

**Bewertung des Regelverhaltens
bei deterministisch-stochastischen
Prozessstörungen durch ein
modellbasiertes Benchmark-Verfahren**

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften,
Abteilung Elektrotechnik und Informationstechnik
der Universität Duisburg-Essen

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften

genehmigte Dissertation

von

Stanislav Kardash

aus

Leningrad

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Steven X. Ding

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Ping Zhang

Tag der mündlicher Prüfung: 11.10.2019

Danksagung

Diese Dissertation entstand im Rahmen der externen Promotion im Fachgebiet Automatisierungstechnik und komplexe Systeme an der Universität Duisburg-Essen während meiner beruflichen Tätigkeit in der Fachgruppe Advanced Process Control bei Covestro Deutschland AG. Ich möchte mich bei meinem Doktorvater, Professor Dr.-Ing. Steven X. Ding, für die wissenschaftliche Betreuung sowie Anregungen ganz herzlich bedanken. Ich bin ihm sehr dankbar, dass er mir bei der Erarbeitung des Konzeptes für meine Doktorarbeit half und mich bei der Fortführung des Projektes unterstützte sowie viel Freiraum für neue Ideen gab.

Mein Dank gilt ebenfalls der Frau Dr.-Ing. Christine Maul, Leiterin der Fachgruppe Advanced Process Control bei Covestro Deutschland AG, die die Erstellung dieser Arbeit ermöglichte und organisatorisch unterstützte, sowie dem ganzen Team für die produktive Diskussion.

Ich möchte mich auch bei meiner Familie für das Verständnis und moralische Unterstützung bedanken.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-------------|
| Abbildungsverzeichnis | v |
| Abstract | vii |
| Zusammenfassung | viii |
| Nomenklatur | ix |
| 1 Einleitung | 1 |
| 1.1 Einführung und Motivation | 1 |
| 1.2 Zielsetzung der Arbeit | 2 |
| 1.3 Gliederung der Arbeit | 3 |
| 2 Stand der Technik | 5 |
| 2.1 Einführung in die Überwachung der Regelgüte | 5 |
| 2.1.1 Verarbeitung der Messdaten | 7 |
| 2.1.2 Datenanalyse | 9 |
| 2.2 Erkennung von Funktionsfehlern in Regelkreisen | 11 |
| 2.2.1 Sättigung der Stellgröße | 11 |
| 2.2.2 Erkennung der Nichtlinearität | 12 |
| 2.2.3 Erkennung von Oszillationen | 14 |
| 2.3 Stochastische Methoden der Überwachung der Regelgüte | 15 |
| 2.3.1 Harris-Index | 15 |
| 2.3.2 Regelgüte-Index mit dem erweiterten Zeithorizont | 17 |
| 2.3.3 Modifizierter Regelgüte-Index durch die Polvorgabe | 18 |
| 2.3.4 Control Loop Performance Assessment (CPLA) Index | 19 |
| 2.3.5 Der relative Regelgüte-Index (RPI Index) | 19 |
| 2.3.6 Regelgüte-Überwachung mit dem linearen quadratischen Gaußschen (LQG) Referenz-Regler | 21 |
| 2.4 Deterministische Methoden der Überwachung der Regelgüte | 23 |
| 2.4.1 Bewertung der Regelgüte bei einer Sollwert-Änderung | 23 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.4.2 | Idle-Index | 26 |
| 2.4.3 | Hurst-Index | 27 |
| 2.4.4 | Bewertung des Dämpfungsgrades des Regel- verhaltens durch Aggressivitätsindex | 28 |
| 2.5 | Zusammenfassung | 31 |
| 3 | Identifikation von Störgrößenmodellen | 33 |
| 3.1 | Einleitung und Motivation | 33 |
| 3.2 | Identifikation von stochastischen Störgrößenmodellen | 34 |
| 3.2.1 | Grundlagen stochastischer Prozesse | 34 |
| 3.2.1.1 | Beschreibung eines stochastischen Prozesses | 34 |
| 3.2.1.2 | Weißes Rauschen | 36 |
| 3.2.2 | Modellierung stochastischer Prozesse | 37 |
| 3.2.2.1 | Moving Average Prozess | 37 |
| 3.2.2.2 | Autoregressiver Prozess | 39 |
| 3.2.2.3 | Autoregressive-Moving-Average Prozesse | 41 |
| 3.2.3 | Stochastische Modellidentifikation | 41 |
| 3.2.3.1 | Stationarisierung der Zeitreihe | 41 |
| 3.2.3.2 | Identifikation des stochastischen Modells | 44 |
| 3.2.3.3 | Erkennung des Modellfehlers | 49 |
| 3.3 | Deterministische Modellidentifikation | 50 |
| 3.3.1 | Allgemeine Vorgehensweise | 50 |
| 3.3.2 | Subspace-Identifikationsmethoden | 52 |
| 3.4 | Beobachtergestützte Fehlererkennung in Störgrößenmodellen | 57 |
| 3.4.1 | Entwurf eines optimalen Beobachters | 57 |
| 3.4.1.1 | Grundlagen der Zustandsbeobachtung | 57 |
| 3.4.1.2 | Kalman-Filter | 60 |
| 3.4.2 | Beobachtergestützte Fehlererkennung | 62 |
| 3.4.2.1 | Ablauf der Identifikation mit Erkennung des Modellfehlers | 62 |
| 3.4.2.2 | Beschreibung der Beobachterstruktur | 65 |
| 3.5 | Validierung der Methode mit Prozessdaten | 66 |
| 3.5.1 | Prozessbeschreibung | 66 |
| 3.5.2 | Simulation anhand von Prozessdaten | 68 |
| 3.6 | Zusammenfassung und Diskussion | 73 |
| 4 | Bewertung des Regelverhaltens durch ein Benchmark-Verfahren | 76 |
| 4.1 | Einleitung und Motivation | 76 |
| 4.2 | Definition des Benchmark-Reglers | 78 |
| 4.2.1 | Grundlagen der optimalen Regelung | 78 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 4.2.2 | Normen von Signalen und Systemen | 81 |
| 4.2.3 | H_2 -optimale Regelung | 85 |
| 4.3 | Bewertung des Regelverhaltens | 88 |
| 4.3.1 | Regelgüte-Index bei deterministischen Störungen | 88 |
| 4.3.2 | Regelgüte-Index bei deterministisch-stochastischen Störungen | 91 |
| 4.3.3 | Schätzung der unbekannt deterministischen Störgröße | 94 |
| 4.3.4 | Berechnung des deterministischen Benchmark-Systemverhaltens | 97 |
| 4.3.5 | Berechnung des stochastischen Benchmark-Systemverhaltens | 100 |
| 4.4 | Zusammenfassung | 104 |
| 5 | Validierung der Bewertungsmethode des Regelverhaltens mit Prozessdaten | 106 |
| 5.1 | Einleitung | 106 |
| 5.2 | Anwendung der Bewertungsmethode bei deterministischer Störung | 107 |
| 5.3 | Anwendung der Bewertungsmethode bei deterministisch-stochastischer Störung | 112 |
| 6 | Zusammenfassung und Ausblick | 117 |
| | Literaturverzeichnis | 121 |

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|------|--|----|
| 2.1 | Kosten-Nutzen-Abhängigkeit bei der LQG-Regelung | 22 |
| 2.2 | Zeitverläufe der Regelabweichung eines Beispiel-Regelkreises. . . | 29 |
| 3.1 | Ablaufschema der Stationarisierung einer Zeitreihe | 44 |
| 3.2 | Ablaufschema der Modellidentifikation der Störgröße | 51 |
| 3.3 | Allgemeine Struktur einer modellbasierten Zustandsbeobachtung | 59 |
| 3.4 | Schematische Darstellung vom Ablauf der Störgrößenmodellierung | 63 |
| 3.5 | Graphische Darstellung der Beobachterstruktur | 67 |
| 3.6 | Darstellung der Destillationskolonne als Beispielprozess | 68 |
| 3.7 | Darstellung des Residuensignals für die 1. Zeitperiode | 69 |
| 3.8 | Darstellung der Autokorrelationsfunktion für die 1. Zeitperiode vor Stationarisierung | 70 |
| 3.9 | Darstellung der partiellen Autokorrelationsfunktion für die 1. Zeitperiode vor Stationarisierung | 70 |
| 3.10 | Darstellung der Autokorrelationsfunktion für die 1. Zeitperiode nach Stationarisierung | 71 |
| 3.11 | Darstellung der partiellen Autokorrelationsfunktion für die 1. Zeitperiode nach Stationarisierung | 71 |
| 3.12 | Darstellung des p -Wertes der χ^2 -Verteilung für die Q-Statistik des Gesamtmodellfehlers für die 1. Zeitperiode | 72 |
| 3.13 | Darstellung des Residuensignals für die 2. Zeitperiode | 72 |
| 3.14 | Darstellung des Residuensignals für die 3. Zeitperiode | 73 |
| 3.15 | Darstellung des p -Wertes der χ^2 -Verteilung für die Q-Statistik des Gesamtmodellfehlers für die 3. Zeitperiode | 73 |
| 3.16 | Ergebnis der deterministischen Modellidentifikation in der 3. Zeit- periode | 74 |
| 3.17 | Darstellung des p -Wertes der χ^2 -Verteilung für die Q-Statistik des Gesamtmodellfehlers für die 3. Zeitperiode nach dem Eintritt der neuen deterministischen Störgrößenkomponente | 74 |
| 4.1 | Darstellung eines geschlossenen Regelungssystems für die Formu- lierung der H_2 -optimalen Referenz-Regelung | 85 |

| | | |
|------|--|-----|
| 4.2 | Darstellung eines geschlossenen Regelungssystems mit der deterministischen Störgröße für die Definition des Regelgüte-Indexes | 89 |
| 4.3 | Darstellung eines geschlossenen Regelungssystems mit der deterministisch-stochastischen Störgröße für die Definition des Regelgüte-Indexes | 91 |
| 4.4 | Schematische Darstellung des Referenz-Regelungssystems für die Bestimmung des deterministischen Benchmark-Verhaltens | 99 |
| 4.5 | Systemstruktur für die Formulierung der Minimum-Varianz-Regelung | 101 |
| 4.6 | Das geschlossene Regelungssystem in der Form der Internal-Model-Control Struktur | 101 |
| 5.1 | Datensatz der Prozessstörung $r(k)$ für die Validierung der Bewertungsmethode | 106 |
| 5.2 | Störgrößenverlauf in der ersten Anwendungsiteration mit der deterministischen Modelldynamik | 108 |
| 5.3 | Schätzung der unbekanntenen Störgrößen $\hat{d}(k)$ | 108 |
| 5.4 | Berechnung des Benchmark-Systemverhaltens bei deterministischer Störung | 109 |
| 5.5 | Ausgangsgröße y^{Ist} im geschlossenen System mit dem vorhandenen PI-Regler. | 110 |
| 5.6 | Bewertung der Regelgüte bei deterministischer Störung. | 111 |
| 5.7 | Bestimmung des deterministischen und stochastischen Störungsanteiles durch Stationarisierung. | 113 |
| 5.8 | Berechnung des Benchmark-Systemverhaltens $y^{MVC}(k)$ mit der Minimum-Varianz-Regelung. | 114 |
| 5.9 | Schätzung der unbekanntenen Störgröße $\hat{d}(k)$ für alle Iterationen | 114 |
| 5.10 | Berechnung des deterministischen Benchmark-Systemverhaltens bei deterministisch-stochastischer Störung | 115 |
| 5.11 | Bewertung der Regelgüte bei deterministisch-stochastischer Störung. | 116 |

Abstract

This thesis deals with performance assessment of feedback control loops, which are influenced by deterministic and combined deterministic and stochastic disturbances. Model identification of the combined deterministic-stochastic disturbance and an observer-based fault detection in the disturbance model is also considered in the thesis. A systematic approach for the disturbance model identification and fault detection is presented, which can be used iteratively. The introduced performance assessment method is developed as a benchmark test using the H_2 -optimal control as a reference at the presence of a deterministic disturbance. At the presence of a combined deterministic-stochastic disturbance the H_2 -optimal benchmark controller for the deterministic part of the disturbance is combined with the conventional minimum variance controller for the stochastic part of the disturbance. The L_2 norm of the signal is applied for the calculation of the performance index. The proposed methods are tested with the help of the real process data.

Zusammenfassung

Die vorliegende Dissertation beschäftigt sich mit der Erarbeitung der Methodik zur Regelgüte-Bewertung von Regelkreisen, die durch deterministische sowie kombinierte deterministisch-stochastische Einflüsse gestört sind. Die Identifikation und eine Einführung in die beobachtergestützte Fehlererkennung in komplexen Störgrößenmodellen sind ebenfalls eine Teilaufgabe dieser Arbeit. Es wird ein systematischer Ablauf der Störgrößenidentifikation und der Fehlererkennung vorgestellt, der iterativ angewendet werden kann. Die in dieser Arbeit vorgestellte Regelgüte-Bewertungsmethode bei deterministischer Störgröße wird als Benchmark-Verfahren im Bezug auf eine H_2 -optimale Referenzregelung konzipiert. Bei einer kombinierten deterministisch-stochastischen Störgröße wird der H_2 -optimale Benchmark-Regler für den deterministischen Störgrößenanteil zusammen mit dem konventionellen Minimum-Varianz-Regler für den stochastischen Störgrößenanteil angewendet. Die L_2 -Norm des Signals wird dabei als Maßzahl für die Berechnung des Regelgüte-Indexes verwendet. Die Methoden werden an Simulationsbeispielen sowie an realen industriellen Prozessdaten getestet.

Nomenklatur

Mathematische Formelzeichen

| | |
|--|--|
| α | Signifikanzniveau |
| α^H | Der Hurst-Exponent |
| α_i | Gewichtungsfaktor eines autoregressiven Prozesses |
| $\bar{\sigma}$ | Der höchste Singulärwert |
| β_i | Gewichtungsfaktor eines Moving Average Prozesses |
| $\boldsymbol{\theta}$ | Parametervektor |
| $\mathbf{V}_{\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta})$ | Zweite Ableitung des Parametervektors |
| $\mathbf{V}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta})$ | Erste Ableitung des Parametervektors |
| $\chi(b)$ | Der Minimum-Varianz-Index |
| $\chi_{1-\alpha,h}^2$ | Prüfgröße nach Chi-Quadrat-Verteilung der Teststatistik Q beim Ljung-Box-Hypothesentest. α ist das Signifikanzniveau, h ist Anzahl der Freiheitsgrade |
| Δy_{Min} | minimale Differenz zwischen den benachbarten Messwerten einer Zeitreihe y , die als Einstellung zur Quantisierung des analogen Signals dient |
| $\delta(k)$ | Dirac-Impulsfolge in diskreter Form |
| $\delta(t)$ | Der Dirac-Impuls |
| δ_{ij} | Kronecker-Delta |
| $\epsilon^L(j)$ | Das Fluktuationsmaß im Zeitfenster j der Länge L |
| η | Der Regelgüte-Index |
| $\eta(b)$ | Der Harris-Index (der skalierte Minimum-Varianz-Index) |
| $\eta(b+h)$ | Der Regelgüte-Index mit dem erweiterten Zeithorizont (EH-PI) |
| η_H | Der Hurst-Index |
| η_{CPLA} | Der Regelgüte-Index nach der CPLA-Methode |
| η_{LQG} | Der LQG-Index |
| η_{RPI} | Der RPI-Index |
| $\gamma(t_1, t_2)$ | Autokovarianzfunktion für die Zeitpunkte t_1 und t_2 |
| γ_h | Autokovarianzfunktion für die Zeitpunkte t und $t+h$, wobei h eine Zeitverschiebung ist |
| Γ_p | Die $p \times p$ Matrix der Autokovarianzfunktionen |

| | |
|----------------------------|--|
| Γ_s | Beobachtbarkeitsmatrix |
| \hat{y} | Schätzwert von y |
| λ | Polstelle eines Systems in zeitdiskreter Form |
| $\lambda(t)$ | Lagrange Multiplikator |
| λ_{LQG} | Gewichtsfaktor des LQG-Benchmarks |
| \mathbf{N} | Die Menge der natürlichen Zahlen |
| \mathbf{R} | Die Menge der reellen Zahlen |
| $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ | Normalverteilung mit dem Mittelwert 0 und Varianz σ^2 |
| μ | Polstelle eines Systems in zeitdiskreter Form für die Definition des modifizierten Regelgüte-Indexes |
| μ_y | Der Mittelwert von y |
| ∇^d | Differenzenoperator der Ordnung d |
| ω_π | Phasenschnittfrequenz |
| ω_{HP} | Grenzfrequenz eines Hochpass-Filters |
| ϕ_m | Phasenreserve |
| $\Phi_p(B)$ | Das charakteristische Polynom eines autoregressiven Prozesses der Ordnung p |
| $\pi(j)$ | partieller Autokorrelationskoeffizient |
| Π_Q^\perp | Orthogonale Projektionsmatrix für Q |
| Π_0 | Anfangsbedingung für die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers $e(k)$ |
| Π_Q | Projektionsmatrix für Q |
| $\psi(z^{-1})$ | Impuls-Antwortfunktion |
| ψ_i | Koeffizient der Impuls-Antwortfunktion |
| $\Psi_{p+1}(B)$ | Das charakteristische Polynom eines autoregressiven Prozesses der Ordnung $p + 1$ |
| $\rho(h)$ | Autokorrelationsfunktion in Abhängigkeit von der diskreten Zeitverschiebung h |
| ρ_h | Autokorrelationskoeffizient bei der Zeitverschiebung k |
| σ_y^2 | Varianz der Zeitreihe y |
| Σ_v | Kovarianzmatrix des Messrauschens $v(k)$ |
| Σ_w | Kovarianzmatrix des Systemrauschens |
| σ_y | Standardabweichung der Zeitreihe y |
| τ | Totzeit |
| $\Theta_q(B)$ | Das charakteristische Polynom eines Moving Average Prozesses der Ordnung q |
| \tilde{R}_A | Der logarithmische R-Index / Aggressivitätsindex |
| \tilde{R}_A^{ref} | Referenz-Wert des R-Indexes für die Erkennung eines aggressiven bzw. eines trägen Regelverhaltens |
| $\tilde{x}(k)$ | Vektor des Schätzfehlers der Zustandsgrößen |
| $\varepsilon(k)$ | Das weiße Rauschsignal |
| $\ \cdot\ _2$ | L_2 -Norm eines Signals oder H_2 -Norm eines Systems |

| | |
|---------------------|---|
| $\ \cdot\ _\infty$ | L_∞ -Norm eines Signals oder H_∞ -Norm eines Systems |
| $\ y\ _{RMS}$ | Der quadratische Mittelwert des Signals y |
| A, B, C, D | Systemmatrizen eines MIMO Zustandsraummodells |
| A, b, c^T, d | Systemmatrizen eines SISO Zustandsraummodells |
| A_M | Systemmatrix des Zustandsraummodells der Regelstrecke |
| A_m | Betragsreserve |
| A_{det} | Systemmatrix des Zustandsraummodells der deterministischen Störstrecke |
| A_{ges} | Systemmatrix des Zustandsraummodells des Gesamtsystems bestehend aus der Regelstrecke, der deterministischen und der stochastischen Störstrecke |
| A_{stoch} | Systemmatrix des Zustandsraummodells der stochastischen Störstrecke |
| $AIC(p, q)$ | Akaike Informationskriterium |
| b | Diskrete Totzeit, $b = \frac{\tau}{T_S}$ |
| B^i | Operator der Rückwärtsverschiebung um i Zeitpunkte |
| b_M | Eingangsvektor des Zustandsraummodells der Regelstrecke |
| b_{det} | Eingangsvektor des Zustandsraummodells der deterministischen Störstrecke |
| B_{ges} | Eingangsmatrix des Zustandsraummodells des Gesamtsystems bestehend aus der Regelstrecke, der deterministischen und der stochastischen Störstrecke |
| $BIC(p, q)$ | Bayes Informationskriterium |
| $bic_2(f_1, f_2)$ | Normierte Bikohärenz als Funktion der Frequenzen f_1 and f_2 |
| c_M^T | Ausgangsvektor des Zustandsraummodells der Regelstrecke |
| c_{det}^T | Ausgangsvektor des Zustandsraummodells der deterministischen Störstrecke |
| c_{ges}^T | Ausgangsvektor des Zustandsraummodells des Gesamtsystems bestehend aus der Regelstrecke, der deterministischen und der stochastischen Störstrecke |
| c_{stoch}^T | Ausgangsvektor des Zustandsraummodells der stochastischen Störstrecke |
| $c_\alpha^{\chi^2}$ | Der kritische Wert für die χ^2 -Verteilung mit dem Signifikanzniveau α |
| CF | Kompressionsfaktor |
| D | D-Statistik |
| $d(k)$ | Störgröße in diskreter Form |
| D_{krit} | Der kritische Wert der D-Statistik |
| $E\{y\}$ | Erwartungswert von y |
| $e(k)$ | Regelabweichung oder Residuumsignal |
| E_d | Eingangsmatrix der Störgröße $d(k)$ |

| | |
|---------------------|--|
| E_w | Eingangsmatrix des Systemrauschens |
| E_{ges} | Eingangsmatrix des Systemrauschens vom Zustandsraummodell des Gesamtsystems bestehend aus der Regelstrecke, der deterministischen und der stochastischen Störstrecke |
| $E_{xxx}(f_1, f_2)$ | Bispektrum als Funktion der Frequenzen f_1 und f_2 |
| $E_{xx}(f)$ | Das Energiespektrum einer Zeitreihe x in Abhängigkeit von der Frequenz f |
| $F(L)$ | Quadratwurzel des mittleren Fluktuationsmaßes über alle Zeitfenster der Länge L |
| $F(x)$ | Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion der Zufallsvariable x |
| $F(z)$ | Übertragungsfunktion eines Filters |
| $G_P(z)$ | Übertragungsfunktion der Regelstrecke in diskreter Form |
| $G_{det}(z)$ | Übertragungsfunktion der deterministischen Störstrecke in diskreter Form |
| $G_{HP}(s)$ | Übertragungsfunktion eines Hochpass-Filters |
| $G_M(z)$ | Übertragungsfunktion des Modells der Regelstrecke in diskreter Form |
| $G_{OL}(s)$ | Übertragungsfunktion des Systems im offenen Regelkreis |
| $G_{stoch}(z)$ | Übertragungsfunktion der stochastischen Störstrecke in diskreter Form |
| h | Zeitverschiebung für die Berechnung der Autokorrelationsfunktion |
| $H_{s,u}, \Theta_f$ | Töplitz-Matrizen in der Subspace-Identifikationsmethode |
| $HQC(p, q)$ | Hannan-Quinn Informationskriterium |
| I | Einheitsmatrix oder Idle-Index |
| IAE | Integrierte absolute Regelabweichung |
| IAE_{Norm} | Normierte integrierte absolute Regelabweichung |
| $ITAE$ | Integrierte zeit-gewichtete absolute Regelabweichung |
| J | Gütefunktion oder Gütefunktional |
| K | Regler über Zustandsrückführung |
| $k(k)$ | Verstärkungsfaktor des Kalman-Filters |
| K^* | Optimaler Regler über Zustandsrückführung |
| K^d | Beobacherverstärkung für die Least-Squares Schätzung der unbekanntenen Störgröße $d(k)$ |
| K^x | Beobacherverstärkung für die Least-Squares Schätzung des Zustandsvektors $x(k)$ |
| $K^{MVC}(z)$ | Übertragungsfunktion des Minimum-Varianz-Reglers in diskreter Form |
| K_2 | H_2 -optimaler Regler über Zustandsrückführung |
| k_d | Verstärkungsfaktor der Störgrößenaufschaltung für $d(k)$ |
| K_P | Der Verstärkungsfaktor der Regelstrecke |

| | |
|------------------|---|
| K_{NGI} | Anzahl der ausgewählten Datensegmente für die Berechnung von NGI |
| L_2 | H_2 -optimaler Zustandsbeobachter |
| L_{NGI} | Anzahl der signifikanten Bikohärenz-Werten für die Berechnung von NGI |
| $M(e)$ | Der gewichtete gleitende quadratische Mittelwert der Regelabweichung e |
| $m_x^{(k)}$ | Das statistische k -Moment der Zeitreihe x |
| $MSE(y)$ | Der mittlere quadratische Wert oder $E\{y^2\}$ |
| N | Anzahl von Messwerten einer diskreten Zeitreihe |
| Nc | Anzahl von Messwerten einer diskreten komprimierten Zeitreihe |
| $P(k)$ | Kovarianzmatrix des Schätzfehlers $e(k)$ |
| $P(x(k) \leq x)$ | Wahrscheinlichkeit, dass der Messwert $x(k)$ kleiner oder gleich x ist |
| $P(x)$ | Empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Größe x |
| $p(y)$ | Mittlere Leistung des Signals $y(k)$ |
| $P_0(u)$ | Wahrscheinlichkeitsverteilung der Stellgröße u im Sättigungszustand |
| Q_s | Q-Statistik für den Ljung-Box-Hypothesentest |
| QF | Quantisierungsfaktor |
| $r(k)$ | Residuumsignal oder Zielwert bzw. Sollwert |
| R_A | Der R-Index, der Aggressivitätsindex |
| $R_e(k)$ | Varianz des Modellresiduums $e(k)$ |
| $r_{det}(k)$ | Deterministische Komponente des Residuumsignals |
| $r_{stoch}(k)$ | Stochastische Komponente des Residuumsignals |
| S | Kreuzkovarianzmatrix des Systemrauschens $w(k)$ und Messrauschens $v(k)$ |
| s_y | Die Varianz von y |
| $S_y(\omega)$ | Spektrale Leistungsdichte von y |
| T | Erforderliche Zeitkonstante des geschlossenen Regelkreises |
| T_1 | Dominante Zeitkonstante der Regelstrecke |
| T_S | Abtastzeit |
| t_s | Einschwingzeit |
| $T_{s, Norm}$ | Normierte Einschwingzeit |
| $T_{zd}(z)$ | Übertragungsfunktion von d zu z im geschlossenen Regelkreis in diskreter Form |
| $u(k)$ | Stellgröße eines Reglers oder Eingangsgröße der Regelstrecke in diskreter Form |
| $u^*(t), u^*(k)$ | Optimale Stellgröße in zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Form |
| $v(k)$ | Messrauschen |

| | |
|----------------------|---|
| $w(k)$ | Systemrauschen |
| $X(f)$ | Fourier Transformation der Zeitreihe $x(t)$ |
| $x(k)$ | Zustandsvektor |
| $x_M(k)$ | Zustandsvektor des Regelstreckenmodells |
| $x_{det}(k)$ | Der Zustandsvektor der deterministischen Störgrößenkomponente |
| $x_{stoch}(k)$ | Zustandsvektor des Modells der stochastischen Störstrecke |
| $y(k)$ | Vektor der Ausgangsgrößen |
| $y^{benchmark}(k)$ | Ausgangsgröße im geschlossenen Benchmark-Regelungssystem mit dem Referenz-Regler |
| $y^{H_2}(k)$ | Ausgangsgröße im geschlossenen Regelungssystem mit dem H_2 -optimalen Regler |
| $y^{Ist}(k)$ | Ausgangsgröße im geschlossenen Regelungssystem mit dem vorhandenen Regler |
| $y^{MVC}(k)$ | Ausgangsgröße im geschlossenen Regelungssystem mit dem Minimum-Varianz-Regler |
| Y_f, Y_p, U_f, U_p | Hankel-Matrizen der Ausgangsgröße und der Stellgröße in der Subspace-Identifikationsmethode |
| $y_M(k)$ | Charakteristische Ausgangsgröße der Regelstrecke |
| $z(k)$ | Vektor der Regelgrößen |

Verwendete Abkürzungen

| | |
|--------------|---|
| $AR(p)$ | Ein autoregressiver Prozess der Ordnung p |
| $ARMA(p, q)$ | Ein autoregressiver Moving-Average Prozess der Ordnungen p und q |
| $CPLA$ | engl. „Control Loop Performance Assessment“ |
| $EHPI$ | Regelgüte-Index mit dem erweiterten Zeithorizont (engl. „Extended Horizon Performance Index“) |
| FF | Schnelle Fourier-Transformation (engl. „Fast Fourier Transformation,“) |
| GMV | engl. „Generalized Minimum Variance“ |
| HP | Hochpass |
| IMC | engl. „Internal Model Control“ |
| LQG | Lineare Quadratische Gaußsche Regelung |
| $MA(q)$ | Ein Moving-Average-Prozess der Ordnung q |
| $MISO$ | Das System mit mehreren Eingangsgrößen und einem Ausgang (engl. „Multiple-Input-Single-Output“) |
| MVC | Minimum-Varianz-Regler (engl. „Minimum-Variance-Control“) |
| NGI | engl. „Non-Gaussianity Index“ |
| NLI | engl. „Non-Linearity Intex“ |
| RPI | engl. „Relative Performance Index“ |

SISO

Das System mit einem Eingang und einem Ausgang (engl. „Single-Input-Single-Output“)

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Einführung und Motivation

Eine hohe Anforderung an Produktqualität und Flexibilität von Prozessen hinsichtlich der Produktionsauslastung aufgrund der variierenden Marktanforderungen beim effizienten Energie- und Rohstoffverbrauch setzt eine zuverlässige Prozessführung voraus, die unter anderem durch eine kontinuierliche Überwachung und Optimierung von Reglern sichergestellt werden kann. Es müssen sowohl Basisregler als auch gehobene Regelungsalgorithmen ständig überwacht und optimiert werden.

Die Regelgüte-Überwachung wird in der Prozessindustrie häufig als Bestandteil eines übergreifenden Betriebssystems zum Performance-Monitoring betrachtet [24], wobei der Zustand von Anlagenkomponenten mit Hilfe von Performance-Indikatoren kontinuierlich überwacht wird. Aufgrund der Tatsache, dass ein Betriebsingenieur in einer industriellen Großanlage für die Instandhaltung von rund 450 Regelkreisen verantwortlich ist [5], ist die manuelle Zustandsanalyse eines Reglers und anschließende Parameteroptimierung in der Regel nicht möglich. Laut [25] sind in der Prozessindustrie über 30% aller Regler nicht aktiviert und weniger als nur 20% der Regelkreise, die ihre Anforderungen hinsichtlich Variabilitätssenkung der Zielparameter erfüllen. Diese Problematik ist teilweise auf ein mangelhaftes Regelgüte-Überwachungssystem zurückzuführen.

Regelgüte-Überwachungssysteme müssen die Information über eine hohe Anzahl von Regelkreisen in der für das Betriebspersonal gebräuchlichen Form darstellen. Eine Auswertung der Regelgüte erfolgt daher anhand eines geeigneten Performance-Indexes, der zum einen eine quantitative Aussage zum aktuellen Zustand des Reglers in kompakter Form ermöglicht und zum anderen die anlagenweite Transparenz und Vergleichbarkeit über alle Regler schafft. Neben quantitativer Auswertung der Regelgüte, werden verschiedene Werkzeuge und Algorithmen eingesetzt um spezifische Funktionsfehler, wie Haft- und Gleitrei-

bung im Stellorgan, Oszillation oder Sättigung im Regelkreis zu erkennen.

Ein wichtiger Meilenstein in der Überwachung der Regelgüte wurde durch die Arbeit von T.J. Harris gesetzt [35]. Nach dieser Arbeit wird die Minimum-Varianz-Regelung als Referenz für die Quantifizierung des aktuellen Regelverhaltens angewendet, die eine minimal mögliche Varianz der Regelgröße ergibt. Die Varianz der Ausgangsgröße oder der Regelabweichung wird dabei als Maßzahl für die Berechnung des Regelgüte-Indexes genommen. Diese Auswertemethode ist allerdings nur dann möglich, wenn das Ausgangssignal als ein normalverteilter Zufallsprozess angenommen werden kann, so dass die Beschreibung des Signals mit statistischen Mitteln anhand des Mittelwertes und der Standardabweichung oder der Varianz möglich ist. Es handelt sich dabei um die s.g. stochastische Betrachtung, wobei die auf den Regelkreis wirkende Störgröße als ein "farbiges" Rauschsignal mit einem Zeitreihenmodell und dem weißen Rauschen als Eingangssignal beschrieben werden kann.

Die Auswirkung von verschiedenartigen Störfaktoren, wie Änderung des Sollwertes oder der Produktionsauslastung unter den realen Prozessbedingungen in der Industrie, äußert sich häufig durch eine eindeutige Instationarität und einen deterministischen Charakter des Ausgangssignals, so dass die Varianz als Maßzahl des Signals für die Beschreibung des Regelverhaltens nicht angewendet werden kann. Die in der Störgröße vorhandene deterministische Komponente kann dabei eine komplexe und wechselhafte Ausprägung aufweisen, die die Regelgüte-Bewertung deutlich erschwert. Dies ist maßgeblich durch eine hohe Komplexität der Störquelle in komplexen Systemen bedingt.

1.2 Zielsetzung der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer gegenüber dem bisherigen Stand der Technik verbesserte Methode zur Bewertung der Regelgüte bei deterministischen und insbesondere kombinierten deterministisch-stochastischen Prozessstörungen.

Die Methode muss ein zuverlässiges Ergebnis der Bewertung unabhängig von der Komplexität der Störgröße liefern. Eine Anforderung an die neue Methode besteht in der Auswahl einer passenden Maßzahl für die quantitative Beschreibung des Regelverhaltens. Die in dieser Arbeit beschriebene Methode basiert auf der L_2 -Norm des Signals anstatt der Varianz wie beim Minimum-Varianz-Ansatz, die für die Beschreibung von instationären Signalen nicht geeignet ist.

Eine weitere Aufgabe ist die Bestimmung des unter den gleichen Bedingungen optimalen Bezugsmaßes für die Berechnung des Regelgüte-Indexes. Für die Parametrierung des optimalen Referenz-Regelverhaltens ist die Information über die Störwirkung in der Form der Übertragungsfunktion erforderlich. Die Modellierung wird dabei separat für die stochastische und deterministische Störgrößenkomponente erfolgen. Aufgrund der Anforderung an der Genauigkeit

des Störgrößenmodells wird die Diagnose des Modells als Teil der Bewertungsmethode betrachtet.

Die optimale Referenz für die Berechnung des Regelgüte-Indexes muss ausgehend von der Komplexität der Störgröße definiert werden. Die Definition erfolgt dabei separat für die deterministische und stochastische Störgröße. Der H_2 -optimale Regler ermöglicht die bestmögliche Referenz für das deterministische Störverhalten des Regelkreises mit bekannter Übertragungsfunktion der deterministischen Störstrecke. Der Minimum-Varianz-Regler wird zusätzlich für die stochastische Störgrößenkomponente als Referenz angewendet.

1.3 Gliederung der Arbeit

Die Dissertation ist folgendermaßen strukturiert.

In Kapitel 2 wird ein Überblick über die existierenden Methoden der Überwachung der Regelgüte gegeben. Es werden zunächst die allgemeinen Aspekte betrachtet, die für die Regelgüte-Überwachung wichtig sind. Neben Eigenschaften der diskreten Zeitreihen, wird die Vorverarbeitung und die Analyse von Messdaten mit mathematisch-statistischen Methoden im Zeit- und im Frequenzbereich angegangen. Es werden die stochastischen und die deterministischen Methoden der Regelgüte-Überwachung separat beschrieben. Zusätzlich werden die Methoden zur Erkennung von Fehlzuständen in Regelkreises wie Sättigung, Nichtlinearitäten und Oszillation vorgestellt.

In Kapitel 3 wird das Konzept zur deterministisch-stochastischen Störgrößenmodellierung vorgestellt. Das Konzept umfasst ein iteratives Verfahren zur Fehlererkennung im identifizierten Störgrößenmodell auf Basis eines optimalen Beobachters. Der optimale Beobachter identifiziert die vorhandenen Abweichungen im Störgrößenmodell aufgrund des berechneten Residuen-Signals und signalisiert den Bedarf an der Modellanpassung. Am Ende des Kapitels wird die Identifikationsmethode für deterministisch-stochastische Störungen an realen Messdaten aus einem industriellen Beispiel-Prozess getestet.

In Kapitel 4 wird ein auf dem optimalen Regelungsalgorithmus basiertes Benchmark-Verfahren zur Bewertung der Regelgüte vorgestellt. Als Maßzahl für die Auswertung des Regelverhaltens wird dabei die mittlere Leistung des Ausgangssignals genommen. Als Benchmark wird im Fall einer deterministischen Störgröße der H_2 -optimale Regler angewendet. Bei kombinierter deterministisch-stochastischer Störgröße wird es zwischen dem deterministischen und dem stochastischen Benchmark-Regelverhalten unterschieden. Als Benchmark wird dabei eine Kombination aus dem H_2 -optimalen Regler und dem Minimum-Varianz-Regler genommen. Es werden zunächst die theoretischen Grundlagen des Regelgüte-Indexes bei deterministischer und deterministisch-stochastischer Störgröße gegeben. Es wird bei der Anwendung der Methoden zwischen Anwendungsfällen bei deterministischen Prozessstörungen und bei deterministisch-

stochastischen Prozessstörungen unterschieden. Der letzte Fall stellt dabei einen allgemeinen Anwendungsfall dar. Bei der teilweise unbekanntem deterministischen Störungsdynamik wird die unbekanntem deterministische Störgröße mit Hilfe des Least-Squares Beobachters in der erweiterten Zustandsraumdarstellung geschätzt und anschließend mittels Störgrößenaufschaltung kompensiert. Am Ende des Kapitels wird das Benchmark-Verfahren an einem industriellen Beispiel ausprobiert.

In Kapitel 6 wird eine Zusammenfassung der Dissertation und der Ausblick gegeben.

Kapitel 2

Stand der Technik

2.1 Einführung in die Überwachung der Regelgüte

Überwachung der Regelgüte einschließlich Fehlererkennung und Fehlerdiagnose von Regelkreisen ist ein wichtiger Bestandteil eines industriellen Automatisierungssystems. Der Beitrag der Regelgüte-Überwachung im kontinuierlichen Optimierungsprozess aus dem automatisierungstechnischen Aspekt wird in der Praxis sehr hoch bewertet [95].

Moderne Automatisierungssysteme in der Prozessindustrie sind aufgrund hoher Komplexität von Produktionsprozessen zunehmend mit wachsenden Herausforderungen konfrontiert. Eine effiziente und zuverlässige Prozessregelung muss die erforderlichen Zielwerte von Prozessparametern bei geringer Variabilität sicherstellen, Produktqualität sichern und energieeffiziente und rohstoffsparende Produktion ermöglichen. Sie wird dabei verschiedenartigen und komplexen Störeinflüssen ausgesetzt. Die Prozessstörungen können allgemein definiert in die Klassen der stochastischen und der deterministischen Störungen eingeteilt werden.

Stochastische Störungen können in der Form von Prozessrauschen oder Messrauschen auftreten. Prozessrauschen wird durch physikalische Betriebskomponenten verursacht und kann durch eine prozesstechnische Optimierung reduziert oder eliminiert werden. Messrauschen wird durch elektronische Komponenten verursacht und kann durch eine Optimierung der Messtechnik reduziert werden. Stochastische Störungen können ebenfalls in der Form der mittelwertfreien äußeren Einflüsse mit einer geringen Zeitdynamik auftreten, die bei der gewählten Abtastung der Messwerteaufnahme zustande kommen. Stochastische Signale werden mit Hilfe von statistischen Mitteln wie Mittelwert und Standardabweichung beschrieben.

Deterministische Störungen können in zwei Gruppen - periodische Variatio-

nen und aperiodische Variationen - eingeteilt werden. Eine periodische Variation stellt eine harmonische Schwingung oder eine Summe von harmonischen Schwingungen dar. Periodische Signale können mit Hilfe von analytischen Funktionen der Zeit beschrieben werden. Es wird dabei eine Klasse der fastperiodischen Zeitfunktionen definiert, die als eine Verallgemeinerung periodischer Funktionen betrachtet werden kann. Ein periodisches Verhalten der Regelgröße oder eine Oszillation kann durch eine aggressive Regelung ausgelöst werden. Eine Oszillation im Prozess kommt häufig im Normalbetrieb des Regelkreises vor, wird aber in der Regel als Funktionsfehler durch die geeigneten mathematischen Algorithmen erkannt und diagnostiziert. Die schwankenden äußeren Prozessstörungen können sehr häufig durch dynamische Kopplung mit einem anderen Regelkreis entstehen. Aperiodische Störungen sind diejenigen, die nicht als periodische oder fastperiodische eingestuft werden können. Das sind Störungen, die durch eine beliebige Zeitfunktion beschrieben werden können. In der chemischen Prozessindustrie werden aperiodische Störungen durch verschiedene Ursachen bedingt, zum Beispiel durch stoßartige äußere Einflüsse wie Ausfall eines Apparates oder Verstopfung in der Leitung, durch aperiodische dauernde Einflüsse wie Verschiebung der Zulaufzusammensetzung in einer Destillationskolonne oder durch einen Wechsel des Betriebszustandes wie Lastwechsel, Produktwechsel oder Sollwertänderung eines Führungsreglers.

Eine Klassifizierung von stochastischen und deterministischen Signalen in allgemeiner Form ist in der Literatur gegeben [7].

Eine Übersicht über mögliche Ursachen der mangelhaften Regelgüte ist in der Literatur zu finden [46]. Diese sind unter anderen mangelhafte Reglereinstellung oder verbesserungsbedürftiges Regelungskonzept, Fehler im Prozessleitsystem oder in der Software, Verschleiß oder Alterung der Anlagenkomponenten oder Änderung von Produktionsbedingungen oder des Arbeitspunktes. Die möglichen Auswirkungen dieser Ursachen sind verschiedenartig, wodurch eine sehr große Vielfalt von entwickelten mathematischen Algorithmen zur Bewertung der Regelgüte sowie zur Erkennung von Anomalien in einem Regelkreis bedingt ist. Sie sind in der Literatur untersucht worden [5].

Die Methoden zur Überwachung der Regelgüte können abhängig von Eigenschaften der Prozessstörung klassifiziert werden.

Die deterministischen Überwachungsmethoden sind zur Bewertung der Regelgüte nach Kriterien bestimmt, die die Ausprägung von deterministischen Störgrößen im Regelverhalten beschreiben. Mit deterministischen Methoden wird unter anderem bewertet, wie gut ein Regler auf Sollwertänderungen oder sprungartige externe Prozessstörungen reagiert. Die wichtigen Maßzahlen sind Einschwingzeit, Überschwingung und Regelabweichung vom Sollwert.

Die stochastischen Überwachungsmethoden bewerten die Regelgüte, die nach den stochastischen Kriterien definiert wird. Eine typische Maßzahl ist die Varianz der Regelabweichung oder der Regelgröße. Eine gute Zusammenfassung der

Methoden ist in der Literatur zu finden [45], [73].

Die Methoden zur Erkennung von Funktionsfehlern oder Anomalien in Regelkreisen werden in eine separate Gruppe eingeteilt. Bei Fehlererkennung wird im Gegensatz zu den Überwachungsmethoden der Regelgüte kein Regelgüte-Index berechnet, sondern lediglich eine Aussage über das Vorhandensein einer Störung oder einer Anomalie gemacht.

2.1.1 Verarbeitung der Messdaten

Es sind für einen Regelkreis in der Regel die Messdaten für den Sollwert, die Regelgröße und die Stellgröße des Reglers aus dem Prozessleitsystem oder Datenarchiv verfügbar. Die Messdaten stehen dabei in der Form von diskreten Zeitreihen zur Verfügung und werden durch eine Reihe von Kenngrößen charakterisiert.

Eine wichtige Kenngröße von aufgenommenen Zeitreihen ist die Abtastzeit. Die Abtastzeit entspricht dem Zeitintervall zwischen zwei benachbarten Messpunkten einer Zeitreihe. Die Abtastzeit spielt eine große Rolle bei der stochastischen Betrachtung, wobei eine richtige Bewertung von statischen Eigenschaften des Signals zielführend ist. Eine Untersuchung des Einflusses von der Abtastzeit auf das Ergebnis der Überwachung der Regelgüte ist in der folgenden Dissertation durchgeführt worden [39]. Die Auswahl der Abtastzeit ist für die Erstellung eines stochastischen Zeitreihenmodells wichtig und hat einen großen Einfluss auf die anschließende Diagnostik der Ursachen für eine mangelhafte Regelgüte [46]. Wie in der Literatur vorgeschlagen wird [87], sollte die Abtastzeit bei der stochastischen Betrachtung so gewählt werden, dass die Impuls-Antwortfunktion eines Regelkreises in etwa 30 Abtastzeitpunkten vollständig dargestellt werden kann.

Die Gesamtlänge einer Zeitreihe oder die Gesamtzahl der aufgenommenen Messwerte wird so gewählt, dass der berechnete stochastische Regelgüte-Index in einem definierten Konfidenzintervall liegt. Die Berechnungsgrundlage für den normierten Performance-Index ist beispielhaft in [18] zu finden. Die Gesamtlänge des Datensatzes darf allerdings nicht sehr groß sein, damit eine eventuelle Sollwert-Verschiebung, Prozessänderung oder Auftreten von unbekanntem Störungen das Ergebnis der stochastischen Regelgüte-Bewertung nicht beeinträchtigt.

Eine weitere für die Bewertung der Regelgüte wichtige Kenngröße ist der Kompressionsfaktor. Die Datenkompression erfolgt in der Regel im Datenarchiv, um die Speicherkapazität des Archivsystems zu sparen. Die Datenkompression kann anhand des Kompressionsfaktors quantifiziert werden, der folgendermaßen definiert wird (2.1):

$$CF = N/N_c. \quad (2.1)$$

N ist dabei die Anzahl von Messpunkten, die durch die Abtastzeit bei der

Datenaufnahme gegeben ist. N_c ist die Anzahl von Messpunkten, die zur Rekonstruktion der komprimierten Zeitreihe mit Hilfe von linearen Segmenten erforderlich ist. $N_c - 1$ ist somit die Anzahl der linearen Segmente, die zur Interpolation der Messreihe nach der Kompression dienen. Eine ausführliche Untersuchung des Einflusses der Datenkompression auf Berechnungsergebnisse der Regelgüte-Bewertung sowie eine Methode zur Berechnung des Kompressionsfaktors aus den Prozessdaten ist in [84] gegeben. Laut dieser Untersuchung hat die Datenkompression einen großen Einfluss auf statistische Maßzahlen wie Mittelwert und Standardabweichung sowie auf Erkennung von Nichtlinearitäten. Dementsprechend ist es für die stochastische Regelgüte-Bewertung wichtig, möglichst unkomprimierte Messdaten zu verwenden.

Bei der digitalen Darstellung von analogen Daten wird der Begriff der Datenquantisierung verwendet. Die Quantisierung wird durch die Abtastzeit bei der Datenaufnahme beeinflusst. Der Quantisierungsfaktor kann laut folgender Formel berechnet werden (2.2):

$$QF = \Delta y_{Min} / \sigma_y. \quad (2.2)$$

Δy_{Min} ist die minimale Differenz zwischen den benachbarten Messwerten. σ_y ist die Standardabweichung der Zeitreihe y .

Ein wichtiger Schritt bei der Vorverarbeitung von Messdaten ist die Erkennung und Eliminierung von Ausreißern. Unter einem Ausreißer wird der Datenpunkt innerhalb einer Stichprobe verstanden, der nicht zur Verteilung der Grundgesamtheit gehört. Für die Verteilung der zugrundeliegenden Messreihe wird häufig die Normalverteilung angenommen, wobei eine Stationarisierung der Zeitreihe durch Eliminierung der Trendkomponente erforderlich sein kann. Die Zugehörigkeit eines Messwertes zur referenzierten Normalverteilung der Grundgesamtheit wird dabei in der Regel mit Hilfe von Hypothesen-Tests überprüft. Solche statistische Tests, wie Grubbs-Test und Hypothesentest für standardisierte Extremwertabweichung nach Pearson und Hartley, sind in der Literatur beschrieben [69]. Eine detaillierte Untersuchung für die Berechnung einer Statistik für die Erkennung von Ausreißern inklusive Hampel-Identifikation ist in [17] zu finden. In der folgenden Literatur [56] wird eine alternative Methode für die Erkennung und Filterung von Ausreißern vorgestellt, wobei die Messdaten nicht als eine Reihe von unabhängigen und identisch verteilten Zufallsvariablen betrachtet wird, sondern als ein autokorrelierter Zufallsprozess angesehen wird. Die Filterung von Ausreißern erfolgt online mit Hilfe vom Kalman-Filter nach der Anpassung eines Zeitreihenmodells für die Extraktion des weißen Rauschanteils aus den vorliegenden Daten.

Um eine fehlerhafte Darstellung der diskreten Zeitreihe durch Alias-Effekte zu vermeiden, muss die Eliminierung des Rauschens aus dem Signal vor der Abtastung durchgeführt werden [46]. Die Anwendung eines Datenfilters ist ebenfalls empfehlenswert, um die Messdaten von Driften und Verschiebungen zu

bereinigen. Ein häufiges Problem bei der Anwendung von Filteralgorithmen besteht darin, dass das Nutzsignal, das durch die Filterung gewonnen werden soll, verzerrt werden kann. Dieses Problem kann beispielweise durch die Einführung eines Toleranzbandes umgegangen werden, wobei der gefilterte Messwert erst dann übernommen wird, wenn die Differenz zwischen dem gefilterten und dem ungefilterten Messwert das definierte Toleranzband verlässt [52]. Es wird in [55] eine Verbesserung dieser Methode durch die Einführung eines adaptiven Algorithmus für die dynamische Anpassung dieses Toleranzbandes vorgeschlagen. In [59] wird die Anwendung von digitalen Filtern in der nicht-kausalen Form beschrieben, wobei die Phasenverschiebung zwischen dem ungefilterten und dem gefilterten Signal mit Hilfe von einem Null-Phasen-Filter eliminiert wird.

2.1.2 Datenanalyse

Die Analyse der Messdaten im Zeitbereich kann mit Hilfe der Autokorrelationsfunktion erfolgen.

Die Autokorrelationsfunktion beschreibt die Zusammenhänge innerhalb einer Zeitreihe und ermöglicht eine Aussage über die Vorhersagbarkeit des Messwertes über einen gewissen Zeithorizont. Sie ist ebenfalls ein Maß für die Ähnlichkeit des aktuellen Regelverhaltens dem Regelverhalten der Minimum-Varianz-Regelung [42].

Die Autokorrelationsfunktion $\rho(h)$ der Messreihe $y(k)$ wird in Abhängigkeit von der diskreten Zeitverschiebung h nach folgender Formel definiert (2.3):

$$\rho(h) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k)y(k+h). \quad (2.3)$$

Die Autokorrelationsfunktion wird häufig mit ihrem Wert bei der Zeitverschiebung $h = 0$ normiert, der der Varianz der Messreihe σ_y^2 entspricht. Somit erhält man $\rho(0) = 1$ unter der Voraussetzung der Stationarität der Zeitreihe, wenn die Varianz konstant bleibt und nicht von der Zeitverschiebung h abhängt.

Unter Minimum-Varianz-Regelung, die bei der stochastischen Betrachtung in der Regel als Referenz-Regelung angenommen wird, kann die Messreihe des Systemausganges bzw. der Regelabweichung nicht über den Zeithorizont größer $b-1$ vorhergesagt werden, wobei b die diskrete Totzeit der Regelstrecke ist. Das bedeutet, dass die Autokorrelationsfunktion bei Minimum-Varianz-Regelung bei $h > b-1$ gegen Null konvergiert. Diese Eigenschaft der Minimum-Varianz-Regelung ermöglicht einen qualitativen Vergleich des aktuellen Regelverhaltens mit dem Verhalten bei der Minimum-Varianz-Regelung.

Sollte die Autokorrelationsfunktion bei $h > b-1$ nicht gegen Null konvergieren oder stellt eine vom Null abweichende Dynamik dar, kann die Autokorrelationsfunktion für die qualitative Bewertung des Regelverhaltens angewendet

werden [67]. So deutet ein aperiodisches Verhalten der Autokorrelationsfunktion bei $h > b - 1$ auf eine langsame Regelung hin. Ein schwingendes Verhalten dagegen erlaubt eine Aussage über eine aggressive Regelung oder Oszillation.

Eine Analyse der Messdaten im Frequenzbereich oder Spektralanalyse kann für die Erkennung und Diagnostik von periodischen Variationen angewendet werden. Es werden die Leistungsdichten oder Signalamplituden in Abhängigkeit von Signalfrequenz analysiert. Somit können periodische Schwingungskomponenten erkannt werden. Durch den Vergleich des Signalspektrums mit dem Spektrum bei der Minimum-Varianz-Regelung können Verbesserungspotentiale identifiziert werden [42].

Eine Darstellung von Messdaten im Frequenzbereich kann durch Zerlegung in Fourierreihen erfolgen. Die spektrale Zerlegung einer Zeitreihe wird dabei mit Hilfe von diskreter Fouriertransformation durchgeführt.

Diskrete Fourier-Transformation besteht in Zerlegung des diskreten Signals $y(k)$ der Größe N in die spektralen Komponenten Y_n der Frequenz $\frac{2\pi n}{N}$, $n = 0, 1, 2, \dots, (N - 1)$ in folgender Form (2.4):

$$Y_n = \sum_{k=0}^{N-1} y(k) e^{-j \frac{2\pi k}{N} n}. \quad (2.4)$$

Die Darstellung des diskreten Signals y_n durch seine spektralen Komponenten kann folgendermaßen erfolgen (2.5):

$$y(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} Y_n e^{j \frac{2\pi n}{N} k}. \quad (2.5)$$

Der Ausdruck (2.5) wird inverse diskrete Fouriertransformation genannt.

Eine praktische Methode zur Berechnung der diskreten Fouriertransformation ist die schnelle Fouriertransformation oder FFT (engl. "Fast Fourier Transformation"). Aufgrund eines endlichen Zeithorizonts des diskreten Signals muss die diskrete Zeitreihe mit Hilfe der geeigneten Fensterfunktion gewichtet werden, um den spektralen Leck-Effekt, der durch die Rasterung von spektralen Komponenten verursacht wird, zu reduzieren. Durch die Auswahl der Rastergröße kann die Auflösung des Spektrums zusätzlich eingestellt werden. Eine ausführliche Beschreibung der diskreten Fouriertransformation sowie Berechnungsgrundlagen sind in folgender Literaturquelle gegeben [62]. In [93] ist die Anwendung der schnellen Fouriertransformation bei der Spektralanalyse beschrieben.

2.2 Erkennung von Funktionsfehlern in Regelkreisen

2.2.1 Sättigung der Stellgröße

Die Stellgröße eines Reglers im Prozess ist immer beschränkt, so dass die Regelung nur in einem begrenzten Arbeitsbereich möglich ist. Eine Sättigung kommt zustande, wenn die Stellgröße des Reglers den unteren oder den oberen Grenzwert erreicht hat, so dass keine weitere Reduzierung oder Erhöhung der Stellgröße realisiert werden kann. Die Sättigung des Reglers kann mit einer falschen Prozessauslegung zusammenhängen. So kann beispielhaft eine ungenügende Heiz- oder Kühlleistung in einem chemischen Prozess dazu führen, dass eine Temperatur nicht im sämtlichen Arbeitsbereich hinsichtlich Produktionsauslastung beim vorgegebenen Sollwert gehalten werden kann. Eine andere Ursache der Sättigung kann in der falschen, in der Regel zu aggressiven, Einstellung des Reglers bestehen. Die Stellgröße eines aggressiv eingestellten Reglers kann beim Auftreten einer äußeren Prozessstörung oder aufgrund einer schlagartigen Umstellung des Sollwertes den unteren oder den oberen Grenzwert erreichen und für eine gewisse Zeit im Sättigungszustand bleiben.

Der Sättigungszustand der Stellgröße ist einfach anhand von Messdaten zu erkennen. Da die Stellgröße eines Reglers üblicherweise zwischen 0 % und 100 % skaliert wird, kann die Sättigung des Reglers sofort erkannt werden, wenn die Stellgröße für eine gewisse Zeit bei 0% oder bei 100 % liegt.

Sollte der Regler im unteren oder im oberen Arbeitsbereich der Stellgröße arbeiten, sind die einmalig auftretenden Zeitpunkte oder sehr kurze Zeitintervalle, in denen die Stellgröße ihren Grenzwert erreicht, durchaus nicht ausgeschlossen. Es wird daher für die automatisierte Erkennung von Sättigungszuständen in der Literatur empfohlen, eine Entscheidung auf Basis von Wahrscheinlichkeitsverteilung der gemessenen Stellgröße zu treffen [58]. Nach der in der Literaturquelle vorgeschlagenen Methode wird die empirische Verteilungsfunktion der Stichprobe von der Stellgröße in einem kurzen Zeitintervall berechnet und mit der Verteilungsfunktion der Stellgröße im Sättigungszustand verglichen. Der Vergleich wird anhand der D-Statistik mit dem Kolmogorov-Smirnov-Test durchgeführt. Die D-Statistik wird folgendermaßen berechnet (2.6):

$$D = \max_u (|P(u(k) \leq u) - P_0(u(k) \leq u)|). \quad (2.6)$$

$P(u(k) \leq u)$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gemessene Stellgröße kleiner oder gleich einem bestimmten Wert u ist. $P(u)$ ist die empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung, die aus den gemessenen Daten für die Stellgröße im vorgegebenen Zeitintervall ermittelt wird. $P_0(u)$ ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Stellgröße im Sättigungszustand. Für ein gewünschtes Signifikanzniveau α und den bekannten Umfang der Stichprobe N wird der kritische Wert der

D-Statistik D_{krit} aus der Tabelle für den Kolmogorov-Smirnov-Test ermittelt. Ist der berechnete Wert der D-Statistik $D < D_{krit}$, wird eine Aussage über die Übereinstimmung der zu vergleichenden Verteilungen gemacht. Es wird also im diesem Fall der Sättigungszustand erkannt.

2.2.2 Erkennung der Nichtlinearität

Ein nichtlineares Verhalten des Prozesses kann die Anwendung eines linearen Regelungsalgorithmus wesentlich einschränken. Eine vorhandene Nichtlinearität, die entweder vom Prozess oder vom Aktor verursacht werden kann, verhindert ebenfalls die Anwendung von Bewertungsmethoden der Regelgüte. Haft- und Gleitreibung in Regelventilen wird dabei als spezieller Fall der Nichtlinearität angesehen und kann daher mit Hilfe von entsprechenden Methoden zur Erkennung von Nichtlinearitäten erkannt werden.

Zur Erkennung von Nichtlinearitäten werden die Indizes auf Basis von statistischen Maßzahlen höherer Ordnung angewendet. Das nichtlineare Verhalten wird anhand von NLI (engl. "Non-Linearity Index") erkannt. Die Abweichung von der Gaußschen Verteilung der Messdaten wird anhand von NGI (engl. "Non-Gaussianity Index") nachgewiesen. Eine andere Methode zur Erkennung von Nichtlinearitäten ist die Anwendung von Surrogaten - den Ersatz-Zeitreihen, die die gewünschten Eigenschaften der zu untersuchenden Messdaten enthalten, z.B. das Leistungsspektrum, und womit ein entsprechender Hypothesen-Test auf Nichtlinearität durchgeführt werden kann. Die Methoden zur Erkennung von Nichtlinearitäten sind in der Literatur ausführlich beschrieben [75]. Im Folgenden wird nur die Methode zur Erkennung von Nichtlinearitäten auf Basis von statistischen Maßzahlen höherer Ordnung kurz beschrieben. Eine zusätzliche Information kann in folgenden Literaturquellen nachgeschlagen werden [76], [74].

Die statistischen Maßzahlen erster und zweiter Ordnung, wie Mittelwert, Varianz, Autokorrelationsfunktion und Leistungsspektrum, sind für die Beschreibung der linearen Zeitreihen geeignet. Die nichtlinearen Eigenschaften von Zeitreihen können dabei mit Hilfe von statistischen Maßzahlen höherer Ordnung, wie Bispektrum, analysiert werden. Die theoretischen Grundlagen dazu sind in der Literatur gegeben [14].

Das Energiespektrum $E_{xx}(f)$ einer Zeitreihe $x(t)$ in Abhängigkeit von Frequenz f wird durch folgende Gleichung definiert (2.7):

$$E_{xx} = E[X(f)X(-f)] = E[X(f)X(f)^*], \quad (2.7)$$

wobei $X(f)^*$ die komplex-konjugierte Funktion von $X(f)$ ist.

$X(f)$ wird dabei mit Hilfe von Fourier-Transformation berechnet (2.8):

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt. \quad (2.8)$$

Das Energiespektrum ist eine reelle Funktion und enthält somit keine Information über die Phase. Analog zum Energiespektrum kann die Beziehung für das Bispektrum folgendermaßen formuliert werden (2.9):

$$E_{xxx}(f_1, f_2) = E[X(f_1)X(f_2)X(f_1 + f_2)^*]. \quad (2.9)$$

Das Bispektrum ist eine komplexe Funktion, die sowohl den Betrag als auch die Phase enthält. Das Bispektrum ist dabei eine Funktion vom Frequenzpaar (f_1, f_2) und beschreibt die Interaktion zwischen Frequenzen f_1 und f_2 , welche im Zusammenhang mit einer vorhandenen Nichtlinearität betrachtet werden kann.

Dadurch, dass die Varianz des Bispektrums von der Energie des Signals abhängt, wird das Bispektrum in der Regel normiert. Somit wird die Bikohärenz des Signals wie folgt definiert (2.10):

$$bic^2(f_1, f_2) = \frac{|E_{xxx}(f_1, f_2)|^2}{E[|X(f_1)X(f_2)|^2]E[|X(f_1 + f_2)|^2]}. \quad (2.10)$$

Aufgrund der Normierung liegt die Bikohärenz im Wertebereich $[0, 1]$.

Die Bikohärenz ist eine symmetrische Funktion. Um die redundanten Werte aufgrund der Symmetrie-Eigenschaft auszuschließen, wird die Bikohärenz $bic^2(f_1, f_2)$ nur in der sogenannten Hauptdomäne im Frequenzbereich $(0 < f_1 < 0,5, f_2 < f_1 \text{ und } 2f_1 + f_2 < 1)$ berechnet.

Die Bikohärenz einer linearen Zeitreihe kann folgendermaßen ausgedrückt werden (2.11):

$$bic^2(f_1, f_2) = \frac{m_x^{(3)}}{\sigma_\varepsilon^6}. \quad (2.11)$$

$m_x^{(3)}$ ist das 3. Moment der betrachteten Zeitreihe. σ_ε ist die Standardabweichung des weißen Rauschsignals, das als Eingangsvariable für die Approximation der Zeitreihe mittels eines Moving Average Zeitreihenmodells fungiert.

Das 3. Moment $m_x^{(3)}$ eines normalverteilten Signals beträgt $bic^2(f_1, f_2) = 0$ unabhängig von Frequenzen f_1 und f_2 . Die Bikohärenz eines nicht normalverteilten linearen Signals ist dabei größer null, aber konstant und wird nach der Formel (2.11) berechnet. Eine nicht-Gaußsche Verteilung des Signals kann daher im Rahmen eines statistischen Hypothesentests durchgeführt werden, wobei es überprüft wird, ob die Bikohärenz sich vom Null unterscheidet. Es wird dabei die Eigenschaft des normalverteilten Signals ausgenutzt, dass $bic^2(f_1, f_2)$ eine χ^2 verteilte Größe mit 2 Freiheitsgraden ist. Eine statistisch signifikante Abweichung der Bikohärenz von einem konstanten Wert deutet darauf hin, dass das Signal nichtlinear ist.

Der NGI-Index für die Erkennung einer nicht-Gaußschen Verteilung wird folgendermaßen berechnet (2.12):

$$NGI = \frac{\sum bic_{Signifikant}^2}{L_{NGI}} - \frac{c_\alpha^{\chi^2}}{2K_{NGI}L_{NGI}}. \quad (2.12)$$

In der Formel (2.12) ist $\sum bic_{Signifikant}^2$ die Summe aller signifikanten Bikohärenzen, bei denen die Bedingung $bic^2(f_1, f_2) > \frac{c_\alpha^{\chi^2}}{2K_{NGI}}$ erfüllt wird. L_{NGI} ist die Anzahl der signifikanten Bikohärenz-Werte. $c_\alpha^{\chi^2}$ ist der kritische Wert der χ^2 -Verteilung mit dem Signifikanzniveau α und 2 Freiheitsgraden. K_{NGI} ist die Anzahl der ausgewählten Datensegmente für die datenbasierte Berechnung der Bikohärenz-Funktion.

Bei $NGI > 0$ wird die Hypothese für die Gaußsche Verteilung abgelehnt.

Der NLI-Index für die Erkennung einer Nichtlinearität im Prozess wird wie folgt definiert (2.13):

$$NLI = bic_{max}^2 - \left(\overline{bic_{Robust}^2} + 2\sigma_{bic_{Robust}^2} \right). \quad (2.13)$$

Die Werte $\overline{bic_{Robust}^2}$ und $\sigma_{bic_{Robust}^2}$ sind Mittelwert und Standardabweichung der signifikanten Bikohärenzen unter Ausschluss der Werte unterhalb 10%-Quantil und oberhalb 90%-Quantil. Bei $NLI > 0$ wird die Hypothese über ein lineares Prozessverhalten abgelehnt.

Haft- und Gleitreibung wird häufig als Sammelbegriff für mehrere Effekte verwendet, die sich im Stellorgan ereignen und zu einem charakteristischen Verhalten des Stellorgans führen. Diese Effekte sind ausführlich in der Literatur beschrieben [75]. Das Verhalten eines Stellorgans oder eines Regelventils kann durch die Abhängigkeit zwischen dem Ausgangs- und dem Eingangssignal beschrieben werden. Als Eingangssignal wird die von einem Regler berechnete Stellgröße verstanden, die an das Regelventil in der Form eines elektrischen Signals übertragen wird. Die Ausgangsgröße ist dabei die tatsächliche mechanische Stellung des Regelventils, wodurch der Durchfluss des Mediums eingestellt wird. Haft- und Gleitreibung führt dazu, dass die Abhängigkeit zwischen dem Ausgangs- und dem Eingangssignal des Regelventils ein Totband aufgrund des mechanischen Verschleißes und eine Totzone aufweist, die ihrerseits von der Änderungsrate des Eingangssignals abhängt und durch die Haftung des Ventilkörpers bedingt ist.

Die Methoden zur Erkennung von Haft- und Gleitreibung sind in der Literatur ausführlich beschrieben [75], [49].

2.2.3 Erkennung von Oszillationen

Oszillation ist ein periodisches Signal mit einer ausgeprägten Amplitude und Frequenz [75]. Oszillation stellt ein charakteristisches Verhalten des Regelkreises dar, das durch fehlerhafte Einstellung des Reglers oder vorhandene Nichtlinearität im Regelkreis verursacht wird oder von äußeren Störungen angeregt wird. Die möglichen Ursachen für Oszillation sind eine zu aggressive Einstellung des

Reglers, die den Regelkreis nah an die Stabilitätsgrenze heranzuführt, eine vorhandene Nichtlinearität im Prozess, z.B. Haft- und Gleitreibung im Stellorgan, oder eine schwingende äußere Störung. Eine Bewertung der Regelgüte kann beim oszillierenden Verhalten des Regelkreises aufgrund der unwirksamen Regelung nicht erfolgen. Eine Zusammenfassung der Methoden zur Erkennung von Oszillationen in Regelkreisen sind in folgenden Literaturquellen gegeben [75], [46]. Einige Methoden werden im Folgenden kurz vorgestellt.

Eine Analyse der Oszillation in der Frequenzdomäne kann nach der Berechnung des Energiespektrums des Signals mit Hilfe von Fourier-Transformation erfolgen. Die Anwendung der Methode zur Erkennung von Oszillationen in der Frequenzdomäne, insbesondere eine automatisierte Erkennung, ist allerdings durch einige Faktoren erschwert. Das Prozessrauschen und die in Messdaten vorhandenen Trends haben einen großen Einfluss auf das Spektrum. Die entsprechenden Signalfilter sind daher vor der Durchführung der Fourier-Transformation anzuwenden, um die ungewünschten Einflüsse auszuschließen. Die spektrale Auflösung hat ebenfalls einen Einfluss auf die Form des Energiespektrums. Die Erkennung wird ebenfalls erschwert, wenn die Frequenz der Oszillation in der betrachteten Zeitperiode nicht konstant ist, oder wenn die Oszillation nur zeitweise auftritt. Die Erkennung kann in einem Frequenzband erfolgen, in dem die Fläche unter dem Energiespektrum einen definierten Grenzwert überschreitet.

Die Methoden zur Erkennung von Oszillation in der Zeitdomäne mit Hilfe von der integrierten absoluten Regelabweichung (IAE, engl. "Integrated Absolute Error") und der Autokorrelationsfunktion sind in der Literatur beschrieben [85], [86], [75], [46].

2.3 Stochastische Methoden der Überwachung der Regelgüte

2.3.1 Harris-Index

Der Harris-Index oder der Minimum-Varianz-Index wird im Bezug auf eine Referenz bewertet, wobei die Regelgüte des vorhandenen Regelungssystems mit der Regelgüte der Minimum-Varianz-Regelung verglichen wird. Als Maßzahl für die Bewertung der Regelgüte wird in der stochastischen Betrachtung die Varianz der Ausgangsgröße oder der Regelabweichung genommen. Die Varianz der Ausgangsgröße im geschlossenen Regelkreis mit dem Minimum-Varianz-Regler wird anhand von gemessenen Prozessdaten der Regelstrecke mit bekannter Totzeit bestimmt. Die Grundlagen zur Definition des Harris-Indexes sind in der Literatur ausführlich beschrieben [35], [37], [36], [67].

Für ein SISO-System (engl. "Single Input Single Output") wird die Übertra-

gungsfunktion der Regelstrecke anhand folgender Gleichung beschrieben (2.14):

$$G_P(z^{-1}) = \frac{\omega(z^{-1})z^{-b}}{\delta(z^{-1})}, \quad (2.14)$$

wobei z^{-1} der Zeitverschiebungsoperator ist. Die Ausgangsgröße $y(k)$ des Prozesses mit der Regelstrecke (2.14) und einer additiven Störgröße $d(k)$ kann folgendermaßen definiert werden (2.15):

$$y(k) = G_P(z^{-1})u(k) + d(k). \quad (2.15)$$

$u(k)$ in der Gleichung (2.15) ist die Eingangsgröße des Prozesses, die im geschlossenen Regelkreis vom Regler bestimmt wird.

Die Störgröße $d(k)$ des Systems wird in allgemeiner Form als ein ARIMA-Prozess definiert (2.16):

$$d(k) = \frac{\theta(z^{-1})}{\phi(z^{-1})(1 - z^{-1})^d} \varepsilon(k), \quad (2.16)$$

wobei $\varepsilon(k)$ ein weißes Rauschen ist (siehe 3.2.1.2).

Im geschlossenen Regelkreis mit einem Regler $G_C(z^{-1})$ kann die Ausgangsgröße des Systems $y(k)$ wie folgt ausgedrückt werden (2.17):

$$y(k) = \left(\frac{1}{1 + \frac{\omega(z^{-1})z^{-b}}{\delta(z^{-1})} G_C(z^{-1})} \right) \frac{\theta(z^{-1})}{\phi(z^{-1})(1 - z^{-1})^d} \varepsilon(k). \quad (2.17)$$

In vereinfachter Form kann die Gleichung (2.17) folgendermaßen dargestellt werden (2.18):

$$y(k) = \frac{\alpha(z^{-1})}{\beta(z^{-1})} \varepsilon(k) = \psi(z^{-1}) \varepsilon(k). \quad (2.18)$$

$\psi(z^{-1})$ ist die Impuls-Antwortfunktion des geschlossenen Regelkreises mit dem Regler $G_C(z^{-1})$, die nach (2.19) definiert wird:

$$\psi(z^{-1}) = 1 + \psi_1 z^{-1} + \psi_2 z^{-2} + \dots \quad (2.19)$$

ψ_1, ψ_2, \dots sind die Koeffizienten der Impuls-Antwortfunktion $\psi(z^{-1})$.

Die Varianz der Ausgangsgröße $y(k)$ im geschlossenen Regelkreis mit dem Regler $G_C(z^{-1})$ kann nach der Bestimmung des Moving-Average Zeitreihenmodells (2.18) folgendermaßen definiert werden (2.20):

$$\sigma_y^2 = (1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{b-1}^2 + \psi_b^2 + \psi_{b+1}^2 + \dots) \sigma_\varepsilon^2. \quad (2.20)$$

Die Varianz des vorhandenen Prozesses σ_y^2 kann ebenfalls aus Messdaten für $y(k)$ berechnet werden.

Durch die Minimum-Varianz-Regelung wird die Auswirkung der Störgröße $d(k)$ auf die Ausgangsgröße $y(k)$ nach der diskreten Totzeit b der Regelstrecke vollständig eliminiert. Daher kann die Varianz der Ausgangsgröße im geschlossenen Regelkreis mit dem Minimum-Varianz-Regler nach der Beziehung (2.21) berechnet werden [3]:

$$\sigma_{MVC}^2 = (1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{b-1}^2) \sigma_\varepsilon^2. \quad (2.21)$$

Die Varianz σ_{MVC}^2 wird im Rahmen eines Benchmark-Tests als Bezugsgröße verwendet.

Der Minimum-Varianz-Index $\xi(b)$ wird folgendermaßen definiert (2.22):

$$\xi(b) = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{MVC}^2}. \quad (2.22)$$

Die Varianz σ_{MVC}^2 in geschlossenen Regelkreis mit der Minimum-Varianz-Regelung kann aufgrund der Totzeit der Regelstrecke nicht unterschritten werden. Daher ist die Varianz σ_y^2 im geschlossenen Regelkreis mit dem vorhandenen Regler immer größer als σ_{MVC}^2 und der Minimum-Varianz-Index ist daher $\xi(b) \geq 1$. Der Regelgüte-Index wird normalerweise zwischen 0 und 1 skaliert und der Harris-Index kann schließlich wie folgt definiert werden (2.23):

$$\eta(b) = 1 - \frac{\sigma_{MVC}^2}{\sigma_y^2}, \quad (2.23)$$

wobei $0 \leq \eta(b) \leq 1$.

2.3.2 Regelgüte-Index mit dem erweiterten Zeithorizont

Der Regelgüte-Index mit dem erweiterten Zeithorizont (EHPI, engl. "Extended Horizon Performance Index") kann angewendet werden, wenn es keine genaue Information über die Totzeit der Regelstrecke vorliegt. Im Gegensatz zum Harris-Index wird es bei der Definition der Referenz-Regelung in diesem Fall keine strenge Anforderung daran gestellt, dass die Auswirkung der Störgröße nach der Totzeit der Regelstrecke vollständig eliminiert wird. Für die Berechnung der Varianz im geschlossenen Regelkreis mit der Referenz-Regelung σ_{EHPI}^2 wird die Anzahl von Koeffizienten der Impuls-Antwortfunktion im geschlossenen Regelkreis um den Zeithorizont h erweitert (2.24):

$$\sigma_{EHPI}^2 = (1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{b-1}^2 + \psi_b^2 + \psi_{b+1}^2 + \dots + \psi_{b+h-1}^2) \sigma_\varepsilon^2. \quad (2.24)$$

Der Regelgüte-Index mit dem erweiterten Zeithorizont $\eta(b+h)$ wird somit wie folgt definiert (2.25):

$$\eta(b+h) = 1 - \frac{\sigma_{EHPI}^2}{\sigma_y^2}. \quad (2.25)$$

2.3.3 Modifizierter Regelgüte-Index durch die Polvorgabe

Die Minimum-Varianz-Regelung führt in ihrer ursprünglichen Definition dazu, dass die sämtlichen Pole des geschlossenen Systems in diskreter Form gleich Null sind. Die durch die Minimum-Varianz-Regelung erreichbare Regelgüte wird dabei lediglich durch die Totzeit des Systems begrenzt. Bei der Realisierung der Minimum-Varianz-Regelung wird ebenfalls keine Einschränkung der Stellgröße in Betracht gezogen. Um die unter praktischen Bedingungen realistische Benchmark zu ermöglichen, wird in [40] eine Modifizierung des Harris-Indexes vorgeschlagen, wobei es eine vom Null abweichende Polstelle μ des geschlossenen Systems eingeführt wird, um dem Regelverhalten des Referenz-Systems eine geeignete Dynamik zu verleihen.

Das geschlossene System kann nach dieser Methode durch folgende Gleichung beschrieben werden (2.26):

$$y(k) = \frac{\psi(z^{-1})}{1 - \mu z^{-1}} \varepsilon(k). \quad (2.26)$$

Die in [40] vorgeschlagene Modifizierung der Referenz-Regelung wird durch die Einführung von nur einer Polstelle μ realisiert, die der gewünschten Dynamik des geschlossenen Regelungssystems entspricht. Es besteht allerdings die Möglichkeit weitere Polstellen nach Bedarf einzuführen.

Die Varianz der Ausgangsgröße $y(k)$ im geschlossenen Regelungssystem mit der durch die Polstelle μ modifizierten Referenz-Regelung ist höher als mit der Minimum-Varianz-Regelung und kann folgendermaßen berechnet werden (2.27):

$$\sigma_{mod}^2 = \left(\sum_{i=0}^{b-1} \psi_i^2 + \psi_{b-1}^2 \frac{\mu^2}{1 - \mu^2} \right) \sigma_\varepsilon^2 = \sigma_{MVC}^2 + \psi_{b-1}^2 \frac{\mu^2}{1 - \mu^2} \sigma_\varepsilon^2. \quad (2.27)$$

Die Beziehung zwischen einer Polstelle λ des Systems in diskreter Form und der dieser Polstelle entsprechenden Zeitkonstante T des Systems in kontinuierlicher Form lautet wie folgt (2.28):

$$\lambda = e^{-\frac{T_S}{T}}. \quad (2.28)$$

T_S ist die Abtastzeit des Systems.

Es wird in [40] empfohlen, die Abtastzeit T_S so zu wählen, dass die Zeitkonstante des geschlossenen Regelkreises $T > 5T_S$ ist. Aus Sicht der Robustheit sollte laut (2.28) $\mu > e^{-1/5} = 0,81$ gewählt werden.

Die Dynamik des geschlossenen Systems mit dem Referenz-Regler kann benutzerdefiniert in Abhängigkeit von der dominanten Zeitkonstante der Regelstrecke T_1 definiert werden. Für die Auslegung des PI-Reglers nach der Lambda-Methode [64] gilt (2.29):

$$T = \lambda T_1. \quad (2.29)$$

Dies führt zur folgenden Beziehung für die Auswahl einer geeigneten Polstelle des geschlossenen Systems mit der Referenz-Regelung (2.30):

$$\mu \geq e^{-\frac{\lambda T_S}{T_1}}. \quad (2.30)$$

2.3.4 Control Loop Performance Assessment (CPLA) Index

Nach der CPLA-Methode wird überprüft, wie gut sich die Regelabweichung oder der Systemausgang $y(k)$ durch ein Modell vorhersagen lässt. Die Vorhersage von $y(k)$ erfolgt in die Zukunft über die diskrete Totzeit der Regelstrecke b mit Hilfe von einem autoregressiven Zeitreihenmodell der Ordnung m . Die Modellgleichung lautet dabei wie folgt (2.31):

$$\hat{y}(k+b) = a_0 + a_1 y(k) + a_2 y(k-1) + a_3 y(k-2) + \dots + a_m y(k-m+1). \quad (2.31)$$

Das Residuum $r(k)$ der Ausgangsgröße $y(k)$ von ihrem Modellwert $\hat{y}(k)$ wird anschließend folgendermaßen berechnet (2.32):

$$r(k) = y(k) - \hat{y}(k). \quad (2.32)$$

Der Regelgüte-Index wird nach folgender Gleichung berechnet (2.33):

$$\eta_{CPLA} = 1 - \frac{\sigma_r^2}{MSE(y)}, \quad (2.33)$$

wobei $MSE(y)$ der mittlere quadratische Wert von $y(k)$ ist, also $MSE(y) = E\{y^2(k)\}$.

Im Fall der Minimum-Varianz-Regelung lässt sich die Ausgangsgröße $y(k)$ über die diskrete Totzeit der Regelstrecke b hinaus nicht vorhersagen. Das Modellresiduum $r(k)$ ist in diesem Fall gleich $y(k)$, daher gilt $\sigma_r^2 = MSE(y)$ und $\eta_{CPLA} = 0$. Bei einer schlechten Regelung lässt sich die Ausgangsgröße y mit Hilfe des autoregressiven Ansatzes gut vorhersagen, was zur Senkung des Residuum-Wertes führt. Der CPLA-Index kann dabei im Grenzfall gleich 1 betragen.

2.3.5 Der relative Regelgüte-Index (RPI Index)

Die Grundlagen für den RPI-Index (engl. "Relative Performance Index") sind in der Literatur nachzuschlagen [54]. Im Gegensatz zum Harris-Index bezieht sich der RPI-Index nicht auf das Benchmark-Regelverhalten des geschlossenen Regelungssystems mit der Minimum-Varianz-Regelung sondern auf ein benutzerdefiniertes Benchmark-Verhalten.

Die Messwerte der Ausgangsgröße $y(k)$ oder der Regelabweichung $e(k)$ werden direkt aus dem Prozessleitsystem oder dem Datenarchiv des Prozesses erfasst. Die Regelabweichung wird dabei nach folgender Gleichung definiert (2.34):

$$e(k) = r(k) - y(k). \quad (2.34)$$

$r(k)$ ist der Sollwert des Reglers zum Zeitpunkt k .

Die Bestimmung des RPI-Indexes erfolgt in zwei Schritten. Im ersten Schritt wird das gewünschte Benchmark-Modell des geschlossenen Regelkreises festgelegt. Der Verlauf der Regelabweichung im geschlossenen Regelungssystem mit dem Referenz-Regler muss berechnet werden. Dafür sind die Zeitverläufe des Sollwertes und der geschätzten Störgröße erforderlich. Im zweiten Schritt wird die passende Maßzahl für die Charakterisierung des Regelverhaltens anhand von Messwerten der Regelabweichung $e(k)$ ausgewählt und anschließend wird der Performance-Index berechnet.

Es wird in der Literatur [46] empfohlen, ein möglichst einfaches Benchmark-Modell des geschlossenen Regelungssystems auszuwählen. Eine Schätzung der Prozessstörung kann anhand des Residuensignals zwischen der gemessenen Regelgröße und dem charakteristischen Verlauf der Regelstrecke durchgeführt werden. Die Simulation des Benchmark-Modells $G_{ref}(z^{-1})$ mit dem bekannten Sollwert $r(k)$ und dem Schätzwert der Prozessstörung $\hat{d}(k)$ ergibt den Benchmark-Verlauf der Ausgangsgröße $y_{ref}(k)$ bzw. Regelabweichung $e_{ref}(k)$.

Als Maßzahl für die Definition des Regelgüte-Indexes kann die Varianz σ_e^2 oder die mittlere quadratische Regelabweichung $MSE(e)$ verwendet werden. Außerdem wird es bei der Definition des RPI-Indexes der exponentiell gewichtete gleitende quadratische Mittelwert als Maßzahl $M(e)$ verwendet, der nach folgender Beziehung definiert wird (2.35):

$$M(e(k)) = \lambda M(e(k-1)) + (1 - \lambda)e^2(k). \quad (2.35)$$

Der RPI-Index wird folgendermaßen definiert (2.36):

$$\eta_{RPI} = \frac{M(e_{ref})}{M(e)}. \quad (2.36)$$

Das Benchmark-Modell des geschlossenen Regelungssystems kann analog zum Harris-Ansatz als eine Impuls-Antwortfunktion definiert werden (2.37):

$$G_{ref}(z^{-1}) = 1 + \psi_{ref,1}z^{-1} + \psi_{ref,2}z^{-2} + \dots + \psi_{ref,n}z^{-n}. \quad (2.37)$$

Das Benchmark-Verhalten $e_{ref}(k)$ lässt sich dabei folgendermaßen berechnen (2.38):

$$e_{ref}(k) = (1 + \psi_{ref,1}z^{-1} + \psi_{ref,2}z^{-2} + \dots + \psi_{ref,n}z^{-n}) \varepsilon(k). \quad (2.38)$$

Die Definition des RPI-Indexes kann in diesem Fall analog zur Definition des Harris-Indexes wie folgt erfolgen (2.39):

$$\eta_{RPI} = \frac{(1 + \psi_{ref,1}^2 + \psi_{ref,2}^2 + \dots + \psi_{ref,n}^2) \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_e^2}. \quad (2.39)$$

Der relative Regelgüte-Index kann nach der Definition (2.36) die Werte größer, gleich oder kleiner 1 annehmen. $\eta_{RPI} = 1$ deutet auf eine optimale Regelung hin, die das gleiche Regelverhalten wie die Benchmark-Regelung ergibt. Der RPI-Index $\eta_{RPI} < 1$ reflektiert das Optimierungspotential des vorhandenen Regelungssystems. $\eta_{RPI} > 1$ sagt aus, dass das vorhandene Regelungssystem besser als das Benchmark-Regelungssystem verhält. In diesem Fall soll die Benchmark-Regelung eventuell angepasst werden.

2.3.6 Regelgüte-Überwachung mit dem linearen quadratischen Gaußschen (LQG) Referenz-Regler

Die Minimum-Varianz-Regelung kann in der Praxis in der Regel wegen schlechter Robustheit und aggressiver Stellwirkung des Reglers nicht realisiert werden, insbesondere bei geringer Totzeit der Regelstrecke. Die Varianz σ_{MVC}^2 der Regelgröße y im geschlossenen Regelungssystem mit dem Minimum-Varianz-Regler stellt eine absolute Untergrenze dar und kann in der Praxis nicht erreicht werden. Das Verbesserungspotential, das mit Hilfe des Harris-Indexes ausgewiesen wird, führt daher nicht zwingend zur Anforderung an Optimierung des Reglers. Eine Verbesserung für die Überwachung des Regelverhaltens hinsichtlich der Realisierbarkeit der Referenz-Regelung bietet die Methode mit dem linearen quadratischen Gaußschen Regler. Die Grundlagen können in der Literatur nachgeschlagen werden [42].

Bei der Auslegung der linearen quadratischen Gaußschen (LQG) Regelung wird folgende Zielfunktion für die Ausgangsgröße y und die Stellgröße u minimiert (2.40):

$$J(\lambda_{LQR}) = E \{y^2\} + \lambda_{LQG} E \{u^2\}. \quad (2.40)$$

In der Gleichung (2.40) ist λ_{LQG} der Gewichtungsfaktor zwischen der Varianz der Stellgröße und der Varianz der Regelgröße, wodurch die Aggressivität der Stellwirkung des Referenz-Reglers variiert wird. Die Lösung des Optimierungsproblems (2.40) bei variablen Werten des Gewichtungsfaktors λ_{LQG} ergibt eine "Trade-off" oder eine Kosten-Nutzen-Abhängigkeit, die in der Abbildung 2.1 schematisch dargestellt ist.

Ein nicht-optimaler linearer Regler (z.B. PID-Regler) ergibt Varianzen der Ausgangsgröße des Systems y_A und der Stellgröße u_A im aktuellen Arbeitspunkt des Systems A in Abbildung 2.1, so dass der Punkt A immer oberhalb der "Trade-off"-Kurve liegt. Durch den Vergleich der aktuellen Lage des Systemverhaltens A im Bezug auf der "Trade-off"-Kurve kann eine Reihe von

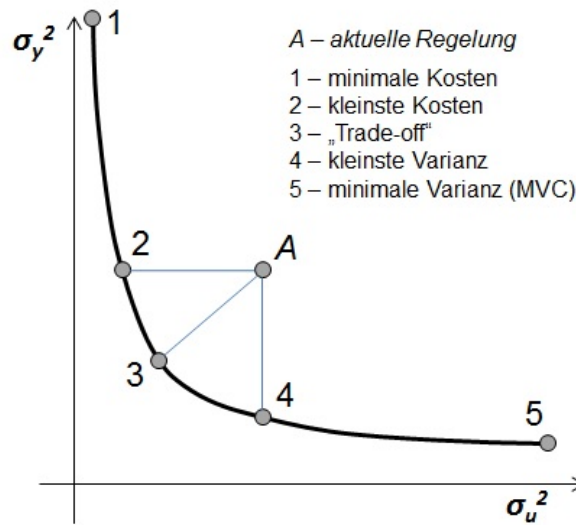


Abbildung 2.1: Kosten-Nutzen-Abhängigkeit bei der LQG-Regelung

Regelgüte-Indizes berechnet werden, wobei folgende Referenzen zugrunde gelegt werden:

- Regelung mit minimalen Kosten. Dies ist ein idealisierter Fall, wobei die Referenz-Regelung eine minimal mögliche Stellgröße ausgibt.
- Regelung mit kleinsten Kosten. Bei der LQG-Regelung mit kleinsten Kosten wird die Varianz der Stellgröße $\sigma_{u,2}$ minimiert, wobei die Varianz der Ausgangsgröße $\sigma_{y,2}$ gleich der Varianz der aktuellen Regelung angenommen wird. Es gilt also (2.41):

$$\sigma_{y,A} = \sigma_{y,2}. \quad (2.41)$$

Der Regelgüte-Index mit kleinsten Kosten kann folgendermaßen berechnet werden (2.42):

$$\eta_{LQG,2} = \frac{\sigma_{u,2}}{\sigma_{u,A}}. \quad (2.42)$$

- Regelung mit der kleinsten Varianz der Ausgangsgröße. Bei der LQG-Regelung mit der kleinsten Varianz der Ausgangsgröße y wird die Varianz $\sigma_{y,4}$ minimiert, wobei die Varianz der Stellgröße $\sigma_{u,4}$ gleich der Varianz der aktuellen Regelung angenommen wird. Es gilt also (2.43):

$$\sigma_{u,A} = \sigma_{u,4}. \quad (2.43)$$

Der Regelgüte-Index mit der kleinsten Varianz der Ausgangsgröße kann folgendermaßen berechnet werden (2.44):

$$\eta_{LQG,4} = \frac{\sigma_{y,4}}{\sigma_{y,A}}. \quad (2.44)$$

- "Trade-off"-Regelung. Die "Trade-off"-Regelung bietet den optimalen Kompromiss zwischen der Regelgüte mit kleinsten Kosten und der Regelgüte mit der kleinsten Varianz der Ausgangsgröße.
- Minimum-Varianz-Regelung. Die Minimum-Varianz-Regelung ergibt die minimal mögliche Varianz der Ausgangsgröße $\sigma_{y,5}$. Die Stellwirkung des Reglers ist bei der Minimum-Varianz-Regelung nicht begrenzt.

2.4 Deterministische Methoden der Überwachung der Regelgüte

2.4.1 Bewertung der Regelgüte bei einer Sollwert-Änderung

Für die in diesem Abschnitt beschriebene deterministische Bewertung der Regelgüte ist eine sprunghafte Änderung des Sollwertes im geschlossenen Regelungssystem vorausgesetzt. Mit einer derartigen Änderung des Sollwertes wird der charakteristische Verlauf der Regelgröße oder der Ausgangsgröße angeregt, der der Berechnung entsprechender Maßzahlen zugrunde gelegt wird. Da die erforderliche Änderung des Sollwertes im laufenden Produktionsbetrieb nicht häufig vorkommen kann, ist eventuell ein Betriebsversuch für die Anwendung von jeweiligen Bewertungsmethoden am Regelkreis notwendig.

Die Antwortfunktion der Regelgröße im geschlossenen Regelungssystem bei einer sprunghaften Änderung des Sollwertes wird als Übergangsfunktion bezeichnet. Für eine Übergangsfunktion wird eine Reihe von charakteristischen Maßzahlen definiert, die die Bewertung des Regelverhaltens durch den Vergleich mit entsprechenden Bezugswerten ermöglichen, die bei der Auslegung des Reglers als Zielgrößen vorgegeben werden. Sie sind u.a. in folgenden Literaturquellen beschrieben [46], [44].

Einige von den wichtigsten Maßzahlen sind unten aufgelistet:

- Die Einschwingzeit t_s ist die Zeit, die bis zum Zeitpunkt vergeht, in dem die Regelgröße das vorgegebene Toleranzband um den neuen Sollwert herum eintritt und es im Laufe der Übergangszeitperiode nicht mehr verlässt. Als Toleranzband kann z.B. $\pm 2\%$ des neuen Sollwertes angenommen werden.

- Die Überschwingung wird für eine Übergangsfunktionen im stabilen Schwingfall berechnet. Die Überschwingung ist das Verhältnis zwischen dem Wert der ersten Peakhöhe der Übergangsfunktion nach der Anregung und dem neuen stationären Wert der Regelgröße oder dem neuen Sollwert ausgedrückt in Prozent. Die Überschwingung in einem Regelkreis mit dem richtig eingestellten Regler kann bis zu 10% betragen.
- Die integrierte absolute Regelabweichung (IAE, engl. "Integrated Absolute Error") wird folgendermaßen definiert (2.45):

$$IAE = \int_{t_0}^{t_s} |y(t) - r| dt. \quad (2.45)$$

t_0 ist dabei der Anfangszeitpunkt des Sollwert-Sprungs. r ist der Zielwert des Sollwertes.

- Die integrierte zeit-gewichtete absolute Regelabweichung (ITAE, engl. "Integrated Time-weighted Absolute Error") wird folgendermaßen definiert (2.46):

$$ITAE = \int_{t_0}^{t_s} t|y(t) - r| dt. \quad (2.46)$$

Die Bewertung des Regelverhaltens bei einer Sollwert-Änderung mit Hilfe eines approximierten Modells des Übergangsverhaltens im geschlossenen Regelkreis ist in der Literatur beschrieben [4], [82], [91].

Es wird eine stabile Regelstrecke betrachtet, die mit Hilfe der folgenden Übertragungsfunktion erster Ordnung beschrieben wird (2.47):

$$G_P(s) = \frac{K_P e^{-\tau s}}{T_1 s + 1}. \quad (2.47)$$

Die Übertragungsfunktion erster Ordnung ist eine vereinfachte Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Regelstrecke und wird mit Hilfe von zwei Parametern - der Zeitkonstante T_1 und der Totzeit τ - beschrieben. Eine Approximation kann nach Regeln ablaufen, die in der Literatur beschrieben sind [78].

Für eine Regelstrecke (2.47) kann ein PI-Regler nach dem IMC-Verfahren (engl. "Internal Model Control") aufgelegt werden (2.48):

$$G_C(s) = \frac{T_1 s + 1}{K_P (T + \tau) s}. \quad (2.48)$$

Der Parameter T ist die benutzer-definierte Zeitkonstante, die der Zeitkonstante des geschlossenen Regelkreises entspricht.

Zur Beurteilung der Systemstabilität im Frequenzbereich werden die Werte der Betrags- und Phasenreserve berechnet. Die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises lässt sich aus (2.47) und (2.48) wie folgt berechnen (2.49):

$$G_{OL}(s) = G_C(s)G_P(s) = \frac{1}{\left(T + \frac{\tau}{2}\right)s} e^{-\tau s}. \quad (2.49)$$

Die Betragsreserve A_m wird bei der Phasenschnittkreisfrequenz ω_π (2.50) nach der folgenden Formel berechnet (2.51):

$$\arg [G_{OL}(j\omega_\pi)] = -\pi, \quad (2.50)$$

$$A_m = \frac{1}{|G_{OL}(j\omega_\pi)|} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{T}{\tau} + 1 \right). \quad (2.51)$$

Die Phasenreserve ϕ_m wird bei der Durchtrittskreisfrequenz ω_c (2.52) nach der folgenden Formel berechnet (2.53):

$$|G_{OL}(j\omega_m)| = 1, \quad (2.52)$$

$$\phi_m = \arg [G_{OL}(j\omega_m)] + \pi = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{\frac{T}{\tau} + 1}. \quad (2.53)$$

Die Übergangsfunktion im geschlossenen Regelkreis kann durch die Einschwingzeit t_s und die integrierte absolute Regelabweichung charakterisiert werden. Diese Maßzahlen werden mit der Totzeit τ der Regelstrecke nach den Formeln (2.54) und (2.55) skaliert, um die Vergleichbarkeit zwischen den Prozessen mit unterschiedlichen Totzeiten zu ermöglichen:

$$T_{s, Norm} = \frac{t_s}{\tau}, \quad (2.54)$$

$$IAE_{Norm} = \frac{IAE}{\tau}. \quad (2.55)$$

Für die normierten Maßzahlen $T_{s, Norm}$ und IAE_{Norm} sind mit dem nach dem IMC-Verfahren eingestellten PI-Regler die Wertebereiche in Literatur angegeben, die als Richtwerte für die Bewertung der Regelgüte fungieren. Für einen Regelkreis mit dem optimal eingestellten Regler gilt $T_{s, Norm} \leq 4,6$ und $IAE_{Norm} \leq 2,8$. Beim schlecht eingestellten PI-Regler beträgt $T_{s, Norm} \geq 13,3$ und $IAE_{Norm} \geq 6,3$, wobei der Regler bei einer Überschwingung $\leq 10\%$ als sehr träge und bei einer Überschwingung $> 10\%$ als aggressiv bewertet wird. Für einen Regelkreis mit dem optimal eingestellten Regler liegt die durchschnittliche Betragsreserve im Wertebereich $2,0 \leq A_m \leq 4,4$. Die Phasenreserve befinden sich dabei im Wertebereich $44 \leq \phi_m \leq 74$.

2.4.2 Idle-Index

Der Idle-Index wird zur Erkennung von träge eingestellten Reglern beim Auftreten von äußeren Prozessstörungen verwendet. Die Grundlagen zur Definition und Berechnung des Idle-Indexes sind in folgender Literatur zu finden [31], [32].

Die Methode für die Erkennung von trägen Regelkreisen kann nur beim Auftreten von äußeren Prozessstörungen angewendet werden. Es wird dabei vorausgesetzt, dass der Sollwert konstant bleibt. Darüber hinaus ist es für die Erkennung vorteilhaft, wenn das Auftreten einer Störung einen sprunghaften Charakter aufweist, was beispielsweise einer Laständerung in der Produktion entspricht. Eine sich langsam auswirkende Prozessstörung, wie eine Rampe, kann die Aussagekraft der Methode negativ beeinflussen. Um eine automatisierte Unterscheidung zwischen einer Sollwert-Änderung und dem Auftreten einer äußeren Störung zu ermöglichen, sowie um die Intensität des Einflusses auf die Regelgröße zu bewerten, wird in der Praxis ein Hochpass-Filter erster Ordnung angewendet, wie in der Literatur beschrieben wird [33]. Die Übertragungsfunktion eines Hochpass-Filters lautet wie folgt (2.56):

$$G_{HP}(s) = \frac{s}{s + \omega_{HP}}. \quad (2.56)$$

ω_{HP} ist dabei die Grenzfrequenz des Hochpass-Filters, die nach der Zeitkonstante des Prozesses eingestellt wird.

Für die Identifikation der Anregung durch Prozessstörung wird ein Schwellwert für den Betrag des Signals $|y_{HP}|$ definiert, wobei $y_{HP} = G_{HP}y$ und y die Regelgröße bzw. Ausgangsgröße des Regelkreises ist. Für eine Unterscheidung zwischen der Anregung durch Prozessstörung und der Änderung des Sollwertes wird die Stellgröße des Reglers u mit dem gleichen Hochpass-Filter gefiltert, so dass $u_{HP} = G_{HP}u$. Beim Auftreten der Prozessstörung weisen die Signale y_{HP} und u_{HP} verschiedene Änderungsrichtungen auf, wobei sie bei einer Änderung des Sollwertes gleich sind.

Für Regler mit einer negativen Regelwirkung lässt sich der Idle-Index folgendermaßen berechnen (2.57), (2.58), (2.59):

$$I_i = \frac{t_{pos} - t_{neg}}{t_{pos} + t_{neg}}, \quad (2.57)$$

$$t_{pos} = \begin{cases} t_{pos} + h, & \text{wenn } \Delta u \Delta y > 0 \\ t_{pos}, & \text{wenn } \Delta u \Delta y \leq 0 \end{cases}, \quad (2.58)$$

$$t_{neg} = \begin{cases} t_{neg} + h, & \text{wenn } \Delta u \Delta y < 0 \\ t_{neg}, & \text{wenn } \Delta u \Delta y \geq 0. \end{cases} \quad (2.59)$$

In den Formeln (2.58) und (2.59) ist h die Abtastzeit der diskreten Zeitreihen für die Regelgröße y und die Stellgröße u . Δu und Δy sind die Differenzen der Stellgröße und der Regelgröße im jeweiligen Abtastzeitintervall.

Der Idle-Index kann im Wertebereich zwischen -1 und 1 variieren. Der Wert des Idle-Indexes nah 1 deutet auf eine sehr träge Regelung hin. Der Bereich zwischen $-0,4$ und $0,4$ entspricht einem normalen Regelverhalten. Die negativen Werte des Idle-Indexes nah -1 können entweder einem gut eingestellten Regler oder einem oszillierenden Regelverhalten entsprechen. In letztem Fall muss die Methode zur Identifikation der Oszillation angewendet werden, denn die Unterscheidung ist anhand des Idle-Indexes nicht möglich.

Es werden in der Literatur [52] einige praktische Aspekte hinsichtlich Anwendung des Idle-Indexes betrachtet. Ein wesentlicher Nachteil des Idle-Indexes besteht in der Empfindlichkeit zum Prozessrauschen. Bei der praktischen Anwendung wird daher eine Filterung und eine zusätzliche Quantisierung von diskreten Zeitreihen für y und u vorgeschlagen. Außerdem ist es angebracht, die stationären Zeiträume in Signalverläufen aus der Analyse auszuschließen. Eine Methode für die Identifikation von stationären Phasen in Signalen ist in folgender Literatur beschrieben [11].

2.4.3 Hurst-Index

Der Hurst-Index wird auf Basis des Hurst-Exponentes berechnet, der seinerseits zur Erkennung und Quantifizierung von Korrelationseigenschaften in Zeitreihen benutzt wird. Die trend-bereinigte Fluktuationsanalyse ist dabei die Methode zur Berechnung des Hurst-Exponentes.

Für die Bewertung des Regelverhaltens bietet die auf dem Hurst-Index basierte Methode den Vorteil, dass es keine Information zum Prozess erforderlich ist. Die Berechnung erfolgt nur auf Basis der gemessenen Zeitreihe für die Ausgangsgröße oder Regelabweichung eines Regelkreises. Der Hurst-Index ist für die Erkennung sowohl eines trägen als auch aggressiven Verhaltens des Reglers geeignet, der für die Führung des Sollwertes ausgelegt ist. Eine detaillierte Beschreibung der Methode ist in der Literatur gegeben [79], [65].

Es sind folgende Schritte für die Berechnung des Hurst-Indexes erforderlich. Zunächst wird eine diskrete Zeitreihe der Regelabweichung oder Ausgangsgröße $y(k)$ nach der folgenden Formel um den Mittelwert \bar{y} bereinigt und summiert (2.60):

$$Y(n) = \sum_{k=1}^n (y(n) - \bar{y}). \quad (2.60)$$

Die Zeitreihe $Y(n)$ wird in W Zeitfenstern der Länge L geteilt. In jedem Zeitfenster wird das Fluktuationsmaß $\epsilon^L(j)$, $j = [1 \dots W]$ nach folgender Formel berechnet (2.61):

$$\epsilon^L(j) = \sum_{i=1}^L (Y(i) - a_j i - b_j)^2. \quad (2.61)$$

In (2.61) sind a_j und b_j die Faktoren einer linearen Regressionsfunktion für $Y(i)$ im jeweiligen Zeitfenster j . Die Berechnung der Regressionsfaktoren erfolgt dabei nach der Methode der kleinsten Quadrate (2.62):

$$\sum_{i=1}^L (Y(i) - a_j i - b_j)^2 \rightarrow \min_{a_j, b_j}. \quad (2.62)$$

Anschließend wird die Quadratwurzel des mittleren Fluktuationsmaßes über alle Fenster der definierten Länge folgendermaßen berechnet (2.63):

$$F(L) = \sqrt{\frac{1}{WL} \sum_{j=1}^W e^L(j)}. \quad (2.63)$$

Die Berechnung von $F(L)$ wird für verschiedene Fensterlängen von $L = 10$ bis $L = N/4$ wiederholt, wobei N die Gesamtzahl der Werte von $Y(n)$ ist. Der Hurst-Exponent wird schließlich als Steigungsfaktor der linearen Regression zwischen logarithmischen Größen $\log(F(L))$ und $\log(L)$ berechnet.

Der Wert des Hurst-Exponentes nah 0,5 deutet auf ein unkorreliertes Signal hin und der Hurst-Exponent gleich 0,5 entspricht dem weißen Rauschsignal. Für ein träges autokorreliertes Regelverhalten beträgt der Hurst-Exponent $> 0,5$ und für schwingungsfähige oder oszillierende Signale nimmt der Hurst-Exponent die Werte $< 0,5$ an. Der Hurst-Index wird nach der folgenden Berechnungsanweisung definiert (2.64):

$$\eta_H = \begin{cases} \alpha^H/0,5, & \text{wenn } \alpha^H \leq 0,5 \\ 1,5 - \alpha^H, & \text{wenn } \alpha^H > 0,5 \end{cases}, \quad (2.64)$$

wobei α^H für den Hurst-Exponent steht.

In der Literatur [65] wird folgende Faustregel für die Regelgüte-Bewertung anhand von Werten für α^H und η_H vorgeschlagen. Bei η_H nah 1 und α^H nah 0,5 nähert sich das Regelverhalten dem weißen Rauschen an und die vorhandene Regelung nähert sich der Minimum-Varianz-Regelung. Bei $\eta_H \leq 0,3$ und $\alpha^H \geq 1$ kann das Regelverhalten als zu träge bewertet werden. Bei $\eta_H \leq 0,5$ und $\alpha^H \leq 0,3$ kann die Aussage über ein schwingungsfähiges oder ein oszillierendes Regelverhalten gemacht werden.

2.4.4 Bewertung des Dämpfungsgrades des Regelverhaltens durch Aggressivitätsindex

Der Aggressivitätsindex oder R-Index wird beim Auftreten von äußeren Prozessstörungen angewendet, um eine Bewertung des Regelverhaltens anhand des Dämpfungsgrades zu charakterisieren. Die Grundlagen zur Berechnung des R-Indexes sind in der Literatur zu finden [70], [71].

Die Berechnungsvorschrift für den Aggressivitätsindex bezieht sich auf das Regelverhalten des geschlossenen Regelkreises beim Auftreten einer äußeren Prozessstörung. In Abbildung 2.2 sind zwei Verläufe der Regelabweichung eines Beispiel-Regelkreises abgebildet.

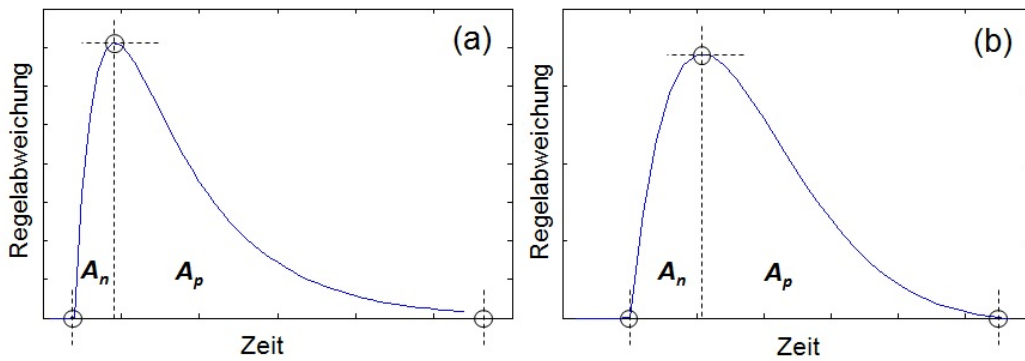


Abbildung 2.2: Zeitverläufe der Regelabweichung eines Beispiel-Regelkreises. (a) - Das langsame Regelverhalten beim träge eingestellten Regler; (b) - Das normale Regelverhalten beim schnell eingestellten Regler

Wie in Abbildung 2.2 dargestellt ist, werden für die Berechnung des R-Indexes die Zeitintervalle zwischen jeweils zwei benachbarten Kreuzungspunkten mit der x-Achse genommen, bei denen die Regelabweichung gleich Null ist. Die Fläche unter dem Signalverlauf am Anfang des jeweiligen Zeitintervalls zwischen dem Kreuzungspunkt und dem Peak-Wert wird als A_n bezeichnet. A_p ist dabei die Fläche zwischen dem Peak-Wert und dem Endpunkt des jeweiligen Zeitintervalls. Nach der Berechnung der Flächen A_n und A_p wird der Aggressivitätsindex R_A folgendermaßen definiert (2.65):

$$R_A = \frac{A_n}{A_p}. \quad (2.65)$$

Der R-Index variiert für die meisten Regelkreise im Wertebereich zwischen 0 und 1. Wie aus der Abbildung 2.2 ersichtlich ist, entspricht ein träges Regelverhalten (Abbildung 2.2 (a)) einem niedrigeren Wert des R-Indexes. Der Wert des R-Indexes steigt beim schneller werdenden Regelverhalten und beträgt $R_A = 1$ im Fall einer Oszillation. Der R-Index kann dabei die Werte $R_A > 1$ bei vorhandenen Nichtlinearitäten, z.B. bei Haft- und Gleitreibung im Stellorgan, annehmen.

Bei praktischer Anwendung der Bewertungsmethode soll im Laufe der vorhandenen Zeitperiode das Prozess- und Messrauschen, z.B. durch Festlegung eines Toleranzbandes und Filterung, unterdrückt werden. Anschließend werden

alle Zeitintervalle zwischen jeweils benachbarten Kreuzungspunkten betrachtet, die in der gesamten Zeitperiode vorhanden sind. Bei N Intervallen können die statistischen Maßzahlen - Mittelwert $\mu_{\tilde{R}_A}$ und Standardabweichung $s_{\tilde{R}_A}$ - für den natürlichen Logarithmus des R-Indexes \tilde{R}_A folgendermaßen berechnet werden (2.66), (2.67):

$$\mu_{\tilde{R}_A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(R_{A,i}), \quad (2.66)$$

$$s_{\tilde{R}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\mu_{\tilde{R}} - \ln(R_{A,i}))^2}. \quad (2.67)$$

Dabei gilt (2.68):

$$\tilde{R}_A = \ln(R_A). \quad (2.68)$$

Der Grund für die Logarithmierung des R-Indexes besteht darin, dass \tilde{R}_A normalverteilt ist.

Es wird angenommen, dass das Regelverhalten im geschlossenen Regelkreis durch ein lineares Modell 2. Ordnung (2.69) beschrieben wird:

$$G(s) = \frac{1}{\frac{1}{\omega_0} s^2 + \frac{2D_0}{\omega_0} s + 1}. \quad (2.69)$$

ω_0 ist die Eigenkreisfrequenz und D_0 ist die Dämpfung des Prozesses 2. Ordnung.

Der Referenzwert für den logarithmischen R-Index \tilde{R}_A wird in Abhängigkeit von der Anforderung an die Dämpfung D_0 des Regelverhaltens definiert. Die Eingangsgröße der Übertragungsfunktion ist dabei die Störgröße und die Ausgangsgröße ist die Regelabweichung. Der Grenzwert für den R-Index wird in Abhängigkeit vom Wert der kritischen Dämpfung D_{krit} definiert. Die Berechnungsgrundlage dafür ist in der Literatur gegeben [70].

So beträgt beispielhaft der R-Index $R_A = 0,7$ bei einer kritischen Dämpfung $D_{krit} = 0,4$, die einer Überschwingung von 25% entspricht. Der Referenzwert für die Erkennung vom aggressiven Regelverhalten beträgt daher $\tilde{R}_A^{ref} = \ln(0,7) = -0,357$. Das Verhalten des geschlossenen Regelkreises wird also als zu aggressiv bewertet, wenn $\tilde{R}_A > -0,357$ beträgt.

Analog wird es für die Festlegung des kritischen Wertes des R-Indexes für die Erkennung eines trägen Regelverhaltens vorgegangen. Bei der kritischen Dämpfung $D_{krit} = 1,5$ beträgt der R-Index $R_A = 0,21$. Das träge Verhalten des geschlossenen Regelkreises kann in diesem Fall erkannt werden, wenn $\tilde{R}_A < \tilde{R}_A^{ref} = \ln(0,21) = -1,561$ beträgt.

Unter Annahme der Normalverteilung für den logarithmischen R-Index \tilde{R}_A kann die Überschreitung bzw. Unterschreitung des vorgegebenen Referenzwertes

\tilde{R}_A^{ref} durch einen Signifikanztest (t-Test) für die entsprechende Teststatistik durchgeführt werden.

Für die Erkennung des aggressiven Regelverhaltens wird ein einseitiger t-Test für die folgende t-Statistik durchgeführt (2.70):

$$t_A = \frac{\mu_{\tilde{R}_A} - \tilde{R}_A^{ref}}{\frac{s_{\tilde{R}_A}}{\sqrt{N}}}. \quad (2.70)$$

Analog zu (2.70) wird es für die Erkennung des trägen Regelverhaltens folgende t-Statistik berechnet (2.71):

$$t_T = \frac{\tilde{R}_A^{ref} - \mu_{\tilde{R}_A}}{\frac{s_{\tilde{R}_A}}{\sqrt{N}}}. \quad (2.71)$$

Nichtlinearitäten im Prozess, z.B. Haft- und Gleitreibung im Stellorgan, können ebenfalls nach dieser Methode erkannt werden. Der kritische Wert für den R-Index beträgt dafür $R_A^{ref} = 1$ und der kritische Wert für den logarithmischen R-Index beträgt $\tilde{R}_A^{ref} = \ln(1) = 0$.

2.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde eine Zusammenfassung der nach dem aktuellen Stand der Technik vorhandenen Methoden zur Überwachung der Regelgüte gegeben. Als Erstes wird es auf allgemeine Aspekte bei der Verwendung von diskreten Messdaten für die Überwachung der Regelgüte eingegangen und einige Methoden zur Erkennung von fehlerhaften Zuständen der Regelkreise vorgestellt, bei denen keine Überwachung der Regelgüte stattfinden kann. Anschließend wurden die Methoden zur Überwachung der Regelgüte beschrieben, die nach dem Charakter der Prozessstörung in die Gruppen der stochastischen und deterministischen Methoden eingeteilt werden.

Die stochastischen Methoden ermöglichen die Quantifizierung der Regelgüte anhand von Güteindizes, die im Bezug auf definierte Referenz-Regelung berechnet werden. Die Maßzahl zur Bewertung der Regelgüte ist dabei die Varianz der Regelgröße. Als Referenz wird beim klassischen Harris-Index die Minimum-Varianz-Regelung verwendet. Dadurch, dass die Minimum-Varianz-Regelung die Varianz der Regelgröße minimiert und keine Einschränkung der Stellgröße einbezieht, kann diese Referenz-Regelung in der Regel nicht realisiert werden. Es werden daher unter anderem Methoden beschrieben, die sich auf eine unter praktischen Bedingungen realisierbare Referenz-Regelung beziehen.

Die deterministischen Methoden zur Überwachung der Regelgüte ermöglichen die Bewertung des Regelverhaltens anhand von charakteristischen Merkmalen des Verlaufes der Regelgröße und der Stellgröße. Die Auswirkung der

deterministischen und kombinierten deterministisch-stochastischen Störgrößen auf Regelgröße ist in der Regel nicht stationär und kann nicht mit statistischen Maßzahlen wie Varianz beschrieben werden. Es wird nach beschriebenen deterministischen Methoden ebenso kein Benchmark-Verhalten der Referenz-Regelung definiert. Die Methoden sind daher in ihrer Anwendung stark eingeschränkt und können nur unter bestimmten Voraussetzungen an Verlauf der Störgröße oder Änderung des Sollwertes angewendet werden.

Kapitel 3

Identifikation von Störgrößenmodellen

3.1 Einleitung und Motivation

Die Grundlage für das benchmark-basierte Verfahren zur Bewertung des Regelverhaltens wurde durch die Arbeit von T.J.Harris [35] konzipiert. Es wird dabei angenommen, dass die eintretende Prozessstörung einen stochastischen Charakter aufweist. Das dynamische Verhalten der stochastischen Störung wird mit Hilfe eines linearen Systems mit dem weißen Rauschen als Eingangsgröße beschrieben. Als Benchmark wird dabei die Minimum-Varianz-Regelung verwendet, die eine Minimierung der Varianz der Ausgangsgröße ermöglicht. Die theoretischen Grundlagen der Minimum-Varianz-Regelung sind in Literatur zu finden [88]. Der Entwurf eines Minimum-Varianz-Reglers setzt dabei die Information über das stochastische Modell der Störung voraus, das in der Form eines Zeitreihenmodells (z.B. ARMA-Modell) vorliegt. Die stochastische Modellierung der Prozessstörung ist somit für das farbige Rauschen gültig. Allerdings können im realen Prozess allgemeine deterministische Störeinflüsse eintreten, die für die Auslegung des Reglers von großer Bedeutung sind. Die Auswirkung von deterministischen oder kombinierten deterministisch-stochastischen Störungen auf das Systemverhalten kann nicht durch die Varianz des Signals beschrieben werden und eine auf statistischen Maßzahlen basierte Auswertung des Regelverhaltens ist unplausibel. Die Auslegung einer geeigneten Referenz-Regelung soll die Information über den deterministischen Anteil der Störung neben dem stochastischen Störgrößenmodell einschließen.

In diesem Kapitel wird ein Konzept für die Identifikation von deterministisch-stochastischen Störgrößenmodellen erarbeitet, das anschließend für die Formulierung eines Regelgüte-Indexes bezogen auf das Benchmark-Systemverhalten durch einen Benchmark-Test angewendet wird. Das Konzept wird iterativ formuliert und es wird dabei ein optimaler Beobachter für die Erkennung des

Modellfehlers in den Ablauf des Identifikationsprozesses integriert.

3.2 Identifikation von stochastischen Störgrößenmodellen

3.2.1 Grundlagen stochastischer Prozesse

3.2.1.1 Beschreibung eines stochastischen Prozesses

Ein stochastischer Prozess wird als eine Menge von Zufallsvariablen definiert und kann als eine stochastische Beobachtung im Zeitverlauf interpretiert werden. Ein stochastischer Prozess ist eine Zeitfunktion, die in einem definierten Zeitintervall T zu jedem Zeitpunkt t eine Zufallsvariable $x(t)$ ist. Er ist daher nach der Definition eine Kombination der Zeitvariable und der Zufallsvariable. Die Zufallsvariable ergibt zum festen Zeitpunkt eine Realisierung oder einen Wert. Bei der zeitfunktionalen Beschreibung handelt es sich um eine einzelne Zeitfunktion des Zufallsprozesses. Die statistischen Grundlagen der Zufallsvariablen sind ausführlich in [34], [69] und [80] gegeben.

Eine Zufallsvariable ist eine Größe, die bei einem Zufallsexperiment auftritt und keine determinierten Werte, sondern die Werte mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit annehmen kann. Für eine Zufallsvariable wird die Ergebnismenge Ω definiert. Als Ergebnismenge werden alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperimentes verstanden. Ein genaues Ergebnis des Zufallsexperimentes kann dabei nicht vorhergesagt werden. Die Ergebnismenge wird mit einem unteren und einem oberen Grenzwert des Messbereiches der Zufallsvariable begrenzt.

Die Zufallsvariablen werden mit statistischen Größen beschrieben, die im Folgenden definiert werden. Die statistischen Größen dienen u.a. der funktionalen Beschreibung von Zufallsprozessen.

Der Erwartungswert der stetigen Zufallsvariable x wird anhand der Gleichung (3.1) definiert und repräsentiert den mittleren Wert, den eine Zufallsvariable annimmt:

$$E\{x\} = \int_{\Omega} x dF(x). \quad (3.1)$$

$F(x)$ ist dabei die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion $F(x)$ einer Zufallsvariable wird als Wahrscheinlichkeit definiert, dass das Ereignis $x(\omega), \omega \in \Omega$, kleiner als x ist nach (3.2):

$$F(x) = P(x(\omega) \leq x). \quad (3.2)$$

Bei diskreten Zufallsvariablen wird der Erwartungswert nach (3.3) berechnet:

$$E\{x\} = \sum_{i \in \mathbf{N}} x_i P(x = x_i). \quad (3.3)$$

Es wird in der Formel (3.3) die Wahrscheinlichkeit angegeben, dass die diskrete Zufallsvariable x den Wert x_i annimmt. Die Zufallsvariable kann dabei nur eine diskrete Menge von Werten annehmen (3.4):

$$\sum_{i \in \mathbf{N}} P(x_i) = 1. \quad (3.4)$$

Die Erwartungswerte von Potenzen der Zufallsvariablen werden als statistische Momente bezeichnet. Ein statistisches k -Moment wird anhand (3.5) formuliert:

$$m_x^{(k)} = E\{x^k\}. \quad (3.5)$$

Die Varianz ist ein Streuungsmaß der Zufallsvariable und wird folgendermaßen definiert (3.6):

$$\sigma_x^2 = E\{(x - E\{x\})^2\}. \quad (3.6)$$

Die Standardabweichung wird als Quadratwurzel der Varianz berechnet (3.7):

$$\sigma_x = \sqrt{E\{(x - E\{x\})^2\}}. \quad (3.7)$$

In der Regel werden die Zufallsvariablen mit Hilfe des Erwartungswertes und der Abweichung oder Streuung einzelner Ereigniswerte des Zufallsexperimentes zum Erwartungswert über die Varianz bzw. über die Standardabweichung beschrieben. Die statistischen Momente höherer Ordnungen beschreiben weitere geometrische Eigenschaften der Verteilungsformen wie Schiefe, Wölbung oder Krümmung.

Durch die vorhandene Abhängigkeit von der Zeit bei stochastischen Prozessen sind die Momentbeschreibungen des Prozesses ebenfalls zeitabhängig (3.8):

$$m_x^{(k)}(t) = E\{(x(t) - E\{x(t)\})^k\}. \quad (3.8)$$

Die vielfältige Realisierungsmöglichkeiten und die beschränkte Information über die stochastischen Zufallsvariablen aus dem Prozess führen zu einer Erschwerung der Analyse und zur Verwendung weiterer statistischer Größen zur Informationsgewinnung. Es wird die Autokovarianzfunktion nach (3.9) definiert, um die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Realisierungen der Zufallsvariablen im stochastischen Prozess festzustellen:

$$\gamma(t_1, t_2) = Cov(x(t_1), x(t_2)) = E\{(x(t_1) - E\{x(t_1)\})(x(t_2) - E\{x(t_2)\})\}. \quad (3.9)$$

Die Autokovarianzfunktion wird häufig für eine vorgegebenen Zeitverschiebung h definiert und als $\gamma(t, t+h)$ oder einfach als γ_h bezeichnet. Der Autokorrelationskoeffizient bei einer Zeitverschiebung h wird folgendermaßen definiert (3.10):

$$\rho_h = \frac{\gamma_h}{\sigma_x^2} = \frac{\gamma_h}{\gamma_0}. \quad (3.10)$$

Die Formel (3.10) gilt allerdings nur für stationäre Zufallsprozesse, bei denen die Varianz $\sigma_x^2 = \gamma_0$ unabhängig von der Zeitverschiebung h ist.

In manchen Situationen wird es nur an der Korrelation zwischen dem aktuellen Wert und einem bestimmten Wert aus der Vergangenheit interessiert. Hierfür ist eine Ausblendung der dazwischenliegenden Information innerhalb des Zeitintervalls nötig, die über die partielle Autokorrelation erfüllt wird (3.11):

$$\pi(j) = \begin{cases} \rho(1) & \text{für } j = 1 \\ \frac{\rho(j) - \sum_{i=1}^{j-1} \pi(j-i) \cdot \rho(j-i)}{1 - \sum_{i=1}^{j-1} \pi(j-i) \cdot \rho(j-i)} & \text{für } j > 1 \end{cases} \quad (3.11)$$

Die stochastischen Störgrößen können aufgrund ihrer Natur als Zufallsprozesse verstanden werden. Die Zeitabhängigkeit einer stochastischen Variable bereitet bei der Identifikation des Modells allerdings die Schwierigkeit, die Robustheit des Modells zu gewährleisten. Die Robustheit kann dabei gewährleistet werden, in dem ein stochastischer Prozess als zeitinvariante stochastische Variable betrachtet werden kann. Die dafür erforderliche Transformation eines Zufallsprozesses in die zeitinvariante stochastische Variable wird als Stationarisierung bezeichnet.

Bei der Definition der Stationarität wird es zwischen schwacher Stationarität oder Kovarianz-Stationarität und strenger Stationarität unterschieden [51], [61], [77]. Eine Realisierung des stochastischen Prozesses $x(t)$ heißt schwach stationär, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind (3.12), (3.13):

$$E \{x(t)\} = \mu, \quad (3.12)$$

$$Cov(x(t+h)x(t)) = \gamma(h). \quad (3.13)$$

Für einen schwach-stationären Prozess ist der Erwartungswert μ konstant und die Autokovarianzfunktion $\gamma(h)$ ist nur eine Funktion von h und ist zeitunabhängig. Dabei wird h als Verzögerung oder "lag" bezeichnet.

Die Bedingung der strengen Stationarität erfordert zusätzlich, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion über die Zeit unverändert bleibt. Eine strenge Stationarität bietet die optimale Lösung für die Modellierung des stochastischen Prozesses an, kann allerdings unter realen Bedingungen nicht garantiert werden. Aus diesem Grund wird es für die Gewährleistung eines aussagekräftigen und robusten Modells die schwache Stationarität oder Kovarianzstationarität verlangt. Handelt es sich bei der vorliegenden Störgröße um eine normalverteilte stochastische Variable, kann der Prozess in diesem Fall ebenfalls als streng stationär betrachtet werden, da die gaußsche Normalverteilung durch die ersten beiden Momente vollständig beschrieben wird.

3.2.1.2 Weißes Rauschen

Die Definition und Beschreibung des weißen Rauschens sind in der Literatur gegeben [51], [80], [92].

Als weißes Rauschen $\varepsilon(k)$, $k \in \mathbf{Z}$ wird der einfachste stationäre stochastische Prozess bezeichnet, deren Zufallsvariablen jeweils unkorreliert sind und mittelwertfrei mit konstanter Varianz auftreten (3.14), (3.15):

$$E \{ \varepsilon(k) \} = 0, \quad (3.14)$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = \text{const.} \quad (3.15)$$

Beim weißen Rauschen wird ein für alle Frequenzen konstantes Leistungsdichtespektrum S_0 angenommen [38] und die Autokovarianzfunktion des weißen Rauschens ist demzufolge ein Dirac-Impuls (3.16):

$$\gamma(\tau) = S_0 \delta(\tau). \quad (3.16)$$

Die Autokovarianzfunktion des weißen Rauschens erfüllt die Bedingung $\gamma(0) = \sigma_\varepsilon^2$ sowie $\gamma(h) = 0$ für $h \neq 0$.

Ein nicht normalverteiltes weißes Rauschen ist ein unkorrelierter, jedoch kein stochastisch unabhängiger Prozess. Für stochastische Prozesse im technischen und naturwissenschaftlichen Bereich, die mit Hilfe von dynamischen Systemen mit dem weißen Rauschen als Eingangssignal beschrieben werden, wird die Gauß'sche Normalverteilung $\mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$ angenommen. Das weiße Rauschen ist bei dieser Annahme nicht nur unkorreliert, sondern auch stochastisch unabhängig. Ein weißes Rauschsignal wird also bei der Modellierung von stochastischen Prozessen als Testsignal verwendet, wodurch sich viele praktisch relevante Rauschvorgänge gut annähern lassen.

3.2.2 Modellierung stochastischer Prozesse

3.2.2.1 Moving Average Prozess

Ein stochastischer Prozess $x(k)$, $k \in \mathbf{N}$ kann als Ausgang eines linearen Systems mit dem weißen Rauschen $\varepsilon(k)$ als Eingangssignal beschrieben werden (3.17):

$$x(k) = \varepsilon(k) + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \varepsilon(k-i). \quad (3.17)$$

Das System zur Beschreibung des stochastischen Prozesses wird dabei als linearer Filter bezeichnet. Es kann bewiesen werden [10], dass die Stationarität des stochastischen Prozesses (3.17) unter folgender Bedingung gewährleistet wird (3.18):

$$\sum_{i=0}^{\infty} \beta_i < \infty. \quad (3.18)$$

Die Autokovarianzfunktion $\gamma(h)$ bei der Zeitverschiebung h kann für den stochastischen Prozess (3.17) folgendermaßen bestimmt werden (3.19):

$$\gamma(h) = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \beta_{i+k}. \quad (3.19)$$

Die Varianz $\sigma_x^2 = \gamma(0)$ wird dabei nach folgender Gleichung berechnen (3.20):

$$\sigma_x^2 = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i^2. \quad (3.20)$$

Daraus folgt, dass die Stabilitätsbedingung (3.18) eine endliche Varianz des stochastischen Prozesses σ_x^2 garantiert.

Bei der Beschreibung stochastischer Prozesse wird der Operator B der Rückwärtsverschiebung angewendet, der folgende Bedeutung hat (3.21):

$$B^i x(k) = x(k - i). \quad (3.21)$$

Ein Moving Average Prozess der Ordnung q oder MA(q) kann mit der Gleichung (3.17) beschrieben werden, wenn die Koeffizienten β_i für alle $i > q$ gleich null sind. Der Prozess (3.17) kann daher als MA(∞)-Prozess bezeichnet werden.

Das MA(q)-Modell wird anhand folgender Gleichung beschrieben (3.22):

$$x(k) = \varepsilon(k) + \beta_1 \varepsilon(k - 1) + \dots + \beta_q \varepsilon(k - q). \quad (3.22)$$

Es wird das charakteristische Polynom des MA(q)-Prozesses definiert(3.23):

$$\Theta_q(B) = 1 + \beta_1 B + \beta_2 B^2 + \dots + \beta_q B^q. \quad (3.23)$$

Die Modellgleichung des MA(q)-Prozesses (3.22) kann somit wie folgt umformuliert werden (3.24):

$$x(k) = \Theta_q(B) \varepsilon(k). \quad (3.24)$$

Analog zur Gleichung (3.19) wird die Autokovarianzfunktion des MA(q)-Prozesses nach (3.25) berechnet:

$$\gamma(h) = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=0}^{q-h} \beta_i \beta_{i+h} & \text{für } 0 \leq h \leq q, \\ 0 & \text{für } h > q. \end{cases} \quad (3.25)$$

Mit der Division der Autokovarianzfunktion $\gamma(h)$ durch die Varianz $\gamma(0)$ ergibt sich die Autokorrelationsfunktion des MA(q)-Prozesses (3.25):

$$\rho(h) = \begin{cases} \frac{\beta_h + \beta_1 \beta_{h+1} + \dots + \beta_{q-h} \beta_q}{1 + \beta_1^2 + \dots + \beta_q^2} & \text{für } 0 \leq h \leq q, \\ 0 & \text{für } h > q. \end{cases} \quad (3.26)$$

Aus der Gleichung (3.26) folgt, dass die Zufallsvariablen $x(k)$ und $x(k + h)$ bei $h > q$ statistisch unabhängig sind. Die Eigenschaft der Autokorrelationsfunktion, dass $\rho(h) = 0$ für $h > q$ kann für die Bestimmung der Modellordnung q des MA(q)-Prozesses benutzt werden.

3.2.2.2 Autoregressiver Prozess

Als ein autoregressiver Prozess wird ein Zufallsprozess bezeichnet, der Abhängigkeiten zwischen dem aktuell betrachteten Wert und vergangenen Realisierungswerten vorweist und somit in bestimmten Zeiteinheiten auf sich selbst zurückgreift. Ein solcher Prozess kann in der folgenden mathematischen Form beschrieben werden (3.27):

$$x(k) = \alpha_1 x(k-1) + \dots + \alpha_p x(k-p) + \varepsilon(k). \quad (3.27)$$

In (3.27) ist $\varepsilon(k)$ das Eingangssignal des autoregressiven Prozesses.

Die Anzahl p der Gewichtungsfaktoren $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ steht für die Anzahl der jeweiligen gewichteten Abhängigkeiten innerhalb des Datensatzes. Es ist üblich, um die Information über die Anzahl der Abhängigkeiten innerhalb eines autoregressiven Prozesses zu zeigen, solche Prozesse als AR(p)-Prozesse zu bezeichnen.

Nach der Anwendung des Operators B der Rückwärtsverschiebung (3.21) kann der AR(p)-Prozess (3.27) wie folgt beschrieben werden (3.28):

$$\Phi_p(B)x(k) = \varepsilon(k), \quad (3.28)$$

mit dem charakteristischen Polynom $\Phi_p(B)$, definiert nach (3.29):

$$\Phi_p(B) = 1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_p B^p. \quad (3.29)$$

Das Prozessmodell (3.28) kann folgendermaßen umgeschrieben werden (3.30):

$$x(k) = \Phi_p^{-1}(B)\varepsilon(k) \equiv \Theta(B)\varepsilon(k) = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \varepsilon(k-i). \quad (3.30)$$

Ein AR(p)-Prozess kann demzufolge durch das Modell eines MA(∞)-Prozesses beschrieben werden. Unter Berücksichtigung der Stationaritätsbedingungen für einen Moving Average Prozess nach [10] muss für die Gewährleistung der Stationarität des AR(p)-Prozesses sichergestellt werden, dass die Nullstellen des charakteristischen Polynoms $\Phi_p(B)$ (3.29) außerhalb des Einheitskreises liegen.

Der AR(1)-Prozess wird mit Hilfe des folgenden Modells beschrieben (3.31):

$$x(k) = \alpha x(k-1) + \varepsilon(k). \quad (3.31)$$

Der AR(1)-Prozess ist nur dann stationär, wenn $|\alpha| < 1$ ist. Im Grenzfall bei $\alpha = 1$ wird der stochastische Prozess als ein "random-walk" Prozess bezeichnet. In der Praxis kann die Stationarität des AR(1)-Prozesses durch die Ablehnung der Hypothese des "random-walk" Prozesses, dass $\alpha = 1$ ist, im Rahmen des Dickey-Fuller-Hypothesentests überprüft werden.

Um die Stationarität eines AR(p)-Prozesses zu überprüfen, wird zunächst ein AR(p+1)-Prozess betrachtet nach (3.32):

$$x(k) = \psi_1 x(k-1) + \dots + \psi_p x(k-p) + \psi_{p+1} x(k-p-1) + \varepsilon(k). \quad (3.32)$$

Das charakteristische Polynom $\Psi_{p+1}(B)$ wird dabei folgendermaßen definiert (3.33):

$$\Psi_{p+1}(B) = 1 - \psi_1 B - \dots - \psi_{p+1} B^{p+1}. \quad (3.33)$$

Die Annahme, dass die charakteristische Gleichung $\Psi_{p+1}(B) = 0$ eine Einheitswurzel hat, lässt das charakteristische Polynom $\Psi_{p+1}(B)$ in folgender Form darstellen (3.34):

$$\Psi_{p+1}(B) = \Phi_p(B)(1 - B), \quad (3.34)$$

wobei das Polynom $\Phi_p(B)$ nach folgender Gleichung definiert wird (3.35):

$$\Phi_p(B) = 1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i B^i. \quad (3.35)$$

Die Darstellung des charakteristischen Polynoms nach (3.34) lässt den AR(p+1)-Prozess (3.32) wie folgt umschreiben (3.36):

$$x(k) = x(k-1) + \sum_{i=1}^p \alpha_i x(k-i) + \varepsilon(k). \quad (3.36)$$

In allgemeiner Form kann durch die Einführung des Koeffizienten ρ das Modell (3.36) als (3.37) darstellen:

$$x(k) = \rho x(k-1) + \sum_{i=1}^p \alpha_i x(k-i) + \varepsilon(k). \quad (3.37)$$

Somit kann die Stationarität des AR(p+1)-Prozesses überprüft werden, wenn die Hypothese, dass $\rho = 1$ unter Annahme der Stationarität des AR(p)-Prozesses mit dem charakteristischen Polynom $\Phi_p(B)$, im Rahmen des Augmented-Dickey-Fuller Tests abgelehnt wird.

Die Grundlagen des Dickey-Fuller und Augmented-Dickey-Fuller Tests sind in [10] zu finden.

Die Autokovarianzfunktion des AR(p)-Prozesses (3.27) kann durch die Multiplikation des jeden Terms der Modellgleichung mit $x(k-h)$ und anschließender Anwendung des Erwartungsoperators berechnet werden (3.38):

$$\gamma(h) = \alpha_1 \gamma(h-1) + \dots + \alpha_p \gamma(h-p). \quad (3.38)$$

Mit Division der Gleichung (3.38) durch die Varianz $\gamma(0)$ wird die Autokorrelationsfunktion berechnet (3.39):

$$\rho(h) = \alpha_1 \rho(h-1) + \dots + \alpha_p \rho(h-p). \quad (3.39)$$

Die Stationaritätsbedingung, dass das charakteristische Polynom $\Phi_p(B)$ nach (3.29) die Nullstellen außerhalb des Einheitskreises haben muss, lässt die Aussage über das Aussehen der Autokorrelationsfunktion des stationären AR(p)-Prozesses machen. Sie besteht aus den exponentiell abfallenden Verläufen im Fall der reellen Wurzel der charakteristischen Gleichung und aus den gedämpften harmonischen Verläufen im Fall der komplex-konjugierten Wurzel der charakteristischen Gleichung. Die Autokorrelationsfunktion des stationären AR(p)-Prozesses konvergiert allerdings immer gegen null. Für die Bestimmung der Modellordnung eines autoregressiven Prozesses kann allerdings die partielle Autokorrelationsfunktion $\pi(h)$ hinzugezogen werden. Die partielle Autokorrelationsfunktion des stationären AR(p)-Prozesses $\pi(h) = 0$ bei $h > p$.

3.2.2.3 Autoregressive-Moving-Average Prozesse

In Abschnitten 3.2.2.1 und 3.2.2.2 sind die Beschreibungen der stochastischen Prozesse durch MA(q)- und AR(p)-Modelle vorgestellt worden. Diese Modelle können allerdings den Nachteil haben, dass es für eine spezifizierte Beschreibung eines stochastischen Prozesses durch das MA(q)- oder AR(p)-Modell eine hohe Anzahl der Parameter erforderlich sein kann. Eine hohe Parameteranzahl würde für die Koeffizientenbestimmung einen hohen Rechenaufwand und eine höhere Instabilitätsgefahr für die Systembeschreibung bedeuten. In diesem Zusammenhang bietet sich an die beiden Modelle in ein Modell zusammenzuführen und der Verlauf mit Hilfe des sogenannten Autoregressive-Moving-Average Modells (kurz: ARMA(p,q)-Modell) zu approximieren (3.40):

$$x(k) = \alpha_1 x(k-1) + \dots + \alpha_p x(k-p) + \varepsilon(k) + \beta_1 \varepsilon(k-1) + \dots + \beta_q \varepsilon(k-q). \quad (3.40)$$

3.2.3 Stochastische Modellidentifikation

3.2.3.1 Stationarisierung der Zeitreihe

Es wird angenommen, dass die Regelstrecke durch das Modell $G_M(z)$ beschrieben wird und die charakteristische Ausgangsgröße der Regelstrecke sich bei bekannter Stellgröße des Reglers $u(k)$ bestimmen lässt nach (3.41):

$$Y_M(z) = G_M(z)U(z), \quad (3.41)$$

wobei $U(z) = \mathcal{Z}\{u(k)\}$.

Die Auswirkung einer Störgröße auf die Regelgröße kann durch das Residuumsignal abgebildet werden. Das Residuumsignal lässt sich als Differenz der gemessenen Regelgröße und der charakteristischen Ausgangsgröße des Regelstreckenmodells mit gegebener Abtastzeit bestimmen (3.42):

$$r(k) = y(k) - y_M(k), \quad (3.42)$$

wobei $y_M(k) = \mathcal{Z}^{-1}\{Y_M(z)\}$.

Die Störgrößenauswirkung $r(k)$ ist im allgemeinen Fall ein kombiniertes deterministisch-stochastisches Signal. Unter Voraussetzung, dass die Einflüsse jeweils additiv erfolgen kann das Residuumsignal in folgender Form beschrieben werden (3.43):

$$r(k) = r_{det}(k) + r_{stoch}(k). \quad (3.43)$$

Das Signal $r_{det}(k)$ ist die deterministische Komponente, die in der Zeitreihenanalyse als Trendkomponente bezeichnet wird. Das Signal $r_{stoch}(k)$ ist ein mittelwertfreies, stationäres, stochastisches Signal.

Die Identifikation des stochastischen Störgrößenmodell für $r_{stoch}(k)$ ist erst nach der Entfernung der deterministischen Störgrößenkomponente aus dem Residuumsignal möglich. Dieser Schritt wird Stationarisierung genannt. In diesem Zusammenhang werden zwei mögliche instationäre Verlaufsarten definiert, die vorliegen können. Ein Verlauf kann entweder trendstationär oder differenzenstationär sein.

Als trendstationäre Verläufe werden Signale bezeichnet, deren Stationarität durch Entfernung einer spezifizierten, deterministischen Funktion der Zeit erreicht werden kann.

Nicht stationäre Signale, die nach einmaliger oder mehrmaliger Differenzbildung stationär werden, werden als differenzenstationär bezeichnet. Differenzenstationäre Verläufe beschreiben instationäre stochastische Verläufe, deren Ausmaß und Charakter stochastisch unbeschränkt im Wertebereich vorliegen, sodass sie durch deterministische Trendfunktionen nicht stationarisiert werden können. Eine Stationarität kann in diesem Fall also nur durch einmalige oder mehrmalige Differenzierung erreicht werden. Diese Art von Stationarisierung ist in der Regel nicht erforderlich, da physikalische Störeinflüsse abgesehen von streng monoton steigenden, deterministischen Trendfunktionen in den meisten Fällen wertebeschränkt vorliegen. Die Beschreibung der deterministischen Störgrößenkomponente wird im Rahmen der deterministischen Modellidentifikation betrachtet.

Die Unterscheidung zwischen einem differenzenstationären und einem trendstationären Prozess ist für die Identifikation der deterministischen Modells wichtig. Bei der Stationarisierung der Zeitreihe wird lediglich davon ausgegangen, dass die Stationarisierung durch die d -fache Differenzbildung realisiert wird. Das Residuum $r(k)$ wird dabei als ein autoregressiver-integrierter-Moving Average Prozess oder ARIMA(p,d,q)-Prozess beschrieben.

Das bisher im Abschnitt 3.2.2.3 betrachtete ARMA(p,q)-Modell eines stationären stochastischen Prozesses wird in allgemeiner Form durch folgende Gleichung beschrieben (3.44):

$$\Phi_p(B)x(k) = \Theta_q(B)\varepsilon(k), \quad (3.44)$$

wobei die Polynome $\Phi_p(B)$ und $\Theta_q(B)$ folgendermaßen definiert werden (3.45), (3.46):

$$\Phi_p(B) = 1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_p B^p, \quad (3.45)$$

$$\Theta_q(B) = 1 + \beta_1 B + \dots + \beta_q B^q. \quad (3.46)$$

Für einen stationären Prozess liegen die Wurzel der charakteristischen Gleichung $\Phi_p(B) = 0$ außerhalb des Einheitskreises. Mindestens ein Wurzel der charakteristischen Gleichung innerhalb des Einheitskreises führt zu einem instabilen instationären Prozess. Daraus folgt nach [10], dass für eine homogene instationäre Zeitreihe mindestens ein Wurzel der charakteristischen Gleichung auf dem Einheitskreis liegen muss und kein Wurzel innerhalb des Einheitskreises liegen darf.

Eine d -fache Differenzierung der Variable $x(k)$ führt zum folgenden Ausdruck des ARIMA(p,d,q)-Modells (3.47):

$$\Phi_p(B)\nabla^d x(k) = \Theta_q(B)\varepsilon(k), \quad (3.47)$$

mit $\nabla^d = (1 - B)^d$ als Differenzenoperator.

Das generalisierte autoregressive Polynom $\Phi_p(B)(1 - B)^d$ der Ordnung $p + d$ nach (3.48):

$$\Phi_p(B)(1 - B)^d = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_{p+q} B^{p+q}, \quad (3.48)$$

besitzt somit d Nullstellen, die auf dem Einheitskreis liegen.

Eine d -fache Differenzenbildung für $x(k)$ ergibt eine neue Variable $w_d(k)$, die wie folgt definiert werden kann (3.49):

$$w_d(k) = \nabla^d x(k). \quad (3.49)$$

Die Stationarisierung der Zeitreihe besteht in der Definition einer passenden Ordnung d für die Differenzierung von $x(k)$, wobei die berechnete Variable $w_d(k)$ stationär ist und sich mit Hilfe vom ARMA(p,q)-Modell beschreiben lässt (3.50):

$$\Phi_p(B)w_d(k) = \Theta_q(B)\varepsilon(k). \quad (3.50)$$

Für die Überprüfung der Stationarität der Zeitreihe $w_d(k)$ nach der Differenzenbildung, wird folgende Eigenschaft der Autokorrelationsfunktion von $w_d(k)$ benutzt (3.51):

$$\Phi_p(B)\rho(h) = 0, \text{ für } h > q. \quad (3.51)$$

Das bedeutet, dass die Autokorrelationsfunktion eines stationären Prozesses schnell gegen null konvergiert. Wenn die Stationarität der Zeitreihe durch Differenzenbildung erreicht wird, führt eine weitere Differenzierung zur Einführung zusätzlicher Korrelation innerhalb der Zeitreihe, was die Konvergenz der Autokorrelationsfunktion verschlechtert und eine Steigung der absoluten Werte der Autokorrelationskoeffizienten bewirkt. Sobald die Stationarität erreicht ist, wird die stochastische Modellidentifikation durchgeführt. Die in diesem Abschnitt beschriebene Vorgehensweise wird graphisch in Abbildung 3.1 veranschaulicht.

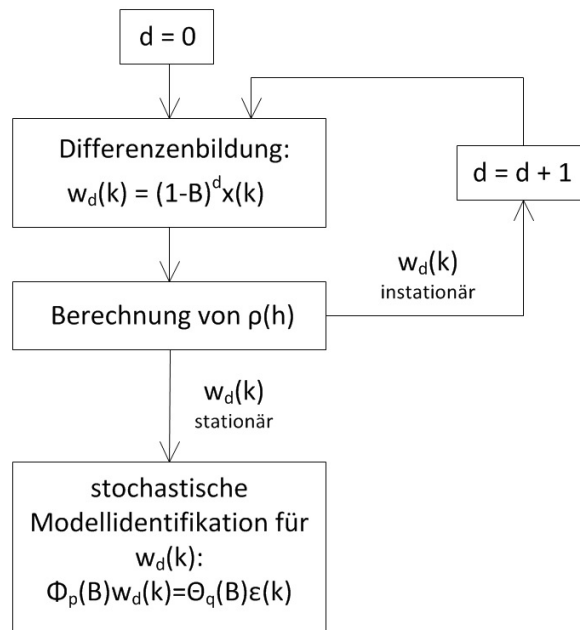


Abbildung 3.1: Ablaufschema der Stationarisierung einer Zeitreihe

3.2.3.2 Identifikation des stochastischen Modells

Ist die Maßnahme zur Entfernung deterministischer Komponente und Erhaltung einer stationären Zeitreihe getroffen worden, folgt eine Modellidentifikation der stochastischen Komponente der Zeitreihe. Zuvor ist eine strukturelle Modellidentifikation notwendig, damit eine Modellparametrierung durchgeführt werden kann. Besitzt die Autokorrelationsfunktion eine schnellere Konvergenz als die partielle Autokorrelationsfunktion, handelt es sich um einen AR(p)-Prozess. Liegt der umgekehrte Fall vor, so handelt es sich um einen reinen MA(q)-Prozess. Zeigen beide Funktionen eine gleichmäßige Konvergenz gegen Null, so ist die Wahl eines ARMA(p,q)-Modells ratsam [72], [61]. In diesem Abschnitt werden die Parameterschätzverfahren für alle drei Strukturen vorgestellt.

Zunächst wird ein AR(p)-Modell nach (3.27) betrachtet. Die Schätzung der AR-Modellparameter erfolgt über die Yule-Walker-Gleichungen, die eine Relation zwischen der Autokovarianz bzw. Autokorrelation des Prozesses und den Modellparametern darstellt. Hierfür wird zunächst die Prozessvariable $x(k)$ mit dem zeitverzögerten Wert $x(k-h)$ multipliziert und anschließend wird der Erwartungswertoperator zur Berechnung der Autokovarianzfunktion angewendet. Die Gleichung für die Autokovarianzfunktion ist in der Formel (3.38) und für die Autokorrelationsfunktion in der Formel (3.39) angegeben.

Durch die Anwendung der Symmetrieeigenschaft der Autokovarianzfunktion sowie Formulierung der einzelnen Autokovarianzen kann das folgende Gleichungssystem

chungssystem, auch als Yule-Walker-Gleichungssystem bekannt, aufgeschrieben werden (3.52):

$$\begin{aligned}\gamma(1) &= \alpha_1\gamma(0) + \dots + \alpha_p\gamma(p-1), \\ \gamma(2) &= \alpha_1\gamma(1) + \dots + \alpha_p\gamma(p-2), \\ &\dots \\ \gamma(p) &= \alpha_1\gamma(p-1) + \dots + \alpha_p\gamma(0).\end{aligned}\tag{3.52}$$

Über den Ausdruck für $\gamma(0)$ nach (3.53) kann die Varianz des weißen Rauschens laut (3.54) geschätzt werden:

$$\gamma(0) = \alpha_1\gamma(1) + \dots + \alpha_p\gamma(p) + \sigma_\varepsilon^2,\tag{3.53}$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = \gamma(0) - \alpha_1\gamma(1) - \dots - \alpha_p\gamma(p).\tag{3.54}$$

Das Yule-Walker-Gleichungssystem (3.52) kann in der Matrixform (3.55) dargestellt werden:

$$\boldsymbol{\gamma}_p = \boldsymbol{\Gamma}_p \cdot \boldsymbol{\alpha},\tag{3.55}$$

wobei

$$\boldsymbol{\gamma}_p = \begin{bmatrix} \gamma(1) \\ \gamma(2) \\ \dots \\ \gamma(p) \end{bmatrix},\tag{3.56}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_p = \begin{bmatrix} \gamma(0) & \gamma(1) & \gamma(2) & \dots & \gamma(p-1) \\ \gamma(1) & \gamma(0) & \gamma(1) & \dots & \gamma(p-2) \\ \gamma(p-1) & \gamma(p-2) & \gamma(p-3) & \dots & \gamma(0) \end{bmatrix},\tag{3.57}$$

und

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_p \end{bmatrix}.\tag{3.58}$$

Die Schätzung von Koeffizienten eines AR(p)-Modells kann anschließend mit Hilfe von Schätzwerten für die Autokovarianzfunktionen (empirischen Autokovarianzen) anhand (3.59) erfolgen:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_p^{-1} \cdot \hat{\boldsymbol{\gamma}}_p.\tag{3.59}$$

Die Standardmethoden zur Parameteridentifikation sind die Least-Squares-Methode und die Maximum-Likelihood-Methode, die zur Schätzung der Parameter eines AP(p)-Modells angewendet werden können. Für beide Herleitungen ist das Eingangssignal $\varepsilon(k)$ in Form des weißen Rauschens mit der Varianz σ_ε^2 anzunehmen. Die Grundlagen der Methoden sind in [21], [43] und [9] gegeben.

Der Anwendung der Least-Squares-Methode wird die Modellgleichung (3.27) zugrunde gelegt. Es werden $N + p$ Messwerten von $x(k)$ aufgenommen. Für eine Abtastzeit i lässt sich folgende Modellgleichung aufschreiben (3.60):

$$x(p + i) = \alpha_1 x(p + i - 1) + \dots + \alpha_p x(i) + \varepsilon(p + i). \quad (3.60)$$

Die $N + p$ Modellgleichungen lassen sich in der Matrixform aufschreiben (3.61):

$$\mathbf{x}_N = \mathbf{\Psi}_N \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon}_N, \quad (3.61)$$

wobei

$$\mathbf{x}_N = \begin{bmatrix} x(p + 1) \\ x(p + 2) \\ \vdots \\ x(p + N) \end{bmatrix}, \quad (3.62)$$

$$\mathbf{\Psi}_N = \begin{bmatrix} x(p) & x(p - 1) & \dots & x(1) \\ x(p + 1) & x(p) & \dots & x(2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(p + N - 1) & x(p + N) & \dots & x(N) \end{bmatrix}, \quad (3.63)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix}, \quad (3.64)$$

und

$$\boldsymbol{\varepsilon}_N = \begin{bmatrix} \varepsilon(p + 1) \\ \varepsilon(p + 2) \\ \vdots \\ \varepsilon(p + N) \end{bmatrix}. \quad (3.65)$$

Es wird eine Zielfunktion des Residuumvektors $\boldsymbol{\varepsilon}_N$ folgendermaßen formuliert, die durch Auswahl des Parametervektors $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ minimiert wird (3.66):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_N^T \boldsymbol{\varepsilon}_N = \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(p + i) \rightarrow \min_{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}. \quad (3.66)$$

Die Lösung des Optimierungsproblems ergibt folgende Gleichung für die Schätzung der Modellparameter (3.67):

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = (\mathbf{\Psi}_N^T \mathbf{\Psi}_N)^{-1} \mathbf{\Psi}_N \mathbf{x}_N. \quad (3.67)$$

Nach der Maximum-Likelihood Methode wird zunächst die Likelihood Funktion als bedingte Wahrscheinlichkeit $p_x(\mathbf{x}_N|\boldsymbol{\alpha})$ der Messung \mathbf{x}_N definiert, die maximiert werden muss (3.68):

$$p_x(\mathbf{x}_N|\boldsymbol{\alpha}) \rightarrow \max_{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}. \quad (3.68)$$

Die Lösung dieses Optimierungsproblems wird als Maximum-Likelihood Parameterschätzung bezeichnet. Die Likelihood-Funktion lässt sich für die Modellgleichung (3.61) unter Annahme formulieren, dass das Eingangssignal des Systems normalverteilt und mittelwertfrei ist (3.69):

$$p(\mathbf{x}_N|\boldsymbol{\alpha}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} \sqrt{\det \Sigma}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_N - \Psi_N \boldsymbol{\alpha})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x}_N - \Psi_N \boldsymbol{\alpha})\right), \quad (3.69)$$

wobei $\Sigma = E\{\boldsymbol{\varepsilon}_N \boldsymbol{\varepsilon}_N^T\}$ die Kovarianzmatrix des Eingangssignals ist.

Für einen AR(p)-Prozess mit dem unkorrelierten weißen Rauschen als Eingangssignal wird die Likelihood-Funktion folgendermaßen umformuliert (3.70):

$$p(\mathbf{x}_N|\boldsymbol{\alpha}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} \sqrt{N} \sigma_\varepsilon} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}(\mathbf{x}_N - \Psi_N \boldsymbol{\alpha})^T (\mathbf{x}_N - \Psi_N \boldsymbol{\alpha})\right). \quad (3.70)$$

Die Lösung des Optimierungsproblems (3.68) wird durch die Gleichung (3.67) beschrieben und stimmt also mit der Least-Squares Lösung überein.

Für einen MA(q)-Prozess erweist sich das Schätzverfahren im Gegenzug wesentlich komplexer, da die einzelnen Messwerte des weißen Rauschens für die notwendige Analyse nicht vorhanden sind. Aus diesem Grund kann ein MA(q)-Prozess in einen AR(p)-Prozess höherer Ordnung umgewandelt werden. Die kleinen Koeffizienten werden dabei vernachlässigt.

Eine Schätzung des ARMA(p,q)-Prozesses stellt sich im Vergleich zu den Einzelmodellsschätzung als komplex und aufwendig dar. In diesem Zusammenhang gibt es verschiedene Prädiktionsvorschläge, die aus der Literatur entnommen werden können [72], [10]. Letztlich führt die Lösung der Parameterschätzung über eine nichtlineare Gleichung, die iterativ numerisch optimiert werden muss. Es wird von der ARMA(p,q)-Modellstruktur ausgegangen, die laut (3.40) beschrieben wird. Das Identifikationsproblem liegt in der Unbekanntheit der Rauschsequenzen, weswegen eine direkte Bestimmung der unbekannt Parameter nicht möglich ist. Daher wird zur Lösung dieser Problemstellung die Konvergenzeigenschaft eines ARMA-Prozesses basierend auf Einheitswurzeltest ausgenutzt. Somit kann durch Anwendung des Lagoperators der Ausdruck in einen AR(p)-Ausdruck hoher Ordnung überführt werden. Die jeweiligen Ausdrücke für die Innovationen können über eine Ein-Schritt-Prognose durch Differenzbildung der jeweiligen AR(p)-Ausdrücke zum vorhandenen Datensatz bestimmt werden.

Der Likelihood-Ansatz ist eine allgemeine Methode für die Schätzung der Modellparameter anhand der Beobachtungen. Nachdem der notwendige Datensatz ermittelt wurde, wird eine Likelihood-Kostenfunktion unter der Annahme der Normalverteilung der Fehlerquadrate konzipiert. Die Bestimmung der unbekannten Parameter wird durch Maximierung der Likelihood Funktion durchgeführt. Als Optimierungsmethode kann z.B. das nichtlineare, iterative Newton-Raphson-Verfahren angewendet werden. Die Beschreibung der Newton'schen Optimierungsmethoden sind der diversen Literaturquellen zu entnehmen [15], [2], [81].

Die Vorgehensweise zur Anwendung der Maximum-Likelihood Methode wird in [43] beschrieben. Die Formulierung des ARMA(p,q)-Modells erfolgt laut Gleichung (3.44) mit Beschreibung der Polynome $\Phi_p(B)$ und $\Theta_q(B)$ laut (3.45) und (3.46). Es wird vorausgesetzt, dass die Wurzel der charakteristischen Gleichung $\Theta_q(B) = 0$ innerhalb der Einheitskreises liegen, so dass $\Theta_q(B)$ invertierbar ist. Der Parametervektor $\boldsymbol{\theta}$ wird folgendermaßen definiert (3.71):

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_p \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_q \end{bmatrix}, \boldsymbol{\theta} \in \mathbf{R}^{p+q}. \quad (3.71)$$

Für die EingangsvARIABLE des Systems $\varepsilon(k)$ als normalverteiltes weißes Rauschen lässt sich die Likelihood Funktion als $p(\boldsymbol{\varepsilon}_N | \boldsymbol{\theta})$ formulieren und die Zielfunktion V wird analog der Least-Squares-Methode formuliert (3.72):

$$V = \boldsymbol{\varepsilon}_N^T \boldsymbol{\varepsilon}_N \rightarrow \min_{\boldsymbol{\theta}}. \quad (3.72)$$

Da die Zielfunktion eine nicht-lineare Abhängigkeit von den Parametern $\beta_i, i = 1 \dots q$ aufweist, wird in [43] folgende iterative Lösung nach dem Newton-Raphson Algorithmus vorgeschlagen (3.73):

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) - \mathbf{V}_{\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}(k))^{-1} \mathbf{V}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}(k)), \quad (3.73)$$

Die erste Ableitung $\mathbf{V}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta})$ und die zweite Ableitung $\mathbf{V}_{\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta})$ der Zielfunktion werden nach folgenden Formeln berechnet (3.74), (3.75):

$$\mathbf{V}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial V}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial \theta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial V}{\partial \theta_{p+q}} \end{bmatrix}, \quad (3.74)$$

$$\mathbf{V}_{\theta\theta}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial^2 V}{\partial \boldsymbol{\theta}^T \partial \boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 V}{\partial \theta_{p+q} \partial \theta_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \theta_1 \partial \theta_{p+q}} & \cdots & \frac{\partial^2 V}{\partial \theta_{p+q} \partial \theta_{p+q}} \end{bmatrix}. \quad (3.75)$$

Für die iterative Berechnung müssen die Anfangswerte der Parameter vorgegeben werden.

Die Algorithmen für die Modellidentifikation gehen zunächst von einer unbestimmten Parameteranzahl. Daher ist es sinnvoll die Parameteranzahl auf Basis der Autokorrelationsfunktion und partiellen Autokorrelationsfunktion vorzugeben. Eine alternative Möglichkeit bieten die festgelegten Gütekriterien auf Basis der Likelihood-Funktion, die eine Wertebeurteilung für eine vorgegebene Parameteranzahl liefern. Unten sind drei gängige Informationskriterien vorgestellt: das Akaike Informationskriterium (AIC) (3.76), das Bayes Informationskriterium (BIC) (3.77) und das Hannan-Quinn Informationskriterium (HQC) (3.78):

$$AIC(p, q) = \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + 2\frac{p+q}{N}, \quad (3.76)$$

$$BIC(p, q) := \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + \frac{(p+q)\ln(N)}{N}, \quad (3.77)$$

$$HQC(p, q) := \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + \frac{2(p+q)\ln(N)}{N}. \quad (3.78)$$

In Gleichungen (3.76) - (3.78) ist $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ die Maximum-Likelihood-Schätzung der Varianz des Rauschens σ_ε^2 . N ist die Größe des Datensatzes. Laut [72] und [80] liefert AIC ein gutes Ergebnis für eine stationäre Modellierung und für eine dynamische Modellierung sollten BIC und HQC bevorzugt werden.

3.2.3.3 Erkennung des Modellfehlers

Eine Erkennung des Modellfehlers stellt den letzten Schritt der stochastischen Störgrößenmodellierung dar und besteht in der Bewertung der Verlässlichkeit des identifizierten Modells. Das Modell wird als fehlerfrei erklärt, wenn der Schätzfehler (3.79) zwischen der modellbasierten Vorhersage und gemessenen Prozesswerten ein weißer Rauschprozess ist:

$$\varepsilon(k) = x(k) - \alpha_1 x(k-1) - \dots - \alpha_p x(k-p) - \beta_1 \varepsilon(k-1) - \dots - \beta_q \varepsilon(k-q). \quad (3.79)$$

Eine Bewertung des Schätzfehlers nach der Ähnlichkeit dem weißen Rauschprozess kann wie folgt erfolgen.

Die Konvergenzeigenschaften der Autokorrelationsfunktion und der partiellen Autokorrelationsfunktion können für die Fehlererkennung verwendet werden. Befinden sich 95% des betrachteten Fehlerresiduums im vorgegebenen Konfidenzintervall $\pm \frac{1,96}{\sqrt{n}}$, ergibt die Diagnose ein positives Ergebnis und das weiße Rauschen kann angenommen werden.

Bei einer hohen Anzahl an Modellparametern sind leichte Ausreißer in der Autokorrelationsfunktion nicht direkt identifizierbar. Daher bietet es sich an die Residuen über den Ljung-Box-Hypothesetest, der auf der Q-Statistik basiert, eine komprimierte Analyse durchzuführen [10], [72], [83]. Die Beziehung zwischen der Q-Statistik und der Autokorrelationsfunktion wird anhand folgender Gleichung beschrieben (3.80):

$$Q_s = N(N + 2) \sum_{i=1}^h \frac{\rho^2(i)}{N - i}, \quad (3.80)$$

wobei folgende Bezeichnungen verwendet werden. N ist die Größe des Datensatzes, h ist die Anzahl der Zeitverschiebungen, die in der Autokorrelationsfunktion untersucht werden und $\rho^2(i)$ ist der Autokorrelationskoeffizient für die jeweilige Zeitverschiebung i .

Die Normalverteilung des Schätzfehlers entspricht einer Chi-Quadrat-Verteilung der Teststatistik. Für das vorgegebene Signifikanzniveau α und Anzahl der Freiheitsgrade h lässt sich die Prüfgröße $\chi_{1-\alpha, h}^2$ ermitteln. Bei $Q_s > \chi_{1-\alpha, h}^2$ wird die Hypothese der Normalverteilung abgelehnt und eventuell eine erneute Modellidentifikation eingeleitet.

In der Realität wird für eine Reihe von Zeitverschiebungen h der Signifikanzwert oder p -Wert der χ^2 -Verteilung für die Q-Statistik berechnet [10]. Bei steigender Anzahl der Zeitverschiebungen wird eine bessere χ^2 -Approximation der berechneten Q-Statistik erwartet, was zur Senkung des p -Wertes führt. Sollte der p -Wert das definierte Signifikanzniveau α unterschreiten, wird die Hypothese der Normalverteilung verworfen.

3.3 Deterministische Modellidentifikation

3.3.1 Allgemeine Vorgehensweise

Nach dem Schritt der stochastischen Modellidentifikation, der im Abschnitt 3.2.3 beschrieben wird, erfolgt der nachfolgende Identifikationsschritt des deterministischen Störgrößenmodells. Der Ablauf des Identifikationsprozesses des gesamten Störgrößenmodells bestehend aus der stochastischen und der deterministischen Störgrößenidentifikation ist in Abbildung 3.2 graphisch dargestellt.

Der in Abbildung 3.2 dargestellte Ablauf der Modellidentifikation der Störgröße ist für die Initialisierung des Störgrößenmodells im iterativen Identifikationsverfahren gültig, wenn keine Information über das Störgrößenmodell vorliegt. Bei der Aktualisierung des Modells nach der Fehlererkennung kann es zwischen der reinen deterministischen oder der vollständigen deterministisch-stochastischen Modellidentifikation unterschieden werden.

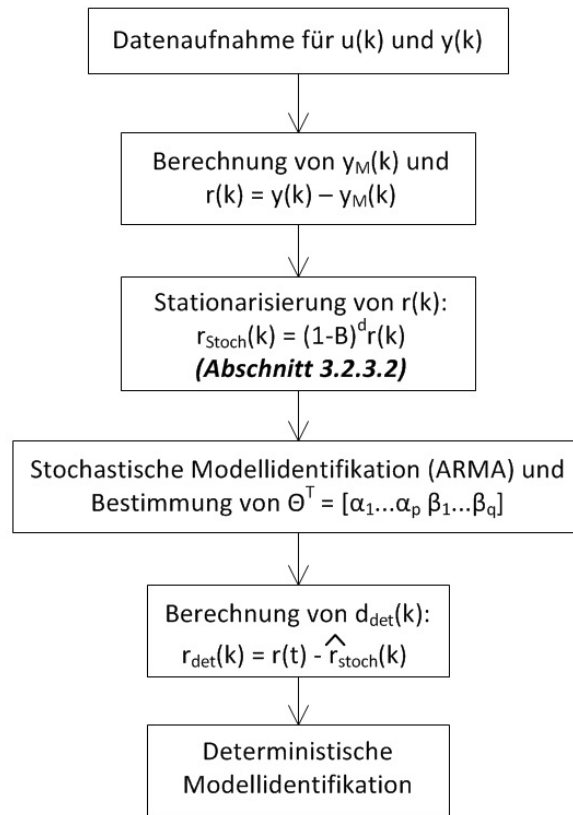


Abbildung 3.2: Ablaufschema der Modellidentifikation der Störgröße

Der Ablauf der deterministisch-stochastischen Modellidentifikation kann folgendermaßen beschrieben werden. Als Erstes werden die Prozessdaten für die Ausgangsgröße des Prozesses $y(k)$ und die Stellgröße des Reglers oder Eingangsgröße des Prozesses $u(k)$ aufgenommen. Nach der Berechnung des charakteristischen Verlaufes der Regelstrecke $y_M(k)$ wird das Residuumsignal $r(k)$ nach der Formel (3.42) berechnet. Das Residuumsignal kann nach (3.43) als Summe der deterministischen $r_{det}(k)$ und stochastischen Störgrößenkomponente $r_{stoch}(k)$ interpretiert werden.

Die Berechnung der stochastischen Störgrößenkomponente $r_{stoch}(k)$ erfolgt durch die Stationarisierung des Signals $r(k)$ nach dem in Abbildung 3.1 dargestellten Ablaufschema durch die d -fache Differenzenbildung von $r(k)$. Als Ergebnis der stochastischen Modellidentifikation wird ein ARMA(p,q)-Modell mit den Parametern $\theta^T = [\alpha_1 \dots \alpha_p \beta_1 \dots \beta_q]$ identifiziert, das die folgende Schätzung der stochastischen Störgrößenkomponente erlaubt (3.81):

$$\hat{r}_{stoch}(k) = \alpha_1 \hat{r}_{stoch}(k-1) + \dots + \alpha_p \hat{r}_{stoch}(k-p) + \beta_1 \varepsilon(k-1) + \dots + \beta_q \varepsilon(k-q). \quad (3.81)$$

Die Anfangsbedingung $r_{stoch}(1), \dots, r_{stoch}(p)$ werden anhand von Messdaten vorgegeben. Beim fehlerfreien stochastischen Modell ist das Residuum zwischen der Schätzung $\hat{r}_{stoch}(k)$ und der stochastischen Komponente $r_{stoch}(k)$ ein weißer Rauschprozess (3.82):

$$e(k) = r_{stoch}(k) - \hat{r}_{stoch}(k) = \varepsilon(k). \quad (3.82)$$

Die deterministische Störgrößenkomponente $r_{det}(k)$ wird durch Eliminierung des stationären farbigen Rauschsignals $\hat{r}_{stoch}(k)$ berechnet (3.83):

$$r_{det}(k) = r(k) - \hat{r}_{stoch}(k). \quad (3.83)$$

Im Fall des fehlerfreien stochastischen Modells soll die deterministische Störgrößenkomponente $r_{det}(k)$ ein durch weißes Rauschen überlagertes deterministisches Signal ausweisen, wofür die Identifikation des Modells im letzten Schritt durchgeführt wird.

3.3.2 Subspace-Identifikationsmethoden

Subspace-Identifikation ist eine Reihe von weit verbreiteten Identifikationsmethoden, die in Literatur ausführlich beschrieben ist [90], [41]. Eine zusammenfassende Beschreibung der Methoden ist in folgenden Quellen zu finden [21], [68] [26].

Die Anwendung von Subspace-Identifikationsmethoden für das in dieser Arbeit formulierte Problem der Modellidentifikation der deterministischen Störgrößenkomponente ist aus folgenden Gründen vom besonderen Vorteil. Die Methoden dienen zur Identifikation von Systemmatrizen eines linearen Modells aus Prozessdaten, das in der Zustandsform formuliert wird und setzt das Auftreten einer externen Prozess- sowie Messstörung in Form vom weißen Rauschen voraus. Somit entspricht die Form des zugrunde liegenden Modells der Aufgabenstellung der Identifikation des deterministischen Störgrößenmodells. Es ist dabei keine Information über die Modellordnung und die Systemmatrizen notwendig. Eine typische Annahme für die Anwendung der Methoden ist eine ausreichend große Anzahl von Messwerten, die bei industriellen Anwendungen durchaus realisierbar ist. Die Methoden sind nicht iterativ, daher haben keine Konvergenzprobleme. Es werden Methoden der linearen Algebra eingesetzt, wodurch die numerische Stabilität ermöglicht wird. Außerdem können die Methoden für die Identifikation von sowohl stabilen als auch instabilen Modellen angewendet werden, was für die deterministischen Störstrecken ebenfalls vorteilhaft ist. Der Nachteil der Methoden besteht allerdings darin, dass sie eine suboptimale Lösung des Identifikationsproblems liefern.

Im Weiteren werden die Grundlagen der Methoden anhand eines allgemeinen Identifikationsalgorithmus ohne Vergleich der einzelnen Methoden vorgestellt.

Für eine möglichst vollständige Beschreibung der deterministischen Störgrößendynamik und somit eine optimale Auslegung eines Referenz-Regelungssystems zum Zweck der Bewertung der Regelgüte eignet sich die Vorgabe eines Dirac-Impulses als Eingangsgröße. Diese Definition schließt die Korrelation zwischen dem System- bzw. Messrauschen und der Eingangsgröße des Systems aus, daher wird es nur eine Identifikation mit Hilfe der Subspace-Methoden im offenen Regelkreis betrachtet.

Das gesuchte SISO Zustandsraummodell der deterministischen Störgrößekomponente wird in folgender Form dargestellt (3.84), (3.85):

$$x_{det}(k+1) = A_{det}x_{det}(k) + b_{det}u(k) + w(k), \quad (3.84)$$

$$r_{det}(k) = c_{det}^T x_{det}(k) + v(k), \quad (3.85)$$

wobei $x_{det}(k) \in \mathbf{R}^n$, $r_{det}(k) \in \mathbf{R}$, $u(k) \in \mathbf{R}$, $w(k) \in \mathbf{R}^n$ und $v(k) \in \mathbf{R}$.

Zur Beschreibung des Subspace-Identifikationsalgorithmus wird das MIMO System in allgemeiner Form betrachtet (3.86),(3.87):

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + w(k), \quad (3.86)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) + v(k), \quad (3.87)$$

wobei es für die Systemvektoren $x(k) \in \mathbf{R}^n$, $y(k) \in \mathbf{R}^m$, $u(k) \in \mathbf{R}^l$, $w(k) \in \mathbf{R}^n$ und $v(k) \in \mathbf{R}^m$ gilt.

Für das weiße Systemrauschen $w(k)$ und Messrauschen $v(k)$ werden Kovarianzen angenommen (3.88), wobei das Kronecker-Delta δ_{ij} durch (3.89) definiert wird:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} w(i) \\ v(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w^T(j) & v^T(j) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_w & S \\ S^T & \Sigma_v \end{bmatrix} \delta_{ij}, \quad (3.88)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases}. \quad (3.89)$$

Das Ziel ist die Bestimmung der Systemordnung n , Systemmatrizen A , B , C und D sowie Kovarianzmatrizen Σ_w , S und Σ_v .

Nach der Subspace-Identifikationsmethode wird das Systemmodell (3.86), (3.87) in der jeweiligen Zeititeration k in die folgende Matrixform gebracht (3.90):

$$Y_f = \Gamma_{s_f} X_f + H_{s_f,u} U_f + \Theta_f, \quad (3.90)$$

wobei folgende Definitionen gelten (3.91) - (3.98):

$$Y_f = \begin{bmatrix} y(k+1) & \dots & y(k+1+N) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y(k+s_f) & \dots & y(k+s_f+N) \end{bmatrix}, \quad (3.91)$$

$$\Gamma_{s_f} = \begin{bmatrix} C \\ \vdots \\ CA^{s_f} \end{bmatrix}, \quad (3.92)$$

$$X_f = [x(k+1) \quad \dots \quad x(k+1+N)], \quad (3.93)$$

$$H_{s_f,u} = \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{s_f-1}B & \dots & CB & D \end{bmatrix}, \quad (3.94)$$

$$U_f = \begin{bmatrix} u(k+1) & \dots & u(k+1+N) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u(k+s_f) & \dots & u(k+s_f+N) \end{bmatrix}, \quad (3.95)$$

$$\Theta_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ C & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{s_f-1} & \dots & C & 0 \end{bmatrix} W_f + V_f, \quad (3.96)$$

$$W_f = \begin{bmatrix} w(k+1) & \dots & w(k+1+N) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ w(k+s_f) & \dots & w(k+s_f+N) \end{bmatrix}, \quad (3.97)$$

$$V_f = \begin{bmatrix} v(k+1) & \dots & v(k+1+N) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ v(k+s_f) & \dots & v(k+s_f+N) \end{bmatrix}. \quad (3.98)$$

Der Index f steht dabei für den zukünftigen Zeithorizont. Des Weiteren werden die Matrizen U_p der Stellgröße und Y_p der Ausgangsgröße für den vergangenen Zeithorizont definiert (3.99), (3.100):

$$U_p = \begin{bmatrix} u(k-s_p) & \dots & u(k-s_p+N) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u(k) & \dots & u(k+N) \end{bmatrix}, \quad (3.99)$$

$$Y_p = \begin{bmatrix} y(k-s_p) & \dots & y(k-s_p+N) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y(k) & \dots & y(k+N) \end{bmatrix}. \quad (3.100)$$

Die Matrizen U_p und Y_p werden in der Matrix Z_p zusammengefasst (3.101):

$$Z_p^T = [Y_p^T \quad U_p^T]. \quad (3.101)$$

Es gelten folgende Definitionen. Matrix Γ_{s_f} wird erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix genannt, denn $s_f > n$ definiert wird. Die Matrizen Y_f und U_f sind Hankel-Matrizen. Die Matrizen $H_{s_f,u}$ und Θ_f werden als Töplitz-Matrizen bezeichnet.

Bei der Berechnung ist es üblich, den zukünftigen Zeithorizont dem vergangenen gleich zu setzen. Es gilt also $s = s_f = s_p$. Die allgemeine Vorgehensweise bei den Subspace-Methoden besteht in der Eliminierung der Abhängigkeit von U_f und Θ_f in der Gleichung (3.90) und anschließender Gewinnung der Matrizen Γ_s und X_f mit Hilfe der Singulärwertzerlegung. Im nächsten Schritt können die Systemmatrizen entweder aus der Matrix Γ_s oder aus der Matrix X_f geschätzt werden.

Es wird ein Begriff der Projektionsmatrix Π_Q für Q nach (3.102) eingeführt. Eine orthogonale Projektionsmatrix Π_Q^\perp wird dabei nach (3.103) definiert:

$$\Pi_Q = Q^T (QQ^T)^{-1} Q, \quad (3.102)$$

$$\Pi_Q^\perp = I - \Pi_Q. \quad (3.103)$$

Die Projektionsmatrix besitzt folgende Eigenschaften (3.104), (3.105):

$$Q\Pi_Q = Q, \quad (3.104)$$

$$Q\Pi_Q^\perp = 0. \quad (3.105)$$

Da die Stellgröße $u(k)$ und die weißen Rauschsignale $w(k)$ und $v(k)$ unkorreliert sind, kann folgende Eigenschaft ausgenutzt werden (3.106):

$$\Theta_f \Pi_{U_f}^\perp = \Theta_f. \quad (3.106)$$

Die Hankel-Matrix Y_f wird mit der orthogonalen Projektionsmatrix $\Pi_{U_f}^\perp$ multipliziert, um den Einfluss der Stellgröße zu eliminieren (3.107), (3.108):

$$Y_f \Pi_{U_f}^\perp = \Gamma_s X_f \Pi_{U_f}^\perp + \underbrace{H_{s,u} U_f \Pi_{U_f}^\perp}_{=0} + \underbrace{\Theta_f \Pi_{U_f}^\perp}_{=\Theta_f}, \quad (3.107)$$

$$Y_f \Pi_{U_f}^\perp = \Gamma_s X_f \Pi_{U_f}^\perp + \Theta_f. \quad (3.108)$$

Bei den letzten zwei Termen in der Gleichung (3.107) werden Eigenschaften der Projektion (3.105) und (3.106) genutzt.

Der Einfluss des stochastischen Terms Θ_f wird anschließend durch Multiplikation mit der Matrix W eliminiert (3.109):

$$Y_f \Pi_{U_f}^\perp W = \Gamma_s X_f \Pi_{U_f}^\perp W, \quad (3.109)$$

wobei $W = Z_p^T \left(Z_p \Pi_{U_f}^\perp Z_p^T \right)^{-1} Z_p$ ist. Der stochastische Term lässt sich eliminieren, denn die Matrix W_f beziehungsweise V_f mit der Matrix Z_p nicht korreliert.

Anschließend wird die Singulärwertzerlegung des Ausdruckes (3.109) durchgeführt nach (3.110):

$$Y_f \Pi_{U_f}^\perp W = [U_1 \quad U_2] \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ (V_2^T) \end{bmatrix}. \quad (3.110)$$

Durch die Singulärwertzerlegung kann die Systemordnung über den Rang der Matrix Σ bestimmt werden.

Die erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix Γ_s und die Schätzung der Zustandsmatrix X_f lassen sich folgendermaßen bestimmen (3.111), (3.112):

$$\Gamma_s = U_1 \Sigma^{\frac{1}{2}}, \quad (3.111)$$

$$\hat{X}_f = \Sigma^{\frac{1}{2}} V_1^T. \quad (3.112)$$

Die Ausgangsmatrix C wird über die ersten m Reihen der Matrix Γ_s berechnet.

Für die Berechnung der Systemmatrix A werden die Matrizen $\underline{\Gamma}_s$ und $\overline{\Gamma}_s$ aus der Matrix Γ_s durch die Eliminierung der letzten beziehungsweise der ersten m Reihen berechnet (3.113), (3.114):

$$\underline{\Gamma}_s = \begin{bmatrix} C \\ \vdots \\ CA^{s-1} \end{bmatrix}, \quad (3.113)$$

$$\overline{\Gamma}_s = \begin{bmatrix} CA \\ \vdots \\ CA^{s-1} \end{bmatrix}. \quad (3.114)$$

Die Systemmatrix A wird dabei folgendermaßen bestimmt (3.115):

$$A = \underline{\Gamma}_s^{-1} \overline{\Gamma}_s. \quad (3.115)$$

Es wird anschließend die Multiplikation $\Gamma_s^\perp Y_f U_f^{-1}$ durchgeführt. Wenn $\Gamma_s^\perp \Gamma_s = 0$ und $U_f U_f^{-1} = I$, kann aus der Gleichung (3.90) folgender Ausdruck formuliert werden (3.116):

$$\Gamma_s^\perp Y_f U_f^{-1} = \Gamma_s^\perp H_{s,u}. \quad (3.116)$$

Die Gleichung (3.116) ist linear in B und D . Die Matrizen B und D können mit Hilfe von Least-Squares-Methode berechnet werden.

Im letzten Schritt erfolgt die Berechnung der Kovarianzmatrizen Σ_w , S und Σ_v anhand der Zustandsschätzung \hat{X}_f . Zu diesem Zweck wird das Systemmodell auf Basis der Reihe i der Matrixform (3.90) mit $i = 1, \dots, s_f - 1$ formuliert zu (3.117):

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_i \\ U_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_i \\ V_i \end{bmatrix}. \quad (3.117)$$

Die Matrizen des Systems- und des Messrauschens und anschließend die Kovarianzmatrizen werden laut folgende Gleichungen berechnet (3.118) und (3.119):

$$\begin{bmatrix} W_i \\ V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_i \\ U_i \end{bmatrix}, \quad (3.118)$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma_w & S^T \\ S & \Sigma_v \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} W_i \\ V_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_i \\ V_i \end{bmatrix}^T. \quad (3.119)$$

3.4 Beobachtergestützte Fehlererkennung in Störgrößenmodellen

3.4.1 Entwurf eines optimalen Beobachters

3.4.1.1 Grundlagen der Zustandsbeobachtung

Eine wichtige Voraussetzung für die Störgrößenmodellierung besteht in der Systembeschreibung des betrachteten Prozesses. Das Systemverhalten wird dabei häufig über die Formulierung der Übertragungsfunktion im Frequenzbereich erfasst und der Auslegung des Reglers über die Ausgangsrückführung zugrunde gelegt. Diese Beschreibung bietet für eine vertiefte Analyse des Regelstreckenverhaltens und für eine Auslegung des Reglers nur eingeschränkte Möglichkeiten, so dass eine Realisierung der Regelung über Zustandsrückführung erforderlich ist. Die theoretischen Grundlagen zur Systembeschreibung in der Zustandsraumdarstellung sowie Regelung über Zustandsrückführung sind in [20], [57] und [89] beschrieben. Für die Auslegung einer Zustandsrückführung wird die Information über Zustandsvariablen des Systems benötigt, die in der Systemdarstellung anhand Übertragungsfunktion nicht vorhanden ist. Dabei sind die Zustandsgrößen die Informationsvariablen, die die gespeicherte Energie des Systems in Form von physikalischen Variablen widerspiegeln. Die Zustandsvariablen sind jedoch in der Regel nicht messbar und müssen aus den Prozessdaten und der Modellbeschreibung heraus geschätzt werden. Eine Schätzung basierend auf gemessenen Prozessdaten wird als Beobachtung bezeichnet.

Das Verhalten und die Güte der Zustandsbeobachtung hängt maßgeblich von der Qualität des vorliegenden Modells ab. Für die Auslegung eines Zustandsbeobachters ist demzufolge eine verlässliche Systembeschreibung vorausgesetzt.

Die Zustandsraumdarstellung eignet sich besonders gut für die Beschreibung von Mehrgrößensystemen. Es wird allerdings in den nachfolgenden Herleitungen auf eine allgemeine Dimensionsbetrachtung Einfachheit halber verzichtet und der Prozess wird durch ein SISO (single input single output) System dargestellt.

Der Prozess kann durch ein System in der Zustandsraumdarstellung folgen-

dermaßen beschrieben werden (3.120), (3.121):

$$x(k+1) = Ax(k) + bu(k), \quad (3.120)$$

$$y(k) = c^T x(k) + du(k), \quad (3.121)$$

wobei $x(k)$ - Vektor der Zustandsgrößen, $u(k)$ - skalare Eingangsgröße, $y(k)$ - skalare Ausgangsgröße.

In (3.120) und (3.121) ist A Systemmatrix, b Eingangsvektor, c Ausgangsvektor und d Durchgangsfaktor. Falls die Eingangsgröße zum diskreten Zeitpunkt k keinen direkten Einfluss auf die Ausgangsgröße zum diskreten Zeitpunkt k hat, kann der Durchgangsfaktor aus der Systembeschreibung raus genommen werden.

Die Anwendung eines Systemidentifikationsverfahrens ergibt neben der Modellstruktur die geschätzten Systemparameter \hat{A} , \hat{b} und \hat{c} . Das Systemmodell wird daher folgendermaßen formuliert (3.122), (3.123):

$$\hat{x}(k+1) = \hat{A}\hat{x}(k) + \hat{b}u(k), \quad (3.122)$$

$$\hat{y}(k) = \hat{c}^T \hat{x}(k). \quad (3.123)$$

Ausgehend von einem unbekanntem Prozess (3.120), (3.121), der mit dem Modell (3.122), (3.123) im Zustandsraum beschrieben wird, kann die Grundstruktur des modellbasierten Beobachterverfahrens in allgemeiner Form in Abbildung 3.3 visualisiert werden.

Die vorliegende Systembeschreibung beinhaltet keine expliziten Störeinflüsse, die sich auf den Wert des Residuums zwischen der gemessenen Ausgangsgröße $y(k)$ und dem Modellwert $\hat{y}(k)$ auswirken. In der Realität können die strukturellen und parametrischen Abweichungen zwischen dem Prozess und dem Modell nicht exakt quantifiziert werden und werden ebenfalls als Störauswirkung interpretiert.

Das Ziel des Beobachterentwurfes ist die bestmögliche Schätzung der unbekanntem Zustandsparameter hinsichtlich der Fehlerdynamik $\tilde{x}(k)$ (3.124). Für die Fehlerdynamik (3.125) ist folglich eine Nullkonvergenz notwendig:

$$\tilde{x}(k) = x(k) - \hat{x}(k), \quad (3.124)$$

$$\tilde{x}(k+1) = A(x(k) - \hat{x}(k)). \quad (3.125)$$

Die Beziehung (3.125) folgt unmittelbar aus (3.124), (3.120) und (3.122) unter Annahme der idealen Modellidentifikation, so dass $\hat{A} = A$ und $\hat{B} = B$. Die Nullkonvergenz der Fehlerdynamik kann nur dann erfüllt werden, wenn die Eigenwerte der Systemmatrix A innerhalb des Einheitskreises auf der z -Ebene liegen. Diese Bedingung setzt voraus, dass die betrachtete Regelstrecke stabil ist, was nicht in allen Fällen gewährleistet wird. Aus diesem Grund wird eine Modifizierung der Beobachterstruktur durch einen Beobachtervektor l vorgenommen.

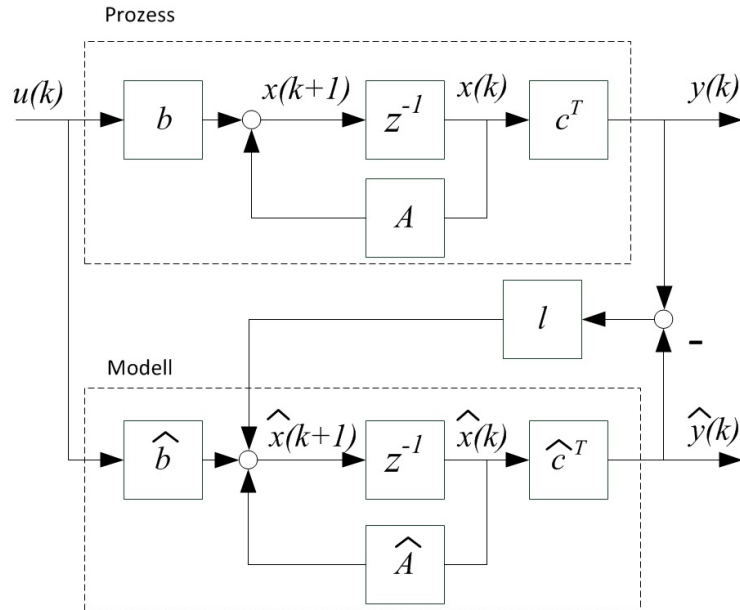


Abbildung 3.3: Allgemeine Struktur einer modellbasierten Zustandsbeobachtung

Die Vorgabe von Polstellen des Gesamtsystems hat eine stabilisierende Wirkung und gewährleistet eine schnelle Nullkonvergenz der Fehlerdynamik.

Anhand der in Abbildung 3.3 abgebildeten Beobachterstruktur folgt unter Annahme eines idealen Regelstreckenmodells (3.126), (3.127), (3.128):

$$x(k+1) = Ax(k) + bu(k), \quad (3.126)$$

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + bu(k) + l(y(k) - \hat{y}(k)), \quad (3.127)$$

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + bu(k) + l(c^T x(k) - c^T \hat{x}(k)), \quad (3.128)$$

und schließlich folgt (3.129):

$$\tilde{x}(k+1) = x(k+1) - \hat{x}(k+1) = (A - lc^T)\tilde{x}(k). \quad (3.129)$$

Die Stabilität wird gewährleistet, wenn die Systempole bzw. die Eigenwerte der Matrix $(A - lc^T)$ innerhalb des Einheitskreises auf der z -Ebene liegen. Für ein beobachtbares lineares System können die Polstellen beliebig durch die Auswahl des Vektors l vorgegeben werden und die Zustandsgrößen rekonstruiert werden. Die Anforderung der Beobachtbarkeit setzt voraus, dass es kein Verlust der Zustandsinformation entsteht. Hierfür werden die Systemmatrix A des Prozesses und der Ausgangsvektor c auf vollen Rang überprüft. Die Systemmatrix beschreibt die Einflüsse auf die vorliegenden Zustände, woraus die Anzahl der

Zustände ermittelt werden kann. Der Ausgangsvektor stellt eine Abhängigkeit zwischen Zustandsgrößen und Ausgangsgröße dar.

Nach dem gängigsten Kalman-Kriterium wird die Beobachtbarkeitsmatrix Γ_s berechnet und auf vollen Rang überprüft. Die Beobachtbarkeitsmatrix wird nach (3.130) definiert:

$$\Gamma_s = \begin{pmatrix} c^T \\ c^T A \\ c^T A^2 \\ \dots \\ c^T A^{n-1} \end{pmatrix}, \quad (3.130)$$

wobei n Systemordnung ist. Das Kalman-Kriterium wird erfüllt, wenn $\text{Rang}(\Gamma_s) = n$ ist.

3.4.1.2 Kalman-Filter

Durch die Polvorgabe kann die Dynamik der Zustandsschätzung vorgegeben werden. Es fehlt aber eine Formulierung von Optimalitätsbedingungen, wonach die Schätzung der Zustandstrajektorien erfolgen soll. Eine optimale Schätzung wird durch Minimierung eines quadratischen Gütefunktional erreicht. Die Lösung des Optimierungsproblems führt zur Berechnung des Beobachtervektors, der in die klassische Beobachterstruktur implementiert werden kann.

Der Kalman-Filter liefert als linearer, quadratischer, mittlerer Schätzer eine Least-Mean-Squares Schätzung der Systemzustände bei gegebenen stochastischen Störeinflüssen. Eine ausführliche Beschreibung der theoretischen Grundlagen ist in [21] und [48] gegeben.

Das Systemmodell mit stochastischen Störungen in der Zustandsraumdarstellung wird für die Formulierung des optimalen Beobachters folgendermaßen definiert (3.131), (3.132):

$$x(k+1) = Ax(k) + bu(k) + Ew(k), \quad (3.131)$$

$$y(k) = c^T x(k) + v(k), \quad (3.132)$$

wobei $w(k)$ Systemrauschen und $v(k)$ Messrauschen ist.

Bei der Definition des Kalman-Filters werden die Störgrößen $w(k)$ und $v(k)$ als mittelwertfreies, gaußsches, weißes Rauschen angenommen, die jeweils statistisch unabhängig sind. Die Störeinflüsse $w(k)$ und $v(k)$ korrelieren nicht miteinander und mit dem Zustandsvektor $x(k)$ und beeinflussen sich nicht gegenseitig. Die Kovarianzmatrizen der Störgrößen sind bekannt und werden durch folgende

Beziehung für das weiße Rauschen definiert (3.133), (3.134):

$$E \left\{ \begin{bmatrix} w(i) \\ v(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w^T(j) & v^T(j) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_w & S \\ S^T & \sigma_v^2 \end{bmatrix} \delta_{ij}, \quad (3.133)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases}. \quad (3.134)$$

Die Matrix Σ_w ist die positiv semidefinite Kovarianzmatrix des Prozessrauschens und die skalare Größe σ_v^2 ist die Varianz des Messrauschens.

Das Residuum $e(k)$ wird wie folgt definiert (3.135):

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k|k-1). \quad (3.135)$$

$\hat{y}(k|k-1)$ ist die Schätzung der Ausgangsgröße $y(k)$ zum Zeitpunkt k ausgehend von der Information $\{y(0), \dots, y(k)\}$. $\hat{y}(k|k-1)$ kann auch als eine Projektion von $y(k)$ auf den durch $\{y(0), \dots, y(k-1)\}$ aufgespannten Unterraum verstanden werden. Anhand der Modellgleichung (3.132) gilt (3.136):

$$\hat{y}(k|k-1) = c^T \hat{x}(k|k-1), \quad (3.136)$$

wobei $\hat{x}(k|k-1)$ die Projektion von $x(k)$ auf den durch $\{y(0), \dots, y(k-1)\}$ aufgespannten Unterraum ist. Dabei wird aufgrund der Unkorreliertheit von $y(i)$ und $v(j)$ bei $j \leq i-1$ angenommen, dass $\hat{v}(k|k-1) = 0$ ist.

Die grundlegende Formel für die Schätzung des Zustandsvektors kann folgendermaßen formuliert werden (3.137):

$$\hat{x}(i+1|i) = \sum_{j=0}^i E \{ x(i+1) e^T(j) \} R_e^{-1}(j) e(j), \quad (3.137)$$

wobei $R_e(j)$ Varianz des Residuums $e(j)$ ist und anhand folgende Gleichung definiert wird (3.138):

$$R_e(k) = E \{ e^2(k) \} = \sigma_v^2 + c^T P(k|k-1) c. \quad (3.138)$$

$P(k|k-1)$ ist die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers (3.139):

$$P(k|k-1) = E \{ \tilde{x}(k|k-1) \tilde{x}^T(k|k-1) \}. \quad (3.139)$$

Aus Beziehungen (3.137) und (3.131) kann die Gleichung für der Schätzung $\hat{x}(k+1|k)$ formuliert werden (3.140):

$$\hat{x}(k+1|k) = A \hat{x}(k|k-1) + b u(k) + (A P(k|k-1) c + E S) R_e^{-1}(k) e(k). \quad (3.140)$$

Analog zur Gleichung (3.127) wird der optimale Beobachtervektor $k(k)$ definiert (3.141):

$$k(k) = (A P(k|k-1) c + E S) R_e^{-1}(k), \quad (3.141)$$

so dass die Gleichung (3.140) zu (3.142) umformuliert wird:

$$\hat{x}(k+1|k) = A\hat{x}(k|k-1) + bu(k) + k(k)e(k). \quad (3.142)$$

Die optimale Beobachtung nach (3.142) wird als Kalman-Filter und $k(k)$ als Kalman-Verstärkung bezeichnet.

Die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers wird rekursiv nach der folgenden Gleichung berechnet (3.143):

$$P(k+1|k) = AP(k|k-1)A^T + E\Sigma_w E^T - k(k)R_e(k)k^T(k), \quad (3.143)$$

mit Anfangsbedingung $P(0) = E\{\tilde{x}(0)\tilde{x}^T(0)\} = \Pi_0$.

Es wird in [19] eine rekursive Vorgehensweise zur optimalen Zustandsschätzung sowie zur Berechnung der Kalman-Verstärkung gegeben. Die Zustandsschätzung erfolgt nach den Formeln (3.144) und (3.145) mit der Anfangsbedingung (3.146):

$$\hat{x}(k|k-1) = A\hat{x}(k-1|k-1) + bu(k-1), \quad (3.144)$$

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + k(k)(y(k) - c^T\hat{x}(k|k-1)), \quad (3.145)$$

$$\hat{x}(0|0) = \bar{x}. \quad (3.146)$$

Die rekursive Berechnung der Kalman-Verstärkung erfolgt nach den Formeln (3.147), (3.148), (3.149) mit der Anfangsbedingung (3.150):

$$P(k|k-1) = AP(k-1|k-1)A^T + E\Sigma_w E^T, \quad (3.147)$$

$$k(k) = P(k|k-1)c(\sigma_v^2 + c^T P(k|k-1)c)^{-1}, \quad (3.148)$$

$$P(k|k) = (I - k(k)c^T)P(k|k-1), \quad (3.149)$$

$$P(0|0) = \Pi_0. \quad (3.150)$$

3.4.2 Beobachtergestützte Fehlererkennung

3.4.2.1 Ablauf der Identifikation mit Erkennung des Modellfehlers

Das Störgrößenmodell spielt für das optimale Beobachterverhalten des Kalman-Filters und die Auslegung des Reglers eine entscheidende Rolle. Durch Störgrößendellierung werden die notwendigen Übertragungsfunktionen der stochastischen und der deterministischen Störstrecke identifiziert und in die Struktur des Kalman-Filters implementiert. Die Richtigkeit des Störgrößenmodells wird durch den Algorithmus der beobachtergestützten Fehlererkennung überprüft und eine erneute Modellierung wird nach Bedarf eingeleitet.

Der Ablauf des Identifikationsprozesses mit der beobachtergestützten Fehlererkennung ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

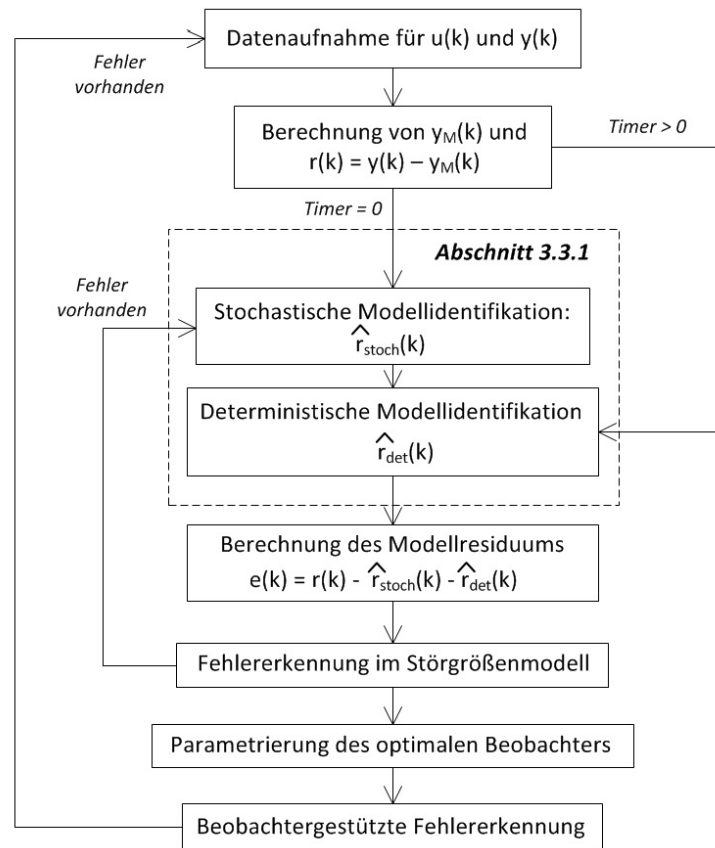


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung vom Ablauf der Störgrößenmodellierung

Der Identifikationsprozess soll nach dem abgebildeten Schema iterativ ablaufen, wobei die Iterationsnummer in einer ganzzahligen Variable *Timer* gespeichert wird. Zunächst werden die Zeitreihen $y(k)$ der Ausgangsgröße und $u(k)$ der Eingangsgröße aus den Prozessdaten gebildet und der charakteristische Verlauf $y_M(k)$ der bekannten Regelstrecke wird berechnet. Das Residuumsignal $r(k) = y(k) - y_M(k)$ besteht aus der deterministischen und stochastischen Störauswirkung auf die Ausgangsgröße sowie sämtlichen Ungenauigkeiten des Regelstreckenmodells.

Unter Annahme, dass die Prozessstörung einen deterministisch-stochastischen Charakter aufweist, wird in der ersten Iteration ($Timer = 0$) eine vollständige Modellidentifikation der Störgröße durchgeführt. Die vollständige Modellidentifikation besteht aus der Identifikation des deterministischen Störgrößenmodells nach der im Abschnitt 3.3.2 beschriebenen Subspace-Identifikationsmethode und Identifikation eines ARMA(p,q)-Modells der stochastischen Störgrößenkomponente, die im Abschnitt 3.2.3 betrachtet wird. Der Ablauf der Identifika-

tion des Störgrößenmodells ist im Abschnitt 3.3.1 separat beschrieben. Sind die Identifikationsschritte durchgeführt worden, kann das Residuum $e(k)$ zwischen der Störgröße $r(k)$ und dem Modellwert $\hat{r}(k) = \hat{r}_{stoch}(k) + \hat{r}_{det}(k)$ mittels Q-Statistik auf Ähnlichkeit dem weißen Rauschen im Rahmen der Fehlererkennung überprüft, wie im Abschnitt 3.2.3.3 beschrieben wird. Die Modellidentifikation muss beim detektierten Fehler erneut erfolgen. Am Ende der Iteration werden die Parameter des stochastischen und des deterministischen Störgrößenmodells in die Struktur des optimalen Beobachters übergeben.

Nach der Initialisierung des Kalman-Filters mit den Parametern des Störgrößenmodells kann der Systemausgang dynamisch prädiziert werden. Der Prädiktionwert des Kalman-Filters wird in jeweiliger Iteration mit dem realen Messwert verglichen und eine Fehlererkennung im System wird anhand des Modellresiduums durchgeführt. Soll das Modellresiduum zwischen dem durch den Kalman-Filter prädizierten Schätzwert der Ausgangsgröße und der gemessenen Ausgangsgröße mit Hilfe der Q-Statistik als weißer Rauschprozess interpretiert werden können, sind die Störgrößenmodelle gültig und müssen nicht aktualisiert werden. Soll der Ljung-Box-Hypothesentest für das Modellresiduum in einer bestimmten Iteration fehlschlagen, müssen die Störgrößenmodelle aktualisiert werden. Es wird dabei bei der Iteration $Timer > 0$ zunächst angenommen, dass das stochastische ARMA-Modell noch gültig ist und es wird lediglich die deterministische Störgrößenmodellierung mit der Subspace-Identifikationsmethode (Paragraph 3.3.2) durchgeführt. Soll anschließend ein Modellfehler erkannt werden, muss eine vollständige stochastisch-deterministische Modellidentifikation erneut durchgeführt werden.

Bei der beobachtergestützten Fehlererkennung im Störgrößenmodell wird es von der Eigenschaft des Residuums ausgegangen. Das Residuum $e(k)$ für den Kalman-Filter ist nach der Formel (3.135) das mittelwertfreie weiße Rauschen mit der Varianz $R_e(k)$. In [19] werden unter anderem die statistischen Generalized-Likelihood-Ratio Methoden zur Detektion der Abweichung im Mittelwert und in der Varianz beschrieben, die alternativ zum Ljung-Box-Hypothesentest zum Zweck der Fehlererkennung verwendet werden können.

Eine iterative Anwendung der Methode zur Identifikation des Störgrößenmodells und Fehlererkennung hat den Nachteil, dass das Auftreten der Störgröße nicht direkt am Anfang des jeweiligen Zeitintervalls erfolgen kann. In diesem Fall kann das Störgrößenverhalten nicht mit einem einzigen Modell im gesamten Zeitintervall beschrieben werden. Daher muss bei der Erkennung des Modellfehlers der Zeitpunkt des Auftretens einer neuen Störgrößenkomponente identifiziert werden und als Anfangszeitpunkt der darauffolgenden Iteration angenommen werden. Dieser Zeitpunkt kann über die Zeitverschiebung festgestellt werden, bei der der p -Wert der χ^2 -Verteilung für die Q-Statistik sein vorgegebenes Signifikanzniveau α verletzt (siehe Paragraph 3.2.3.3). Diese Problematik wird im Beispiel im Abschnitt 3.5 veranschaulicht.

3.4.2.2 Beschreibung der Beobachterstruktur

Das Gesamt-Störgrößenmodell bestehend aus einer stochastischen und einer deterministischen Störgrößenkomponente dient zur Parametrierung des Kalman-Filters, so wie im Abschnitt 3.4.2.1 beschrieben wird. Der Kalman-Filter wird für die Berechnung des Residuumsignals angewendet. Es wird auf Basis des Residuumsignals mit Hilfe des Hypothesentests entschieden, ob das Störgrößenmodell gültig ist oder aktualisiert werden muss.

Das Zustandsraummodell der Regelstrecke wird folgendermaßen formuliert (3.151), (3.152):

$$x_M(k+1) = A_M x_M(k) + b_M u(k) + w(k), \quad (3.151)$$

$$y_M(k) = c_M^T x_M(k) + v(k). \quad (3.152)$$

Die Kovarianzmatrix des weißen Systemrauschens $w(k)$ reflektiert die Unsicherheit der Regelstreckenidentifikation und die Ausgangsgröße der Regelstrecke wird durch das Messrauschen mit der definierten Kovarianzmatrix überlagert.

Das Zustandsraummodell der stochastischen Störgrößenkomponente wird aus dem identifizierten ARMA(p,q)-Modell überführt (3.153), (3.154):

$$x_{stoch}(k+1) = A_{stoch} x_{stoch}(k) + E_w w(k), \quad (3.153)$$

$$y_{stoch}(k) = c_{stoch}^T x_{stoch}(k) + v(k). \quad (3.154)$$

Die Eingangsgrößen des Modells sind das weiße Systemrauschen $w(k)$ und das weiße Messrauschen $v(k)$, wobei das weiße Systemrauschen die Zustandsgrößen über die Informationsmatrix E_w beeinflusst.

Das deterministische Störgrößenmodell wird folgendermaßen formuliert (3.155), (3.156):

$$x_{det}(k+1) = A_{det} x_{det}(k) + b_{det} \delta(k), \quad (3.155)$$

$$y_{det}(k) = c_{det}^T x_{det}(k), \quad (3.156)$$

wobei die Impulsfolge $\delta(k)$ dem Dirac-Impuls in diskreter Form entspricht und folgendermaßen definiert wird (3.157):

$$\delta(k) = \begin{cases} 1 & \text{für } k = 0 \\ 0 & \text{für } k \neq 0 \end{cases}. \quad (3.157)$$

Die Formulierung des deterministischen Störgrößenmodells enthält keinen Einfluss des Zufallsfaktors durch das Eingangssignal des weißen Rauschens. Die Beschreibung der deterministischen Störgrößendynamik erfolgt ausgehend vom Dirac-Impuls. Der Grund für die Verwendung des Dirac-Impulses besteht in der Notwendigkeit eine möglichst vollständige Beschreibung der deterministischen

Störgrößendynamik durch das Modell zu erreichen, um die Störgrößenkompensation durch eine optimale Regelung zu erzielen.

Das Gesamtsystem besteht aus der bekannten Regelstrecke, dem Zustandsraummodell der deterministischen und der stochastischen Störstrecke und wird in der Zustandsraumdarstellung als ein MISO-System wie folgt formuliert (3.158), (3.159):

$$\begin{bmatrix} x_M(k+1) \\ x_{stoch}(k+1) \\ x_{det}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_M & 0 & 0 \\ 0 & A_{stoch} & 0 \\ 0 & 0 & A_{det} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_M(k) \\ x_{stoch}(k) \\ x_{det}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{det} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ 0 \\ \delta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I \\ E \\ 0 \end{bmatrix} w(k), \quad (3.158)$$

$$y(k) = [c_M^T \quad c_{stoch}^T \quad c_{det}^T] \begin{bmatrix} x_M(k) \\ x_{stoch}(k) \\ x_{det}(k) \end{bmatrix} + v(k). \quad (3.159)$$

Das Modell des Gesamtsystems (3.158), (3.159) lässt sich in kompakter Form darstellen (3.160), (3.161):

$$x_{ges}(k+1) = A_{ges}x_{ges}(k) + B_{ges}u_{ges}(k) + E_{ges}w(k), \quad (3.160)$$

$$y(k) = c_{ges}^T x_{ges}(k) + v(k). \quad (3.161)$$

Das Gesamtsystemmodell (3.160), (3.161) entspricht der Modellstruktur des Kalman-Filters (3.131), (3.132). Es wird ein optimaler Beobachtervektor $k(k)$ rekursiv berechnet und die Beobachterstruktur mit den Eingangsgrößen $u_{ges}(k)$ und $y(k)$ lässt sich anhand folgender Gleichungen ausdrücken (3.162), (3.163) und (3.164):

$$\hat{x}_{ges}(k+1) = A_{ges}\hat{x}_{ges}(k) + B_{ges}u_{ges}(k) + k(k)(y(k) - \hat{y}(k)), \quad (3.162)$$

$$\hat{y}(k) = c_{ges}^T \hat{x}_{ges}(k), \quad (3.163)$$

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k). \quad (3.164)$$

Die Ausgangsgröße des optimalen Beobachters $e(k)$ ist das Modellresiduum, das zur Fehlererkennung mit Hilfe des Ljung-Box-Hypothesentests verwendet wird. Die Beobachterstruktur ist in Abbildung 3.5 graphisch erläutert.

3.5 Validierung der Methode mit Prozessdaten

3.5.1 Prozessbeschreibung

Es wird als Beispielprozess eine Destillationskolonne der Feindestillationssequenz von modifizierten Diisocyanaten genommen, die als Basis-Rohstoffe zur

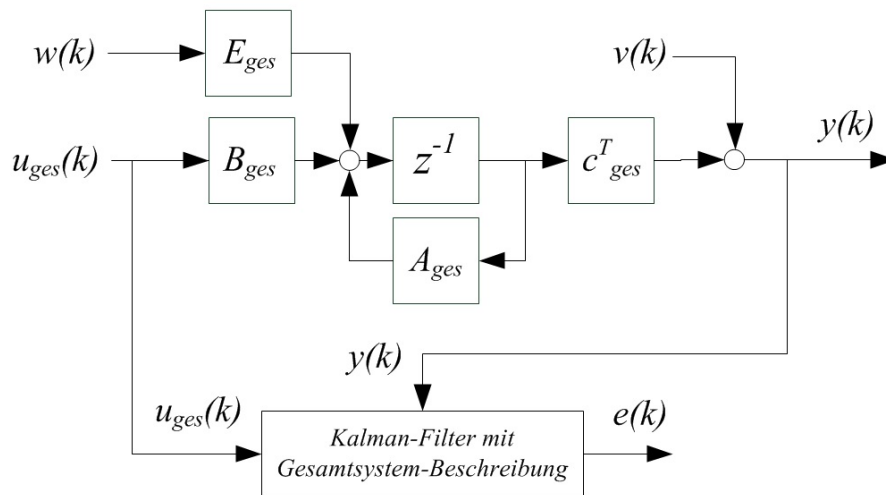


Abbildung 3.5: Graphische Darstellung der Beobachterstruktur

Herstellung von Schaum- und Klebemitteln dienen. Die betrachtete Destillationskolonne ist in Abbildung 3.6 schematisch dargestellt. Die Destillationskolonne dient zur Trennung eines Komponentengemisches, das als zwei-Stoff-Gemisch betrachtet werden kann. Bei der Prozessführung wird die Prozessspezifikation als Konzentration der leichtsiedenden Komponente im Sumpf definiert, die durch Regelung eingehalten werden muss. Die Konzentration des Schwersieders im Destillat wird nicht geregelt und die Kolonne wird beim konstanten Rücklaufverhältnis betrieben. Eine Änderung der Zulaufmenge in die Destillationskolonne sowie schwankende Zulaufzusammensetzung stellen die wesentlichen Störungen des Prozesses dar.

Der Sumpf wird über den mit dem Dampf beheizten Verdampfer mittels einer Pumpe umgepumpt. Dabei wird die leichtsiedende Komponente eingedampft und im Kopfkondensator kondensiert, der mit Kühlwasser betrieben wird. Ein Teil des Destillates wird als Rücklauf auf die Kolonne zurück geführt. Das restliche Destillat wird zur weiteren Verarbeitung aus der Kolonne ausgeschieden.

Die Massenbilanz der Kolonne wird durch Durchflussregelung eingestellt. Die Sumpfpromenge wird nach Bedarf durch die Vorgabe des Sollwertes variiert. Dabei wird der Sumpfstand der Destillationskolonne über die Zulaufmenge in die Kolonne geregelt. Das Rücklaufverhältnis wird über die Destillatmenge konstant eingestellt, wobei es eine Begrenzung der Mindestrücklaufmenge existiert.

In diesem Beispiel wird die Konzentrationsregelung im Sumpf der Destillationskolonne betrachtet, die als Führungsregelung für den Folgeregler des

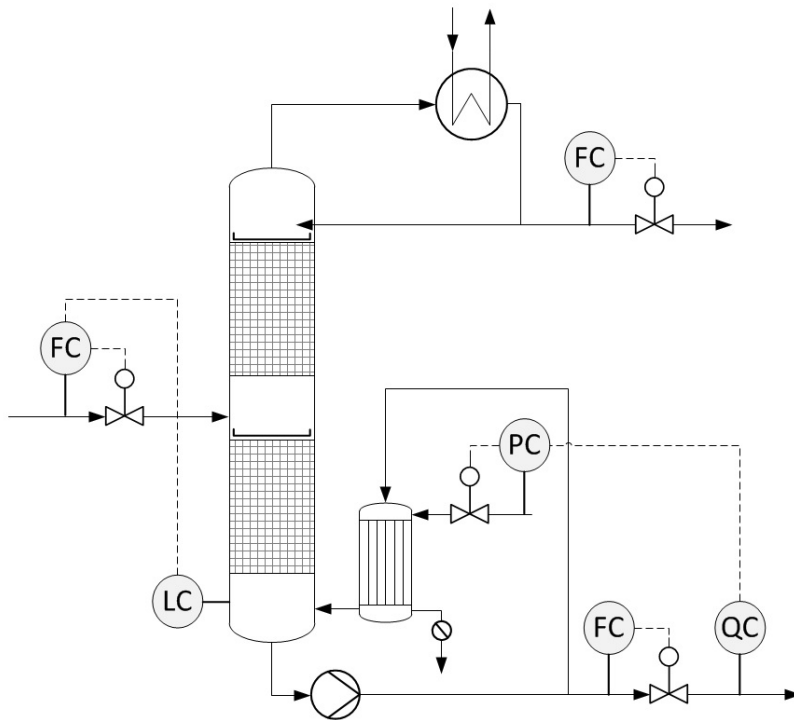


Abbildung 3.6: Darstellung der Destillationskolonne als Beispielprozess

Heizdampfdruckes im Sumpferdampfer fungiert. Die betrachtete Regelstrecke ist somit ein SISO System mit einer Eingangsgröße und einer Ausgangsgröße. Als Eingangsgröße wird der Dampfdruck und als Ausgangsgröße die gemessene Sumpfproduktkonzentration genommen. Dadurch, dass es sich um einen nicht linearen Prozess handelt, wird die Regelstreckenidentifikation für einen Betriebspunkt hinsichtlich der Auslastung der Kolonne durchgeführt. Zu diesem Zweck wird die Standregelung ausgeschaltet und eine konstante Zulaufmenge eingestellt. Die Sumpfproduktmenge wird mit Hilfe des Durchflussreglers ebenfalls konstant eingestellt. Die Regelstrecke kann dabei als ein PT1-Prozess approximiert werden.

3.5.2 Simulation anhand von Prozessdaten

Die Prozessdaten für die betrachtende Regelstrecke wurden für einen Betriebspunkt hinsichtlich der Auslastung der Destillationskolonne aufgenommen. Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke ist in einem störungsfreien Zustand durch Anlagenversuch identifiziert worden. Mit Hilfe der bekannten Übertragungsfunktion kann aus der gemessenen Regelgröße und der Stellgröße des Reglers die Störgrößenauswirkung über das Residuumsignal $r(k)$ berechnet werden.

Der Gesamtdatensatz wurde in drei Zeitperioden geteilt, wobei jede Zeitperiode der jeweiligen Anwendungsiteration der Identifikation des Störgrößenmodells entspricht. Der Zeitverlauf des Residuumsignals samt der berechneten deterministischen Störgrößenkomponente $\hat{r}_{det}(k)$ ist für die erste Iteration in Abbildung 3.7 dargestellt.

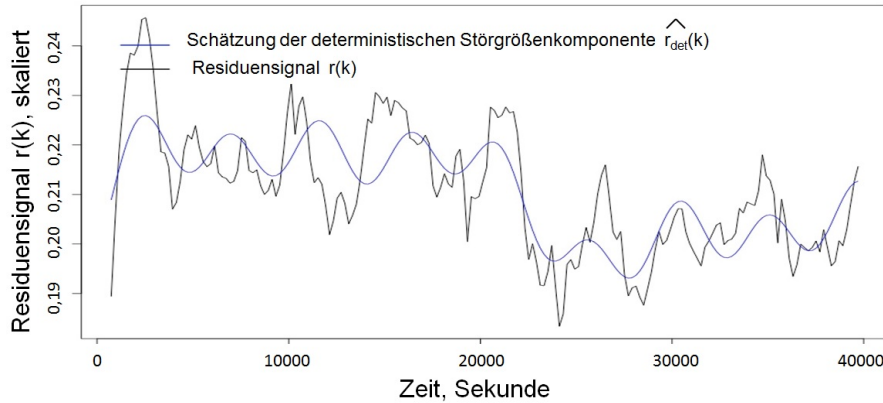


Abbildung 3.7: Darstellung des Residuumsignals für die 1. Zeitperiode

Die Zeitreihe ist in angemessenen Abtastzeitintervallen aufgenommen worden, um eine Trennung zwischen der deterministischen und der stochastischen Störgrößenkomponente zu ermöglichen und die Identifizierung des deterministischen Störgrößenmodells zu vereinfachen. Die Qualität der Stationarisierung kann visuell anhand von Autokorrelationsfunktion und partiellen Autokorrelationsfunktion bewertet werden. Die Ergebnisse sind in Abbildungen 3.8, 3.9, 3.10 und 3.11 dargestellt.

Nachdem die Stationarisierung der Zeitreihe für das Residuumsignal durchgeführt worden ist, wurde das ARMA(3,2)-Zeitreihenmodell der stochastischen Störgrößenkomponente erstellt. Die Modellordnung wurde dabei unter Anwendung des Akaike-Informationskriteriums ausgewählt.

Für die erste Zeitperiode wurde anschließend das Gesamt-Störgrößenmodell bestehend aus der deterministischen und der stochastischen Komponente formuliert und das Modellresiduum $e(k)$ mit Hilfe des Kalman-Filters berechnet. Das Modellresiduum $e(k)$ wird für die Detektion des Modellfehlers verwendet. Das Ergebnis der Fehlerdetektion mit Hilfe des Ljung-Box-Hypothesentests ist in Abbildung 3.12 dargestellt.

Im zweiten Schritt sind die Prozessdaten für die zweite Zeitperiode aufgenommen worden und das Residuumsignal $r(k)$ ist berechnet worden. Der Algorithmus der Fehlererkennung im Störgrößenmodell bestätigt die Hypothese des weißen Rauschens für das Modellresiduum $e(k)$. Der Zeitverlauf des Residuumsignals $r(k)$ mit dem dazugehörigen Schätzverlauf der deterministischen

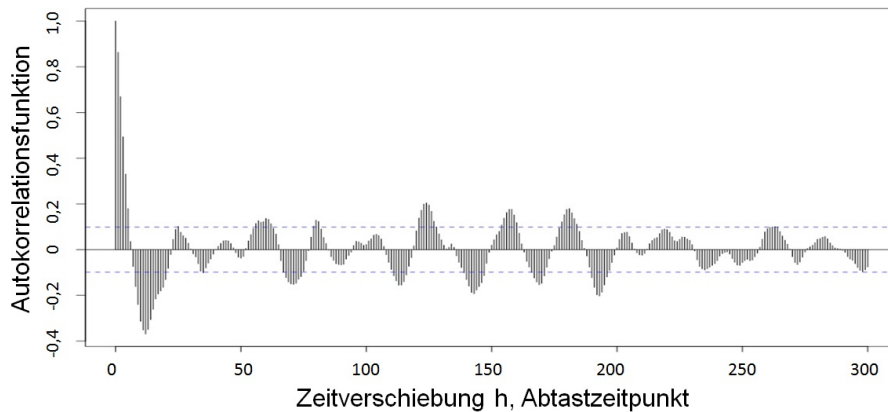


Abbildung 3.8: Darstellung der Autokorrelationsfunktion für die 1. Zeitperiode vor Stationarisierung

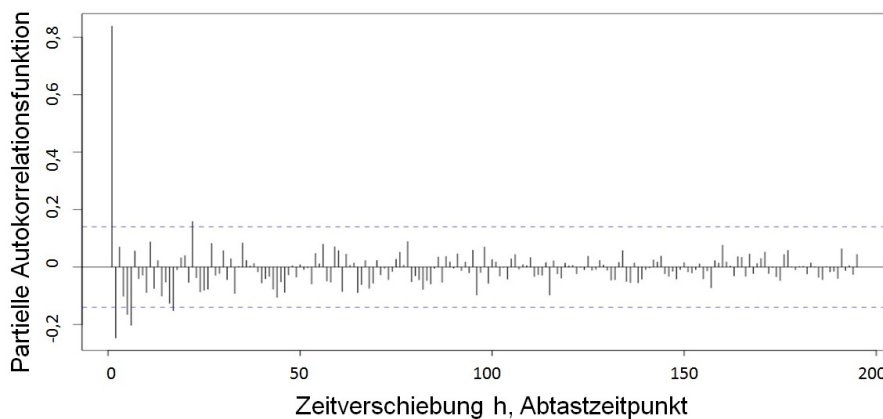


Abbildung 3.9: Darstellung der partiellen Autokorrelationsfunktion für die 1. Zeitperiode vor Stationarisierung

Störgrößenkomponente ist in Abbildung 3.13 dargestellt.

Die dritte Zeitperiode des aufgenommenen Datensatzes ist in Abbildung 3.14 dargestellt. Es ist dabei ersichtlich, dass ein verändertes deterministisches Verhalten nach der 210000. Sekunde auftritt, das sich strukturell vom bisherigen deterministischen Verhalten unterscheidet. Aufgrund dieser Tatsache ist eine einheitliche Störgrößenmodellierung in der dritten Iteration nicht möglich. Dies kann im Rahmen der Fehlererkennung anhand des berechneten p -Wertes in Abhängigkeit von der Zeitverschiebung h festgestellt werden. Das Ergebnis der Fehlererkennung ist in Abbildung 3.15 dargestellt.

Nach Identifizierung des Anfangszeitpunktes vom Auftreten der neuen de-

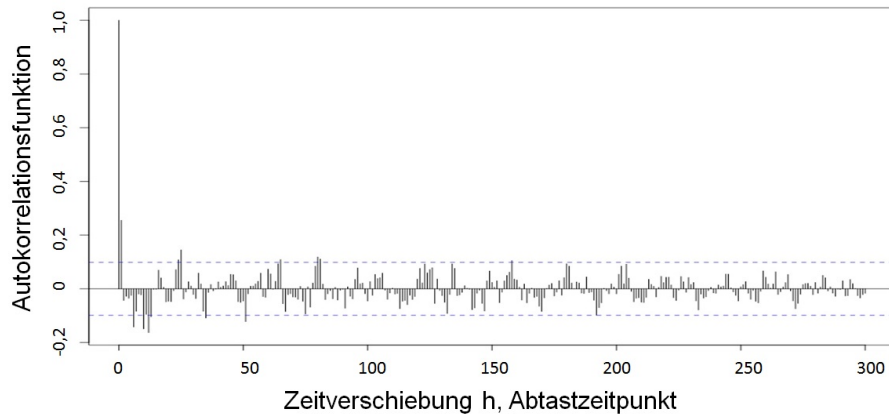


Abbildung 3.10: Darstellung der Autokorrelationsfunktion für die 1. Zeitperiode nach Stationarisierung

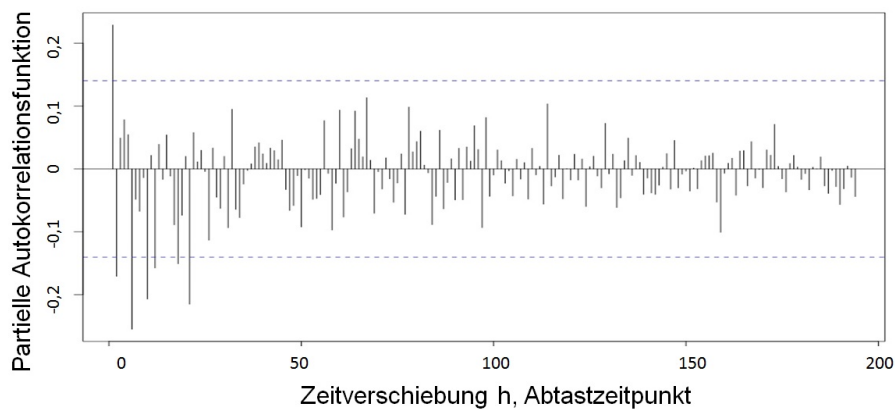


Abbildung 3.11: Darstellung der partiellen Autokorrelationsfunktion für die 1. Zeitperiode nach Stationarisierung

terministischen Störgrößendynamik wurde eine entsprechende Verschiebung der dritten Zeitperiode vorgenommen. Anschließend wurde die Subspace-Identifikationsmethode für die Aktualisierung des deterministischen Modells angewendet. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.16 dargestellt. Die Identifikation nach

Subspace-Identifikationsmethode ergibt ein Zustandsraummodell mit 3 Zustandsgrößen ausgehend von einem Dirac-Impuls als Eingangssignal. Das stochastische ARMA(3,2)-Modell aus den vorherigen Iterationen wird nicht geändert. Die anschließende Fehlererkennung bestätigt die Hypothese des weißen Rauschprozesses und die Modellidentifikation der Störgröße wird somit für die dritte

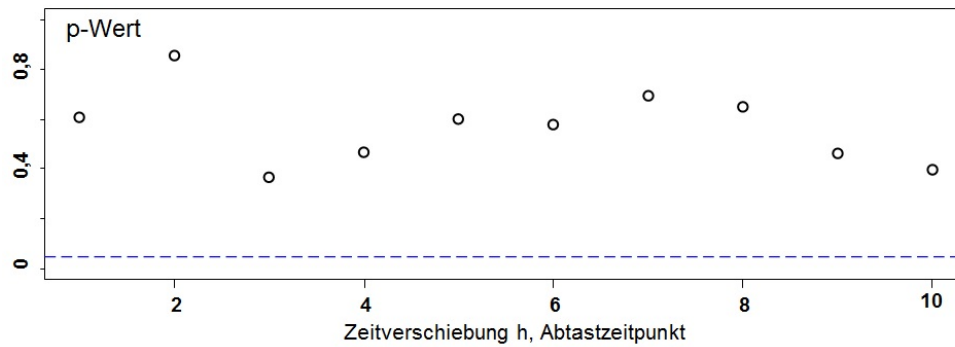


Abbildung 3.12: Darstellung des p -Wertes der χ^2 -Verteilung für die Q-Statistik des Gesamtmodellfehlers für die 1. Zeitperiode

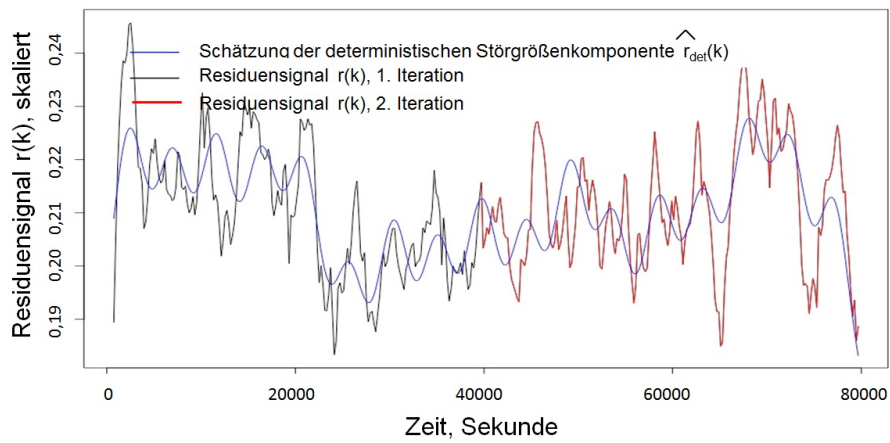


Abbildung 3.13: Darstellung des Residuensignals für die 2. Zeitperiode

Zeitperiode nach dem Eintritt der neuen deterministischen Störgrößenkomponente abgeschlossen. Das Ergebnis der Fehlererkennung für die dritte Iteration nach der Zeitverschiebung ist in Abbildung 3.17 dargestellt.

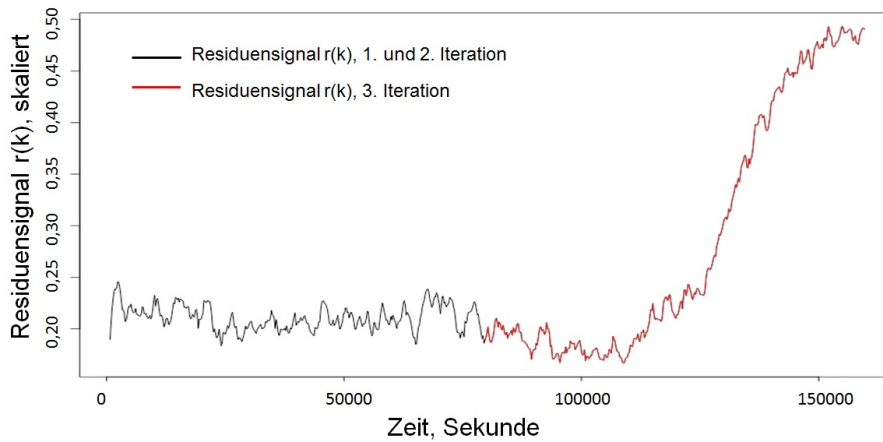


Abbildung 3.14: Darstellung des Residuensignals für die 3. Zeitperiode

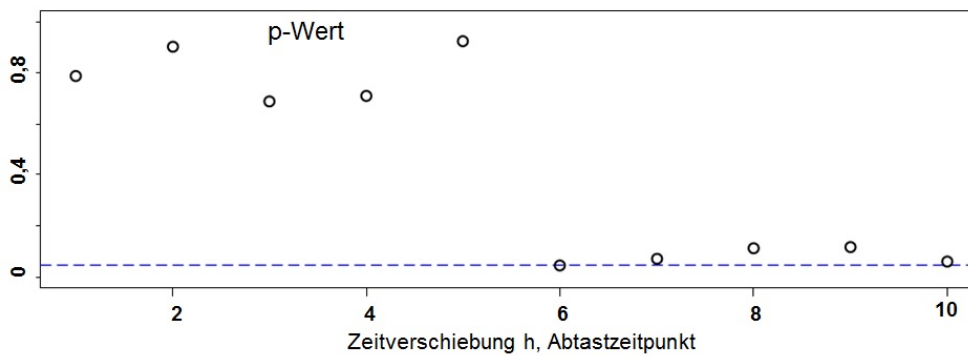


Abbildung 3.15: Darstellung des p -Wertes der χ^2 -Verteilung für die Q-Statistik des Gesamtmodellfehlers für die 3. Zeitperiode

3.6 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Kapitel wurde eine Methode zur Identifikation des Störgrößenmodells und zur beobachtergestützten Erkennung des Modellfehlers vorgestellt. Das Störgrößenmodell besteht dabei aus einer deterministischen und einer stochastischen Komponente. Für die Identifikation des Modells der stochastischen Störgrößenkomponente wird eine Zeitreihenanalyse nach einer vorherigen Stationarisierung durchgeführt. Im Rahmen der Zeitreihenanalyse wird ein ARMA-Modell durch Ausnutzung des entsprechenden Informationskriteriums (z.B. Akaike Informationskriterium) identifiziert. Die deterministische Modellidentifikation erfolgt nach der Subspace-Identifikationsmethode. Die Richtigkeit des stochastischen Modells sowie des gesamten deterministisch-stochastischen Störgrößen-

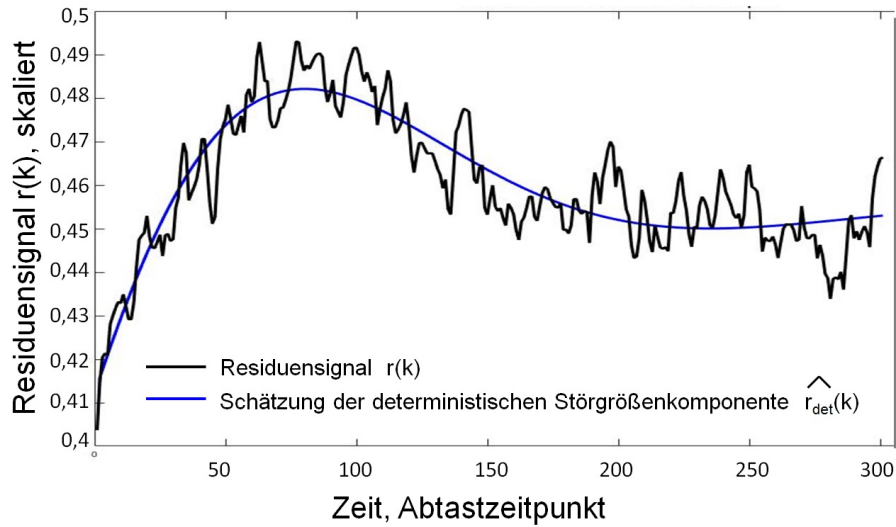


Abbildung 3.16: Ergebnis der deterministischen Modellidentifikation in der 3. Zeitperiode

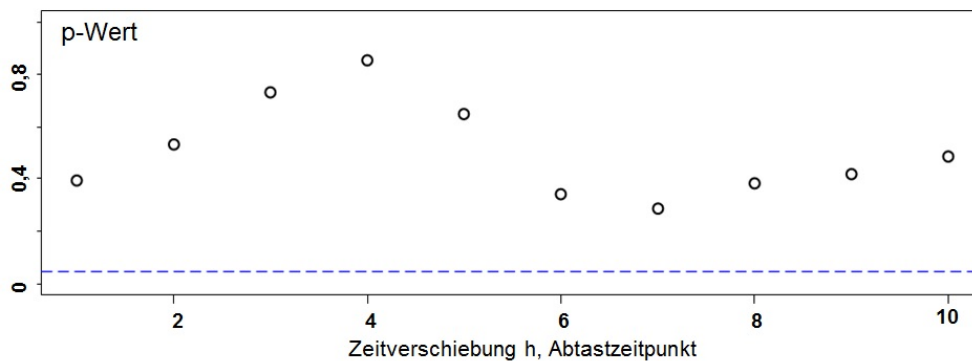


Abbildung 3.17: Darstellung des p -Wertes der χ^2 -Verteilung für die Q -Statistik des Gesamtmodellfehlers für die 3. Zeitperiode nach dem Eintritt der neuen deterministischen Störgrößenkomponente

modells wird durch die Überprüfung des Modellresiduums nach der Ähnlichkeit dem weißen Rauschprozess mit Hilfe des Ljung-Box-Hypothesetests nachgewiesen.

Es wurde ein Verfahren für die iterative Identifikation und Fehlererkennung sowie Aktualisierung des Störgrößenmodells auf Basis des optimalen Beobachters vorgestellt. Die erweiterte Beobachterstruktur in der Zustandsraumdarstellung besteht dabei aus dem Regelstreckenmodell und den identifizierten stochastischen und deterministischen Störgrößenmodellen. Eine laufende Auswertung

des Residuums zwischen dem rekonstruierten Systemausgang und der gemessenen Ausgangsgröße im Rahmen der Fehlererkennung lässt Abweichungen im Störgrößenmodell detektieren und deutet auf einen Bedarf an der Aktualisierung des Störgrößenmodells hin.

Die Formulierung des Gesamt-Systemmodells schafft eine Grundlage für die modellbasierte Bewertung der Regelgüte. Das stochastische und deterministische Störgrößenmodell werden für die Auslegung des optimalen Reglers verwendet, der seinerseits als Referenz für die Bewertung des Regelverhaltens durch einen Benchmark-Test dient.

Der in diesem Kapitel vorgestellte Ablauf ist iterativ konzipiert worden, wobei die Messdatenreihe in jedem darauffolgenden Zeitintervall erneut analysiert werden muss. Die Möglichkeit für eine rekursiv-gleitende Realisierung des Identifikationsalgorithmus ist durch einen sehr hohen Zeit- und Rechenaufwand der vorgestellten Methoden erschwert und stellt einen Rahmen für die weitere Forschung dar.

Bei industriellen Prozessanwendungen kommt es häufig vor, dass eine eindeutige Trennung zwischen der deterministischen und der mittelwertfreien stochastischen Komponente erschwert oder gar nicht möglich ist. Es können deterministische Störgrößen mit dem stochastischen Charakter in Form von Ausreißern auftreten, die durch Betriebsstörungen oder schlagartig auftretende kurzzeitige Einflüsse im Prozess hervorgerufen werden. Diese Störeinflüsse müssen durch geeignete Vorverarbeitungsmethoden aus der Zeitreihe eliminiert werden. Ein weiteres Problem liegt in der Größe und der Abtastzeit der aufgenommenen Zeitreihe. Durch Variation der Abtastzeit kann eine deterministische Störung als stochastische und umgekehrt interpretiert werden. Daher ist bei jeder Anwendung der Modellidentifikation eine passende Einstellung der Abtastzeit notwendig.

Kapitel 4

Bewertung des Regelverhaltens durch ein Benchmark-Verfahren

4.1 Einleitung und Motivation

Es wurden in Kapitel 2 die Methoden zur Bewertung der Regelgüte bei stochastischen und deterministischen Störungen nach dem aktuellen Stand der Technik beschrieben, die eine breite Anwendung in der Industrie finden. In [67] und [73] wird es ein Überblick über die existierenden Methoden gegeben. Eine Zusammenfassung der Methoden zur Bewertung des Regelverhaltens mit Bezug auf die Anwendung in der Industrie ist in [46] und [63] zu finden. Eine Vorstellung der Methoden für SISO Systeme mit der Erweiterung auf MIMO Systeme u.a. mit Betrachtung der Regelungssysteme mit dem optimalen linear-quadratischen Regler sowie modellprädiktiven Regler ist in [42] und [41] gegeben.

Bei der Bewertung der Regelgüte ist unter anderem der s.g. Benchmark-Ansatz von Interesse. Nach diesem Ansatz wird die Regelgüte im vorhandenen Regelungssystem mit der Regelgüte im geschlossenen System mit dem optimalen Referenz-Regler anhand von Maßzahlen verglichen und es wird aus diesem Vergleich ein Regelgüte-Index berechnet. Eine breit gebräuchliche Maßzahl ist dabei die Varianz des Ausgangssignals. In Bezug auf Minimum-Varianz-Regelung lässt sich der Minimum-Varianz-Index berechnen, der nach der Arbeit von T.J.Harris als Harris-Index benannt wurde [35], [37], [36]. Die Bewertung des Regelverhaltens bezüglich Minimum-Varianz-Regelung als Benchmark wird bei der Überwachung der Regelgüte aktiv angewendet, wenn der Prozess durch die Störgrößen stochastischer Natur beeinflusst wird. Die Ausgangsgröße oder die Regelgröße des Regelungssystems kann dabei als stationäres stochastisches Signal beschrieben werden, das statistisch mit Hilfe der Varianz evaluiert werden kann.

In der chemischen Prozessindustrie mit dem überwiegenden Anteil von PID-Reglern wird häufig die Stationarität der Regelabweichung bei äußeren Pro-

zessstörungen angestrebt, wobei die Varianz der stochastischen stationären Störung entweder mit Hilfe eines Messwertfilters unterdrückt wird oder durch eine technische Maßnahme am Prozess reduziert wird. Eine nicht ausreichende Regelgüte macht sich dabei in der Regel nur durch Instationarität des Ausgangssignales sichtbar. Eine stochastische Bewertung der Regelgüte mit Hilfe der Minimum-Varianz-Regelung kann grundsätzlich keine eindeutige Aussage zum Regelverhalten liefern, wenn die Prozessstörung nicht oder nicht vollständig mit statistischen Maßzahlen wie Varianz beschrieben werden kann, was bei deterministischen und deterministisch-stochastischen Störungen der Fall ist. Die Notwendigkeit einer separaten Bewertung des Regelverhaltens bei deterministischen Störungen, wie Sollwertsprung, wurde in Literatur angedeutet [82].

In diesem Kapitel wird das Benchmark-Verfahren vorgestellt, das für die Bewertung des Regelverhaltens bei deterministischen sowie deterministisch-stochastischen Störungen verwendet wird. Anstatt der Varianz, die für die stochastische Bewertung geeignet ist, wird nach diesem Verfahren die 2. Norm des Ausgangssignals oder L_2 -Norm bezogen auf ein quadratintegrierbares Signal als Maßzahl genommen. Dabei wird die Bewertung der deterministischen Regelgüte realisiert und die Aussage gemacht, wie gut der Regler den deterministischen Prozessstörungen im geschlossenen Regelkreis entgegenwirken kann. Die Grundlage für das Verfahren ist das vorhandene Modell der Störstrecke, das separat für die deterministische und stochastische Störgrößenkomponente erstellt wird. Die Identifikation des Störgrößenmodells sowie eine modellbasierte Erkennung des Modellfehlers wurde in Kapitel 3 behandelt.

Die Anwendung von optimalen Regelungsalgorithmen neben Minimum-Varianz-Regelung als Benchmark für die Bewertung des Regelverhaltens wird in der Literatur diskutiert. So wird in [30] eine quadratische Kostenfunktion von Zustandsgrößen und Stellgröße mit jeweiligen Gewichtungsfaktoren formuliert, die mit Hilfe des optimalen Reglers minimiert wird und anschließend als Bezugsgröße für die Berechnung eines Regelgüte-Indexes hinzugezogen wird. In [29] wird ein GMV (engl. "Generalized Minimum Variance") Regler vorgestellt, der die Varianz der gewichteten Summe der Regelgröße und der Stellgröße minimiert. Zur Gewichtung werden benutzerdefinierte Übertragungsfunktionen verwendet. Eine ähnliche Vorgehensweise wird in [47] vorgeschlagen, wobei ein linear-quadratischer Gauß'scher (LQG) Regler als Benchmark genommen wird.

Die in diesem Kapitel beschriebene Referenzregelung für die Festlegung des Benchmark-Systemverhaltens wird durch Optimierung der H_2 -Norm der Übertragungsfunktion von der Störgröße auf die Regelgröße im geschlossenen Regelkreis berechnet. Der dadurch formulierte H_2 -optimale Regler ermöglicht die bestmögliche Referenz für das Regelverhalten mit der bekannten Übertragungsfunktion der Störstrecke.

Sollte die Störgröße eine teilweise unbekannte Dynamik aufweisen, die nicht durch das vorher identifizierte Störgrößenmodell beschrieben wird, kann diese

Dynamik durch eine Störgrößenaufschaltung kompensiert werden. Die Methoden für die Störgrößenkompensation sind in [13] zusammengefasst und ausführlich beschrieben. In dieser Arbeit wird zum Zweck der Störgrößenkompensation eine Least-Mean-Squares (LMS) Schätzung in der erweiterten Zustandsraumdarstellung für die Beobachtung der unbekannt Störgröße vorgestellt.

4.2 Definition des Benchmark-Reglers

4.2.1 Grundlagen der optimalen Regelung

Die linearen zeitinvarianten Systeme wurden bei der bisherigen Betrachtung in Kapitel 3 in zeitdiskreten Form beschrieben. Eine zeitdiskrete Beschreibung von Systemen ist für die Aufgabe der Bewertung des Regelverhaltens auf Basis von Prozessdaten vorteilhaft, denn die Messwerte der Ausgangsgröße $y(k)$ und Stellgröße des Reglers $u(k)$ liegen in diskreter Form mit einer definierten Abtastzeit vor. Daher wird die Umsetzung der modellbasierten Bewertungsmethode in diesem Kapitel ebenfalls in zeitdiskreter Form erfolgen. Für die Vorstellung der theoretischen Grundlagen der optimalen Regelung wird es allerdings in diesem Abschnitt eine zeitkontinuierliche Beschreibung des linearen zeitinvarianten System zum Zweck der Übersichtlichkeit und Konformität mit den verwendeten Literaturquellen bevorzugt. Der Übergang zwischen der zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Systembeschreibung ist in [23] beschrieben.

In diesem Abschnitt wird eine einleitende Beschreibung für die Formulierung und Lösungsansätze eines Optimierungsproblems in der Regelungstheorie gegeben. Der optimale linear-quadratische Regelung als Spezialfall der H_2 -optimalen Regelung wird ebenfalls kurz beschrieben .

Bei der Formulierung des Optimierungsproblems wird die Systemgleichung in allgemeiner Form für lineare oder nichtlineare Systeme folgendermaßen ausgedrückt (4.1):

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t), x(t_0) = x_0. \quad (4.1)$$

Es wird zunächst keine Gleichung für die Ausgangsgröße des Systems $y(t)$ aufgeschrieben und es wird davon ausgegangen, dass der Zustandsvektor $x(t)$ messbar ist und keine Zustandsschätzung erforderlich ist.

Die Aufgabe besteht in der Bestimmung der Stellgröße $u^*(t)$, so dass das Zielfunktional J im definierten Zeitintervall $t \in [t_0, t_1]$ minimiert wird (4.2):

$$J = \Phi(x(t), t) \Big|_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} g(x(t), u(t), t) dt \rightarrow \min_{u=u^*}. \quad (4.2)$$

Für die Lösung des Optimierungsproblems (4.2) und Berechnung der optimalen Stellgröße $u^*(t)$ existiert in der Regelungstheorie eine Reihe von verschiedenen Ansätzen. Der grundlegende Ansatz besteht in der Integration der Gleichung (4.1) zur Bestimmung vom Zustandsvektor $x(t)$ und Substitution in die

Gleichung (4.2). Diese Vorgehensweise kann anhand der Berechnung der optimalen linear-quadratischen Regelung für ein lineares zeitinvariantes System veranschaulicht werden [57], das anhand der Gleichung (4.3) beschrieben wird:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), x(t_0) = x_0. \quad (4.3)$$

Die linear-quadratische Regelung gilt als Spezialfall der H_2 -optimalen Regelung und wird daher unten als Beispiel gegeben.

Es wird nach dem Regelgesetz (4.4) gesucht:

$$u(t) = -Kx(t), \quad (4.4)$$

wobei das folgende Gütefunktional im unendlichen Zeithorizont minimiert wird (4.5):

$$J = \int_0^\infty (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)) dt \rightarrow \min_{K=K^*}. \quad (4.5)$$

Die Substitution des Regelgesetzes (4.4) in die Systemgleichung(4.3) ergibt (4.6):

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t), x(t_0) = x_0, \quad (4.6)$$

mit

$$\bar{A} = A - BK. \quad (4.7)$$

Mit Hilfe der Definition (4.8) lässt sich das Gütefunktional (4.5) wie folgt umformulieren (4.9):

$$\bar{Q} = Q + K^T RK, \quad (4.8)$$

$$J = \int_0^\infty (x^T(t)\bar{Q}x(t)) dt = \int_0^\infty (x_0^T e^{\bar{A}^T t} \bar{Q} e^{\bar{A} t} x_0) dt = x_0^T P x_0, \quad (4.9)$$

wobei die Matrix P folgendermaßen definiert wird (4.10):

$$P = \int_0^\infty (e^{\bar{A}^T t} \bar{Q} e^{\bar{A} t}) dt. \quad (4.10)$$

Die Integration der Gleichung (4.10) führt zur Formulierung der s.g. Lyapunow-Gleichung (4.11):

$$\bar{A}^T P + P \bar{A} = -\bar{Q}. \quad (4.11)$$

Für die Lösung des Optimierungsproblems (4.5) muss die Anforderung erfüllt sein, dass die Ableitung des Funktionals (4.9) und folglich der Matrix P nach den Elementen der Reglermatrix K gleich null sein soll. Dies führt entsprechend der Gleichung (4.11) zum Ausdruck für den optimalen Regler K^* (4.12):

$$K^* = R^{-1} B^T P. \quad (4.12)$$

Die Gleichung für den optimalen linear-quadratischen Regler (4.12) ergibt mit (4.11) und (4.8) unter Berücksichtigung von (4.7) die Matrix-Riccatigleichung für die Berechnung der Matrix P (4.13):

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0. \quad (4.13)$$

Ein weiterer Ansatz für die Lösung des Optimierungsproblems (4.2) besteht in der Einführung des adjungierten Zustandsvektors $\lambda(t)$, der als Langange Multiplikator für die Darstellung der Systemdynamik (4.1) im Zielfunktional (4.2) als Beschränkung fungiert und somit zur Formulierung des unbeschränkten Optimierungsproblems führt. Bei vorhandener Beschränkung für $x(t_1)$, sowie bei Beschränkung für $u(t)$ führt dieser Ansatz zum Pontryagin Maximumsprinzip als Ergebnis der Theorie der Variationsrechnung [23], [12], [66].

Es wird folgendes erweitertes Zielfunktional mit Berücksichtigung der Systemdynamik (4.1) formuliert (4.14):

$$\bar{J} = \Phi(x(t), t) \Big|_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} (g(x(t), u(t), t) + \lambda^T(t) (f(x(t), u(t), t) - \dot{x})) dt. \quad (4.14)$$

Es wird die Definition der Hamilton Funktion eingeführt nach (4.15):

$$H(x(t), u(t), \lambda(t), t) = g(x(t), u(t), t) + \lambda^T(t) f(x(t), u(t), t). \quad (4.15)$$

Aus der Theorie der Variationsrechnung folgt die Formulierung des kanonischen Hamilton'schen Gleichungssystems bestehend aus den partiellen Differentialgleichungen (4.16), (4.17) und der Randbedingung (4.18):

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad (4.16)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda}, \quad (4.17)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \lambda(t) \right) \Big|_{t_0}^{t_1} = 0, \quad (4.18)$$

wobei die folgende Bedingung für die optimale Regelung ohne Beschränkung für $u(t)$ erfüllt werden muss (4.19):

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0. \quad (4.19)$$

Die optimale Lösung $u = u^*$ führt dabei zur Minimierung der Hamilton Funktion (4.20):

$$H(x^*(t), \lambda^*(t), u^*(t)) \leq H(x^*(t), \lambda^*(t), u(t)). \quad (4.20)$$

Desweiteren kann für das System (4.1) die Methode der dynamischen Programmierung nach Bellman angewendet werden [23], [12], [6], wobei das folgende Zielfunktional minimiert wird (4.21):

$$J = \int_{t_0}^{t_1} g(x(t), u(t), t) dt. \quad (4.21)$$

Nach dem Optimalitätsprinzip von Bellman ist eine optimale Lösung für die Regelung und die Zustandstrajektorie $(u^*(t), x^*(t))$ im Zeitintervall $t \in [t_0, t_1]$ ebenfalls optimal für die Anfangsbedingung $x^*(\tau)$ im Zeitintervall $t \in [\tau, t_1]$ bei $t_0 < \tau < t_1$.

Die Methode der dynamischen Programmierung erlaubt eine rekursive Lösung des Optimierungsproblems mit dem Zielfunktional (4.21) in beliebig kleinen Zeitintervallen und ist somit für die Anwendung an zeitdiskreten Systemen sehr praktisch. In allgemeiner Form erfüllt die optimale Lösung $(u^*(t), x^*(t))$ die Hamilton-Jacobi-Bellman Gleichung (4.22):

$$\frac{\partial V}{\partial t}(t, x^*(t)) + \left(\frac{\partial V}{\partial x}(t, x^*(t)) \right) f(x^*(t), u^*(t), t) + g(x^*(t), u^*(t), t) = 0, \quad (4.22)$$

mit

$$V(t_1^*, x^*(t_1^*)) = 0, \quad (4.23)$$

wobei

$$V(\tau, x^*(\tau)) = \min_u \int_{\tau}^{t_1} g(x(t), u(t), t) dt. \quad (4.24)$$

4.2.2 Normen von Signalen und Systemen

In diesem Abschnitt wird ein Überblick über die Normen der Signale und Systeme gegeben. Anschließend wird die Anwendung der H_2 -Systemnorm für die in dieser Arbeit behandelte Bewertung des Regelverhaltens mit dem Benchmark-Verfahren begründet.

Der Begriff der Norm wird eingeführt, um eine Quantifizierung von Maßen der Signale und Systeme zu ermöglichen. Im Fall einer Signalnrm wird die Größe eines skalaren oder vektoriellen Signals evaluiert. Bei der Definition der Systemnorm wird es zwischen einer induzierten und einer nicht-induzierten Systemnorm unterschieden. Die induzierte Systemnorm wird durch die Norm des Ausgangssignals bei bekannter Norm des Eingangssignals definiert und kann somit als eine norm-basierte Systemverstärkung interpretiert werden. Eine nicht-induzierte Systemnorm wird unabhängig von der Norm des Eingangssignals definiert, kann aber für die Evaluierung des Systemverhaltens bei bestimmten Klassen der Eingangssignale angewendet werden. Die theoretischen Grundlagen und eine ausführliche Beschreibung ist in [22], [96], [97] und [27] gegeben.

Die L_∞ -Norm eines skalaren Signals $f(t)$ wird nach der Gleichung (4.25) definiert:

$$\|f\|_\infty = \sup_{t \in \mathbf{R}} |f(t)|. \quad (4.25)$$

Die L_∞ -Norm wird somit als Höchstwert des Signals definiert. Der L_∞ -Raum wird als Raum aller Signale definiert, für die die Signalnrm (4.25) existiert.

Die Energie, die mit einem skalaren Signal verbunden ist, wird mit Hilfe der L_2 -Norm quantifiziert, die folgendermaßen definiert wird (4.26):

$$\|f\|_2 = \left(\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |f(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2}. \quad (4.26)$$

Die Identität der Darstellung im Frequenzbereich und im Zeitbereich in der Formel (4.26) ist nach dem Parseval'schen Theorem gegeben. Der Raum aller im Zeitbereich $t \in [-\infty, \infty]$ quadratintegrierbarer Signale, die eine L_2 -Norm nach (4.25) haben, bilden den s.g. $L_2(-\infty, \infty)$ -Raum.

Die L_∞ -Norm eines vektoriellen Signals $f(t) \in \mathbf{R}^n$ ergibt den Höchstwert des Signals über alle Komponenten des Vektors und wird nach folgender Formel definiert (4.27):

$$\|f\|_\infty = \sup_{t \in \mathbf{R}} \max_i |f_i(t)|. \quad (4.27)$$

Die Gesamtenergie, die in einem vektoriellen Signal enthalten ist, wird durch die L_2 -Norm nach (4.28) evaluiert:

$$\|f\|_2 = \left(\int_{-\infty}^{\infty} f^T(t) f(t) dt \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f^T(j\omega) f(-j\omega) d\omega \right)^{1/2}. \quad (4.28)$$

Die Definition der induzierten Systemnorm wird für das System (A, B, C, D) in der Zustandsraumdarstellung gegeben, das mit der Übertragungsfunktion für das SISO System oder mit der Übertragungsmatrix für das MIMO System nach der folgender Gleichung beschrieben werden kann (4.29):

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} B + D. \quad (4.29)$$

Eine induzierte Systemnorm, bei der das Eingangs- und Ausgangssignal durch die L_2 -Norm evaluiert werden, wird als eine norm-basierte Systemverstärkung nach (4.30) definiert:

$$\|G\| = \sup_{u \neq 0} \frac{\|y\|_2}{\|u\|_2} = \sup_{\|u\|=1} \|y\|_2 \leq \max_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)). \quad (4.30)$$

Es wird in der Formel (4.30) angedeutet, dass die Verstärkung eines Systems als L_2 -Norm des Ausgangssignals bei der L_2 -Norm des Eingangssignals gleich Eins

verstanden werden kann und stets kleiner oder gleich der maximal möglichen Systemverstärkung sein kann, die ihrerseits gleich dem über alle Frequenzen höchsten Singulärwert der Übertragungsfunktion oder Übertragungsmatrix $G(j\omega)$ beträgt. Da die Singulärwerte in der absteigenden Reihenfolge vorkommen, ist der höchste Singulärwert in der Regel auch der erste, also $\bar{\sigma} = \sigma_1$. Bei MIMO Systemen, bei denen die Eingangsgröße u ein Vektor ist, kann die maximale Systemverstärkung bei entsprechender Frequenz nur dann erreicht werden, wenn der Eingangsvektor mit dem rechten Singulärvektor v_1 übereinstimmt, der die Richtung der höchsten Verstärkung des Eingangssignals darstellt. Diese maximal mögliche Systemverstärkung wird als H_∞ -Norm des Systems definiert (4.31):

$$\|G\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)). \quad (4.31)$$

Der H_∞ -Raum besteht aus allen Funktionen die analytisch (beliebig oft differenzierbar) und beschränkt in der rechten komplexen Halbebene sind. Es wird ein Unterraum \mathcal{RH}_∞ definiert, der aus allen kausalen, gebrochen rationalen und stabilen Übertragungsmatrizen besteht.

Die H_2 -Systemnorm wird in ähnlicher Weise wie für ein skalares Signal nach (4.26) für ein SISO System und wie für einen Vektor nach (4.28) für ein MIMO System definiert. Die H_2 -Norm eines SISO Systems wird folgendermaßen definiert (4.32):

$$\|G\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2}. \quad (4.32)$$

Für ein MIMO System mit dem Vektor der Eingangssignale $u \in \mathbf{R}^p$ und dem Vektor der Ausgangssignale $y \in \mathbf{R}^m$ besteht die Übertragungsmatrix $G(s)$ aus den Übertragungsfunktionen $g_{mp}(s)$ als Elementen der Matrix. Die H_2 -Norm eines MIMO Systems wird daher folgendermaßen definiert (4.33):

$$\begin{aligned} \|G\|_2 &= \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p,m} |g_{mp}(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2} \\ &= \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p,m} g_{mp}(j\omega) g_{mp}(-j\omega) d\omega \right)^{1/2} \\ &= \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr} [G(j\omega)G^T(-j\omega)] d\omega \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Der H_2 -Raum besteht aus allen Funktionen, die in der rechten komplexen Halbebene analytisch sind und für die das Integral (4.32) bzw. (4.33) beschränkt ist. Es wird ein Unterraum \mathcal{RH}_2 definiert, der aus nicht sprungfähigen, gebrochen rationalen und stabilen Übertragungsmatrizen besteht. Dies bedeutet u.a., dass für die Durchgangsmatrix D die Bedingung $D = 0$ erfüllt sein muss.

Es wird im Folgenden die H_2 -Systemnorm für bestimmte Klassen der Eingangssignale betrachtet. Als Eingangssignal wird nämlich ein weißes Rauschen und ein Dirac-Impuls genommen. So wie im Kapitel 3 bereits angedeutet, liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit bei SISO Systemen. Daher wird die folgende Betrachtung für die H_2 -Norm eines SISO Systems gegeben.

Die auf die Frequenz bezogene Leistung eines Signals oder spektrale Leistungsdichte des Signals $S_y(\omega)$ wird nach dem Wiener-Khinchin-Theorem in den Zusammenhang mit der Autokorrelationsfunktion des Signals $r_y(\tau)$ nach folgender Formel gesetzt (4.34):

$$S_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} r_y(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (4.34)$$

Der Ausdruck (4.34) stellt die Fourier-Transformation der Autokorrelationsfunktion dar. Die Definition der Autokorrelationsfunktion in Abhängigkeit von der spektralen Leistungsdichte kann demzufolge durch die inverse Fourier-Transformation zum Ausdruck gebracht werden nach (4.35):

$$r_y(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega. \quad (4.35)$$

Der quadratische Mittelwert des Signals $y(t)$ (engl. "Root Mean Square" oder RMS) wird folgendermaßen definiert (4.36):

$$\|y\|_{RMS} = E \{y^2(t)\}^{1/2} = (r_y(0))^{1/2} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega \right)^{1/2}. \quad (4.36)$$

Der quadratische Mittelwert kann als Quadratwurzel der über einen unendlichen Zeithorizont erwarteten Leistung interpretiert werden.

Soll ein SISO System mit der Eingangsgröße $u(s)$ und der Ausgangsgröße $y(s)$ durch die Übertragungsfunktion $G(s)$ beschrieben werden, kann für die Leistungsdichte $S_y(\omega)$ des Ausgangssignals folgende Gleichung aufgeschrieben werden (4.37):

$$S_y(\omega) = |G(j\omega)|^2 S_u(\omega). \quad (4.37)$$

Wie im Abschnitt 3.2.1.2 bereits geschrieben, hat ein weißes Rauschsignal ein konstantes Leistungsdichtespektrum. Es wird in dieser Betrachtung angenommen, dass $S_u(\omega) = 1$ für alle Frequenzen ω ist. Daraus folgt der Ausdruck für den quadratischen Mittelwert des Ausgangssignals (4.38):

$$\|y\|_{RMS} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2}, \quad (4.38)$$

wenn $S_u(\omega) = 1$ ist.

Dies ist aber die H_2 -Norm des Systems $G(s)$. Die H_2 -Norm kann daher als quadratischer Mittelwert oder erwartete Leistung des Ausgangssignals verstanden werden, wenn das Eingangssignal einen weißen Rauschprozess mit der Leistungsdichte gleich Eins darstellt.

Im nächsten Schritt wird angenommen, dass das Eingangssignal $u(t)$ gleich dem Dirac-Impuls $\delta(t)$ ist. In diesem Fall kann das Parseval'sche Theorem direkt auf die Definition der H_2 -Systemnorm nach (4.32) angewendet werden (4.39):

$$\|G\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2} = \left(\int_0^{\infty} h^2(t) dt \right)^{1/2}, \quad (4.39)$$

wobei $h(t)$ die Impuls-Antwortfunktion ist. Die Impuls-Antwortfunktion ist dabei durch die inverse Laplace-Transformation von $G(s)$ zu bestimmen. Es ist daher ersichtlich, dass das Quadrat der H_2 -Systemnorm $\|G\|_2^2$ äquivalent der Energie des Ausgangssignals $y(t)$ interpretiert wird, wenn das Eingangssignal ein Dirac-Impuls ist ($u(t) = \delta(t)$).

4.2.3 H_2 -optimale Regelung

In diesem Abschnitt wird die Formulierung der H_2 -optimalen Regelung gegeben, die als Referenz-Regelung im in dieser Arbeit behandelten Benchmark-Verfahren zur Bewertung des Regelverhaltens angewendet wird. Die Beschreibung des klassischen H_2 -Optimierungsproblems ist in [22], [97], [96] und [60] zu finden. Die Theorie der optimalen Regelung wird in [1] und [53] ausführlich behandelt.

Der Entwurf eines geschlossenen Regelungssystems für die Formulierung der H_2 -optimalen Regelung ist in allgemeiner Form in Abbildung 4.1 dargestellt.

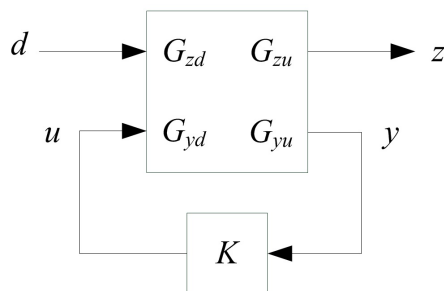


Abbildung 4.1: Darstellung eines geschlossenen Regelungssystems für die Formulierung der H_2 -optimalen Referenz-Regelung

In Abbildung 4.1 sind folgende Signale des Systems abgebildet. d ist der Vektor der Eingangsgrößen. Unter Eingangsgröße wird bei der Definition des SISO

Referenzsystems die Störgröße verstanden. Im Fall einer deterministischen Störgröße, wobei die Dynamik der deterministischen Störstrecke mittels des deterministischen Störgrößenmodells (3.155), (3.156) vollständig beschrieben wird, handelt es sich um ein Dirac-Impuls als Eingangssignal. Das Signal z ist die Regelgröße, die für die Formulierung der Zielfunktion im betrachteten Optimierungsproblem verwendet wird. y ist der Vektor der Messgrößen und u ist der Vektor der Stellgrößen des Reglers K .

Das betrachtete System kann mit Hilfe folgender Übertragungsmatrix beschrieben werden (4.40):

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{zd} & G_{zu} \\ G_{yd} & G_{yu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix}. \quad (4.40)$$

Die Übertragungsfunktion T_{zd} von der Störgröße d zur Regelgröße z im geschlossenen Regelkreis mit dem Regler K wird folgendermaßen formuliert (4.41):

$$T_{zd} = G_{zd} + G_{zu} (I - KG_{yu})^{-1} KG_{yd}. \quad (4.41)$$

Das H_2 -optimale Regelungsproblem besteht in der Bestimmung des Reglers K^* , der die H_2 -Norm der Übertragungsfunktion T_{zd} minimiert. Für ein MIMO System in allgemeiner Form kann also das Optimierungsproblem nach folgender Gleichung formuliert werden (4.42):

$$\|T_{zd}\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr} [T_{zd}(j\omega)T_{zd}^T(-j\omega)] d\omega \right)^{1/2} \rightarrow \min_{K^*}. \quad (4.42)$$

Das System, das durch die Übertragungsmatrix G nach (4.40) beschrieben wird, kann in der Zustandsraumdarstellung wie folgt definiert werden (4.43), (4.44), (4.45):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1d(t) + B_2u(t), \quad (4.43)$$

$$z(t) = C_1x(t) + D_{12}u(t), \quad (4.44)$$

$$y(t) = C_2x(t) + D_{21}d(t). \quad (4.45)$$

Die Übertragungsmatrix wird in kompakter Form laut folgender Gleichung aufgeschrieben (4.46):

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right], \quad (4.46)$$

wobei $D_{11} = 0$ und $D_{22} = 0$.

Für ein deterministisches SISO System mit der Eingangsgröße $d(t) = \delta(t)$ ist nach der Gleichung (4.39) ersichtlich, dass $\|T_{zd}\|_2 = \|z\|_2$ und aus der Gleichung (4.44) kann die Schlussfolgerung gemacht werden, dass das Problem der H_2 -Optimierung (4.42) zum Optimierungsproblem (4.5) der linear-quadratischen

Regelung wird. Die Analogie der H_2 -Norm des Systems T_{zd} mit der L_2 -Norm der Regelgröße z unter der Annahme, dass $d(t) = \delta(t)$ ist, wird anschließend für die Formulierung des Regelgüte-Indexes mit der H_2 -optimalen Referenzregelung ausgenutzt.

Für das System (4.46) mit $D_{11} = 0$ und $D_{22} = 0$ wird der H_2 -optimale Regler K^* entsprechend der Abbildung 4.1 formuliert, der die Lösung des Optimierungsproblems (4.42) darstellt und folgendermaßen in der Zustandsraumdarstellung beschrieben wird (4.47):

$$K^* = (A + B_2 K_2 + L_2 C_2; -L_2; K_2; 0). \quad (4.47)$$

Der H_2 -optimale Regler K^* besteht entsprechend der Systembeschreibung (4.47) aus dem H_2 -optimalen Zustandsbeobachter L_2 und dem H_2 -optimalen Zustandsregler K_2 . Die Systemgleichungen des H_2 -optimalen Reglers lassen sich in der Zustandsraumdarstellung folgendermaßen aufschreiben (4.48), (4.49):

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_2 u + L_2 (C_2 \hat{x} - y), \quad (4.48)$$

$$u = K_2 \hat{x}. \quad (4.49)$$

Der H_2 -optimale Zustandsregler K_2 wird laut Gleichung (4.50) berechnet:

$$K_2 = - (B_2^T X + D_{12}^T C_1), \quad (4.50)$$

wobei X die Lösung folgender Matrix-Riccati-Gleichung ist (4.51):

$$\begin{aligned} (A - B_2 D_{12}^T C_1)^T X + X (A - B_2 D_{12}^T C_1) - X B_2 B_2^T X \\ + C_1^T (I - D_{12} D_{12}^T) C_1 = 0. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Der H_2 -optimale Zustandsbeobachter L_2 wird laut Gleichung (4.52) berechnet:

$$L_2 = - (Y C_2^T + B_1 D_{21}^T), \quad (4.52)$$

wobei Y die Lösung folgender Matrix-Riccati-Gleichung ist (4.53):

$$\begin{aligned} (A - C_2^T D_{21} B_1^T)^T Y + Y (A - C_2^T D_{21} B_1^T) - Y C_2^T C_2 Y \\ + B_1 (I - D_{21}^T D_{21}) B_1^T = 0. \end{aligned} \quad (4.53)$$

In Bezug auf die Beschreibung im Abschnitt 3.4.1.2 und die in [21] gegebene Herleitung kann eine Analogie zwischen dem H_2 -optimalen Beobachter und dem Kalman-Filter gesehen werden, wobei der folgende Zusammenhang zwischen den Kovarianzmatrizen des stochastischen System- und Messrauschens und den Systemparametern (4.46) gilt (4.54), (4.55), (4.56):

$$\Sigma_v^2 = D_{21} D_{21}^T, \quad (4.54)$$

$$ES = B_1 D_{21}^T, \quad (4.55)$$

$$E\Sigma_w E^T = B_1 B_1^T. \quad (4.56)$$

Der Kalman-Filter kann also als H_2 -optimaler Beobachter bei stochastischer Betrachtung angesehen werden.

Es existiert eine Reihe der Annahmen, die für die Existenz der Lösung K^* des H_2 -optimalen Reglers erfüllt werden müssen:

- (i) (A, B_2) muss stabilisierbar sein;
- (ii) (C_2, A) muss detektierbar sein;
- (iii) $\text{rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + r$, für alle ω , wobei $A \in \mathbf{R}^n, B_2 \in \mathbf{R}^r$;
- (iv) $\text{rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + m$, für alle ω , wobei $A \in \mathbf{R}^n, C_2 \in \mathbf{R}^m$.

Die Annahmen (i) und (iii) sind für die Existenz der Lösung X der Matrix-Riccati-Gleichung (4.51) und somit für die Existenz des H_2 -optimalen Zustandsreglers K_2 erforderlich. Die Annahmen (ii) und (iv) sind für die Existenz der Lösung Y der Matrix-Riccati-Gleichung (4.53) und somit für die Existenz des H_2 -optimalen Beobachters L_2 erforderlich.

Die zusätzliche Annahme $D_{12} \neq 0$ garantiert, dass eine optimale Regelung bei hohen Frequenzen und im Grenzfall bei $\omega = \infty$ keine Singularität aufweist. Dies ermöglicht eine endliche Verstärkung der Regelung. Die zusätzliche Annahme $D_{21} \neq 0$ garantiert, dass der Sensor bei hohen Frequenzen und im Grenzfall bei $\omega = \infty$ nicht singular ist. Das bedeutet, dass es ein Sensorrauschen im Hochfrequenzbereich existiert.

4.3 Bewertung des Regelverhaltens

4.3.1 Regelgüte-Index bei deterministischen Störungen

Es wurde im Abschnitt 3.4.2.1 der Ablauf der Identifikation des Störgrößenmodells beschrieben. Es wird dabei im allgemeinen Fall angenommen, dass das Residuumsignal $r(k)$ zwischen der Ausgangsgröße $y(k)$ und dem charakteristischen Verlauf der Regelstrecke $y_M(k)$ die Auswirkung der Störgröße auf die Ausgangsgröße abbildet und als eine Summe der deterministischen und der stochastischen Komponente dargestellt werden kann, so dass $r(k) = r_{det}(k) + r_{stoch}(k)$ gilt. Die im Abschnitt 4.2.3 beschriebene H_2 -optimale Regelung wird als Referenz-Regelung in Systemen mit deterministischer Störgröße verwendet. Es wird daher in diesem Abschnitt zunächst den deterministischen Fall für die Berechnung des Regelgüte-Indexes mit Hilfe des H_2 -optimalen Referenz-Reglers betrachtet, wobei $r_{stoch}(k) = 0$ gesetzt wird. Das deterministische Störgrößenmodell mit einer Eingangsgröße und einer Ausgangsgröße beschreibt den Zusammenhang

zwischen der Störgröße $d(k)$ und der Störgrößenauswirkung $\hat{r}_{det}(k)$ wie folgt (4.57):

$$\begin{bmatrix} x_{det}(k+1) \\ \hat{r}_{det}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{det} & b_{det} \\ c_{det}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{det}(k) \\ d(k) \end{bmatrix}. \quad (4.57)$$

Das Störgrößenmodell kann mit Hilfe der Übertragungsfunktion folgendermaßen ausgedrückt werden (4.58):

$$\hat{r}_{det}(z) = G_d(z)d(z), \quad (4.58)$$

wobei $\hat{r}_{det}(z) = \mathcal{Z}\{\hat{r}_{det}(k)\}$ und $d(z) = \mathcal{Z}\{d(k)\}$.

Bei der Definition des Regelgüte-Indexes wird die Regelgröße des Systems $z(k)$ gleich der Ausgangsgröße $y(k)$ gesetzt. Die Übertragungsfunktion G_{zd} von der Störgröße $d(k)$ auf die Regelgröße $z(k)$ ist somit gleich $G_d(z)$. Das betrachtende Regelungssystem ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

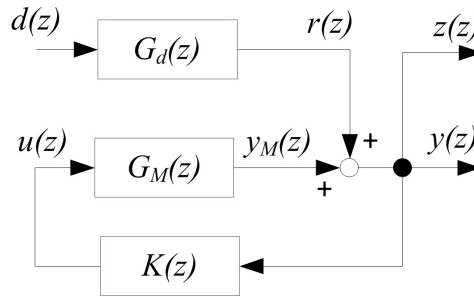


Abbildung 4.2: Darstellung eines geschlossenen Regelungssystems mit der deterministischen Störgröße für die Definition des Regelgüte-Indexes

Der deterministische Regelgüte-Index wird mit Hilfe der H_2 -Normen der Übertragungsfunktionen anhand folgender Formel definiert (4.59):

$$\eta = 1 - \frac{\|T_{zd}^{Ist}\|_2^2 - \|T_{zd}^{H_2}\|_2^2}{\|G_{zd}\|_2^2 - \|T_{zd}^{H_2}\|_2^2}. \quad (4.59)$$

Folgende Definitionen werden verwendet. T_{zd}^{Ist} ist die Übertragungsfunktion von der Störgröße $d(k)$ auf die Regelgröße $z(k)$ im geschlossenen Regelungssystem mit dem vorhandenen nicht optimalen Regler. Dies entspricht dem Ist-Zustand des Regelungssystems. G_{zd} ist die Übertragungsfunktion von der Störgröße $d(k)$ auf die Regelgröße $z(k)$ im offenen Regelkreis, also ohne Regelung, wenn die Stellgröße $u(k) = 0$ ist. $T_{zd}^{H_2}$ ist die Übertragungsfunktion von der Störgröße $d(k)$ auf die Regelgröße $z(k)$ im geschlossenen Regelkreis mit dem H_2 -optimalen Referenz-Regler.

Die vollständige Beschreibung des deterministischen Störgrößenmodells $G_d(z) = G_{zd}(z)$ setzt voraus, dass $d(k) = \delta(k)$ ist, wie bereits im Abschnitt 3.4.2.2 erwähnt wurde. Im Abschnitt 4.2.3 wird gezeigt, dass die H_2 -Norm des Systems $T_{zd}(z)$ gleich der L_2 -Norm der Regelgröße $z(k)$ ist und reflektiert somit die Energie, die mit der Regelgröße verbunden ist. Unter Voraussetzung, dass $d(k) = \delta(k)$ ist, kann der Regelgüte-Index nach (4.59) durch L_2 -Signalnorm wie folgt formuliert werden (4.60):

$$\eta = 1 - \frac{\|z^{Ist}\|_2^2 - \|z^{H_2}\|_2^2}{\|r\|_2^2 - \|z^{H_2}\|_2^2}. \quad (4.60)$$

$z^{Ist}(k)$ ist die Regelgröße im geschlossenen Regelkreis mit dem vorhandenen nicht optimalen Regler. $z^{H_2}(k)$ ist die Regelgröße im geschlossenen Regelkreis mit dem H_2 -optimalen Regler. Das Residuumsignal $r(k) = y(k) - y_M(k)$ ist gleich der Ausgangsgröße $y(k)$ bzw. Regelgröße $z(k)$ im offenen Regelkreis bei $u(k) = 0$.

Die L_2 -Norm des Signals $z(k)$ wird nach folgender Gleichung definiert (4.61):

$$\|z\|_2 = \left(\sum_{k=0}^{\infty} z^2(k) \right)^{1/2}. \quad (4.61)$$

Die Messwerte eines Signals können nur in einem endlichen Zeitintervall vorliegen. Es ist daher aus praktischer Sicht angebracht, statt L_2 -Signalnorm die mittlere Leistung des Signals im Zeitintervall $k \in [0, N]$ zu berechnen, die für das Signal $z(k)$ nach folgender Formel bestimmt wird (4.62):

$$p(z) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N z^2(k). \quad (4.62)$$

Bei der Regelgröße gleich der Messgröße ($z(k) = y(k)$) unter Anwendung der mittleren Signalleistung nach (4.62) kann die Definition des Regelgüte-Indexes anstatt der Formel (4.60) folgendermaßen formuliert werden (4.63):

$$\eta = 1 - \frac{p(y^{Ist}) - p(y^{H_2})}{p(r) - p(y^{H_2})}. \quad (4.63)$$

$y^{Ist}(k)$ und $y^{H_2}(k)$ sind die gemessenen Ausgangsgrößen des geschlossenen Regelungssystems mit dem vorhandenen nicht optimalen Regler bzw. mit dem H_2 -optimalen Referenz-Regler. Das Signal $r(k)$ ist die Auswirkung der Störgröße $d(k) = \delta(k)$ auf die Ausgangsgröße des Systems und ist gleich der Ausgangsgröße $y(k)$ im offenen Regelkreis bei $u(k) = 0$.

4.3.2 Regelgüte-Index bei deterministisch-stochastischen Störungen

Wie in Kapitel 3 detailliert beschrieben, wird eine komplexe deterministisch-stochastische Störgröße in einen instationären deterministischen Störgrößenanteil und einen stationären stochastischen Störgrößenanteil getrennt. Die Definition des Regelgüte-Indexes im vorherigen Abschnitt 4.3.1 mit Hilfe der H_2 -optimalen Regelung bezieht sich auf das System mit der deterministischen Störgröße. Bei der deterministisch-stochastischen Störgröße muss das System und die Definition des Regelgüte-Indexes entsprechend erweitert werden. Für die Systembeschreibung wird für stochastische Systeme der Verzögerungsoperator z^{-1} angewendet. Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke und der deterministischen Störstrecke kann durch einfache Umrechnung in der vom Verzögerungsoperator z^{-1} abhängigen Form dargestellt werden. Das Regelungssystem ist in allgemeiner Form in Abbildung 4.3 dargestellt.

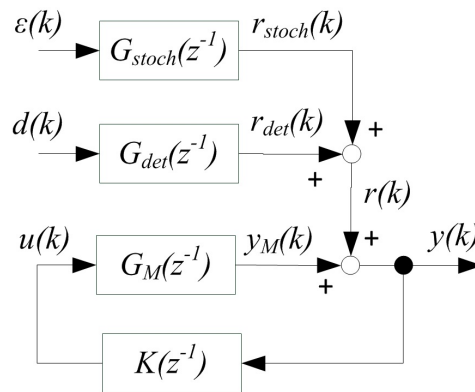


Abbildung 4.3: Darstellung eines geschlossenen Regelungssystems mit der deterministisch-stochastischen Störgröße für die Definition des Regelgüte-Indexes

$G_{det}(z^{-1})$ und $G_{stoch}(z^{-1})$ sind die deterministische und die stochastische Übertragungsfunktionen der Störstrecken, die separat voneinander identifiziert werden. Die Störgröße $\varepsilon(k)$ stellt das weiße Rauschsignal dar. Die Störgröße $d(k)$ ist genauso wie in der deterministischen Betrachtung gleich dem Dirac-Impuls $\delta(k)$. Es wird angenommen, dass die Störgrößenauswirkung $r(k)$ additiv auf die Ausgangsgröße $y(k)$ wirkt und eine von der Regelstrecke unabhängige Dynamik hat. Die in Kapitel 3 beschriebene Methodik ermöglicht eine separate Identifikation der Störgrößenmodelle und eine separate Schätzung der deterministischen und stochastischen Störgrößenkomponente $\hat{r}_{det}(k)$ und $\hat{r}_{stoch}(k)$, so dass das Modellresiduum $e(k) = r(k) - \hat{r}_{stoch}(k) - \hat{r}_{det}(k)$ ein weißer Rauschprozess ist. Die

separate Modellidentifikation ermöglicht eine separate Bewertung der Regelgüte hinsichtlich der deterministischen und der stochastischen Störung.

Im Fall der stochastischen Störgröße, wenn $r_{det}(k) = 0$ ist, wird es in der Regel den Minimum-Varianz-Ansatz verfolgt. Als Referenz-Regler für die Bestimmung der Benchmark wird der Minimum-Varianz-Regler genommen. Die theoretischen Grundlagen der Minimum-Varianz-Regelung sind in der Literatur zu finden [88]. Als Eingangssignal wird der stochastischen Betrachtung ein weißes Rauschsignal $\varepsilon(k)$ mit dem Mittelwert $E\{\varepsilon(k)\} = 0$ und der Varianz σ_ε^2 zugrunde gelegt. Die Ausgangsgröße des Regelungssystems wird folgendermaßen beschrieben (4.64):

$$y(k) = \frac{\omega(z^{-1})}{\delta(z^{-1})} z^{-b} u(k) + r_{stoch}(k). \quad (4.64)$$

Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke enthält dabei eine Totzeit $\tau = bT_S$, wobei T_S die Abtastzeit ist.

Die stochastische Störgrößenauswirkung $r_{stoch}(k)$ ist ein stationäres Signal, das mit einem ARMA-Modell nach folgender Beziehung beschrieben wird (4.65):

$$r_{stoch}(k) = \frac{\theta(z^{-1})}{\phi(z^{-1})} \varepsilon(k). \quad (4.65)$$

Die Übertragungsfunktion der Störgröße kann wie folgt faktorisiert werden (4.66):

$$\frac{\theta(z^{-1})}{\phi(z^{-1})} = \psi(z^{-1}) + z^{-b} \frac{T(z^{-1})}{\phi(z^{-1})}. \quad (4.66)$$

Das Polynom $\psi(z^{-1})$ hat die Ordnung $b-1$ und ist zusammen mit dem Polynom $T(z^{-1})$ die Lösung der entsprechenden Diophantine-Gleichung (4.66).

Eine Multiplikation der linken und der rechten Seite der Gleichung (4.66) mit $\frac{\phi(z^{-1})}{\theta(z^{-1})}$ und anschließende Umformung ergibt folgende Beziehung (4.67):

$$1 - z^{-b} \frac{T(z^{-1})}{\theta(z^{-1})} = \frac{\psi(z^{-1})\phi(z^{-1})}{\theta(z^{-1})}. \quad (4.67)$$

In [35] wird folgende Gleichung für das Minimum-Varianz-Regelgesetz hergeleitet (4.68):

$$u(k) = -\frac{\delta(z^{-1})T(z^{-1})}{\omega(z^{-1})\theta(z^{-1})} r_{stoch}(k). \quad (4.68)$$

Die stochastische Störgrößenauswirkung $r_{stoch}(k)$ kann mit Hilfe der Ausgangsgröße $y(k)$ und der Stellgröße des Reglers $u(k)$ berechnet werden (4.69):

$$r_{stoch}(k) = y(k) - \frac{\omega(z^{-1})}{\delta(z^{-1})} z^{-b} u(k). \quad (4.69)$$

Aus (4.68) und (4.69) folgt durch Umformung (4.70):

$$u(k) \left(1 - z^{-b} \frac{T(z^{-1})}{\theta(z^{-1})} \right) = - \frac{\delta(z^{-1})T(z^{-1})}{\omega(z^{-1})\theta(z^{-1})} y(k). \quad (4.70)$$

Unter Berücksichtigung von (4.67) folgt (4.71):

$$u(k) = - \frac{\delta(z^{-1})T(z^{-1})}{\omega(z^{-1})\psi(z^{-1})\phi(z^{-1})} y(k). \quad (4.71)$$

Die Übertragungsfunktion des Minimum-Varianz-Reglers in diskreter Form des Verschiebungsoperators z^{-1} wird also folgendermaßen formuliert (4.72):

$$K^{MVC}(z^{-1}) = \frac{\delta(z^{-1})T(z^{-1})}{\omega(z^{-1})\psi(z^{-1})\phi(z^{-1})}. \quad (4.72)$$

Unter Minimum-Varianz-Regelung ergibt sich folgende Ausgangsgröße des geschlossenen Systems (4.73):

$$y^{MVC}(k) = \psi(z^{-1})\varepsilon(k) = (1 + \psi_1 z^{-1} + \dots + \psi_{b-1} z^{-b+1})\varepsilon(k). \quad (4.73)$$

Das Polynom $\psi(z^{-1})$ ist also die Impulsantwortfunktion des geschlossenen Regelungssystems mit dem Minimum-Varianz-Regler bezüglich der Eingangsstörung $\varepsilon(k)$. Die minimal mögliche Varianz, die somit erreicht werden kann, wird nach folgender Gleichung berechnet (4.74):

$$\sigma_{y^{MVC}}^2 = (1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{b-1}^2)\sigma_\varepsilon^2. \quad (4.74)$$

Bei einer komplexen deterministisch-stochastischen Störung muss zunächst eine Trennung zwischen der deterministischen Komponente $r_{det}(k)$ und der stochastischen Komponente $r_{stoch}(k)$ durchgeführt werden. Die H_2 -optimale Regelung wird angewendet, um das Benchmark-Systemverhalten des Referenz-Regelungssystems $y^{H_2}(k)$ bezüglich der deterministischen Störgröße $d(k)$ zu bestimmen. Eine separate Anwendung der Minimum-Varianz-Regelung bezüglich der stochastischen Störung $\varepsilon(k)$ ergibt das stochastische Benchmark-Systemverhalten $y^{MVC}(k)$. Anschließend wird die Ausgangsgröße des Referenz-Regelungssystems bei kombinierter Störung anhand folgender Gleichung berechnet (4.75):

$$y^{benchmark}(k) = y^{H_2}(k) + y^{MVC}(k). \quad (4.75)$$

Der Regelgüte-Index bei einer komplexen deterministisch-stochastischen Störung lässt sich folgendermaßen formulieren (4.76):

$$\eta = 1 - \frac{p(y^{Ist}) - p(y^{benchmark})}{p(r) - p(y^{benchmark})}. \quad (4.76)$$

4.3.3 Schätzung der unbekannt deterministischen Störgröße

Eine Störgrößenkompensation ist dann erforderlich, wenn die Dynamik der deterministischen Störung $r_{det}(k)$ nicht vollständig mit dem Modell $G_{det}(z^{-1})$ beschrieben wird (siehe Abbildung 4.3) und die Störgröße $d(k)$ dementsprechend nicht durch einen Dirac-Impuls repräsentiert werden kann, sondern ein unbekanntes deterministisches Signal darstellt. Die Störgrößenkompensation ist bei der iterativen Modellidentifikation der Störgröße mit dem Algorithmus der beobachtergestützten Fehlererkennung im Störgrößenmodell, wie im Abschnitt 3.4.2 behandelt, überflüssig, denn die Bewertung der Regelgüte findet erst nach der Aktualisierung des Störgrößenmodells nach dem Auftreten eines Modellfehlers statt. Die Störgrößenkompensation wäre allerdings bei Online-Anwendung unerlässlich, die außer Rahmen dieser Dissertation liegt, sobald eine wechselhafte deterministische Störgrößendynamik vorhanden ist und eine Aktualisierung des Störgrößenmodells einige Zeit in Anspruch nimmt.

Es wird in diesem Abschnitt der Algorithmus der Least-Squares Schätzung für eine Zustandsschätzung des Systems mit deterministischer Eingangsgröße sowie für die Schätzung der unbekannt Eingangsgröße formuliert. Die theoretischen Grundlagen dazu sind in [94] und [21] gegeben. Das Prinzip der Least-Squares Schätzung wird anhand des folgenden Systems mit der deterministischen Störgröße $d(k)$ erläutert (4.77), (4.78):

$$x(k+1) = Ax(k) + E_d d(k), \quad (4.77)$$

$$y(k) = Cx(k) + v(k), \quad (4.78)$$

wobei $v(k)$ Messrauschen zum Zeitpunkt k ist.

Unter $y(k)$ wird die zum Zeitpunkt k gemessene Ausgangsgröße des Systems verstanden. Es wird nach der Least-Squares Methode nach der Anfangsbedingung $x(0)$ und der Störgröße $d(k)$ im Zeitintervall $k \in [0, N]$ gesucht, mit denen das folgende Zielfunktional unter Berücksichtigung von (4.77) minimiert wird (4.79):

$$\begin{aligned} x^T(0)P^{-1}(0)x(0) + \sum_{k=0}^N d^T(k)d(k) \\ + \sum_{k=0}^N (y(k) - Cx(k))^T (y(k) - Cx(k)) \rightarrow \min_{x(0), d}. \end{aligned} \quad (4.79)$$

Für die Lösung des Optimierungsproblems (4.79) wird ein Zustandsbeobachter nach folgender Gleichung eingeführt (4.80):

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + E_d \hat{d}(k) + P(k)C^T (y(k) - C\hat{x}(k)). \quad (4.80)$$

Es wird die Definition des Schätzfehlers $\tilde{x}(k) = x(k) - \hat{x}(k)$ eingeführt. Durch Formulierung des Ausdruckes für $\tilde{x}^T(k+1)P^{-1}\tilde{x}(k+1)$ und Aufsummierung im Zeitintervall $k \in [0, N]$ kann das Zielfunktional (4.79) umformuliert werden zu (4.81):

$$\begin{aligned} & \hat{x}^T(0)P^{-1}(0)\hat{x}(0) + \sum_{k=0}^{N-1} \hat{d}^T(k)\hat{d}(k) + \sum_{k=0}^N (y(k) - C\hat{x}(k))^T (y(k) - C\hat{x}(k)) \\ & + \sum_{k=0}^{N-1} (d(k) - E_d^T P^{-1}(k)\tilde{x}(k))^T (d(k) - E_d^T P^{-1}(k)\tilde{x}(k)) \\ & + \tilde{x}^T(N)P^{-1}(N)\tilde{x}(N) \rightarrow \min_{x(0), d}. \end{aligned} \quad (4.81)$$

Es ist ersichtlich, dass die Minimierung des Zielfunctionals (4.81) dann erfolgt, wenn folgende Beziehung für die Schätzung der deterministischen Störgröße $\hat{d}(k)$ gilt (4.82):

$$\hat{d}(k) = E_d^T P^{-1}(k)\tilde{x}(k). \quad (4.82)$$

Der Ausdruck (4.82) ist eine Beziehung zwischen der Schätzung der Störgröße $\hat{d}(k)$ und dem Schätzfehler des Least-Squares-Beobachters $\tilde{x}(k) = x(k) - \hat{x}(k)$. Da der Vektor der wahren Zustandsgrößen $x(k)$ nicht gemessen werden kann und der Schätzfehler $\tilde{x}(k)$ daher unbekannt ist, wird der Algorithmus des Least-Squares Beobachters rekursiv realisiert. Dies erleichtert auch die praktische Umsetzung der Schätzung.

Die Anwendung der optimalen Least-Squares Schätzung in deterministischen Systemen wird in [21] ausführlich behandelt. In [16] wird eine Least-Squares Schätzmethode für deterministisch-stochastische Systeme vorgestellt, die als eine Erweiterung des Kalman-Filters für Systeme mit einer unbekanntem deterministischen Eingangsgröße angesehen werden kann. Es wird ein diskretes MISO System in der Zustandsform nach (4.83), (4.84) definiert:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + E_d d(k) + w(k), \quad (4.83)$$

$$y(k) = c^T x(k) + v(k). \quad (4.84)$$

Analog den Gleichungen (3.133), (3.134) wird folgende Kovarianzmatrix des Prozessrauschens $w(k)$ und die Varianz des Messrauschens $v(k)$ angegeben (4.85), (4.86):

$$\Sigma_w = E \{w(k)w(k)^T\}, \quad \Sigma_w > 0, \quad (4.85)$$

$$\sigma_v^2 = E \{v(k)v(k)^T\}, \quad \sigma_v^2 > 0. \quad (4.86)$$

Es wird der erweiterte Zustandsvektor $x^a(k)$ nach folgender Beziehung eingeführt, der aus dem Zustandsvektor $x(k)$ und der unbekanntem deterministischen

Störgröße $d(k-1)$ besteht (4.87):

$$x^a(k+1) = \begin{bmatrix} x(k+1) \\ d(k) \end{bmatrix}. \quad (4.87)$$

Eine optimale Least-Squares Schätzung des erweiterten Zustandsvektors $\hat{x}^a(k+1)$ erfolgt nach der folgenden rekursiven Formel (4.88):

$$\hat{x}^a(k+1) = P^a(k+1) \begin{bmatrix} I \\ -E_d^T \end{bmatrix} \bar{P}^{-1}(k) \bar{x}(k) + P^a(k+1) \begin{bmatrix} c(\sigma_v^2)^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} y(k+1). \quad (4.88)$$

In der Formel (4.88) sind $\bar{x}(k)$ und $\bar{P}(k)$ folgende Abkürzungen (4.89), (4.90):

$$\bar{x}(k) = A\hat{x}(k) + Bu(k), \quad (4.89)$$

$$\bar{P}(k) = AP^x(k)A^T + \Sigma_w. \quad (4.90)$$

Die erweiterte Kovarianzmatrix des Schätzfehlers $P^a(k+1)$ besteht aus Kovarianzmatrizen des Schätzfehlers für $x(k+1)$ und $d(k)$ und entsprechenden Kreuzkovarianzmatrizen nach folgender Formel (4.91):

$$P^a(k+1) = \begin{bmatrix} P^x(k+1) & P^{xd}(k+1) \\ P^{dx}(k+1) & P^d(k) \end{bmatrix}. \quad (4.91)$$

Aus (4.88) und (4.91) ergeben sich folgende Beziehungen (4.92), (4.93):

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= (P^x(k+1) - P^{xd}(k+1)E_d^T)\bar{P}^{-1}(k)\bar{x}(k) \\ &\quad + P^x(k+1)c(\sigma_v^2)^{-1}y(k+1), \end{aligned} \quad (4.92)$$

$$\begin{aligned} \hat{d}(k) &= (P^{xd}(k+1) - P^d(k)E^T(k))\bar{P}^{-1}(k)\bar{x}(k) \\ &\quad + P^{xd}(k+1)c(\sigma_v^2)^{-1}y(k+1). \end{aligned} \quad (4.93)$$

Die rekursive Anwendung des Least-Squares Beobachters erfordert die Schätzung folgender Kovarianzmatrizen (4.94), (4.95), (4.96):

$$P^x(k) = E \left\{ (x(k) - \hat{x}(k)) (x(k) - \hat{x}(k))^T \right\}, \quad (4.94)$$

$$P^d(k) = E \left\{ (d(k) - \hat{d}(k)) (d(k) - \hat{d}(k))^T \right\}, \quad (4.95)$$

$$P^{xd}(k) = E \left\{ (x(k) - \hat{x}(k)) (d(k-1) - \hat{d}(k-1))^T \right\}. \quad (4.96)$$

In Formeln (4.94) - (4.96) sind folgende Kovarianzmatrizen aufgeführt. $P^x(k)$ ist die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers $\tilde{x}(k)$ von Systemzuständen, $P^d(k)$ ist die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers der unbekannt deterministischen

Störgröße $d(k)$ und $P^{xd}(k)$ ist die Kreuzkovarianzmatrix des Schätzfehlers von Systemzuständen $\tilde{x}(k)$ und der unbekanntem Störgröße $d(k-1)$.

Die rekursive Zustandsschätzung, sowie die Schätzung der unbekanntem Eingangsstörung kann nach Gleichungen (4.97) und (4.98) durchgeführt werden:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + E_d\hat{d}(k) + K^x(k+1) \left(y(k+1) - c^T \left(A\hat{x}(k) + Bu(k) + E_d\hat{d}(k) \right) \right), \quad (4.97)$$

$$\hat{d}(k) = K^d(k+1) \left(y(k+1) - c^T \left(A\hat{x}(k) + Bu(k) \right) \right), \quad (4.98)$$

wobei die Beobachterverstärkung für die Zustandsschätzung K^x und die Beobachterverstärkung für die Schätzung der unbekanntem deterministischen Störgröße K^d rekursiv nach folgenden Beziehungen berechnet werden (4.99), (4.100):

$$K^x(k+1) = \left(\bar{P}^{-1}(k) + c(\sigma_v^2)^{-1}c^T \right)^{-1} c(\sigma_v^2)^{-1}, \quad (4.99)$$

$$K^d(k+1) = P^{dx}(k+1)c(\sigma_v^2)^{-1}, \quad (4.100)$$

mit

$$\bar{P}(k) = AP^x(k)A^T + \Sigma_w, \quad (4.101)$$

$$P^x(k+1) = \left(\bar{P}^{-1}(k) + c(\sigma_v^2)^{-1}c^T \right)^{-1} + P^{xd}(k+1) \left(P^d(k) \right)^{-1} P^{dx}(k+1), \quad (4.102)$$

$$P^d(k) = \left(E_d^T c \left(\sigma_v^2 + c^T \bar{P}(k) c \right)^{-1} c^T E_d \right)^{-1}, \quad (4.103)$$

$$P^{xd}(k+1) = P^x(k+1) \bar{P}^{-1}(k) E_d \left(E_d^T \bar{P}^{-1}(k) E_d \right)^{-1}, \quad (4.104)$$

$$P^{dx}(k+1) = P^d(k) E_d^T \bar{P}^{-1}(k) \left(\bar{P}^{-1}(k) + c(\sigma_v^2)^{-1}c^T \right)^{-1}. \quad (4.105)$$

4.3.4 Berechnung des deterministischen Benchmark-Systemverhaltens

Laut Formel (4.75) setzt sich die Ausgangsgröße des Referenz-Regelungssystems aus dem deterministischen und dem stochastischen Anteil zusammen. Das Gesamt-Regelungssystem ist dabei in Abbildung 4.3 dargestellt. Es wird dabei angenommen, dass die Übertragungsfunktion der deterministischen Störstrecke $G_{det}(z^{-1})$ nur einen Anteil der deterministischen Störgrößendynamik beschreibt. Die Störgröße $d(k)$ muss geschätzt werden und mit Hilfe einer Störgrößenaufschaltung kompensiert werden. Dabei gilt als Voraussetzung das komplette Wissen über das stochastische Störgrößenmodell $G_{stoch}(z^{-1})$, so dass die Störgröße $\varepsilon(k)$ das weiße Rauschsignal ist. Diese Voraussetzung ist für die Schätzung der unbekanntem Störgröße $d(k)$ mit Hilfe des Least-Squares Beobachters erforderlich, der im Abschnitt 4.3.3 beschrieben wird.

Das betrachtende MISO Gesamtsystem wird anhand folgender Systemgleichungen in der Zustandsraumdarstellung beschrieben (4.106), (4.107):

$$\begin{bmatrix} x_M(k+1) \\ x_{stoch}(k+1) \\ x_{det}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_M & 0 & 0 \\ 0 & A_{stoch} & 0 \\ 0 & 0 & A_{det} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_M(k) \\ x_{stoch}(k) \\ x_{det}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} I & 0 \\ E_w & 0 \\ 0 & E_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(k) \\ d(k) \end{bmatrix}, \quad (4.106)$$

$$y(k) = [c_M^T \quad c_{stoch}^T \quad c_{det}^T] \begin{bmatrix} x_M(k) \\ x_{stoch}(k) \\ x_{det}(k) \end{bmatrix} + v(k). \quad (4.107)$$

Im System (4.106), (4.107) ist die Störgröße $d(k)$ im allgemeinen Fall unbekannt. Nach der Least-Squares Methode wird der erweiterte Zustandsvektor $[x_M^T(k) \quad x_{stoch}^T(k) \quad x_{det}^T(k) \quad d^T(k)]^T$ geschätzt. Ist die deterministische Störgrößendynamik vollständig bekannt, so dass $d(k) = \delta(k)$ ist, wird zwecks Zustandsschätzung der Kalman-Filter verwendet, wie im Abschnitt 3.4.1.2 erläutert wird.

Eine separate Betrachtung des deterministischen und stochastischen Störgrößenmodells im Schritt der Modellidentifikation ermöglicht die Schätzung der deterministischen und stochastischen Störgrößenauswirkung auf die Ausgangsgröße des Systems anhand von jeweiligen Zustandsvektoren nach (4.108) und (4.109):

$$\hat{r}_{det}(k) = c_{det}^T \hat{x}_{det}(k), \quad (4.108)$$

$$\hat{r}_{stoch}(k) = c_{stoch}^T \hat{x}_{stoch}(k). \quad (4.109)$$

Für die Bestimmung des deterministischen Referenz-Systemverhaltens $y^{H_2}(k)$ wird der H_2 -optimale Benchmark-Regler $(k_x^*)^T$ berechnet, der zur optimalen Kompensation der geschätzten Auswirkung $\hat{r}_{det}(k)$ auf die Ausgangsgröße des Systems führt. Der stochastische Zustandsvektor $x_{stoch}(k)$ ist für die Realisierung der H_2 -optimalen Regelung über Zustandsrückführung irrelevant und ist nur für die vollständige Formulierung des Gesamtsystems (4.106), (4.107) erforderlich. Aus diesem Grund wird der Zustandsvektor $x_{stoch}(k)$ als Pseudo-Zustandsvektor bezeichnet. Das reduzierte System für die Berechnung des H_2 -optimalen Referenz-Reglers wird wie folgt definiert (4.110), (4.111):

$$\begin{bmatrix} x_M(k+1) \\ x_{det}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_M & 0 \\ 0 & A_{det} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_M(k) \\ x_{det}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_M \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & E_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(k) \\ d(k) \end{bmatrix}, \quad (4.110)$$

$$y(k) = [c_M^T \quad c_{det}^T] \begin{bmatrix} x_M(k) \\ x_{det}(k) \end{bmatrix} + v(k). \quad (4.111)$$

Der H_2 -optimaler Regler $(k_x^*)^T$ für das System (4.110), (4.111) wird durch Minimierung der H_2 -Norm der Übertragungsfunktion $\|T_{yd}\|_2$ von der Störgröße $d(k)$ auf die Ausgangsgröße $y(k)$ ermittelt. Die Stellgröße der H_2 -optimalen Referenz-Regelung mit der Störgrößenaufschaltung wird nach der folgenden Gleichung definiert (4.112):

$$u^{H_2}(k) = (k_x^*)^T \begin{bmatrix} \hat{x}_M(k) \\ \hat{x}_{det}(k) \end{bmatrix} + k_d \hat{d}(k). \quad (4.112)$$

Der Verstärkungsfaktor k_d der Störgrößenaufschaltung wird für das System (4.113), (4.114), (4.115) mit der Zustandsrückführung k_x^T nach der Formel (4.116) definiert:

$$x(k+1) = Ax(k) + \begin{bmatrix} E_d & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d(k) \\ u(k) \end{bmatrix}, \quad (4.113)$$

$$y(k) = c^T x(k) + v(k), \quad (4.114)$$

$$u(k) = k_x^T x(k), \quad (4.115)$$

$$k_d = - \left(C (A + Bk_x^T)^{-1} B \right)^{-1} C (A + Bk_x^T)^{-1} E. \quad (4.116)$$

Das Referenz-Regelungssystem für die Bestimmung des Benchmark-Systemverhaltens $y^{H_2}(k)$ mit dem H_2 -optimalen Regler ist in Abbildung 4.4 dargestellt.

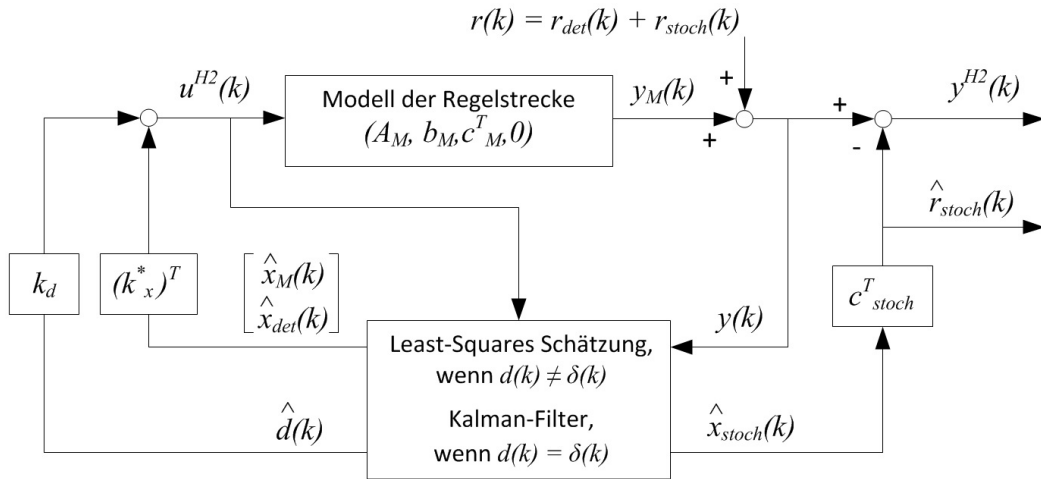


Abbildung 4.4: Schematische Darstellung des Referenz-Regelungssystems für die Bestimmung des deterministischen Benchmark-Verhaltens

Die äußere additive Störung auf die Ausgangsgröße des Systems $r(k)$ wird anhand von Messdaten laut Formel (3.42) berechnet und mit der Ausgangsgröße der Regelstrecke $y_M(k)$ summiert. Es wird dabei angenommen, dass das

vorliegende Model der Regelstrecke die vollständige Beschreibung des realen Prozesses ermöglicht. Die Referenz-Regelung besteht aus dem Least-Squares Beobachter, dem H_2 -optimalen Regler $(k_x^*)^T$ über Zustandsrückführung und der Störgrößenaufschaltung k_d . Der Least-Squares Beobachter ermöglicht zum einen die Schätzung des Zustandsvektors $[\hat{x}_M^T(k) \hat{x}_{det}^T(k)]^T$ für die Realisierung der Regelung über Zustandsrückführung und zum anderen die Schätzung der unbekannt deterministischen Störgröße $\hat{d}(k)$ für die Störgrößenaufschaltung. Durch die Referenz-Regelung wird eine optimale Kompensation der Störung $r_{det}(k)$ erreicht, die stochastische Störungskomponente $r_{stoch}(k)$ bleibt im Ausgangssignal dabei bestehend. Für die Berechnung des deterministischen Benchmark-Systemverhaltens $y^{H_2}(k)$ wird die geschätzte stochastische Störgrößekomponente $\hat{r}_{stoch}(k)$ vom Ausgangssignal $y(k)$ abgezogen. Die Schätzgröße $\hat{r}_{stoch}(k)$ wird ebenfalls erfasst, um die Berechnung des stochastischen Benchmark-Systemverhaltens $y^{MVC}(k)$ zu realisieren, worauf es im nächsten Abschnitt eingegangen wird.

4.3.5 Berechnung des stochastischen Benchmark-Systemverhaltens

Die Formulierung des Referenz-Regelungssystems auf Basis der H_2 -optimalen Regelung, das im Abschnitt 4.3.4 beschrieben wird, erlaubt eine optimale Kompensation der Auswirkung von der deterministischen Störgröße $d(k)$ auf die Ausgangsgröße, wobei die stochastische Störgrößekomponente $r_{stoch}(k)$ ungerregelt bleibt. Wie im Abschnitt 4.3.2 bereits erläutert, wird für Kompensation der Auswirkung der stochastischen Störgröße $\varepsilon(k)$ die Minimum-Varianz-Regelung angewendet. In diesem Abschnitt wird die Vorgehensweise für die Berechnung des stochastischen Benchmark-Systemverhaltens $y^{MVC}(k)$ laut Formel (4.75) vorgestellt. Die Minimum-Varianz-Regelung wird dabei mittels Internal-Model-Control Struktur repräsentiert, die in der Literatur vorgestellt wird [8].

Eine für die Minimum-Varianz-Regelung gebräuchliche Systemstruktur ist in Abbildung 4.5 dargestellt.

Die Übertragungsfunktion des Regelstreckenmodells $G_M(z^{-1})$ ist in der Formel (4.117) und die Übertragungsfunktion der stochastischen Störstrecke $G_{stoch}(z^{-1})$ ist in der Formel (4.118) angegeben:

$$G_M(z^{-1}) = \frac{\omega(z^{-1})z^{-b}}{\delta(z^{-1})}, \quad (4.117)$$

$$G_{stoch}(z^{-1}) = \frac{\theta(z^{-1})}{\phi(z^{-1})}. \quad (4.118)$$

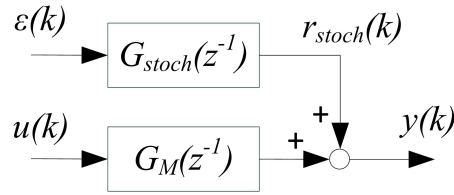


Abbildung 4.5: Systemstruktur für die Formulierung der Minimum-Varianz-Regelung

Die stochastische Störgröße $\varepsilon(k)$ ist ein weißes Rauschsignal. Das geschlossene Regelungssystem mit dem Regler $G_C(z^{-1})$ wird in der Form der Internal-Modell-Control Struktur in Abbildung 4.6 dargestellt.

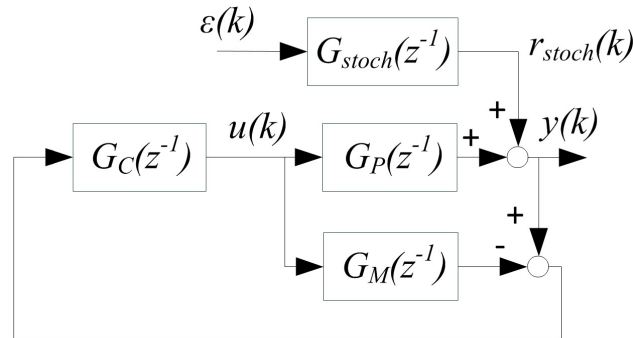


Abbildung 4.6: Das geschlossene Regelungssystem in der Form der Internal-Model-Control Struktur

Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke wird in folgender Form dargestellt (4.119):

$$G_P(z^{-1}) = \tilde{G}_P(z^{-1})z^{-b}. \quad (4.119)$$

$\tilde{G}_P(z^{-1})$ wird dabei als invertierbarer Anteil der Übertragungsfunktion $G_P(z^{-1})$ angenommen.

Analog wird die Übertragungsfunktion des Modells der Regelstrecke laut folgender Gleichung ausgedrückt (4.120):

$$G_M(z^{-1}) = \tilde{G}_M(z^{-1})z^{-b_M}, \quad (4.120)$$

wobei $\tilde{G}_M(z^{-1})$ invertierbar ist.

Der Regler $G_C(z^{-1})$ in der Form der Internal-Model-Control Struktur wird in allgemeiner Form laut [28] folgendermaßen beschrieben (4.121):

$$G_C(z^{-1}) = F(z^{-1})\tilde{G}_M^{-1}(z^{-1}), \quad (4.121)$$

wobei $F(z^{-1})$ die Übertragungsfunktion eines Filters ist.

Es wird angenommen, dass das Modell der Regelstrecke eine ideale Beschreibung des Prozesses ermöglicht, so dass die Beziehung (4.122) gilt:

$$G_M(z^{-1}) = G_P(z^{-1}). \quad (4.122)$$

Für die ideale Regelung gilt dabei die Beziehung (4.123):

$$G_C(z^{-1})G_M(z^{-1}) = 1. \quad (4.123)$$

Dann kann eine Beziehung für die Übertragungsfunktion des idealen Filters wie folgt aufgeschrieben werden (4.124):

$$F(z^{-1}) = z^{b_M}. \quad (4.124)$$

Ein idealer Filter beschreibt eine Operation der Prädiktion des Signals in die Zukunft über die Totzeit der Regelstrecke voraus.

Für die Stellgröße des Minimum-Varianz-Reglers wird folgende Gleichung formuliert (4.125):

$$u^{MVC}(k) = -\tilde{G}_M^{-1}(z^{-1})F(z^{-1})\hat{r}_{stoch}(k), \quad (4.125)$$

wobei

$$\hat{r}_{stoch}(k) = y(k) - \hat{y}(k), \quad (4.126)$$

$$\hat{y}(k) = \tilde{G}_M(z^{-1})z^{-b_M}u(k), \quad (4.127)$$

$$F(z^{-1}) = \frac{T(z^{-1})}{\theta(z^{-1})}. \quad (4.128)$$

Der Minimum-Varianz-Regler kann mit einem Filter $F(z^{-1})$ realisiert werden, der eine modellbasierte Prädiktion der Störung $\hat{r}_{stoch}(k+b|k)$ zum Zeitpunkt $k+b$ ermöglicht (4.129):

$$\hat{r}_{stoch}(k+b|k) = F(z^{-1})\hat{r}_{stoch}(k). \quad (4.129)$$

In der Gleichung (4.128) ist $T(z^{-1})$ die Lösung der Diophantine Gleichung für die Prädiktion der Störung $r_{stoch}(k+b)$ zum Zeitpunkt $k+b$ durch Faktorisierung des Störgrößenmodells (4.118) laut (4.130):

$$r_{stoch}(k+b) = \psi_{b-1}(z^{-1})\varepsilon(k+b) + \frac{T(z^{-1})}{\phi(z^{-1})}\varepsilon(k). \quad (4.130)$$

Die Beziehung für die Stellgröße des Minimum-Varianz-Reglers kann folgendermaßen umformuliert werden (4.131):

$$u^{MVC}(k) = -\tilde{G}_M^{-1}(z^{-1})\hat{r}_{stoch}(k+b|k). \quad (4.131)$$

Für die Ausgangsgröße des Regelungssystems gilt (4.132):

$$y(k) = G_M(z^{-1})u(k) + r_{stoch}(k). \quad (4.132)$$

Daraus folgt die endgültige Beziehung für die Ausgangsgröße des Regelungssystems mit dem Minimum-Varianz-Regler (4.133):

$$y^{MVC}(k) = r_{stoch}(k) - \hat{r}_{stoch}(k|k-b). \quad (4.133)$$

Die Bezeichnung $\hat{r}_{stoch}(k|k-b)$ steht für eine optimale Prädiktion der Störung $r_{stoch}(k)$ zum aktuellen Zeitpunkt k , die in der Vergangenheit zum Zeitpunkt $k-b$ erfolgt. Eine ideale Prädiktion bedeutet, dass $r_{stoch}(k) = \hat{r}_{stoch}(k|k-b)$ ist, was zur vollständigen Kompensation der Störgröße $r_{stoch}(k)$ und zum Ausgangssignal $y^{MVC}(k) = 0$ führt.

Kurz zusammengefasst erfordert die Berechnung des stochastischen Benchmark-Verhaltens $y^{MVC}(k)$ folgende Schritte. Zunächst wird die Auswirkung der stochastischen Störgröße $r_{stoch}(k)$ nach (4.109) bereitgestellt, wobei die Übertragungsfunktion der Störstrecke $G_{stoch}(z^{-1})$ aus dem Schritt der Modellidentifikation bekannt ist. Aus dem Modell $G_{stoch}(z^{-1})$ wird durch die Lösung der Diophantine Gleichung (4.130) für die bekannte Totzeit der Regelstrecke der Prädiktionsfilter $F(z^{-1})$ bestimmt. Anschließend lässt sich der Prädiktionswert anhand folgender Gleichung berechnen (4.134):

$$\hat{r}_{stoch}(k|k-b) = F(z^{-1})\hat{r}_{stoch}(k-b). \quad (4.134)$$

Endgültig wird das Benchmark-Systemverhalten $y^{MVC}(k)$ nach (4.133) berechnet.

Mit vorhandenen Daten für $r_{stoch}(k)$ kann in der Praxis ein vereinfachter Ansatz nach [18] angewendet werden, wobei die Lösung der Diophantine Gleichung (4.130) nicht erforderlich ist. Nach diesem Ansatz wird eine Prädiktion der Störgröße über einen Zeithorizont m mit Hilfe eines autoregressiven Zeitreihenmodells der Ordnung p durchgeführt. Je besser ist dabei die Qualität der Prädiktion, desto besser lässt sich die Störung durch die Minimum-Varianz-Regelung kompensieren. Die Prädiktion erfolgt nach der folgenden Gleichung (4.135):

$$\hat{r}_{stoch}(k|k-b) = \varepsilon(k) + \sum_{i=1}^m \alpha_k r_{stoch}(k-b-i+1). \quad (4.135)$$

Die Variable m in der Gleichung (4.135) ist der Prädiktionshorizont des autoregressiven Modells $AR(p)$, der empirisch ausgewählt werden kann. Der Prädiktionshorizont kann iterativ erhöht werden bis die Prädiktionsgüte sich nicht mehr weiter verbessern lässt. Die Ausgangsgröße $y^{MVC}(k)$ wird anschließend nach der Formel (4.133) berechnet.

4.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde eine modellbasierte Benchmark-Methode zur Bewertung der Regelgüte bei kombinierten deterministisch-stochastischen Störungen auf Basis der H_2 -optimalen Regelung und Minimum-Varianz-Regelung vorgestellt. Die Berechnung des Regelgüte-Indexes erfolgt auf Basis der mittleren Leistungen der Ausgangsgröße im vorhandenen Regelkreis und im geschlossenen Regelungssystem mit der Referenz-Regelung. Der Entwurf der Referenz-Regelung erfordert die Information über das deterministische und stochastische Störgrößenmodell, die im Schritt der Modellidentifikation gewonnen wird, wie in Kapitel 3 behandelt wurde. Im Mittelpunkt der Anwendung der Bewertungsmethode steht die Bestimmung des Benchmark-Systemverhaltens. Eine Zusammenfassung der vorgestellten modellbasierten Bewertungsmethode ist im folgenden Beitrag [50] zu finden.

Bei der Berechnung des Regelgüte-Indexes wird der durch die vorhandene Regelung kompensierte Anteil der Prozessstörung ermittelt und mit dem maximal möglichen durch die optimale Referenz-Regelung kompensierbaren Anteil der Prozessstörung verglichen. Der Regelgüte-Index reflektiert dabei das Potential des vorhandenen Regelungssystems die bleibende Regelabweichung zu eliminieren.

Das Benchmark-Systemverhalten setzt sich aus dem deterministischen und dem stochastischen Anteil zusammen. Die Trennung ist aufgrund der separaten Betrachtung der deterministischen und der stochastischen Störgrößenkomponente sowie separate Modellidentifikation möglich. Die Bewertungsmethode kann daher sowohl bei kombinierten deterministisch-stochastischen als auch nur bei deterministischen Störungen als Spezialfall angewendet werden. Bei kombinierten deterministisch-stochastischen Störungen wird die H_2 -optimale Referenzregelung für die deterministische Betrachtung mit der stochastischen Minimum-Varianz-Regelung ergänzt.

Soll die deterministische Störgrößendynamik nicht vollständig bekannt sein, so dass die deterministische Störgröße nicht durch den Dirac-Impuls beschrieben werden kann, lässt sich die unbekannte deterministische Störgröße mit Hilfe eines Least-Squares Beobachters erfassen und durch eine zusätzliche Störgrößen-aufschaltung kompensieren.

Bei der Anwendung der Bewertungsmethode ist eine Trennung zwischen der deterministischen und stochastischen Störgrößenkomponente vorausgesetzt. Somit ist eine Verbindung mit dem Identifikationsschritt erforderlich, der in Kapitel 3 beschrieben wurde. Bei iterativer Anwendung der Bewertungsmethode muss das aktualisierte Störgrößenmodell in jeweiliger Iteration vorliegen, das eventuell nach der Erkennung der Modellfehler erneut identifiziert werden muss. Für die erfolgreiche Anwendung der Bewertungsmethode des Regelverhaltens wird allerdings mindestens das aktuelle stochastische Störgrößenmodell

erforderlich, wobei laufende Veränderungen in der deterministischen Störgrößendynamik durch die Least-Squares Schätzung der unbekannt deterministischen Störgröße erfasst werden.

Das Problem der automatisierten Identifikation und beobachtergestützten Fehlererkennung in Störgrößenmodellen für eine Online-Anwendung ist für die modellbasierte Bewertung des Regelverhaltens ebenso entscheidend. Eine Online-Anwendung der Bewertungsmethode in Verbindung mit der Modellidentifikation und Fehlererkennung stellt einen zukünftigen Forschungsschwerpunkt dar.

Kapitel 5

Validierung der Bewertungsmethode des Regelverhaltens mit Prozessdaten

5.1 Einleitung

In diesem Kapitel wird die Regelgüte-Bewertungsmethode anhand von Prozessdaten validiert. Als Beispielprozess wird die im Abschnitt 3.5.1 beschriebene Destillationskolonne genommen. Für die Bewertung der Regelgüte wird der gleiche Regelkreis der Konzentrationsregelung im Sumpfprodukt der Destillationskolonne mit dem Dampfdruck im Sumpfverdampfer als Stellgröße betrachtet.

Der für die Validierung der Bewertungsmethode betrachtende Datensatz der Prozessstörung $r(k)$ ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Die Prozessstörung wird

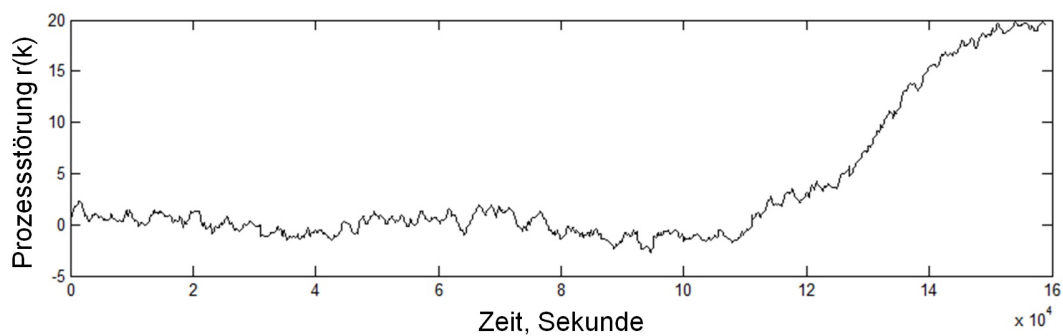


Abbildung 5.1: Datensatz der Prozessstörung $r(k)$ für die Validierung der Bewertungsmethode

dabei als Residuensignal zwischen der gemessenen Ausgangsgröße und dem charakteristischen Verlauf der Regelstrecke mit der bekannten Übertragungsfunk-

tion berechnet. Der Gesamt-Datensatz wird mit der Abtastzeit von 1 Sekunde über den Zeithorizont von etwa 160000 Sekunden aufgenommen.

Aus einer vorläufigen Analyse des Datensatzes ist ersichtlich, dass die Zeitreihe der Störung $r(k)$ mit der ursprünglichen Abtastzeit von 1 Sekunde als deterministischer Verlauf mit einer komplexen variierenden Dynamik angesehen werden kann. Die Zeitreihe enthält dabei keine stationäre stochastische Komponente, die durch eine Differenzierung der Zeitreihe ermittelt werden kann. Daher ist eine deterministisch-stochastische Betrachtung in diesem Fall nicht möglich. Für die Validierung der Bewertungsmethode werden in diesem Abschnitt zwei verschiedene Herangehensweisen präsentiert.

Im ersten Schritt wird die Abtastzeit von 1 Sekunde beibehalten und die Zeitreihe wird als deterministischer Verlauf mit teilweise unbekannter Dynamik betrachtet. Die Grundlagen für die Bewertung der Regelgüte mit Bezug auf der H_2 -optimalen Referenz-Regelung sind in Abschnitten 4.3.1 und 4.3.4 ausführlich beschrieben.

Im zweiten Schritt wird die Abtastzeit bis auf 200 Sekunden erhöht. Es ist dabei möglich eine Trennung zwischen der deterministischen Störgrößenkomponente und der stationären stochastischen Störgrößenkomponente durchzuführen. Die Berechnungsgrundlagen auf Basis der H_2 -optimalen Regelung sowie der Minimum-Varianz-Regelung sind in Abschnitten 4.3.2, 4.3.4 und 4.3.5 gegeben.

5.2 Anwendung der Bewertungsmethode bei deterministischer Störung

Bei der Anwendung der Bewertungsmethode bei deterministischer Störung, wird die stochastische Komponente der Prozessstörung $r_{stoch}(k) = 0$ gesetzt. Der in Abbildung 5.1 dargestellte Datensatz wird in drei Iterationen geteilt und die Übertragungsfunktion der deterministischen Störstrecke wird als Modell der 2. Ordnung einmalig in der ersten Iteration identifiziert. Die unbekannte deterministische Störgröße $d(k)$ wird dabei mit Hilfe des Least-Squares Schätzers erfasst und durch die Störgrößenaufschaltung kompensiert. In Abbildung 5.2 ist die Prozessstörung $r(k)$ in der ersten Iteration dargestellt. Die bekannte deterministische Störgrößendynamik, die durch die Übertragungsfunktion $G_{det}(z^{-1})$ beschrieben wird, ist in Abbildung 5.2 rot markiert.

Es wird die Least-Squares Schätzmethode, die im Abschnitt 4.3.3 beschrieben wurde, in jeder Iteration angewendet, und der Schätzwert der deterministischen Störgröße $\hat{d}(k)$ wird berechnet. Das Ergebnis der Least-Squares Schätzung ist in Abbildung 5.3 für jeweilige Iteration separat dargestellt.

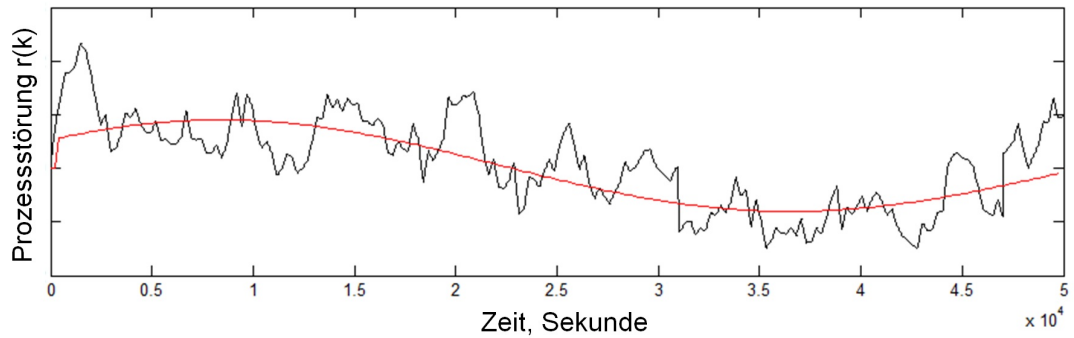


Abbildung 5.2: Störgrößenverlauf in der ersten Anwendungsiteration mit der deterministischen Modelldynamik

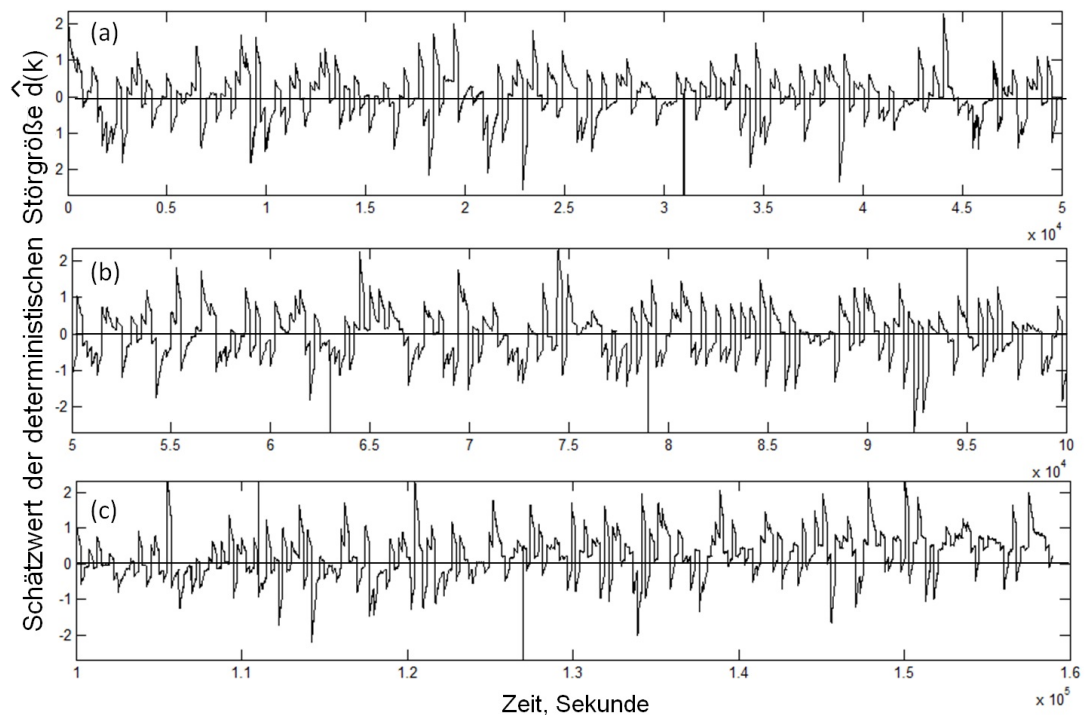


Abbildung 5.3: Schätzung der unbekanntenen Störgrößen $\hat{d}(k)$. (a) - 1. Iteration; (b) - 2. Iteration; (c) - 3. Iteration

Es ist dabei aus Abbildung 5.3 ersichtlich, dass die deterministische Störung $d(k)$ eine zufällig verändernde Dynamik aufweist, was auf eine sehr kleine Abtastzeit im Vergleich mit der dominanten Zeitkonstante des Prozesses zurückzuführen ist.

Es wird nach dem im Abschnitt 4.3.4 und in Abbildung 4.4 dargestellten Ab-

lauf die Ausgangsgröße $y^{H_2}(k)$ des Referenz-Regelungssystems mit der Störgrößenaufschaltung für $\hat{d}(k)$ berechnet. Die Schätzung der Störgröße $\hat{d}(k)$ und des Zustandsvektors erfolgt dabei mit einem Least-Squares Beobachter. Die Realisierung der Berechnung erfolgt für den Gesamt-Datensatz. Es wird zunächst die H_2 -optimale Referenz-Regelung ohne Störgrößenaufschaltung für $\hat{d}(k)$ ausgelegt und anschließend mit dem Ergebnis der Regelung mit einer Störgrößenaufschaltung verglichen. Das Ergebnis der Berechnung ist in Abbildung 5.4 dargestellt.

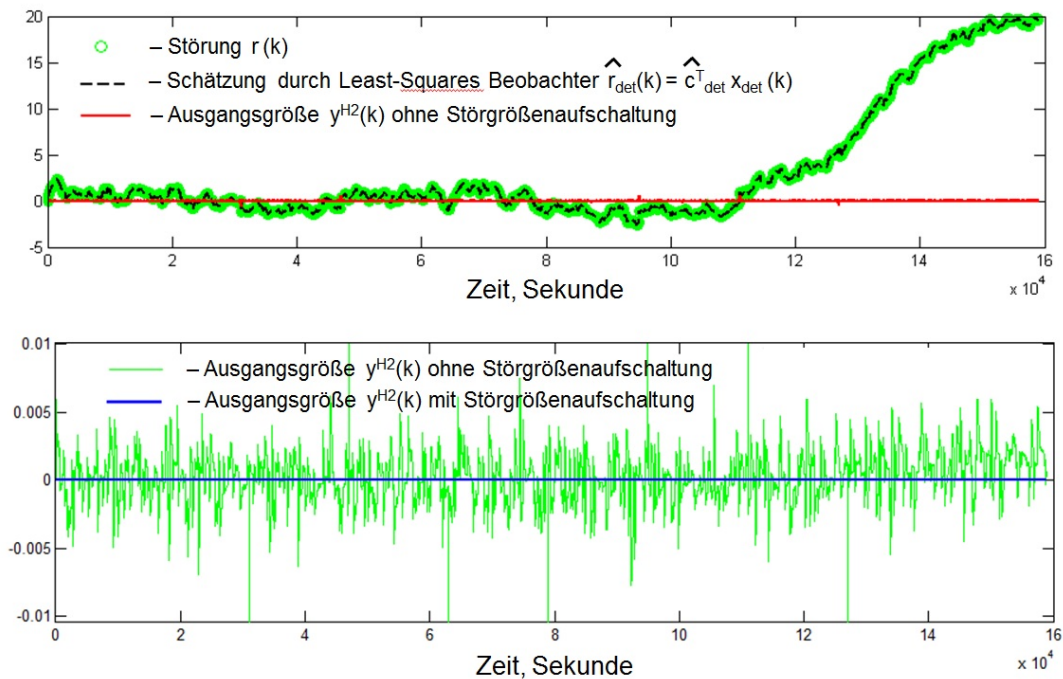


Abbildung 5.4: Berechnung des Benchmark-Systemverhaltens bei deterministischer Störung

Aus dem in Abbildung 5.4 dargestellten Ergebnis ist ersichtlich, dass die durch Least-Squares Beobachtung gewonnene Information über die Störgröße $\hat{d}(k)$ ausreicht, um eine nahezu ideale Störgrößenkompensation durch Kombination der H_2 -optimalen Regelung mit der Störgrößenaufschaltung zu erreichen. Der Verlauf der Ausgangsgröße $y^{H_2}(k)$ im geschlossenen Regelkreis mit dem H_2 -optimalen Referenz-Regler ohne Störgrößenaufschaltung deutet darauf hin, dass die durch das verfügbare Modell $G_{det}(z^{-1})$ beschriebene Störgrößendynamik eine ausreichende Kompensation der Störgrößenauswirkung ermöglicht. Eine skalierte Darstellung für $y^{H_2}(k)$ lässt die vorhandene Restdynamik der unbekanntenen Störgröße $d(k)$ erkennen.

In nächsten Schritt wird die Bewertung des Regelverhaltens für das vorhandene Regelungssystem mit einem PI-Regler durchgeführt. Der vorhandene

PI-Regler hat eine Nachstellzeit $T_N = 3807$ Sekunden und einen Verstärkungsfaktor

$K_R = 0,3$. Die Nachstellzeit des PI-Reglers ist gleich der dominanten Zeitkonstante der Regelstrecke gesetzt worden. Für alle drei Anwendungsiterationen sind die Ausgangsgrößen des geschlossenen Regelungssystems mit dem vorhandenen PI-Regler $y^{Ist}(k)$ sowie die Auswirkung der Prozessstörung auf die Ausgangsgröße im offenen Regelkreis $r(k)$ zum Vergleich in Abbildung 5.5 dargestellt.

Aus Abbildung ist ersichtlich, dass der vorhandene PI-Regler die Störgrößendynamik bei niedrigen Frequenzen sehr gut ausregelt, wobei die höheren Frequenzen ungeregt bleiben. Diese Eigenschaft ist durch die Zeitkonstante des geschlossenen Regelkreises bestimmt, die bei der Einstellung des PI-Reglers angenommen wurde.

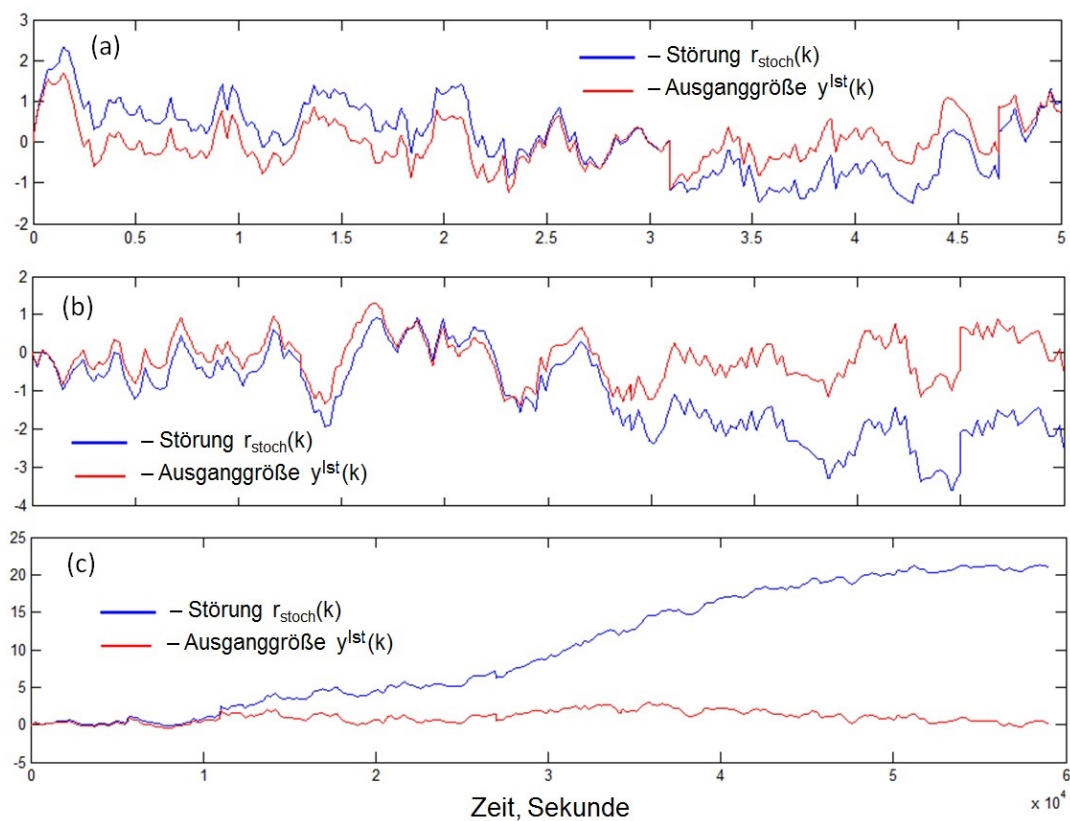


Abbildung 5.5: Ausgangsgröße y^{Ist} im geschlossenen System mit dem vorhandenen PI-Regler. (a) - 1. Iteration; (b) - 2. Iteration; (c) - 3. Iteration.

Die Regelgüte-Bewertung wird für verschiedene Verstärkungsfaktoren des PI-Reglers durch Simulation des Regelverhaltens separat für jede Iteration durch-

geführt. Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 5.6 dargestellt.

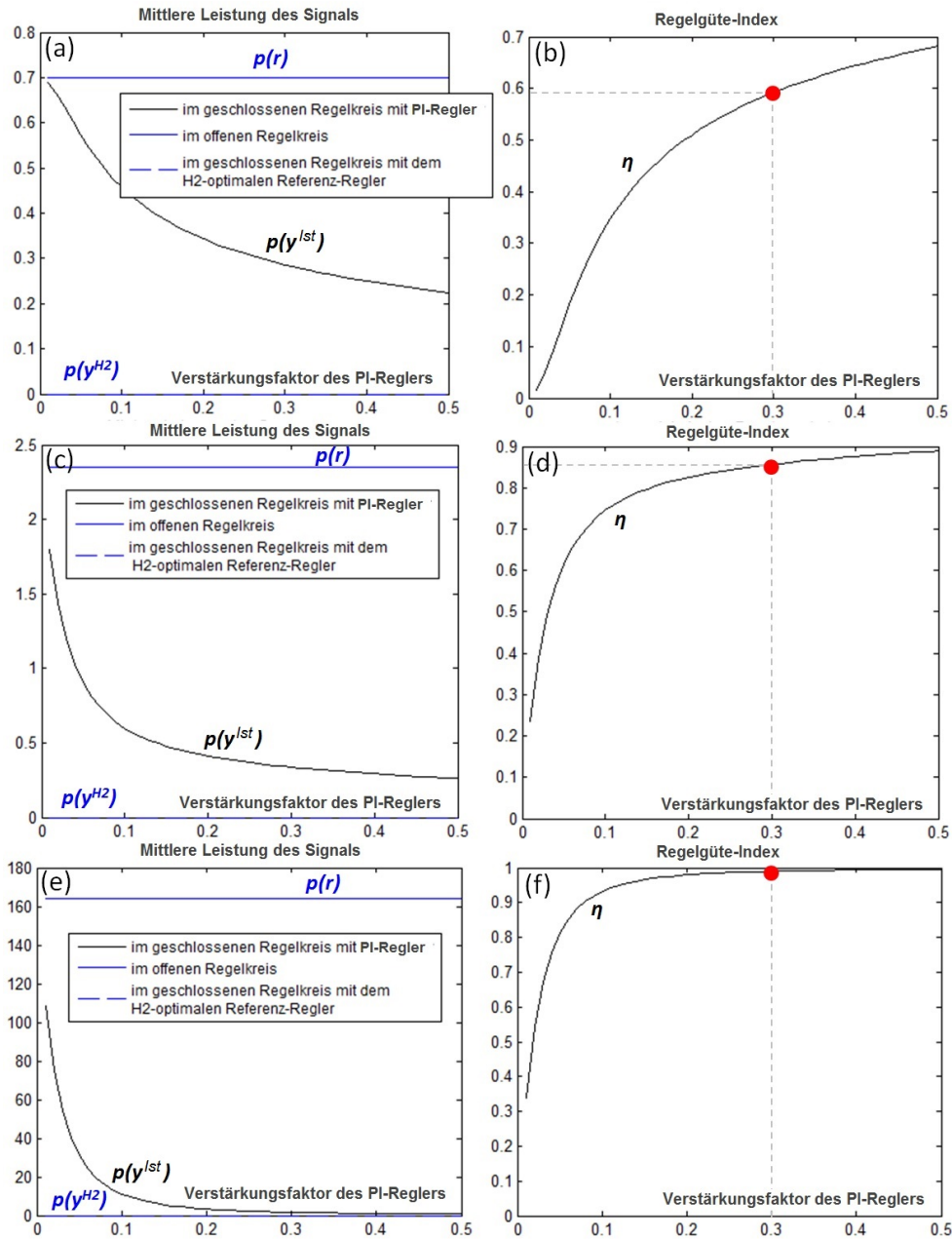


Abbildung 5.6: Bewertung der Regelgüte bei deterministischer Störung. (a) - mittlere Leistung des Systemausgangs in 1. Iteration; (b) - Regelgüte-Index in 1. Iteration; (c) - mittlere Leistung des Systemausgangs in 2. Iteration; (d) - Regelgüte-Index in 2. Iteration; (e) - mittlere Leistung des Systemausgangs in 3. Iteration; (f) - Regelgüte-Index in 3. Iteration;

Der Regelgüte-Index beträgt in der 1. Iteration $\eta = 0,59$ beim Verstärkungsfaktor des PI-Reglers $K_R = 0,3$. Unter Annahme, dass die mittlere Leistung des Systemausgangs im geschlossenen Regelkreis mit dem H_2 -optimalen Referenz-Regler y^{H_2} nahezu null beträgt, ermöglicht der vorhandene PI-Regler eine Dämpfung der Störgrößenauswirkung zu 59% der Gesamtleistung der Störung $r(k)$ und hat dementsprechend ein Verbesserungspotential von 41%. Der Regelgüte-Index beträgt in der 2. Iteration $\eta = 0,86$, so dass das Verbesserungspotential mit etwa 14% dementsprechend niedriger ist. In der 3. Iteration beträgt der Regelgüte-Index $\eta = 99\%$ und das Verbesserungspotential des Reglers ist daher marginal. Der Unterschied besteht im Anteil der niedrigen Frequenzen im Störungssignal, die durch den PI-Regler besser ausgeregelt werden. Die Störgrößekomponente im Bereich der niedrigen Frequenzen ist in der 3. Iteration besonders ausgeprägt und der vorhandene PI-Regler erreicht eine sehr gute Kompensation der Störung bezogen auf Gesamtenergie.

5.3 Anwendung der Bewertungsmethode bei deterministisch-stochastischer Störung

In diesem Abschnitt wird die Anwendung der Bewertungsmethode des Regelverhaltens beim Auftreten von kombinierten deterministisch-stochastischen Störungen anhand von Prozessdaten veranschaulicht. Der deterministisch-stochastische Charakter von Messdaten wird durch Erhöhung der Abtastzeit bis auf 200 Sekunden erreicht.

Die Modellidentifikation der stochastischen Störgrößekomponente wird nach vorheriger Stationarisierung der Messreihe für $r(k)$ durchgeführt. Anschließend erfolgt die Schätzung der deterministischen Komponente der Störung \hat{r}_{det} und die Identifikation des deterministischen Störgrößensmodells $G_{det}(z^{-1})$. Das deterministische Störgrößensmodell beschreibt dabei nur einen Anteil der Störungsdynamik, wobei die unbekannte Störgröße $d(k)$ mittels Least-Squares Beobachters geschätzt wird. Das Ergebnis der Stationarisierung ist in Abbildung 5.7 dargestellt.

Wie im Abschnitt 4.3.5 erläutert, wird die Minimum-Varianz-Regelung für die Bestimmung der Ausgangsgröße des Referenz-Systems bei stochastischer Störung angewendet. Die Ausgangsgröße des Referenz-Systems wird nach der Formel 4.133 berechnet. Es wird dabei den Prädiktionshorizont $m = 15$ genommen. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.8 dargestellt.

Die deterministische Komponente der Störung $\hat{r}_{det}(k)$ wird in analoger Vorgehensweise wie im ersten Beispiel im Abschnitt 5.2 durch ein Modell der 2. Ordnung approximiert. Die unbekannte Störgröße $d(k)$, die die restliche deterministische Störungsdynamik beinhaltet, wird mit Hilfe des Least-Squares Beobachters geschätzt. Das Ergebnis der Schätzung $\hat{d}(k)$ ist in Abbildung 5.9

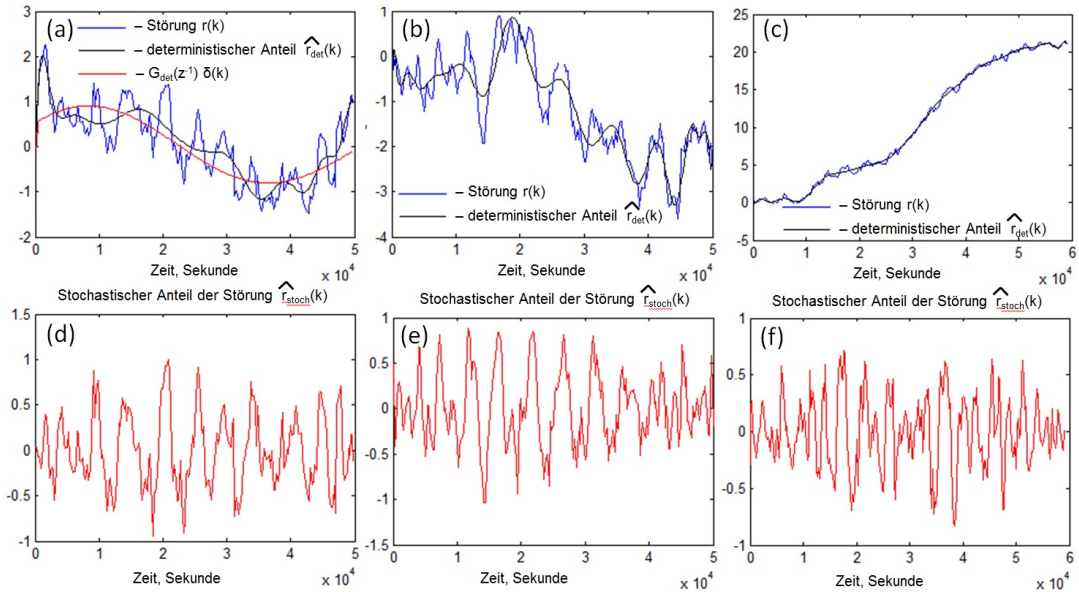


Abbildung 5.7: Bestimmung des deterministischen und stochastischen Störungsanteiles durch Stationarisierung. (a), (b), (c) - Deterministische Störungskomponente in 1., 2. und 3. Iteration; (d),(e), (f) - Stochastische Störungskomponente in 1., 2. und 3. Iteration

dargestellt.

Es wird im nächsten Schritt das Referenz-Regelungssystem auf Basis der H_2 -optimalen Regelung zwecks Berechnung des deterministischen Benchmark-Systemverhaltens $y^{H_2}(k)$ ausgelegt. Es wird zunächst die H_2 -optimale Referenz-Regelung ohne Störgrößenaufschaltung für $\hat{d}(k)$ ausgelegt und anschließend mit dem Ergebnis der Regelung mit einer Störgrößenaufschaltung verglichen. Das Ergebnis der Berechnung ist in Abbildung 5.10 dargestellt.

Das Systemverhalten im geschlossenen System mit dem H_2 -optimalen Referenz-Regler deutet auf eine nahezu komplette Eliminierung der deterministischen Störgrößenauswirkung auf die Ausgangsgröße. Der Verlauf der Ausgangsgröße $y^{H_2}(k)$ im geschlossenen Regelkreis mit dem H_2 -optimalen Referenz-Regler ohne und mit einer Störgrößenaufschaltung zeigen, dass die marginale Restdynamik durch die Störgrößenaufschaltung eliminiert werden kann. Die einzige Einschränkung für das Benchmark-Regelverhalten liegt somit im stochastischen Systemverhalten mit der Minimum-Varianz-Regelung, wie in Abbildung 5.8 dargestellt wird.

Im nächsten Schritt wird die Bewertung des Regelverhaltens mit dem vorhandenen PI-Regler durchgeführt. Das Benchmark-Systemverhalten setzt sich laut Formel (4.75) aus dem deterministischen Referenz-Systemverhalten $y^{H_2}(k)$ und dem stochastischen Referenz-Systemverhalten $y^{MVC}(k)$ zusammen. Die Regelgüte-

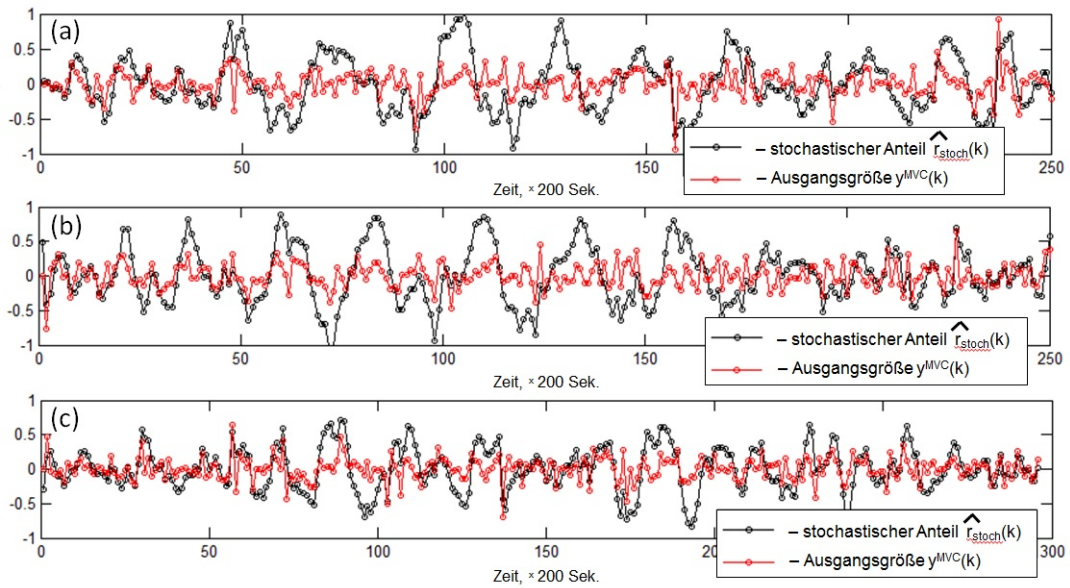


Abbildung 5.8: Berechnung des Benchmark-Systemverhaltens $y^{MVC}(k)$ mit der Minimum-Varianz-Regelung. (a) - 1. Iteration; (b) - 2. Iteration; (c) - 3. Iteration.

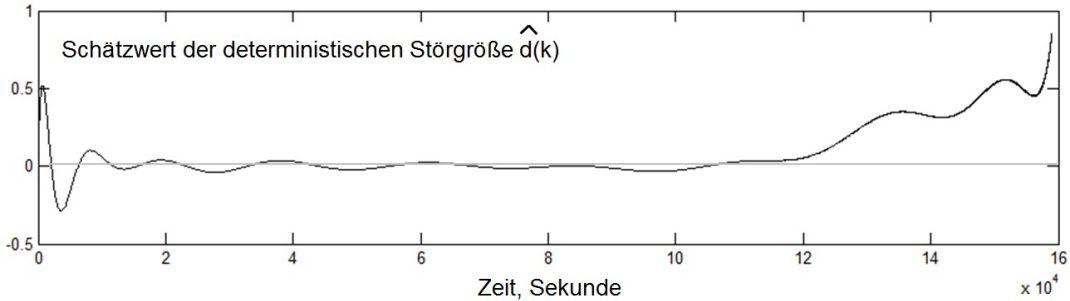


Abbildung 5.9: Schätzung der unbekannt Störgröße $\hat{d}(k)$ für alle Iterationen

Bewertung wird für verschiedenen Verstärkungsfaktoren des PI-Reglers durch Simulation des Regelverhaltens für jede Iteration separat durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.11 dargestellt.

Der Regelgüte-Index beträgt in der 1. Iteration $\eta = 0,64$ beim Verstärkungsfaktor des vorhandenen PI-Reglers $K_R = 0,3$. Dies bedeutet, dass der PI-Regler eine Dämpfung der Störungsenergie zu 64 % der Gesamtenergie der auftretenden Störung im Bezug auf das Benchmark-Regelverhalten ermöglicht und ein Verbesserungspotential von 36 % hat. In der 2. und 3. Iteration beträgt der Regelgüte-Index jeweils $\eta = 0,87$ und $\eta = 0,99$.

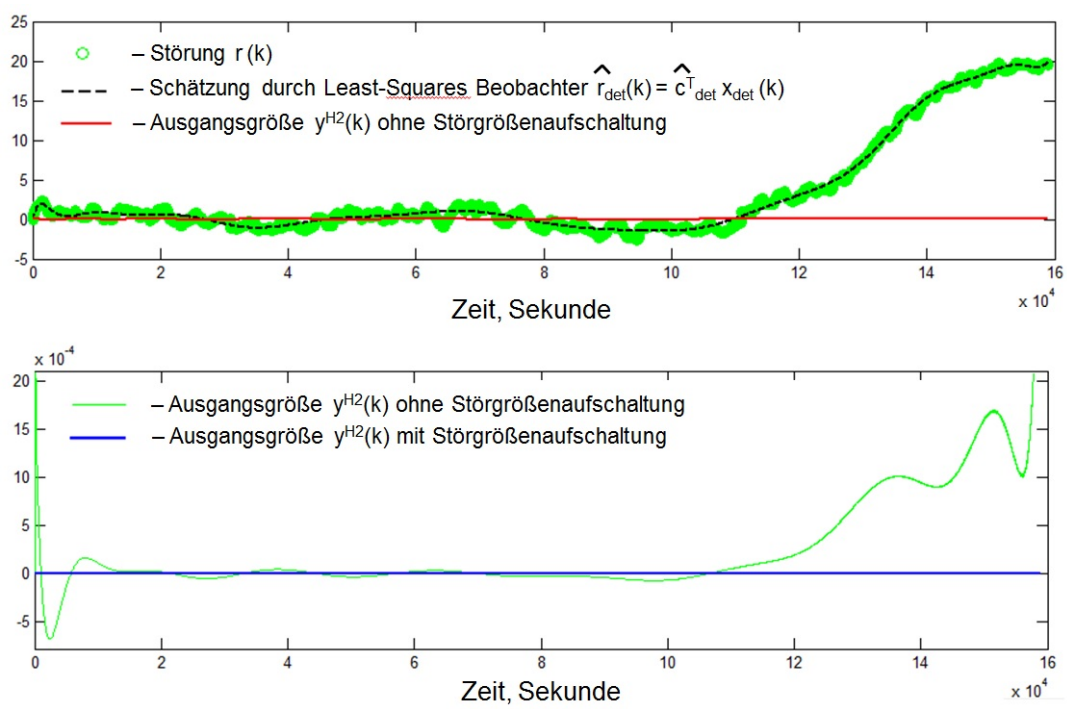


Abbildung 5.10: Berechnung des deterministischen Benchmark-Systemverhaltens bei deterministisch-stochastischer Störung

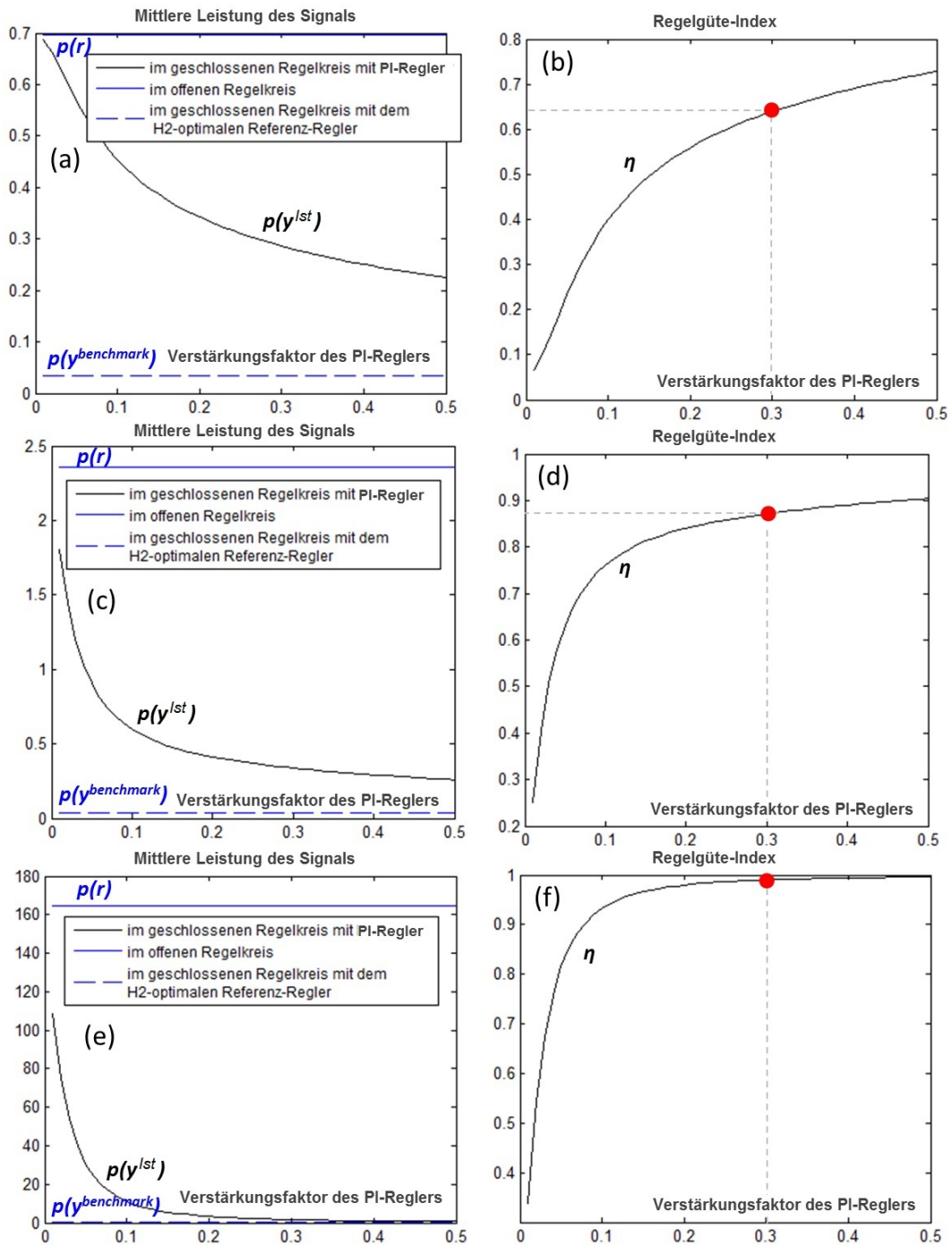


Abbildung 5.11: Bewertung der Regelgüte bei deterministisch-stochastischer Störung. (a) - mittlere Leistung des Systemausgangs in 1. Iteration; (b) - Regelgüte-Index in 1. Iteration; (c) - mittlere Leistung des Systemausgangs in 2. Iteration; (d) - Regelgüte-Index in 2. Iteration; (e) - mittlere Leistung des Systemausgangs in 3. Iteration; (f) - Regelgüte-Index in 3. Iteration;

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Es wurde in der vorliegenden Arbeit zum Ziel gesetzt, eine Methodik zur Bewertung des Regelverhaltens im geschlossenen Regelkreis bei kombinierten deterministischen und stochastischen Prozessstörungen zu erarbeiten und einen zu diesem Zweck passenden Regelgüte-Index zu formulieren. Wie in Kapitel 2 beschrieben wurde, sind die meisten Standardmethoden in ihrer Anwendung eingeschränkt und erfordern die Erfüllung von spezifischen Voraussetzungen hinsichtlich der einwirkenden Störgröße. So wird zum Beispiel eine sprunghafte Änderung des Sollwertes oder der Störgröße erfordert, um die Funktion der jeweiligen Methode zu garantieren. Es wurde also der Bedarf klargestellt, eine passende Maßzahl analog der Varianz bei stochastischer Betrachtung zu formulieren und eine Benchmark für die Bewertung der Regelgüte bei deterministischen und kombinierten deterministisch-stochastischen Störungen auszulegen.

Dadurch, dass zuverlässige Störgrößenmodelle eine wichtige Voraussetzung für die Bewertung des Regelverhaltens darstellen, ist die erarbeitete Bewertungsmethode mit der in Kapitel 3 beschriebenen Modellidentifikation verbunden. Die Identifikation des stochastischen Störgrößenmodells umfasst eine Stationarisierung der aufgenommenen Zeitreihe, Prüfung der Stationarität und anschließende Identifikation des ARMA-Modells für die stationarisierte Zeitreihe mit anschließende Fehlererkennung. Für die deterministische Störgrößenmodellierung wird in der Arbeit die Subspace-Identifikationsmethode betrachtet.

Eine Erkennung des Modellfehlers besteht im Vergleich des Modellresiduums mit dem weißen Rauschsignal mit Hilfe eines Hypothesen-Tests anhand der Q-Statistik, die nach der Identifikation eine Aussage über die Richtigkeit des Modells ermöglicht. Diese Vorgehensweise ist für eine iterative Modellidentifikation und Bewertung des Regelverhaltens geeignet. Es wurde in dieser Arbeit eine Vorgehensweise für die laufende Fehlererkennung im Störgrößenmodell ausgearbeitet. Sie basiert auf dem optimalen Beobachter, der eine Prädiktion der Störgröße anhand des Modells durchführt. Nach jeder Iteration der Identifikation des Störgrößenmodells wird der optimale Beobachter erneut initialisiert.

Die laufende Fehlererkennung wird auf Basis des Residuums realisiert. Im Rahmen der beobachtergestützten Fehlererkennung wird eine Entscheidung über die Notwendigkeit einer erneuten Modellidentifikation gemacht.

Eine Definition des Regelgüte-Indexes für deterministische und deterministisch-stochastische Bewertung des Regelverhaltens wurde in Kapitel 4 gegeben. Die Regelgüte des vorhandenen Regelkreises wird dabei anhand der L_2 -Norm des Ausgangssignals bewertet. Die somit berechnete Maßzahl wird der Regelgüte im geschlossenen System mit dem Referenz-Regler gegenübergestellt. Somit besteht eine Analogie zum Minimum-Varianz-Ansatz nach Harris bei stochastischer Störgröße. Bei deterministischer Störgröße wird die H_2 -optimale Referenz-Regelung formuliert. Bei kombinierten deterministisch-stochastischen Störgrößen wird die H_2 -optimale Regelung mit der Minimum-Varianz-Regelung kombiniert, um das Verhalten des Referenz-Systems zu ermitteln. Eine Formulierung der H_2 -optimalen Referenz-Regelung erfordert neben der Information über die Regelstrecke die Vorgabe des Modells der deterministischen Störstrecke. Aufgrund der Tatsache, dass die deterministische Störgrößendynamik sich im realen Prozess häufig verändert, wurde in dieser Arbeit der Ansatz bei teilweise unbekannter Störgrößendynamik vorgestellt, bei dem die unbekannte Störgröße mit Hilfe des Least-Squares Beobachters in der erweiterten Zustandsraumdarstellung geschätzt wird und durch eine separate Störgrößenaufschaltung kompensiert wird.

Wie in Kapitel 4 gezeigt wurde, stellt die Bewertungsmethode bei kombinierten deterministischen und stochastischen Prozessstörungen einen komplexeren Fall hinsichtlich der Berechnung des Benchmark-Systemverhaltens dar. Dabei muss eine eindeutige Trennung zwischen dem deterministischen und dem stochastischen Störgrößenanteil gemacht werden.

Bei der vollständig bekannten deterministischen Störgrößendynamik kann die deterministische Störgrößenauswirkung auf die Ausgangsgröße mit Hilfe einer Übertragungsfunktion und dem Dirac-Impuls als Eingangssignal beschrieben werden. In diesem Fall ist eine Beobachtung der unbekannt deterministischen Störgröße nicht erforderlich, so dass der Kalman-Filter für die Zustandsschätzung angewendet werden kann. Die Systembeschreibung wird allerdings mit stochastischen Pseudo-Zuständen des "farbigen" Rauschsignals erweitert, womit der Beobachter initialisiert wird. Es ist daher nur eine Erweiterung des Zustandsvektors mit zusätzlichen stochastischen Zustandsgrößen erforderlich und die Realisierung der Lösung unterscheidet sich im deterministisch-stochastischen Fall nicht vom deterministischen Fall mit bekannter Störgrößendynamik.

Bei einer teilweise unbekannt deterministischen Störgrößendynamik kann die bekannte Übertragungsfunktion der deterministischen Störstrecke nur teilweise die Prozessstörung beschreiben. Das Eingangssignal der deterministischen Störstrecke kann nicht als ein Dirac-Impuls beschrieben werden und muss mit

Hilfe eines Least-Squares Beobachters in erweiterter Zustandsraumdarstellung als unbekannte Störgröße geschätzt werden. Der Zustandsvektor des Gesamtsystems besteht dabei aus Zustandsgrößen der Regelstrecke, Zustandsgrößen der deterministischen Störstrecke, Pseudo-Zuständen der stochastischen Störstrecke sowie der unbekanntenen Störgröße als zusätzliche Zustandsgröße. Der Least-Squares Beobachter mit dem erweiterten Zustandsvektor wird angewendet, um die unbekanntene Störgröße zu schätzen, deren Auswirkung anschließend durch eine Störgrößenkompensation minimiert wird. Die H_2 -optimale Referenzregelung für die Bestimmung des Benchmark-Systemverhaltens bei deterministischer Störgröße wird über Zustandsrückführung formuliert. Für die stochastische Störgrößenkomponente wird analog zum stochastischen Ansatz nach Harris der Minimum-Varianz-Regler als Benchmark-Regler konzipiert. Die Bestimmung des Regelverhaltens des Referenz-Systems mit dem Minimum-Varianz-Regler basiert auf der Berechnung eines Prädiktionsfilters der Störgröße anhand der Information über das Modell der stochastischen Störstrecke und der Regelstrecke sowie über die Totzeit des Prozesses. Das Referenzverhalten im geschlossenen Regelkreis mit dem Minimum-Varianz-Regler kann ebenso direkt aus gemessenen Prozessdaten bei der bekannten Totzeit des Prozesses bestimmt werden.

In Kapitel 5 wird ein Beispiel für die Anwendung der Bewertungsmethode des Regelverhaltens anhand von Messdaten eines realen Regelkreises aus der chemischen Prozessindustrie gegeben. In diesem Beispiel wird gezeigt, dass der Zeitverlauf der Störgröße durch Variation der Abtastzeit als deterministisch-stochastisch oder als deterministisch interpretiert werden kann und dementsprechend unterschiedlich durch Bewertungsmethode zu behandelt ist.

Die in dieser Arbeit vorgestellte Methodik bietet einen Rahmen für die zukünftige Weiterentwicklung. Eine bedeutende Weiterentwicklung orientiert sich nach einer online Realisierung der erarbeiteten Algorithmen. Während die deterministische Bewertung des Regelverhaltens eine mangelhafte Information über die Änderung der deterministischen Störgrößendynamik durch laufende Beobachtung der unbekanntenen Störgröße und anschließende Störgrößenaufschaltung kompensieren kann, muss bei einer deterministisch-stochastischen Bewertung immer die aktuelle Information über die stochastische Störgrößenkomponente vorliegen. Ein u.U. sehr schnell ändernder Störgrößencharakter steht dabei im Konflikt mit dem hohen Rechenaufwand der vorgestellten Identifikationsmethoden. Eine online Realisierung der Modellidentifikation der Störgrößen mit der Fehlererkennung des Modells stellt daher einen zukünftigen Forschungsschwerpunkt dar.

Eine alternative Vorgehensweise der Modellidentifikation, die in dieser Arbeit nicht betrachtet wurde, ist die Anwendung von ARIMA-Modellen für die Modellierung von stochastischen Signalen, die durch instationäre deterministische Komponenten überlagert sind. Ein ARIMA-Modell beinhaltet eine Anzahl

von Integratoren, die den Differenzierungsschritten der Zeitreihe bei der Modellidentifikation entsprechen. Diese Vorgehensweise ist allerdings mit der Akausalität durch Differenzierung verbunden. Eine Formulierung der H_2 -optimalen Regelung ist für ein solches System ebenfalls erschwert. Diese alternative Möglichkeit bietet ebenfalls einen Rahmen für die weitere Forschung.

Darüber hinaus würde sich eine detaillierte Betrachtung von Problemen bei industriellen Prozessanwendungen anbieten, bei denen eine eindeutige Trennung zwischen der deterministischen und der stochastischen Störgrößenkomponente erschwert ist. Es wurde in dieser Arbeit keine Lösung bei deterministischen Störgrößen mit stochastisch verteilten Parametern vorgeschlagen, die in der Form von Ausreißern, schlagartig auftretenden Störeinflüssen und differenzienstationären Signalen vorkommen. Darüber hinaus soll es die Fragestellung der Beobachtbarkeit und der Minimalrealisierung eines identifizierten Störgrößenmodells näher betrachtet werden. Die Frage der Beobachtbarkeit und der Steuerbarkeit muss ebenfalls bei der Formulierung der H_2 -optimalen Benchmark-Regelung angesehen werden.

Literaturverzeichnis

- [1] ANDERSON, B. D. O. und J. B. MOORE: *Linear optimal control*. Prentice-Hall, Inc., 1971.
- [2] ANTONIOU, A. und W.-S. LU: *Practical optimization. Algorithms and engineering applications*. Springer Science+Business Media, 2007.
- [3] ÅSTRÖM, K. J.: *Introduction to stochastic control theory*. Academic Press, New York, 1970.
- [4] ÅSTRÖM, K. J., C. C. HANG, P. PERSSON und W. K. HO: *Towards intelligent PID control*. *Automatica*, 28(1):1–9, 1992.
- [5] BAUER, M., A. HORCH, L. XIE, M. JELALI und N. THORNHILL: *The current state of control loop performance monitoring-A survey of application in industry*. *Journal of Process Control*, 38:1–10, 2016.
- [6] BELLMAN, R. E. und S. E. DREYFUS: *Applied dynamic programming*. Princeton University Press, 1962.
- [7] BENDAT, J. S. und A. G. PIERSOL: *Random data: Analysis and Measurement Procedures*. John Wiley & Sons, 2010.
- [8] BERGH, L. G. und J. F. MACGREGOR: *Constrained minimum variance controllers: internal model structure and robustness properties*. *Industrial & engineering chemistry research*, 26(8):1558–1564, 1987.
- [9] BOHN, C. und H. UNBEHAUEN: *Identifikation dynamischer Systeme*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2016.
- [10] BOX, G. E. P., G. M. JENKINS, G. C. REINSEL und G. M. LJUNG: *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons, 2015.
- [11] CAO, S. und R. R. RHINEHART: *An efficient method for on-line identification of steady state*. *Journal of Process Control*, 5(6):363–374, 1995.
- [12] CHEN, G., G. CHEN und S.-H. HSU: *Linear stochastic control systems*. CRC Press, Inc., 1995.

- [13] CHEN, W. H., J. YANG, L. GUO und S. LI: *Disturbance-observer-based control and related methods—An overview*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 63(2):1083–1095, 2016.
- [14] COLLIS, W. B., P. R. WHITE und J. K. HAMMOND: *Higher-order spectra: the bispectrum and trispectrum*. Mechanical systems and signal processing, 12(3):375–394, 1998.
- [15] DANIELS, R. W.: *An introduction to numerical methods and optimization techniques*. Elsevier North-Holland, 1978.
- [16] DAROUACH, M., M. ZASADZINSKI, A. B. ONANA und S. NOWAKOWSKI: *Kalman filtering with unknown inputs via optimal state estimation of singular systems*. International journal of systems science, 26(10):2015–2028, 1995.
- [17] DAVIES, L. und U. GATHER: *The identification of multiple outliers*. Journal of the American Statistical Association, 88(423):782–792, 1993.
- [18] DESBOROUGH, L. und T. HARRIS: *Performance assessment measures for univariate feedback control*. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 70(6):1186–1197, 1992.
- [19] DING, S. X.: *Model-based fault diagnosis techniques*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [20] DING, S. X.: *Mehrgrößenregelung*. Fachgebiet Automatisierung und komplexe Systeme, Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Universität Duisburg-Essen, 2017. Skriptum zur Vorlesung.
- [21] DING, S. X.: *System and parameter identification and state estimation*. Fachgebiet Automatisierung und komplexe Systeme, Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Universität Duisburg-Essen, 2017. Skriptum zur Vorlesung.
- [22] DING, S.X.: *Robust control*. Fachgebiet Automatisierung und komplexe Systeme, Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Universität Duisburg-Essen, 2015. Skriptum zur Vorlesung.
- [23] DING, S.X.: *Advanced system and control theory*. Fachgebiet Automatisierung und komplexe Systeme, Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Universität Duisburg-Essen, 2016. Skriptum zur Vorlesung.
- [24] DÜNNEBIER, G. und M. VOM FELDE: *Performance Monitoring—Ein entscheidender Beitrag zur Optimierung der Betriebsführung*. Chemie Ingenieur Technik, 75(5):528–533, 2003.

- [25] ENDER, D. B.: *Process control performance: Not as good as you think*. Control Engineering, 40(10):180–190, 1993.
- [26] FAVOREEL, W., B. DE MOOR und P. VAN OVERSCHEE: *Subspace state space identification for industrial processes*. Journal of Process Control, 10:149–155, 2000.
- [27] FRANCIS, B. A.: *A course in H_∞ control theory*. Springer-Verlag, 1987.
- [28] GARCIA, C. E. und M. MORARI: *Internal model control. A unifying review and some new results*. Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development, 21(2):308–323, 1982.
- [29] GRIMBLE, M. J.: *Controller performance benchmarking and tuning using generalized minimum variance control*. Automatica, 38:2111–2119, 2002.
- [30] GRIMBLE, M. J.: *Restricted Structure Control Loop Performance Assessment For Pid Controllers And State-Space Systems*. Asian Journal of Control, 5(1):39–57, 2003.
- [31] HÄGGLUND, T.: *Automatic detection of sluggish control loops*. Control Engineering Practice, 7(12):1505–1511, 1999.
- [32] HÄGGLUND, T.: *Industrial implementation of on-line performance monitoring tools*. Control Engineering Practice, 13(11):1383–1390, 2005.
- [33] HÄGGLUND, T. und K. J. ÅSTRÖM: *Supervision of adaptive control algorithms*. Automatica, 36(8):1171–1180, 2000.
- [34] HÄNSLER, E.: *Statistische Signale: Grundlagen und Anwendungen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1997.
- [35] HARRIS, T. J.: *Assessment of control loop performance*. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 67(5):856–861, 1989.
- [36] HARRIS, T. J. und C. T. SEPPALA: *Recent developments in controller performance monitoring and assessment techniques*. In: *AICHE Symposium Series*, Seiten 208–222. New York; American Institute of Chemical Engineers; 1998, 2002.
- [37] HARRIS, T. J., C. T. SEPPALA und L. D. DESBOROUGH: *A review of performance monitoring and assessment techniques for univariate and multivariate control systems*. Journal of Process Control, 9(1):1–17, 1999.
- [38] HOFFMANN, R. und M. WOLFF: *Intelligente Signalverarbeitung 1. Signalanalyse*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014.

- [39] HORCH, A.: *Condition monitoring of control loops*. Doktorarbeit, Department of Signals, Sensors and Systems, Royal Institute of Technology, 2000.
- [40] HORCH, A. und A. J. ISAKSSON: *A modified index for control performance assessment*. *Journal of Process Control*, 9(6):475–483, 1999.
- [41] HUANG, B. und R. KADALI: *Dynamic modelling, predictive control and performance monitoring. A data-driven subspace approach*. Springer-Verlag, 2008.
- [42] HUANG, B. und S. L. SHAH: *Performance Assessment of Control Loops: Theory and Applications*. Springer-Verlag, 1999.
- [43] ISERMANN, R. und M. MÜNCHHOF: *Identification of dynamic systems. An introduction with applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [44] JÄMSÄ-JOUNELA, S. L., R. POIKONEN, N. VATANSKI und A. RANTALA: *Evaluation of control performance: methods, monitoring tool and applications in a flotation plant*. *Minerals Engineering*, 16(11):1069–1074, 2003.
- [45] JELALI, M.: *An overview of control performance assessment technology and industrial applications*. *Control engineering practice*, 14(5):441–466, 2006.
- [46] JELALI, M.: *Control performance management in industrial automation: assessment, diagnosis and improvement of control loop performance*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [47] KADALI, R. und B. HUANG: *Controller performance analysis with LQG benchmark obtained under closed loop conditions*. *ISA Transactions*, 41:521–537, 2002.
- [48] KAILATH, T., A. H. SAYED und B. HASSIBI: *Linear estimation*. Prentice Hall, 2000.
- [49] KANO, M., H. MARUTA, H. KUGEMOTO und K. SHIMIZU: *Practical model and detection algorithm for valve stiction*. *IFAC Proceedings Volumes*, 37(9):859–864, 2004.
- [50] KARDASH, S., C. MAUL und S. X. DING: *Bewertung der Regelgüte bei komplexen Prozessstörungen*. *atp magazin*, 61(4):80–89, 2019.
- [51] KREISS, J.-P. und G. NEUHAUS: *Einführung in die Zeitreihenanalyse*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
- [52] KUEHL, P. und A. HORCH: *Detection of sluggish control loops-experiences and improvements*. *Control engineering practice*, 13(8):1019–1025, 2005.

- [53] KWAKERNAAK, H. und R. SIVAN: *Linear optimal control systems*. Wiley-Interscience, 1972.
- [54] LI, Q., J. R. WHITELEY und R. R. RHINEHART: *A relative performance monitor for process controllers*. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 17(7-9):685–708, 2003.
- [55] LINZENKIRCHNER, E.: *Ein adaptives nichtlineares Filter für gestörte Messsignale*. Regelungstechnische Praxis, 22(11):392–395, 1980.
- [56] LIU, H., S. SHAH und W. JIANG: *On-line outlier detection and data cleaning*. Computers & chemical engineering, 28(9):1635–1647, 2004.
- [57] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 2: Mehrgrößensysteme, digitale Regelung*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 5. Auflage, 2008.
- [58] MATSUO, T., I. TADAKUMA und N. F. THORNHILL: *Diagnosis of a unit-wide disturbance caused by saturation in a manipulated variable*. IEEE Advanced Process Control Applications for Industry Workshop, Vancouver, April 26-28, 2004.
- [59] MITRA, S. K. und Y. KUO: *Digital signal processing: a computer-based approach*, Band 2. McGraw-Hill, 2001.
- [60] MÜLLER, K.: *Entwurf robuster Regelungen*. B. G. Teubner, 1996.
- [61] NEUSSER, K.: *Zeitreihenanalyse in den Wirtschaftswissenschaften*. Vieweg + Teubner Verlag, 2011.
- [62] OPPENHEIM, A. V., R. W. SCHAFER und J. R. BUCK: *Discret-time signal processing*, Band 2. Prentice Hall, 1999.
- [63] ORDYS, A., D. UDUEHI und M. A. JOHNSON: *Process control performance assessment: from theory to implementation*. Springer Science Business Media, 2007.
- [64] PANAGOPOULOS, H., T. HÄGGLUND und K. J. ÅSTRÖM: *The Lambda method for tuning PI controllers*. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, August 1997. Technical report.
- [65] PILLAY, N. und P. GOVENDER: *A data driven approach to performance assessment of PID controllers for setpoint tracking*. Procedia Engineering, 69:1130–1137, 2014.
- [66] PONTRYAGIN, L. S., V. G. BOLTYANSKII, R. V. GAMKRELIDZE und E. F. MISHCHENKO: *The mathematical theory of optimal processes*. Interscience publishers, 1965.

- [67] QIN, S. J.: *Control performance monitoring — a review and assessment*. Computers & Chemical Engineering, 23(2):173–186, 1998.
- [68] QIN, S. J.: *An overview of subspace identification*. Computers Chemical Engineering, 30:1502–1513, 2006.
- [69] SACHS, L. und J. HEDDERICH: *Angewandte statistik: Methodensammlung mit R*. Springer-Verlag, 2006.
- [70] SALSBUURY, T. I.: *A practical method for assessing the performance of control loops subject to random load changes*. Journal of Process Control, 15(4):393–405, 2005.
- [71] SALSBUURY, T. I.: *Control performance assessment for building automation systems*. IFAC Proceedings Volumes, 39(19):7–18, 2006.
- [72] SCHLITTEGEN, R. und B. H. J. STREITBERG: *Zeitreihenanalyse*. Oldenbourg Verlag München Wien, 2001.
- [73] SHARDT, Y., Y. ZHAO, F. QI, K. LEE, X. YU, B. HUANG und S. SHAH: *Determining the state of a process control system: Current trends and future challenges*. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 90(2):217–245, 2012.
- [74] SHOUKAT CHOUDHURY, M. A. A., S. L. SHAH und N. F. THORNHILL: *Diagnosis of poor control-loop performance using higher-order statistics*. Automatica, 40(10):1719–1728, 2004.
- [75] SHOUKAT CHOUDHURY, M. A. A., S. L. SHAH und N. F. THORNHILL: *Diagnosis of process nonlinearities and valve stiction: data driven approaches*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [76] SHOUKAT CHOUDHURY, M. A. A., D. S. SHOOK und S. L. SHAH: *Linear or nonlinear? A bicoherence based metric of nonlinearity measure*. In: *Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes 2006*, Seiten 617–622. 2007.
- [77] SHUMWAY, R. H. und STOFFER D. S.: *Time series analysis and its applications*. Springer Science + Business Media, 2011.
- [78] SKOGESTAD, S.: *Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning*. Journal of process control, 13(4):291–309, 2003.
- [79] SRINIVASAN, B., T. SPINNER und R. RENGASWAMY: *Control loop performance assessment using detrended fluctuation analysis (DFA)*. Automatica, 48(7):1359–1363, 2012.

- [80] STIER, W.: *Methoden der Zeitreihenanalyse*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001.
- [81] SUN, W. und Y.-X. YUAN: *Optimization theory and methods: nonlinear programming*, Band 1. Springer Science+Business Media, 2006.
- [82] SWANDA, A. P. und D. E. SEBORG: *Controller performance assessment based on setpoint response data*. American Control Conference, 1999. Proceedings of the 1999, 6:3863–3867, 1999.
- [83] THOME, H.: *Zeitreihenanalyse: Eine Einführung für Sozialwissenschaftler und Historiker*. Oldenbourg Verlag München Wien, 2005.
- [84] THORNHILL, N. F., M. A. A. S. CHOUDHURY und S. L. SHAH: *The impact of compression on data-driven process analyses*. Journal of Process Control, 14(4):389–398, 2004.
- [85] THORNHILL, N. F. und T. HÄGGLUND: *Detection and diagnosis of oscillation in control loops*. Control Engineering Practice, 5(10):1343–1354, 1997.
- [86] THORNHILL, N. F., B. HUANG und H. ZHANG: *Detection of multiple oscillations in control loops*. Journal of Process control, 13(1):91–100, 2003.
- [87] THORNHILL, N.F., M. OETTINGER und P. FEDENCZUK: *Refinery-wide control loop performance assessment*. Journal of Process Control, 9(2):109–124, 1999.
- [88] UNBEHAUEN, H.: *Regelungstechnik III: Identifikation, Adaption, Optimierung*. Vieweg und Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1988.
- [89] UNBEHAUEN, H.: *Regelungstechnik II: Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme*. Vieweg und Sohn Verlag, Wiesbaden, 2007.
- [90] VAN OVERSCHEE, P. und B. DE MOOR: *Subspace identification for linear systems: Theory, Implementation, Applications*. Springer Science Business Media, 2012.
- [91] VERONESI, M. und A. VISIOLI: *Performance assessment and retuning of PID controllers*. Industrial & Engineering Chemistry Research, 48(5):2616–2623, 2009.
- [92] VOGEL, J.: *Prognose von Zeitreihen*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015.

- [93] WELCH, P.: *The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms.* IEEE Transactions on audio and electroacoustics, 15(2):70–73, 1967.
- [94] WILLEMS, J. C.: *Deterministic least squares filtering.* Journal of econometrics, 118(1):341–373, 2004.
- [95] WOLFF, F. und S. KRÄMER: *Regelgütemanagement - Überwachung und Optimierung der Basisregelung.* atp edition, 3:56–64, 2014.
- [96] ZHOU, K. und J. C. DOYLE: *Essentials of robust control.* Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998.
- [97] ZHOU, K., J. C. DOYLE und K. GLOVER: *Robust and optimal control.* Prentice Hall, Inc., 1996.

DuEPublico

Duisburg-Essen Publications online

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Offen im Denken

ub | universitäts
bibliothek

Diese Dissertation wird über DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt und liegt auch als Print-Version vor.

DOI: 10.17185/duepublico/70701

URN: urn:nbn:de:hbz:464-20191108-132004-8

Alle Rechte vorbehalten.