



(1) Drucktragfähigkeit von Stahlbauteilen gleicher Querschnittsfläche (Baustahl S355).

mierungsaufgabe“ wurde übrigens bereits von der Natur gelöst – Getreidehalme sind bekanntlich weder massiv noch rechteckig-hohl, sondern rohrförmig.

Die Überlegenheit von Schalenstrukturen bei der Weiterleitung von Druckkräften soll anhand eines weiteren Einführungsbeispiels vertieft erläutert werden (Abb. 2). Ein zehn Millimeter dicker, 750 Millimeter hoher und 3.000 Millimeter breiter Blechstreifen aus Baustahl S235 trägt, wenn er am oberen und am unteren Rand gegen seitliches Ausweichen gehalten wird, eine Last von 80 Tonnen bis zum seitlichen Ausknicken. Das Ausknicken entspricht dem *Stabknicken* des Vollstabes in Abbildung 1b – der Blechstreifen verhält sich quasi wie ein streifenförmiger *Stab* (Abb. 2a). Formt man aus dem Blechstreifen eine rechteckige *Plattenstruktur*, so trägt diese eine Last von 450 Tonnen bis zum Versagen durch *Plattenbeulen* (Abb. 2b), und als kreisrunde *Schalenstruktur* trägt der Blechstreifen schließlich eine Last von 690 Tonnen bis zum Versagen durch *Schalenbeulen* (Abb. 2c). Auch bei diesem Beispiel erweist sich also die Schale als optimal stabile Tragstruktur zur Weiterleitung von Druckkräften. Was man sich unter „Versagen durch Schalenbeulen“ vorzustellen hat, möge der Leser durch einen Vorausblick auf Abbildung 8 ermessen. Die dort gezeigte gebeulte „Standzarge“ eines Silos entspricht genau unserem elementaren Schalenbeispiel in Abbildung 2c. Wir nennen diese kreisrunde Schalenform eine „Kreiszylinderschale“ und das entsprechende Schalenbeulproblem „Beulen unter Axialdruckbeanspruchung“. Um nun auf die stabilitätsmechanische Überlegenheit von Schalenstrukturen zurückzukommen, so ist sie, verglichen mit den anderen beiden Stabilitätsproblemen Stabknicken und Plattenbeulen, leider mit einer erheblich größeren Komplexität des Stabilitätsproblems Schalenbeulen verbunden, wie nachfolgend dargelegt.

Das Schalenbeulen ist ein komplexes Stabilitätsproblem

Die klassische Stabilitätstheorie

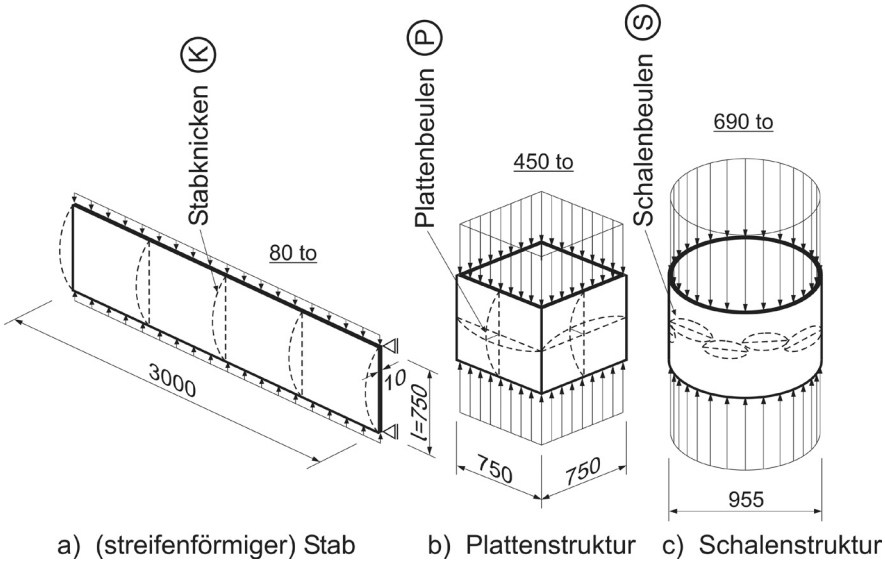
Bisher haben wir baupraktisch reale Stahlbauteile betrachtet; soll heißen: Bauteile, die mit fertigungstechnisch unvermeidbaren *Imperfektionen* behaftet sind und die aus realem Baustahl hergestellt wurden. Imperfektionen sind zum Beispiel geringfügige Abweichungen von der nominell geraden Stabachse beim Stab, von der nominell ebenen Mittelfläche bei der Platte und von der nominell kreiszylindrischen Mittelfläche bei der Schale. Realer Baustahl kann auf Druck höchstens bis zur *Fließgrenze* belastet werden, die für S235 bei $f_y = 240$ N/mm² und für S355 bei $f_y = 360$ N/mm² liegt. Alle drei Strukturtypen können nun für theoretische Zwecke idealisiert werden: Der Stab sei *perfekt* gerade, die Platte sei *perfekt* eben, die Schale sei *perfekt* kreiszylindrisch, der Werkstoff habe keine Fließgrenze, sondern sei unbegrenzt *elastisch*. Die zugehörige Theorie nennt man die „klassische Stabilitätstheorie“. Sie wurde für den knickenden Stab bereits 1744 von Euler gelöst, für die beulende Rechteckplatte zuerst 1888 von Bryan, für die beulende Kreiszylinderschale unabhängig voneinander 1908 von Lorenz, 1910 von Timoshenko, 1913 von Southwell. Die Ergebnisse sind die klassischen *idealen Knick- bzw. Beulspannungen* σ_{cr} (der Index „cr“ steht für critical):

$\sigma_{K,cr} = \pi^2 E i^2/l^2$ für den gedrückten Stab, (1)

$\sigma_{P,cr} = 0.366 \cdot \pi^2 E t^2/b^2$ für die gedrückte Rechteckplatte, (2)

$\sigma_{S,cr} = 0.605 \cdot E t/r$ für die gedrückte Kreiszylinderschale. (3)

Wendet man diese Gleichungen auf die drei Tragstrukturen in Abbil-



(2) Tragstrukturen aus dünnem Stahlblech im Vergleich (Baustahl S235).

dung 2 an, so erhält man 31, 135 und 2661 N/mm². Die idealisierte Plattenstruktur würde demnach theoretisch gut viermal so viel tragen wie der idealisierte Stab (das erscheint plausibel), die idealisierte Schalenstruktur dagegen 86-mal so viel (das erscheint bei aller Wertschätzung der Schalen nicht plausibel). Tatsächlich werden die Verhältnisse in der baupraktischen Realität wieder zurechtgerückt, wie die in Abbildung 2 eingetragenen tatsächlichen Traglasten zeigen.

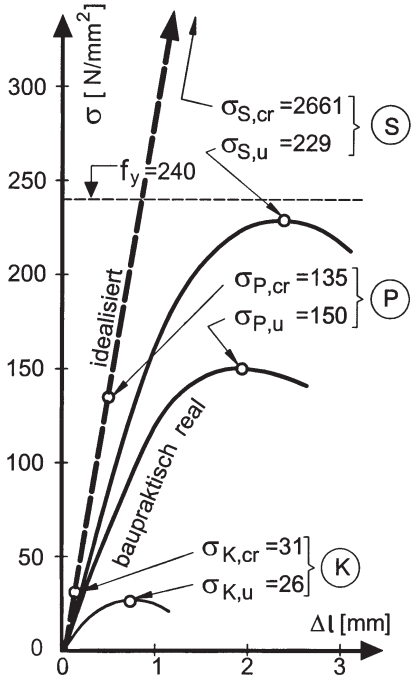
Abbildung 3 verdeutlicht diesen Sachverhalt noch einmal anhand der *Spannungs-Stauchungs-Kurven* der drei Bauteile von Abbildung 2. Man versteht darunter die Auftragung der einwirkenden Lastspannung σ über der dadurch verursachten Verkürzung Δl. Während beim Stab und bei der Platte die *realen Versagensspannungen* σ_u (der Index „u“ steht für ultimate) von der Größenordnung her in der Nähe der idealen Knick- bzw. Beulspannungen liegen, überschätzt die ideale Schalenbeulspannung $\sigma_{S,cr}$ nach Gleichung (3) die reale Schalentragfähigkeit erheblich[1]. Zwischen der klassischen Stabilitätstheorie für Schalen und dem realen Tragverhalten von Schalen besteht offenbar eine erhebliche Diskrepanz.

Die Diskrepanz zwischen klassischer Theorie und Realität

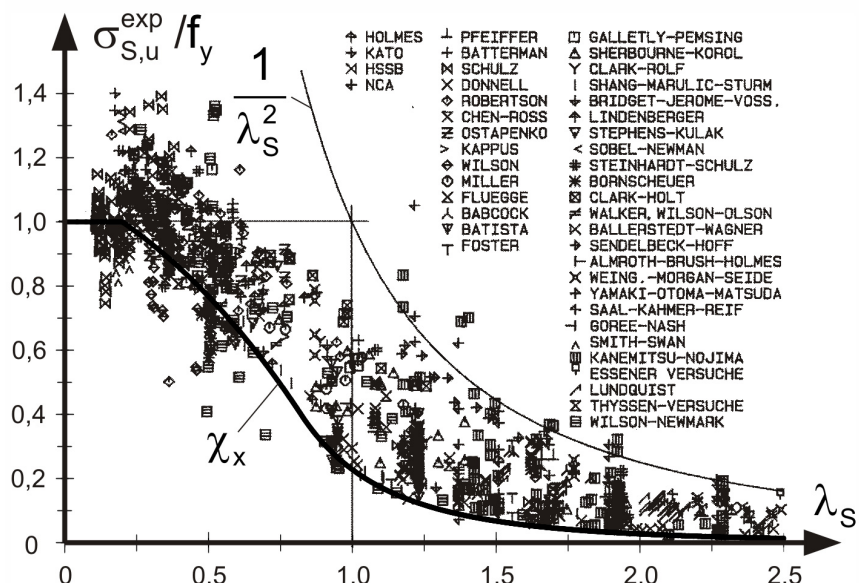
Die Diskrepanz gilt mehr oder weniger ausgeprägt auch für andere, hier nicht angesprochene Schalenbeulfälle. Sie wurde spätestens Ende der zwanziger Jahre des vorigen Jahrhunderts offenkundig, als Robertson in England begann, systematische experimentelle Untersuchungen für den Vergleich mit der Theorie durchzuführen. Bis dahin hatte man kreiszylindrische Konstruktionen, beispielsweise Rohrstäbe wie in Abbildung 1d (damals noch aus Blechen zusammengenietet), rein empirisch auf Grund von Versuchen bemessen. Bekannte historische Beispiele sind die Britannia- und Conway-Brücken in England (1849) und die Firth-of-Forth-Brücke in Schottland (1890). Im 20. Jahrhundert wurden dann weltweit fast unübersehbar viele wissenschaftliche Schalenbeulversuchsreihen durchgeführt. Abbildung 4 zeigt die Auswertung im Rahmen einer Essener Diplomarbeit von 1988[2]. Aufgetragen sind dort experimentelle Versagensspannungen $\sigma_{S,u}$ von etwa 1.200 Schalenbeulversuchen an axialgedrückten Kreiszylindern (ähnlich Abb. 2c), jeweils bezogen auf die entsprechende Fließgrenze f_y, über der *bezogenen Schalenschlankheit*

$$\lambda_S = (f_y/\sigma_{S,cr})^{0,5}. \qquad (4)$$

In Abbildung 4 werden also auf der Abszisse nach rechts die untersuchten Schalen immer dünner und ihre Tragfähigkeit demzufolge immer geringer. Die eingezeichnete $(1/\lambda_S^2)$-Kurve repräsentiert die theoretischen Ergebnisse aus Gleichung (3) für geometrisch perfekte und unbegrenzt elastische Schalen, die horizontale Gerade bei 1.00 repräsentiert die Fließgrenze. Man erkennt zum einen eine ungewöhnlich große Streuung der experimentellen Versagensspannungen. Zum anderen werden die immensen, durch die Imperfektionen verursachten Tragfähigkeitsverluste gegenüber der klassischen Stabilitätstheorie der perfekt idealisierten Schale deutlich. Sie betragen bei sehr dünnen Schalen (zum Beispiel $\lambda_S = 2.0$) bis zu 90 Prozent (!). Mit der eingezeichneten χ_x-Kurve haben die „Normenmacher“ versucht, den experimentellen Befund näherungsweise als *untere fünf-Prozent-Fraktilkurve* einzufangen – etwa fünf Prozent der Versuchsergebnisse



(3) Spannungs-Stauchungs-Kurven der drei Tragstrukturen in Abbildung 2 (die baupraktisch realen Kurven sind qualitativ zu verstehen).



(4) Ergebnisse weltweit veröffentlichter Beulversuche an axialgedrückten Kreiszylinderschalen.

dürfen unter dieser Kurve liegen. Die χ_x-Kurve ist Bestandteil der in Arbeit befindlichen, europäisch harmonisierten Bemessungsnorm EN 1993-1-6 für beulgefährdete stählerne Schalenbauten und steht in ähnlicher Form bereits in der zurzeit in Deutschland gültigen Baubestimmung DIN 18800-4. Man nennt das ein halbempirisches Bemessungsverfahren, wobei χ_x der *Beulabminderungsfaktor* ist. Er fängt den negativen Einfluss der unvermeidbaren Imperfektionen ein. Mit ihm berechnet der Tragwerksplaner die in die Bemessung einzuführende (quasi genormte) *reale Beulspannung* $\sigma_{S,R}$ (der Index „R“ steht für Resistance) zu

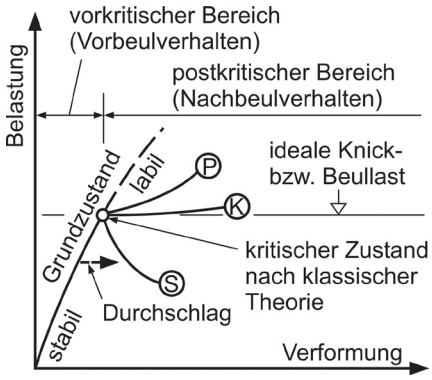
$$\sigma_{S,R} = \chi_x \cdot f_y. \qquad (5)$$

Heute weiß man, dass die Ursache für die Diskrepanz zwischen klassischer Theorie und Realität im grundsätzlich unterschiedlichen *postkritischen* Tragverhalten idealisierter Schalen, verglichen mit idealisierten Stäben und Platten, liegt (Abb. 5). Während idealisierte Stäbe sich jenseits des kritischen Zustandes, der die ideale Knickspannung nach Gleichung (1) liefert, also nach dem Knicken, theoretisch *indifferent* verhalten und idealisierte Platten sich nach dem Beulen sogar *gutartig* verhalten – ihre theoretische Lastverformungskurve steigt bei wachsenden Beulverformungen wieder an –, ist das postkritische Verhalten der Schalen (auch *Nachbeulverhalten* genannt) theoretisch *bösartig*. Die von einer ursprünglich perfekten Schale jenseits des kritischen Zustandes, der die ideale Beulspannung nach Gleichung (3) liefert, also nach dem Beulen, bei jetzt zunehmenden Beulverformungen (beispielsweise bei zunehmender Beultiefe) theoretisch noch ertragbare Last liegt zum Teil drastisch unter der idealen Beullast. Reale Schalen, das heißt von vornherein imperfekte Schalen, schlagen deshalb bereits bei einer weit unter der idealen Beullast liegenden *realen Beullast* in diesen *Nachbeulzustand* durch (siehe Abb. 5).

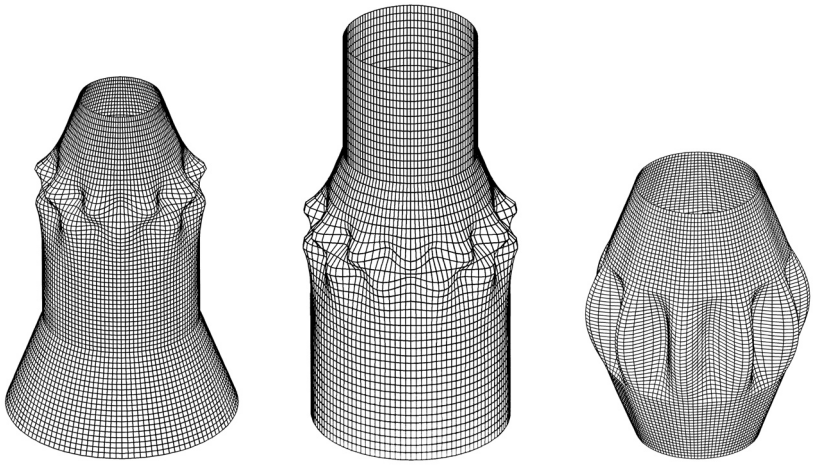
Die Höhe der realen Beullast (bzw. der realen Versagensspannung $\sigma_{S,u}$) ist abhängig von Art und Größe der Imperfektionen. Zu den Imperfektionen gehören Formabweichungen, Dickenabweichungen, Last- und Auflagerexzentrizitäten (so genannte „geometrische“ Imperfektionen) ebenso wie Walz-, Umform-, Richt- und Schweißeigenspannungen sowie werkstoffliche Unregelmäßigkeiten (so genannte „strukturelle“ Imperfektionen). Es leuchtet unmittelbar ein, dass je nach Herstellprozess und Herstellpräzision diese Imperfektionen sehr unterschiedlich ausfallen – deshalb auch die große Streuung der Versuchsergebnisse in Abbildung 4. Ganz vermeidbar sind Imperfektionen aber eben nicht, und Schalen reagieren nun einmal – im Gegensatz zu Stäben und Platten – schon auf sehr kleine Abweichungen von der Sollform empfindlich mit einem Tragfähigkeitsverlust.

Das Dilemma der unbekannten Imperfektionen

Theoretisch ist das komplexe Stabilitätsverhalten imperfekter Schalen nur mit so genannten *nichtlinearen Schalentheorien* beherrschbar. Das wurde zwar schon in den dreißiger Jahren des vorigen Jahrhunderts erkannt, jedoch erst ab den fünfziger Jahren für stark vereinfachte Imperfektionsannahmen mit vereinzelten konkreten Ergebnissen realisiert. Seit den siebziger Jahren wurden dann, begünstigt durch die rasante Entwicklung der Computer und der darauf abgestützten Berechnungsmethode der *Finiten Elemente* (FEM), die nichtlinearen Schalentheorien zu einem so hohen Stand entwickelt, dass heute jede beliebige Schalenstruktur unter jeder beliebigen Lastkombination „exakt“ berechnet



(5) Unterschiedliches postkritisches Tragverhalten idealisierter gedrückter Stäbe (K), Platten (P) und Schalen (S).



(6) Mit einer nichtlinearen Schalentheorie berechnete kritische Beulformen von zusammengesetzten Zylinder-Kegel-Schalen.

werden kann. Das gilt zunächst für die kritische Beullast und Beulform der perfekt idealisierten Struktur (Abb. 6)[3].

Das gilt aber vor allem auch für die tatsächliche Traglast der imperfekten Struktur – dies allerdings mit der Einschränkung, dass die Imperfektionen bekannt sein müssen, damit man sie in das Berechnungsmodell einbauen kann. Und das ist das große Dilemma einer ausschließlich computergestützten Bemessung stabilitätsgefährdeter Schalen. Auf den Punkt gebracht, wäre es heute mit Computerhilfe einfach, folgendermaßen vorzugehen: Man baut ein Schalenbauwerk (zum Beispiel ein Silo), lässt es ganz genau vermessen, gibt die genaue (imperfekte) Geometrie in den Rechner ein, führt die nichtlineare Stabilitätsberechnung durch und teilt dann dem Bauherrn mit, was sein Bauwerk aushält (beispielsweise was er in seinem Silo lagern darf). Es ist unschwer einzusehen, dass es so nicht geht. Diesem Dilemma ist nur mit einer Doppelstrategie beizukommen: Es sind *Herstelltoleranzen* zu definieren, die von der Stahlbauwerkstatt bei der Fertigung und Montage eingehalten werden müssen. Und es sind *Berechnungsverfahren* zu entwickeln, wie der Tragwerksplaner vorab die innerhalb dieser Herstelltoleranzen ungünstigst denkbare Imperfektionsform aufspüren kann, damit er sie der Bemessung zugrunde legen kann. Auf dem Feld der computergestützten Beulbemessung stählerner Schalenbauten wird derzeit an vielen Stellen in vielen Ländern intensiv geforscht[4,5,6,7].

Die Essener Schalenbeulforschung

Eines muss zunächst klargestellt werden: Natürlich konnten wir auch bisher schon stählerne Schalenbauten errichten, die standsicher sind. Grundlage dafür waren und sind überwiegend die oben angesprochenen halbempirischen Bemessungsverfahren. Und wo Wissenslücken bestehen, werden sie durch vorsichtige Berechnungsannahmen auf der sicheren Seite abgedeckt. Aber Ziel eines guten Tragwerksentwurfes ist ja nicht nur ausreichende Standsicherheit, sondern auch angemessene Wirtschaftlichkeit. Und deshalb gab und gibt es auf dem Feld der Bemessungsverfahren für baupraktisch imperfekte Schalenbauten noch sehr viele Forschungsaufgaben.

Das Fachgebiet Stahlbau der Universität Essen hat in den letzten beiden Jahrzehnten unter meiner Leitung eine Reihe von Einzelbeiträgen zur Weiterentwicklung der Bemessungsverfahren für schalenbeulgefährdete Stahlbauten geleistet. Alle Forschungsarbeiten waren stets kombiniert theoretisch-experimenteller Natur, um den Bezug zur Stahlbaupraxis sicherzustellen. Dabei ist unter „theoretisch“ vor allem die Durchführung systematischer numerischer Analysen mit Hilfe moderner FEM-Software zu verstehen. In den folgenden Abschnitten wird anhand von fünf Typen stählerner Schalenbauten und ihrer spezifischen Schalenbeulprobleme gezeigt, wie die Essener Forschungsarbeiten Beiträge dazu geleistet haben, das spannende Bemessungsproblem „Schalenbeulen im Stahlbau“ besser zu beherrschen.

Silos aus Stahl

Behälter zur Speicherung von Feststoffpartikeln werden Silos genannt – im Gegensatz zu Behältern für Flüssigkeiten oder für Gase. Das Spektrum der zu speichernden Feststoffpartikel (meist als „Silogut“ bezeichnet) ist sehr groß und reicht von organischen Gütern wie Getreide, Zucker oder Gärfutter über mineralische Güter wie Zement oder Betonkies bis zu Kunststoffgranulaten aus modernen chemischen Fertigungsprozessen. Werden Silos aus Stahl gebaut, so handelt es sich in aller Regel um stehende dünnwandige Kreiszylinderschalen (Abb. 7) mit Durchmessern bis zu 35 Metern und Höhen bis zu 40 Metern. Sie werden meist von oben befüllt und nach unten entleert.

Spezifische Schalenbeulprobleme in Silos

Das Silogut drückt horizontal von innen gegen die Silowandung und erzeugt horizontale Zugspannungen in Umfangsrichtung (so genannte „Kesselspannungen“ oder „Fassspannungen“), ähnlich wie Flüssigkeiten oder Gase. Im Gegensatz zu letzteren gibt das Silogut aber auch vertikale Lasten an die Wandung ab, insbesondere, wenn es beim Entleeren an der Wand entlang nach unten rutscht. Diese Lasten heißen

„Wandreibungslasten“. Sie erzeugen vertikale Druckspannungen in der Silowandung, so dass hier das klassische Schalenbeulproblem der axialgedrückten Kreiszylinderschale gemäß Abbildung 2c vorliegt. So weit, so überschaubar.

In der Bemessungspraxis verkompliziert sich nun aber die Problemstellung infolge einer Reihe von Einflüssen. Erstens sind die Wandreibungslasten sehr stark von den physikalischen Kenngrößen und der Beschaffenheit des Silogutes (wie körnig oder staubförmig) abhängig und streuen sehr stark. Man ist trotz aller Fortschritte bei der theoretisch-numerischen Durchdringung der Vorgänge im „fließenden“ Silogut (Stichwort: Schüttgutmechanik) immer noch auf Lastannahmen aus Versuchen angewiesen. Zweitens ist das Stabilitätsverhalten einer Silowand günstiger als das einer Zylinderwand des Basisfalles gemäß Abbildung 2c, weil der vom Silogut auf die Silowand ausgeübte *Innendruck* q_i „imperfektionsglättend“ wirkt und weil das Einbeulen nach innen vom Silogut selbst behindert (aber nicht verhindert) wird. Beide stabilisierenden Einflüsse sind nur schwer quantitativ zu erfassen. Drittens stehen Silos oft auf Einzelstützen, wodurch die Axialdruckbeanspruchung ungleichmäßig wird.

Alle diese Aspekte führen dazu, dass der Tragwerksentwurf eines Silos viel Sachkenntnis erfordert[8]. Leider wird das immer wieder unterschätzt, so dass die Schadensrate bei Silos deutlich höher ist als bei anderen Baukonstruktionen (Abb. 8 und 9).

Essener Forschungsbeiträge

Roland Krysik hat untersucht, wie das Stabilitätsverhalten axialgedrückter Kreiszylinderschalen (beispielsweise als Wandung eines Silos) und Kegelschalen (beispielsweise als Auslauftrichter eines Silos) durch Innendruck q_i beeinflusst wird.[9] Den Innendruck hat er bei seinen Versuchen mit Hilfe von Wasser im Inneren der Versuchskörper erzeugt. Die Versuchskörper wurden – zusammen mit dem Druckwasser im Inneren – in einer Prüfmaschine axial druckbelastet und zum Beulen gebracht (ähnlich Abb. 2c). Aus solchen experimentellen und einer Vielzahl paralleler theoretischer Untersuchungen hat er eine Reihe von Verbesserungsvorschlägen für die Bemessung entwickelt. Einer dieser Vorschläge modifiziert den Beulabminderungsfaktor χ_x in Gleichung (5) zur Erfassung des Innendruckeinflusses wie folgt:

$$\chi_{x,q} = C_{q,el} \cdot C_{q,pl} \cdot \chi_x \qquad (6)$$

mit dem *elastischen Erhöhungsfaktor* zur Erfassung des imperfektionsglättenden Einflusses (gilt ab $\lambda_S = 1{,}0$)

$$C_{q,el} = 1 + 1{,}2\,\lambda_S \left[\frac{q_i}{E}\left(\frac{r}{t}\right)^2\right]^{0{,}38} \qquad (6a)$$

und dem *plastischen Reduzierungsfaktor* zur Erfassung der Gefahr vorzeitigen Fließversagens

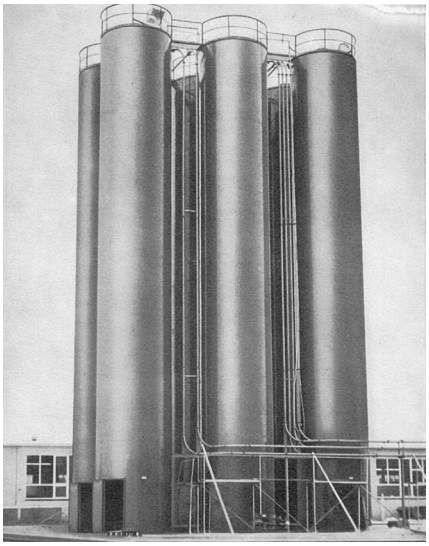
$$C_{q,pl} = \left[1 - 0{,}75\left(\frac{q_i}{f_y}\right)^2\left(\frac{r}{t}\right)^2\right]^{0{,}5} - 0{,}5\left(\frac{q_i}{f_y}\right)\left(\frac{r}{t}\right). \qquad (6b)$$

Dieser Vorschlag wird voraussichtlich in die Euronorm übernommen.

Heribert Düsing hat sich mit der Verbesserung des Stabilitätsverhaltens von Kreiszylinderschalen durch Längssteifen auseinandergesetzt.[10] Solche Längssteifen können beispielsweise an der Silowandung vertikal über Einzelstützen angeordnet werden, um Schadensfälle wie den in Abbildung 9 dargestellten auszuschließen.

Schornsteine aus Stahl

Industrieschornsteine dienen dazu, Rauch- oder Abgase in die Atmosphäre abzuführen. Sie lassen sich als so genannte *freistehende* (das heißt nicht zusätzlich abgestützte) Schornsteine bis zu Höhen von etwa 120 Metern in Stahl ausführen. Der statischen Form nach sind sie lange rohrförmige Kreiszylinderschalen, analog zu dem Schalenstab in Abbildung 1d, allerdings unten fest im Fundament eingespannt, dafür oben

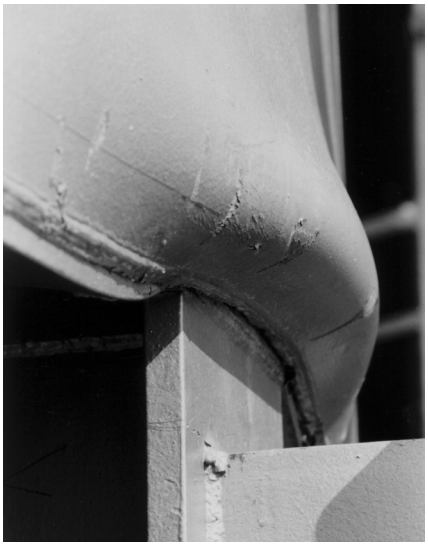


(7) Silogruppe aus Stahl zur Speicherung von Kunststoffgranulaten.

frei – ähnlich einem überdimensionalen Getreidehalm, allerdings ohne Ähre. Dieser Schalenstab hat in der einfachsten Ausführung als *einwandiger* Schornstein gleichzeitig tragende und rauchgasführende Funktion. Das hat bei Kraftwerken, deren Rauchgase bis zu 550 Grad Celsius heiß sind, zur Folge, dass der Schornstein zusätzlich von außen wärmeisoliert werden muss. Man bildet deshalb Kraftwerksschornsteine meistens zweiwandig als *Doppelmantelschornsteine* aus. Bei ihnen wird die rauchgasführende Funktion von einem wärmeisolierten *Innenrohr* wahrgenommen, das wegen der hohen Temperatur und der chemisch aggressiven Reststoffe im Rauchgas aus Edelstahl besteht. Die tragende Funktion wird vom äußeren *Tragrohr* wahrgenommen, das aus normalem Baustahl besteht (Abb. 10).

Die wesentliche Belastung des *Tragrohrs* ist der Wind. Er erzeugt auf der windabgewandten Seite vertikale Druckspannungen, die zum Schalenbeulen führen können – ähnlich wie in der Mitte des knickenden Schalenstabes in Abbildung 1d. Die wesentliche Belastung des *Innenrohrs* ist der Unterdruck, der sich im Schornstein infolge des „natürlichen Zuges“ ausbildet. Der Unterdruck stellt für die Innenrohrschale ebenfalls ein Beulproblem dar. Beide genannten Schalenbeulprobleme werden heute vom

(8) Beulen in der „Standzarge“ eines Silos.
Foto: J.M. Rotter, Edinburgh



(9) Beule über einer Silostütze.
Foto: W. Guggenberger, Graz

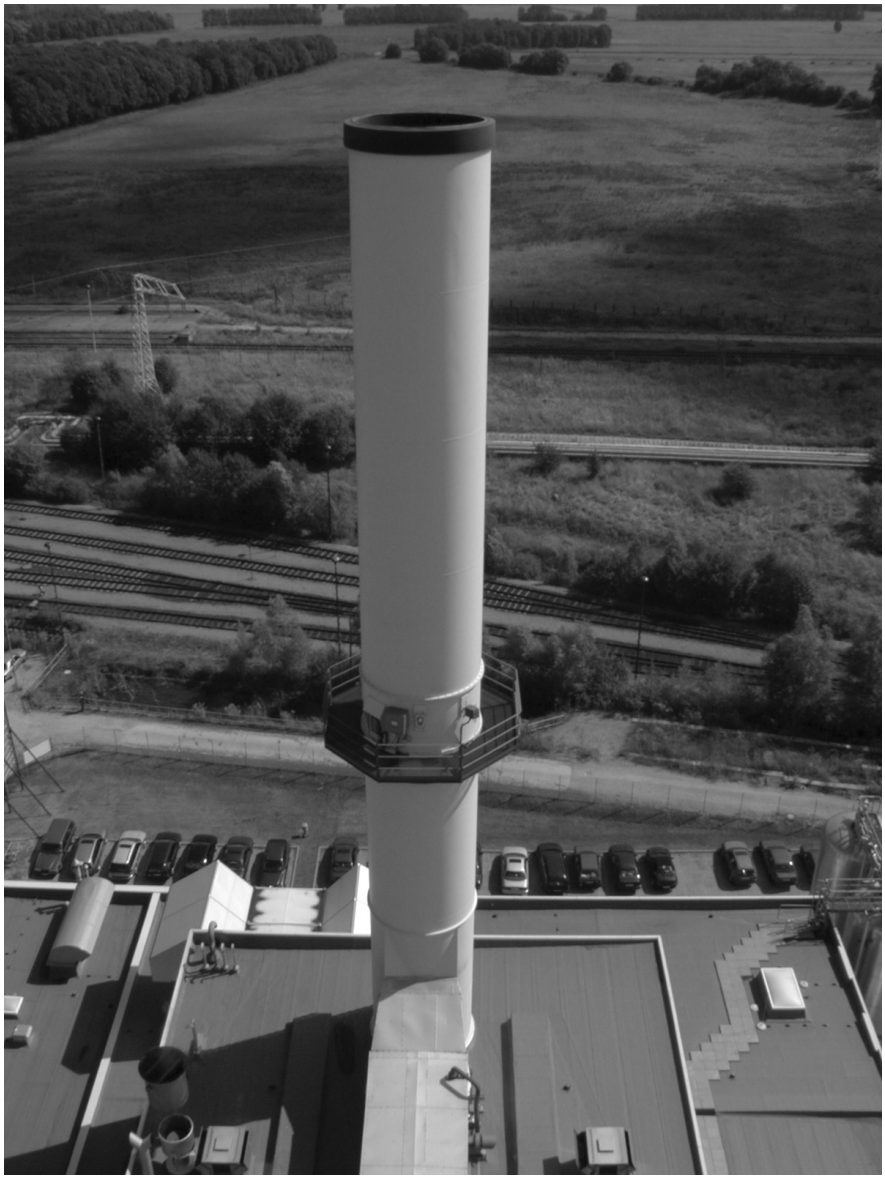
Tragwerksplaner bei der Bemessung zuverlässig beherrscht. In den letzten Jahren ist aber bei den modernen Kraft-Wärme-Kopplungs-Kraftwerken (auch *Heizkraftwerke* genannt) in den Schornstein-Innenrohren ein interessantes Schalenbeulproblem aufgetaucht, über das nachfolgend berichtet wird.

Ein spezifisches Schalenbeulproblem im Innenrohr von Heizkraftwerk-Schornsteinen

Die Technologie der Kraft-Wärme-Kopplung wird wegen der hohen Energieeffizienz umweltpolitisch mit Recht gefördert. Die Kopplung besteht darin, dass in einer e*rsten Phase* Gasturbinen elektrischen Strom („Kraft“) erzeugen und in einer *zweiten Phase* das dabei entstandene heiße Rauchgas (T = 450 bis 550 Grad Celsius) in einem *Abhitzekessel* Wärme erzeugt. Die Wärme dient entweder industriellen Zwecken oder als Fernwärme der Heizversorgung von Städten oder Stadtteilen. Nach dem Wärmeentzug im Abhitzekessel hat das Rauchgas nur noch Temperaturen in der Größenordnung von 100 Grad Celsius (im Weiteren als „kalt“ bezeichnet) und wird über den Schornstein in die Atmosphäre entlassen.

Es ist nun aber beim Betrieb solcher Heizkraftwerke unvermeidbar, dass zeitweise das heiße Rauchgas unter Umgehung des nachgeschalteten Abhitzekessels direkt in die Atmosphäre abgegeben werden muss. Das ist beispielsweise der Fall, wenn im Sommer keine Wärme benötigt wird, trotzdem aber Strom erzeugt werden soll. Diese Betriebsart wird „Bypass-Betrieb“ genannt. Dazu braucht man wegen des heißen Rauchgases einen Doppelmantelschornstein mit hitzebeständigem Edelstahl-Innenrohr. Es liegt nahe, diesen Schornstein auch für das kalte Rauchgas bei Normalbetrieb zu verwenden, um die Kosten für einen zweiten Schornstein zu sparen. Da aber das heiße und das kalte Rauchgas aus separaten Rohrleitungssystemen kommen, hat ein solcher Doppelfunktionsschornstein entweder zwei getrennte Eintrittsöffnungen (zum Beispiel heiß von unten, kalt von der Seite), oder die beiden Rauchgasleitungen werden bereits vor Eintritt in den Schornstein zusammengeführt. In beiden Fällen kann mit Hilfe von Klappen oder Schiebern von einer Betriebsart auf die andere Betriebsart umgeschaltet werden.

Die unterschiedlichen Temperaturen der beiden Rauchgasarten bewirken, dass sich das Innenrohr bei Umschalten von Normalbetrieb auf Bypass-Betrieb und umge-



(10) Doppelmantelschornstein eines Heizkraftwerkes.

kehrt wechselweise ausdehnt und zusammenzieht. Zum Verständnis: Ein 75 Meter hohes Innenrohr mit sechs Metern Durchmesser wird bei Erwärmung von 20 auf 500 Grad Celsius um etwa 650 Millimeter länger (!) und um etwa 55 Millimeter breiter. Das muss zwängungsfrei erfolgen können, da das Rohr sonst zerstört würde (es würde zerknittert). Konstruktiv wird das erreicht, indem das Innenrohr sich frei gegenüber dem äußeren Tragrohr vertikal verschieben kann, wobei es teleskopartig geführt wird. Die Führungskonstruktionen wiederum dürfen die Vergrößerung des Durchmessers nicht behindern. Wie das im Einzelnen realisiert wird, kann hier nicht vertieft werden. Es ist bewährter Stand der Technik im Stahlschornsteinbau, wenn heiße Gase abgeführt werden müssen.

Nachdem man diese Technik sinngemäß für die Doppelfunktionsschornsteine von Heizkraftwerken übernommen hatte, gab es im zurückliegenden Jahrzehnt eine Reihe unerwarteter Beulschäden in den Innenrohren. Die festgestellten Beulen waren alle vom selben Typ, nämlich „froschmaulartig“ nach innen gewölbt (Abb. 11). Diese Beulenform ist charakteristisch für Kreiszylinderschalen unter Axialdruckbeanspruchung (vgl. Abb. 2c). In mehreren gutachterlichen Untersuchungen konnte nachgewiesen werden, dass die Ursache stets in der falschen Vorstellung der Konstrukteure lag, der Übergang des Innenrohres vom heißen in den kalten Zustand beim Umschalten von Bypass-Betrieb zu Normalbetrieb vollziehe sich gleichmäßig. Man ging quasi davon aus, dass das erhitzte Innenrohr vom nunmehr durchströmenden kalten Rauchgas gleichmäßig heruntergekühlt würde. In der Realität sind aber so genannte *Temperatursträhnen* im Rauchgasgemisch während des Umschaltvorganges nicht zu vermeiden – selbst bei sorgfältiger Zwangsmischung der heißen und kalten Teilgasströme vor Eintritt des zusammengeführten Rauchgasgemisches in den Schornstein mit Hilfe von strömungsmechanischen Vorrichtungen. Bei einem der geschädigten Schornsteine war das versucht worden. Die Temperatursträhnen erzeugen in der Innenrohrwandung Temperaturdifferenzen ΔT zwischen gegenüberliegenden Wandbereichen (zum Beispiel 450 Grad Celsius auf der einen, 480 Grad Celsius auf der gegenüberliegenden Seite). Auf solche (vermeintlich unbedeutenden) *Temperaturgradienten* ΔT würde das Innenrohr an sich schadlos mit einer spannungslosen „bananenartigen“ Verkrümmung reagieren, wenn es daran nicht durch die teleskopartigen Führungskonstruktionen gehindert würde. Die Folge der Behinderung sind *Zwängungsspannungen* in vertikaler Richtung, die zwangsläufig zu den beobachteten Beulerscheinungen führen.

Essener Forschungsbeiträge

Aus den Schadensanalysen habe ich, zusammen mit Ufuk Kocabiyik, ein Konzept entwickelt, wie Innenrohre von Doppelfunktionsschornsteinen beulsicher dimensioniert werden können. Darüber wurde auch international berichtet[11]. Das Kernstück des Konzeptes besteht darin, das statische System des

geführten Innenrohres so *statisch bestimmt* wie möglich auszubilden. Auf diese Weise können die unvermeidbaren Temperaturströhnen – sie werden neuerdings auch zutreffend als „thermische Imperfektionen“ bezeichnet – keine großen Zwängungsspannungen in der Rohrwandung erzeugen, weil das Rohr sich mit Hilfe spannungsloser Verkrümmungen „Luft verschaffen kann“. Die Verkrümmungen müssen ihm allerdings konstruktiv durch einen ausreichend großen *Ringspalt* zwischen Innenrohr und Tragrohr ermöglicht werden.

Die erforderliche *statische Bestimmtheit* wird bei dem Konzept erreicht, indem eine ausreichende Anzahl *statischer Gelenke* in das Innenrohr eingebaut werden. Konkret sind das so genannte *Wellenkompensatoren*, wie in Abbildung 12 zu sehen. Die genaue Auslegung eines solchen „temperaturtoleranten“ Innenrohrsystems muss von Fall zu Fall gezielt erfolgen.

Bei der Analyse des ersten Innenrohrbeulschadens Mitte der neunziger Jahre hatte sich – quasi als Nebenergebnis – herausgestellt, dass keine befriedigenden Kenntnisse über das Beulverhalten von Schalen aus Edelstahl unter hohen Temperaturen existierten. Die Problematik besteht darin, dass sich bei den betreffenden *austenitischen* Edelstählen unter hohen Temperaturen nicht nur die beulrelevanten Werkstoffkenngrößen Elastizitätsmodul E und Fließgrenze f_y ändern, sondern auch die Art des Werkstoffverhaltens (konkret: die Form der *Spannungsdehnungslinie*). Kirsi Hautala hat sich dieses Problems angenommen.[12] In extrem aufwändigen Warmbeulversuchen (bis 400 Grad Celsius), unterstützt durch parametrische FEM-Serienberechnungen, hat sie herausgefunden, dass man zwar die vom Stahlhersteller gewährleisteten wärmereduzierten E- und f_y-Werte in das genormte Beulbemessungsverfahren einführen darf, dass man aber in einem bestimmten Bereich des bezogenen Schalenschlankheitsgrades λ_S gemäß Gleichung (4) den Beulabminderungsfaktor χ_x noch einmal reduzieren muss zu

$$\chi_{x,red} = \psi(\lambda_S,T)\cdot\chi_x. \qquad (7)$$

Für den „Edelstahlfaktor” ψ lassen sich konkrete Formeln angeben[13]. Er beträgt ungünstigstenfalls 0,75.

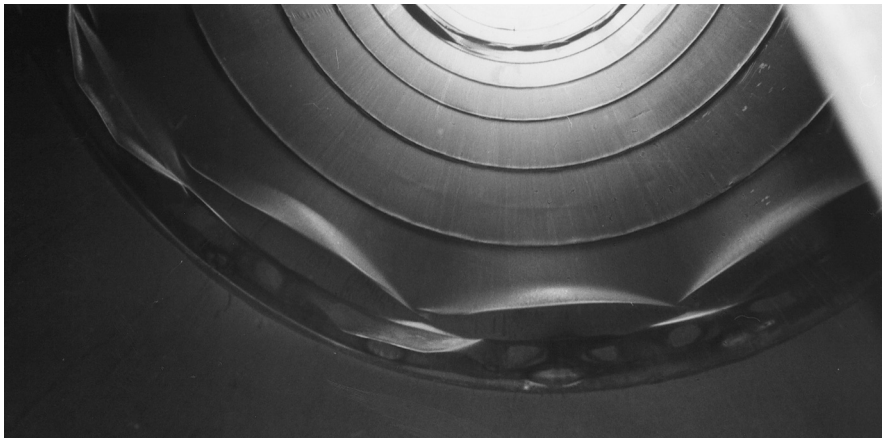
Vakuumbehälter aus Stahl

In der Verfahrenstechnik laufen viele Prozesse bei Unterdruck ab. Die dafür benötigten Behälter werden Vakuumbehälter genannt. Das ist nicht ganz zutreffend, denn sie sind in aller Regel nicht völlig luftleer. Die Prozessunterdrücke betragen meist nur Bruchteile des atmosphärischen Normaldruckes von einem bar. Trotzdem ist Schalenbeulen das beherrschende Bemessungsproblem, wenn ein solcher Vakuumbehälter in Stahl ausgeführt wird.

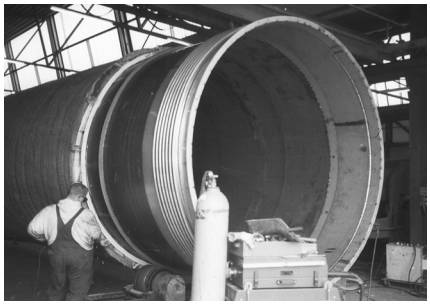
Einer der größten in Europa je hergestellten stählernen Vakuumbehälter mit etwa 1.700 Kubikmetern Volumen steht in Bremen, und er ist wirklich für *absolutes Vakuum* ausgelegt (konkret: für einen Innendruck von 0,000 001 bar). Er verbirgt sich bescheiden in einem 146 Meter hohen Betonturm, der wie ein riesiger Kugelschreiber seit 1990 auf dem Gelände der Universität Bremen steht (Abb. 13). Es handelt sich um den „Fallturm“ des Zentrums für Angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitation (ZARM). Kernstück des Fallturmes ist eine 112 Meter hohe, frei stehende Stahlröhre. Der quasi um sie herum gebaute Betonturm schirmt sie gegen Umwelteinflüsse, insbesondere gegen Wind ab. Aus der Stahlröhre kann bis auf den genannten Restdruck die Luft herausgezogen (*evakuiert*) werden. Lässt man nun durch diesen praktisch luftleeren Raum eine Stahlkapsel herunterfallen, so herrscht in ihr für die Dauer des freien Falls Schwerelosigkeit wie im Weltraum. Das machen sich die Physiker des ZARM zunutze, indem sie „in einer erdgebundenen Forschungseinrichtung Experimente unter Schwerelosigkeit“ durchführen können.

Spezifische Schalenbeulprobleme in Vakuumbehältern

Wird ein Vakuumbehälter rohrförmig ausgebildet (wie die Fallröhre in Bremen), so stellt sie eine Kreiszylinderschale unter innerem Unterdruck bzw. – statisch gleichwertig – unter äußerem Überdruck (meist als „Manteldruck“ bezeichnet) dar. Dies ist ein weiterer klassischer Schalenbeulfall, der in seiner idealisierten Form ebenfalls bereits Anfang des 20. Jahrhunderts gelöst wurde (von Mises 1914). Der kritische Manteldruck, bei dem die Schale beult,



(11) Beulschäden im Innenrohr eines Heizkraftwerk-Schornsteins (von unten nach oben gesehen).



(12) Sanierung eines beulgeschädigten Edelstahl-Innenrohres mit Hilfe von eingeschweißten Wellenkompensatoren.

wird mit wachsender Zylinderlänge immer kleiner, so dass man eine immer dickere Wandung wählen muss. Der Tragwerksplaner versucht deshalb, bei langen manteldruckbelasteten Kreiszylinderschalen die Wanddicke auf ein fertigungstechnisch beherrschbares Maß zu beschränken, indem er ringförmige Versteifungen anordnet – ähnlich Fassdauben bei einem Weinfass.

Die Bemessungsaufgabe besteht nun darin, Abstand und Stärke dieser *Ringsteifen* so zu optimieren, dass der Zylinderabschnitt zwischen zwei Ringsteifen um ein gewisses Sicherheitsmaß früher beult als der gesamte Zylinder mitsamt Ringsteifen. Man nennt die erste Beulform „lokales Beulen“ (Abb. 14a), sie hat ein vergleichsweise gutartiges Nachbeulverhalten. Die zweite Beulform wird „globales Beulen“ genannt (Abb. 14b), sie führt in der Regel zum völligen Kollaps des Behälters. Bei einem stehenden Vakuumbehälter wie der Bremer Fallröhre kommt hinzu, dass sich im unteren Bereich vertikale Druckspannungen aus dem Eigengewicht in der Zylinderwandung einstellen. Es überlagern sich demnach die beiden elementaren Schalenbeulfälle „Axialdruck“ (gemäß Abb. 2c) und „Manteldruck“. Damit stellt sich die Frage der gegenseitigen ungünstigen Beeinflussung. Man spricht in einem solchen Fall von „Beulinteraktion“.

(13) Der „Fallturm“ in Bremen.

Essener Forschungsbeiträge

Zunächst sei erwähnt, dass die Bremer Fallröhre von mir, zusammen mit Roland Krysik, dimensioniert und als beulsicher nachgewiesen wurde. Da es kein verbindliches deutsches Regelwerk für das spezifische Schalenbeulproblem gab, musste auf Europäische Empfehlungen und die Literatur zurückgegriffen werden. Die Röhre hat einen Durchmesser von dreieinhalb Metern, eine Wanddicke von acht Millimetern und ist alle 160 Zentimeter mit einer leichten Ringsteife und alle 1.120 Zentimeter mit einer schweren Ringsteife versteift.

Das Grundproblem des Imperfektionseinflusses auf das Beulen von Kreiszylinderschalen unter Manteldruck wurde von Michael Stracke experimentell und theoretisch behandelt.[14] Er entwickelte eine ausgefeilte Versuchstechnik, bei der das zu untersuchende Schalenmodell innerhalb eines Hochdruckprüfbehälters mittels Wasserdruck von außen belastet wurde (bis zu zehn bar), bei der aber trotzdem im Inneren des Modells die sich entwickelnden Beulverformungen messtechnisch verfolgt werden konnten. Einige seiner Erkenntnisse sind heute Bestandteil unserer Bemessungsnorm DIN 18800-4.

Ingrid Düsing erweiterte die Untersuchungen auf ringversteifte Kreiszylinderschalen.[15] Sie setzte sich damit auseinander, wie sich lokale und globale Beulformen in ihren Trageigenschaften, vor allem in ihrer

(14) Stählerne Schalenmodelle, die unter Manteldruck lokal (a) bzw. global (b) eingebeult sind.

(15) Tankbehälter zur Zwischenlagerung von Rohöl.

Imperfektionsempfindlichkeit und in ihrem Nachbeulverhalten, voneinander unterscheiden. Die beiden in Abbildung 14 gezeigten stählernen Modellschalen stammen aus ihrer Arbeit. De facto ist das Modell in Abbildung 14a eine verkleinerte Nachbildung eines Abschnittes der Bremer Fallröhre; es versagte, wie gewünscht, durch *lokales Beulen*. Abbildung 14b zeigt, wie bei zu schwachen Ringsteifen sich die unerwünschte *globale Beulform* einstellt.

Den Fragen der Beulinteraktion widmete sich Thomas Winterstetter.[16] Seine sehr umfangreichen theoretischen Untersuchungen, ebenfalls unterstützt durch Versuche, lieferten weitreichende Verbesserungsvorschläge für die Beulbemessung von Kreiszylinderschalen unter kombinierten Belastungen[17]. Sie werden zurzeit in die erste europäisch harmonisierte Bemessungsnorm für stählerne Schalenbauten eingearbeitet.

Tankbehälter aus Stahl

Behälter zur Speicherung von Flüssigkeiten werden Tankbehälter (oder einfach Tanks) genannt. Meist werden sie als „topfartige“ stehende Kreiszylinder mit Durchmessern bis zu d = 100 Metern und Höhen bis zu h = 25 Metern ausgeführt und haben ein festes Dach (Abb. 15). Die gespeicherte Flüssigkeit (beispielsweise Rohöl) drückt von innen horizontal gegen die Tankwandung und erzeugt horizontale Zugspannungen in Umfangsrichtung – ähnlich wie das Silogut in einem Silo, aber ohne dessen zusätzliche vertikale Wandreibungslasten. Die Beanspruchungsverhältnisse sind damit sehr einfach. Die erforderliche Wanddicke nimmt von oben nach unten entsprechend dem wachsenden Flüssigkeitsdruck zu.

Das Schalenbeulen spielt nur dann eine Rolle, wenn der Flüssigkeitsdruck wegfällt, das heißt wenn der Behälter leer ist. Tritt aber dann ein Orkan auf, so sind die oberen dünnen Wandbereiche auf der Luvseite infolge des Winddruckes beulgefährdet. Die Beulgefährdung wird durch das Eigengewicht des Daches noch erhöht, denn es erzeugt vertikale Druckspannungen in der Wandung. Wir haben also wieder den Fall der Beulinteraktion aus „Axialdruck“ und „Manteldruck“ wie im unteren Bereich der Fallröhre. Dieser Beulfall ist in der Regel für den oberen Bereich von Tankbehältern bemessungsbestimmend.

Entfällt das Dach, so sprechen wir von einem *offenen* Tankbehälter. Einsatzgebiete sind zum Beispiel Regenwasser- oder Trinkwasserbehälter in ariden Gebieten (eventuell mit Textilabdeckung gegen Verdunstung), Gießwasserbehälter für Großgärtnereien oder Güllebehälter für landwirtschaftliche Großbetriebe. Ein weiterer moderner Anwendungsfall sind so genannte *Auffangtassen* um Erdöltanks herum. Solche Auffangräume werden heute gesetzlich gefordert, um bei undicht gewordenem Tank eine Verseuchung des Bodens und des Grundwassers zu verhindern. Allen diesen offenen Tankbehältern sind die nachfolgend beschriebenen Aspekte bei der Schalenbeulanalyse unter Windbelastung gemeinsam.

Spezifische Schalenbeulprobleme bei offenen Tankbehältern

Da das Eigengewicht des Daches und damit dessen negativer Beuleinfluss entfällt, kann der obere Bereich der Wandung noch dünner ausgeführt werden als bei Tankbehältern mit Dach. Radius/Dicken-Verhältnisse r/t = ungefähr 5.000 (beispielsweise Blechdicke t = fünf Millimeter bei einem Durchmesser d = 2r = 50 Meter) sind keine Seltenheit. Solche extrem dünnwandigen, aber im Verhältnis zu ihrem Radius nicht sehr hohen Kreiszylinderschalen beulen zwar unter orkanartiger Windbelastung ein, weisen aber – man weiß das aus Taifun- bzw. Hurrikan-Erfahrungen – ein *gutartiges* Nachbeulverhalten im Sinne der P-Kurve in Abbildung 5 auf. Konkret bedeutet das, die eingebeulte Wandung bricht nicht zusammen, sondern trägt den extremen Winddruck so lange *überkritisch* (quasi wie eine Reihe gespannter Tücher), bis bei abflauendem Wind die Beulen wieder herausspringen. Die zugehörige Beulform nennen wir wieder „lokales Beulen“ (Abb. 16a). Sie ist dadurch gekennzeichnet, dass der obere Rand kreisförmig bleibt. Das tut er natürlich nur, wenn dort eine ausreichend kräftige Ringsteife angeordnet ist. Anderenfalls träte „globales Beulen“ ein (Abb. 16b), was unweigerlich den Kollaps des Behälters zur Folge hätte.

Das gutartige Nachbeulverhalten wird in manchen, international viel angewendeten Regelwerken für Tankbauwerke, so auch in dem des American Petroleum Institute, verdeckt in Rechnung gestellt, indem kein scharfer Beulsicherheitsnachweis unter orkanartiger Windbelastung gefordert wird.

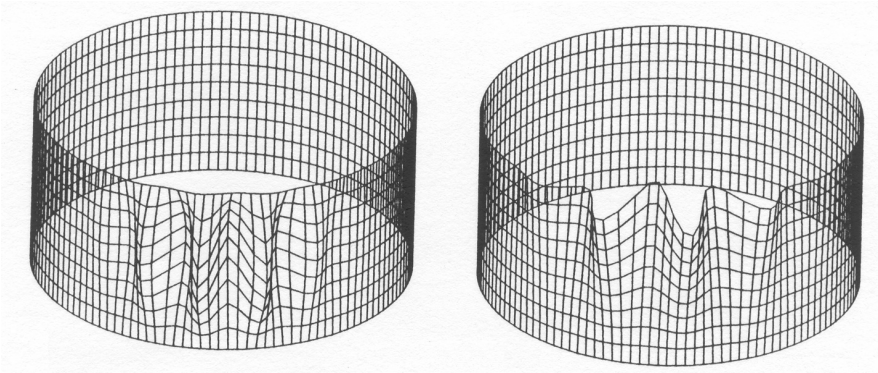
Dafür wird dort aber eine empirische Formel für das erforderliche Mindest-Widerstandsmoment der Randsteife angegeben:

$$W_{RS} \geq 0{,}058 \cdot 10^{-6} \cdot d^2 h. \qquad (8)$$

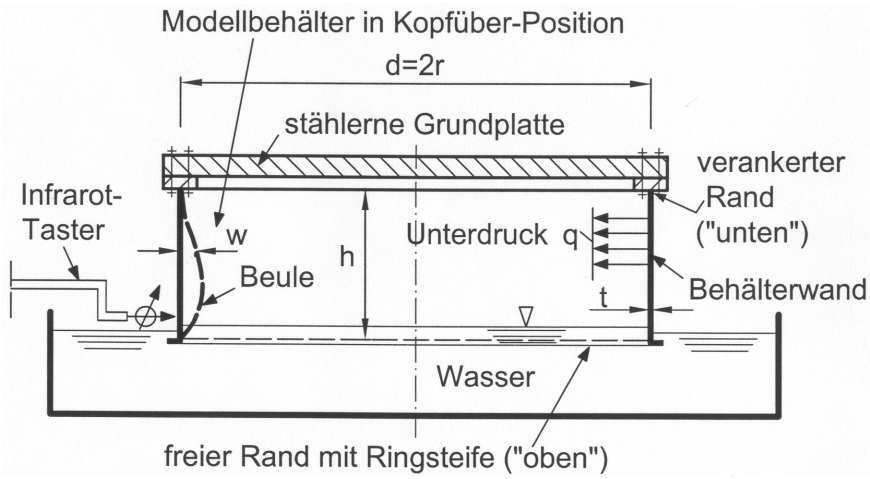
Essener Forschungsbeiträge

Um die bisher eher empirisch basierte Bemessungsstrategie für *extrem dünnwandige, offene Tankbehälter* unter orkanartiger Windbelastung auf eine rationalere Basis abstützen zu können, führten Bernd Binder[18] und Holger Lange[19] mehrjährige experimentelle und numerische Untersuchungen durch. Binder entwickelte zunächst eine spezielle Versuchsanlage für gleichmäßigen (rotationssymmetrischen) Manteldruck. Ihr Grundkonzept geht auf eine Idee von Maria Esslinger aus Braunschweig zurück (Abb. 17). Es besteht darin, dass der Modellbehälter in „Kopfüber-Position" montiert wird und seine offene Seite, das heißt sein freier Schalenrand (unversteift oder ringversteift), wenige Millimeter in Wasser getaucht wird. Dadurch kann mittels Evakuierung des Zylinderinneren die Wandung auf äußeren Manteldruck belastet werden, ohne dabei die Bewegungsfreiheit des Randes (wenn er beulen „möchte") zu behindern. Die Modellbehälter (d = 1000 Millimeter, h = 150 bzw. 500 Millimeter) hatten Wanddicken von t = 0,2 und 0,5 Millimetern. Sie bestanden aus PVC-Folie oder Stahl-Kaltband. Für die Messung der Beuldeformationen musste wegen der extremen Dünnwandigkeit ein *berührungsloses*, opto-elektronisches Messverfahren mit Hilfe eines umlaufenden Infrarot-Reflexlichttasters eingesetzt werden.

Die Versuchsanlage wurde später von Lange für eine „windlastähnliche" Verteilung des Manteldruckes über den Umfang weiterentwickelt. Offene stehende Kreiszylinder unterliegen, wenn sie vom Wind angeströmt werden, einer über den Umfang veränderlichen Manteldruckverteilung. Sie ist durch nach



(16) Berechnete kritische Beulformen stehender offener Kreiszylinderschalen unter Windbelastung: (a) mit starker Randsteife – lokales Beulen, (b) ohne oder mit schwacher Randsteife – globales Beulen.



(17) Schematischer Versuchsaufbau für Nachbeulversuche an offenen kreiszylindrischen Modellbehältern.

(18) Windenergieanlagen auf stählernen Rohrtürmen.

innen gerichteten resultierenden Druck im Luvbereich (Außendruck plus Innensog), nach außen gerichteten resultierenden Druck an den Flanken (Außensog minus Innensog) und Quasi-Nullbelastung im Leebereich (Außensog minus Innensog) gekennzeichnet. Diese Druckverteilung wurde nun im Labor näherungsweise simuliert, indem der Zylinder viertelkreisweise *innerem Unterdruck* (Luvseite), *innerem Überdruck* (Flanken) bzw. *keinem Druck* (Leeseite) ausgesetzt wurde. Versuchstechnisch wurde das durch Evakuieren des luftdicht gegenüber dem übrigen Zylinderinneren abgeschlossenen Luvsegmentes und luftgefüllte PVC-Überdruckkissen an den Flankensegmenten realisiert. Mit dieser Versuchstechnik konnte experimentell nachgewiesen werden, dass das Nachbeulverhalten unter der veränderlichen Winddruckverteilung noch gutartiger ist als unter gleichmäßigem (rotationssymmetrischem) Manteldruck.

Beide Versuchsreihen wurden durch umfangreiche numerische Untersuchungen ergänzt. Sie lieferten die strukturmechanische Erklärung und Untermauerung dafür, warum bei ausreichend versteiftem oberen Behälterrand selbst in sehr dünnen Wandblechen nach Orkanen selten bleibende Beulverformungen gefunden wurden. Es stellte sich auch heraus, dass die empirische Bemessungsformel (8) sich durch ein sinnvolles baustatisches Tragmodell für die Randsteife unterlegen lässt. Außerdem konnte für eine rational fundierte Beulbemessung der sehr dünnen oberen Wandbereiche von offenen Tankbehältern vorgeschlagen werden, den genormten Beulabminderungsfaktor χ_θ für Schalenbeulen unter Manteldruck wie folgt zu erhöhen:

$$\chi_{\theta,erh} = (2.63 - 1.09\ l/r)\cdot\chi_\theta\ . \qquad (9)$$

In dieser Gleichung steht l für den vertikalen Abstand von Ringsteifen. Sind keine Zwischenringsteifen vorhanden, so ist l gleich der Behälterhöhe h. Man erkennt, dass das beobachtete *gutartige* Nachbeulverhalten offenbar nur für niedrige Zylinder bzw. Zylinderabschnitte mit $l < 1.5r$ bzw. $< 0.75d$ gilt[20].

Stahltürme für Windenergieanlagen

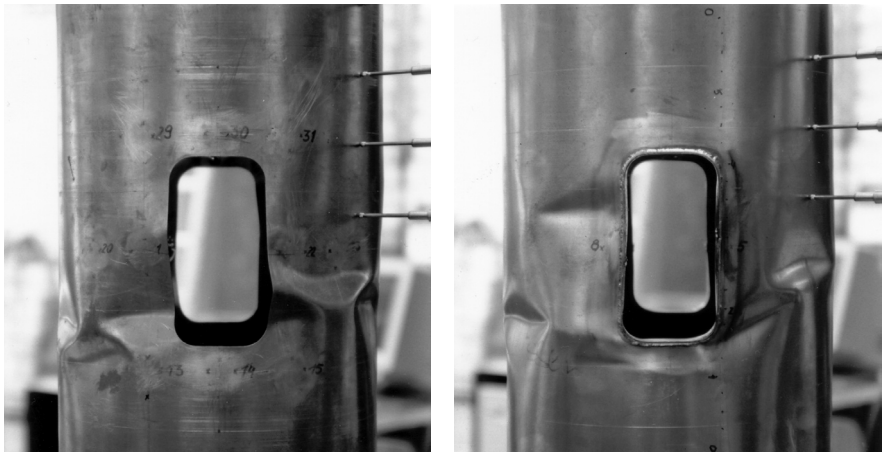
Die Nutzung der Windenergie hat in den letzten Jahren einen rasanten Aufschwung genommen – aus meiner Sicht eine überaus begrüßenswerte Entwicklung. Die Windenergieanlagen (Windräder) stehen meist auf schlanken stählernen Rohrtürmen (Abb. 18). Die bisher ausgeführten größten Höhen liegen bei ungefähr 120 Metern. Vom Tragwerkstyp her sind die Türme einwandigen stählernen Schornsteinen vergleichbar. Die Analogie zu einem überdimensionalen Getreidehalm drängt sich hier noch mehr auf, denn im Gegensatz zum Schornstein, der nur sich selbst zu tragen hat, trägt der Turm am oberen Ende die Windturbine (ähnlich der Ähre des Getreidehalms). Die Belastung des Turms, insbesondere aus Wind, ist also ungleich größer als bei einem Schornstein gleicher Höhe und gleichen Fußdurchmessers. Deswegen muss aus Kostengründen der Rohrquerschnitt über die Höhe so optimiert werden, dass er überall statisch etwa gleich ausgenutzt ist. Das wird erreicht, indem nicht nur die Wanddicke von unten nach oben abnimmt (wie beim Schornstein), sondern auch der Turmdurchmesser. Es entsteht dadurch die typische, leicht konische Form, wie in Abbildung 18 zu sehen.

Wie beim Schornstein ist das Schalenbeulen unter Axialdruckbeanspruchung auf der windabgewandten Seite der bemessungsbestimmende Aspekt – neben der *Werkstoffermüdung*, die aber nicht Thema des vorliegenden Beitrages ist. Der betreffende Grundbeulfall – eine lange, kreiszylindrische oder leicht konische Rohrschale unter Biegung – ist seit langem Stand der Technik und wird vom Tragwerksplaner beherrscht. Es haben sich aber einige windturmspezifische Detailpunkte herausgeschält, für die noch Forschungsbedarf bestand, um nicht nur zu tragsicheren, sondern auch wirtschaftlichen Konstruktionen zu kommen. Zwei von ihnen werden nachfolgend kurz beschrieben.

Spezifische Schalenbeulprobleme in Windenergietürmen

Die konische Turmform bedeutet für die Fertigung, dass jeder einzelne Turmabschnitt (in der Fachsprache: „Turmschuss“ genannt) individuell aus passgenau geschnittenen und in die konische Form gewalzten Grobblechstücken zusammengeschweißt werden muss. Das ist kostenintensiv, allerdings bei den üblichen Durchmessern (etwa drei bis fünf Meter) nicht zu umgehen. Bei kleineren Türmen hat man aber mehrfach versucht, industriell gefertigte und im Stahlhandel „vom Meter“ lieferbare Rohre einzusetzen. Da diese aber kreiszylindrisch sind (also einen konstanten Durchmesser haben), kann die statisch erwünschte Abnahme des Rohrdurchmessers von unten nach oben nur stufenweise realisiert werden, zum Beispiel in Form von drei Abschnitten mit Rohren unterschiedlichen Durchmessers. An den Übergangstellen werden kurze, stark konische Stücke eingeschweißt. Die dadurch bedingte Störung im Kraftfluss muss beim Beulsicherheitsnachweis natürlich berücksichtigt werden, sie stellt quasi eine besonders gravierende Imperfektion dar. Mangels genauer Kenntnisse behilft sich der Tragwerksplaner mit Maßnahmen auf der sicheren Seite, indem er zum Beispiel kostspielige zusätzliche Ringsteifen einzieht, die aber möglicherweise gar nicht nötig sind.

Ähnlich verhält es sich mit dem zweiten hier zu erwähnenden Detailpunkt. Das ist die Öffnung für die Eingangstür am Fuß des Turmes. Die konstruktiv nächstliegende Lösung ist eine einfache umlaufende Ver-



(19) Versuchskörper mit Mantelöffnungen nach Axialdruckbeulversuch:
(a) unversteifte Öffnung, (b) umlaufend randversteifte Öffnung.

steifung des Öffnungsrandes. Nach geltenden deutschen Baubestimmungen müssen aber zusätzliche „vorgebundene“ Längssteifen eingezogen werden, die ebenfalls möglicherweise gar nicht nötig sind.

Essener Forschungsbeiträge

Zur Lösung des ersten Problems hat Peter Swadlo mit seinen schon erwähnten Untersuchungen einen Beitrag geleistet. Abbildung 6b zeigt die kritische Beulform eines typischen konischen Übergangsbereiches zwischen zwei kreiszylindrischen Rohrschüssen unterschiedlichen Durchmessers, der von ihm (neben vielen anderen *zusammengesetzten Schalenformen*) theoretisch und experimentell untersucht wurde. Zwar war die untersuchte Belastung *zentrischer Axialdruck*, jedoch lassen sich die Erkenntnisse auf den partiellen Axialdruckbereich der windabgewandten Seite eines Windenergieturmes übertragen. Swadlo fand heraus, dass in der Regel keine Ringsteifen an den Übergängen erforderlich sind, und er entwickelte Vorschläge, wie der Beulsicherheitsnachweis des gestörten Schalenbereiches sachgemäß geführt werden sollte.

Des zweiten Problems hat sich Dejan Velickov angenommen.[21] Er hat Kreiszylinderschalen mit unversteiften und umlaufend randversteiften *Mantelöffnungen* verschiedener Abmessungen und Formen experimentell und theoretisch untersucht. Um in der Prüfmaschine optimal eindeutige Belastungsverhältnisse zu bekommen, hatten seine aus Ein-Millimeter-Stahlblech hergestellten Versuchskörper jeweils *ein Paar* sich gegenüberliegender Öffnungen und wurden zentrisch auf Axialdruck bis zum Beulen belastet. Abbildung 19 zeigt zwei Versuchskörper aus dieser Reihe. Mit dem an diesen Versuchen validierten nichtlinearen FEM-Berechnungsmodell wurde dann das „richtige“ Öffnungsproblem (also nur *eine* Öffnung, *kein* zentrischer Axialdruck) mit Hilfe von numerischen Parameterstudien analysiert. Ergebnis sind Vorschläge für die Bemessungspraxis. Die Vorschläge betreffen einerseits unversteifte Öffnungen[22], andererseits umlaufend randversteifte Öffnungen. Letztere wurden inzwischen in die neueste Ausgabe der Richtlinie für Windenergieanlagen des Deutschen Instituts für Bautechnik übernommen.

Schlussbemerkungen

Ob das Schalenbeulen nun wirklich ein spannendes Bemessungsproblem ist – das zu beurteilen, bleibt dem Leser überlassen. Für uns, die wir uns in den zurückliegenden 20 Jahren im Fachgebiet Stahlbau der Universität Essen damit beschäftigt haben, war es jedenfalls spannend. Es war vor allem auch deshalb spannend, weil ich vielfältige Gelegenheiten hatte, unsere Forschungsergebnisse im Rahmen deutscher und europäischer Fachgremien mit Kollegen zu diskutieren und in die Entwicklung von Regelwerken für die Baupraxis (wie Normen) einzubringen. Dabei war mir deren fachgerechte und ausführliche Kommentierung und Erläuterung für die Anwender(innen) an der „Front der Tragwerksplanung“ stets ein besonderes Bedürfnis[23,24].

Zu den vielen angesprochenen experimentellen Forschungsprojekten ist noch hinzuzufügen, dass sie ohne engagierte Labormitarbeiter nicht in annähernd der erreichten Qualität hätten realisiert werden können. Übrigens wurden alle Versuchsreihen – über ihre Verwendung in Dissertationen hinaus – ausführlich innerhalb der Reihe „Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen der Universität Essen“ dokumentiert.

Bleibt nur noch eines klarzustellen: Natürlich wurde nicht nur in Essen das Tragverhalten beulender Schalen erforscht, sondern auch an anderen Stellen weltweit – und wird dort auch noch weiter erforscht werden. Die Zielsetzung des vorliegenden Beitrages war, dezidiert die Essener Beiträge herauszustellen. Das ist vor allem deshalb ein Anliegen, weil sich abzeichnet, dass diese Forschungsaktivitäten wohl eine Episode ohne Fortsetzung bleiben werden.

Summary

Steel structures are, because of the steel’s high material strength, relatively slender and thin. That leads, as soon as internal compressive forces are involved in carrying the applied loads, to a pronounced sensitivity to becoming instable. Among the three basic structure types which are capable of taking compressive forces – columns, plates, shells – the latter are optimally stable. However, the

related structural stability problem "shell buckling" is rather complex when it comes to practical design. One indication for the complexity are large discrepancies that are observed between the classical shell buckling theory and the buckling behaviour of real shells, be it in experiments or in structural failures. The superficial reason for the discrepancies are so-called imperfections to which shells are extremely sensitive. The deeper physical reason is the specific theoretical behaviour of shells that have been perfectly idealized and been virtually loaded up to their classical theoretical buckling load: Beyond this critical point they exhibit an "ill-humoured" postbuckling behaviour, i. e. they shed considerable parts of their load. Real imperfect shells have therefore a tendency to buckle under a much lower load than the classical one. Of course, with today's computers this real buckling behaviour is theoretically controllable by means of nonlinear shell theories in combination with the Finite Element Method (FEM). However, for practical design purposes the imperfections must either be known in advance (which is not feasible), or they have to be covered by reasonable assumptions. The field of computer-aided buckling design of steel shell structures is presently still a subject of numerous research efforts all over the world.

Anmerkungen/Literatur

1) Dieses bewusst anschaulich gewählte Beispiel ist unvermeidbar bemessungstechnisch nicht ganz „sauber". Bei dem realen streifenförmigen Druckstab handelt es sich um eine hochschlanke Struktur, die rein elastisch versagt. Die reale Schale dagegen ist eine sehr gedrungene Struktur, deren Versagen vom Werkstofffließen dominiert wird. Wäre sie aus unbegrenzt elastischem Werkstoff, das heißt entfiele die Fließgrenze, so würden die Imperfektionen die Versagensspannung nur auf etwa die Hälfte von 2661 N/mm² herunterdrücken. Bei hochschlanken Schalen geht die Imperfektionsabminderung aber bis auf ein Zehntel herunter.

2) Waeteraere, K.P.: Überprüfung der experimentellen Absicherung der Beulkurve für sehr imperfektionsempfindliche Schalenbeulfälle in der zukünftigen DIN 18800-4 am Beispiel der axialgedrückten Kreiszylinderschale. Diplomarbeit Essen 1988
3) Swadlo, P.: Stabilität zusammengesetzter stählerner Kreiszylinder-Kegel-Schalen unter Axialdruck und Außendruck. Dissertation Essen 2001
4) Teng, J.G.: Buckling of thin shells – recent advances and trends, in: Applied Mechanics Review 4/1996, 263-274
5) Schmidt, H.: Stabilitätsnachweise für Stahlkonstruktionen – Entwicklung, Stand, Ausblick, in: Deutscher Ausschuss für Stahlbau (Hrsg.): Bericht Nr. 20/1996 aus Forschung, Entwicklung und Normung, Köln 1996, 11-23
6) Schmidt, H.: Stability of steel shell structures – general report, in: Journal of Constructional Steel Research 55/2000, 159-181
7) Rotter, J.M.: Advanced computer calculations in the design of shell structures, in: Chan, S.L., Teng, J.G., Chung, K.F. (eds.): Advances in Steel Structures, Proceedings 3rd Int. Conf. Hong Kong, Oxford 2002, 27–42
8) Rotter, J.M.: Guide for the economic design of circular metal silos. London 2001
9) Krysik, R.: Stabilität stählerner Kegelstumpf- und Kreiszylinderschalen unter Axial- und Innendruck. Dissertation Essen 1994
10) Düsing, H.E.: Stabilität längsversteifter stählerner Kreiszylinderschalen unter zentrischem Axialdruck – Theoretische Grundlagen und baupraktischer Beulsicherheitsnachweis. Dissertation Essen 1994
11) Schmidt, H., Kocabiyik, U.: Sustainable steel chimney design for combined heat and power plants, in: N.N.(ed.): Steel in Sustainable Construction, Proceedings Int. IISI World Conf. Luxembourg, Int. Iron and Steel Institute, Luxembourg 2002, 167–172
12) Hautala, K.T.: Buckling of axially compressed cylindrical shells made of austenitic stainless steels at ambient and elevated temperatures. Dissertation Essen 1998
13) Schmidt, H., Hautala, K.T.: Beulstabilität axialgedrückter Kreiszylinderschalen aus austenitischen nichtrostenden Stählen bei normalen und erhöhten Temperaturen, in: Bauingenieur 10/2001, 464–473
14) Stracke, M.: Stabilität kurzer stählerner Kreiszylinderschalen unter Außendruck. Dissertation Essen 1987
15) Düsing, I.E.: Stabilität stählerner ringversteifter Kreiszylinderschalen unter allseitig konstantem Außendruck. Dissertation Essen 1998
16) Winterstetter, T.A.: Stabilität von Kreiszylinderschalen aus Stahl unter kombinierter Beanspruchung. Dissertation Essen 2000
17) Winterstetter, T.A., Schmidt, H.: Stabilität von Kreiszylinderschalen aus Stahl unter kombinierter Beanspruchung, in: Stahlbau 6/2001, 412–418
18) Binder, B.: Stabilität einseitig offener, verankerter, außendruckbelasteter Kreiszylinderschalen unter besonderer Berücksichtigung des Nachbeulverhaltens. Dissertation Essen 1996
19) Lange, H.: Vergleichende Untersuchungen zum Tragsicherheitsnachweis oben offener, randversteifter, kreiszylindrischer Behälter unter Berücksichtigung überkritischer Beultragreserven. Diplomarbeit Essen 1996
20) Schmidt, H., Binder, B., Lange, H.: Postbuckling strength design of open thin-walled cylindrical tanks under wind load, in: Thin-Walled Structures 31/1998, 203–220
21) Velickov, D.: Stabilität stählerner Kreiszylinderschalen mit unversteiften und umlaufend randversteiften Mantelöffnungen unter Axialdruck. Dissertation Essen 2000
22) Velickov, D., Schmidt, H.: Beulwiderstand axialgedrückter Metallkreiszylinderschalen mit unversteifter Mantelöffnung, in: Stahlbau 6/1998, 459–464
23) Schmidt, H., Greiner, R.: Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 4, in: Lindner, J., Scheer, J., Schmidt, H. (Hrsg.): Beuth-Kommentar Stahlbauten, Erläuterungen zu DIN 18800 Teile 1 bis 4, 3. Auflage, Berlin 1998, 333–417
24) Schmidt, H.: Beulsicherheitsnachweise für Schalen nach DIN 18800 Teil 4, E-DASt-Richtlinie 017 und DINV ENV 1993-1-6, in: Kuhlmann, U. (Hrsg.): Stahlbau-Kalender 2002, Berlin 2002, 291–342

Der Autor

Herbert Schmidt (Jahrgang 1936) studierte von 1957 bis 1962 Bauingenieurwesen an der TU Braunschweig, arbeitete drei Jahre als Statiker im Stahlbrückenbau in Mainz, war fünf Jahre Assistent am Institut für Stahlbau der TU Braunschweig und promovierte dort 1970 mit einer Arbeit aus dem Brückenbau. Nach sechs weiteren Jahren als Oberingenieur am gleichen Institut sowie einem zwischenzeitlichen einjährigen Forschungsaufenthalt an der Lehigh University in Bethlehem/USA folgte er Ende 1977 einem Ruf als C3-Professor an die Universität Stuttgart. Dort leitete er im Otto-Graf-Institut (Forschungs- und Materialprüfungsanstalt des Landes Baden-Württemberg) die Abteilung Baukonstruktionen, bis er Mitte 1981 auf die neu geschaffene C4-Professur Stahlbau der Universität Gesamthochschule Essen berufen wurde.
Es folgten zwei Jahrzehnte engagierter und fruchtbarer Lehr- und Forschungstätigkeit in Essen. Einer der Schwerpunkte war die im vorliegenden Beitrag behandelte Schalenstabilität. Unter der Leitung Schmidts entstanden unter anderem 14 Doktorarbeiten und eine große Zahl von Veröffentlichungen und Tagungsbeiträgen. Viele der in Essen erarbeiteten Ergebnisse fanden Eingang in Handbücher, Regelwerke und Normen. 1990 und 1998 weilte Schmidt als Gastprofessor an australischen Universitäten. Seine wissenschaftlichen Leistungen wurden durch Berufung auf ehrenamtliche Positionen in vielen nationalen und europäischen Fachgremien gewürdigt, unter anderem in den Deutschen Ausschuss für Stahlbau als stellvertretender Vorsitzender und in die Arbeitsgruppe Schalenstabilität der Europäischen Konvention für Stahlbau als Vorsitzender. Seit 2001 ist Herbert Schmidt im Ruhestand.

Bernd Baier. Foto: Timo Bobert

Möglichst geringe Mengen leichter, örtlich verfügbarer Baumaterialien und kurze Transportwege reduzieren den Energieverbrauch für die Herstellung von Bauten und sichern so das überleben ihrer Erbauer in der Natur. Warum sollte das in der Technik der Menschen anders sein? Das Prinzip Leichtbau begegnet uns bei natürlichen und technischen Gebilden in vielen Erscheinungsformen; die Ursachen und Gründe für Rohstoff- und/oder Gewichtsersparnis sind jedoch sehr verschieden und wirken sich entsprechend unterschiedlich aus.

Leichtbau mit Membranen

Neue Entwicklungen, Materialien, Konstruktionen

Von Bernd Baier

1. Leichtbau – eine Einführung

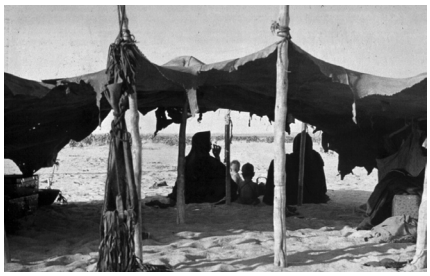
„Mit weniger mehr leisten – das ist die Maxime der Entwicklung in der Natur und in der Technik. Kräftiger und zugleich leichter sein kennzeichnet das gemeinsame ‚Prinzip Leichtbau'". Dies formulierte Frei Otto vor etwa dreißig Jahren in einer seiner Schriften über Leichtbau in Natur und Technik.

Das Prinzip Leichtbau begegnet uns bei natürlichen und technischen Gebilden in vielen Erscheinungsformen, die Ursachen und Gründe für Rohstoff- und/oder Gewichtsersparnis sind jedoch sehr verschieden und wirken sich entsprechend unterschiedlich aus.

Konstruktionen der nicht belebten Natur folgen beispielsweise physikalischen Formbildungsgesetzen. Ihre Gestalt ist grundsätzlich selbstbildend, das heißt die als Folge chaotischer Abläufe entstehenden Formen würden sich beim Zusammentreffen von exakt gleichen Voraussetzungen immer wieder gleich einstellen. Dabei spielt der Materialverbrauch im Allgemeinen keine Rolle, da die Baupläne der nicht belebten Natur nicht auf Leichtigkeit zielen. Im Gegensatz dazu ist in biologischen Systemen Leichtigkeit überall dort zu finden, wo Gewichtsersparnis ermöglichen muss, dass Strukturen fliegen, schwimmen oder sich schnell bewegen können. In Bewegungsabläufen trägt minimiertes Gewicht in Verbindung mit optimierter Formgebung zur Energieersparnis und dadurch indirekt zur Arterhaltung bei. Viele Tierbauten zeichnen sich dadurch aus, dass für ihre Errichtung relativ wenig Arbeit als Produkt aus Kraft und Weg aufgewendet werden muss. Möglichst leichte, recyclierbare Baumaterialien

und kurze Transportwege reduzieren den Energieverbrauch ihrer Erbauer und sichern so ebenfalls ihr Überleben. Warum sollte das in der Technik der Menschen anders sein?

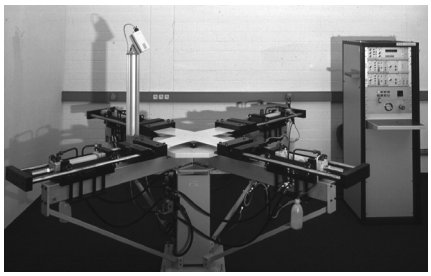
Für die nomadische Lebensweise der frühen Menschen war das Zelt die optimale Bauform (Abb. 1). Ursprünglich aus Häuten oder Fellen, später aus Gelegen oder Geweben von Pflanzenfasern oder Tierhaaren hergestellt, war es rasch auf- und abzubauen, leicht und mit geringem Packvolumen zu transportieren und ohne großen Aufwand an die verschiedensten klimatischen Anforderungen anzupassen. Zelte waren viele Jahrtausende lang die Behausung mit der größten Verbreitung, bis sie durch die Änderung der Lebensform zur Sesshaftigkeit von feststehenden, schweren und damit meist dauerhafteren Bauten ersetzt wurde.



(1) Nomadenzelt aus Ziegenleder, Nordafrika.

2. Neue Entwicklungen

Der französische Konstrukteur Jean Prouvé wandte sich mit seiner Aussage „...wenn die Flugzeuge zusammengesetzt wären wie die Gebäude, würden sie nicht fliegen“ unter anderem an Ingenieure, Architekten und alle anderen an der Gestaltung der menschlichen Umwelt beteiligten Konstrukteure und verwies damit auf die Notwendigkeit des Leichtbaus sowie die damit verbundenen Möglichkeiten der wirtschaftlichen Vorfertigung und der Industrialisierung. In den letzten Jahrzehnten wurde deshalb in der Baubranche nicht nur verstärkt an der Entwicklung und Verbesserung von Konstruktionen aus den bewährten Materialien Holz, Stahl, Beton und Glas gearbeitet, sondern auch an der Weiterentwicklung von Kunststoffen, die sich als Werkstoffe für den Leichtbau und für die wirtschaftliche Umhüllung, bzw. Überdeckung großräumiger, stützenfreier Flächen als besonders geeignet herausgestellt haben. Im Fachbereich Bauwesen der Universität Duisburg-Essen haben sich auch deshalb am Institut für Konstruktive Gestaltung entsprechende Arbeits- und Forschungsschwerpunkte etabliert, die sich unter anderem mit der Entwicklung, dem Entwurf, der Materialuntersuchung und Berechnung von Leichtbaukonstruktionen, dem Textilen Bauen allgemein sowie speziell dem Bauen mit Kunststoffmembranen befassen. Die für Membranbauwerke vorgesehenen



(2) Biaxial-Zugprüfmaschine des Instituts für Konstruktive Gestaltung, Leichtbau der Universität Duisburg-Essen.

Materialien und ihre mechanischen Eigenschaften, wie beispielsweise Kurzzeit-Reißfestigkeit, temperaturabhängiges Dehnungsverhalten, Kriechverhalten oder Nahtfestigkeit können dort in Speziallabors mit geeigneten Prüfmethoden unter anderem monoaxial oder biaxial getestet und bauaufsichtlich zertifiziert werden[1,2] (Abb. 2).

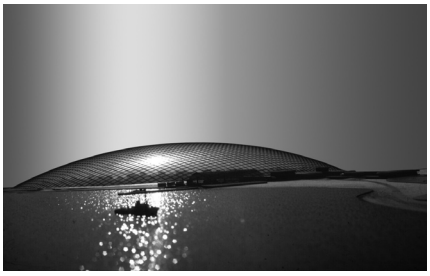
3. Leichtbau, Membranbau und Textiles Bauen

Mit „Leichtbau“ werden im Bauwesen Methoden zur Steigerung der Wirtschaftlichkeit bezeichnet, bei denen durch besondere Baustoffe, Bauweisen und Formen das Gewicht von Baukonstruktionen und damit auch Kosten und Arbeitszeit verringert werden können. Dies wirkt sich besonders bei großen Gebäudehöhen (wie bei Türmen), bei großen Spannweiten (zum Beispiel bei Brücken oder Hallen) und anderen außergewöhnlichen funktionellen Anforderungen aus. In der Biologie versteht man unter dem Begriff „Membrane“ ein dünnes Häutchen, das trennende oder abgrenzende Funktion hat oder aber zur Übertragung von Schwingungen bzw. Zug- oder Druckänderungen dient. In der Bautechnik werden daher dünne, vorwiegend zugbeanspruchte Bauteile wie etwa textilverstärkte, meist aus Kunststoff bestehende Flächengebilde, aber auch Bleche oder Folien aus Metall oder Kunststoffen zusammenfassend als Membranen bezeichnet.

(3a) Millennium Dome, London, 2000.

Die heutigen Anwendungsbereiche von Membrankonstruktionen erstrecken sich vom einfachen Campingzelt für die kurzfristige Wohnnutzung über vorübergehende, auch improvisierte Unterkünfte für Katastrophengeschädigte, Flüchtlinge oder Pilger bis hin zu hochtechnischen mobilen, temporär nutzbaren, dauerhaften Bedachungen, wandelbaren oder weitgespannten Konstruktionen für Lagerung und Produktion, Ausstellung, Versammlung, Kultur oder Sport. Netzartige Gewebe aus Kunststoff oder Stahl werden für Volieren oder Tiergehege eingesetzt, oder folienbeschichtet für Abdeckungen,

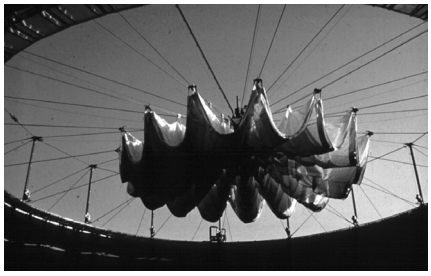
Fassadenelemente oder Überdachungen. Die Nutzungsmöglichkeiten von Membranen sind nicht nur auf den Hochbau begrenzt, sie eignen sich auch zur Verwendung im Tiefbau für Auskleidungen von Klär- und Speicherbecken, zur Abdichtung von Deponien, für den Umweltschutz oder in der Offshore-Technik. Die hervorragenden, schon in der Produktion steuerbaren mechanischen Eigenschaften sowie die relativ gute Beständigkeit gegenüber Chemikalien machen moderne Kunststoffgewebe und -membranen darüber hinaus geeignet für ihre Verwendung als Laminate oder als Armierung in Holz- oder Beton-Verbundkonstruktionen. Viele ermutigende Beispiele lassen erwarten, dass sich die bisherige Anzahl von Anwendungsbereichen noch wesentlich erweitern wird. Früher teilweise diskutierte einschränkende Argumente bezüglich Dauerhaftigkeit, Wärmedämm- oder Schallschutz-Eigenschaften sind heute so nicht mehr gültig, sie lassen sich durch entsprechende konstruktive Maßnahmen unter Anwendung modernster Techniken entkräften.



(3b) Stadt in der Arktis, Studie des IL, Universität Stuttgart, 1976.

4. Grundstoffe und Produkte

Bei manchen Pflanzen oder bei Lebewesen wie Spinnen oder Raupen ist die Herstellung von Fadenkonstruktionen genetisch programmiert, wogegen die Produktion „textiler Flächengebilde“ in der Entwicklungsgeschichte der Menschheit eine relativ späte Errungenschaft ist, die sich erst seit der Jungsteinzeit nachweisen lässt. Die ältesten zeltartigen Bauten bestanden aus Gräsern, Blättern, Fellen, Häuten oder Haarfilzen. Erst nach der Erfindung von Spindel und Webrahmen konnten Gewebe hergestellt werden. Sie bestanden anfangs vor allem aus tierischer Wolle, seit mehr als fünf Jahrtausenden aus Pflanzenfasern wie Flachs oder Hanf, später dann aus Baumwolle, bis schließlich 1938 mit Nylon die ersten vollsynthetischen Faserstoffe entdeckt wurden. Gleichzeitig mit der fortschreitenden Entwicklung weiterer synthetischer Kunststoff-Fasern und Faserprodukte vollzog sich auch der Wechsel von der handwerklichen, kleinmaßstäblichen Fertigung von Geweben bis zu den heutigen, scheinbar grenzenlosen Maßstäben der industriellen Produktion textiler Baustoffe.



(4) Wandelbares Stadiondach über der Arena von Zaragoza, Spanien.

Bis in die Mitte der siebziger Jahre stieg die Produktionskurve von „technischen“ Massen-Kunststoffen durch Verdoppelung alle fünf Jahre, um dann kurzfristig abzuflachen. Nach UN-Angaben produzierten im Jahre 2000 die fünfzehn größten Herstellerländer über 28,2 Millionen Tonnen Kunstfasern auf Zellulose- und Synthetikbasis, woran Deutschland als achtgrößter Produzent mit 0,9 Tonnen beteiligt war. Die Weltproduktion von Chemiefasern erhöhte sich 2002 weiter auf rund 30 Millionen Tonnen. Die Zunahme lag dabei vorwiegend bei der Produktion synthetischer Fasern, deren Anteil an allen Kunstfasern inzwischen bei rund 93 Prozent liegt.

Die heutige Konzentration auf die synthetischen, statt auf die natürlichen Faserstoffe entspringt dem Wunsch, die physikalischen und mechanischen Eigenschaften von Materialien zu vereinheitlichen und an die Forderungen der Konstrukteure und Nutzer von Membrankonstruktionen anzupassen. Vor allem bestimmen Eigenschaften, wie mechanische Festigkeit, Kosten, Flexibilität, Verarbeitbarkeit, Dauerhaftigkeit, UV-Licht- und Chemikalienbeständigkeit, Anschmutz- und Reinigungsverhalten, Brandverhalten, Feuchtebeständigkeit und Umweltverträglichkeit die Wahl der Materialien.

Die hohe Qualität und Beanspruchbarkeit heutiger Membranbaustoffe erlaubt überdeckte Flächen oder freie Spannweiten in Größenordnungen, die praktisch nur noch durch die Baukosten begrenzt sind. Konstruktive Membranen können in Verbindung mit Seilnetz-Verstärkungen oder bogenartigen Stahlrohr-Tragkonstruktionen mit verhältnismäßig geringem Massenaufwand Spannweiten von mehreren hundert Metern, mit pneumatischer Stützung theoretisch sogar bis zu mehreren Kilometern[3] erreichen, eine Leistung, die mit anderen Bauweisen kaum zu bewältigen ist (Abb. 3a, b).

5. Leicht, anpassungsfähig, reaktionsfähig

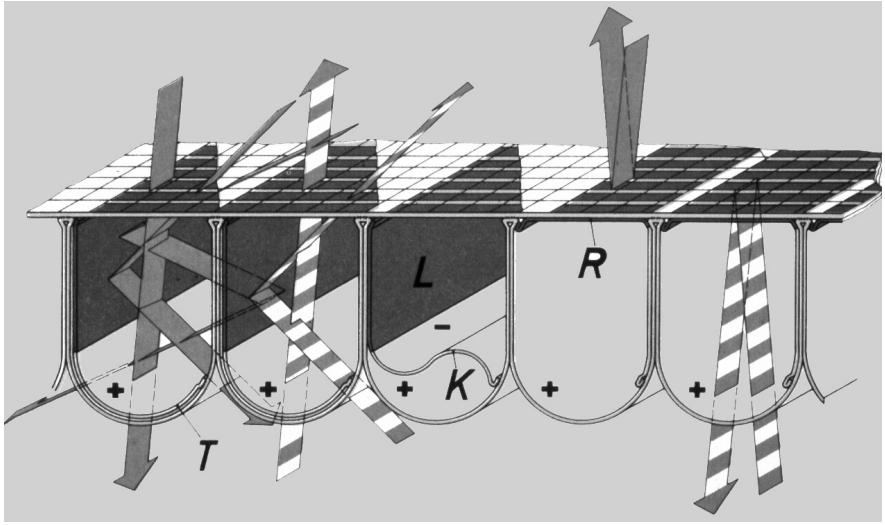
Textile Bauten und Membranbauten können als Serienprodukte vorgefertigt und als „Katalogware” bestellt, oder wie meistens für bestimmte Situationen bzw. Funktionen in Einzelanfertigung hergestellt und montiert werden. So können sie beispielsweise für eine vorübergehende Nutzung bzw. den mehrfachen Auf- und Abbau ausgelegt sein oder für eine ortsgebundene Aufgabe mit permanenter Nutzung. Bei Bauten oder Bauteilen, die für den wiederholten, raschen Auf- und Abbau vorgesehen sind, den so

genannten „Fliegenden Bauten", sind Bauweisen zu beobachten, welche diese Besonderheit der Mobilität berücksichtigen: Zirkus-, oder Ausstellungszelte, Weltausstellungspavillons, Wander- und Pilgerzelte, Rettungs- oder Notunterkünfte sowie Schutzbauten für den Katastrophenfall sind unter anderem Beispiele dafür. Sie müssen besonders raum- und gewichtsparend sein und für ihre Handhabung möglichst wenig Zeit und Energie in Anspruch nehmen, um ihren Zweck optimal erfüllen zu können.

Membranbauten eignen sich außerdem auch wegen ihrer Leichtigkeit und Flexibilität besonders für „wandelbare" Strukturen, das heißt, diese lassen sich wie ein Regenschirm oder ein Cabrioverdeck durch Verwandeln der Form an veränderte Nutzungszustände anpassen. Damit ist eine – im Vergleich zu reinen Holz- oder Stahlkonstruktionen – einfache Veränderbarkeit von Bauten oder deren Teilen möglich, sei sie nur teilweise oder auch vollständig, beispielsweise durch verschiebbare, dreh-, klapp-, kipp- oder raffbare Dächer oder Wände (Abb. 4).

Schließlich sei noch auf eine besondere Form der baulichen Anpassung verwiesen, die in letzter Zeit besonders an Bedeutung gewonnen hat: Die passive oder aktive Reaktionsfähigkeit von Wänden, Fassaden, Fenster- und Dachflächen. Dabei werden konstruktive Vorkehrungen getroffen, die es Bauten oder Bauteilen ermöglichen, physikalische Eigenschaften, wie Lichtdurchlässigkeit, Absorptions- und Reflektionsfähigkeit, Wärme-, aber auch Schalldurchgang zu verändern.

Bei den heutigen Gebäuden, die besonders energiesparend betrieben werden sollen, stellt sich außerdem die Frage, ob durch transluzente, aber weniger wärmedämmende Hüllflächen, die Sonnenenergie gewinnen können, in der Summe mehr Energie eingespart werden kann, als durch eine hochwärmedämmende, opake Hüllfläche, die einen höheren Energiebedarf für zusätzliche künstliche Beleuchtung hat. Lösungen können beispielsweise wandelbare Hüllflächen bieten, die während der Tagesstunden Beleuchtungsenergie sparen und Sonnenenergie gewinnen, zusätzlich aber während der Nacht oder bei niedrigen Außentemperaturen eine erhöhte Wärmedämmung aufweisen. Die nötige Wandelbarkeit und Transparenz solcher Konstruktionen ist auch hier mit Hilfe spezieller Leichtbauweisen erreichbar[4] (Abb. 5a, b).

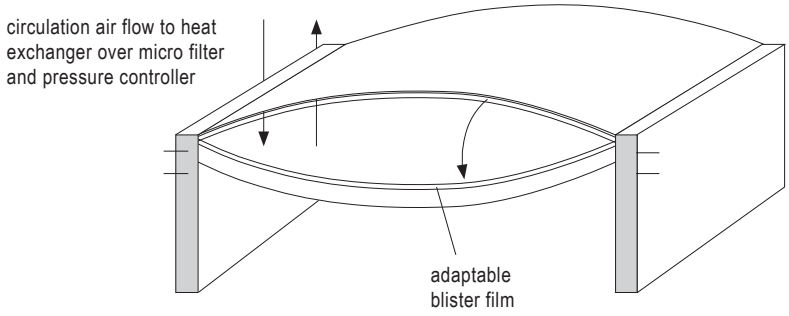


(5a) Wandelbare Wärmedämmung nach Laing.

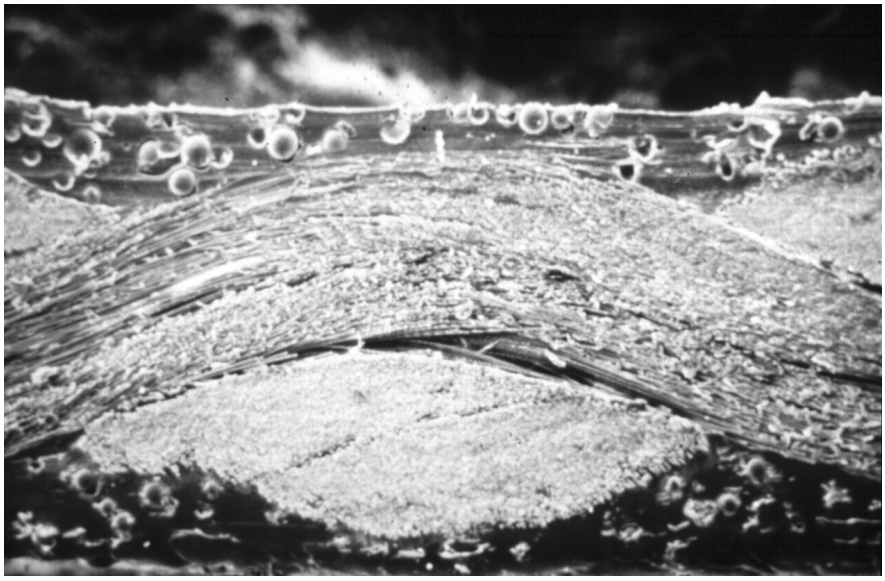
6. Der „Fünfte Baustoff"

6.1. Folien

Für Folien wird aus Kostengründen sowie besonders für kurze Nutzungsphasen häufig das weit verbreitete PVC verwendet, wobei eventuell notwendige Träger- oder Gitternetzgewebe aus Polyesterfasern eines zusätzlichen UV-Schutzes durch Schwärzung bedürfen. Daneben haben sich – trotz des etwas höheren Preises – vor allem wegen ihrer hohen Lichtdurchlässigkeit, ihrer guten UV-Beständigkeit, ihrer thermischen und chemischen Resistenz sowie ihres guten Selbstreinigungsverhaltens Fluorkunststoffe wie PTFE (Polytetrafluorethylen) und ETFE (Ethylen-Tetrafluorethylen-Copolymerisate), FEP und PFA (perfluorierte Polymere), aber auch EPDM (Ethylen-Propylen-Kautschuk) für Folien bewährt. Sie werden für besondere Anwendungen beispielsweise mit Glasfasergewebe verstärkt.



(5b) Pneumatisch wandelbare Wärmedämmung mit Solarenergiegewinnung, Vorschlag Bernd Baier.
Quelle: Baier, B.: Steuerung von Energieströmen bei mehrlagigen Membrankonstruktionen, in: Festschrift Karl Gertis. IRB Fraunhofer Institut, Stuttgart 1998



(6) Mikroskopischer Schnitt durch ein beschichtetes Gewebe.

6.2. Fasern, Fäden, Garne

Technische Flächengebilde, die vorwiegend aus Fasern, Faserbündeln oder aus Garnen bestehen, die durch Zusammendrehen (Zwirnen, Verzwirnen) zweier oder mehrerer Fäden hergestellt werden, bezeichnet man allgemein als Textilien, wobei man je nach ihrem Verbund in Gelege, Geflechte, Gewirke oder Gewebe unterscheiden kann. Für das Bauen mit Textilmembranen wurde ursprünglich Schafwolle, Ziegen- oder Kamelhaar, später und bis in die Neuzeit zum größten Teil Baumwolle verwendet. Die daraus hergestellten Garne hatten im Vergleich mit heutigen synthetischen Produkten wesentlich geringere Festigkeiten, waren schwer und nahmen trotz Imprägnierung relativ viel Feuchtigkeit auf, was sich auch auf die Lebensdauer auswirkte. Sie waren anfällig für Schimmelpilzbefall und Fäulnis, verschmutzten rasch und waren ohne spezielle Brandschutzimprägnierung leicht brennbar. Die heute für das Textile Bauen verwendeten Garne bestehen überwiegend aus Polyester- (PES) oder Glasfasern. Sie erfüllen selbst höchste Anforderungen an mechanische Festigkeit, Entflammbarkeit, UV-Beständigkeit und chemische Beanspruchung. Andere zum Teil neu entwickelte Trägermaterialien wie Aramid-Polyamide (zum Beispiel Kevlar®) oder Kohlefasern (CF) haben hervorragende Eigenschaften, die sie auch für Bauaufgaben geeignet machen, sie werden jedoch aus Preisgründen nur in geringem Umfang für Sonderaufgaben eingesetzt.

6.3. Gewebe

Gewebe bestehen im Allgemeinen aus den zwei Fadensystemen Kette und Schuss. Die einzelnen Fäden sind in einer bestimmten Bindungsart meist rechtwinklig miteinander verkreuzt. Die wichtigsten Grundbindungen sind Leinwand- (auch Leinen- oder Taftbindung), Köper- (meist Kreuzköperbindung) oder Atlasbindung (auch Satinbindung). Der größte Teil der heute für das Textile Bauen verwendeten Gewebe wird in Leinen- oder auch in Panama-Bindung (ähnlich der Leinenbindung, jedoch mit zwei- bis vierfachen Kett- bzw. Schussfäden) bevorzugt aus Polyesterfasern hergestellt, die entweder unbeschichtet, einseitig oder aber vorwiegend beidseitig mit PVC beschichtet werden. Bei gesteigerten Anforderungen an die reduzierte Wasser- und/oder Schmutzaufnahmeneigung der Schnittkanten des Gewebes werden so genannte „Low-Wick“-Garne eingesetzt, die die unerwünschte Docht-Wirkung reduzieren. Die Einteilung der PVC-beschichteten Polyester-Gewebe erfolgt in Europa allgemein entsprechend ihrer Zugfestigkeit und ihrem Flächengewicht vorwiegend in fünf, versuchsweise auch in bis zu sieben Typklassen (Tab. 7). Sie werden bezüglich ihres Brandverhaltens nach DIN 4102 der Baustoffklasse B1 (schwer entflammbar) zugerechnet und haben eine voraussichtliche Lebensdauer von etwa 20 Jahren (Abb. 6).

Bei besonders hoher Beanspruchung durch UV-Strahlung, Temperatur, Feuer oder Chemikalien werden Glasfasergewebe mit beidseitiger PTFE-Beschichtung (Glas/PTFE) bevorzugt. Sie sind nach heutigen Erfahrungen weit mehr als 40 Jahre haltbar, jedoch auch bis zu zehnfach teuerer als PVC-beschichtete Polyestergewebe gleicher Festigkeit. Je nach ihrer Ausstattung vereinen sie die unterschiedlichsten technischen Anforderungen wie Dauerhaftigkeit und Wirtschaftlichkeit, schmutzabweisende bzw. selbstreinigende Eigenschaften, Feuchtebeständigkeit und Brandbeständigkeit. Sie erfüllen nach DIN 4102 die Anforderungen der Baustoffklasse A2, nichtbrennbar. Auch PTFE-beschichtete Glasfasergewebe werden entsprechend ihrer Zugfestigkeit und ihres Flächengewichtes in bis zu fünf Typklassen eingeteilt (Tab. 7). Die gewünschten Qualitätskriterien der jeweiligen Trägermaterialien wie beispielsweise ihre mechanische Festigkeit und Dehnung können aus einem umfangreichen Angebot ausgewählt oder bei größeren Flächen in der Produktion berücksichtigt werden.

6.4. Beschichtungen

Polyestergewebe werden vorwiegend mit einer PVC-Beschichtung versehen, die entweder aufgestrichen (Streichverfahren) oder aufgewalzt wird (Walzschmelzverfahren).
Sie soll das Gewebe gegen Witterungseinflüsse, UV-Strahlung und

Gewebe/ Beschichtung bzw. Folien	Typklasse Dicke	Gesamt-gewicht (g/m^2)	Kurzzeit-Reißfestigkeit (N/5 cm) Kette	Schuss	Bruchdehnung (%) K/S
Polyester/PVC	Typ I	600-800	3000	2900	15/20
	Typ II	900	4200	4000	15/20
	Typ III	1050	5700	5200	15/25
	Typ IV	1300	7300	6300	15/25
	Typ V	1450	9800	8300	15/25
Glasfaser/ PTFE	Typ I	800	3500	3000	3-12
	Typ II	1050	5000	4400	3-12
	Typ III	1250	6900	5900	3-12
	Typ IV	1500	7300	6500	3-12
PTFE-Gewebe unbeschichtet		300-800	≤3880	≤3500	30-40
ETFE-Folien	50 µm	87,5	64 (N/mm^2)	56 (N/mm^2)	450-500
	80 µm	140	58	54	500-600
	100 µm	175	58	57	550-600
	150 µm	262,5	58	57	600-650
	200 µm	350	52	52	600

(7) Beispiele für die Materialeigenschaften von beschichteten, beziehungsweise unbeschichteten Geweben und Folien.

chemische Angriffe schützen. Da die PVC-Beschichtung trotz ihrer Wasser abweisenden Eigenschaften sehr anfällig gegen oberflächliche elektrostatisch oder chemisch bedingte Verschmutzung ist, werden zusätzlich so genannte „Topcoats“ aufgebracht, die entweder als Überzug (als so genannte „Lackierungen“ auf Acryl-, PU- oder Fluorpolymerbasis) auf die Membranoberfläche aufgetragen oder in Form von Folien aufkaschiert oder -gewalzt werden. Zusammen mit Kriterien wie Verschweißbarkeit, Anschmutz- und Reinigungsverhalten oder Schwerentflammbarkeit spielen Beschichtungen mit den entsprechenden Topcoats auch bezüglich der Produktgarantie, bzw. Haftung eine große Rolle. Mit Topcoats vergütete PVC-Beschichtungen haben eine Lebenserwartung von mehr als 20 Jahren, bei Fluorpolymerbeschichteten Geweben ist diese noch wesentlich höher. Vom Produzenten werden deshalb im Allgemeinen für Membranmaterialien aus PVC/PES Garantien bis zu zehn Jahren abgegeben. Für besondere Einsatzbereiche und Anforderungen haben sich speziell modifizierte Polyestergewebe, aber auch Gewebe aus Aramidfasern, Fluorpolymeren oder Kevlar® (Arylamid) mit Beschichtungen aus Fluorpolymeren wie PVDF (Polyvinylidenfluorid), PTFE, PUR (Polyurethan), Silikon oder Polyolefinen mit entsprechend unterschiedlichen Eigenschaften bewährt.

6.5. Umweltschutz

Für die Beschichtung von Geweben gibt es seit einigen Jahren Bemühungen, ökologisch problematische Massenkunststoffe wie PVC mit seinen unbestrittenen, vor allem ökonomischen Vorteilen durch andere Kunststoffe mit geringeren Umwelt-Nachteilen zu ersetzen. Als Alternativen sind Beschichtungen aus Fluorpolymeren wie PVDF oder PTFE, aber auch mit Polyolefinen auf speziellen Polyestergeweben in Entwicklung. Die Praxiserfahrungen sind ermutigend, da sie in die richtige Richtung weisen. Die bisher erreichten Material-Eigenschaften neu entwickelter Beschichtungen sind jedoch teilweise bezüglich der Verarbeitbarkeit, Kratzfestigkeit, Weiterreißfestigkeit des Trägergewebes oder der Kosten im Vergleich mit den bisher bekannten PVC-Beschichtungen noch nicht ganz zufrieden stellend, so dass in diesem Bereich auf PVC bisher nicht ohne weiteres verzichtet werden kann.

Der vollständige Ersatz von PVC als Membranbeschichtungsmaterial wird sich in Zukunft wahrscheinlich dennoch nicht vermeiden lassen. Unabhängig davon muss bis dahin

geklärt werden, was nach Ablauf der Nutzungsphase mit den bisher für Baukonstruktionen eingesetzten Materialien sinnvollerweise geschehen soll. Thermoplastische Membrankomponenten können nach jeder Nutzungsperiode unter bestimmten Voraussetzungen aufbereitet und einer neuerlichen Verwendung im Rohstoffkreislauf zugeführt werden. Dafür haben sich beispielsweise in Deutschland führende Hersteller von PVC-Dachbahnen zusammengeschlossen, um auf modernsten Anlagen mit ausgereiften Verfahren ausgediente Dach- und Dichtungsbahnen zu recyclieren. Wichtige Voraussetzung für das Funktionieren dieser und anderer umweltschonender Rohstoff-Wiedergewinnungsverfahren ist die Logistik, die einschließt, dass die Materialien vorbereitet und in sortiertem Zustand angeliefert werden. Die Anlagen sind für einen möglichen Durchsatz von einer Tonne pro Stunde ausgelegt.

7. Fügetechniken, Verbindungen

Für die Verbindung von Membranelementen steht eine große Auswahl an Fügetechniken zur Verfügung. Ganz allgemein unterscheidet man in lösbare und nicht lösbare Membranverbindungen. Zu den lösbaren Verbindungen zählen Klemmplatten- und geschnürte Stöße mit Ösen und Schlaufen ebenso wie Druckknopf-, Klett- und Reißverschlüsse. Sie werden vorwiegend für Baustellenstöße oder für mehrfach auf- und abbaubare Konstruktionen verwendet. Geklebte, genähte, geschweißte oder kombiniert genähte und geschweißte Verbindungen sind ohne Beschädigung der an der Verbindung beteiligten Membrankomponenten nicht lösbar und auch nicht ohne weiteres wieder zu verbinden. Sie werden meist im Werk hergestellt. Die bekanntesten dieser Verbindungen haben sich in der praktischen Anwendung bewährt und werden laufend verbessert[5].

Schmutz abweisend vergütete, mit Topcoat versehene Membranoberflächen sind auf Grund der gewünschten anti-adhesiven Eigenschaften besonders schwierig zu verbinden. In vielen Fällen müssen die Deckschichten an Verbindungsstellen wie Stößen oder Rändern wieder mechanisch beseitigt werden, um ein Schweißen oder Kleben erst zu ermöglichen. Dies erfordert aufwändige, oft ungenaue und mit Nacharbeit verbundene Arbeitsschritte, die einer vereinfachten industriellen Fertigung widersprechen. Es müssen neue Verbindungen entwickelt werden, die diesen Umweg überflüssig machen. Denkbar sind lösbare Verbindungen, wie Schraubstöße ohne starre Klemmplatten auf der Basis von Klettverschlüssen oder Druckknöpfen in Kombination mit entsprechenden Abdichtungen, oder unlösbare Verbindungen, wie modifizierte Kombinähte als mechanisch verbundene, abgedichtete Stöße.

8. Entwurf, Formfindung, Berechnung, Ingenieurleistung

Membrankonstruktionen können auf Grund der geringen Druck-, bzw. Biegesteifigkeit ihrer Flächen lediglich auf Zug beansprucht werden. Ebene, „plane“ Flächen sind jedoch empfindlich gegenüber Verformung durch äußere Lasten, sie neigen zum Flattern oder zur Bildung von Schnee- und Wassersäcken, was im Extremfall zum Versagen der Konstruktion führen kann. Zur Stabilisierung ebener Flächen wären unwirtschaftlich große Vorspannungen nötig. Formgebungs- und Entwurfsprozess folgen demnach völlig anderen Gesetzmäßigkeiten, als bei anderen, vorwiegend auf Druck und Biegung beanspruchten Tragkonstruktionen. Der besondere Unterschied liegt darin, dass der Formfindungsprozess bei den vorwiegend zugbeanspruchten Membrankonstruktionen weitgehend „selbsttätig“ abläuft. Das heißt, die Form der Membranen nähert sich entweder unter der Voraussetzung gleicher Flächenspannungen innerhalb vorgegebener, geschlossener Randelemente nach physikalischen Gesetzmäßigkeiten an die Form so genannter „Minimalflächen“ an, oder sie wird durch die Veränderung der Randbedingungen, durch das Einfügen zusätzlicher punktförmiger, linearer oder flächiger Stützglieder bzw. durch Vorgabe unterschiedlicher Flächenspannungen beeinflusst. Damit können entweder zweifach gegensinnige (antiklastische) Sattelflächen oder zum Beispiel durch pneumatischen Innendruck wie bei einem Ballon

(8) Montage einer Membranüberdachung über einem Museumssteinbruch in Villmar, Deutschland (Entwurf Bernd Baier).

zweifach gleichsinnige (synklastische) Flächen erzeugt werden. Als Stützmedien zur Erzeugung des Innendruckes sind sowohl Luft oder Gas, Wasser oder andere Flüssigkeiten geeignet, aber auch feste Stoffe in granulöser Form. Das „Erzwingen“ einer frei erfundenen Form muss mit Hilfe zusätzlicher druck- bzw. biegebeanspruchbarer Tragelemente und mit teilweise unangemessen hohem Vorspannungs- und/oder Konstruktionsaufwand erkauft werden. Entsprechend der Beanspruchung ergeben sich demnach Konstruktion und Dimensionierung der Rand-, Abspannelemente und Verankerungen[6].

Die Ermittlung der Form, die Bestimmung der Zuschnittsabmessungen sowie der Ansatz für die lastabhängigen Beanspruchungen der Flächen als Grundlage der statisch-dynamischen Berechnungen wurden noch vor wenigen Jahrzehnten allein auf dem Wege des physikalischen Modellbaus, durch maßstäbliche Übertragung von Abmessungen oder simulierten Verformungen sowie durch Schätzung aus praktischen Erfahrungen gewonnen. Heutige Ingenieurleistungen bedienen sich bewährter elektronischer Berechnungsverfahren zur exakten Bauteil-Dimensionierung und automatischen Zuschnittsermittlung.

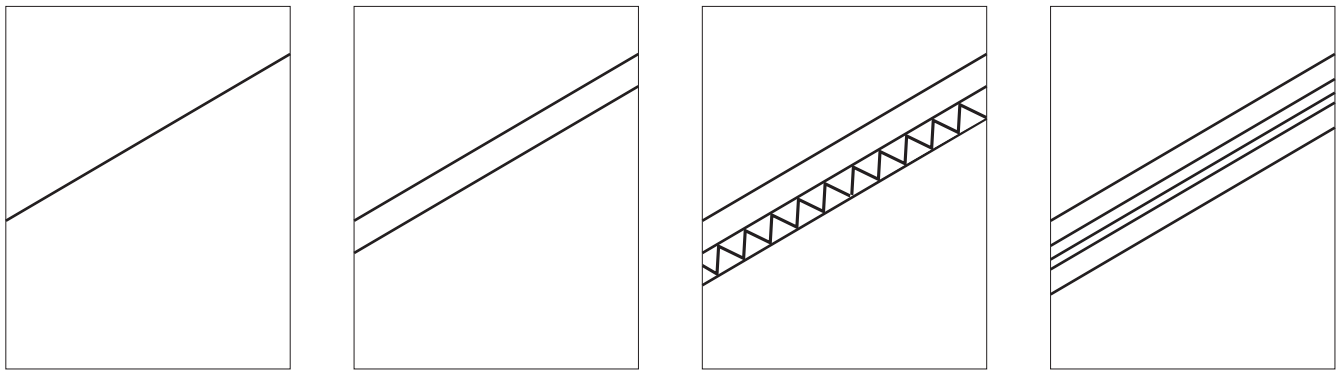
9. Montage, Auf- und Abbau

Die früher üblichen Zirkuszelte wurden – nahezu unabhängig von ihrer Größe – über Nacht „umgesetzt“, das heißt der Auf- und Abbau erfolgte hauptsächlich von Hand innerhalb von wenigen Stunden. Heute werden die fertig konfektionierten (zugeschnittenen und verbundenen), mit Anschlusselementen wie Randseilen, Gurten, Schlaufen und Ösen oder mit Klemmplattenstößen versehenen Membranflächen je nach ihrer Größe innerhalb von Stunden bis zu wenigen Tagen von Spezialfirmen mit Hebezeugen (Kran, Radlader, Gabelstapler) verladen und transportiert. Nach dem Positionieren der einzelnen Elemente werden diese mit Randseilen, Beschlägen und Verankerungen versehen, zwischen die vorbereiteten Abspannpunkte wie Stützen, Ankerpunkte und Fundamente montiert und mit den rechnerisch ermittelten Kräften vorgespannt (Abb. 8). Der Abbau erfolgt sehr rasch in umgekehrter Reihenfolge, die Bauelemente können entweder wiederholt auf- und abgebaut, nach dem Abbau auch teilweise weiterverwendet oder nach deren letzter Nutzung recycliert werden.

10. Bauphysikalische Aspekte

10.1. Wärmedämmung

Wie alle Leichtbauten reagieren Membrankonstruktionen im Allgemeinen auf Grund fehlender Speichermassen sehr rasch auf äußere Energieeinflüsse. Die Wärmedämmeigenschaften einlagiger Membranen sind mit einem gemessenen U-Wert von 5,7 W/m²K nicht ausreichend für dauerhaft temperierte Innenräume nach der Wärmeschutz-Verordnung WSVO. Bei Sonneneinstrahlung entstehen besonders im Sommer durch Umwandlung von Strahlungsenergie in Wärme hohe Temperaturen ober- und unterhalb der Membranflächen, was bei geschlossenen Räumen



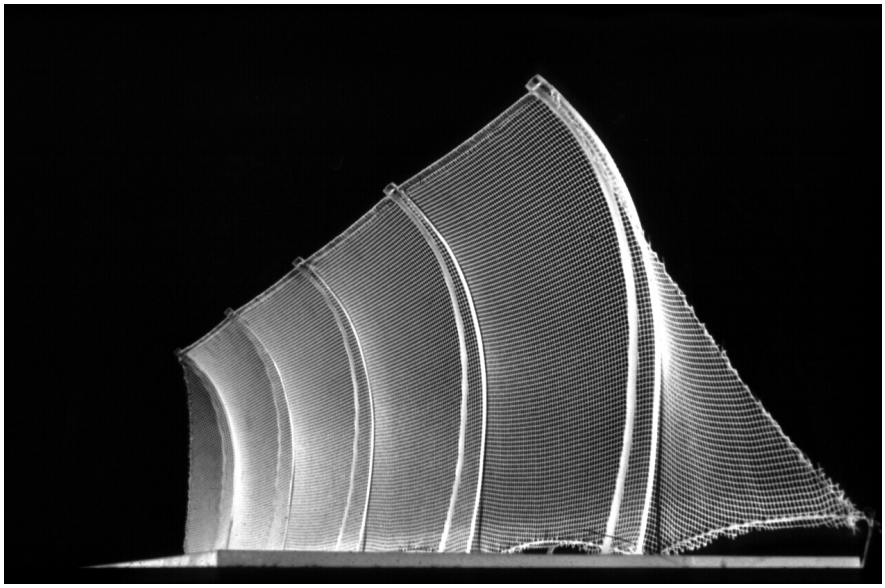
1 2 3 4

(9) Beispiele für die Wärmedämmung von Membranen.

zu einer unerwünschten Aufheizung der Innenluft führt. Niedrige Nacht- oder gar Wintertemperaturen bewirken dagegen durch Wärmeabstrahlung nach außen eine Abkühlung der Innenluft. Temperaturspitzen sind meist nur mit großem Energieaufwand für mechanische Lüftung, Kühlung und Heizung kontrollierbar. Diese systembedingte Besonderheit legt den Schluss nahe, dass Membrankonstruktionen für offene Überdachungen oder für nicht dauerhaft temperierte Räume am besten geeignet sind. Aber auch geschlossene Räume, die gleichmäßig temperiert sein müssen, können entsprechend den heutigen energietechnischen Anforderungen mit speziellen konstruktiven oder klimatechnischen Maßnahmen zufrieden stellend als Membrankonstruktionen ausgeführt werden. Anforderungen an den winterlichen oder sommerlichen Wärmeschutz entsprechend der Wärmeschutz-Verordnung WSVO sind mit geringem technischen Aufwand durch Hüllkonstruktionen aus mehreren Membranlagen mit Luftzwischenräumen oder mit Dämmstofflagen zu erfüllen, wobei U-Werte von 2,7 bis 0,8 W/m²K möglich sind. Durch die Verwendung von lichtdurchlässigen Dämmlagen, wie zum Beispiel aus Blisterfolien oder lichtundurchlässigen, flexiblen Mineralfaserlagen sowie von reflektierenden Zwischenschichten wie in der Weltraumtechnik sind sogar U-Werte bis zu 0,2 W/m²K realisierbar. (Abb. 9)

10.2. Energieeinsparung und -gewinnung

Wegen der teilweise hohen Lichtdurchlässigkeit des Membranmaterials erweisen sich einlagige Folien oder Textilmembranen im Vergleich mit konventionellen Konstruktionen mitunter als besonders vorteilhaft. Da in überdeckten Bereichen zumeist während der Tagesstunden eine künstliche Belichtung entbehrlich ist, sind erhebliche Energieeinsparungen möglich, was sich in der Summe positiv auf den Betriebsenergieaufwand auswirken kann. Es gibt außerdem Entwicklungen, die Lichtdurchlässigkeit mehrlagiger Membrankonstruktionen durch mechanisch, pneumatisch oder elektromagnetisch wandelbare Elemente, durch Gasfüllungen oder auch durch eingeblasenes Granulat je nach Dicke der Membranen und Wellenlänge des Lichts in Bereichen von über 90 Prozent Durchlässigkeit bis zur vollständigen Lichtundurchlässigkeit zu verändern. Durch aktive oder passive Steuerung von Luftströmen können solare Energiegewinne unter oder zwischen den Membranlagen einem Wärmetauscher oder -speicher zugeführt werden und damit teilweise ebenfalls zu einer positiven Gesamt-Energiebilanz beitragen. Diesbezügliche Entwicklungen sind bisher noch nicht über das Versuchsstadium hinaus praktisch eingesetzt worden.



(10) Bepflanzbare Lärmschutzwand aus Membranmaterial (Entwicklung von Bernd Baier).

10.3. Schallschutz

Die Schalldämmwirkung von einlagigen Membranmaterialien ist wegen ihres geringen Flächengewichtes begrenzt, dennoch werden sie in letzter Zeit verstärkt in bestimmten Anwendungsbereichen zur Schalldämpfung oder Schall-Lenkung eingesetzt. Neue Entwicklungen nutzen dabei die Vorteile der elastisch-dämpfenden Eigenschaften schwer beschichteter Gewebe, beispielsweise in der Anwendung für Sporthallentrennwände. Darüber hinaus haben sich sand- oder flüssigkeitsgefüllte Abstandsgewebe, auch mehrlagige Membranmatten mit Mineralwollefüllung oder zusätzlich abgehängte, mikroperforierte Folien bzw. entsprechend präparierte beschichtete Gewebe bewährt, beispielsweise zum Lärmschutz der Nachbarschaft von Discos oder Mehrzweckhallen. Ebenso gut geeignet sind etwa substratgefüllte, bepflanzte Lärmschutzwände um punktförmige Lärmquellen oder entlang emissionsstarker Verkehrswege (Abb. 10).

11. Schlussbemerkung

Die Entwicklung des Leichtbaus der letzten Jahre zeigt, dass bisher nur ein geringer Teil der Möglichkeiten für den Einsatz von Kunststoff-Folien und Membranen ausgeschöpft ist. Die Ansprüche an die Kunststoff-Industrie, die Weber, Beschichter, Konfektionäre, Hersteller von Membranbauzubehör und nicht zuletzt an die Konstrukteure, Ingenieure und Architekten (und ihre Ausbildung) erfordern eine ver-

tiefte Auseinandersetzung und lange Erfahrung mit diesen speziellen Strukturen, die sich für ihren optimalen Einsatz in vieler Beziehung völlig vom Bauen mit massiven, druck- und biegebeanspruchbaren Materialien unterscheiden. Die angedeutete Vielfalt der möglichen Lösungen von Bauaufgaben in Membranbauweise entspricht dem breiten Angebot der auf dem Markt vorhandenen Materialien und erprobten Konstruktionen. Sie macht gleichzeitig das Potenzial zukünftiger Entwicklungen sichtbar.

Die Universität Duisburg-Essen hat im Fachbereich Bauwesen mit dem Institut für Konstruktive Gestaltung und seiner Abteilung Leichtbau seit insgesamt drei Jahrzehnten eine der wenigen, weltweit agierenden Lehr-, Forschungs- und Ausbildungsstätten, die sich unter anderem speziell dem Leichtbau und dem Bauen mit Membranen widmen.

Summary

This article deals with recent developments and materials in lightweight structures with membranes.

In addition to the basic construction materials such as timber, steel and concrete, recent developments have led to the enhancement of glass and synthetic materials. These materials are suitable for lightweight structures and economic surfaces enveloping or sheltering wide span areas with technical membranes. Today, a high level of mechanical properties of membrane material can be obtained so that surface structures with spans of more than 100 metres are realizable. In combination with pre-stressed cable nets or areas with pneumatically stabilized membranes up to some kilometres are feasible in theory, although in practice cost is the deciding factor.

The most frequently used structural membranes in today's building industry are coated on both sides, seldom just on one side, as well as uncoated fabrics or foils with reinforcing fabric especially adapted to specific applications. Mainly PVC-coated polyester fabric is used as membrane material. However, for extremely high requirements, nowadays more and more fluorpolymer- or silicon-coated fiberglass fabric is being applied. For foils, mainly fluoric polymers are preferred due to their thermal and chemical stability as well as their good self-purification properties. In most cases, mesh- or web-reinforcement in polyester requires special UV-protection. The material is being selected on the basis of properties such as mechanical strength, cost, flexibility, processability, durability, resistance to UV light as well as chemicals and humidity, fouling behavior, cleaning and fire, as well as ecological and environmental aspects.

Multi-layer membrane constructions theoretically render the possibility of altering the translucency from over 90 % down to complete opaqueness by using mechanic, pneumatic or electromagnetic convertible membrane elements, or by the filling of gas or insufflation of granulate material depending on the thickness of the membrane. Membrane constructions with adequate heat insulation (with U-Values between 2.7 and 0.8 W/m²K) can be easily obtained by using one or more membrane layers. To realize U-Values up to 0.2 W/m², translucent insulation e.g. "blister foils" or layers of photoresisting mineral fiber insulating material as well as reflecting layers can be used. Besides, by directing – actively or passively – airflow under or between the membrane layers, gains of solar energy may effect a positive total energy balance.

Anmerkungen

1) Saxe, K., Kürten, R.: Zur Temperaturabhängigkeit des Kraft-Dehnungsverhaltens PTFE-beschichteter Glasgewebe bei üblichen Verarbeitungstemperaturen, in: Bauingenieur 67/1992, 291–296
2) Koenen, R.: Biaxiales Dehnungsverhalten Technischer Membranen, in: Membranwerkstoffe für Textile Bauten. Haus der Technik, Essen 1993
3) IL 2, Institut für leichte Flächentragwerke: Projektstudie Stadt in der Arktis, Stuttgart 1974
4) Baier, B.: Steuerung von Energieströmen bei mehrlagigen Membrankonstruktionen. in: Festschrift Karl Gertis. IRB Fraunhofer Institut, Stuttgart 1998
5) Bubner, E.: Membrankonstruktionen Verbindungstechniken. Essen 1997
6) Baier, B.: Kriterien für das systematische Konstruieren von Membrankonstruktionen; in: Bauen mit Textilien, 4/1999, 6–9

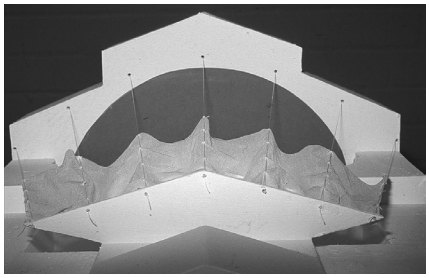
Literatur:

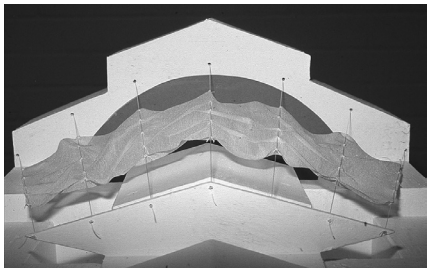
– IL 2, Institut für leichte Flächentragwerke: Projektstudie Stadt in der Arktis, Stuttgart 1974
– Saxe, K., Kürten, R.: Zur Temperaturabhängigkeit des Kraft-Dehnungsverhaltens PTFE-beschichteter Glasgewebe bei üblichen Verarbeitungstemperaturen, in: Bauingenieur 67/1992, 291–296
– Koenen, R.: Biaxiales Dehnungsverhalten Technischer Membranen, in: Membranwerkstoffe für Textile Bauten. Haus der Technik, Essen 1993
– Bubner, E.: Membrankonstruktionen Verbindungstechniken. Essen 1997
– Baier, B.: Steuerung von Energieströmen bei mehrlagigen Membrankonstruktionen. in: Festschrift Karl Gertis. IRB Fraunhofer Institut, Stuttgart 1998
– Baier, B.: Neue Entwicklungsansätze und Ziele im Membranbau, oder: Nachdenken über Membrankonstruktionen? Vordenken! in: Baukultur 2/1999, 6–8
– Baier, B.: Kriterien für das systematische Konstruieren von Membrankonstruktionen; in: Bauen mit Textilien, 4/1999, 6–9
– Baier, B.: Ist Leichtbau schwer? – Perspektiven der Membranbauweise. in: VfA Profil 3/2000, 24–27
– Baier, B.: Textiles Bauen und Membranbau – Marktübersicht; in: Das Architekten-Magazin 6/2000, 33–39
– Baier, B.: Synergetik – Das erweiterte Prinzip Leichtbau. in: Baier, B. u.a. (Hrsg.): LeichtBauKunst, symposium interdisziplinär, Universität Essen, Essen 2001, 139–147
– Baier, B.: Transluzente Strukturen, in: Baier, B. u.a. (Hrsg.): Transparenz und Leichtigkeit, symposium interdisziplinär, Universität Duisburg-Essen, Essen 2003, 163–175

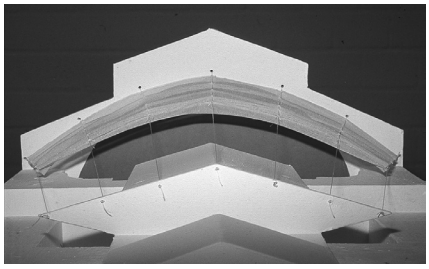
Der Autor

Bernd Baier wurde in Österreich geboren, absolvierte eine Ingenieurschule für Hoch- und Tiefbau, studierte an der Technischen Hochschule in Graz Architektur, wo er 1971 auch diplomierte. Er arbeitete als selbstständiger Architekt in Österreich und Deutschland. Ab 1974 war Baier Wissenschaftlicher Mitarbeiter bei Professor Frei Otto am Institut für Leichte

Flächentragwerke IL der Universität Stuttgart und 1976 Wissenschaftlicher Assistent an der Universität in Essen im Fachbereich Bauwesen, Fachgebiet Konstruktive Gestaltung. Er promovierte 1981 über den Energieaufwand von Baustrukturen. 1983 wurde Baier als Professor an die Fachhochschule Aachen berufen und vertrat dort die Fächer Ingenieurhochbau und Baukonstruktion sowie seit 1994 auch das Lehrgebiet Baustrukturen. Er war in verschiedenen Selbstverwaltungsgremien der Hochschule tätig und leitete das Labor für Experimentelle Baukonstruktionen zur Entwicklung und Erforschung von leichten, energiesparenden und umweltschonenden Architekturformen. 1997 erhielt Bernd Baier eine Berufung an die Universität in Essen und vertritt seither im Fachbereich Bauwesen das Fachgebiet Konstruktive Gestaltung und Leichtbau.
Schwerpunkte seiner Arbeit sind ganz allgemein die Entwicklung und Untersuchung rohstoff- und energiesparender Baukonstruktionen, speziell der Entwurf, die Formfindung und Konstruktion von Leichtbaustrukturen, wie Membranen, Seilnetze, Gitterschalen, Schalen und Stabwerke. Baier experimentiert und konstruiert mit hochtechnischen Materialien wie Kunststoffmembranen, Glas und Stahl, aber ebenso mit Recyclingmaterial, Lehm und natürlichen, nachwachsenden Baustoffen wie Holz und Bambus.







(11-13) Drei Phasen einer vollautomatisch auf- und abbaubaren Überdachung der Freilichtbühne des Passionsspielhauses Oberammergau.
Quelle: Wettbewerbsentwurf Bernd Baier

Renatus Widmann. Foto: Timo Bobert

Abfallwirtschaft und -technik ist eine Ingenieurdisziplin, die sich, ähnlich wie die Medizin, mit schwierigen, ja, sogar unangenehmen Fragestellungen beschäftigt. Die Probleme sind oft nur durch unkonventionelle und vor allem interdisziplinäre Ansätze zu lösen. Gerade diese Rahmenbedingungen verleihen dieser Ingenieurdisziplin eine fesselnde Spannung.

Mehr als Müll

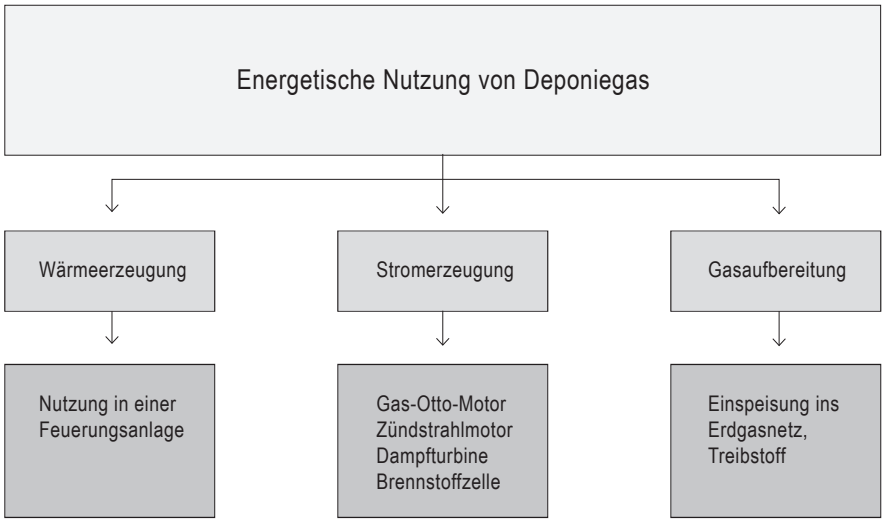
Abfallwirtschaft in Essen

Von Martin Denecke, Christian Felske und Renatus Widmann

Abfall muss weg, ist wertloser Müll, unhygienisch und stinkt. Die wissenschaftliche Auseinandersetzung mit dem Stoff, der ganz am Ende eines Produktlebenszyklus steht, dem keine Wertschätzung widerfährt, lohnt durchaus! Ein Rückblick auf unsere letzten Forschungsjahre zeigt, dass Abfallwirtschaft – besonders im Ruhrgebiet – notwendig, ja sogar wertschöpfend ist. Historisch und organisatorisch sind in Deutschland Abfallwirtschaftler meist dem Bauingenieurwesen zugeordnet, inhaltlich bewegen sie sich zwischen Ingenieur- und Naturwissenschaften.

Abfallwirtschaft in Essen

Abfallwirtschaft impliziert Kreislaufdenken, das im Kreislaufwirtschaftsgesetz seit 1996 ein rechtliches Fundament gefunden hat. Abfallwirtschaft ist ohne Abfalltechnik undenkbar, die Planung und technische Umsetzung ist eine klassische Ingenieuraufgabe. Dies war nicht immer so. Die historische Abfallwirtschaft war eher hygienisch und landwirtschaftlich motiviert. Im 5. Buch Moses ist folgende Anweisung niedergeschrieben: „*Und Du sollst einen Ort außerhalb des Lagers haben wohin Du gehst zur Notdurft der Natur. Und Du sollst ein Schäuflein am Gürtel tragen, und wenn Du gesessen bist, sollst du ringsum graben und mit Erde bedecken, was von dir gegangen, und wovon du erleichtert worden, und soll also dein Lager heilig sein und nichts unflätiges darin gesehen werden, auf dass der Herr dich nicht verlasse*.“ Hier wird vor allem das ursächliche Hygieneprinzip und die Deponierung als Abfallbehandlungstechnik deutlich. Hinweise auf eine Nutzung werden hier nicht gegeben. Nicht deponierter organischer Abfall war trotzdem immer schon Rohstoff im Rahmen einer landwirtschaftlichen Kreislauf-



(1) Verfahren zur energetischen Deponiegasnutzung.
Quelle: Widmann, 2000

wirtschaft und ist es bis heute weltweit geblieben.

Die industrielle Revolution führte im Ruhrgebiet zu einer massiven Verdichtung der Bevölkerung, Siedlungsstruktur und Industrie mit einem völlig veränderten Spektrum an Abfallstoffen. Die Produktion von Nahrungsmitteln sowie die Entsorgung oder Verwertung der entsprechenden Reste wurden zunehmend geografisch entkoppelt. Die Böden vieler Nahrungsmittelproduzenten wie beispielsweise im mediterranen Raum verarmen organisch, während Ballungszentren Probleme mit einem Überangebot an organischen Abfällen aufweisen.

Organik in deponiertem Siedlungsabfall verursacht in Deponien folgende Probleme:

– Sickerwasser,
– Geruch,
– Gas und
– Setzungen.

Im Ruhrgebiet existieren eine Vielzahl von „klassischen“ Siedlungsabfalldeponien sowie einige industrielle Monodeponien wie zum Beispiel Halden. In Folge der Verdichtung und der wirtschaftlichen Aktivitäten war im Ruhrgebiet frühzeitig eine Triebfeder zur Entwicklung von entsprechenden Entsorgungstechniken gegeben. Eine der ersten deutschen Müllverbrennungsanlagen stand in Essen; zahlreiche Techniken zur Behandlung von Abwässern und Schlämmen wurden im Ruhrgebiet entwickelt.

Der Fokus der hiesigen Abfallwirtschaft liegt auf der biologischen Abfallbehandlung und den thematisch damit zusammenhängenden Randgebieten sowie der vorsorgenden Abfallwirtschaft.

Organische Abfälle können aerob (mit Sauerstoff) oder anaerob (ohne Sauerstoff) behandelt werden. Die aerobe Behandlung (Kompostierung) ist eine relativ einfache verlässliche Technik, die sich zur Behandlung organischer Abfälle gut eignet. Anaerobverfahren (Faulung) haben den Vorteil der Energieerzeugung durch das entstehende Biogas. Gleichwohl gibt es bei Biogasanlagen noch Forschungsbedarf. So existieren zurzeit keine Sensoren, die den biologischen Zustand des Reaktors (Faulraum) zeitnah widerspiegeln. Die Biogastechnologie besitzt ein bedeutendes Wachstumspotenzial, da die Reststoffbehandlung mit der Erzeugung von Energie und Kompost zur Bodenverbesserung gekoppelt ist. In Ballungszentren machen Biogasanlagen zur Behandlung organischer Abfälle doppelt Sinn. Sie eignen sich besonders für die Behandlung der dort anfallenden sehr wasserhaltigen organischen Abfälle. Durch ihre geschlossene Bauweise und die Verbrennung des geruchsintensiven Biogases werden Geruchsbelästigungen weitgehend vermieden. Im Ruhrgebiet sind einige Biogasanlagen entwickelt und installiert worden; nun ist es an der Zeit, Regelstrategien hierfür zu entwickeln.

Nachfolgend wird an den drei Themen

– biologischer Abbau von Deponiegasen,
– Essigsäure zur Steuerung von Biogasanlagen,
– spezielle Probleme der Schlamm- und Abwasserbehandlung

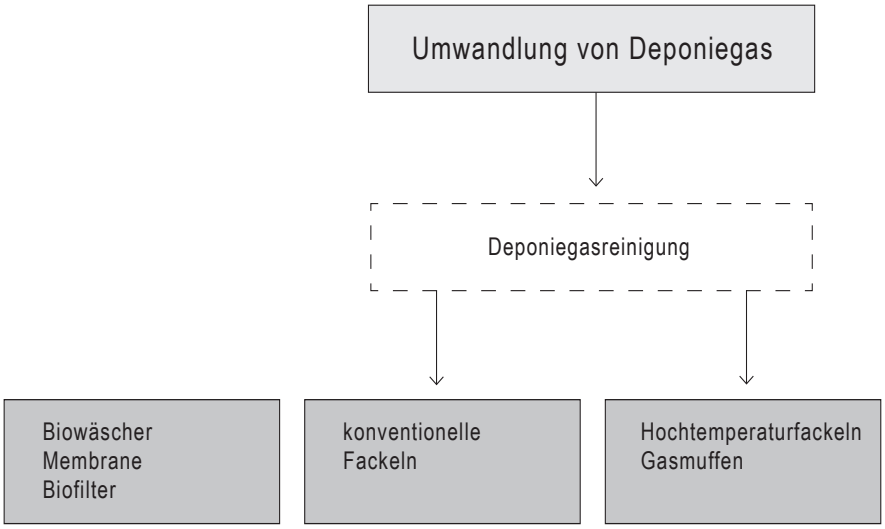
die Problemstellung, Vorgehensweise und Lösung vorgestellt.

Biologischer Abbau von Deponiegasen

Die Deponierung ist, weltweit betrachtet, das gängigste Entsorgungsverfahren für Abfälle, deren weitere Behandlung und Verwertung weder wirtschaftlich noch technisch durchführbar ist. Etwa 90 bis 95 Prozent der weltweit erzeugten Abfälle werden zurzeit auf Deponien abgelagert. Die auf Siedlungsabfalldeponien abgelagerten Abfälle bestehen aus einem Gemisch von organischen und anorganischen Feststoffen, die mit verschiedenen Wassergehalten inhomogen im Deponiekörper verteilt sind. Je nach Zusammensetzung, Wassergehalt und Verdichtung der Abfälle kommt es zu aeroben und anaeroben biologischen Umsetzungsprozessen. Beim biologischen Abbau organischer Substanz unter anaeroben Bedingungen entsteht Deponiegas, das zu etwa gleichen Teilen aus Methan und Kohlendioxid besteht. Die genaue Zusammensetzung des Deponiegases hängt vom Alter der Deponie und der Zusammensetzung der Abfallstoffe ab. Problematisch ist vor allem das Methan, das zum einen klimawirksam und zum anderen – in bestimmten Konzentrationen – auch explosiv ist.

Die Klimawirksamkeit eines Stoffes wird anhand seines Treibhauspotenzials (Global Warming Potential, GWP), festgelegt. Methan

hat dabei eine atmosphärische Verweilzeit von etwa 12±3 Jahren. Für einen Zeithorizont von 20 Jahren besitzt Methan ein 56fach höheres GWP als Kohlendioxid. Verlängert sich der betrachtete Zeitraum auf 100 bzw. 500 Jahre, so sinkt das GWP auf den 21- bzw. 6,5fachen Wert im Vergleich zu Kohlendioxid. Methan entsteht überall dort, wo Organik ohne Sauerstoff biologisch abgebaut wird, so etwa im Verdauungstrakt von Wiederkäuern und Insekten, in Deponien, Reisfeldern oder in der Tundra. Deponien stellen weltweit eine der Hauptemissionsquellen für Methan dar. Deshalb stehen Fassung und Behandlung von Deponiegas im Vordergrund der Deponietechnik.



(2) Möglichkeiten der Deponiegasumwandlung.
Quelle: Felske 2003

Entgasungssysteme von Siedlungsabfalldeponien

Entgasungssysteme von Deponien dienen der Erfassung und Ableitung aller gasförmigen Emissionen einer Deponie. Die vollständige Erfassung ist technisch nicht realisierbar, da anfangs schon beim Einbau der Abfälle Gase entweichen. Später, wenn die Deponie durch Abdichtungssysteme gesichert ist, gelangen immer noch (kleine) Mengen Deponiegas nach außen.

Einrichtungen zur Entgasung müssen zahlreichen sicherheitstechnischen Gesichtspunkten genügen. Direkte Gefahren sind durch Ersticken, Verpuffung und Explosion gegeben, Belästigungen ergeben sich durch Gerüche. Manchmal können die Gaskonzentrationen an der Deponieoberfläche so hoch sein, dass es zu Pflanzenschädigungen kommt. Das Rohrsystem muss auf Grund des Kondensatwassers stets entwässerbar sein. Der Eintritt von Sauerstoff stört den anaeroben Abbau in der Deponie und kann zu explosiven Gemischen führen. Deshalb muss das System vor Lufteinbrüchen geschützt werden. Das Material der Entgasungssysteme muss den zu erwartenden chemischen, physikalischen und biologischen Belastungen dauerhaft standhalten. Physikalische Belastungen ergeben sich durch Auflasten in Verbindung mit hohen Temperaturen im Deponiekörper (bis zu 80°C). Chemische Angriffe sind aus den Gas- und Sickerwasserinhaltsstoffen sowie den sehr aggressiven Kondenswässern der Deponiegase zu erwarten. Biologische Belastungen erfolgen durch die im Deponiekörper auftretenden Mikroorganismen. Die Funktionsfähigkeit des Entgasungssystems sollte so lange gewährleistet werden, wie mit Deponiegas in relevanten Mengen gerechnet wird.

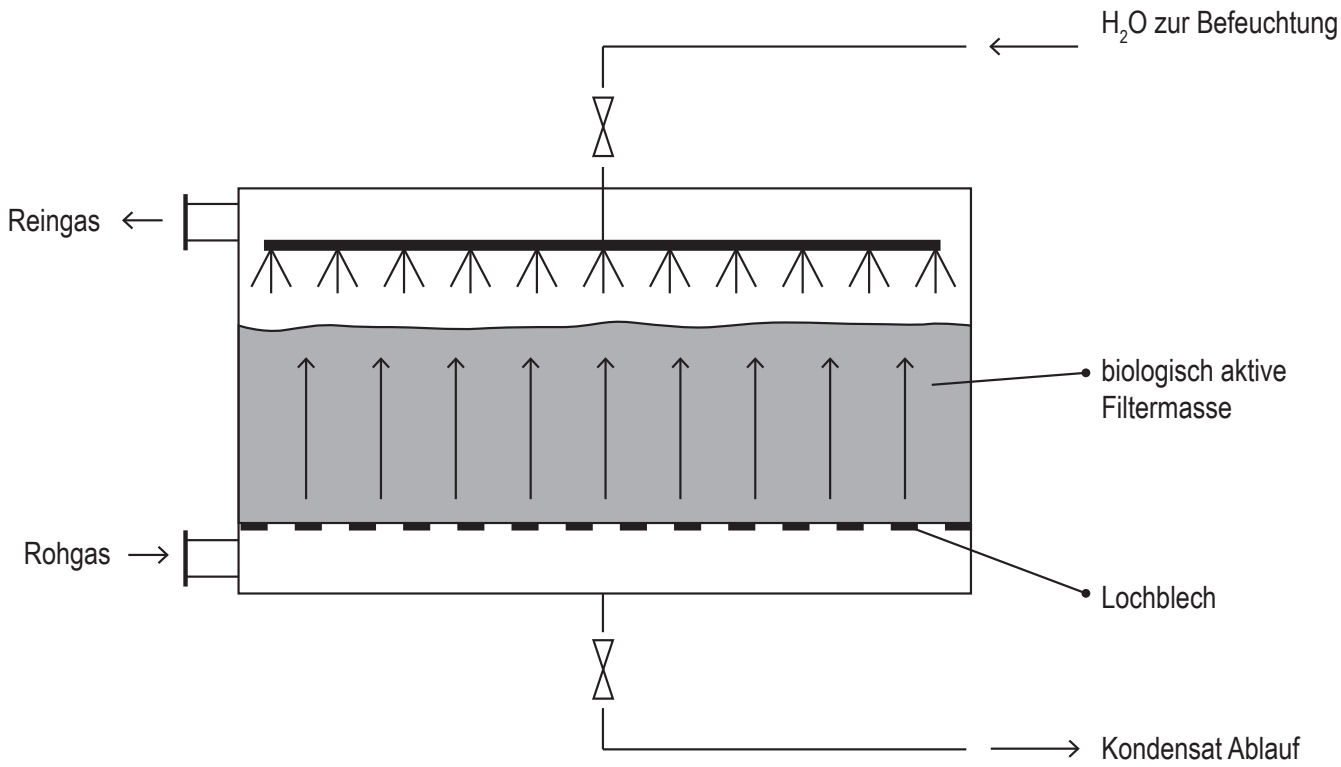
Prinzipiell werden aktive und passive Entgasungssysteme unterschieden. Eine ausreichende Gaserfassung von Siedlungsabfalldeponien ohne Abfallvorbehandlung ist in der Regel nur mit relativ aufwändigen, aktiven Entgasungssystemen zu erreichen. Hierbei wird das Gas mittels Unterdruck aus der Deponie gesaugt. Folgende Anlagenteile sind Merkmale der aktiven Deponieentgasung:

– Gaskollektor,
– Gassammelleitung,
– Gassammelstelle,
– Entwässerungseinrichtung (Kondensatabscheidung),
– Gasansaugleitung,
– Gasfördereinrichtung,
– Aggregathaus,
– Gastransportleitung,
– Gasfackeleinrichtung,
– Maschinenhaus.

Passive Entgasungssysteme, bei denen das entstehende Deponiegas durch seinen Eigendruck entweicht, wurden bisher nur im Zusammenhang mit Sonderfällen, wie Altdeponien mit sehr geringem Gasaufkommen, gebaut. Einen weiteren Anwendungsfall für passive Entgasungssysteme bilden die zukünftig zu errichtenden Deponien, auf denen mechanisch-biologisch vorbehandelter Abfall deponiert wird. Abfälle, die biologisch vorbehandelt wurden, haben eine weitaus geringeres Deponiegaspotenzial als nicht vorbehandelte Abfälle. Herkömmliche Gaserfassungs- und Verwertungssysteme stoßen an ihre technischen Grenzen und erweisen sich als unwirtschaftlich.

Deponiegasbehandlung

Die Nutzung von Deponiegas kann nur als positive Begleiterscheinung der Deponiegasfassung angesehen werden. Vorrangiges Ziel der Entgasung von Abfalldeponien bleibt die Verhinderung von Schadstoffemissionen und die Abwehr von Gefahren und Belästigungen durch Deponiegas. Die Möglichkeit der Deponiegasnutzung vor der Umwandlung ist in erster Linie



(3) Biofilter zur Deponiegasreinigung.
Quelle: nach Bardtke und Fischer, 1986

vom Deponiegasanfall und den Methankonzentrationen abhängig. Mit der energetischen Nutzung des Deponiegases kann ein Teil der im Abfall enthaltenen Energie verwertet werden. Die in Abbildung 1 dargestellten Verfahren zur energetischen Deponiegasnutzung sind denkbar.

Zur Umwandlung von Deponiegas kommen die in Abbildung 2 gezeigten Verfahren und Varianten in Frage.

Biologische Reinigungsverfahren werden meist nur für den geruchlich relevanten Anteil am Deponiegas angewandt. Bei den Geruchsstoffen handelt es sich um zahlreiche Spurenstoffe, die in der Regel aus schwefel- und stickstoffhaltigen organischen Verbindungen bestehen und deren Konzentrationen in zum Teil äußerst niedrigen Bereichen liegen. Abbildung 3 zeigt einen Biofilter zum Abbau von Geruchsstoffen.

Das Rohgas gelangt von unten durch perforierte Loch- oder Schlitzplatten in das eingebaute Filtermaterial. Durch die sich hier ansammelnden Mikroorganismen wird das Deponiegas gereinigt und gelangt im oberen Bereich aus dem Filter heraus. Das Filtermaterial kann wahlweise zur Erhaltung von bestimmten Milieubedingungen technisch befeuchtet werden. In manchen Fällen wird das eingesetzte Wasser rezirkuliert wieder auf das Filtermaterial gegeben (hier nicht dargestellt). Wie oben bereits erwähnt, werden dabei Schwefelwasserstoffe und störende organische Verbindungen abgebaut. Der Methananteil des Deponiegases kann ebenfalls biologisch zu Kohlendioxid und weiteren Reaktionsprodukten abgebaut werden.

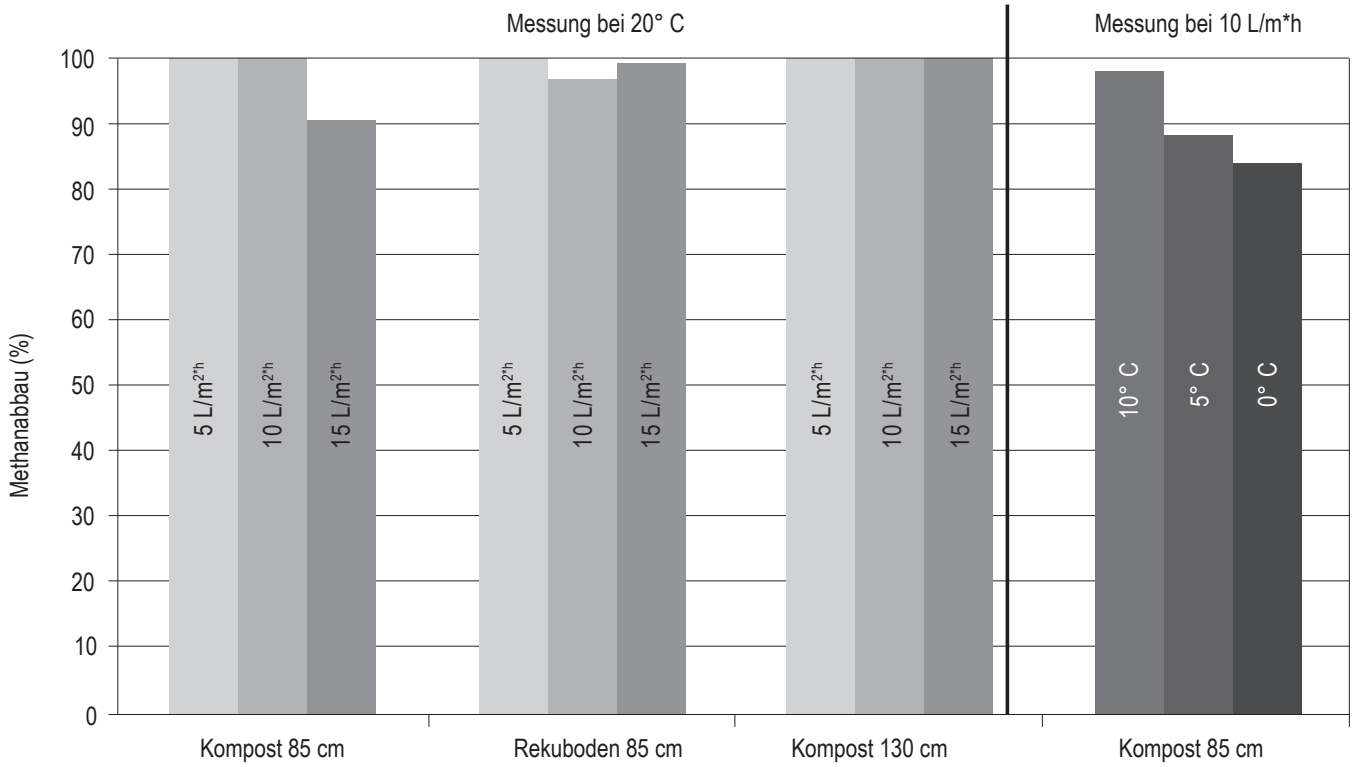
Einsatz der biologischen Methanoxidation auf Siedlungsabfalldeponien

Die Oxidation von Methan ist ein Prozess des natürlichen Kohlenstoffkreislaufes. Die Methanoxidation findet vor allem in aquatischen Ökosystemen und Böden statt und hindert das im anaeroben Milieu gebildete Methan am Übertritt in die Atmosphäre. Durch die Methanoxidation wird ein Teil des in die Atmosphäre strömenden Methans in weniger problematisches Kohlendioxid umgewandelt. Je nach den beteiligten Bakterien und deren Abbauwegen wird auch ein Teil des Methans zum Aufbau neuer Biomasse verwendet. Beschrieben wird dieser Umwandlungsprozess durch die Gleichung:

$$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O + \text{Biomasse}$$

CH_4 = Methan, CO_2=Kohlendioxid, H_2O=Wasser, Biomasse besteht im Wesentlichen aus Bakterien

Es wird ersichtlich, dass pro Methanmolekül zwei Moleküle Sauerstoff verbraucht werden. Aus drei Teilen Gas (Ausgangsprodukte) entsteht also nur ein Teil Gas (Produkt), was eine Volumenreduktion und eine Druckänderung mit sich führt[1]. Da Deponien als Methanemittenten bekannt sind, gibt es seit geraumer Zeit die Überlegung die mikrobielle



(4) Methanabbauraten (gemittelt) bei unterschiedlichen Bodensubstraten, Substrattiefen, Flächenbelastungen und Temperaturen.

Methanoxidation zur Reduzierung der Methanemissionen aus Deponien zu nutzen.

Bei relativ alten Deponien nimmt der Methangasanteil im Gesamtgas ab, so dass sich eine wirtschaftliche Nutzung irgendwann verbietet. Das Gas kann dann noch eine Zeit lang relativ preiswert abgefackelt werden, um es unschädlich in die Atmosphäre zu entlassen. Nach einigen Dekaden ist aber auch dieses Verfahren aus energetischen Gründen nicht mehr aufrecht zu erhalten. Genau dann bildet die biologische Methanoxidation des Deponiegases einen Lösungsweg zur weiteren Deponiegasbehandlung. Im Ruhrgebiet existieren zahlreiche Altdeponien, die mittelfristig als Anwendungsfelder in Betracht kommen. Die biologische Methanoxidation hat somit auch regional große wirtschaftliche Relevanz.

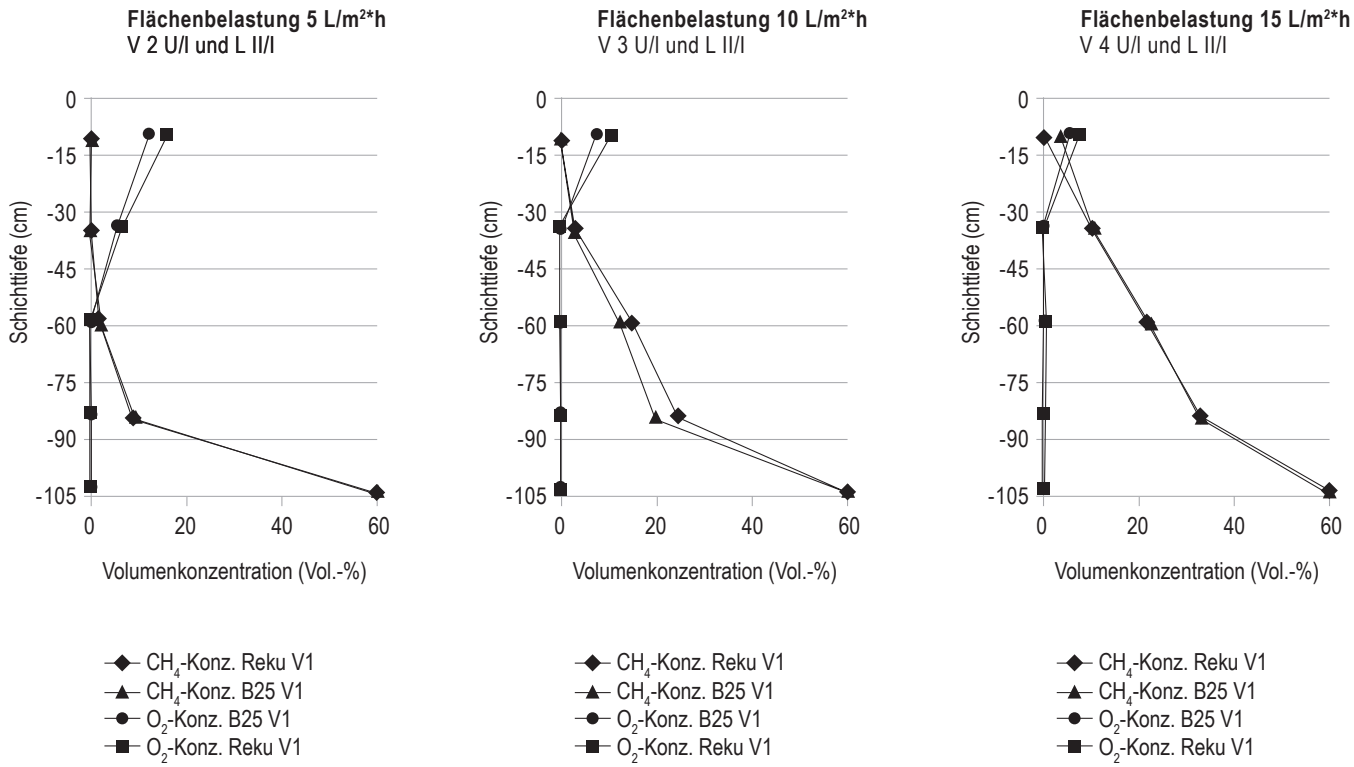
Methanoxidierende Systeme bei Deponien werden zurzeit entweder als Biofiltersysteme in bestehende Entgasungssysteme eingebaut, oder als Methanoxidationsschichten innerhalb der Deponieabdeckschichten ausgeführt (Passivsystem). Das Problem beim Einsatz der genannten Systeme ist, dass belastbare quantitative Daten zur Methanoxidation in situ, insbesondere in alten Deponien, fehlen. Diese Daten sind besonders als Grundlage zur Bemessung von Oxidationsschichten innerhalb der Deponieabdeckung unabdingbar. In einem von der AGR Entsorgung GmbH in Essen geförderten Projekt wurden auf empirischem Wege systematisch Grundlagen zur Bemessung von Methanoxidationsschichten erarbeitet[2]. Dabei spielten vor allem folgende Fragen eine Rolle:

– Wie hoch ist das Abbaupotenzial maximal?
– Welche Rolle spielt die Temperatur beim Abbau?
– Welche Rolle spielen die eingesetzten Bodensubstrate?
– Welchen Einfluss hat die Bodenfeuchte?
– Welchen Einfluss hat die Gaszusammensetzung?
– Wie hoch können Bemessungsparameter wie Raumbelastung angesetzt werden?

Das Projekt wurde in Zusammenarbeit mit dem Fachgebiet Mikrobiologie (Klaus Michalke) der Universität Duisburg-Essen durchgeführt. Zum Einsatz kamen vier Lysimeter, mit denen eine Deponieabdichtung im Labor simuliert werden konnte. Unsere Lysimeter waren zylindrische Behälter aus Edelstahl (ungefähr zwei Meter hoch, 0,6 Meter Durchmesser), in denen unter Laborbedingungen entsprechende Deponieschichten eingebaut und überwacht werden konnten. Folgende Parameter wurden im Wesentlichen überprüft:

Einbauhöhe: Mit zunehmender Schichthöhe steigt auch die Kontaktzeit und die Kontaktfläche zum biologischen Abbau von Methan. Es wurden Einbauhöhen von 85 beziehungsweise 130 Zentimetern getestet.

Flächenbelastung: Unter Flächenbelastung versteht man die Menge an Methan, die pro Tag durch eine Deponieoberfläche von einem



(5a,b,c) Vergleich der Sauerstoff- und Methankonzentrationen, Reku=Rekultivierungsboden, B25=Kompostmaterial.
Quelle: Felske, 2003

Quadratmeter strömt. Je größer die Flächenbelastung ist, desto stärker muss auch der biologische Abbau des Methans sein, um die Emission minimal zu halten. Ab einer bestimmten Flächenbelastung tritt mehr Methan ein als abgebaut werden kann. Je mehr Methan pro Tag durch die Schicht strömt, desto höher muss auch die Abbauleistung sein, bis eine Grenze erreicht ist. Die getesteten Flächenbelastungen betrugen 4 bis 15 L/m²*h, das eingesetzte Gas bestand zu 60 Prozent aus Methan und zu 40 Prozent aus Kohlendioxid (CO_2). Die Flächenbelastung einer Deponie ist meist wesentlich geringer.

Die Temperatur hat Einfluss auf alle biologischen Vorgänge. Da die biologische Methanoxidation auf Deponien stattfindet, die relativ ungeschützt sind, ist der Temperatur besonders große Aufmerksamkeit zu widmen. Gearbeitet wurde mit Raumtemperatur (etwa 20 °C) und 15, 10, 5 und 0 °C.

Material: Materialien für Deponieabdeckungen unterscheiden sich zum Beispiel bezüglich des Gehaltes an Organik oder der spezifischen Oberfläche, die für den biologischen Abbau wichtig ist. Eingesetzt wurde ein Rekultivierungsboden (organikarm) und ein abgesiebter Kompost.

Abbildung 4 zeigt die gemittelten Methanabbauraten bei unterschiedlichen Versuchsparametern. Aufgetragen ist der jeweilige Methanabbau in Prozent. Die linken drei Balkengruppen zeigen den Methanabbau bei unterschiedlicher Flächenbelastung mit Methan (5, 10 und 15 L/m²*h) für ein Kompostmaterial (85 und 130 Zentimeter Einbaudicke) und einen Rekultivierungsboden (Rekuboden, 85 Zentimeter Einbaudicke). Die rechte Balkengruppe dokumentiert den Methanabbau in Abhängigkeit von drei Temperaturen (10, 5 und 0 °C) in einem Kompostmaterial bei 85 Zentimetern Einbaudicke.

Die Abbildung zeigt, dass sowohl in Kompostsubstrat als auch in organikarmem Rekuboden hohe Abbauraten möglich sind. Steigen die Flächenbelastungen deutlich höher als 5 L CH_4/m²*h, sinkt die Abbaurate etwas. Bei Erhöhung der Substrattiefe auf 130 Zentimeter können auch noch Flächenbelastungen von 10 L CH_4/m²*h fast vollständig bewältigt werden. Die genannten Leistungen wurden bei Raumtemperatur (20 °C) erzielt. Problematisch schienen deutlich niedrigere Temperaturen zu sein. Während bei 15 °C noch ein vollständiger Abbau bei einer relativ hohen Flächenbelastung von 10 L CH_4/m²*h zu messen war, sank der Wert bei 0 °C im Mittel auf unter 85 Prozent (Abb. 4).

Soyez[3] gibt für mechanisch-biologisch vorbehandelte Restabfälle (MBA) mit einem Restgaspotenzial von 20 bis 40 L/kg Trockensubstanz bei einer Deponiehöhe von 20 Metern eine flächenhafte Methanemissionen von 0,55 bis 0,95 L/m²*h an. Danhamer[4] geht bei seinen Simulationen einer Deponie

mit MBA-Abfällen von maximalen Deponiegasemissionen von 1,8 L/m²*h aus. Eine aktive Erfassung und Nutzung des anfallenden Restgases wird bei diesen Mengen als unwirtschaftlich angesehen. Das Abfackeln stößt an technische Grenzen. Eine konventionelle aktive Entgasung über Gasbrunnen erscheint daher als unzweckmäßig[5]. Für Siedlungsabfalldeponien beschrieb Rettenberger[6] einen Schwellenwert der Deponiegasemissionen für die aktive Entgasung von 4 L/m²*h. Gemessen an den zitierten Emissionswerten, die zurzeit für schwachgasende Deponien diskutiert werden, liegen die von uns systematisch ermittelten Abbauraten bei den gegebenen Flächenbelastungen in einem „sicheren“ Bereich, was den biologischen Abbau betrifft. Da die Temperatur eine entscheidende Rolle spielt, muss bei der Planung von methanoxidierenden Biofiltern oder Schichten auf eine ausreichende Dämmung geachtet werden.

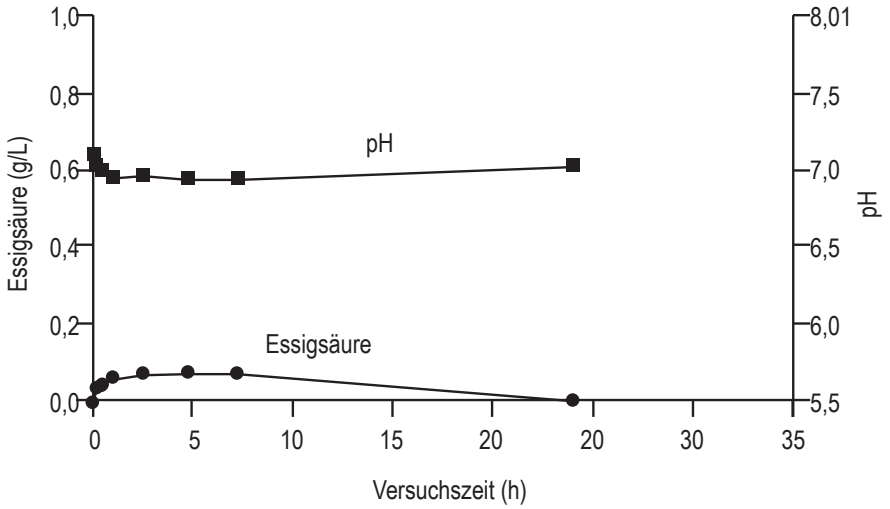
Neben der Ermittlung der Abbaurate ist auch der Konzentrationsverlauf von Methan und Sauerstoff in Abhängigkeit von der Substrattiefe interessant, da sich hieraus konstruktive Details für die Bemessung ergeben. Für die methanabbauenden Bakterien, die so genannten Methanotrophen, ist ein O_2/CH_4-Verhältnis von ungefähr zwei optimal. Suboptimale Sauerstoffkonzentrationen führen zu unbefriedigenden Abbauleistungen. Abbildung 5 zeigt beispielhafte Profilmessungen. Dargestellt sind die Volumenkonzentrationen von Methan und Sauerstoff in Abhängigkeit von der Substrattiefe und Flächenbelastung bei laufendem Versuchsbetrieb. Interessant ist die Ermittlung des Oxidationshorizontes, das heißt des Bereiches, in dem sich optimale Bedingungen für den Methanabbau finden. Dieser Bereich befindet sich knapp oberhalb des Schnittpunktes der „Sauerstoff- mit der Methankurve“ in den Abbildungen.

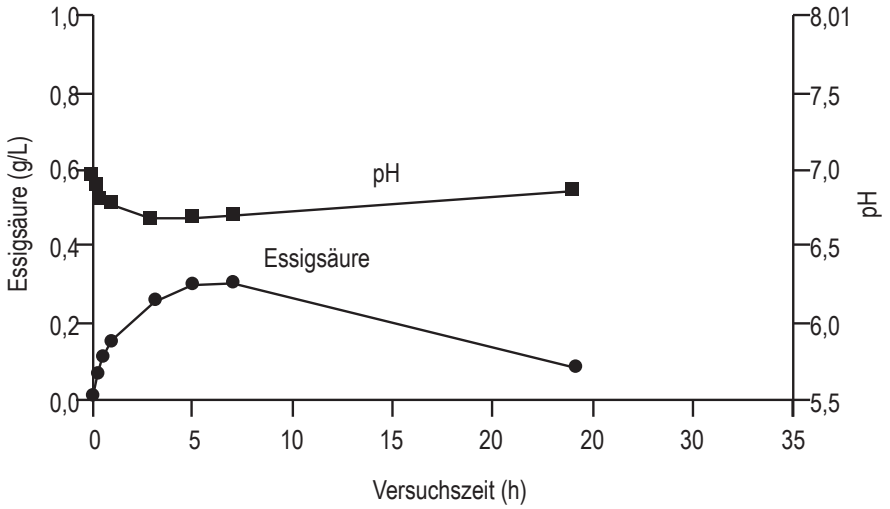
Die Sauerstoffkonzentrationen in den oberen Messpunkten aller Lysimeter nahmen bei beiden Substraten mit Erhöhung der Flächenbelastung ab. Somit verschiebt sich der Oxidationshorizont mit zunehmender Flächenbelastung vertikal nach oben. Die Flächenbelastung wurde bei den gezeigten Versuchen nacheinander an den selben Substraten stufenweise von 5 bis 15 L/m²*h angehoben. Mit zunehmender Versuchsdauer zeigte sich, dass die Sauerstoffkonzentrationen im Kompostmaterial (B25) im Vergleich zum Rekultivierungsboden (Reku) etwas stärker abfiel. Beim Versuch V 4 (Abb. 5c) reichte die vorhandene Sauerstoffkonzentration (5,6 Vol.-Prozent O_2) in zehn Zentimetern Tiefe des Kompostes nicht mehr aus, um das anströmende Methan (3,3 Vol.-Prozent CH_4) zu oxidieren. Dies geschah, obwohl die Verläufe der Methankonzentrationen in den tieferen Schichten in beiden Substraten sich nahezu parallel gestalteten, und so keine höheren Methankonzentrationen in einem der beiden Substraten vorgefunden wurde. Diese Beobachtung verwunderte auf Grund der unterschiedlichen Porenstruktur der Substrate. So verfügte der Kompost über das größere Luftporenvolumen und eine lockere Einbaudichte. Eine tiefere Eindringung der zuströmenden Umgebungsluft in das Kompostsubstrat war auf Grund dessen erwartet worden. Der erhöhte Sauerstoffverbrauch wurde besonders durch die Erhöhung der Atmungsaktivität in den oberen Schichten des Kompostes im Versuchsverlauf auf Maximalwerte von 24,11 mg O_2/g TS ersichtlich. Diese Erhöhung deutete auf eine Konkurrenzsituation um den Sauerstoff durch andere, nicht methanotrophe, aerobe Mikroorganismen hin. Die entstehende Sauerstoffknappheit konnte so als Begründung für den nicht mehr möglichen vollständigen Methanabbau dienen. Im Rekultivierungssubstrat wurde während des Versuchsverlaufes ebenfalls in den oberen Schichten eine Erhöhung der Atmungsaktivitäten beobachtet, die allerdings wesentlich kleiner als beim Kompostsubstrat war. Der Grund dafür kann in den geringeren Nährstoffgehalten des Rekultivierungssubstrates liegen. Im Mittel zeigte sich, dass Komposte ein etwas schwächeres Abbaupotenzial besitzen als organikarme Substrate[7].

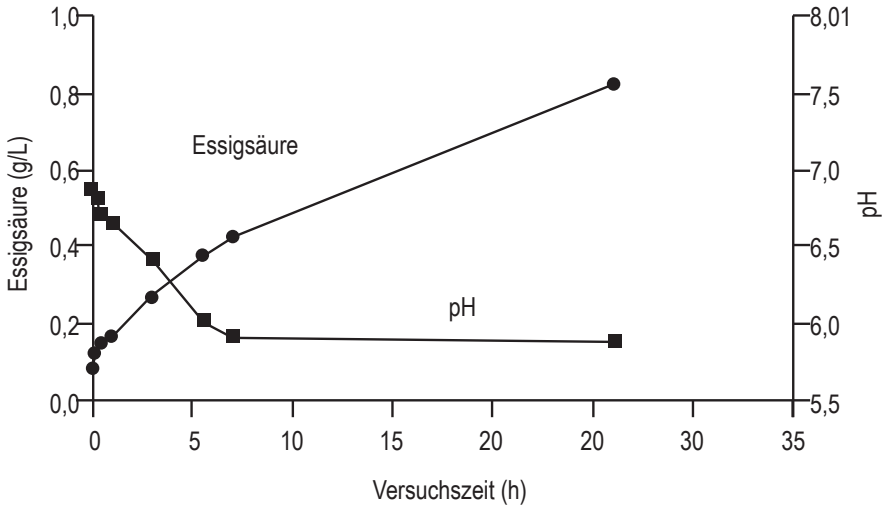
Mit der Methanoxidationsschicht in Deponieabdeckungen wurde durch die Abfallwirtschaft der Universität Duisburg-Essen eine vielversprechende Perspektive für den zukünftigen Umgang mit Deponiegas gefunden. Dabei spielen neben dem technisch einfachen Aufbau und der Instandhaltung auch monetäre Gesichtspunkte bei der Errichtung solcher Systeme eine wesentliche Rolle. Neben der geordneten Deponierung mit der Beherrschung der Emissionen durch passive Maßnahmen mittels Methanoxidationsschicht gerät vor allem die biologische Verwertung in Vergärungsanlagen in den wissenschaftlichen „Essener“ Blickwinkel. Ziel ist es Raum, Zeit und damit den Durchsatz zu optimieren, was mit einer erhöhten Biogasausbeute sowie Wertschöpfung einhergeht.

Essigsäure zur Steuerung von Biogasanlagen

Biogasanlagen werden meist nur auf Grund von Erfahrungswerten gesteuert. Anhaltspunkte für den Zustand der Anlage liefern pH-Wert und Gasproduktion. Beide Parameter spiegeln aber nicht den physiologischen Zustand wider und lassen letztlich viel Spielraum für die Interpretation der Leistungsfähigkeit des Reaktors. Der pH-Wert ist letztlich nur eine indirekte Größe für die Säurekonzentration, die sich während des Abbaus verändern kann. Der pH-Wert selber ist aber abhängig vom Puffervermögen der Lösung in der Biogasanlage, und das kann in Abhängigkeit von der jeweiligen Zusammensetzung der abzubauenden Abfälle stark schwanken. Weiterhin ist die pH-Skala nicht linear sondern logarithmisch aufgebaut. Das bedeutet: Sinkt der pH-Wert um eine Einheit, steigt die Anzahl







(6a-c) Messergebnisse aus den Belastungsversuchen von Anaerobreaktoren.

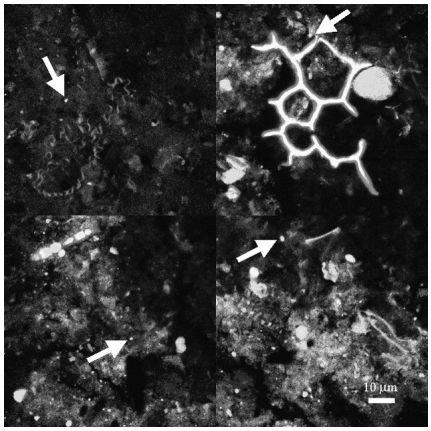
der messbaren H^+-Ionen um das Zehnfache. Wesentlich ist, dass der pH-Wert weder den physiologischen Zustand des Systems beschreiben kann noch quantitative Aussagen zur Belastbarkeit zulässt. Die Messung der Zusammensetzung und Menge des gebildeten Biogases gibt auch nur indirekt Auskunft zur Prozessstabilität. Weiterhin steht das Biogas am Ende der Prozesskette, das heißt, wenn sich die Qualität oder Quantität des Gases ändert, hat die eigentlich Störung bereits stattgefunden.

Neben Störungen in Biogasanlagen ist die Unterlast vieler Anlagen ebenfalls ein Problem. Da Biogasanlagen bei Überlast – wie dargestellt – leicht versäuern und der Anlagenbetrieb daraufhin völlig zum Erliegen kommen kann, wird meist deutlich mit Unterlast gefahren. Unsere Recherchen für Faulbehälter auf Kläranlagen im Ruhrgebiet haben ergeben, dass zum Teil freie Kapazitäten von über 50 Prozent bestehen[8]. Eine Regelung von Biogasanlagen, und dazu gehören prinzipiell auch die Faulbehälter der Kläranlagen, wird nicht nur die Betriebssicherheit erhöhen sondern auch für eine wesentlich kleinere Dimensionierung der Faulräume sorgen. Stoßbelastungen sind für die Betriebssicherheit des Reaktors besonders heikel. Im Gegensatz zum kontinuierlichen Betrieb mit einer gleichmäßigen Beschickung kommt es bei einer Stoßbelastung zu einem raschen Anstieg organischer Säuren. Werden diese in einer bestimmten Zeit abgebaut, so ist das System wieder stabil. Treibt die Stoßbelastung die Säurekonzentration zu hoch, fällt der Reaktor aus. Verbleibende, nicht abgebaute Säurereste destabilisieren die anaerobe Abbaukette bei der nächsten Stoßbelastung entsprechend stärker.

In Biogasanlagen treten kurzkettige Carbonsäuren (C1 bis C6-Körper) als wichtige Intermediate (Zwischenprodukte) auf. Die Konzentrationen der Essigsäure (C2-Körper) ist für den Prozess besonders wichtig, da Essigsäure

der Hauptmetabolit der anaeroben Umsetzung und Ausgangsstoff für das Biogas ist. Obwohl es sich bei der Essigsäure um ein relativ einfach gebautes Molekül handelt, gibt es kein online-Messverfahren für Biogasanlagen. Die Beziehung zwischen der Säurekonzentration und dem Anlagenzustand und damit die Entwicklung einer online-Sonde für Essigsäure ist dabei von besonderem Interesse. Für die Messungen wird eine gekoppelte enzymatische Analyse verwendet, die sich als preiswert und bei problematischen Schlämmen zuverlässig erwiesen hat. Abbildung 6 zeigt ein repräsentatives Belastungsexperiment. Bei dem Versuch wurde ein Anaerobreaktor stufenweise mit immer mehr Substrat beaufschlagt. Die Reaktion des Systems zeigt sich jeweils in der Zunahme der Essigsäurekonzentration und der Abnahme des pH-Wertes. Weiterhin ist der Gasfluss gemessen worden, der mit zunehmender Belastung abnahm.

Die Messungen haben gezeigt, dass sich der physiologische Zustand eines Anaerobreaktors durch die Konzentration der Essigsäure beschreiben lässt. Die Einzelgrafiken (6a-c) belegen, dass mit zunehmendem „Substratdruck“ der Essigsäurespiegel steigt. Dies darf nicht weiter verwundern, da die bakteriellen Umsatzraten begrenzt sind. Der „Flaschenhals“ des Umsatzes liegt dabei klar beim Abbau von Essigsäure zum Biogas. Dieser finale Schritt bei der anaeroben Behandlung organischer Abfälle wird durch die methanogenen Bakterien bewerkstelligt, eine Bakteriengruppe, die es bereits im Erdaltertum gab, in dem die Atmosphäre noch keinen Sauerstoff besaß. Aus diesem Grund gehören die Methanogenen auch zu den Archaebakterien. Methanogene teilen sich relativ langsam und können sich deshalb auch nicht sehr schnell an erhöhte Substratbedingungen anpassen. Weiterhin werden sie durch Säuren – auch durch ihr Substrat, die Essigsäure – gehemmt, wenn diese in zu hohen Konzentrationen vorliegen. Die Hemmung ist in bestimmten Grenzen zwar reversibel, kann aber den Anlagendurchsatz nachhaltig reduzieren. Von besonderem Interesse ist, in welchen Grenzen sich das System wieder regeneriert und ab wann es irreversibel geschädigt ist. Obwohl der applizierte Substratstress unterschiedliche hohe „Essigsäureantworten“ induziert hat, war der Säurespiegel nach etwa 24 Stunden wieder auf einem relativ niedrigen Level, so dass von einer Regenerierung gesprochen werden kann. Klettert der Level deutlich über einen Wert von 0,3 g/L (Abb. 6c), findet eine Erholung des Systems nicht mehr statt. Eine Biogasanlage wäre



(7) Mikroskopisches Bild einer FISH-Präparation.

an dieser Stelle „umgekippt“. Für eine Regelstrategie sind nun einige Konzepte denkbar. Am einfachsten wäre es, wenn der Regler zum Beispiel bei 0,05 g/L Essigsäure im Reaktor anfängt, den Substratzufluss zu reduzieren und dann bei 0,15 g/L ganz stoppt. Es ist aber auch eine „vorausschauende“ Strategie denkbar, die sich beispielsweise an der Geschwindigkeit der Essigsäurezunahme orientiert. Wertet man die Messergebnisse daraufhin aus, erscheint diese Strategie durchaus Sinn zu machen. Grundlage ist die Tatsache, dass der biologische Umsatz in bestimmten Grenzen von der Konzentration des Ausgangssubstrates abhängt. Das heißt, dass die Geschwindigkeit der Essigsäurebildung mit zunehmender Substratkonzentration zunimmt. Dazu wurde die Zunahme der Essigsäurekonzentration innerhalb der ersten Stunde nach Substratzugabe ermittelt und linear interpoliert. Die Steigung der Geraden markiert jeweils die Geschwindigkeit (ohne Abbildung).

Die Konsequenz aus dem Experiment könnte sein, dass der Regler in bestimmten Abständen die aktuelle Bildungsrate der Essigsäure misst und dann bei Bildungsraten wie über 0,07 Gramm Essigsäure/L*h eine Reduzierung des Inputstroms veranlasst. Diese vorausschauende Art der Regelung würde den Anlagenbetrieb sicherer machen und die Auslastung der Anlagen optimieren.

Neben physiologischen Messungen wurde auch die Anzahl der methanogenen Bakterien mit Hilfe der Fluoreszenz in Situ Hybridisierung (FISH) ermittelt. Diese Arbeiten sind zusammen mit dem Fachgebiet Mikrobiologie (Klaus Michalke) der Universität Duisburg-Essen durchgeführt worden. In dem oben gezeigten Experiment ging die Anzahl der Methanogenen im Versuchszeitraum (etwa zwei Wochen) nicht signifikant zurück, obwohl sich die Methanproduktion sehr stark reduzierte. In einem zweiten Belastungsexperiment, das sich über mehr als vier Wochen erstreckte, konnte dann aber ein leichter Rückgang der Methanogenen um etwa eine Zehnerpotenz festgestellt werden. Abbildung 7 zeigt ein mikroskopisches Bild einer FISH-Präparation.

In Abbildung 7 sieht man vier unterschiedliche Ebenen des selben Präparates. Die methanogenen Bakterien sind mit entsprechenden Gensonden (ARC915 gegen Achaea)[9] behandelt worden und erscheinen im Präparat als helle Punkte (siehe Pfeile). Neben den Bakterien sind in den Präparaten zahlreiche andere Strukturen zu erkennen. Oben links erkennt man

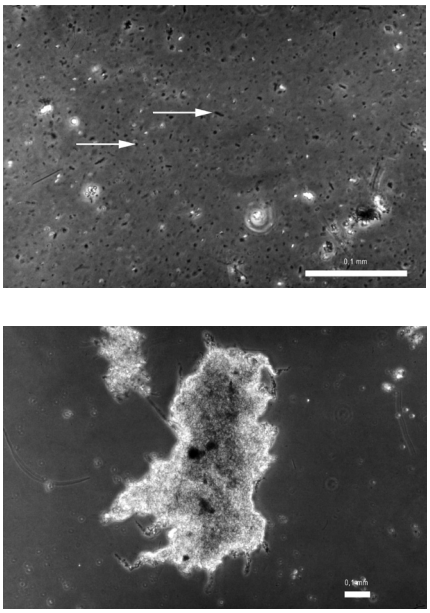
eine spiralige Struktur aus dem Leitungssystem höherer Pflanzen (Tracheiden). Rechts daneben sind eckige, wahrscheinlich zelluläre Strukturen ebenfalls aus einer höheren Pflanze zu erkennen. Die Pflanzenreste finden sich immer in Schlämmen, die aus Bioabfälle behandelnden Biogasanlagen kommen. Die FISH-Methode ermöglicht – mit etwas Erfahrung – die Zählung spezifischer Bakterienarten in situ, während bei den klassischen Methoden, noch auf einem Nährboden (Agar) angezogen werden muss. Diese Methode hat den Nachteil, dass nur Bakterien gezählt werden können, die unter den gegebenen Bedingungen auch wachsen. Da die Bedingungen – insbesondere für Methanogene – auf Agar völlig anders sind als in situ, ist die FISH-Methode sinnvoll. Weiterhin hat FISH den Vorteil, dass mehrere Bakteriengruppen wie beispielsweise Methanogene und Sulfatreduzierer gefärbt werden können. Dadurch kann man beispielsweise die zahlenmäßige Relation der Gruppen und die räumlichen Beziehungen sichtbar machen. Die Aufnahmen wurden in Zusammenarbeit mit dem Institut für Grenzflächen-Biotechnologie (AG Flemming) an der Universität Duisburg-Essen erstellt.

Vor der aeroben Nachbehandlung (Kompostierung) müssen anaerob vorbehandelte Bioabfälle immer entwässert werden. Das anfallende Abwasser wird intern zur Anfeuchtung des trockenen Inputmaterials verwendet, behandelt oder einer Kläranlage zugeführt. Die Reinigung spezieller Abwässer aus der Abfallbehandlung erfordert immer Einzellösungen. Das Fachgebiet Abfallwirtschaft der Universität Duisburg-Essen entwickelt angepasste, energiearme und kostengünstige Abwasserbehandlungsverfahren und erforscht die damit zusammenhängenden wissenschaftlichen Fragestellungen.

Spezielle Probleme der Schlamm- und Abwasserbehandlung

Schlämme und Abwässer entstehen bei der Behandlung organischer Reststoffe in Biogasanlagen oder Kompostwerken. Abwässer aus Abfallbehandlungsanlagen unterscheiden sich grundsätzlich von kommunalen Abwässern, die in entsprechenden kommunalen Kläranlagen gereinigt werden. Während häusliche Abwässer – von Tagesspitzen und Nachtsenken abgesehen – relativ gleichmäßig anfallen, sind die qualitativen und quantitativen Schwankungen des Abwassers bei Abfallbehandlungsanlagen erheblich größer. Der pH-Wert schwankt zum Teil von stark sauer bis stark basisch (pH 5 – 9), der Salzgehalt ist häufig höher als im Meereswasser und das Ammonium ist manchmal so hoch konzentriert, dass die Bakterien, die es umsetzen, davon gehemmt werden. Erweitert werden die schwer verdaulichen Cocktails noch durch BTX-Aromaten (Benzol, Toluol, Xylol) und AOX (adsorbierbare halogenierte organische Verbindungen) sowie Sand. Dieser führt zu verfestigten Sedimentationsschichten in den Behältern und durch seine abrasiven (Schmirgeleffekt) Eigenschaften zu erhöhtem Verschleiß bei einzelnen Aggregaten[10].

Im Gegensatz zu kommunalem Abwasser ist die Streuung der Inhaltsstoffe bei Abwässern aus Kompost- und Biogasanlagen sehr groß. Das Abwasser einer großen Kompostierungsanlage wies einen überdurchschnittlich hohen Trockensubstanzgehalt auf. Hohe Trockensubstanzgehalte können die biologische Reinigung beeinträchtigen, da die Belebtschlammflocken, die den biologischen Abbau der Schadstoffe katalysieren, aus dem Reaktor verdrängt werden. Deshalb schaltet man häufig eine Filtration oder Sedimentation zum Schutze der Belebungsstufe vor. Bei der mikroskopischen Analyse des genannten Abwassers fiel auf, dass die Partikelgröße relativ gleichmäßig war, die Partikel hatten eine relativ einheitliche Form. Der Durchmesser lag bei etwa einem µm, alles typische Hinweise dafür, dass es sich bei den Partikeln um freie Bakterien handelt. Abbauversuche und entsprechende Bilanzrechnungen haben gezeigt, dass sich die Trockensubstanz problemlos biologisch abbauen lässt und



(8a,b) Unbehandeltes Abwasser vor der Reinigung (a), Belebtschlammflocke aus dem Abwasserreaktor (b)
Quelle: Essen 2002

eine mechanische Vorreinigung des Abwassers unnötig ist. Abbildung 8 zeigt das unbehandelte Abwasser vor der Reinigung und eine Belebtschlammflocke aus dem Abwasserreaktor.

Auf dem oberen Bild (a) sind die freien Bakterien als dunkle Punkte gut zu erkennen. Die Belebtschlammflocke auf dem unteren Bild (b) zeigt einen relativ dunklen inneren Bereich, der Rand ist glatt und fädige Strukturen sind kaum zu erkennen. Das mikroskopische Bild der Flocke unterstreicht unsere Messungen zur Sedimentationsgeschwindigkeit, die wir regelmäßig am Schlamm durchführen. Schlammflocken in Abwasserreinigungsanlagen müssen sedimentieren, damit der Schlamm im Nachklärbecken nicht abgeschwemmt wird. Die

Sedimentationsfähigkeit von Belebtschlammflocken ist meist abhängig von der Anzahl und Art fädiger Mikroorganismen, die dem Schlamm Auftrieb verleihen können. Das Medium selbst hat auch Einfluss auf den Auftrieb. In salzhaltigen Abwässern ist der Auftrieb ohnehin stärker, da das Salz das spezifische Gewicht des Wassers heraufsetzt. Das Problem einer schlechten Sedimentation ließ sich durch abwechselnde Belüftung (30 Minuten Luft, 30 Minuten keine Luft) des Abwasserreaktors gut lösen. Der Vorteil der abwechselnden Belüftung liegt auch darin, dass eine Denitrifikation (Abbau von Nitrat) stattfinden kann. Ohne Luftzufuhr können auch Halogene wie Chlor, Brom oder Jod besser von organischen Verbindungen abgespalten werden. Bei Belüftung werden dann die Kohlenstoffgerüste abgebaut. Die Aufzeichnung der Sauerstoffkonzentration im Reaktor bei wechselnder Belüftung ermöglicht zeitnahe Aussagen zur Intensität der mikrobiellen Atmung. Eine intensive Aufnahme von Sauerstoff repräsentiert hohe abbaubare Schadstoffkonzentrationen im Abwasser. Je stärker die Schadstoffe abgebaut sind, desto geringer wird auch die Sauerstoffzehrung. Voraussetzung für diese Messung ist die Beaufschlagung des Reaktors im Batch-Betrieb. Bei dieser Betriebsform wird das Abwasser stoßweise in einen Reaktor gegeben und das gereinigte Wasser im selben Takt immer vor Zugabe des Abwassers entnommen. Die Betriebsweise wird auch SBR (Squencing Batch Reactor) genannt. Für die nähere Zukunft haben wir uns vorgenommen, nach den biologischen Ursachen für das gute Abschneiden von intermittierend betriebenen Abwasserreaktoren zu suchen. Dabei interessieren uns vor allem die beteiligten Bakterien, die wir, wie oben dargestellt, wieder mit der FISH-Methode sichtbar machen werden[11].

Abfallwirtschaft und -technik ist eine Ingenieurdisziplin die sich, ähnlich wie die Medizin, mit schwierigen, ja, sogar unangenehmen Fragestellungen beschäftigt. Die Probleme sind oft nur durch unkonventionelle und vor allem interdisziplinäre Ansätze zu lösen. Gerade diese Rahmenbedingungen verleihen dieser Ingenieurdisziplin eine fesselnde Spannung.

Summary

The Ruhr Area is one of the most populous areas in the world and it has a history of heavy pollution. Every drop of water is used at least twice; hundreds of landfills, contaminated sites, dumps and industrial areas are waiting for clean-up or renaturation. The Ruhr area has given rise to a great deal of innovation and many new ideas have been put into practice there. One of the first incineration plants was operated in Essen. The expanding industry and the rapid population growth associated with the economic upswing led to extremely elevated water consumption in the Ruhr catchment area. The water-related problems led to the foundation of several independent water co-operatives for several watershed programs: Emschergenossenschaft (1904), Ruhrverband, and Lippeverband (1926). The water co-operatives developed many innovative procedures for the treatment of wastewater and sludge. The SVR (Ruhr Coal District Set-tlement Association, today AGR) was founded in the 1960s and is currently developing plans for a system of waste disposal serving a number of municipalities. The Emscherbruch central landfill, one of the largest and highest landfills in Germany and operated by the AGR, is the first controlled landfill site in Germany. It was on this site that the basic components of Germany's first waste management legislation, passed in 1972, were developed and tested. Nowadays, waste management and environmental engineering are interdisciplinary tasks. Biological treatment of landfill gas, which is one of the main causes of global warming, is a low-cost alternative to high-tech oxidation methods. Together with the AGR Company, we are devel-oping a system to reduce landfill gas in our atmosphere. Biological parameters are often used in the domain of medicine or biological technology. Many techniques from biotechnology are of relevance for environmental use. We intend to generate biosensor-like systems for monitoring, optimising and planning biological treatment plants.

Anmerkungen

1) Figueroa 1998
2) Felske 2003
3) Soyez 2001
4) Danhamer 2003
5) Jager et al. 1999, zitiert in Soyez 2001
6) Rettenberger 1997
7) Felske 2003
8) Ochs 2000
9) siehe Stahl und Amann 1991
10) Denecke 2003
11) Denecke 2002

Literatur

– Bardtke, D., Fischer, K.: Biologische Verfahren der Deponiegasreinigung, Stuttgarter Berichte zur Abfallwirtschaft, 1986, 237–24
– Denecke, M.; Pohland, A.; Gerdelmann. V.; Issa, M.: Membrangestützte Reinigung von Abwasser aus einer Kompostanlage, GWF Wasser Abwasser, 143 Nr.7/8, 2002
– Denecke, M.; Michalke, K.: Acetic Acid: A tool to assess anaerobic processes, Proceedings of the 4th International Conference of ORBIT Association on Biological Processing of Organics: Advances for a Sustainable Society 30.04.-02.05.2003, Perth, Australia, 762-769
– Denecke, M.: Abwässer aus Kompostanlagen, in: R. Widmann (Hrsg.): Abwässer aus Abfallbehandlungsanlagen und Betrieben, Entwicklungen und Beispiele, Forum Siedlungswasserwirtschaft und Abfallwirtschaft Universität Essen, Heft 19, Aachen 2003
– Felske, C.; Widmann, R.: Cover Layers for Bioreactor Landfills, in I. Zandi, R. Mersky, W. Shieh (Hrsg.): The 16th International Conference on Solid Waste Technology and Management Department of Civil Engineering – Widener University, Philadelphia, PA U.S.A., Dezember 2000
– Felske, C.; Widmann, R.: Minimierung der Restgasemissionen in simulierten Deponieabdeckungen, in Doedens, Hensel, Stegmann (Hrsg.): Abfluft 2001, Abfall Aktuell; TU

Hamburg-Harburg, November 2001
– Felske, C.; Widmann, R.: Zum Ablagerungs- und Emissionsverhalten von vorbehandelten Restabfällen, in R. Widmann (Hrsg.): Aktuelle Entwicklungen in der Deponie- und Entwässerungsplanung, Forum – Siedlungswasserwirtschaft und Abfallwirtschaft Universität Essen, Heft 18, Aachen, Februar 2002
– Felske, C.; Widmann, R.: Landfill Behavior of Mechanical-Biological Pre-Treated MSW, in M. Barlaz, A. Lagerkvist, T. Matsuto (Hrsg.): The Second Intercontinental Landfill Research Symposium, Asheville, Oktober 2002
– Felske, C.; Widmann, R.: Legal Boundary Values and selected Analytical Methods for Landfilling of mbp MSW in Germany, Seminar on Research, Practical Experience and Views of modern Landfills in Germany; 06.02.2003, University of Jyväskylä, Finnland, 2003
– Felske, C.; Widmann, R.: Prediction of the Long Term Behaviour of mbp MSW, Results of a Long Term Experiment, Seminar on Research, Practical Experience and Views of modern Landfills in Germany; 06.02.2003, University of Jyväskylä, Finnland, 2003
– Felske, C.; Kraft, E.; Ustohalova V.; Widmann, R.; Bidlingmaier, W.: Experimental Analysis of the Large Scale Behaviour of MBP Waste – New Results for the Design of Future Landfills, International Waste Management and Landfill Symposium, Sardinia, 2003
– Felske, C.: Minimierung von Restgasemissionen aus Siedlungsabfalldeponien durch Methanoxidation in Deponieabdeckschichten, Forum Siedlungswasserwirtschaft und Abfallwirtschaft Universität Essen, Band 20, Aachen 2003
– Danhamer, H.: Emissionsprognosemodell für Deponien mit mechanisch- biologisch vorbehandelten Abfällen –Schwerpunkt, Modellierung des Gashaushaltes, WAR TU Darmstadt (Hrsg.), Band 138, Darmstadt 2002
– Figueroa, R.A.: Gasemissionsverhalten abgedichteter Deponien, Bonn: TU Hamburg Harburg 1998
– Jansen, M.: Grundlagen der Methanoxidation und deren Einsatz in Deponieabdeckschichten, Diplomarbeit Fachgebiet Abfallwirtschaft, Universität Essen, 2000 (unveröffentlicht)
– Rettenberger, G.: Erkenntnisse aus dem Deponierückbau bezüglich Langzeitverhalten der Deponiegasentwicklung – Empfehlungen für die Entgasung älterer Deponien, Deponiegas 97 (Trierer Berichte Band 9 zur Abfallwirtschaft), Abfall aktuell, Trier 1997, 56-73
– Soyez, K.: Mechanisch- biologische Abfallbehandlung, Technologien, Ablagerungsverhalten und Bewertung, Berlin 2001
– Stahl, D. A.; Amann, R.: Development and application of nucleic acid probes in bacterial systematics, in E. Stackebrandt and M. Goodfellow (ed.): Nucleic acid techniques in bacterial systematics, Chichester, England, 1991, 205–248
– Ochs, A.; Widmann R.: Entwicklung eines Simulationsmodells zur Vergärung biogener Abfälle, in R. Widmann (Hrsg.): Forum Siedlungswasserwirtschaft und Abfallwirtschaft Universität Essen, Aachen 2000
– Ochs, A.; Widmann R.: Development of a Simulation Modell for Co-Digestion Plants, in I. Zandi, R. Mersky, W. Shieh (Hrsg.): The 16th International Conference on Solid Waste Technology and Management; , Department of Civil Engineering – Widener University, Philadelphia, PA U.S.A., Dezember 2000
– Ochs, A.; Widmann R.: A rapid method for indicating biological degradability using the example of carbohydrate-rich organic solids, International Waste Management and Landfill Symposium, Sardinia 2003
– Deponiegasentwicklung – Empfehlungen für die Entgasung älterer Deponien, in: Deponiegas 97 (Trierer Berichte Bd. 9 zur Abfallwirtschaft), Abfall aktuell, Trier 1997, 56–73
– Soyez, K.: Mechanisch- biologische Abfallbehandlung: Technologien, Ablagerungsverhalten und Bewertung, , Berlin 2001
– Widmann, R.: Anaerobic Procedures (Fermentation). In: Proceedings of the International Conference ORBIT 99 on Biological Treatment of Waste and the Environment, Part I, Weimar 1999
– Widmann, R.: Anaerobtechnik, Biologische Abfallverwertung; W. Bidlingmaier (Hrsg.), Stuttgart 2000
– Wilms, M.; Maile, A.; Ochs, A., Widmann, R.: Characterization of an intensive rotting tunnel process by mass and water balances as well as the consumption of electricity In: Proceedings of the 4th International Conference of ORBIT Association on Biological Processing of Organics: Advances for a Sustainable Society 30.04.-02.05.2003, Perth, Australia, 109-117
– Wilms, M.; Maile, A.; Ochs, A.; Widmann R.: Blick in den Tunnel – Für das neue Intensivrotte-Verfahren auf der Deponie Mechernich wurden Massen- und Wasserbilanzen sowie der elektrische Energiebedarf analysiert, in Müllmagazin 4/2002, 25-30

Die Autoren

Martin Denecke, geboren 1959, arbeitete zunächst als Zimmermann in Remagen und studierte von 1981 bis 1988 in Bonn Biologie mit den Schwerpunkten Physiologie und Mikrobiologie. Von 1988 bis 1991 promovierte er an der Landwirtschaftlichen Fakultät der Universität Bonn im Bereich Proteinbiochemie und monoklonale Antikörper. Danach folgte eine Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Botanik an der RWTH Aachen. Ab Ende 1992 bis Ende 1996 Tätigkeit bei der Dr.-Ing. Steffen Ingenieurgesellschaft, Abteilung Forschung und Entwicklung und Öffentlichkeitsarbeit. Seit Ende 1996 zunächst Wissenschaftlicher Mitarbeiter, ab 1998 Akademischer Rat am Fachgebiet Siedlungswasserwirtschaft und Abfallwirtschaft. Martin Denecke lehrt in den Bereichen biologische Abwasser- und Schlammbehandlung und betreut zahlreiche interdisziplinäre Forschungsprojekte. Sein Schwerpunkt liegt bei den biologischen Parametern zur Steuerung und Planung umwelttechnischer Anlagen.

Christian Felske, geboren 1970, studierte von 1992 bis 1999 Bauingenieurwesen mit den Schwerpunkten Abfall-/Siedlungswasserwirtschaft, Grundbau/Bodenmechanik und Städtebau, Abschluss 1999. Im Rahmen der Diplomarbeit zur Durchströmbarkeit von Abfallpackungen fünfmonatiger Aufenthalt an der University of Alberta, Edmonton, Kanada. Die Promotionsarbeit thematisiert die biologische Oxidation von Methan in Deponiedeckschichten. Nach dem Abschluss der Promotion 2003 ging Felske als Research Scientist zum Alberta Research Council Inc., Edmonton, nach Kanada.

Renatus Widmann, geboren 1961, absolvierte nach dem Abitur 1981 zunächst seinen Zivildienst und Praktika in Schreinerei und Schlosserei. 1990 fertigte er seine Diplomarbeit am Institut für Siedlungswasserbau, Wassergüte- und Abfallwirtschaft an der Universität Stuttgart; dort wurde er 1991 diplomiert. 1992 bis 1999 Tätigkeit bei Schirmer Beratende Ingenieure, Mainz, zuletzt Abteilungsleiter. 1994 Erwerb der Planvorlageberechtigung im Bereich der Wasserwirtschaft, 1994 erfolgte seine Promotionsprüfung an der Universität Essen, von 1994 bis 1999 erhielt er einen Lehrauftrag Abfallwirtschaft an der Universität Essen, 1999 eine Professur für Abfallwirtschaft und Abfalltechnik an der Universität Essen. 2001 wurde er Dekan des Fachbereichs Bauwesen der Universität Essen und 2002 Prorektor für Qualität, Lehre und Forschung an der Universität Essen sowie Aufsichtsratsmitglied im Essener Technologie- und Entwicklungs-Centrum GmbH (ETEC).

Martin Denecke. Foto: Timo Bobert

HINWEISE

Die ESSENER UNIKATE

Schon 1992 verfolgte die Universität Essen das Konzept, die Öffentlichkeit mit der Herausgabe der ESSENER UNIKATE tiefergehend über die an der Hochschule erzielten Ergebnisse in Forschung und Lehre zu informieren. In einer Zeit, in der sich Wissenschaft wie auch akademisch interessierte Leserschaft in hohem Maße ausdifferenziert haben, soll dieses Magazin für Wissenstransfer die an der Universität erarbeiteten Informationen in differenzierter Weise widerspiegeln und – klassisch aufbereitet – der Öffentlichkeit themenzentriert und verständlich zur Verfügung stellen.

Im Mittelpunkt jeder Ausgabe stehen die Wissenschaftler der Universität Duisburg-Essen mit ihren Originalbeiträgen und -berichten. Die Ausgaben orientieren sich dabei an den Herausforderungen, vor denen einzelne Fächer gegenwärtig stehen, wie auch an aktuellen wissenschaftlichen Zeitfragen, zu denen eine Universität insgesamt und nicht zuletzt auf Grund ihres öffentlichen Auftrags Stellung beziehen sollte.

Die ESSENER UNIKATE erscheinen ausschließlich in Form von Themenheften; bisher hat sich die Reihe u. a. mit der Krebsbehandlung, der Herz-Kreislaufmedizin, den Entwicklungen im Kommunikations- und Industrial Design, den globalen ökologischen Risiken, dem Kräfteverhältnis zwischen Bildung und Wissenschaft, der Chaosphysik, den Materialwissenschaften, dem Lebensraum Ruhrgebiet und der sich herausbildenden europäischen Gesellschaft beschäftigt. Durch die Konzentration auf jeweils ein Fachgebiet oder ein interdisziplinär ausgeleuchtetes Thema können wissenschaftliche Sachverhalte breiter dargestellt und komplexe Zusammenhänge fächerübergreifend verständlich erläutert werden.

Die ESSENER UNIKATE werden vom Rektorat der Universität Duisburg-Essen in einer Auflage von derzeit 4.500 Exemplaren herausgegeben. Ansprechpartner für alle redaktionellen Belange sowie für Vertrieb und Anzeigenverwaltung ist die FET - Zentralstelle für Forschungs- und Entwicklungstransfer der Universität. Das Magazin ist zum Preis von 7,50 € im Buchhandel erhältlich. Im Abonnement (zwei Ausgaben pro Jahr, 12,50 €) sind die ESSENER UNIKATE über dieHeinrich-Heine-Buchhandlung, Viehofer Platz 8, 45127 Essen zu beziehen.

Bisher erschienen:
ESSENER UNIKATE Ausgaben 1992 bis 2003

1 Medizin
Krebsforschung (1992). Federführung: Manfred F. Rajewsky. 69 Seiten (vergr.).
ISBN 3–934359–01–9

2/3 Kommunikation
Design (1993). Federführung: Vilim Vasata. 121 Seiten (vergr.).
ISBN 3–934359–02–7

4/5 Naturwissenschaft
Umweltforschung: Globale Risiken (1994). Federführung: Günter Schmid. 117 Seiten (vergr.).
ISBN 3–934359–04–3

6/7 Geisteswissenschaft
Fremdsein: Historische Erfahrungen (1995). Federführung: Paul Münch. 173 Seiten.
ISBN 3–934359–06–X

8 Geisteswissenschaft
20 Jahre "poet in residence" (1996). Federführung: Jürgen Manthey. 90 Seiten.
ISBN 3–934359–08–6

9 Bildung durch Wissenschaft?
Ein Kolloquium (1997). Federführung: Justus Cobet, Klaus Klemm. 137 Seiten (vergr.).
ISBN 3–934359–09–4

10 Medizin
25 Jahre Transplantationsmedizin in Essen (1998). Federführung: Friedrich W. Eigler. 113 Seiten.
ISBN 3–934359–10–8

11 Naturwissenschaften
Physik: Unordnung und Selbstähnlichkeit (1999). Federführung: Fritz Haake. 108 Seiten.
ISBN 3–934359–11–6

12 Wirtschaft
Die Europäische Union im Zeichen des Euro (1999). Federführung: Dieter Schmitt. 120 Seiten.
ISBN 3–934359–12–4

13 Materialwissenschaft
Grundlagen für die Technik der Zukunft (2000). Federführung: Günter Schmid. 130 Seiten.
ISBN 3–934359–13–2

14 Europäische Gesellschaft
Annäherung an einen Begriff (2000). Federführung: Wilfried Loth. 96 Seiten.
ISBN 3–934359–14–0

15 Klinische Onkologie
Fortschritte in der Tumorbekämpfung (2001). Federführung: Herbert Rübben. 56 Seiten.
ISBN 3–934359–15–9

16 Erfahrung
Über den wissenschaftlichen Umgang mit einem Begriff (2001). Federführung: Paul Münch. 104 Seiten.
ISBN 3–934359–16–7

17 Design & Neue Medien
Kommunikationsgestaltung für eine global vernetzte Gesellschaft (2002). Federführung: Norbert Bolz. 100 Seiten.
ISBN 3–934359–17–5

18 Wirtschaftsinformatik
Wissensmanagement und E-Services (2002). Federführung: Heimo H. Adelsberger. 88 Seiten.
ISBN 3–934359–18–3

19 Umwelt Ruhr
Vitalität einer Region I (2002). Federführung: Wilfried Loth. 142 Seiten.
ISBN 3–934359–19–1

20 Herz-Kreislaufmedizin
Experimentelle und klinische Kardiologie (2003). Federführung: Gerd Heusch. 70 Seiten.
ISBN 3–934359–20–5

21 Geisteswissenschaften
Religion und Gewalt (2003). Federführung: Hubertus Lutterbach. 98 Seiten.
ISBN 3–934359–21–3

22 Medizin
Neurowissenschaften (2003). Federführung: Dietmar Stolke. 120 Seiten.
ISBN 3–934359–22–1

In Vorbereitung

24 Oberflächenphysik
Federführung: Michael Horn-von Hoegen

25 Bildungsforschung nach PISA
Federführung: Klaus Klemm

ABONNEMENT

ABONNEMENT

Die ESSENER UNIKATE im Abonnement

Ob im Bereich der Kommunikation, der Wirtschaft, der Medizin, der Ökonomie oder der Ökologie – im Zeitalter globaler Vernetzung sind wissenschaftliche Erkenntnisse zur entscheidenden Zukunftsinvestition geworden. Gleichzeitig führte der weltweite Zuwachs an Wissen zu immer feiner differenzierten Fächern, Disziplinen und Fachsprachen: die Wissenschaften erscheinen zunehmend unübersichtlicher und hermetischer.
Mit den ESSENER UNIKATEN hat sich die Universität Duisburg-Essen die Aufgabe gestellt, Sie in verständlicher Form regelmäßig und unmittelbar aus der Forschungspraxis heraus über die aktuellen Entwicklungen in Wissenschaft und Forschung zu informieren – mit Ergebnissen und Erklärungen aus erster Hand.

ABONNEMENT

Bezugsadresse

Vorname, Name _____

Straße / Postfach _____

PLZ, Ort _____

Bestellung

☐ Hiermit abonniere ich die ESSENER UNIKATE für 1 Jahr (2 Ausgaben) zum Preis von 12,50 € inkl. Versandkosten. Das Abonnement verlängert sich automatisch um 1 Jahr (2 Ausgaben), wenn es nicht im laufenden Abonnementzeitraum gekündigt wird.

☐ Bitte senden Sie mir die bereits erschienene Ausgabe _____ der ESSENER UNIKATE zum Einzelbezugspreis von 7,50 € einschl. Porto (für Abonnenten 5,- €).

☐ Ich bin Abonnent.

Datum _____ Unterschrift _____

Die Bestellung kann durch Mitteilung an die Heinrich-Heine Buchhandlung, Viehofer Platz 8, 45127 Essen innerhalb von 7 Tagen widerrufen werden. Es gilt das Datum des Poststempels.

Datum _____ Unterschrift _____

Zahlungsweise

☐ Ich zahle per Bankeinzug zu Lasten meines Kontos Nr. _____

bei _____ BLZ _____

Wenn mein Konto die erforderliche Deckung nicht aufweist, besteht seitens des kontoführenden Instituts keine Verpflichtung zur Einlösung.

Datum _____ Unterschrift _____

☐ Bitte schicken Sie mir eine Rechnung. Ich überweise den Betrag.

Per Post oder Fax an:

Heinrich-Heine Buchhandlung · Viehofer Platz 8 · 45127 Essen · Tel.: (0201) 820700 · Fax: (0201) 8207015

DuEPublico
Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN
Offen im Denken

ub universitäts bibliothek

Dieser Text wird über DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt. Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

DOI: 10.17185/duepublico/48257
URN: urn:nbn:de:hbz:464-20201016-125330-0

Alle Rechte vorbehalten.

ESSENER UNIKATE

Herausgegeben mindestens zweimal jährlich vom Rektorat der Universität Duisburg-Essen, 45117 Essen.

Auflage: 4.500
Redaktions- und Verlagsanschrift:
ESSENER UNIKATE
Universität Duisburg-Essen / Wissenschaftsverlag
FET - Zentralstelle für Forschungs- und Entwicklungstransfer und Wissenschaftliche Weiterbildung, 45117 Essen.
Tel.: 02 01/1 83–32 54/–39 83/–22 23,
Fax: 02 01/1 83–21 34;
E-Mail: unikate@uni-essen.de
Wissenschaftlicher Beirat:
Prof. Dr. Fritz Haake, Prof. Dr. Wilfried Loth, Prof. Dr. Klaus Mann, Dr. Ali-Akbar Pourzal, Prof. Dr.-Ing. Werner Richwien, Prof. Dr. Günter Schmid, Prof. Dr. Dieter Schmitt, Prof. Dr. Elke Winterhager.

Federführender Autor der Ausgabe 23:
Prof. Dr. Jörg Schröder
Koordination: Dr. Ali-Akbar Pourzal (verantw.)
Redaktion: Barbara Bigge
Korrektorat: Susanne Rauschen
Layout: Katrin Schmuck
Grafik: Katrin Schmuck
Gestaltungskonzept: Prof. Vilim Vasata
Fotografie und Bildbearbeitung: Timo Bobert, E-Mail: timotheus2000@gmx.de, Max Greve, E-Mail: max.greve@gmx.de
Druck: WAZ Druck
Theodor-Heuss-Straße 77, 47167 Duisburg
Anzeigenverwaltung: Vera Dietrich-Baumann
Universität Duisburg-Essen, FET - Zentralstelle für Forschungs- und Entwicklungstransfer und Wissenschaftliche Weiterbildung, 45117 Essen;
Tel.: 02 01/1 83–22 23; Fax: 02 01/1 83–21 34;
E-Mail: vera.dietrich-baumann@uni-essen.de
Buchhandels- und Abonnementvertrieb:
Heinrich-Heine-Buchhandlung, Viehofer Platz 8, 45127 Essen; Tel.: 02 01/820 70–0; Fax: 820 70–15;
E-Mail: heine.buchhandlung@t-online.de

Einzelverkaufspreis (Buchhandel): 7,50 €
Abonnement (2 Hefte/Jahr, inkl. Versand): 12,50 €

Die ESSENER UNIKATE finden Sie im Internet unter:

www.uni-essen.de/unikate

Gedruckt auf chlorfreiem Papier. Nachdruck und Reproduktion von Text, Fotos und Grafiken nur nach Abstimmung mit der Redaktion. Die Redaktion bemüht sich regelmäßig, die Rechteinhaber von veröffentlichten, jedoch nicht selbst erstellten Bild- und Grafikbeiträgen zu ermitteln und die Rechte abzugelten. Bei nicht zu ermittelnden oder inkorrekt angegebenen Nachweisen bitten wir um Nachsicht.
Alle Rechte vorbehalten.
ISBN 3–934359–23–X
ISSN 0944–6060
© Universität Duisburg-Essen
Gerichtsstand: Essen