

Duale Quaternionen für die Simultane Lokalisierung und Kartierung

Charaf Eddine, Sami; Weil, Sascha; Corves, Burkhard

In: IFToMM D-A-CH Konferenz / Vierte IFToMM D-A-CH Konferenz 2018

Dieser Text wird über DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt.

Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

DOI: <https://doi.org/10.17185/duepublico/45338>

URN: <urn:nbn:de:hbz:464-20180213-160138-0>

Link: <http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DocumentServlet?id=45338>

Duale Quaternionen für die Simultane Lokalisierung und Kartierung

Simultaneous Localisation and Mapping based on Dual Quaternions

Sami Charaf Eddine, Sascha Weil und Burkhard Corves, RWTH Aachen University, Institut für Getriebetechnik, Maschinendynamik und Robotik, 52072 Aachen, Deutschland, charaf_eddine@igmr.rwth-aachen.de

Kurzfassung

Die simultane Lokalisierung und Kartierung (engl. Simultaneous Localisation and Mapping bzw. SLAM) adressiert das Henne-Ei-Problem, die Karte einer unbekanntenen Umgebung zu erstellen und gleichzeitig den Pfad, also die Historie der geschätzten Posen eines mobilen Roboters, in dieser Karte zu bestimmen [1]. In der Literatur wurden zahlreiche Ansätze zur Lösung dieses Problems veröffentlicht, wobei heute der graphentheoretische Ansatz am weitesten verbreitet ist [2, 3]. Die Parametrisierung der Posen erfolgt dabei klassischerweise durch eine homogene Transformationsmatrix oder einen Positionsvektor und eine Quaternion.

In [4] wird erstmals ein Ansatz vorgestellt, der die Posen und die relativen Transformationen zwischen ebendiesen mit Hilfe dualer Quaternionen \check{q} parametrisiert (Abb. 1). Die Posen werden als Knoten und die relativen Transformationen als Kanten modelliert. Die initiale Schätzung der Knoten des Graphen erfolgt auf Grundlage der – oftmals ungenauen – Odometrie. Demgegenüber werden die Kanten durch Registrierung der an den entsprechenden Posen aufgenommenen laser- oder radarbasierten Messdaten parametrisiert. Als Ergebnis dieser Registrierung wird neben der relativen Transformation zusätzlich deren Unsicherheit in Form der Informationsmatrix \mathbf{I} angegeben. Kanten, die nicht durch eine Registrierung, sondern durch Wiedererkennung einer vorherigen Pose entstehen, führen zu einer Kreisbeziehung im Graphen, sog. Loop Closure.

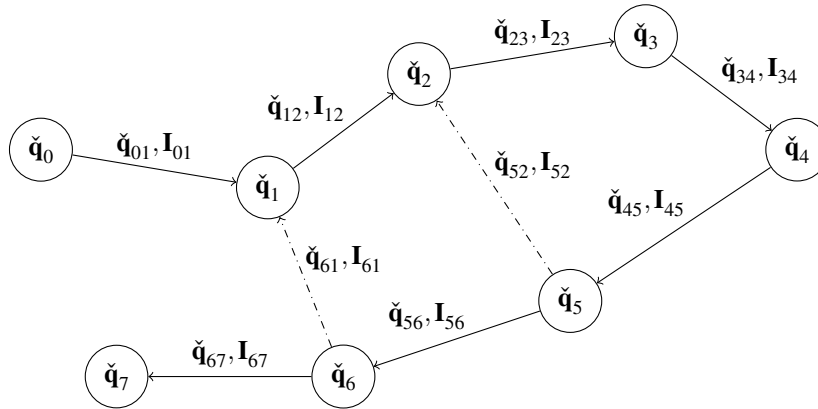


Abbildung 1: Graph-SLAM-Formulierung mit dualen Quaternionen (Loop Closures sind gestrichelt dargestellt)

Zur Optimierung des Graphen in Abb. 1 wird jeder Kante eine Fehlerfunktion zugewiesen, die die Abweichung der gemessenen relativen Transformation \check{q}_{ij} von der zwischen zwei Posen \check{q}_i und \check{q}_j berechneten relativen Transformation bemisst. Für zwei aufeinander folgende Posen \check{q}_i und \check{q}_j lässt sich der relative Posenfehler \mathbf{e}_{ij} mit Hilfe des inversen Kompositionsopters \ominus wie folgt definieren:

$$\mathbf{e}_{ij}(\check{q}_i, \check{q}_j) = (\check{q}_j \ominus \check{q}_i) \ominus \check{q}_{ij} \quad (1)$$

Unter Verwendung der Informationsmatrix \mathbf{I}_{ij} wird jetzt der zu minimierende Gesamtfehler des Systems als die Summe der quadrierten Mahalanobis-Distanzen berechnet:

$$\check{q}^* = \operatorname{argmin}_{\check{q}} \sum_{ij} \mathbf{e}_{ij}^T \mathbf{I}_{ij} \mathbf{e}_{ij} \quad (2)$$

Zur Lösung von Gl. (2) wird der bekannte, iterative Gauss-Newton Algorithmus eingesetzt. Um eine überparametrisierte Darstellung zu vermeiden, wird der tatsächliche Posenraum, hier der Raum der dualen Einheitsquaternionen, als Mannigfaltigkeit betrachtet. Jeder Optimierungsschritt wird mithilfe einer minimalen Darstellung der Posen, etwa den Translationsvektoren \mathbf{t}_i und den Vektoranteilen der realen Quaternionen \mathbf{v}_i , im Euklidischen Raum durchgeführt. Die resultierende minimale Aktualisierung der Posen $\Delta \check{q}_{min}$ wird nun unter Verwendung eines geeigneten Projektionsoperators \boxplus zurück auf die Mannigfaltigkeit projiziert:

$$\Delta \check{q}_{min} \mapsto \check{q} \boxplus \Delta \check{q}_{min} \quad (3)$$

Die Fehlerfunktionen werden zunächst durch ihre Taylor-Entwicklung um die aktuellen Posenschätzungen approximiert:

$$\mathbf{e}_{ij}(\check{\mathbf{q}} \boxplus \Delta\check{\mathbf{q}}_{min}) \simeq \mathbf{e}_{ij} + \mathbf{J}_{ij,min} \Delta\check{\mathbf{q}}_{min}, \quad (4)$$

wobei die Jacobi-Matrix bezogen auf die minimale Posendarstellung $\mathbf{J}_{ij,min}$ durch die volle Jacobi-Matrix \mathbf{J}_{ij} und die konstante Matrix \mathbf{G} ausgedrückt werden kann:

$$\mathbf{J}_{ij,min} = \left. \frac{\delta \mathbf{e}_{ij}(\check{\mathbf{q}} \boxplus \Delta\check{\mathbf{q}}_{min})}{\delta \Delta\check{\mathbf{q}}_{min}} \right|_{\Delta\check{\mathbf{q}}_{min}=0} = \mathbf{J}_{ij} \left. \frac{\delta(\check{\mathbf{q}} \boxplus \Delta\check{\mathbf{q}}_{min})}{\delta \Delta\check{\mathbf{q}}_{min}} \right|_{\Delta\check{\mathbf{q}}_{min}=0} = \mathbf{J}_{ij} \mathbf{G}. \quad (5)$$

Einsetzen von Gl. (4) in Gl. (2) führt unter Verwendung des Gauss-Newton-Verfahrens zur Reduzierung auf ein lineares System zur Bestimmung der minimalen Aktualisierung der Posen:

$$\mathbf{H} \Delta\check{\mathbf{q}}_{min} = -\mathbf{b} \quad (6)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \sum_{ij} \mathbf{J}_{ij,min}^T \mathbf{I}_{ij} \mathbf{J}_{ij,min}, \\ \mathbf{b} &= \sum_{ij} \mathbf{J}_{ij,min}^T \mathbf{I}_{ij} \mathbf{e}_{ij}. \end{aligned} \quad (7)$$

Da \mathbf{H} dünnbesetzt ist, kann Gl. (6) nun effizient mithilfe der Cholesky-Zerlegung oder vergleichbaren Verfahren gelöst werden. Anschließend werden alle Posen über Gl. (3) aktualisiert.

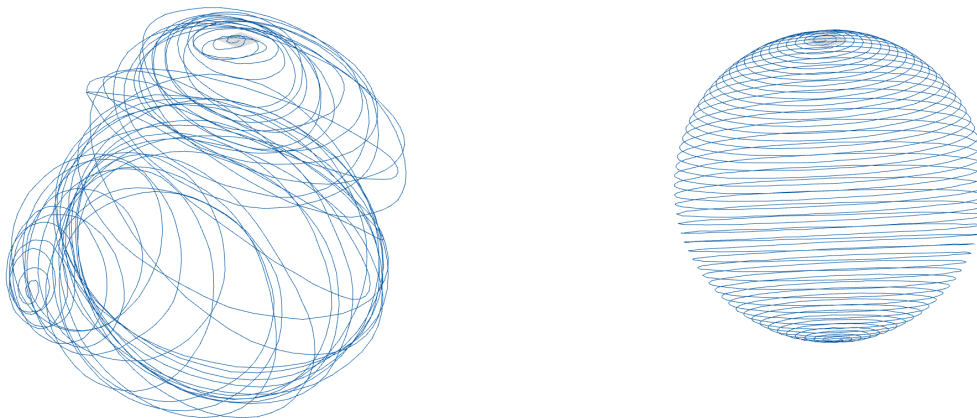


Abbildung 2: Pfad des mobilen Roboters vor (links) und nach (rechts) Optimierung des Graphen

Im Rahmen des Vortrags soll zunächst die Anwendung des hier skizzierten und auf [4] basierenden Verfahrens anhand eines beispielhaften Messdatensatz präsentiert werden (Abb. 2). Daneben sollen Möglichkeiten zur Weiterentwicklung dieses Ansatzes vorgestellt und diskutiert werden. Schwerpunkte dieser Diskussion sind

- die Reduzierung der Posen auf eine minimale Darstellung,
- die Qualität und Zweckmäßigkeit der Fehlerfunktionen in Gl. (1) und
- alternative Möglichkeiten zur Formulierung des Minimierungsproblems in Gl. (2).

Literatur

- [1] J. Hertzberg, K. Lingemann, A. Nüchter: *Mobile Roboter*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2012.
- [2] C. Cadena, L. Carlone, H. Carrillo, Y. Latif, D. Scaramuzza, J. Neira, I. Reid, J.J. Leonard: *Past, Present, and Future of Simultaneous Localization and Mapping: Toward the Robust-Perception Age*. IEEE Transactions on Robotics. (2016) vol. 32, no. 6, S. 1309-1332.
- [3] G. Grisetti, R. Kummerle, C. Stachniss, W. Burgard: *A Tutorial on Graph-Based SLAM*. IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine. (2010) vol. 2, no. 4, S. 31-43.
- [4] J. Cheng, J. Kim, Z. Jiang, W. Che: *Dual quaternion-based graphical SLAM*. Robotics and Autonomous Systems. (2016) vol. 77, S. 15-24.