

**Nichtlineare modellbasierte prädiktive Regelung zur aktiven Wankstabilisierung von Personenkraftwagen**

Sieberg, Philipp Maximilian; Reicherts, Sebastian; Schramm, Dieter

In: IFToMM D-A-CH Konferenz / Vierte IFToMM D-A-CH Konferenz 2018

Dieser Text wird über DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt.

Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

DOI: <https://doi.org/10.17185/duepublico/45323>

URN: <urn:nbn:de:hbz:464-20180213-125709-0>

Link: <http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DocumentServlet?id=45323>

# Nichtlineare modellbasierte prädiktive Regelung zur aktiven Wankstabilisierung von Personenkraftwagen

## Non-Linear Model-Based Predictive Control for Active Roll Stabilization of Passenger Cars

Philipp Maximilian Sieberg M.Sc., Universität Duisburg-Essen, Lehrstuhl für Mechatronik, 47057 Duisburg, Deutschland, sieberg@mechatronik.uni-duisburg.de;

Sebastian Reicherts M.Sc., Universität Duisburg-Essen, Lehrstuhl für Mechatronik, 47057 Duisburg, Deutschland, reicherts@mechatronik.uni-duisburg.de;

Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Dieter Schramm, Universität Duisburg-Essen, Lehrstuhl für Mechatronik, 47057 Duisburg, Deutschland, schramm@mechatronik.uni-duisburg.de;

### Kurzfassung

Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich mit einer nichtlinearen modellbasierten prädiktiven Regelung der Wankdynamik von Personenkraftwagen. Die Wankdynamik eines PKWs beschreibt hierbei die Rotation des Fahrzeugaufbaus um die fahrzeugfeste Longitudinalachse. Wird eine aktive Wankstabilisierung (Regelung der Wankdynamik) durchgeführt, trägt dieses sowohl zur Steigerung der Sicherheit in kritischen Fahrsituationen als auch zur Erhöhung des Fahrkomforts bei. Das Wankverhalten eines PKWs kann unter anderem durch aktive Stabilisatoren und (semi-)aktive Stoßdämpfer beeinflusst werden. Der gewählte Regelungsansatz stellt eine Weiterentwicklung einer hybriden linearen modellbasierten Regelung dar. Die Grundlage des hybriden Ansatzes ist die Kombination einer Skyhook-Dämpfung<sup>1</sup> der Stoßdämpfer und einer linearen modellbasierten prädiktiven Regelung der aktiven Stabilisatoren. In dieser Arbeit wird ein nichtlinearer modellbasierter prädiktiver Regelungsansatz vorgestellt, welcher Dämpferkräfte sowie Stabilisatormomente gemeinsam unter Berücksichtigung des Wankverhaltens vorgibt.

### Abstract

The present article deals with the nonlinear model-based predictive control of the roll dynamics of passenger cars. The rolling dynamics of a car represents the rotation of the vehicle body around its longitudinal axis. The result of an active roll stabilization (control of the roll dynamics) is on the one hand the increase of safety in critical driving situations and on the other hand the increase of driving comfort. Therefore the rolling behavior of a car can be manipulated by active stabilizers and (semi-)active shock absorbers. The chosen control approach represents a further development of a hybrid linear model-based control. The basis of the hybrid approach is the combination of Skyhook damping of shock absorbers and a linear model-based predictive control of active stabilizers. In this paper, a non-linear model-based predictive control approach is presented, which specifies the damping forces and the stabilizer torques in common.

## 1 Einleitung

Der technologische Fortschritt auf dem Gebiet der Fahrzeugsystemtechnik insbesondere in Bezug auf die aktive Fahrdynamikregelung hat in den vergangenen Jahren dazu geführt, dass die Komplexität der im Fahrzeug verbauten mechatronischen Systeme kontinuierlich steigt. In vielen Fällen beruhen die verwendeten Regelungsalgorithmen auf modellbasierten Ansätzen. Beispielhaft hierfür ist die Umsetzung einer modellbasierten prädiktiven Regelung, die abhängig von Prädiktions- und Stellhorizont eine optimale Stellgrößentrajektorie bestimmt. Oftmals wird das notwendige Systemverhalten durch lineare Zusammenhänge abgebildet. Diese Vorgehensweise ist für Fahrzeuge mit passiven Fahrwerkselementen unter Vernachlässigung von dy-

namischen Grenzbereichen ausreichend. Durch eine steigende Anzahl der Einflussgrößen und -möglichkeiten, beispielhaft durch aktive Fahrwerkselemente, erhöht sich folgerichtig die Komplexität der zu regelnden Systeme. Dieses hat zu Folge, dass die Verwendung einer linearen Abbildung des Systemverhaltens eine starke Vereinfachung darstellt. Um die Potentiale der modellbasierten prädiktiven Regelung nicht kategorisch zu begrenzen, ist eine Umsetzung basierend auf einem nichtlinearen Systemmodell zu realisieren.

Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich in Anlehnung an Grüne et al. [1] mit der Ausarbeitung einer nichtlinearen modellbasierten prädiktiven Regelung (engl. *non-linear model-based predictive control*, kurz *NLMPC*) am Beispiel der aktiven Wankstabilisierung für PKW. Die Umsetzung der *NLMPC* erfolgt dabei als Erweiterung einer linearen

---

<sup>1</sup> Die Skyhook-Dämpfung hat das Ziel die Bewegungen des Fahrzeugaufbaus unabhängig von Fahrbahnanregungen zu gestalten und dadurch zu minimieren. Dazu werden die Dämpfungsmaße in Bezug auf den Horizont vorgegeben.

modellbasierten Regelung (engl. *linear model-based predictive control*, kurz *LMPC*). Die Implementierung und Validierung der Regelungsalgorithmen erfolgt durch eine Co-Simulation von MATLAB/SIMULINK und IPG CarMaker. Während die Dynamik der Aktuatoren, sowie die Regelungsaufgabe in MATLAB/SIMULINK erfolgt, wird das gesamte Fahrzeug- sowie Fahrerverhalten über die Simulationssoftware IPG CarMaker abgebildet.

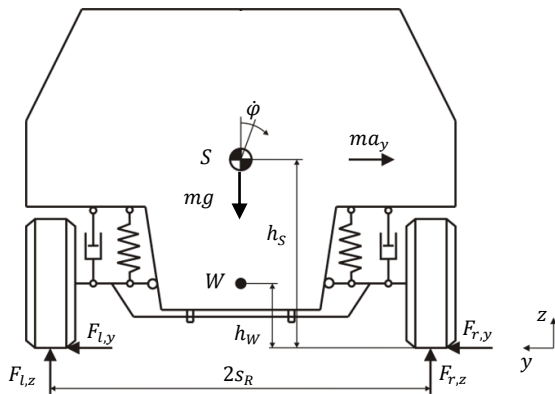
Im nachfolgenden Abschnitt wird zunächst eine Einführung in die Grundlagen des vorliegenden Beitrags vorgenommen. Diese umfassen sowohl die Beschreibung der Wankdynamik, die Präsentation der verwendeten Aktuatormodelle sowie eine allgemeine Vorstellung der modellbasierten prädiktiven Regelung. Weiterhin werden in einem dritten Abschnitt die verwendeten Regelungsalgorithmen detailliert beschrieben und vorgestellt. Im Abschnitt der Validierung erfolgt ein Vergleich der Regelgüte der beiden unterschiedlichen Regelungsalgorithmen. Dieser wird anhand von zwei Fahrmanövern durchgeführt. Den Abschluss bilden eine Zusammenfassung des Beitrags sowie ein Ausblick auf weiterführende Forschungsziele.

## 2 Grundlagen

In diesem Abschnitt wird zunächst das Wankverhalten von PKW vorgestellt. Anschließend werden die eingesetzten Aktuatoren inklusive deren Modellbildung erläutert. Den Abschluss des Abschnitts bildet die allgemeine Beschreibung von Regelungsansätzen, die mit Hilfe eines mathematischen Modells das Systemverhalten prädizieren und optimale Stellgrößen vorgeben.

### 2.1 Wankdynamik

Das Wanken von PKW ist als Rotation des Aufbaus um die fahrzeugfeste Longitudinalachse definiert (vgl. [2]). Um die Entstehung von Wankbewegungen besser nachvollziehen zu können, wird das Fahrzeug im Folgenden in der  $y$ - $z$ -Ebene betrachtet, wie in **Bild 1** dargestellt wird.



**Bild 1** Lineares Wankmodell nach Schramm et al. [3]

Grundlegend für diese Vereinfachung ist die Zusammenfassung der an den Rädern auftretenden Kräfte für die jeweilige Fahrzeugseite. Das Kraftfahrzeug wird in einer zweidimensionalen Modellierung betrachtet. Hierbei werden Vorder- und Hinterachse jeweils zu einem Rad zusammengefasst.

Somit ergeben sich für das lineare Wankmodell jeweils zwei Radquerkräfte  $F_{l,y}$  und  $F_{r,y}$ , sowie zwei Radvertikalkräfte  $F_{l,z}$  und  $F_{r,z}$ , wobei die Vertikalkräfte den zusammengefassten Radlasten der jeweiligen Fahrzeugseite entsprechen. Die Masse  $m$  des Fahrzeugs ist im Schwerpunkt  $S$  konzentriert. Das Momentengleichgewicht um den Wankpol  $W$  liefert die Beziehung

$$0 = (h_S - h_W)ma_y + h_W(F_{l,y} + F_{r,y}) + s_R\Delta F_z. \quad (1)$$

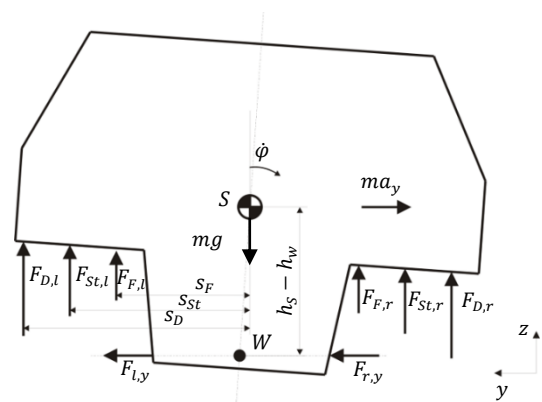
Dabei entspricht  $h_S$  der Höhe des Schwerpunktes,  $h_W$  der Höhe des Wankpoles,  $a_y$  der auftretenden Querbewegung und  $s_R$  der halben Spurweite. Wird nun ein quasistationäres Kräftegleichgewicht in Richtung der  $y$ -Achse

$$F_{l,y} + F_{r,y} = ma_y \quad (2)$$

zu Grunde gelegt, ergibt sich eine Vereinfachung von Gl. (1) zu

$$0 = h_Sma_y + s_R\Delta F_z. \quad (3)$$

Aus Gl. (3) erschließt sich, dass Quer- und Vertikalkräfte in diesem Fall im Gleichgewicht stehen. Auf der einen Seite kann die Querbewegung  $a_y$  in Zusammenhang mit der Fahrzeugmasse  $m$  für ein Wankmoment sorgen. Beispiel hierfür ist eine Kurvenfahrt, bei der sich eine Querbewegung  $a_y$  ausbildet. Auf der anderen Seite erzeugt die Differenz der Radlasten  $\Delta F_z$  ein Wankmoment. Um nun den Einfluss der Radaufstandskräfte genauer betrachten zu können, wird der Fahrzeugaufbau freigeschnitten. Dieses wird in **Bild 2** dargestellt.



**Bild 2** Wankdynamik des freigeschnittenen Fahrzeugaufbaus [3]

Durch den Freischnitt werden anstatt der Radaufstandskräfte  $F_{l,z}$  und  $F_{r,z}$  nun die aus dem Fahrwerk resultierenden Kräfte betrachtet. Diese bestehen aus Federkräften  $F_{F,i,j}$ , Dämpferkräften  $F_{D,i,j}$  und Stabilisatorkräften  $F_{St,i,j}$  mit  $i \in \{l,r\}$  für die linke bzw. rechte Fahrzeugseite und  $j \in \{v,h\}$ . Der Index  $v$  steht dabei für die Vorderachse, der Index  $h$  für die Hinterachse. Des Weiteren repräsentieren  $c_{F,j}$  die Federsteifigkeiten,  $d_{D,j}$  die Dämpfungskonstanten und  $c_{St,j}$  die Torsionssteifigkeiten der jeweiligen Fahrzeugachse. Für die zugehörige Fahrzeugachse entsprechen  $s_{F,j}$  und  $s_{D,j}$  den Hebelarmen der Feder- bzw. Dämpferkräfte zum Wankpol  $W$ ,  $l_{St,j}$  den Stabilisatorlängen und  $b_{St,j}$  den

Stabilisatorhebeln. Unter Berücksichtigung kleiner Wankwinkel entspricht der Drallsatz für den Fahrzeugaufbau um den Wankpol  $W$ :

$$\begin{aligned} & (h_s - h_w)m_A a_y - 2(s_{D,v}^2 d_{D,v} + s_{D,h}^2 d_{D,h})\dot{\varphi} + \dots \\ & + (h_s - h_w)m_A g \varphi - 2(s_{F,v}^2 c_{F,v} + s_{F,h}^2 c_{F,h})\varphi + \dots \\ & - \left( \frac{c_{St,v} l_{St,v} s_{St,v}}{b_{St,v}^2} + \frac{c_{St,h} l_{St,h} s_{St,h}}{b_{St,h}^2} \right) \varphi = \theta_A \ddot{\varphi} \end{aligned} \quad (4)$$

Dabei geben  $s_{St,j}$  die Hebelarme der Stabilisatorkräfte an der jeweiligen Fahrzeugachse,  $g$  die Erdbeschleunigung und  $m_A$  die Masse des Fahrzeugaufbaus an. [3]

Aus Gl. (4) geht hervor, dass neben der Querschleunigung  $a_y$  als externe Eingangsgröße ebenfalls Feder-, Dämpfer- und Stabilisatorkräfte Einfluss auf das Wankverhalten eines Kraftfahrzeuges besitzen können. Eine genauere Betrachtung dieser Einflussmöglichkeiten erfolgt im folgenden Unterabschnitt.

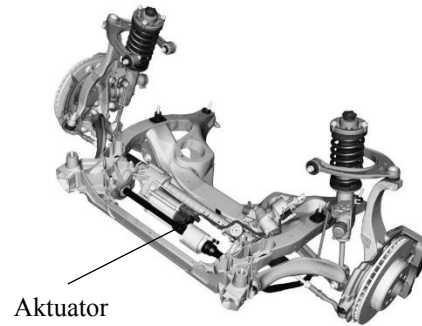
## 2.2 Aktuatorik

Durch die Verwendung von aktiven Fahrwerkelementen in Bezug auf Federn, Dämpfer und Stabilisatoren kann das Wankverhalten gezielt beeinflusst werden. Aktive Elemente bedeuten in diesem Fall, dass die resultierenden Kräfte der Federn  $F_{F,i,j}$ , der Dämpfer  $F_{D,i,j}$  und der Stabilisatoren  $F_{St,i,j}$  in gewissen Grenzen variabel einstellbar sind. Dieses wird über eine Kombination passiver Elemente mit Aktuatoren realisiert. Über die gezielte Ansteuerung dieser Aktuatoren werden somit die auftretenden Kräfte geregelt. Im weiteren Verlauf werden Realisierungen dieser Methodik anhand der Fahrwerkelemente Stoßdämpfer und Stabilisator aufgezeigt.

Um die Dämpferkraft eines herkömmlichen Stoßdämpfers variabel gestalten zu können, werden üblicherweise zwei Prinzipien genutzt. Zum einen lässt sich die Regulierung der Dämpferkraft durch ein zusätzliches Proportionalventil an einem Zweirohrdämpfer realisieren. Durch das Ventil kann der Fluss zwischen den beiden Kammern gezielt beeinflusst und somit die Dämpferkraft stufenlos eingestellt werden. Das zweite Prinzip, mit dem eine variable Dämpferkraft erzeugt werden kann, beruht auf den Eigenschaften von elektro- beziehungsweise magneto-rheologischen Flüssigkeiten. Beispielhaft besteht das magneto-rheologische Fluid aus Öl, welches mit kleinsten Eisenpartikeln versetzt worden ist. Befindet sich das Fluid in einem Magnetfeld, richten sich die Eisenpartikel so aus, dass die Schubspannung im Fluid steigt. Die Erhöhung der Schubspannung hat wiederum eine Erhöhung der Dämpferkraft zur Folge. [4]

Der aktive Stabilisator bietet eine weitere Möglichkeit, ein Fahrwerk aktiv zu gestalten. Im Gegensatz zu klassischen Stabilisatoren sind die beiden Räder einer Achse nicht durch einen durchgängig ausgeführten Torsionsstab gekoppelt, sondern durch zwei Stabilisatorhälften, die mittig vom Fahrzeug über einen Aktuator verbunden sind. **Bild 3** zeigt einen aktiven Stabilisator in Zusammenhang mit einer Doppelquerlenkerachse. Der Aktuator erzeugt ein torsionsunabhängiges Schnittmoment, welches zusätzlich eingepreßt werden kann. Über den Aktuator kann somit ebenfalls ge-

zielt das Wankverhalten beeinflusst werden. Sowohl hydraulische als auch elektromechanische Aktuatoren sind Stand der Technik. [3]

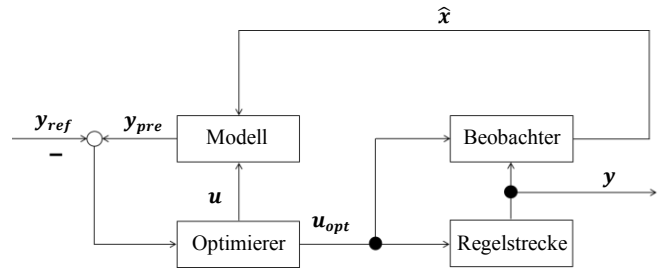


**Bild 3** Doppelquerlenkerachse mit aktivem Stabilisator (angelehnt an [3])

Im Rahmen des vorliegenden Beitrags wird das (semi-)aktive Stoßdämpferverhalten durch eine Lookup-Tabelle in die Simulationsumgebung eingebunden. Das dynamische Verhalten der aktiven Stabilisatoren wird durch einen DC-Motor inklusive eines Getriebes modelliert.

## 2.3 Modellbasierte prädiktive Regelung

Der Regelansatz, auf dem die nachfolgenden Algorithmen beruhen, ist die modellbasierte prädiktive Regelung. Grundlage ist ein mathematisches Modell der Regelstrecke, welches benutzt wird, um eine prädiktive Aussage zum Systemverhalten zu generieren. In **Bild 4** wird der allgemeine Aufbau einer modellbasierten prädiktiven Regelung dargestellt.



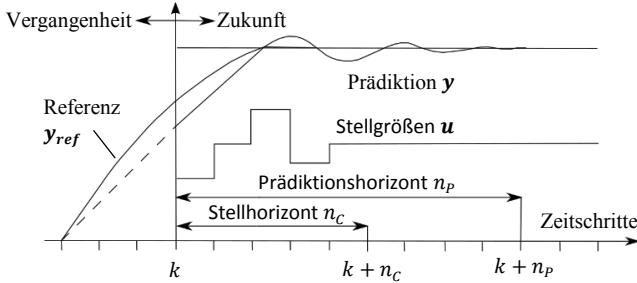
**Bild 4** Struktur eines Systems mit modellbasierter prädiktiver Regelung (angelehnt an [5])

Das System besteht dabei aus vier Bereichen: Der Regelstrecke, dem Beobachter, der mathematischen Systembeschreibung durch ein Modell und dem Optimierer. Im Hinblick auf die angestrebte Umsetzung auf einem Steuergerät, wird eine diskrete Betrachtung verwendet. Der Vorgang der modellbasierten prädiktiven Regelung wird zum Zeitpunkt  $t = k$  gestartet. Dabei werden die Stellgrößen  $u(k)$  als bekannter Startwert vorausgesetzt. Über das mathematische Systemmodell werden unter Berücksichtigung des aktuellen Zustandsvektors  $\hat{x}(k)$ , der mit Hilfe eines Beobachters geschätzt wird, und den zugehörigen Stellgrößen  $u(k+i)$  die prädizierten Ausgangsgrößen  $y_{pre}(k+i)$  gebildet. Diese werden mit vorgegebenen Referenzwerten  $y_{ref}(k+i)$  abgeglichen. Der Differenzenvektor dient anschließend als

Eingangsgröße in den Optimierungsprozess. In der Optimierung wird der Stellgrößenverlauf  $\mathbf{u}(k+i)$  so ausgelegt, dass eine vorgegebene Kostenfunktion  $J$  minimiert wird. Die Prädiktion wird für die Werte  $i = 1, \dots, n_c$  durchgeführt, wobei  $n_c$  als Stellhorizont bezeichnet wird. Dabei wird in den meisten Fällen eine quadratische Kostenfunktion

$$J(\mathbf{y}, \mathbf{y}_{ref}, \mathbf{u}) = \sum_{i=1}^{n_p} \|\mathbf{Q}(\mathbf{y}(k+i) - \mathbf{y}_{ref}(k+i))\|^2 + \dots + r \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \|\mathbf{u}(k+i-1)\|^2 \quad (5)$$

verwendet. Die Kostenfunktion  $J$  wird über einen Prädiktionshorizont  $n_p$  gebildet, wobei  $n_p \geq n_c$  gilt.  $\mathbf{Q}$  ist eine positiv definite Matrix,  $r$  ein Gewichtungsfaktor bezüglich der quadrierten Stellgrößensummen. Für Zeitpunkte  $i \geq n_c$  wird die Stellgröße auf  $\mathbf{u}(k+n_c)$  gesetzt. Dieses ist notwendig, damit alle resultierenden Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}(k+i)$  für die Kostenfunktion gebildet werden können. In **Bild 5** wird der prinzipielle Ablauf zusätzlich illustriert.



**Bild 5** Ablauf der modellbasierten prädiktiven Regelung [5]

Sind die benötigten Größen vorhanden, kann die Optimierung durchgeführt werden. Als Ergebnis folgt somit ein bestmöglicher Stellgrößenverlauf  $\mathbf{u}_{opt}(k+i)$ . Lediglich der erste Wert der Stellgrößenfolge  $\mathbf{u}_{opt}(k+1)$  wird dabei als Eingang auf die Regelstrecke gegeben. Anschließend wird der gesamte Prozess der Prädiktion und Optimierung nach einem Zeitschritt erneut durchgeführt. Dieser Vorgang wird als Prinzip des gleitenden Horizonts bezeichnet. Durch diese Vorgehensweise kann die modellbasierte Regelung optimal auf Störgrößen im System reagieren. (vgl. [5])

### 3 Modellierung der aktiven Wankstabilisierung

In diesem Abschnitt werden die beiden Regelungsansätze dieses Beitrags vorgestellt. Zunächst wird der hybride Regelungsansatz der auf linearen Systemmodellen beruht erläutert. Anschließend erfolgt die Einführung in den nicht-linearen Regelungsansatz der modellbasierten prädiktiven Regelung.

#### 3.1 Hybrider linearer Regelungsansatz zur aktiven Wankstabilisierung

Der hybride lineare Regelungsansatz verwendet eine geteilte kaskadenförmige Vorgabe von Dämpferkräften und Stabilisatormomenten. In einem ersten Schritt werden die

Kräfte der (semi-)aktiven Stoßdämpfer mit Hilfe einer kontinuierlichen Skyhook-Dämpfung bestimmt.

Die kontinuierliche Skyhook-Regelung beruht auf der separaten Betrachtung jeder einzelnen Radaufhängung. Daraus resultiert, dass als Modellierung das Viertelfahrzeugmodell verwendet werden kann. Dieses Modell besteht dabei aus der als Starrkörper modellierten anteiligen Masse des Fahrzeugaufbaus  $m_A$  und der Masse des Reifens  $m_R$ . Ferner wird die Aufbaufeder durch die Federkonstante  $c_F$  und die Reifenelastizität über die Federkonstante  $c_R$  abgebildet (vgl. [3]). Ergänzt wird das Viertelfahrzeugmodell durch ein einstellbares Dämpfungsmaß  $d_{SH}$ . Der Grundgedanke der Skyhook-Regelung lässt sich mit Hilfe der einfachen Zweipunkt-Regelung veranschaulichen. Bei dieser Regelungsstrategie wird der Stoßdämpfer lediglich mit einem maximalen Dämpfungsmaß  $d_{max}$  und einem minimalen Dämpfungsmaß  $d_{min}$  betrieben. Die Regelungsvorschrift wird in Gl. (6) dargestellt (vgl. [6])

$$d_{SH} = \begin{cases} d_{max}, & \dot{z}_A v_{D,rel} \geq 0 \\ d_{min}, & \dot{z}_A v_{D,rel} < 0 \end{cases} \quad (6)$$

Wenn das Produkt aus der Vertikalgeschwindigkeit des Fahrzeugaufbaus  $\dot{z}_A$  und der relativen Geschwindigkeit des Stoßdämpfers  $v_{D,rel}$ , mit

$$v_{D,rel} = \dot{z}_A - \dot{z}_R, \quad (7)$$

positiv oder null ist, wird das maximale Dämpfungsmaß  $d_{max}$  verwendet. Ist das Produkt aus den beiden Geschwindigkeiten negativ, wird das minimale Dämpfungsmaß  $d_{min}$  aufgebracht. Beispielhaft kann der Fall angenommen werden, dass sich der Fahrzeugaufbau nach oben und der Reifen nach unten bewegt. In diesem Fall sind  $\dot{z}_A$  und  $v_{D,rel}$  beide positiv. Das maximale Dämpfungsmaß wird somit eingestellt, um die gegensätzliche Bewegung der beiden Massen zu verringern. Im weiterführenden Fall wird anstatt einer Regelung mit zwei Zuständen eine kontinuierliche Skyhook-Regelung implementiert. Die kontinuierliche Skyhook-Regelung wird mit Hilfe von Gl. (8) realisiert.

$$d_{SH} = \begin{cases} \max(d_{min}, \min(d_{max}, g_{sh} \dot{z}_A)), & \dot{z}_A v_{D,rel} \geq 0 \\ d_{min}, & \dot{z}_A v_{D,rel} < 0 \end{cases} \quad (8)$$

Dabei wird bei einem positiven Produkt der beiden Geschwindigkeiten nicht das maximale Dämpfungsmaß  $d_{max}$  verwendet, sondern das Dämpfungsmaß mit Hilfe der Aufbaugeschwindigkeit bestimmt, die durch den Faktor  $g_{sh}$  verstärkt und zwischen  $d_{min}$  und  $d_{max}$  reglementiert wird. Der Verstärkungsfaktor  $g_{sh}$  dient dabei als Einstellungsparameter und kann optimiert werden.

Nachdem die kontinuierliche Skyhook-Regelung durchgeführt worden ist, erfolgt im gleichen Zeitschritt die lineare modellbasierte prädiktive Regelung der Stabilisatormomente. Das Moment, welches durch die Querbeschleunigung  $a_y$  entsteht, wird mit Hilfe einer Vorsteuerung berücksichtigt. Die benötigten Stabilisatormomente werden zusätzlich über das Konterwankmoment  $M_{ko}$  bestimmt. In einem ersten Schritt wird die lineare Abbildung der Regelstrecke in Form eines Zustandsraummodells vorgestellt:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ (h_S - h_W)m_{AG} - 2(s_{F,v}^2 c_{F,v} + s_{F,h}^2 c_{F,h}) & d_{mpc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} M_{ko} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Das Dämpfungsmaß  $d_{mpc}$  wird dabei durch

$$d_{mpc} = \frac{-(s_{d,v}^2(d_{v,l} + d_{v,r}) + s_{d,h}^2(d_{h,l} + d_{h,r}))}{\theta_A} \quad (10)$$

beschrieben und beinhaltet die zuvor bestimmten Dämpfungsmaße der vier Stoßdämpfer (nach Gl. (8)). Zunächst wird das kontinuierliche Zustandsraummodell diskretisiert (vgl. [7]).

In einem zweiten Schritt wird ein erweitertes Zustandsraummodell gebildet, welches als Grundlage für die Prädiktion und der anschließenden Optimierung dient.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_e \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_e \Delta u(k) \quad (11)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_e \mathbf{x}(k) \quad (12)$$

Dabei ist der neue Zustandsvektor durch

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m(k) - \mathbf{x}_m(k-1) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix} \quad (13)$$

definiert. Der Eingang auf das erweiterte Zustandsraummodell wird aus der Differenz des ursprünglichen Eingangsmoments  $M_{ko}$  an zwei aufeinanderfolgenden Zeitschritten mit

$$\Delta u(k) = M_{ko}(k) - M_{ko}(k-1) \quad (14)$$

gebildet. Die Matrizen des erweiterten Zustandsraummodells werden durch

$$\mathbf{A}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{dw} & 0 \\ \mathbf{C}_{dw} \mathbf{A}_{dw} & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{B}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{dw} \\ \mathbf{C}_{dw} \mathbf{B}_{dw} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{C}_e = [0 \quad 0 \quad 1] \quad (17)$$

definiert. Dabei sind  $\mathbf{A}_{dw}$ ,  $\mathbf{B}_{dw}$  und  $\mathbf{C}_{dw}$  die diskretisierten Matrizen des erweiterten linearen Zustandsraummodells, welches das Wankverhalten abbildet.

In einem dritten Schritt werden die für die Optimierung der prädierten Stellgrößen benötigten Matrizen  $\mathbf{E}(\mathbf{A}_e, \mathbf{C}_e)$  und  $\mathbf{F}(\mathbf{A}_e, \mathbf{B}_e, \mathbf{C}_e)$  gebildet. Dabei sind der Prädiktionshorizont  $n_p$  und der Stellhorizont  $n_c$  entscheidende Parameter, die auf die Größe der Matrizen und somit auf die Prädiktion selbst Einfluss nehmen. Zusammengefasst lassen sich die prädierten Ausgänge durch

$$\mathbf{y} = \mathbf{E} \mathbf{x} + \mathbf{F} \Delta u \quad (18)$$

definieren. In einem vierten Schritt folgt die Optimierung. Das Ziel der modellbasierten prädiktiven Regelung ist es, den optimalen Eingang auf die Regelstrecke zu bestimmen. Dazu wird die quadratische Kostenfunktion

$$J_{LMPC} = (\mathbf{y}_{ref} - \mathbf{y})^T (\mathbf{y}_{ref} - \mathbf{y}) + \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{u} \quad (19)$$

eingeführt. Im Vektor  $\mathbf{y}_{ref}$  sind die Werte der Führungsgröße, nach denen geregelt wird, hinterlegt. Die Matrix  $\mathbf{R}$  dient als Gewichtungsfaktor, mit dem die Optimierung nach Bedarf unter Berücksichtigung energetischer Aspekte angepasst werden kann. Nach dem Einsetzen von Gl. (18) in Gl. (19) wird das Optimum durch die analytische Berechnung des Minimums ermittelt. Dazu wird die Kostenfunktion  $J_{LMPC}$  nach  $\Delta \mathbf{u}$  abgeleitet und anschließend die Nullstelle der Ableitung bestimmt. Da es sich um eine positive quadratische Kostenfunktion handelt, ist das einzige Extremum gleichzeitig das absolute Minimum. Somit ergibt sich ein optimaler Eingangsvektor

$$\Delta \mathbf{u} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{F}^T (\mathbf{y}_{ref} - \mathbf{E} \mathbf{x}). \quad (20)$$

Um das Prinzip des gleitenden Horizonts anzuwenden, wird immer nur der erste Wert  $\Delta u(k+1)$  des Eingangsvektors  $\Delta \mathbf{u}$  verwendet und mit der Stellgröße des vorherigen Zeitschritts  $u(k)$  verrechnet. Der Vorgang der modellbasierten prädiktiven Regelung, der zuvor in den vier Teilschritten beschrieben worden ist, wird in jedem Zeitschritt ausgeführt. Auf diese Weise wird zu jedem Zeitpunkt unter Berücksichtigung der zuvor berechneten Dämpfungsmaße das optimale Konterwankmoment  $M_{ko}$  bestimmt, welches anschließend ebenso wie das Vorsteuerungsmoment auf die aktiven Stabilisatoren aufgeteilt wird. Der Gewichtungsfaktor  $r$ , der in der Gewichtungsmatrix  $\mathbf{R}$  abgebildet wird, sowie Prädiktions- und Stellhorizont  $n_p$  und  $n_c$  dienen dabei als Einstellparameter.

### 3.2 Nichtlinearer Regelungsansatz zur aktiven Wankstabilisierung

Der zweite Regelungsansatz, der in diesem Beitrag vorgestellt wird, beruht auf einer nichtlinearen modellbasierten prädiktiven Regelung. Ziel ist eine optimale Regelung des Wankverhaltens unter Berücksichtigung von Dämpferkräften und Stabilisatormomenten. Aufgrund der gemeinsamen Regelung der Fahrwerkselemente erweitert sich das lineare Wankmodell aus Gl. (9) in ein nichtlineares mathematisches Modell. Dieses resultiert aus der Kopplung zwischen einerseits den Dämpfungsmaßen als Eingangsgröße und andererseits der Wankrate  $\dot{\varphi}$  als Systemzustand (siehe Gl. (4)). Aufgrund dieser Nichtlinearität lässt sich das Wankmodell nicht in linearer Zustandsraumdarstellung abbilden. Die in Abschnitt 3.1 vorgestellte Prädiktion und die anschließende analytische Bestimmung des Minimums der Kostenfunktion  $J$  können somit nicht verwendet werden. Im Folgenden wird das Wankverhalten aus diesem Grund mit Hilfe des semi-impliziten Eulerverfahrens bzw. dem Euler-Cromer-Verfahren prädiert (vgl. [8]). Die diskrete Lösung der Differentialgleichung nach Cromer ergibt sich zu

$$\dot{\varphi}(k+1) = \dot{\varphi}(k) + \ddot{\varphi}(k) \cdot dt, \quad (21)$$

$$\varphi(k+1) = \varphi(k) + \dot{\varphi}(k+1) \cdot dt. \quad (22)$$

Mit Hilfe von Gl. (21) und Gl. (22) kann das Wankverhalten des PKWs vorhergesagt werden. Die Schrittweite der Simulation wird durch  $dt$  repräsentiert. Die Prädiktion ist einerseits abhängig von den aktuellen Zuständen  $\dot{\varphi}(k)$  und  $\varphi(k)$ . Weiterhin wird die Wankbeschleunigung  $\ddot{\varphi}(k)$  mit Hilfe der Gleichung

$$\ddot{\varphi}(k) = \frac{1}{\theta_A} [(h_s - h_w)m_A a_y + (h_s - h_w)m_A g \varphi(k) + \dots - 2(s_{F,v}^2 c_{F,v} + s_{F,h}^2 c_{F,h})\varphi(k) + \dots - s_D^2 u_1(k)\dot{\varphi}(k) - u_2(k)] \quad (23)$$

bestimmt. Dabei bildet die Eingangsgröße  $u_1$  das gesamte Dämpfungsmaß der vier (semi-)aktiven Stoßdämpfer ab. Dieses Gesamtdämpfungsmaß wird gleichermaßen auf die vier Stoßdämpfer aufgeteilt. Die zweite Eingangsgröße  $u_2$  repräsentiert das Konterwankmoment  $M_{ko}$ , welches in Summe den aktiven Stabilisatoren der Vorder- und Hinterachse zugewiesen wird. Da das Wankverhalten mit Hilfe von Trajektorien prädiziert wird, werden die Eingangsgrößen  $u_1$  und  $u_2$  über die Polynome

$$u_1 = a + bt + ct^2 \quad (24)$$

$$u_2 = d + et + ft^2 + gt^3 \quad (25)$$

dargestellt. Mit Hilfe der Polynome kann der zeitliche Verlauf der Stellgrößen berücksichtigt werden, welcher durch den Zeitraum des Prädiktionshorizonts  $n_p$  definiert ist. Aufgrund der vorherrschenden Systembeschaffenheit wird das Dämpfungsmaß durch ein quadratisches Polynom und das Konterwankmoment über ein kubisches Polynom abgebildet. Im Folgenden werden die Polynomparameter und somit die Stellgrößentrajektorien optimiert. Dabei werden nichtlineare Einschränkungen berücksichtigt, die aufgrund von minimalen bzw. maximalen Dämpfungsmaßen und Stabilisatormomenten zwingend zu berücksichtigen sind. Diese werden in Gl. (26) und Gl. (27) dargestellt.

$$d_{G,min} \leq u_1 \leq d_{G,max}, \quad (26)$$

$$M_{ko,min} \leq u_2 \leq M_{ko,max} \quad (27)$$

Aufgrund dieser Beschränkungen und den Trajektorien als Grundlage für die Optimierung wird ein Interior-Point-Verfahren angewandt. Dieses versucht zunächst die Minimierung mit Hilfe eines Newton-Schritts zu lösen (vgl. [9]). Ist dies nicht erfolgreich umsetzbar, wird der Minimierungsschritt mit Hilfe des konjugierten Gradienten unter Verwendung einer Vertrauensregion durchgeführt. Dabei werden sowohl die Regelabweichung zwischen dem Wankwinkel  $\varphi$  und dem Referenzwankwinkel  $\varphi_{ref}$  als auch der Energiebedarf, der über die Stellgrößen zu definieren ist, in der Kostenfunktion  $J_{NLMPC}$  berücksichtigt.

$$J_{NLMPC} = \lambda_R \sum_{i=1}^{n_p} ((\varphi_{ref}(k+i) - \varphi(k+i))^2 + \dots + \lambda_{u_1} \sum_{i=1}^{n_p} u_1(k+i) + \lambda_{u_2} \sum_{i=1}^{n_p} u_2(k+i)) \quad (28)$$

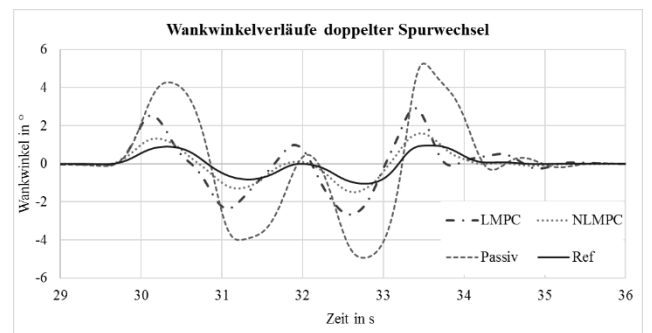
Durch diese Umsetzung kann der Fokus der Optimierung über die Gewichtungsfaktoren der Kostenfunktion  $\lambda_R$ ,  $\lambda_{u_1}$  und  $\lambda_{u_2}$  sowohl auf die Regelabweichung als auch auf den Energieaufwand gerichtet werden. Um die Basis für eine echtzeitfähige Anwendung zu schaffen, wird sowohl die Anzahl der Iterationsschritte als auch die notwendige Genauigkeit der Optimierung begrenzt.

## 4 Validierung

Nachfolgend werden die vorgestellten Regelungsalgorithmen unter Bezugnahme eines passiven Fahrwerks anhand von definierten Fahrmanövern untersucht. Dafür wird zunächst eine Auswahl der Fahrmanöver aus dem Katalog nach Rönitz et al. [10] vorgenommen. Bei diesem Katalog werden die Fahrmanöver in die vier Bereiche Geradeausverhalten, Kurvenverhalten, Wechselkurvenverhalten und Übergangverhalten eingeteilt. Als Untersuchungskriterien werden die Fahrmanöver des doppelten Spurwechsels sowie der Lastwechselreaktion in einer Kurve verwendet. Die Validierung richtet den Fokus dabei auf das Systemverhalten. Dazu ist die Auswahl der Fahrmanöver unter Berücksichtigung möglichst kleiner Einflüsse durch das Fahrerverhalten und der Abdeckung dynamischer Zustände erfolgt. Zusammenfassend werden Fahrmanöver aus den Bereichen des Kurvenverhaltens und des Übergangsverhaltens für die Validierung verwendet.

### 4.1 Doppelter Spurwechsel

Zunächst wird das Fahrmanöver doppelter Spurwechsel nach ISO 3888-2:2011 als Bewertungskriterium herangezogen. Der doppelte Spurwechsel wird mit einer Fahrzeuggeschwindigkeit von  $v = 80$  km/h durchgeführt. Das Wankverhalten wird anhand der Wankwinkelverläufe untersucht. Der Verlauf des Wankwinkels des Testfahrzeuges mit einem passiven Fahrwerk, sowie die Verläufe der Testfahrzeuge mit den beiden unterschiedlichen Regelungsalgorithmen werden in **Bild 6** illustriert.



**Bild 6** Wankwinkelverläufe bei einem doppelten Spurwechsel

Das Wankverhalten des Testfahrzeuges mit passivem Fahrwerk wird durch eine gestrichelte Linie dargestellt. Das Fahrzeug mit der aktiven Wankstabilisierung, welche auf dem hybriden linearen Regelungsansatz beruht, wird durch eine Strich-Punkt-Linie abgebildet. Der Ansatz der nichtlinearen modellbasierten prädiktiven Regelung führt zu dem Wankverhalten, welches durch die gepunktete Linie visua-

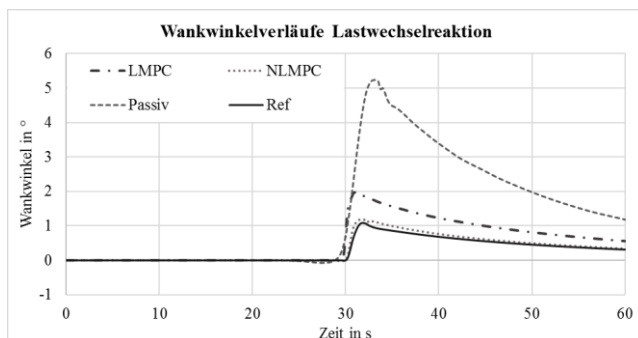
lisiert wird. Ferner wird in **Bild 6** zusätzlich der Referenzwankwinkel durch eine durchgezogene Linie dargestellt. Grundsätzlich ist zu erkennen, dass sowohl der hybride lineare als auch der nichtlineare modellbasierte Regelungsansatz das Wankverhalten des Testfahrzeuges verringern. Um eine gezieltere Auswertung der Regelgüte vornehmen zu können, wird die absolute Regelfläche für die beiden Regelungsalgorithmen bestimmt. Diese ergibt sich für eine diskrete Betrachtung zu

$$R = \sum_{t=0}^{t_{end}} |\varphi_{ref}(t) - \varphi(t)|. \quad (29)$$

Insgesamt besitzt die aktive Wankstabilisierung die auf dem hybriden linearen Regelungsansatz basiert eine absolute Regelfläche von  $R_{LMPC} = 193,4^\circ$ . Der Regelungsalgorithmus der auf der nichtlinearen modellbasierten Prädiktion beruht weist eine absolute Regelfläche von  $R_{NLMPC} = 120,8^\circ$  auf. Grundsätzlich sind die beiden Regelflächen nur für die relative Bewertung der Regelgüte zu verwenden. Dabei ist eine kleinere Regelfläche ein Ausdruck für eine höhere Regelgüte. In dem vorliegenden Fall des doppelten Spurwechsels besitzt somit der nichtlineare modellbasierte prädiktive Regelungsansatz eine höhere Regelgüte und stellt die vielversprechendere Regelung dar. Zur Bewertung des Rechenaufwands wird die Laufzeit der Simulation bestimmt. Dieser beruht auf der Ausführzeit von IPG CarMaker und ist von der verwendeten Hardware abhängig. Die Laufzeit dient somit ebenfalls nur dem relativen Vergleich der Regelungsalgorithmen. Für das Fahrmanöver des doppelten Spurwechsels weist der nichtlineare modellbasierte Regelungsansatz eine etwa um den Faktor fünf höhere Laufzeit als der Ansatz der *LMPC* auf.

## 4.2 Lastwechselreaktion in einer Kurve

Das zweite Validierungsfahrmanöver ist die Lastwechselreaktion in einer Kurve. Unter der Lastwechselreaktion wird die Verzögerung des Fahrzeugs in der Kurve bezeichnet, welche sich aus Gaswegnahme ergibt. Die stationäre Geschwindigkeit, die in diesem Fahrmanöver bis zum Lastwechsel vorliegt, beträgt  $v = 90$  km/h. Der Kurvenradius beträgt zudem  $\rho = 100$  m. Nachfolgend wird erneut der Wankwinkelverlauf während des Fahrmanövers in **Bild 7** dargestellt. Die unterschiedlichen Wankstabilisierung werden analog zum Fahrmanöver des doppelten Spurwechsels illustriert.



**Bild 7** Wankwinkelverläufe bei einer Lastwechselreaktion in einer Kurve

Wie in **Bild 7** deutlich zu erkennen ist, führen die beiden Varianten der aktiven Wankstabilisierung zu einer erheblichen Verringerung des Wankverhaltens. Erneut wird die Regelgüte der beiden Algorithmen mit Hilfe der absoluten Regelflächen verglichen und bewertet. Während der hybride lineare Regelungsansatz eine absolute Regelfläche von  $R_{LMPC} = 1021,9^\circ$  aufweist, besitzt die Wankstabilisierung, die auf der nichtlinearen modellbasierten prädiktiven Regelung beruht, eine absolute Regelfläche von  $R_{NLMPC} = 126,2^\circ$ . Der Ansatz der *NLMPC* besitzt bei der vorliegenden Lastwechselreaktion eine höhere Regelgüte als der hybride lineare Regelungsansatz. Durch die gezielte gemeinsame Regelung der Stoßdämpferkräfte und der Stabilisator Momente ergibt sich in Bezug auf das Wankverhalten eine verbesserte Prädiktionsmöglichkeit, die sich ebenfalls positiv auf die anschließende Optimierung auswirkt. Analog zum Fahrmanöver des doppelten Spurwechsels ist die Laufzeit des Algorithmus der *NLMPC* etwa um den Faktor fünf höher als die Laufzeit der *LMPC*.

## 5 Zusammenfassung

Innerhalb des Beitrages wurden zwei Möglichkeiten einer aktiven Wankstabilisierung von PKW beschrieben. Die Umsetzung erfolgte durch eine Co-Simulation von MATLAB/SIMULINK und IPG CarMaker. Das Fahrzeugverhalten sowie der Fahrer wurden dabei durch die Simulationssoftware IPG CarMaker abgebildet. Die Aktuatormodelle der (semi-)aktiven Dämpfer und der aktiven Stabilisatoren sowie die Regelungsaufgabe wurden erfolgreich in MATLAB/SIMULINK implementiert. Die Grundlage der verwendeten Algorithmen bildet die modellbasierte prädiktive Regelung. Diese bestimmt mit Hilfe eines mathematischen Modells der Regelstrecke eine Prädiktion des Systemverhalten, welches bezüglich der Eingangsgrößen optimiert und somit an die Solltrajektorie des Wankwinkels angepasst wird. In einem ersten Schritt wurde ein linearer hybrider Regelungsansatz umgesetzt, der eine kaskadenförmige Regelung darstellt. Bei diesem Ansatz werden zunächst die Stoßdämpferkräfte über eine Skyhook-Dämpfung bestimmt. Anschließend wird auf dieser Grundlage eine lineare modellbasierte prädiktive Regelung zur Ermittlung der Stabilisator Momente durchgeführt. In einem zweiten Schritt wurde eine nichtlineare modellbasierte prädiktive Regelung entwickelt, die sowohl die Kräfte des Stoßdämpfers als auch die Stabilisator Momente gemeinsam vorgibt. Die Prädiktion des Systemverhaltens erfolgt mit Hilfe des semi-implizite Eulerverfahrens. Die Stellgrößen werden durch Polynome über den Prädiktionshorizont approximiert. Anschließend wird die Optimierung der Polynomparameter durch ein Interior-Point-Verfahren durchgeführt. Für die Validierung der Regelungsansätze wurden Closed-Loop Simulationen mit IPG-CarMaker verwendet, die auf standardisierten Fahrmanövern beruhen. Beide Regelungsalgorithmen haben die Wankstabilisierung erfolgreich durchgeführt. Der nichtlineare Regelungsansatz zeigt dabei im Vergleich zur hybriden linearen Regelung eine Erhöhung der Regelgüte und der Geschwindigkeit der Ausregelung auf. In Bezug auf



den Rechenaufwand der beiden Regelungsalgorithmen wurden die Laufzeiten bestimmt, die auf den Ausführzeiten in IPG CarMaker basieren. Der Ansatz der hybriden linearen Regelung weist für beide Fahrmanöver eine schnellere Laufzeit und somit einen geringeren Rechenaufwand auf als die nichtlineare modellbasierte prädiktive Regelung.

In einem nächsten Schritt soll zunächst die Umsetzung der nichtlinearen modellbasierten prädiktiven Regelung in einer Echtzeitumgebung erfolgen. Anschließend wird aufgrund der hohen Regelgüte angestrebt die aktive Wankstabilisierung auf weitere fahrdynamische Größen zu erweitern. Hierzu bieten sich sowohl das Nickverhalten als auch das Eigenlenkverhalten eines PKWs an. Der vorliegende Fahrzeugaufbau mit (semi-)aktiven Stoßdämpfern und aktiven Stabilisatoren bildet hierfür eine geeignete Grundlage. Über die Aufteilung der Stabilisatormomente auf die Vorder- und Hinterachse wird das Eigenlenkverhalten beeinflusst. Über die Einstellung der Dämpferkräfte kann zudem die Nickbewegung des Fahrzeuges verringert werden. In Zukunft wird die Umsetzung einer nichtlinearen modellbasierten prädiktiven Regelung untersucht, die mehrere fahrdynamische Größen wie das Wanken, das Nicken und das Gieren positiv beeinflusst und somit zur Erhöhung der Sicherheit und des Fahrkomforts beiträgt.

*Federation of Automatic Control*, pp. 6974-6979, 2008.

- [10] R. Rönitz, H.-H. Braess und A. Zomotor, „Verfahren und Kriterien zur Bewertung des Fahrverhaltens von Personenkraftwagen - Stand und Problematik,“ *Automobil-Industrie*, pp. 29-39; 39-48, 1977.

## 6 Literatur

- [1] L. Grüne und J. Pannek, *Nonlinear Model Predictive Control*, Springer, 2011.
- [2] D. Schramm, B. Hesse, N. Maas und M. Unterreiner, *Fahrzeugtechnik - Technische Grundlagen aktueller und zukünftiger Kraftfahrzeuge*, De Gruyter Oldenbourg, 2017.
- [3] D. Schramm, M. Hiller und R. Bardini, *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*, 2. Auflage Hrsg., Springer, 2013.
- [4] B. Heißing und M. Ersoy, *Chassis Handbook - Fundamentals, Driving Dynamics, Components, Mechatronics, Perspectives*, Vieweg + Teubner, 2011.
- [5] J. Adamy, *Nichtlineare Systeme und Regelungen*, 2. Auflage Hrsg., Springer, 2014.
- [6] Y. Liu, T. Waters und M. Brennan, „A Comparison of Semi-Active Damping Control Strategies for Vibration Isolation of Harmonic Disturbances,“ *Journal of Sound and Vibration*, pp. 21-39, 2003.
- [7] Z. Kowalczyk, „On Discretization of Continuous-Time State-Space Models: A Stable-Normal Approach,“ in *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1991.
- [8] A. Cromer, „Stable Solutions Using the Euler Approximation,“ *American Association of Physics*, pp. 455-459, 1981.
- [9] Y. Wang und S. Boyd, „Fast Model Predictive Control Using Online Optimization,“ *Proceedings of the 17th World Congress - The International*