

Deep Learning zur Viergelenksynthese unter Verwendung der Fourier-Koeffizienten der Koppelkurve

Deep Learning for Planar Four-bar Linkage Synthesis

Alexandra Mercader, Anian Leyerer, Franz Irlinger, Tim C. Lueth, Technische Universität München, Lehrstuhl für Mikrotechnik und Medizingerätetechnik, 85748 Garching, Deutschland, alexandra.mercader@tum.de

Kurzfassung

Dieser Artikel beschreibt einen neuen Ansatz für die Synthese von Viergelenkketten. Die Fourier-Koeffizientenanalyse zur Beschreibung geschlossener Kurven erlaubt das Verständnis einiger Besonderheiten der Koppelkurven. Diese Analyse ist deshalb interessant, weil sie es ermöglicht, die Form jeder Kurve zu speichern. Diese Form kann dann als Merkmal für den Aufbau eines neuronalen Netzwerks verwendet werden. Dieses Netzwerk wird dann trainiert, um die Parameter des zugrundeliegenden Mechanismus zu ermitteln. Diese Regression zwischen den Fourier-Koeffizienten der geschlossenen Kurve und den Abmessungen des Mechanismus wird ausführlich beschrieben und ausgewertet, um den Mehrwert dieses Ansatzes für die kinematische Synthese der Viergelenkkette zu verstehen.

Abstract

This article describes a new approach for the synthesis of four-bar mechanisms. Fourier coefficient analysis for the description of closed curves provides an understanding of some of the particularities of coupler curves. This analysis is relevant as it allows the shape of each curve to be stored in memory. This form can then be used as a characteristic for neural network modeling. This network is trained to retrieve the parameters of the original mechanism from the Fourier coefficients of the curve. This regression between the coefficients of the closed curve and the dimensions of the mechanism is discussed in detail and evaluated to understand the benefits of this approach for the kinematic synthesis of the planar four-bar linkage.

1 Einleitung

Die kinematische Synthese von Viergelenk-Mechanismen wird auf verschiedene Weise gelöst. In diesem Artikel wird nur die Maßsynthese einer Kurbelschwinge betrachtet. Die Methoden zur Synthese von Mechanismen aus Lagen oder aus Punktlagen variieren, können aber miteinander verglichen werden, da zwei Punkte zu einer Lage assoziiert werden können und eine Lage im Falle eines ersten Ansatzes auf einen Punkt reduziert werden kann [1]. Die am häufigsten verwendete Methode ist die grafische Synthese [2, 3]. In der ebenen Synthese ist bekannt, dass maximal fünf Lagen berücksichtigt werden können. Für eine größere Anzahl an Lagen werden Optimierungsmethoden verwendet, um eine Lösung für den gewünschten Pfad zu approximieren [4, 5]. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, Atlanten zu beobachten und mit bloßem Auge oder per Computer den am besten geeigneten Mechanismus zu wählen [6]. In aktuellen Forschungsarbeiten wurden bereits Regressionstests zwischen den Fourier-Koeffizienten der Koppelkurve und den Parametern der Viergelenkkette durchgeführt [7, 8].

Die Versuche, die durchgeführt wurden, um eine Regression zwischen den Fourier-Koeffizienten und den Parametern des Mechanismus zu ermitteln, liefern jedoch keine Grundlage für einen Leistungsvergleich von Deep Learning Algorithmen für die mechanische Synthese. Darüber hinaus wurde die Bedeutung von Fourier-

Koeffizienten bei Koppelkurven ebenfalls nicht untersucht.

Zunächst werden Fourier-Koeffizienten analysiert und eine Klassifizierung durchgeführt, um die verschiedenen Kurventypen aus der Perspektive der Fourier-Koeffizienten besser zu verstehen. Dann wird der Grund für die Auswahl des Algorithmus näher erläutert und die Auswirkung der Variation von Fourier-Koeffizienten auf die Maße des Mechanismus veranschaulicht. In einem zweiten Teil werden die allgemeinen Ergebnisse vorgestellt und in einem letzten Teil wird die Verwendung des Algorithmus an einem Beispiel dargestellt. Die in diesem Artikel verwendete Nomenklatur und Bedingungen sind in Bild 1 definiert.

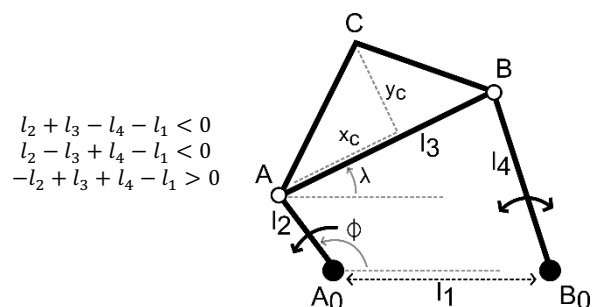


Bild 1 Nomenklatur und Bedingungen für die Maße der Viergelenkkette

2 Fourier-Koeffizienten für geschlossene Koppelkurven

2.1 Zerlegung in Fourier-Koeffizienten

Die Koppelkurve wird parametrisch definiert, wie in [7]. Zu diesem Zweck werden 100 äquidistante Werte des ϕ -Winkels zwischen 0 und 2π gewählt, um die diskreten Werte der Koppelkurve C zu berechnen. Die parametrische Gleichung wird durch die Gleichungen zum Schließen des Mechanismus abgeleitet.

$$C = \frac{l_2}{l_1} e^{j\phi} + \frac{1}{l_1} (x_c + jy_c) e^{j\lambda} \quad (1)$$

Die Fourier-Koeffizienten einer geschlossenen Kurve ermöglichen es, die reinen Formen der Kurven zu vergleichen, ohne ihre Ausrichtungen, Positionen und Größenordnungen zu berücksichtigen. Für Mechanismen reduzieren Fourier-Koeffizienten auch die räumlichen Dimensionen der Kurvenparameter, indem nur die tiefen Frequenzen beibehalten werden. In [9] sind die niedrigen Frequenzen ausreichend, um ein Beispiel für eine Koppelkurve zu rekonstruieren. Durch eine mathematische Technik namens Hauptkomponentenzerlegung [10] kann die tatsächliche Größe des Raums des Fourier-Koeffizienten einer Viergelenkkette jedoch genauer ermittelt werden.

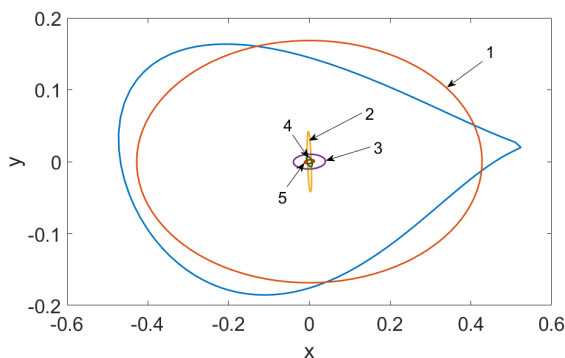


Bild 2 Erste fünf Harmonische einer Koppelkurve einer Viergelenkkette und die ursprüngliche Kurve (blau)

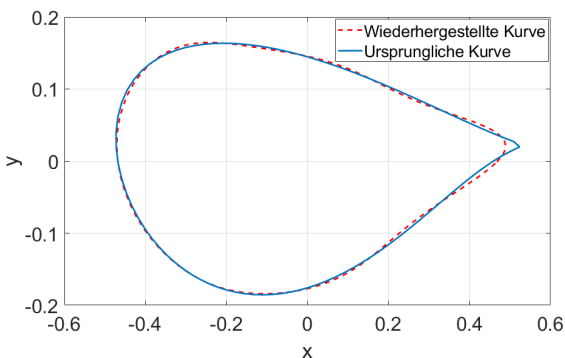


Bild 3 Wiederhergestellte Kurve aus dem fünf Harmonischen von der ursprüngliche Koppelkurve

Vor der Analyse der Koeffizienten wird die Koppelkurve normiert und parametrisiert, so dass nur die Geometrie verglichen wird. Dabei beeinflussen Orientierung, Position, Skalierung und Parametrisierung der Kurve die Fourier-Koeffizienten. Da jede Kurve eine unendliche Anzahl an möglichen Parametrisierungen hat, ist es wichtig, diesen Schritt durchzuführen und für jede Kurve eine Parametrisierung zu definieren. Die gewählte Parametrisierung ist so ausgelegt, dass die Geschwindigkeit des Bahnverlaufes konstant ist, mit einer Periode von 1. Die Position, Ausrichtung und Skalierung werden ebenfalls ignoriert, da das Gestell neu ausgerichtet und verschoben werden kann und seine Maße proportional zur Größe des Kurvenverlaufs sind. Ein Beispiel für eine normierte Kurve und ihre jeweiligen Koeffizienten ist in Bild 2 dargestellt.

Jede Harmonische ist eine Ellipse, deren Hauptorientierung und Länge der Achsen durch Fourier-Koeffizienten leicht überprüfbar sind. Wie in der Abbildung zu sehen ist, schrumpfen die Ellipsen zunehmend. Tatsächlich sind nur die ersten fünf Harmonischen wichtig, um die Kurve darzustellen. Die aus den fünf Harmonischen wiederhergestellte Kurve ist in Bild 3 dargestellt.

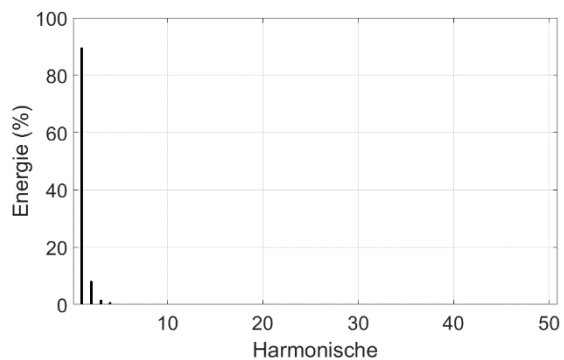


Bild 4 Abbildung der 50 ersten Harmonischen des Datensatzes der Koppelkurven

2.2 Hauptkomponentenanalyse

Um zu rechtfertigen, dass nur fünf Harmonische benötigt werden, erlaubt uns die Hauptkomponentenanalyse, die räumliche Dimension der Fourier-Koeffizienten der Koppelkurven zu untersuchen. Die Maße des Datensatzes variieren zwischen $1/3$ und 3 , und l_1 ist immer gleich 1 . Der Beitrag jedes der ersten 50 Eigenwerte der Kovarianzmatrix des Koeffizientensatzes ist in Abbildung 4 dargestellt. Dabei ist ersichtlich, dass fünf Dimensionen ausreichend sind, um diesen Satz darzustellen. Dadurch werden die Koeffizienten auf 10 Werte reduziert, die fünf positiven und negativen Frequenzen entsprechen, wobei negative Frequenzen ebenfalls eine Rolle bei der Darstellung der Kurve spielen, aber keine physikalische Bedeutung haben. Diese Analyse zeigt auch, dass die Koppelkurven nur Frequenzen zwischen dem Ein- und Fünffachen der Getriebefrequenz aufweisen.

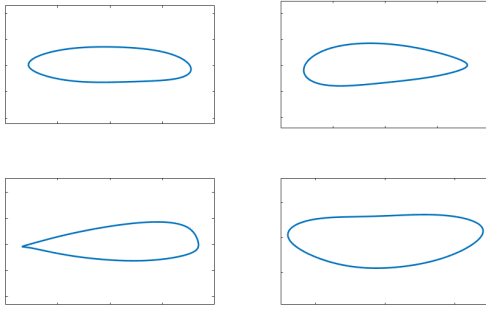


Bild 5 Klassenzentren nach dem k-Means-Algorithmus (Rückwärts-Fourier-Transformation)

2.3 Klassifizierung der Koeffizienten

Eine abschließende Analyse besteht darin, die Koeffizienten unüberwacht zu klassifizieren. Dazu wird der k-Means-Algorithmus [11] verwendet, um die verschiedenen Kurventypen zu erfassen, die im Datensatz vorhanden sind. Die Ergebnisse werden für 2, 3, 4 und 5 Klassen berücksichtigt. Dabei zeigt sich, dass eine Anzahl von 4 Klassen ideal ist, da jeder Klasse eine einzigartige Form zugewiesen werden kann. Bild 5 zeigt die Klassenzentren nach dem k-Means-Algorithmus, die zufällig mit einer Probe des Datensatzes initialisiert wurden. Die Ergebnisse zeigen, dass die Koppelkurven vier verschiedene Formen haben: mit der Spitze nach rechts oder nach links und mit einer ziemlich flachen Trajektorie oben oder unten. Natürlich kann es komplexere Trajektorien mit Doppel- oder Tripelpunkten geben. Diese Geometrien sind in diesem Datensatz jedoch nicht dominant. Das bedeutet, dass der Algorithmus nicht in der Lage sein wird, solche Kurven zu approximieren.

2.4 Nachteile der Datenbank-Suche

Wie bereits in [9] erläutert, ermöglicht die erste Anwendung der Fourier-Koeffizienten Theorie in der Industrie eine schnelle Suche in einer Datenbank nach der nächstgelegenen Kurve, die den gewünschten Punktlagen entspricht. Dann werden die Maße des Mechanismus optimiert, um eine genauere Annäherung an die gewünschte Kurve zu erhalten. Eine einfache Änderung der Abmessungen einer Viergelenkkette führt jedoch oft zu einer vollständigen Verformung der Kurve. Dadurch wird die Optimierung komplexer, da das Verhältnis zwischen der Kurve und den Abmessungen des Mechanismus nicht linear ist. Dieses Verhältnis wurde von Beyer [3] bereits in der Formel der impliziten Gleichung der Koppelkurve nachgewiesen. Um die Nichtlinearität dieser Beziehung zu visualisieren, veranschaulicht Bild 6 die Variation des euklidischen Abstands zwischen einem Fourier-Koeffizientenvektor und den 50 nächsten, die mit den Maßen der Viergelenkkette linear erzeugt wurden. Die

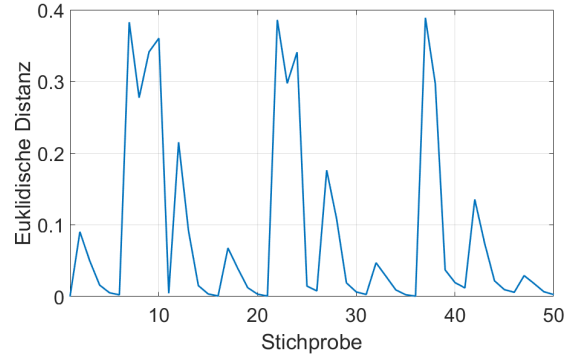


Bild 6 Euklidische Distanz zwischen einer Einzelprobe und den nächsten fünfzig Proben

euklidische Distanz zwischen zwei Vektoren F_1 und F_2 mit n Koeffizienten wird auf diese Weise einfach berechnet:

$$D(F_1, F_2)^2 = \sum_{i=1}^n |F_{1i} - F_{2i}|^2 \quad (2)$$

Da die Beziehung zwischen Maße und Fourier-Koeffizienten nicht linear ist und die Anzahl der verfügbaren Daten unbegrenzt ist, eignen sich neuronale Netze besonders, um die Abhängigkeit zu approximieren und das Problem der Maßsynthese zu lösen.

3 Algorithmus und Ergebnisse

3.1 Beschreibung des Verfahrens

Bild 7 illustriert die verschiedenen Schritte des verwendeten Verfahrens. Das neuronale Netz erhält als Eingabe die Fourier-Koeffizienten der normierten, zentrierten und reduzierten Kurve. Die Maße des Mechanismus werden am

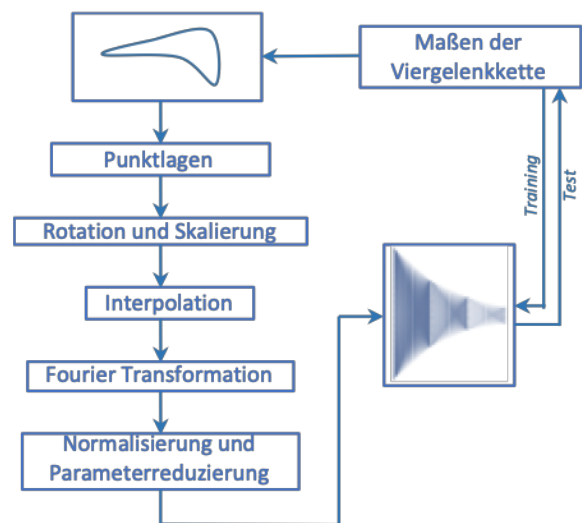


Bild 7 Blockdiagramm des verwendeten Verfahrens

Output für das Training verwendet und während der Testphase mit den gewünschten Dimensionen verglichen. Zusätzlich wird die den Ausgangsmaßen entsprechende Kurve analysiert, falls diese existiert. Um die Performance dieses Algorithmus zu bestimmen, fasst die Ergebnistabelle 1 die Berechnungen der durchschnittlichen Distanz zwischen der gewünschten und der erhaltenen Kurve einer Testprobe zusammen. Der berechnete Abstand E_c ist die kleinere Summe der Abstände zwischen den einzelnen Punkten auf den beiden Kurven. Dadurch bleibt die Reihenfolge der Punkte in der Berechnung erhalten, die wie folgt berechnet wird:

$$E_c = \frac{1}{l} \min \left(\sum_{i=1}^l |C_t(i) - C_o(j+i)| \right) \quad (3)$$

C_t ist dabei die gewünschte Kurve, C_o die ausgegebene Kurve und l der Anzahl an Punktlagen.

Das neuronale Netz wird jedoch nur durch eine reine Backpropagation optimiert, die den Fehler zwischen dem gewünschten Output t und dem durch Forward Propagation erzeugten Output o berücksichtigt. Der Fehler ist in diesem Fall:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - o_i)^2 \quad (4)$$

Da die Maße des Mechanismus immer positiv sind und die verwendete Aktivierungsfunktion die Sigmoidfunktion ist, ist es wichtig, die beiden Fälle zu trennen. Darüber hinaus müssen aufgrund der beiden möglichen Konfigurationen einer Kurbelschwinge auch zwei weitere berücksichtigt werden. Insgesamt sind vier Konfigurationen des Mechanismus möglich. Bild 8 zeigt die verschiedenen Konfigurationen.

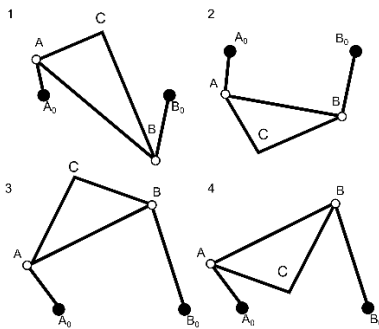


Bild 8 Vier mögliche Konfigurationen für vier verschiedene Netze

3.2 Ergebnisse

Für jede Konfiguration sind die Ergebnisse von 1, 2 und 3 verborgenen Schichten in Bild 9 dargestellt. Die Ergebnisse variieren je nach Anzahl der verborgenen Schichten. Der minimale quadratische Fehler liegt bei etwa 0,1 für die Maße des Mechanismus, was auch eine andere Kurve als die gewünschte erzeugen kann. Das Interessanteste ist, den Fehler auf der Kurve zu betrachten, wie im vorherigen Absatz erläutert. Für drei verborgene

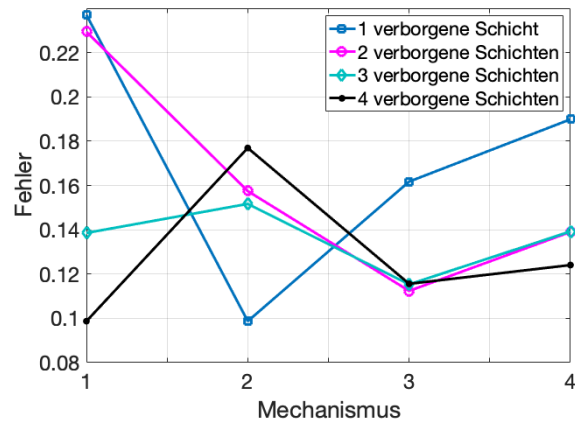


Bild 9 Fehler P für die verschiedenen Mechanismen 1 bis 4

Schichten ist der Fehler P für jede Konfiguration des Mechanismus am stabilsten. Tabelle 1 zeigt den Fehler für drei verborgene Schichten.

Tabelle 1 Fehler E_c für drei verborgene Schichten

| Mechanismus | | Fehler | | | |
|---------------------|--|--------|--------|--------|--------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Position (skaliert) | | 0.1013 | 0.1164 | 0.3536 | 0.1254 |

Der Fehler wird auf der normierten Kurve berechnet, bei der die Breite auf 1 reduziert wird. Dieser Fehler setzt auch voraus, dass die Reihenfolge der Punkte eingehalten wird, was die Größenordnung der erhaltenen Werte erklärt. Für zwei verborgene Schichten kann der Algorithmus jedoch eine Kurve mit einer Genauigkeit von etwa einem Zehntel der Gesamtbreite der Kurve approximieren.

4 Zusammenfassung

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Nichtlinearität der Beziehung zwischen den Abmessungen einer Kurbelschwinge und ihrer Koppelkurve mit Hilfe von Deep Learning Verfahren angenähert werden kann. Diese Forschung wird nur an einem Viereck-Mechanismus durchgeführt, um zunächst herauszufinden, wie präzise dieser Ansatz ist und wie brauchbar dieses Verfahren ausfällt. Obwohl die Ergebnisse nicht mit anderen Methoden verglichen wurden, haben nur wenige Arbeiten eine detaillierte Studie über die Verwendung dieses Algorithmus durchgeführt. Dadurch ergeben sich neue Anwendungen, wie zum Beispiel die Synthese von Mechanismen aus Punktlagen, die mit optischen Instrumenten gemessen werden.

Durch diese Ergebnisse ergeben sich jedoch viele Forschungsmöglichkeiten. Zwar sind neuronale Netze sehr beliebt, aber andere Deep Learning Algorithmen, die die Mechanismus-Synthese besser repräsentieren können, könnten getestet werden, um die Synthese von Mechanismen im Allgemeinen zu beschleunigen und zu automatisieren.

5 Literatur

- [1] Alt, H.: *Über die Erzeugung gegebener ebener Kurven mit Hilfe des Gelenkviereckes.*, *Z. angew. Math. Mech.* (1923) 3-1, S. 13–19.
- [2] McCarthy, J. M.; Soh, G. S., *Geometric Design of Linkages*, 2nd ed. New York, NY: Springer Science+Business Media LLC, 2011.
- [3] Beyer, R., *Kinematische Getriebesynthese*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1953.
- [4] Cabrera, J. A.; Simon, A.; Prado, M.: *Optimal synthesis of mechanisms with genetic algorithms.*, *Mechanism and Machine Theory*. (2002) 37-10, S. 1165–1177.
- [5] Lin, W.-Y.: *A GA–DE hybrid evolutionary algorithm for path synthesis of four-bar linkage.*, *Mechanism and Machine Theory*. (2010) 45-8, S. 1096–1107.
- [6] Hrones, J. A.; Nelson, G. L., *Analysis of the Four-Bar Linkage: Its Application to the Synthesis of Mechanisms*: The MIT Press, 1951.
- [7] Li, X.; Chen, P.: *A Parametrization-Invariant Fourier Approach to Planar Linkage Synthesis for Path Generation.*, *Mathematical Problems in Engineering*. (2017).
- [8] Vasiliu, A.; Yannou, B.: *Dimensional synthesis of planar mechanisms using neural networks: application to path generator linkages.*, *Mechanism and Machine Theory*. (2001) 36-2, S. 299–310.
- [9] McGarva, J.; Mullineux, G.: *Harmonic representation of closed curves.*, *Applied Mathematical Modelling*. (1993) 17-4, S. 213–218.
- [10] Pearson, K.: *On lines and planes of closest fit to systems of points in space.*, *Philosophical Magazine*. (1901) 2, S. 559–572.
- [11] Forgy, E.: *Cluster analysis of multivariate data: efficiency versus interpretability of classifications.*, *Biometrics*. (1965) -21, S. 768–780.

Deep Learning zur Viergelenksynthese unter Verwendung der Fourier-Koeffizienten der Koppelkurve

Mercader, Alexandra; Leyerer, Anian; Irlinger, Franz; Lueth, Tim C.

In: IFToMM D-A-CH Konferenz / Fünfte IFToMM D-A-CH Konferenz 2019

Dieser Text wird über DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt.

Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

DOI: <https://doi.org/10.17185/duepublico/48190>

URN: <urn:nbn:de:hbz:464-20190221-174021-9>

Link: <https://duepublico.uni-duisburg-essen.de:443/servlets/DocumentServlet?id=48190>

Lizenz:

Sofern nicht im Inhalt ausdrücklich anders gekennzeichnet, liegen alle Nutzungsrechte bei den Urhebern bzw. Herausgebern. Nutzung - ausgenommen anwendbare Schrankenregelungen des Urheberrechts - nur mit deren Genehmigung.