„Einführung in die Robotik“ für Studienanfänger

Harald Löwe, Technische Universität Braunschweig, Institut Computational Mathematics,
38106 Braunschweig, Deutschland, h.loewe@tu-bs.de

Baozhen Lei, Beijing Union University, College of Robotics,
Beijing, China 100020, leibaozhen@126.com

Benjamin Stelter, Phoenix Gymnasium Wolfsburg-Vorsfelde,
38448 Wolfsburg, Deutschland, benjamin.stelter@phoenixgymnasium.de

Kurzfassung

Unzweifelhaft ist Mathematik für MINT–Fächer ein wichtiges Werkzeug, dessen Gebrauch bereits in den ersten Semestern vermittelt wird. Aus unterschiedlichen Gründen erkennen Studierende allerdings die Notwendigkeit der Mathematik nur schwer und sehen in den Vorlesungen keinen Nutzen. Später stehen dann in Vorlesungen wie etwa der Robotik die benötigten Grundlagen nicht zur Verfügung, so dass erhebliche Zeit für eine Neuaufbereitung verwendet werden muss. Aus diesem Grund wurde am College for Robotics der Beijing Union University eine Veranstaltung für Studierende des Maschinenbaus im ersten Semester etabliert, die die Motivation in den Mathematikvorlesungen verstärken soll. Hauptsächlich wird dabei die Kinematik von seriellen Roboterarmen behandelt, wobei sehr viel Wert auf die experimentelle Umsetzung des Gelernten gelegt wird. Im Gegensatz zu anderen Veranstaltungen dieser Art wird keine neue Mathematik eingeführt, sondern die Kinematik von industriellen Standardarmen mit Hilfe von Schulmathematik angegangen. Im vorliegenden Artikel wird das Konzept der Veranstaltung sowie dessen Umsetzung vorgestellt.

Abstract

There can be no doubt that math is an important tool for STEM fields. Therefore, engineering students have to take several math courses during their first years. However, many students disrelish those courses as abstract and not productive for their study goals. This attitude leads to a insufficient knowledge of foundations that are needed in later courses like robotics and, hence, causes time–consuming repetitions of already teached stuff. For this reason, the College for Robotics of the Beijing Union Universty established a course for freshmen in mechanical engineering, which should motivate the students to learn math. The course in question deals with the kinematics of serial manipulators and pays much attention to practical projects. In contrast to other approaches of this type, the course uses trigonometry from high school only, so already known math appears as a tool for solving real–world problems. The present paper gives a description of the concept and the implentation of this project.

1 Einleitung

Robotik ist derzeit eine beliebte Möglichkeit, reale Anwendungen in den MINT–Fächern einzubeziehen; eine aktuelle Einführung gibt zum Beispiel [1]. Die Motive hinter den verschiedenen Ansätzen sind ebenso mannigfaltig wie die Ansätze selbst und reichen von Werbung für die Ingenieurstudiengänge [2, 3] über das Training von Programmierfähigkeiten [4] bis hin zur Förderung spezieller Ingenieurskompetenzen [5] und des interdisziplinären Arbeitens [6]. Die vorstehenden Literaturzitate sind dabei nur ausgesuchte, nicht repräsentative Beispiele. Die Vielzahl von Treffern, die eine Suche nach den Schlagworten „robotics“ und „education“ erzielt, führt mittlerweile zu Versuchen, den Begriff „Educational Robotics“ formaler zu fassen [7]. Der überwiegende Anteil der Projekte verwendet autonome Roboterfahrzeuge oder hat die Entwicklung eines speziellen Roboters zum Ziel. Roboterarme treten eher selten auf [8]. In Verbindung mit der mathematischen Ausbildung von Ingenieurstudierenden ist die Anzahl der Treffer schon deutlich geringer. Hier steht die Einbettung der Robotik in die Vorlesungen zur höheren Mathematik im Vordergrund [9, 10]. Daher werden Projekte in der Robotik vor allem zur Motivation eben eingeführter mathematischer Begriffe und Methoden sowie zu deren Festigung eingesetzt. Zumeist stehen numerische Programme wie MATLAB als Unterstützung zur Verfügung.

Solche Ansätze tragen in einer Zeit sinkender Vorkenntnisse von Studienanfängern zur Absenkung der Abbrecherquote bei. Vor allem die beobachtbare Neigung, Mathematikvorlesungen als zu abstrakt und als für die Ingenieurwissenschaften nicht relevant zu betrachten, lässt Studierende bereits in den ersten Semestern scheitern. Aber selbst das knappe Bestehen der eher rechenlastigen Klausuren führt nicht zu einem aktiven Beherrschen der Mathematik als Werkzeug. Dies fällt dann erst recht spät in Vorlesungen wie der Robotik auf: Mangelnde Vorkenntnisse aus Linearer Algebra und Analysis erzwingen dort ein erneutes Lehren dieser Grundlagen.

Allerdings erfordert das Einbeziehen ernsthafter Anwendungen in Mathematikvorlesungen – bei gleichzeitiger Beibehaltung des Stoffumfangs – einen erheblichen zusätzlichen Zeitaufwand, der größere Umstrukturierungen im Curriculum mit sich bringen würde. Hinzu kommt, dass

Dieses Werk kann unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz (CC BY 4.0) genutzt werden.
https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

die Studierenden Mathematik, Mechanik, Programmierung und etliches mehr zeitgleich erarbeiten müssten – eine Herausforderung mit durchaus unbestimmten Ausgang.
Der in dem vorliegenden Artikel vorgeschlagene Ansatz verfolgt einen alternativen Weg: In einer Veranstaltung für das erste Semester wird das inverse kinematische Problem für einen Roboterarm ausschließlich mit aus der Schule vertrauten trigonometrischen Hilfsmitteln gelöst. Hierdurch erkennen die Studierenden, dass sich bereits erworbenes mathematisches Wissen auf Probleme der realen Welt anwenden lässt, auch wenn im Mathematikunterricht von der fraglichen Anwendung nie die Rede war. Der so erzeugte Wunsch zum Erwerb eines mathematischen Werkzeugkastens für die spätere Arbeit als Ingenieur motiviert die Studierenden zu einer aktiven Teilnahme an ihren Mathematikvorlesungen. Gezielte Hinweise auf die Grenzen des gewählten Zugangs und deren Überwindung durch Hochschulmathematik verstärken diese Motivation.
Der vorliegenden Artikel ist wie folgt organisiert. Nach einer kurzen Einführung in die Ziele der Veranstaltung wird der eingesetzte serielle Arm vorgestellt. Recht ausführlich werden im Anschluss die Strukturierung und die Lehrinhalte diskutiert (Abschnitt 2.3) sowie erste Erkenntnisse aus den Evaluationen gezogen (Abschnitt 2.4). Abschnitt 2.5 beinhaltet bereits umgesetzte und geplante Veränderungen. Zur einfacheren Umsetzung des Projekts werden anschließend einige Hinweise zur Lösung des inversen kinematischen Problems mit Hilfe der Schul–Trigonometrie aufgeführt. Eine kurze Vorstellung verwandter Schülerprojekte zeigt Möglichkeiten, den Ansatz bereits in der Schule zu verfolgen und so mehr Abiturienten für ein Studium der MINT–Fächer zu begeistern. Zum Abschluss werden die wichtigsten Ergebnisse der vorliegende Studie zusammengefasst.

2 Beschreibung der Veranstaltung

Die Veranstaltung „Einführung in die Robotik“ wurde 2015 am College for Robotics der Beijing Union University als „Freshmen Course“ eingeführt und gehört seit 2019 als Pflichtmodul zu einer Vorlesungsreihe über Robotik im Studiengang Maschinenbau. Sie besteht aus vier Blöcken mit jeweils 180 Minuten (4 Stunden), die üblicherweise im Abstand von einer Woche zu Beginn des Wintersemesters stattfinden.

2.1 Ziele der Veranstaltung

Die Veranstaltung soll Studierende bereits in einer frühen Phase dazu bringen, Mathematik als wichtiges und wirksames Werkzeug für ihr eigenes Studium zu betrachten. Hierdurch soll die Motivation für die eigentlichen Mathematikvorlesungen gesteigert werden. Erreicht wird dieses Ziel durch den Rückgriff auf Trigonometrie zur Steuerung eines Roboterarms – die Studierenden erkennen, dass sie bereits einige Werkzeuge zur Lösung realer Probleme aus der Schule mitbringen, ohne dass ihnen dies explizit im Unterricht vermittelt wurde. Etliche Andeutungen über die Beschränkungen des gewählten Ansatzes und über die Aufhebung dieser Beschränkungen per Linearer Algebra und Analysis verstärken bei einem Großteil der Teilnehmer den Wunsch, sich aktiv mit Hochschulmathematik auseinanderzusetzen.
Darüber hinaus erhalten die Studierenden durch die intensive Beschäftigung mit der Steuerung des AL5A Erfahrungen, die eine tragfähige Basis für die nachfolgenden Vorlesungen des Robotik–Kanons bilden. Weiterhin lernen die Teilnehmer mit Python eine nützliche Programmiersprache kennen.
Fast nebenbei führen die Projektarbeit in Gruppen sowie das Dokumentieren und Präsentieren eigener Ergebnisse zur Verstärkung etlicher für Ingenieure unverzichtbaren Soft–Skills.

2.2 Verwendete Hard– und Software

Die Vorlesung an der Beijing Union University verwendet den 5–DOF–Roboterarm AL5A der Firma Lynxmotion [11]. Die im Schülerlabor „Mathe–Lok“ der Technischen Universität Braunschweig eingesetzten Roboterarme vom Typ AL5D (**Bild 1**) unterscheiden sich nur durch die Abmessungen. Der Grund für die Wahl dieses Arms ist der relativ günstige Preis zum Zeitpunkt der Anschaffung und vor allem die Möglichkeit der low–level–Steuerung über die serielle Schnittstelle. Als Aktuatoren kommen Servos zum Einsatz, so dass man keine allzu hohen Erwartungen an die Genauigkeit haben sollte.

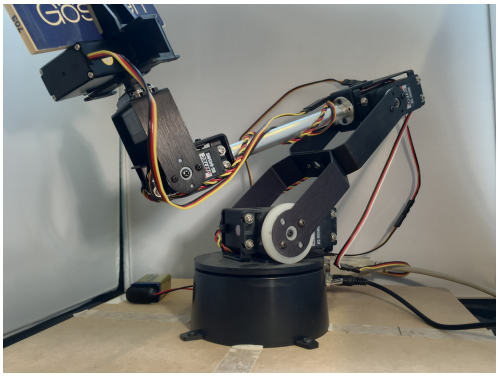

Bild 1 AL5D von Lynxmotion

Die sechs verbauten Servos können über die Controller–Platine SSC–32U angesteuert werden. Die Verbindung zum Rechner erfolgt per USB–Kabel über die serielle Schnittstelle. Über diese können die Servos mit einfachen ASCII–Sequenzen gesteuert werden. Bedingt durch die hierzu nötige Pulsweitenmodulation sind dabei alle Winkel in Pulsweiten (in Mikrosekunden) umzurechnen, was den Studierenden nach einer kurzen Erläuterung nicht schwer fällt.
Ein mechanisches Modell des Arms ist im linken Teil von **Bild 2** zu sehen; die fünf Achsen und die durch die Servos erzwungenen Orientierungen sind eingezeichnet. Über das gewählte Weltkoordinatensystem sowie die Bezeichnungen wichtiger Punkte (Schulter S, Ellbogen E, Handgelenkspunkt W, Hilfspunkt H und Arbeitspunkt G) und Abmessungen ($l_1 = |SE|, l_2 = |EW|, l_3 = |WH|, l_4 = |HG|$) gibt der rechte Teil des Bildes Auskunft. Nicht eingezeichnet ist die Höhe l_0 von S über der Basis des Arms.

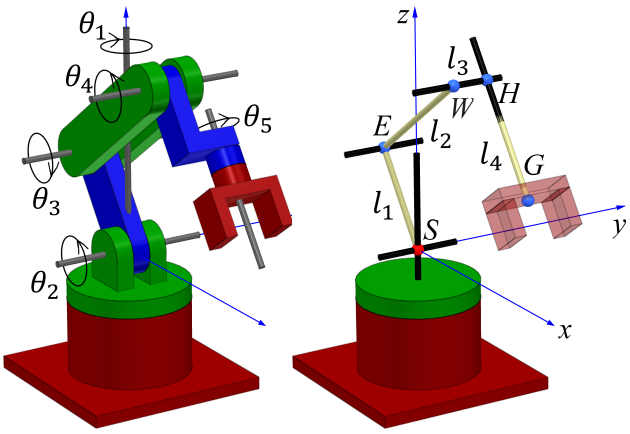

Bild 2 Mechanisches Modell und Skelett des AL5A

Als erste Steuerungssoftware kommt das Servo Sequencer Utility [12] zum Einsatz, siehe **Bild 3**. Hier können die Winkel (genauer: die Pulsweiten) der einzelnen Servos geändert und einzelne Posen sequenziell abgespeichert werden, so dass man kleinere Steuerungssequenzen schreiben und abspielen kann. Die Möglichkeit der unmittelbaren Beeinflussung der Servos kommt den Studierenden zu Beginn sehr entgegen.

Bild 3 SSC–32 Servo Sequencer Utility

Recht schnell erreicht die Software aber durch die umständliche Programmierung ihre Grenzen. Aus diesem Grund wird im zweiten Teil der Veranstaltung Python bevorzugt. Die Anbindung an den Controller kann sehr einfach mit dem Modul „pyserial“ erfolgen. Damit stehen sowohl mathematische Funktionen für die inverse Kinematik als auch Schleifen und Bedingungen zur Verfügung.

2.3 Strukturierung der Veranstaltung

Die Veranstaltung gliedert sich in vier Blöcke à 180 Minuten (vier Stunden), die im Folgenden besprochen werden.

Block 1 (Einführung und erste Experimente): Am Beginn steht eine sehr knapp gehaltene Einführung in den prinzipiellen Aufbau eines seriellen Roboterarms sowie eine kurze Vorstellung des zunächst verwendeten Servo Sequencer Uitility. Direkt im Anschluss sollen die Studierenden mit Hilfe dieser Software (aber ohne jede Theorie) den AL5A zwei Zylinder umsetzen lassen. Ein typischer Fehler bei diesen ersten Versuchen ist das direkte Ansteuern einer Griffpose, das zum Umwerfen der Zylinder führt. Daher müssen geeignete Zwischenposen eingefügt und die hierfür notwendigen Gelenkwinkel per Versuch und Irrtum ermittelt werden. Obgleich sich die Studierenden durchaus zu helfen wissen, erkennen sie rasch die Beschränktheit dieser Vorgehensweise. Hierdurch entsteht eine intrinsische Motivation für die Beschäftigung mit der Theorie zur Überwindung dieser Beschränkungen, auch wenn das Herumprobieren durchaus Spaß macht. Die durch die Versuche erworbene Vertrautheit mit den Bewegungen des Arms erweist sich allerdings in den folgenden Teilen als überaus wertvoll.

Nach Abschluss der Experimente wird im letzten, etwa 30–minütigen Abschnitt des Blocks auf die Beschreibung der Pose des Greifers per Weltkoordinaten eingegangen. Sowohl das direkte als auch das inverse kinematische Problem werden durch die Lehrkraft erläutert. Weiterhin wird das inverse kinematische Problem (im folgenden **IKP** abgekürzt) in ein Positionierungsproblem des “Handgelenkpunkts” W und der anschließenden Anpassung der Orientierung des Greifers zerlegt.

Neben der Aufforderung, sich bis zum nächsten Block bereits Gedanken zur Lösung des inversen kinematischen Problems zu machen, gibt es eine dreiteilige Hausaufgabe: (I) Installation von Anaconda [13] sowie dem serial–Modul per Anleitung, (II) Wiederholung des Sinus– und Kosinussatzes[1] und (III) Teillösung des direkten kinematischen Problems: Berechnung der Koordinaten für den Handgelenkpunkt W bei gegebenen Gelenkwinkeln.

Block 2 (Kinematik des AL5A und Einführung in Python): Im diesem zentralen Teil der Veranstaltung steht die Lösung des inversen kinematischen Problems (IKP) für den AL5A im Mittelpunkt. Aus Zeitgründen wird die Komplexität reduziert, indem nur Posen des Tools mit den beiden folgenden Einschränkungen betrachtet werden, die für die nachfolgenden Projekte aber vollständig ausreichen:

(A) Die x–Koordinate des Handgelenkpunkts W ist positiv, und

(B) der Griff erfolgt horizontal oder vertikal, d.h. die Strecke HG ist parallel zur x–y–Ebene oder parallel zur z–Achse.

Im Abschnitt 2.6 werden einige Hinweise zur Lösung des ersten Problems (waagerechter Griff) per elementarer Trigonometrie gegeben. Allerdings wird dort lediglich das fertige Ergebnis vorgestellt, während die Veranstaltung auf das gemeinsame Entwickeln der Lösung durch die Studierenden abzielt. Ansätze und Teillösungen werden auf der Tafel protokolliert und bei Bedarf geändert. Dies erfolgt zum großen Teil durch die Studierenden. Die Lehrkräfte greifen nur dann mit steuernden Hinweisen ein, wenn es die zeitliche Beschränkung erforderlich macht. Am Ende des Abschnitts befindet sich eine unmittelbar in Python umsetzbare Lösung an der Tafel, so dass alle Studierenden auf demselben Stand sind.

[1] Beide Sätze sind – im Gegensatz zu vielen Bundesländern – im chinesischen Curriculum für die Schule verankert.

Zunächst steht die Berechnung von $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ aus den vorgegebenen Koordinaten des Handgelenkpunkts W auf dem Programm. Nach Abschluss wird anhand einiger typischer Industriearme erläutert, dass diese Teillösung auch später eine wesentliche Rolle spielt. Hierdurch erkennen die Studierenden die Vorzüge eines systematischen Ansatzes. Anschließend wird das vollständige IKP für den waagerechten und den vertikalen Griff behandelt. Erfahrungsgemäß müssen hier Hilfen für einen Ansatz gegeben werden.
Der letzte Abschnitt des Blocks hat eine Einführung der Programmiersprache Python zum Inhalt. Hier ist die Zeit besonders knapp. Daher werden die notwendigen Fähigkeiten per „Vormachen und Nachmachen“ vermittelt, was sich durchaus bewährt hat. Die Kommunikation zwischen Python und dem AL5A über die serielle Schnittstelle wird nur kurz behandelt; eine entsprechende Prozedur wird zur Verfügung gestellt. Neben dem prinzipiellen Aufbau eines Python–Programms stehen vor allem die Verwendung des „math“–Moduls sowie Schleifen, if–then–Konstrukte und Prozeduren im Mittelpunkt. Dabei wird jeweils ein kurzes Beispiel vorgestellt, von den Studierenden abgetippt und anschließend leicht verändert. Sämtliche Inhalte werden in erweiterter und kommentierter Form als Umdruck zur Verfügung gestellt. Als Hausaufgabe sollen die Studierenden die erarbeitete Lösung des IKP als Prozedur in Python implementieren, was die meisten trotz der arg knappen Einführung in das Programmieren auch schaffen.

Block 3 (Projekte): In diesem Block führen die Studierenden in Gruppen Projekte mit dem AL5A wie etwa das Greifen und Umsetzen von Zylindern oder das Schreiben chinesischer Schriftzeichen durch. Eigene Ideen für Projekte sind zulässig und sogar erwünscht. Die gute Vorbereitung der Python–Prozedur zur inversen Kinematik ist für das Gelingen der Projekte im vorgegebenen Zeitrahmens von zentraler Bedeutung. Die oben erwähnte Hausaufgabe soll daher ab 2020 bereits im Vorfeld kontrolliert werden.
Im Verlaufe der Arbeit kämpfen die Studierenden immer wieder mit der mangelhaften Positionierungsgenauigkeit des AL5A. Auch mit Kalibrierung der Servo–Mittelstellungen sind Anpassungen einzelner Positionen per Hand nötig. Dies zeigt zwar den Studierenden die Notwendig der Adaption theoretischer Ergebnisse an die Realität, kostet aber auch einiges an Zeit.
Auch in diesem Teil halten sich die Lehrkräfte nach Möglichkeit zurück und beantworten lediglich Fragen. Als wertvoll hat sich ein Abfragen der einzelnen Gruppen nach ihren Plänen erwiesen. So kann durch Vorschläge das Scheitern einer Gruppe verhindert werden. Ohnehin sind die Projekte in der vorgesehenen Zeit kaum zu schaffen, so dass in den letzten Jahren etliche Gruppen unter Betreuung durch eine Hilfskraft nacharbeiten mussten.
Neben der Fertigstellung und dem Test der Programmierung ist vor allem die Vorbereitung der Präsentation als Hausaufgabe bis zum vierten Block durchzuführen.

Block 4 (Präsentationen, Evaluierung und Ausblick): Nach letzten Feinschliffen an den Programmen (maximal 60 Minuten) präsentieren die Gruppen ihre erzielten Ergebnisse in englischer Sprache. In den Vorträgen sind die gewählten Lösungsansätze sowie aufgetretene Probleme besonders zu berücksichtigen. Die teils recht erheblichen Schwierigkeiten mit diesem Teil beruhen vor allem auf sprachliche Probleme und auf mangelnden Erfahrungen mit Präsentationen dieser Art. Trotzdem sehen die Studierenden die Notwendigkeit des Trainings von Vorträgen durchaus ein.
Als sehr wertvoll haben sich die Gespräche mit den Studierenden über die Veranstaltung im Anschluss an die Vorträge herausgestellt. Hier wurde bisher durchaus konstruktiv Kritik geübt, was zu einer stetigen Verbesserung des Konzepts geführt hat.
Ganz zum Schluss steht noch ein kurzer Ausblick auf die weiterführenden Veranstaltungen in der Robotik sowie deren Vernetzung mit der Mathematik. Da zumindest den besseren Studierenden durchaus die Grenzen des gewählten Ansatzes zur Kinematik während der Durchführung der Projekte bewusst wurde, fallen Andeutungen über die Anwendung von Linearer Algebra und Analysis in der Kinematik und Dynamik auf fruchtbaren Boden. Unterstützt wird dies durch Vorträge zur Anwendung der Matrizenrechnung, die der erste Autor in den meisten Jahren außerhalb der Veranstaltung hält.

2.4 Erkenntnisse aus den Evaluationen

Die (mündlichen und schriftlichen) Evaluationen der Veranstaltung haben ergeben, dass diese bei den Teilnehmern sehr gut ankommt. Insbesondere sind viele Studierende zumindest direkt im Anschluss motiviert, die mathematischen Vorlesungen in ihrem Studiengang ernstzunehmen und hier mehr Arbeit zu investieren. Insofern hat die Veranstaltung ihr ursprüngliches Ziel erreicht.
Vor allem die Kopplung von Mathematik, Theorie und unmittelbarem Umsetzen erzielter Ergebnisse in die Praxis ist den meisten Studierenden neu und wird von diesen sehr begrüßt. Auch die Verwendung der in der Schule eher als theoretisch empfundenen Trigonometrie wird als überraschend, aber auch als spannend empfunden.
Beklagt werden neben den sprachlichen Hürden vor allem die sehr beschränkte Zeit für die experimentellen Abschnitte. Dagegen wurde Umfang und Anspruch der theoretischen Teile als adäquat empfunden.
Insgesamt kann die Veranstaltung durchweg als gelungen betrachtet werden, auch wenn durchaus Optimierungspotential (siehe nächster Abschnitt) vorhanden ist. Insbesondere wurden die wesentlichen Ziele erreicht und vor allem die Motivation der Studierenden zum einen für die Robotik, zum anderen für die theoretischen Grundlagen ihres Fachs gestärkt. Allerdings ist zur Zeit noch nicht klar, wie weit diese Motivation im Studium anhalten wird.

2.5 Veränderungen und Erweiterungen

Eine bereits durchgeführte Verbesserung besteht in der Umstellung von der Sequencer–Software (Bild 3) auf Python für die Projekte. Dies erfordert zwar einen zusätzlichen Aufwand zum Erlernen einiger Basics von Python,

zahlt sich aber durch die erheblich einfachere Steuerung mehr als aus. Die Startschwierigkeiten bei der Verwendung von Python konnten durch Unterlagen für die häusliche Vorbereitung gemildert werden. Nicht zuletzt lässt sich Python auch für andere Fächer im Studium gewinnbringend einsetzen, so dass hier ein echter Mehrwert entsteht. Hiermit in Zusammenhang steht die Idee, den proprietären Controller SSC–32U durch einen Raspberry Pi inklusive Shield zur Steuerung der Servos zu ersetzen.
Die Reduktion des IKP auf spezielle Posen des Greifers ist eine ebenfalls bereits integrierte Verbesserung, da die Studierenden sich nicht mehr mit den lästigen Fallunterscheidungen des allgemeinen IKP herumschlagen müssen. Das neue Konzept liefert dagegen handhabbare Ergebnisse, die für die Projekte vollkommen ausreichen.
Als wichtige Verbesserung erscheint ein Wörterbuch Englisch–Chinesisch der verwendeten Begriffe aus der Mathematik und Mechanik. Dieser Vorschlag erfolgte aus den Reihen der Studierenden im letzten Semester und soll im kommenden Durchgang 2020 aufgegriffen werden.
Ebenfalls in Planung ist eine virtuelle Variante des AL5A mit der Möglichkeit der Steuerung über Python. Dies würde vor allem der Hausaufgabe zwischen dem zweiten und dritten Block zugute kommen. Darüber hinaus soll die Möglichkeit der intensiveren Beschäftigung mit den Projekten durch Laborzeiten eröffnet werden, bei der eine Hilfskraft die Betreuung übernimmt.
Abschließend sei noch erwähnt, dass derzeit die Einbettung der Veranstaltung in das Pflicht–Curriculum besser mit den weiterführenden Vorlesungen über Robotik vernetzt wird. Es wäre wünschenswert, wenn auch später der AL5A erneut zum Einsatz käme. Alternativ wird über das Ersetzen des AL5A durch einen anderen, eventuell per 3D–Druck hergestellten Arm mit 6 Freiheitsgraden nachgedacht.

2.6 Hinweise zum IKP des AL5A

In diesem Abschnitt werden einige Hinweise zur Lösung eines Spezialfalls des inversen kinematischen Problems des AL5A mit Hilfe elementarer Trigonometrie gegeben: Der Greifer soll waagerecht (HG parallel zur x–y–Ebene) so positioniert werden, dass er einen aufrecht stehenden Zylinder in einer bestimmten Höhe h greifen kann. Offenbar muss hierzu die Verlängerung der Strecke HG die Mittellinie des Zylinders im Punkt $C = (x_C, y_C, z_C)$ mit $z_C = h$ schneiden, vergleiche hierzu **Bild 4**. Dabei muss der Abstand r zwischen Arbeitspunkt G und dem Punkt C wenigstens so groß wie der Radius des Zylinders sein.

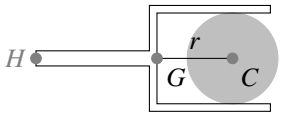

Bild 4 Horizontaler Griff eines Zylinders (Grundriss)

Weiterhin soll der Zylinder so stehen, dass die für den Griff notwendige x–Koordinate von W positiv ist. Dies lässt sich zum Beispiel durch die Voraussetzung

$$x_C > \sqrt{l_3^2 + (l_4 + r)^2} \tag{1}$$

erzwingen. Der waagerechte Griff führt sofort auf

$$\theta_5 = 0 \text{ und } \theta_4 = \theta_3 - \theta_2, \tag{2}$$

so dass man nur noch $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ zu bestimmen hat.

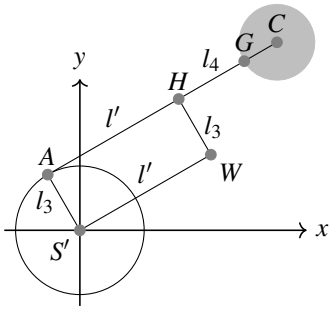

Bild 5 Berechnung von l'

Bild 5 zeigt den Grundriss in der Ebene $z = h = z_C$, in der sich die Punkte W, H, G und C befinden. Daher muss nur S durch seinen Grundriss S' ersetzt werden. Eine kurze Überlegung zeigt, dass die Gerade GC den Kreis um S' mit Radius $l_3 = |HW|$ in einem Punkt A berührt, wobei $l' = |AH|$ mit dem horizontalen Abstand $|S'W|$ zwischen S und W übereinstimmt, vergleiche Bild 5. Offenbar gilt

$$l' = \sqrt{x_C^2 + y_C^2 - l_3^2} - l_4 - r > 0. \tag{3}$$

Dreht man das Dreieck $S'CA$ um S' mit dem Winkel $-\theta_1$ im Uhrzeigersinn, so erhält man das in **Bild 6** gezeigte Dreieck $S'\tilde{C}\tilde{A}$ mit der zur x–Achse parallelen Seite $\tilde{C}\tilde{A}$.

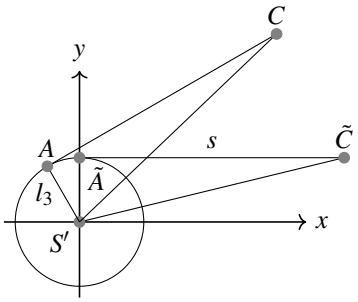

Bild 6 Berechnung von θ_1

Setzt man $s = |AC| = l' + l_4 + r$, so hat $\tilde{C}$ die Koordinaten (s, l_3). Unter Beachtung der Orientierung ergibt sich

$$\theta_1 = \operatorname{atan2}(s, l_3) - \operatorname{atan2}(x_C, y_C) \tag{4}$$

Da θ_1 der im Uhrzeigersinn orientierte Winkel zwischen $S'W$ und der x–Achse ist, folgt mit $z_w = h$, dass

$$W = (x_W, y_W, z_W) = (l' \cdot \cos\theta_1, -l' \cdot \sin\theta_1, h) \tag{5}$$

die für den Griff notwendige Position von W ist.

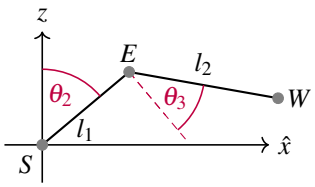

Bild 7 Positionierung von W

Das Bestimmen der fehlenden Winkel θ_2 und θ_3 erfolgt in der durch W und der z–Achse aufgespannten vertikalen Ebene, vergleiche **Bild 7**. In dem eingezeichneten Koordinatensystem besitzt W die $\hat{x}$–Koordinate

$$\hat{x}_W = \sqrt{x_W^2 + y_W^2}, \tag{6}$$

da W *vor* der y–z–Ebene liegt. Der Abstand $d = |SW|$ berechnet sich zu

$$d = \sqrt{x_W^2 + y_W^2 + z_W^2} = \sqrt{(l')^2 + h^2}. \tag{7}$$

Etwas Rechnen führt auf die für die Lösbarkeit des IKP notwendige Bedingung

$$|l_1 - l_2| < d \leq l_1 + l_2, \tag{8}$$

die man schon direkt nach Gleichung (3) nachrechnen kann. Ist (8) erfüllt, so wendet man den Kosinussatz im Dreieck SWE zur Berechnung des Winkels $\angle(SEW) = \pi/2 - \theta_2$ an und erhält hieraus

$$\theta_3 = \arcsin \frac{l_1^2 + l_2^2 - d^2}{2 l_1 l_2}. \tag{9}$$

Erneutes Ausnutzen des Kosinussatzes liefert im Anschluss den Winkel

$$\omega = \angle(WSE) = \arccos \frac{l_1^2 - l_2^2 + d^2}{2 l_1 d} \tag{10}$$

und damit den letzten fehlenden Gelenkwinkel

$$\theta_2 = \omega - \operatorname{atan2}(z_W, \hat{x}_W). \tag{11}$$

Abschließend überprüft man, ob dieser Winkel im zulässigen Bereich von $-\pi/2$ bis $\pi/2$ liegt. Damit ist das IKP für den AL5A vollständig gelöst.

3 Verwandte Schülerprojekte

Die Veranstaltung an der Beijing Union University wurde durch Kurse für Schüler über die Geometrie von Roboterarmen am Schülerlabor „Mathe-Lok“ der Technischen Universität Braunschweig beeinflusst, die sowohl für Schulklassen als auch als Arbeitsgemeinschaft ab Klasse 9 angeboten werden. Eine Beschreibung der Inhalte findet man in [14, 15]. Das Ziel ist ähnlich zu dem bereits geschilderten: Die Bedeutung der Mathematik in realen Anwendungen[2] am Beispiel der Trigonometrie nahezubringen. Weitere Kurse dieser Art befassen sich mit der Statik von Stabtragwerken oder der Vermessungskunde. Hierbei zeigt sich, dass die Trigonometrie im niedersächsischen Schulunterricht nur noch rudimentär vermittelt wird; zum Beispiel kennen nur wenige Schüler den Kosinussatz. Allerdings versuchen die Schüler, ihr mathematisches Wissen abseits gewohnter Aufgabentypen auch wirklich einzusetzen. Nebenbei bemerkt lässt sich ein Kurs über die Kinematik von Roboterarmen sogar mit ausgewählten Schülern der Jahrgangsstufen 7 bis 9 durchführen; siehe hierzu [16]. Allerdings ist der Zeitaufwand hier mit ca. 30 Stunden deutlich höher.

Ein neues Konzept zur Verbindung von Mathematikunterricht und Anwendungen ist derzeit am Phoenix–Gymnasium (Wolfsburg–Vorsfelde) in Entwicklung und Erprobung. Dort wird im Rahmen eines Seminarfachs die Vorlesung „Ingenieurmathematik B (Lineare Algebra)“ für Schüler angeboten, wofür deutlich mehr Zeit als für das universitäre Pendant zur Verfügung steht. Somit ergibt sich die Gelegenheit, vorlesungsbegleitend Anwendungen der Linearen Algebra in der Kinematik zu lehren und durch Experimente mit dem AL5D in die Praxis umzusetzen. Um die Schüler mit dieser Thematik vertraut zu machen, wurde einführend der hier beschriebene Zugang zur Steuerung des AL5D gewählt.

4 Zusammenfassung

Die im vorliegenden Artikel besprochene Veranstaltung für Studienanfänger konnte sich an der Beijing Union University als erfolgreicher Beitrag sowohl zum Robotik–Kanon als auch zur Motivation der Studierenden des Maschinenbaus für die Mathematikvorlesungen etablieren. Aufbau und Strukturierung werden in enger Abstimmung mit den Teilnehmern stetig verbessert. Die für chinesische Studienanfänger recht ungewohnten Freiheiten wie die Wahl von Projektaufgaben und das Einfordern selbständiger Arbeit fanden große Zustimmung. Die in Deutschland durchgeführten Schülerprojekte zeigen, dass derartige Veranstaltungen auch im deutschsprachigen Raum erfolgversprechend sind.

Eine aussagekräftigere Evaluierung des Veranstaltungserfolgs ist in Planung. Derzeit ist allerdings noch unklar, wie sich die Auswirkung auf die Motivation der Teilnehmer für ihre Mathematikvorlesungen bewerten lassen. Fest steht aber, dass die Studierenden mit dem eingesetzten Roboterarm AL5A vertraut sind. Die hierbei erworbenen theoretischen und praktischen Kenntnisse der Kinematik sind im späteren Studium auf jeden Fall wertvoll.

5 Danksagung

Die Arbeit wurde durch die National Natural Science Foundation of China (Nr. 51775048) sowie durch das „Education and Teaching Program“ der Beijing Union University unterstützt.

6 Literatur

[1] Miller, D.P.; Nourbakhsh, I.: *Robotics for Education*. In: Sciliano, B.; Khatib, O. (Hrsg.): Handbook of Robotics. Berlin, Heidelberg: Springer, 2016.

[2] Martínez–Jiménez, P.; Salas–Morera, L.; Pedrós–Pérez, G.; Cubero–Atienza, A.J.; Varo–Martínez, M.: *OPEE: An Outreach Project for Engineering Education*. IEEE Transactions on Education. (2010) 55(1), ISSN 0018–9359, S. 96–104.

[3] Riojas, M.; Lysecky, S.; Rozenblit, J.: *Educatio-*

[2] Das niedersächsische Kerncurriculum sieht Anwendungen als wesentlichen Bestandteil des Mathematikunterrichts vor; allerdings beschränken sich diese zumeist auf pseudo–angewandte Aufgaben, die den Bezug zur Realität vollständig vermissen lassen. Dies gilt leider auch für die anderen Bundesländer.

nal Technologies for Precollege Engineering Education. IEEE Transactions on Learning Technologies. (2012), 5(1), ISSN 1939–1382, S. 20–37.

[4] Major, L.; Kyriacou, T.; Brereton, O.P.: *Systematic Literature Review: Teaching Novices Programming Using Robots*. IET Software. (2012) 6(6), ISSN 1751–8806, S. 502–513.

[5] Pomalaza–Ráez, C.; Groff, B.H.: *Retention 101: Where Robotis Go... Students Follow*. Journal of Engineering Education. (2003) 92(1), Online ISSN 2168–9830, S. 85–90.

[6] Aitken, J.M.; Boorman, L.; Cameron, D.; Collins, E.C.; Chua, A.; Fernando, S.; Martinez–Hernandez, U.; McAree, O.; Law, J.: *ROBO–GUIDE – Lessons from an Interdisciplinary Project*. 6th International Symposium for Engineering Education, Sheffield, UK (2016).

[7] Angel–Fernandez, J.; Vincze, M.: *Towards a Definition of Educational Robotics*. In: Proceedings of the Austrian Robotics Workshop 2018, ISBN 978-3-903187-22-1, S. 37–42.

[8] Quassem, M.A.; Abuhadrous, I.; Elaydi, H.: *Modeling and Simulation of 5 DOF Educational Robot Arm*. In: 2nd International Conference on Advanced Computer Control, Shenyang (China), 2010.

[9] Klingbeil, N.W.; Mercer, R.E.; Rattan, K.S.; Raymer, M.L.; Reynolds, D.B.: *Rethinking Engineering Mathematics Education: A Model for Increased Retention, Motivation and Success in Engineering* Proceedings of the 2004 American Society for Engineering Education Annual Conference & Exposition Copyright.

[10] Behrens, A.; Atorf, L; Schwann, R.; Neumann, B.; Schnitzler, R.; Ballé, J.; Herold, T.; Telle, A.; Noll, T.G.; Hameyer, K.; Aach, T.: *MATLAB Meets LEGO Mindstorms — A Freshman Introduction Course Into Practical Engineering*. IEEE Transactions on Education, (2010), 53(2), ISSN 0018–9359, 306–317.

[11] Lynxmotion: AL5A; http://www.lynxmotion.com/c-124-al5a.aspx. Aufgerufen 2020-02-10.

[12] SSC–32 Servo Sequencer Utility (Freeware); http://www.lynxmotion.com/p-895-free-download-ssc-32-servo-sequencer-utility-created-using-flowbotics-studio.aspx. Aufgerufen 2020-02-03.

[13] Anaconda. https://www.anaconda.com/. Aufgerufen 2020-02-03.

[14] Löwe, H.; Stelter, B.; Lei Baozhen: *Geometrie von Industrierobotern*. Mathematikinformation. (2017) 66, ISSN 1612-9156, S. 22–45.

[15] Löwe, H.; Stelter, B.; Lei Baozhen: *Steuerung des Roboterarms AL5D mit PYTHON*. Mathematikinformation. (2018) 69, ISSN 1612-9156, S. 42–45.

[16] Löwe, H.; Darraz, A.: *Hauptkurs Physik: Robotik*. In: Wulff, C.; Piekatz, H.; Kréti, F.; Weygandt, B. (Hrsg.): Dokumentation der 8. Hessischen Schülerakademie der Mittelstufe, 24. Juni bis 3. Juli 2018, S. 33–43; Hessische Heimvolkshochschule Burg Fürsteneck. http://www.hsaka.de/portfolio-item/doku-hsaka-m-2018/. Aufgerufen 2020-02-11.

DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

ub universitäts bibliothek

In: **Sechste IFToMM D-A-CH Konferenz 2020**

Dieser Text wird über DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt. Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

DOI: 10.17185/duepublico/71187
URN: urn:nbn:de:hbz:464-20200220-113856-7

Dieses Werk kann unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 Lizenz (CC BY 4.0) genutzt werden.