Untersuchung der elektromagnetischen Verkopplung von Mikrowellenschaltungen mit Gehäuseresonanzen

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften

der Universität Duisburg-Essen

zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Thomas Bolz

aus Duisburg

Referent: Prof. Dr.-Ing. Adalbert Beyer

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Klaus Solbach

Tag der mündlichen Prüfung: 16.01.2009

Inhaltsverzeichnis

Verwendete Konstanten und Formelzeichen iii

1 Einleitung 1
1.1 Hintergrund und Motivation . . . 1
1.2 Gliederung der vorliegenden Arbeit . . . 3

2 Analytische Ansätze 5
2.1 Einführung . . . 5
2.2 Elektrische Flächenstromdichten . . . 6
2.3 Magnetische Flächenstromdichten . . . 12

3 Ansätze zur Bestimmung von Koppelnetzwerken 16
3.1 Einführung . . . 16
3.2 Koppelimpedanznetzwerk . . . 17
3.2.1 Feldbasierter heuristischer Ansatz . . . 17
3.2.2 Reziprozitätstheorem . . . 20
3.2.3 Greensche Funktionen . . . 21
3.2.4 Elektrisches Ersatzschaltbild . . . 22
3.3 Koppeladmittanznetzwerk . . . 24
3.3.1 Feldbasierter Ansatz . . . 26
3.3.2 Reziprozitätstheorem . . . 30
3.3.3 Greensche Funktionen . . . 30
3.3.4 Elektrisches Ersatzschaltbild . . . 31
3.4 Anwendungsbeispiele . . . 34
3.4.1 Elektrische Flächenstromdichte . . . 37
3.4.2 Magnetische Flächenstromdichte . . . 42

4 Die TLM-Methode 50
4.1 Einleitung . . . 50
4.2 Der TLM-Algorithmus . . . 50
4.3 Räumliche Anregung von Stromdichteelementen . . . 60
4.3.1 Elektrische Stromquelle . . . 62
4.3.2 Elektrische Spannungsquelle . . . 63
4.4 Zeitliche Anregung von Stromdichteelementen . . . 65
4.5 Anwendungsbeispiel . . . 66

5 Systemtheoretische Betrachtung **69**
5.1 Einleitung 69
5.2 Eigenverhalten von Resonatoren aus konzentrierten Bauelementen 69
5.3 Numerische Validierung der analytischen Ansätze 73
5.3.1 Der luftgefüllte Resonator 73
5.3.2 Resonator mit teilweise homogener Materialfüllung 76
5.4 Bestimmung der Koppelmatrizen aus den zeitabhängigen Datensätzen der TLM-Simulation 78
5.4.1 Impedanzmatrix 78
5.4.2 Admittanzmatrix 82
5.5 Die Prony-Methode 85
5.5.1 Einführung 85
5.5.2 Originalkonzept nach Prony 86
5.5.3 Die erweiterte Prony-Methode (Kovarianz-Methode) 88
5.5.4 Identifikation sinusförmiger Signale im Rauschen 89
5.6 Anwendungsbeispiele 101
5.6.1 Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse 102
5.6.2 Versetzte Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse 107
5.6.3 Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem kreuzförmigen Metallgehäuse 111
5.6.4 Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem Metallgehäuse mit Stufensprung 115
5.6.5 Symmetrische Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse 119
5.6.6 Zusammenfassung der Ergebnisse 123

6 Zusammenfassung und Ausblick **124**
6.1 Zusammenfassung 124
6.2 Ausblick 125

A Anhang **126**
A.1 Mehrtor-Netzwerkmodellierung planarer Schaltungen 126
A.1.1 Einführung 126
A.2 Bestimmung der Systemmatrizen von Koppelnetzwerken 143
A.2.1 Koppelimpedanznetzwerk 143
A.2.2 Koppeladmittanznetzwerk 147
A.3 Entwicklung der elektromagnetischen Felder in Eigenfunktionen 150
A.3.1 Elektrische Stromdichten als Quellen im Resonator 150
A.3.2 Magnetische Stromdichten als Quellen im Resonator 156

B Literaturverzeichnis **161**

Verwendete Konstanten und Formelzeichen

Konstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c_0 = 2{,}997924580 \cdot 10^8\,\mathrm{ms}^{-1}$
Elektrische Feldkonstante	$\varepsilon_0 = 8{,}854187818 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{AsV}^{-1}\mathrm{m}^{-1}$
Magnetische Feldkonstante	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{VsA}^{-1}\mathrm{m}^{-1}$
Pi	$\pi = 3{,}141592653589739$
Freiraumwellenwiderstand	$Z_0 = 120\,\pi\,\Omega$

Formelzeichen

a	Länge [m]
$\boldsymbol{a}$	Koeffizientenvektor der Vorwärtsprädiktion
a_m	Element des Koeffizientenvektors
A_i	Amplitude des elektrischen Stroms [A]
A_u	Amplitude der elektrischen Spannung [V]
A	Fläche [m^2]
b	Länge [m]
$\boldsymbol{b}$	Koeffizientenvektor der Rückwärtsprädiktion
c	Länge [m]
C^{imnl}	Kapazität des $imnl$-Modes, $i \in \{\mathrm{TE}, \mathrm{TM}\}$ [F]
dA	Infinitesimale Fläche [m^2]
dl	Infinitesimale Länge [m]
ds	Infinitesimale Länge [m]
$\mathbf{D}$	Diagonalmatrix
$\boldsymbol{e}$	Einheitsrichtungsvektor (dimensionslos)
E	Reelle Komponente der elektrischen Feldstärke $\left[\mathrm{Vm}^{-1}\right]$
$\hat{E}$	Amplitude der reellen Komponente der elektrischen Feldstärke $\left[\mathrm{Vm}^{-1}\right]$
$\underline{E}$	Komponente der komplexen elektrischen Feldstärke $\left[\mathrm{Vm}^{-1}\right]$
$\underline{\boldsymbol{E}}$	Vektor der komplexen elektrischen Feldstärke $\left[\mathrm{Vm}^{-1}\right]$
f	Frequenz [Hz]
$f(x,y)$	Geometriefunktion (dimensionslos)
f_{mnl}	Resonanzfrequenz des mnl-Modes, [Hz]
$g_{1mn}(x,y)$	Geometriefunktion, Summenindex m und n (dimensionslos)
$g_{2mn}(x,y)$	Geometriefunktion, Summenindex m und n (dimensionslos)
g_e	Auf den Freiraumwellenwiderstand Z_0 normierter Leitwert $[\Omega^{-1}]$

$\underline{g}$	Element der Greenschen Dyade
G	Elektrischer Leitwert $[\Omega^{-1}]$
$\underline{\mathbf{G}}$	Komplexe Greensche Dyade
G^{imnl}	Elektrischer Leitwert des $imnl$-Modes, $i \in \{\mathrm{TE}, \mathrm{TM}\}$ $[\Omega^{-1}]$
h	Schichtdicke [m]
H	Reelle Komponente der magnetischen Erregung $\left[\mathrm{Am}^{-1}\right]$
$\hat{H}$	Amplitude der reellen Komponente der magnetischen Erregung $\left[\mathrm{Am}^{-1}\right]$
$\underline{H}$	Komponente der komplexen magnetischen Erregung $\left[\mathrm{Am}^{-1}\right]$
$\underline{\boldsymbol{H}}$	Vektor der komplexen magnetischen Erregung $\left[\mathrm{Am}^{-1}\right]$
i	Reeller elektrischer Strom [A]
$\underline{i}$	Komplexe elektrische Funktion des Stromes [A]
$\hat{\underline{i}}$	Komplexer Scheitelwertzeiger des elektrischen Stromes [A]
$\underline{I}(j\omega)$	Fouriertransformierte des elektrischen Stromes [As]
j	Imaginäre Einheit (dimensionslos)
$\underline{J}_\mathrm{S}$	Komponente der komplexen elektrischen Flächenstromdichte $\left[\mathrm{Am}^{-1}\right]$
$\underline{\boldsymbol{J}}_\mathrm{S}$	Vektor der komplexen elektrischen Flächenstromdichte $\left[\mathrm{Am}^{-1}\right]$
k	Wellenzahl $[\mathrm{m}^{-1}]$
k_c	Grenzwellenzahl $[\mathrm{m}^{-1}]$
k'	Realteil der komplexen Wellenzahl $[\mathrm{m}^{-1}]$
k''	Imaginärteil der komplexen Wellenzahl $[\mathrm{m}^{-1}]$
$\underline{k}$	Komplexe Wellenzahl $[\mathrm{m}^{-1}]$
l	Summenindex (dimensionslos)
L	Länge [m]
L^{imnl}	Induktivität des $imnl$-Modes, $i \in \{\mathrm{TE}, \mathrm{TM}\}$ $[H]$
m	Summenindex (dimensionslos)
$\underline{M}_\mathrm{S}$	Komponente der komplexen magnetischen Flächenstromdichte $\left[\mathrm{Vm}^{-1}\right]$
$\underline{\boldsymbol{M}}_\mathrm{S}$	Vektor der komplexen magnetischen Flächenstromdichte $\left[\mathrm{Vm}^{-1}\right]$
n	Summenindex (dimensionslos)
n_p	Übertragerverhältnis im Beobachtungspunkt p (dimensionslos)
n_q	Übertragerverhältnis im Anregungspunkt q (dimensionslos)
n_S	Übertragerverhältnis (dimensionslos)
$\boldsymbol{n}$	Normalen-Einheitsvektor (dimensionslos)
N	Anzahl (dimensionslos)
N_{1mn}	Erster Normierungskoeffizient des TEmn- und TMmn-Modes $[\mathrm{m}^{-1}]$
N_{2mn}	Zweiter Normierungskoeffizient des TEmn- und TMmn-Modes$[\mathrm{m}^{-1}]$
$N_i^{mn}(x_i, y_i)$	Geometriefunktion, Summenindex m und n, Tornummer i (dimensionslos)
$N_j^{mn}(x_j, y_j)$	Geometriefunktion, Summenindex m und n, Tornummer j (dimensionslos)
p	Polynomordnung (dimensionslos)
r	Element der Autokorrelationsmatrix
r_m	Auf den Freiraumwellenwiderstand Z_0 normierter Widerstand $[\Omega]$
$\boldsymbol{r}$	Korrelationsvektor
$\boldsymbol{r}$	Aufpunkt, Beobachtungspunkt [m]
$\boldsymbol{r}_q$	Quellpunkt, Anregungspunkt [m]
R	Elektrischer Widerstand $[\Omega]$
R^{imnl}	Elektrischer Widerstand des $imnl$-Modes, $i \in \{\mathrm{TE}, \mathrm{TM}\}$ $[\Omega]$

$\mathbf{R}$	Autokorrelationsmatrix
$\underline{s}$	Komplexe Kreisfrequenz [rad s^{-1}]
$\boldsymbol{s}$	Tangentialvektor (dimensionslos)
$\mathbf{S}$	Matrix
t	Zeit [s]
$\boldsymbol{t}$	Strukturfunktion [m^{-1}]
T	Abtastintervall [s]
u	Reelle elektrische Spannung [V]
$\underline{u}$	Komplexe elektrische Funktion der Spannung [V]
$\hat{\underline{u}}$	Komplexer Scheitelwertzeiger der elektrischen Spannung [V]
$\underline{U}(j\omega)$	Fouriertransformierte der elektrischen Spannung [Vs]
$\mathbf{U}$	Matrix
V	Volumen [m^3]
$\mathbf{V}$	Matrix
w	Breite [m]
x	kartesische Koordinate [m]
$\boldsymbol{x}$	Datenvektor
$\mathbf{X}$	Datenmatrix
y	kartesische Koordinate [m]
y_o	Auf den Freiraumwellenwiderstand Z_0 normierter Leitwert [Ω^{-1}]
$\underline{y}$	Komplexes Element der Admittanzmatrix [Ω^{-1}]
$\hat{y}$	Amplitude der komplexen Admittanz [Ω^{-1}]
Y	Reeller Leitwert [Ω^{-1}]
$\underline{Y}$	Komplexe Admittanz [Ω^{-1}]
$\underline{Y}_0$	Komplexer Wellenleitwert des Mediums 0 [Ω^{-1}]
$\underline{Y}_1$	Komplexer Wellenleitwert des Mediums 1 [Ω^{-1}]
$\underline{Y}(h)$	Komplexe Gesamtleitungseingangsadmittanz [Ω^{-1}]
$\underline{Y}_\mathrm{l}(h)$	Komplexe linksseitige Leitungseingangsadmittanz [Ω^{-1}]
$\underline{Y}_\mathrm{r}(h)$	Komplexe rechtsseitige Leitungseingangsadmittanz [Ω^{-1}]
$\underline{\mathbf{Y}}$	Komplexe Admittanzmatrix [Ω^{-1}]
z	kartesische Koordinate [m]
z_s	Auf den Freiraumwellenwiderstand Z_0 normierter Widerstand [Ω]
$\underline{z}$	Komplexes Element der Impedanzmatrix [Ω]
$\hat{z}$	Amplitude der komplexen Impedanz [Ω]
$\underline{Z}$	Komplexe Impedanz [Ω]
$\underline{Z}_0$	Komplexer Wellenwiderstand des Mediums 0 [Ω]
$\underline{Z}_l$	Komplexer Wellenwiderstand des Mediums 1 [Ω]
$\underline{Z}(h)$	Komplexe Gesamtleitungseingangsimpedanz [Ω]
$\underline{Z}_\mathrm{l}(h)$	Komplexe linksseitige Leitungseingangsimpedanz [Ω]
$\underline{Z}_\mathrm{r}(h)$	Komplexe rechtsseitige Leitungseingangsimpedanz [Ω]
$\underline{\mathbf{Z}}$	Komplexe Impedanzmatrix [Ω]

Griechische Formelzeichen

α	Dämpfungsfaktor [s^{-1}]
δ	Diracsche Deltafunktion [m^{-1}]
δ_S	Äquivalente Leitschichtdicke [m]
Δ	Delta Operator
Δl	Länge [m]
Δt	Zeitschritt [s]
Δt_a	Abtastintervall [s]
Δx	Räumlicher Diskretisierungsschritt [m]
Δy	Räumlicher Diskretisierungsschritt [m]
Δz	Räumlicher Diskretisierungsschritt [m]
ϵ_r	Relative Dielektrizitätszahl (dimensionslos)
ϵ_r'	Realteil der elektrischen Feldkonstante $\left[\mathrm{AsV}^{-1}\mathrm{m}^{-1}\right]$
ϵ_r''	Imaginärteil der elektrischen Feldkonstante $\left[\mathrm{AsV}^{-1}\mathrm{m}^{-1}\right]$
$\underline{\epsilon}_r$	Komplexe elektrische Feldkonstante $\left[\mathrm{AsV}^{-1}\mathrm{m}^{-1}\right]$
Θ	Phasenwinkel [rad]
μ_r	Relative Permeabilitätzahl (dimensionslos)
σ	Standardabweichung [s]
σ_e	Elektrische Leitfähigkeit [$\Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$]
σ_i	Konstante, Summenindex i (dimensionslos)
σ_m	Magnetische Leitfähigkeit [$\Omega\mathrm{m}^{-1}$]
Φ	Phasenwinkel [rad]
Φ_m	Konstante, Summenindex m (dimensionslos)
ω	Kreisfrequenz [$\mathrm{rad\,s}^{-1}$]
ω_{mnl}	Resonanzkreisfrequenz des TE- bzw. TM-Modes [$\mathrm{rad\,s}^{-1}$]
ω_r	Resonanzkreisfrequenz [$\mathrm{rad\,s}^{-1}$]

Abkürzungen

ABC	Absorbing Boundary Conditions
ADS	Advanced Design System
AR	Auto Regressive
ARMA	Auto Regressive Moving Averaged
BLP	Backwards Linear Prediction
CAD	Computer Aided Design
FDTD	Finite Difference Time Domain
FLP	Forward Linear Prediction
HFSS	High Frequency Structure Simulator
Im	Imaginärteil
LNB	Low Noise Blockconverter
LSE	Longitudinal Section Electric
LSM	Longitudinal Section Magnetic
LSS	Least Squares Solution
MA	Moving Averaged
MNM	Multiport Network Modeling
MoM	Method of Moments
MUSIC	MUltiple SIgnal Classification
PCB	Printed Circuit Board
PEEC	Partial Element Equivalent Circuit
Re	Realteil
SCN	Symmetrical Condensed Node
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis, signal-to-noise ratio
SSN	Simultaneous Switching Noise
SVD	Singular Value Decomposition
TE	Transversal Elektrisch
TEM	Transversal Elektromagnetisch
TLM	Transmission Line Matrix
TM	Transversal Magnetisch
tr	transversal

1 Einleitung

1.1 Hintergrund und Motivation

Die Einbettung von Mikrowellenschaltungen in ein Metallgehäuse ist ein übliches Verfahren, um verschiedene Schaltkreiselemente elektrisch voneinander zu isolieren und die Ein- und Abstrahlung elektromagnetischer Felder zu vermeiden. Liegt die zur Betriebsfrequenz der Mikrowellenschaltung zugehörige Wellenlänge in der Größenordnung der Gehäuseabmessungen, können Gehäuseresonanzen angeregt werden. Diese führen zu einer parasitären elektromagnetischen Wechselwirkung der Komponenten der Mikrowellenschaltung und beeinträchtigen die Schaltungsfunktion. Diese Beeinträchtigungen machen sich durch Einbrüche in der Übertragungscharakteristik, Oszillationen oder anderen Störungen bemerkbar.

Methoden zur Dämpfung der Gehäuseresonanzen, z.B. durch Anbringen absorbierender oder resistiver Schichten unterhalb des Metalldeckels, erfordern einen ausreichenden Platz und zusätzliche Prozesse in der Herstellung der geschirmten Mikrowellenschaltung. Ferner läßt sich zeigen, dass diese Maßnahme die elektromagnetische Verkopplung nicht vollständig unterdrücken kann und zu einer Veränderung des Schaltungsverhaltens führt [1].

Am Beispiel der in Bild 1.1 dargestellten Mikrowellenschaltung (LNB, Low Noise Blockconverter) ist die elektrische Isolierung benachbarter Komponenten und die Schirmung gegen externe Felder mit Hilfe eines Metallgehäuses zu erkennen. Durch manuelles Anbringen von Absorbermaterial an der Innenseite des Metallgehäuses wird der Einfluss der Gehäuseresonanzen reduziert.

Aufgrund des Trends zu immer höheren Betriebsfrequenzen wird in Zukunft die Problematik der elektromagnetischen Verkopplung der Komponenten der Mikrowellenschaltung mit den Gehäuseresonanzen ein wichtiger Aspekt in der Phase der Schaltungsentwicklung sein.

Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen der Mikrowellenschaltung und den Gehäuseresonanzen des sie umgebenen Metallgehäuses. Schwerpunktmäßig werden drei Fragestellungen behandelt.

Die erste zu untersuchende Fragestellung befaßt sich mit der Ursache der parasitären Verkopplung von Gehäuseresonanzen mit der Mikrowellenschaltung. Mit Hilfe einfacher feldbasierter Ansätze soll ein physikalischer Einblick in diese elektromagnetischen Koppelmechanismen vermittelt werden.

Immer höhere Betriebsfrequenzen und zunehmende Packungsdichten integrierter Mikrowellenschaltungen führen dazu, dass eng benachbarte Schaltungselemente nicht mehr als isoliert voneinander betrachtet werden dürfen, sondern die elektromagnetischen Verkopplungen durch Oberflächenwellen, Abstrahlung und Gehäuseresonanzen zu berücksichtigen

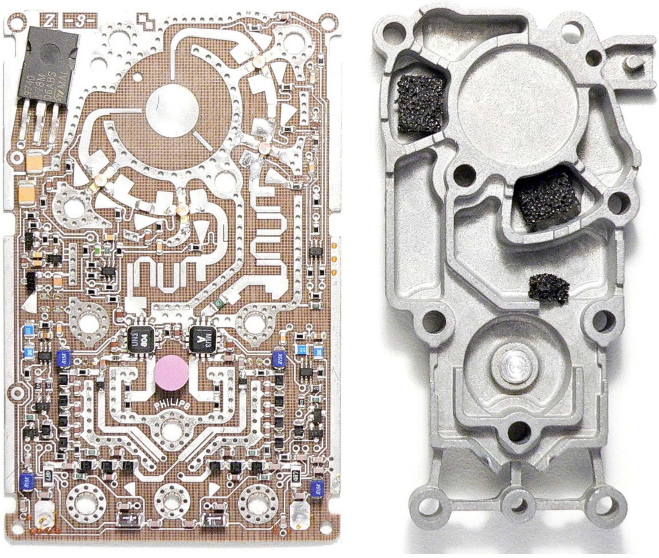


Bild 1.1: Mikrowellenschaltung (LNB) mit abgenommenem Gehäusedeckel.

sind. Da die heutigen Schaltungssimulatoren diesem Anspruch nicht genügen, befasst sich der zweite Schwerpunkt dieser Arbeit mit der Extrahierung eines elektrischen Ersatzschaltbildes aus den feldbasierten Ansätzen, das die parasitäre Verkopplung der Mikrowellenschaltung mit den Gehäuseresonanzen beschreibt. Dieses Ersatzschaltbild kann in einem kommerziellen Schaltungssimulator verwendet werden. Als Vorbild dient die Entwicklung eines elektrischen Ersatzschaltbildes für einen Parallelplattenresonator zur Beschreibung des Schaltrauschens in mehrlagigen gedruckten Schaltungen (siehe Anhang A.1).

Die Untersuchung der Beeinflussung der Mikrowellenschaltung durch Gehäuseresonanzen in Metallgehäusen mit komplexer Form erfordert den Einsatz dreidimensionaler Vollwellensimulatoren. Besonders effizient für die Analyse komplexer Geometrien sind Zeitbereichsverfahren, wie die TLM- oder FDTD-Methode. Im Gegensatz zu den frequenzbasierten Verfahren, wie die Momenten-Methode oder Finite-Elemente-Methode, bei denen zur Lösungsfindung Matrizen invertiert werden, wird die Lösung bei den Zeitbereichsverfahren iterativ berechnet. Zur Bestimmung der frequenzabhängigen Feldkomponenten werden bei den Zeitbereichsverfahren die zugehörigen abgeklungenen Zeitsignale einer Fouriertransformation unterworfen. Weisen die zu untersuchenden Strukturen einen hohen Q-Faktor auf, klingen die Zeitsignale langsam ab, was zu nicht akzeptablen Rechenzeiten führt. Aus dieser Problematik resultiert die dritte Fragestellung. Es ist zu klären, wie innerhalb akzeptabler Rechenzeiten aus den Zeitsignalen der Zeitbereichsverfahren die Elemente des elektrischen Ersatzschaltbildes zur Berücksichtigung der elektromagnetischen Wechselwirkung der Gehäuseresonanzen mit der in das Gehäuse eingebetteten Mikrowellenschaltung ermittelt werden können.

Ausgangspunkt für die Bearbeitung der hier aufgeführten Fragestellungen sind semi-analytische Feldansätze mit denen der Einfluß einfach geformter Metallgehäuse auf das elektrische Verhalten der Mikrostreifenstruktur erfasst wird. Hierzu werden in der Literatur verschiedene Verfahren vorgestellt.

Bei den auf der Momenten-Methode basierenden Verfahren wird der Einfluß eines rechteckförmigen Metallgehäuses auf die passive verteilte Mikrostreifenstruktur in den Greenschen Dyaden berücksichtigt. Dabei kommen verschiedene Methoden zum Einsatz, wie das Spiegelungsprinzip [2], [3], [4], die Leitungstheorie [1], [6], [7], [8] (Immittanzansatz [5]) oder die Entwicklung der Greenschen Funktionen in Eigenfunktionen [9], [10]. In diesen Ansätzen wird die elektromagnetische Wechselwirkung der Mikrostreifenstruktur mit den Gehäuseresonanzen durch die Verkopplung der elektrischen Felder der Gehäusemoden mit den elektrischen Flächenstromdichten auf der Mikrostreifenstruktur beschrieben. Besonders interessant sind die Verfahren nach [3] und [6], bei denen sich die Greenschen Funktionen in einen Term, der die offene passive Mikrowellenstruktur beschreibt, und einen Term, der den Gehäuseeinfluss berücksichtigt, aufsplitten lassen. Hierdurch ist es möglich, auf effiziente Weise verschiedene rechteckförmige Gehäusegeometrien zu analysieren, ohne die numerisch aufwendige Berechnung der Impedanzmatrix der offenen Mikrowellenschaltung neu berechnen zu müssen. Gegenüber dem Ansatz von [3] wird in [6] der Gehäuseeinfluss durch ein elektrisches Ersatzschaltbild beschrieben, das in einem kommerziellen Schaltungssimulator verwendet werden kann. Die Gehäuseresonanzen, die durch Parallelschwingkreise beschrieben werden, koppeln über ideale Übertrager, die mit den Segmenten der Mikrostreifenleitungen in Reihe verschaltet sind, mit der Mikrostreifenstruktur. Eine methodische Herleitung der Netzwerktopologie des Koppelnetzwerks fehlt allerdings. Ein ähnlicher Ansatz wird in [11] vorgestellt. Das Gehäuse wird durch eine Hohlleiterstruktur ersetzt, die durch ein Leitungsersatzschaltbild beschrieben werden kann. Die Kopplung der Gehäuseresonanzen mit der Mikrostreifenstruktur erfolgt über ideale Übertrager an den Mikrostreifendiskontinuitäten.

Ein anderes Verfahren, das sich wesentlich von den oben beschriebenen Methoden unterscheidet, wird in [12] und [13] vorgestellt. Dieses Verfahren basiert auf der Theorie der planaren Schaltungen (siehe Anhang A.1), mit der das elektrische Verhalten der Mikrostreifenstruktur durch eine Impedanzmatrix beschrieben werden kann.

Die elektromagnetische Verkopplung der analytisch ermittelten Gehäusemoden erfolgt mit den magnetischen Stromdichteelementen entlang der Peripherie der Mikrostreifenstruktur und wird durch eine Koppeladmittanzmatrix beschrieben. Mit Hilfe des Segmentierungsverfahrens [14] wird aus den Impedanzmatrizen der Mikrostreifenstruktur und der Koppeladmittanzmatrix eine Gesamtimpedanzmatrix ermittelt, die anschließend in eine S-Matrix umgewandelt werden kann. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt in der Beschreibung des elektrischen Verhaltens beliebig komplizierter Mikrostreifengeometrien in Form einer Impedanzmatrix.

Für die Behandlung der in dieser Arbeit definierten Fragestellungen erwiesen sich die in [6], [9] und [12], [13] vorgestellten Verfahren als besonders vorteilhaft.

1.2 Gliederung der vorliegenden Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in vier Hauptkapitel und drei Anhängen, in denen die Grundlagen zum Verständnis der hier vorgestellten Verfahren zusammengefasst sind. In

Kapitel 2 werden die transversalen elektromagnetischen Felder der Resonanzmoden hergeleitet, die in einem rechteckförmigen Metallgehäuse mit einem planaren Substrat als Inhomogenität angeregt werden. Diese Anordnung stellt die Basisstruktur einer gehäusten Mikrowellenschaltung dar. Obwohl komplexe Nullstellen zur Ermittlung der Gehäuseresonanzen mit Hilfe numerischer Methoden berechnet werden, wird in diesem Kapitel vom analytischen Verfahren gesprochen, da zur Bestimmung der Feldkomponenten kein Vollwellensimulator erforderlich ist. Die vorgestellten Ansätze zeigen die Ursache der elektromagnetischen Verkopplung zwischen Gehäuseresonanzen und der Mikrostreifenstruktur auf. Sie dienen als Grundlage zur Bestimmung der Koppelmatrizen und den zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbildern. In diesem Zusammenhang ist die Greensche Funktion von Bedeutung, deren Herleitung ebenfalls in diesem Kapitel vorgestellt wird. Neben dem Ansatz zur Beschreibung der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen der elektrischen Flächenstromdichte auf der Mikrostreifenstruktur und den Gehäusemoden, erfolgt auf Basis des Dualitätsprinzips auch die Herleitung des Ansatzes zur Beschreibung der elektromagnetischen Verkopplung magnetischer Flächenstromdichten mit den Gehäuseresonanzen. Dieser Ansatz ermöglicht die Untersuchung beliebig geformter Mikrostreifenstrukturen.

Der Schwerpunkt des Kapitels 3 liegt in der Extrahierung elektrischer Ersatzschaltbilder aus den problembeschreibenden Feldgleichungen. Auf Basis der in Kapitel 2 vorgestellten Ansätze, wird die Topologie der elektrischen Ersatzschaltbilder zur Beschreibung der elektromagnetischen Verkopplung zwischen den Gehäuseresonanzen und den elektrischen sowie magnetischen Flächenstromdichten der Mikrostreifenstruktur hergeleitet. Hierzu werden verschiedene Methoden vorgestellt und ineinander überführt. Ferner wird gezeigt, wie die Bauelemente dieser Netzwerke zu bestimmen sind. Die Gültigkeit der Modelle wird für einfache Mikrostreifenstrukturen durch den Vergleich mit Ergebnissen aus Vollwellensimulationen demonstriert.

In Kapitel 4 wird als Vertreter eines Zeitbereichsverfahrens die TLM-Methode vorgestellt, mit der die elektromagnetische Beeinflussung der Mikrostreifenstruktur durch Gehäuseresonanzen in einem Metallgehäuse komplexer Form untersucht werden kann. Zur numerischen Bestimmung der Greenschen Funktionen werden verschiedene Konzepte zur Anregung elektrischer und magnetischer Stromdichteelemente, die im Rahmen dieser Arbeit in einem selbsterstellten TLM-Simulator implementiert wurden, diskutiert.

Das Kapitel 5 beschäftigt sich mit der Signalverarbeitung der Zeitsignale, die mit einer TLM-Simulation erzeugt werden. Hier werden verschiedene Fragestellungen diskutiert, wie aus den aufgenommenen Datensätzen die Koppelmatrizen bzw. die zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilder extrahiert werden können. Es werden Konzepte der statistischen Nachrichtentechnik vorgestellt, mit denen lange Simulationszeiten für Strukturen mit hohem Gütefaktor vermieden werden. Ferner werden diese Konzepte zur Extrahierung der Gehäuseresonanzen aus den zeitabhängigen Datensätzen der TLM-Simulation verwendet. In diesem Zusammenhang wird näher auf die Prony-Methode in Verbindung mit der Singulärwertzerlegung eingegangen. Am Beispiel verschiedener Mikrostreifenstrukturen werden die aus der TLM-Methode extrahierten Systemmatrizen bzw. elektrischen Ersatzschaltbilder in einem Schaltkreissimulator implementiert und die Übertragungscharakteristik mit Ergebnissen aus Vollwellensimulationen verglichen.

2 Analytische Ansätze

2.1 Einführung

Ziel dieses Kapitels ist die Ableitung eines einfachen mathematischen Modells zur Beschreibung der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen der Mikrostreifenstruktur und den Resonanzmoden des Metallgehäuses, in das die Mikrostreifenstruktur zur Vermeidung der Abstrahlung oder aus Gründen der Störfestigkeit eingebettet wird. Aus diesem Modell soll die Ursache der Verkopplung hervorgehen und ein elektrisches Ersatzschaltbild in Form eines Netzwerks oder einer Systemmatrix (Streu-, Impedanz-, oder Admittanzmatrix) extrahiert werden, das in einem kommerziell erhältlichen Schaltungssimulator implementiert werden kann.

Die Grundlagen für dieses mathematische Modell bilden die elektromagnetischen Feldgleichungen und Greenschen Funktionen, deren Herleitung in den folgenden Abschnitten für die Gehäusestruktur nach Bild 2.1 beschrieben wird. Hierzu werden im Abschnitt 2.2 die transversalen Felder in den beiden Regionen der Hohlleiterstruktur nach Bild 2.1 in eine Reihe gewichteter Hohlleitermoden entwickelt, die durch elektrische Flächenstromdichten auf der Mikrostreifenstruktur in der Grenzschicht angeregt werden [9]. Die Wichtungsfaktoren bestimmen sich aus der Grenzschichtbedingung.

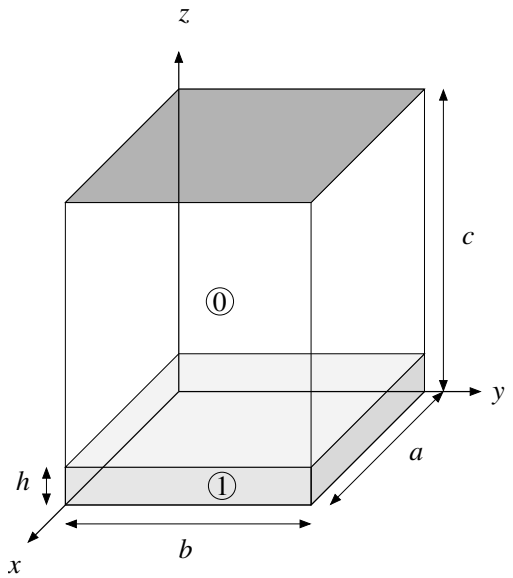


Bild 2.1: Beidseitig in z-Richtung kurzgeschlossener Rechteckhohlleiter mit einem planaren dielektrischen Substrat.

Zur Untersuchung der elektromagnetischen Verkopplung der Gehäuseresonanzen mit den elektrischen Streufeldern entlang der Peripherie der Mikrostreifenstruktur, die durch fiktive magnetische Flächenstromdichten beschrieben werden können, erfolgt im Abschnitt 2.3 die Herleitung der entsprechenden Ansätze nach Abschnitt 2.2 unter Verwendung des Dualitätsprinzips [15].

Die vorgestellten Ansätze beziehen sich auf eine harmonische Zeitabhängigkeit.

2.2 Elektrische Flächenstromdichten

Für den in Bild 2.1 dargestellten rechteckförmigen Hohlleiter, der in z-Richtung beidseitig kurzgeschlossen und in dem ein planares dielektrisches Substrat eingebracht ist, lassen sich bezüglich der z-Richtung die transversalen elektromagnetischen Felder der TE_{mn}- und TM_{mn}-Moden im Raumbereich 0 durch

$$\underline{\boldsymbol{E}}^i_{0\mathrm{tr}}(x,y,z) = \sum_m \sum_n \underline{\hat{u}}^{imn} \frac{\sin(k_{0\mathrm{z}mn}(c-z))}{\sin(k_{0\mathrm{z}mn}(c-h))} \boldsymbol{t}_E^{imn}(x,y), \tag{2.1}$$

$$\underline{\boldsymbol{H}}^i_{0\mathrm{tr}}(x,y,z) = -\sum_m \sum_n j\,\underline{Y}_0^{imn}\,\underline{\hat{u}}^{imn} \frac{\cos(k_{0\mathrm{z}mn}(c-z))}{\sin(k_{0\mathrm{z}mn}(c-h))} \boldsymbol{t}_H^{imn}(x,y), \tag{2.2}$$

und im Raumbereich 1 durch

$$\underline{\boldsymbol{E}}^i_{1\mathrm{tr}}(x,y,z) = \sum_m \sum_n \underline{\hat{u}}^{imn} \frac{\sin(k_{1\mathrm{z}mn}z)}{\sin(k_{1\mathrm{z}mn}h)} \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x,y), \tag{2.3}$$

$$\underline{\boldsymbol{H}}^i_{1\mathrm{tr}}(x,y,z) = \sum_m \sum_n j\,\underline{Y}_1^{imn}\,\underline{\hat{u}}^{imn} \frac{\cos(k_{1\mathrm{z}mn}z)}{\sin(k_{1\mathrm{z}mn}h)} \boldsymbol{t}_H^{imn}(x,y), \tag{2.4}$$

mit den zugehörigen Eigenwerten

$$k_{0\mathrm{z}mn} = \sqrt{k_0^2 - k_{\mathrm{c}mn}^2}, \tag{2.5}$$

$$k_{1\mathrm{z}mn} = \sqrt{k_1^2 - k_{\mathrm{c}mn}^2}, \tag{2.6}$$

$$k_{\mathrm{c}mn}^2 = k_{\mathrm{x}m}^2 + k_{\mathrm{y}n}^2, \tag{2.7}$$

$$k_{\mathrm{x}m} = \frac{m\pi}{a}, \tag{2.8}$$

$$k_{\mathrm{y}n} = \frac{n\pi}{b}, \tag{2.9}$$

und den Wellenzahlen

$$k_0 = \omega\sqrt{\epsilon_0\,\mu_0}, \tag{2.10}$$

$$k_1 = \sqrt{\epsilon_{\mathrm{r}1}\mu_{\mathrm{r}1}}\,k_0 \tag{2.11}$$

unter Verwendung der Leitungstheorie beschreiben.

In den Gleichungen (2.1) bis (2.4) ist:

i	:	TE- oder TM-Mode bzgl. der z-Richtung ($i \in \{\mathrm{TE}, \mathrm{TM}\}$)
m, n	:	Summationsindizes über alle TE- und TM-Moden
$\underline{\hat{u}}^{imn}$	:	Spannungskoeffizient
$\boldsymbol{t}_E^{mn}(x,y)$	:	normierte, transversale Strukturfunktion des elektrischen Feldes
$\boldsymbol{t}_H^{mn}(x,y)$	:	normierte, transversale Strukturfunktion des magnetischen Feldes
$\underline{Y}_0^{imn}$	:	charakteristische Admittanz des leeren Hohlleiters (Raumbereich 0)
$\underline{Y}_1^{imn}$	:	charakteristische Admittanz des gefüllten Hohlleiters (Raumbereich 1)

Im einzelnen bestimmen sich die charakteristischen Admittanzen des leeren und des gefüllten Hohlleiters für die $\mathrm{TE}_{\mathrm{mn}}$- und $\mathrm{TM}_{\mathrm{mn}}$-Moden zu

$$\underline{Y}_0^{\mathrm{TE}mn} = \frac{k_{0\mathrm{z}mn}}{\omega\mu_0}, \tag{2.12}$$

$$\underline{Y}_1^{\mathrm{TE}mn} = \frac{k_{1\mathrm{z}mn}}{\omega\mu_0\mu_{r1}}, \tag{2.13}$$

$$\underline{Y}_0^{\mathrm{TM}mn} = \frac{\omega\epsilon_0}{k_{0\mathrm{z}mn}}, \tag{2.14}$$

$$\underline{Y}_1^{\mathrm{TM}mn} = \frac{\omega\epsilon_0\epsilon_{r1}}{k_{1\mathrm{z}mn}}. \tag{2.15}$$

Zwischen den transversalen Strukturfunktionen des elektrischen Feldes der TE_{mn}- und TM_{mn}-Moden

$$\boldsymbol{t}_E^{\mathrm{TE}mn}(x,y) = N_{1mn}\, g_{1mn}(x,y)\, \boldsymbol{e}_x - N_{2mn}\, g_{2mn}(x,y)\, \boldsymbol{e}_y \tag{2.16}$$

$$\boldsymbol{t}_E^{\mathrm{TM}mn}(x,y) = N_{2mn}\, g_{1mn}(x,y)\, \boldsymbol{e}_x + N_{1mn}\, g_{2mn}(x,y)\, \boldsymbol{e}_y \tag{2.17}$$

mit den Funktionen

$$g_{1mn}(x,y) = \cos(k_{xm}\, x)\, \sin(k_{yn}\, y), \tag{2.18}$$

$$g_{2mn}(x,y) = \sin(k_{xm}\, x)\, \cos(k_{yn}\, y) \tag{2.19}$$

und den Normierungskoeffizienten

$$N_{1mn} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{ab}} & : \; m = 0 \wedge n \neq 0 \\ 0 & : \; m \neq 0 \wedge n = 0 \\ \frac{2}{\sqrt{ab}}\, \frac{k_y}{k_{\mathrm{c}mn}} & : \; m \neq 0 \wedge n \neq 0, \end{cases} \tag{2.20}$$

$$N_{2mn} = \begin{cases} 0 & : \; m = 0 \wedge n \neq 0 \\ \sqrt{\frac{2}{ab}} & : \; m \neq 0 \wedge n = 0 \\ \frac{2}{\sqrt{ab}}\, \frac{k_x}{k_{\mathrm{c}mn}} & : \; m \neq 0 \wedge n \neq 0, \end{cases} \tag{2.21}$$

sowie den Strukturfunktionen des magnetischen Feldes, existiert der Zusammenhang

$$\boldsymbol{t}_H^{imn}(x,y) = \boldsymbol{e}_{\mathrm{z}} \times \boldsymbol{t}_E^{imn}(x,y) \tag{2.22}$$

bzw.

$$\boldsymbol{t}_E^{imn}(x,y) = -\boldsymbol{e}_\mathrm{z} \times \boldsymbol{t}_H^{imn}(x,y). \tag{2.23}$$

Die Strukturfunktionen der elektrischen und magnetischen Felder erfüllen die Orthonormierungsrelationen

$$\iint\limits_A \boldsymbol{t}_E^{imn} \cdot \boldsymbol{t}_E^{ikl} dA = \begin{cases} 1: & m = k \wedge n = l \\ 0: & m \neq k \wedge n \neq l, \end{cases} \tag{2.24}$$

$$\iint\limits_A \boldsymbol{t}_H^{imn} \cdot \boldsymbol{t}_H^{ikl} dA = \begin{cases} 1: & m = k \wedge n = l \\ 0: & m \neq k \wedge n \neq l. \end{cases} \tag{2.25}$$

Die Integration in den Gleichungen (2.24) bzw. (2.25) erfolgt dabei über die Hohlleiterquerschnittsfläche A.

Fließen in der Grenzschicht auf einer unendlich dünnen Metallisierung elektrische Flächenstromdichten $\underline{\boldsymbol{J}}_S$, wie es bei Mikrostreifenstrukturen näherungsweise der Fall ist, dann gilt für das magnetische Feld die Grenzschichtbedingung

$$\boldsymbol{e}_\mathrm{z} \times \left(\underline{\boldsymbol{H}}_{0\mathrm{tr}}^{imn}(x,y,h) - \underline{\boldsymbol{H}}_{1\mathrm{tr}}^{imn}(x,y,h)\right) = \underline{\boldsymbol{J}}_\mathrm{S}, \tag{2.26}$$

wobei $\boldsymbol{e}_\mathrm{z}$ der Einheitsvektor in z-Richtung ist. Mit den Gleichungen (2.2), (2.4) und (2.23) folgt aus Gleichung (2.26) für die elektrische Flächenstromdichte

$$\underline{\boldsymbol{J}}_S = -\sum_m \sum_n \underline{Y}_\mathrm{in}^{imn}(h)\, \underline{\hat{u}}^{imn}\, \boldsymbol{t}_E^{imn}(x,y). \tag{2.27}$$

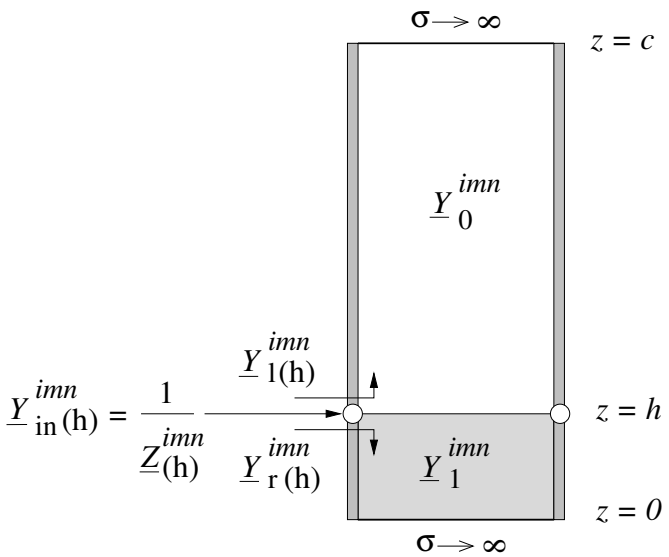


Bild 2.2: Leitungsersatzschaltbild des beidseitig kurzgeschlossenen rechteckförmigen Hohlleiters mit eingebrachtem planaren dielektrischen Substrat.

Wie im Leitungsersatzschaltbild für den Resonator mit eingebrachtem planaren Substrat in Bild 2.2 dargestellt, ist $\underline{Y}_\mathrm{in}^{imn}(h)$ die Eingangsadmittanz in Höhe der Grenzschicht $z = h$. Die Eingangsadmittanz setzt sich aus der linksseitigen Eingangsadmittanz $\underline{Y}_\mathrm{l}^{imn}(h)$ und der

rechtsseitigen Eingangsadmittanz $\underline{Y}_{\mathrm{r}}^{imn}(h)$ der beiden einseitig kurzgeschlossenen Hohlleiter zusammen

$$\underline{Y}_{\mathrm{in}}^{imn}(h) = \underline{Y}_{\mathrm{l}}^{imn}(h) + \underline{Y}_{\mathrm{r}}^{imn}(h), \tag{2.28}$$

mit

$$\underline{Y}_{\mathrm{l}}^{imn}(h) = -j\underline{Y}_{0}^{imn} \cot(k_{0\mathrm{z}mn}\,(c-h)), \tag{2.29}$$

$$\underline{Y}_{\mathrm{r}}^{imn}(h) = -j\underline{Y}_{1}^{imn} \cot(k_{1\mathrm{z}mn}\,h). \tag{2.30}$$

Werden beide Seiten der Gleichung (2.27) mit der Strukturfunktion des elektrischen Feldes $\boldsymbol{t}_E^{ikl}(x,y)$ multipliziert und über die Hohlleiterquerschnittsfläche A integriert, so ergibt sich mit der Orthonormierungsrelation (2.24) der Zusammenhang

$$\underline{\hat{u}}^{imn} = -\underline{Z}^{imn}(h) \iint\limits_{A} \underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}}(x,y) \cdot \boldsymbol{t}_E^{imn}(x,y)\, dA, \tag{2.31}$$

mit der Gesamtimpedanz

$$\underline{Z}^{imn}(h) = \frac{1}{\underline{Y}_{\mathrm{in}}^{imn}(h)}. \tag{2.32}$$

Zur Ausbildung von Gehäuseresonanzen kommt es, wenn die Resonanzbedingung

$$\underline{Y}_{\mathrm{in}}^{imn}(h) = \underline{Y}_{\mathrm{l}}^{imn}(h) + \underline{Y}_{\mathrm{r}}^{imn}(h) = 0 \tag{2.33}$$

erfüllt wird. Unter Verwendung der charakteristischen Admittanzen der Gleichungen (2.12) bis (2.15) und den Eingangsadmittanzen der einseitig kurzgeschlossenen Hohlleiter der Gleichungen (2.29) und (2.30) erhält man bzgl. der z-Richtung die charakteristische Gleichung der TE_{mn}-Moden (auch LSE_{mn}-Moden genannt, Longitudinal Section Electric)

$$k_{0\mathrm{z}mn} \cot(k_{0\mathrm{z}mn}\,(c-h)) = -\frac{k_{1\mathrm{z}mn}}{\mu_{r1}} \cot(k_{1\mathrm{z}mn}\,h) \tag{2.34}$$

und der TM_{mn}-Moden [15], [16], [17] (auch LSM_{mn}-Moden genannt, Longitudinal Section Magnetic)

$$k_{0\mathrm{z}mn} \tan(k_{0\mathrm{z}mn}\,(c-h)) = -\frac{k_{1\mathrm{z}mn}}{\epsilon_{r1}} \tan(k_{1\mathrm{z}mn}\,h). \tag{2.35}$$

Die Lösungen der Gleichung (2.33) bzw. der Gleichungen (2.34) und (2.35) stellen die Resonanzfrequenzen ω_{mnl} der Gehäusemoden dar. Ihre Bestimmung erfolgt numerisch. Verluste des Substrates lassen sich in einer komplexen Dielektrizitätszahl $\underline{\epsilon}_r$ oder einer komplexen Permittivitätszahl $\underline{\mu}_r$ berücksichtigen und resultieren in einer komplexen Lösung $\underline{\omega}_{mnl} = \omega_{\mathrm{r},mnl} + j\omega_{\mathrm{i},mnl}$, wobei der Realteil $\omega_{\mathrm{r},mnl} = Re\{\underline{\omega}_{mnl}\}$ der Resonanzkreisfrequenz des zugehörigen Gehäusemodes entspricht. Das Verhältnis von Real- und Imaginärteil der komplexen Resonanzkreisfrequenz $\underline{\omega}_{mnl}$ beschreibt die Güte $Q = \omega_{\mathrm{r},mnl}/2\omega_{\mathrm{i},mnl}$ des Gehäusemodes.

Die TE_{mnl}- und TM_{mnl}-Moden werden nun durch 3 Indizes gekennzeichnet. Die beiden ersten Indizes m und n charakterisieren weiterhin die ausbreitungsfähigen Moden des Hohlleiters. Der dritte Index l wird zur Durchnumerierung der möglichen Lösungen ω_{mnl} der transzendenten Gleichungen (2.34) und (2.35) verwendet. Die Zählweise des dritten Indexes wird in der Literatur jedoch unterschiedlich gehandhabt [15], [16], [18], [19]. Wie in [15], [16] erfolgt in dieser Arbeit die Zählweise des dritten Indexes in Anlehnung an den zugehörigen leeren Resonator. Bei den TM_{mnl}-Moden wird die kleinste Resonanzfrequenz mit dem Index $l = 0$ und bei den TE_{mnl}-Moden mit dem Index $l = 1$ gekennzeichnet. Unter der Voraussetzung, dass die Kantenlänge des Resonators in x-Richtung größer ist als in y-Richtung ($a > b$), ist bei den TM_{mnl}-Moden die erste angeregte Gehäuseresonanz der TM_{110}-Mode (bzw. LSM_{110}-Mode) und bei den TE_{mnl}-Moden der TE_{101}-Mode (bzw. LSE_{101}-Mode).

Die elektromagnetische Verkopplung zwischen den Moden des Gehäuses und den in der Grenzschicht fließenden elektrischen Flächenstromdichten wird in Gleichung (2.31) durch das Flächenintegral beschrieben. Die Kopplung ist am stärksten, wenn die elektrische Flächenstromdichte parallel zur elektrischen Strukturfunktion der Hohlleitermoden ausgerichtet ist. Es besteht die Möglichkeit durch geeignete Positionierung der Mikrostreifenstruktur auf dem Substrat die Kopplung zu reduzieren [1].

Werden zur Schirmung der Mikrowellenschaltung Hohlleiter mit einer anderen Querschnittsgeometrie als der rechteckförmigen verwendet, sind in den Gleichungen (2.16) und (2.17) die entsprechenden Strukturfunktionen zu verwenden.

Für eine spezielle Stromdichteverteilung auf der Mikrostreifenstruktur sind die Spannungskoeffizienten $\underline{\hat{u}}^{imn}$ der elektromagnetischen Felder nach Gleichungen (2.1) bis (2.4), die durch die Stromdichte angeregt werden, mit Gleichung (2.31) mittels der Momentenmethode zu bestimmen. Für den Spezialfall einer Anregung mit einem Einheitsstromdichteelement lassen sich mit Gleichung (2.31) die Greenschen Funktionen im Ortsbereich für eine Stromdichte auf der Substratoberfläche ermitteln [9]. Hierzu sei für den rechteckförmigen Resonator nach Bild 2.1 in einem Quellenpunkt $P_q\,(x_q, y_q, z_q = h)$ auf der Substratoberfläche das in k-Richtung ($k \in \{x, y\}$) orientierte transversale Einheitsstromdichteelement

$$\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}}(x, y) = \underline{i}_q\, dl_{kq}\, \boldsymbol{e}_k\, \delta(x - x_q)\, \delta(y - y_q) \tag{2.36}$$

betrachtet [20], dessen Amplitude den Wert

$$\underline{i}_q\, dl_{kq} = 1 \tag{2.37}$$

annimmt. Man bezeichnet den Term $\underline{i}_q\, dl_{kq}$ als elektrisches Dipolmoment. Mit der Flächenstromdichte nach Gleichung (2.36) und der Gleichung (2.31) lassen sich aufgrund der Stetigkeit des elektrischen Feldes in der Grenzschicht bei $z = h$ aus der Beziehung (2.1) oder (2.3) die Feldkomponenten des elektrischen Feldes für die TE_{mn}- und TM_{mn}-Moden herleiten

$$\underline{E}_{\mathrm{x}k}^{imn}(x, y) = \underline{g}_{\mathrm{x}k}^{\mathrm{EJ},imn}(x, y; x_q, y_q)\, \underline{i}_q\, dl_{kq}, \tag{2.38}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{y}k}^{imn}(x, y) = \underline{g}_{\mathrm{y}k}^{\mathrm{EJ},imn}(x, y; x_q, y_q)\, \underline{i}_q\, dl_{kq}. \tag{2.39}$$

Der hochgestellte Index EJ in den Greenschen Funktionen $\underline{g}_{\mathrm{x}k}^{\mathrm{EJ},imn}$ und $\underline{g}_{\mathrm{y}k}^{\mathrm{EJ},imn}$ deutet darauf hin, dass die elektrischen Felder durch eine elektrische Stromdichte angeregt werden. Für einen in x- und y-Richtung orientierten elektrischen Dipol ($k = x$ und $k = y$) mit dem Dipolmoment von Eins ergeben sich daraus für die einzelnen Moden die Greenschen Funktionen des elektrischen Feldes

$$\underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{EJ},imn}(x,y;x_q,y_q) = -\underline{Z}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Ex}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Ex}}^{imn}(x,y), \tag{2.40}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{EJ},imn}(x,y;x_q,y_q) = -\underline{Z}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Ey}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Ex}}^{imn}(x,y), \tag{2.41}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{EJ},imn}(x,y;x_q,y_q) = -\underline{Z}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Ex}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Ey}}^{imn}(x,y), \tag{2.42}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{EJ},imn}(x,y;x_q,y_q) = -\underline{Z}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Ey}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Ey}}^{imn}(x,y). \tag{2.43}$$

Der zweite tiefgesetzte Index in den Funktionen (2.38) bis (2.43) kennzeichnet die Stromdichtekomponente im Quellenpunkt $P_q\,(x_q, y_q, z_q = h)$, die im Aufpunkt $P(x, y, z = h)$ die elektrische Feldkomponente anregt, welche durch den ersten tiefgesetzten Index x bzw. y beschrieben wird. Unter Verwendung der Gleichungen (2.16) bis (2.21) ergeben sich durch die Überlagerung der Greenschen Funktionen der TM_{mn}- und TE_{mn}-Moden (2.40) bis (2.43) die Greenschen Gesamtfunktionen

$$\begin{aligned}\underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{EJ}}(x,y;x_q,y_q) &= -\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4\Phi_{mn}}{ab}\left(\frac{k_{\mathrm{x}m}^2}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\underline{Z}^{\mathrm{TM}mn}(h)+\frac{k_{\mathrm{y}n}^2}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\underline{Z}^{\mathrm{TE}mn}(h)\right)\cdot \\ &\qquad \cos(k_{\mathrm{x}m}x_q)\sin(k_{\mathrm{y}n}y_q)\cos(k_{\mathrm{x}m}x)\sin(k_{\mathrm{y}n}y), \end{aligned}\tag{2.44}$$

$$\begin{aligned}\underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{EJ}}(x,y;x_q,y_q) &= -\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4\Phi_{mn}}{ab}\frac{k_{\mathrm{x}m}k_{\mathrm{y}n}}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\left(\underline{Z}^{\mathrm{TM}mn}(h)-\underline{Z}^{\mathrm{TE}mn}(h)\right)\cdot \\ &\qquad \sin(k_{\mathrm{x}m}x_q)\cos(k_{\mathrm{y}n}y_q)\cos(k_{\mathrm{x}m}x)\sin(k_{\mathrm{y}n}y), \end{aligned}\tag{2.45}$$

$$\begin{aligned}\underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{EJ}}(x,y;x_q,y_q) &= -\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4\Phi_{mn}}{ab}\frac{k_{\mathrm{x}m}k_{\mathrm{y}n}}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\left(\underline{Z}^{\mathrm{TM}mn}(h)-\underline{Z}^{\mathrm{TE}mn}(h)\right)\cdot \\ &\qquad \cos(k_{\mathrm{x}m}x_q)\sin(k_{\mathrm{y}n}y_q)\sin(k_{\mathrm{x}m}x)\cos(k_{\mathrm{y}n}y), \end{aligned}\tag{2.46}$$

$$\begin{aligned}\underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{EJ}}(x,y;x_q,y_q) &= -\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4\Phi_{mn}}{ab}\left(\frac{k_{\mathrm{y}n}^2}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\underline{Z}^{\mathrm{TM}mn}(h)+\frac{k_{\mathrm{x}m}^2}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\underline{Z}^{\mathrm{TE}mn}(h)\right)\cdot \\ &\qquad \sin(k_{\mathrm{x}m}x_q)\cos(k_{\mathrm{y}n}y_q)\sin(k_{\mathrm{x}m}x)\cos(k_{\mathrm{y}n}y), \end{aligned}\tag{2.47}$$

mit

$$\Phi_{mn} = \begin{cases} \frac{1}{4} & : m = n = 0 \\ \frac{1}{2} & : m = 0 \vee n = 0 \\ 1 & : m \neq 0 \wedge n \neq 0 \end{cases}. \tag{2.48}$$

2.3 Magnetische Flächenstromdichten

Für die Resonatorstruktur nach Bild 2.1 ergeben sich nach dem Dualitätsprinzip [15] die transversalen Felder im Raumbereich 0 zu

$$\underline{\boldsymbol{H}}^{i}_{0\mathrm{tr}}(x,y,z) = \sum_m \sum_n \underline{\hat{i}}^{imn} \frac{\cos(k_{0\mathrm{z}mn}(c-z))}{\cos(k_{0\mathrm{z}mn}(c-h))} \boldsymbol{t}^{imn}_{\mathrm{H}}(x,y), \tag{2.49}$$

$$\underline{\boldsymbol{E}}^{i}_{0\mathrm{tr}}(x,y,z) = \sum_m \sum_n j\underline{Z}^{imn}_{0}\underline{\hat{i}}^{imn} \frac{\sin(k_{0\mathrm{z}mn}(c-z))}{\cos(k_{0\mathrm{z}mn}(c-h))} \boldsymbol{t}^{imn}_{\mathrm{E}}(x,y), \tag{2.50}$$

und im Raumbereich 1 zu

$$\underline{\boldsymbol{H}}^{i}_{1\mathrm{tr}}(x,y,z) = \sum_m \sum_n \underline{\hat{i}}^{imn} \frac{\cos(k_{1\mathrm{z}mn}z)}{\cos(k_{1\mathrm{z}mn}h)} \boldsymbol{t}^{imn}_{\mathrm{H}}(x,y), \tag{2.51}$$

$$\underline{\boldsymbol{E}}^{i}_{1\mathrm{tr}}(x,y,z) = -\sum_m \sum_n j\underline{Z}^{imn}_{1}\underline{\hat{i}}^{imn} \frac{\sin(k_{1\mathrm{z}mn}z)}{\cos(k_{1\mathrm{z}mn}h)} \boldsymbol{t}^{imn}_{\mathrm{E}}(x,y), \tag{2.52}$$

mit $i \in \{\mathrm{TE,TM}\}$. Die Größe $\underline{\hat{i}}^{imn}$ wird als Stromkoeffizient des Modes bezeichnet, der durch die Indizes m und n gekennzeichnet ist.

Die charakteristische Impedanz des leeren Hohlleiters (Raumbereich 0) $\underline{Z}^{imn}_{0}$ und des gefüllten Hohlleiters (Raumbereich 1) $\underline{Z}^{imn}_{1}$ in den Gleichungen (2.50) und (2.52) sind die Kehrwerte der charakteristischen Admittanzen der Gleichungen (2.12) bis (2.15)

$$\underline{Z}^{\mathrm{TE}mn}_{0} = \frac{\omega\mu_0}{k_{0\mathrm{z}mn}}, \tag{2.53}$$

$$\underline{Z}^{\mathrm{TE}mn}_{1} = \frac{\omega\mu_0\mu_{r1}}{k_{1\mathrm{z}mn}}, \tag{2.54}$$

$$\underline{Z}^{\mathrm{TM}mn}_{0} = \frac{k_{0\mathrm{z}mn}}{\omega\epsilon_0}, \tag{2.55}$$

$$\underline{Z}^{\mathrm{TM}mn}_{1} = \frac{k_{1\mathrm{z}mn}}{\omega\epsilon_0\epsilon_{r1}}. \tag{2.56}$$

Werden die Moden des metallischen Gehäuses durch magnetische Flächenstromdichten in der Grenzschicht bei $z = h$ angeregt, so muß die Grenzschichtbedingung

$$\boldsymbol{e}_{\mathrm{z}} \times \left(\underline{\boldsymbol{E}}^{imn}_{0\mathrm{tr}}(x,y,h) - \underline{\boldsymbol{E}}^{imn}_{1\mathrm{tr}}(x,y,h)\right) = -\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}} \tag{2.57}$$

erfüllt sein. Mit den transversalen elektrischen Feldern der Gleichungen (2.50), (2.52) in der Grenzschicht und der Beziehung (2.22) ergibt sich der Zusammenhang

$$\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}} = -\sum_m \sum_n \underline{Z}^{imn}_{\mathrm{in}}(h)\,\underline{\hat{i}}^{imn}\,\boldsymbol{t}^{imn}_{\mathrm{H}}(x,y). \tag{2.58}$$

Dabei ist $\underline{Z}^{imn}_{\mathrm{in}}(h)$ die Eingangsimpedanz an der Stelle $z = h$, die sich gemäß dem Leitungsersatzschaltbild 2.3 aus den Eingangsimpedanzen $\underline{Z}^{imn}_{\mathrm{l}}(h)$ und $\underline{Z}^{imn}_{\mathrm{r}}(h)$ der beiden einseitig

kurzgeschlossenen Hohlleitern entsprechend

$$\underline{Z}_{\mathrm{in}}^{imn}(h) = \underline{Z}_{\mathrm{l}}^{imn}(h) + \underline{Z}_{\mathrm{r}}^{imn}(h) \tag{2.59}$$

mit

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\mathrm{l}}^{imn}(h) &= j\underline{Z}_{0}^{imn}\tan(k_{0\mathrm{z}mn}(c-h)), & (2.60)\\ \underline{Z}_{\mathrm{r}}^{imn}(h) &= j\underline{Z}_{1}^{imn}\tan(k_{1\mathrm{z}mn}h) & (2.61) \end{aligned}$$

zusammensetzt.

Multipliziert man beide Seiten der Gleichung (2.58) mit $\boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{ikl}(x,y)$ und integriert über die Hohlleiterquerschnittsfläche A, so ergibt sich mit der Orthonormierungsrelation (2.25) der Zusammenhang

$$\underline{\hat{i}}^{imn} = -\underline{Y}^{imn}(h)\iint\limits_{A}\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}}(x,y)\cdot\boldsymbol{t}_{H}^{imn}(x,y)\,dA, \tag{2.62}$$

mit der Gesamtadmittanz

$$\underline{Y}^{imn}(h) = \frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{in}}^{imn}(h)} \tag{2.63}$$

an der Stelle $z = h$.

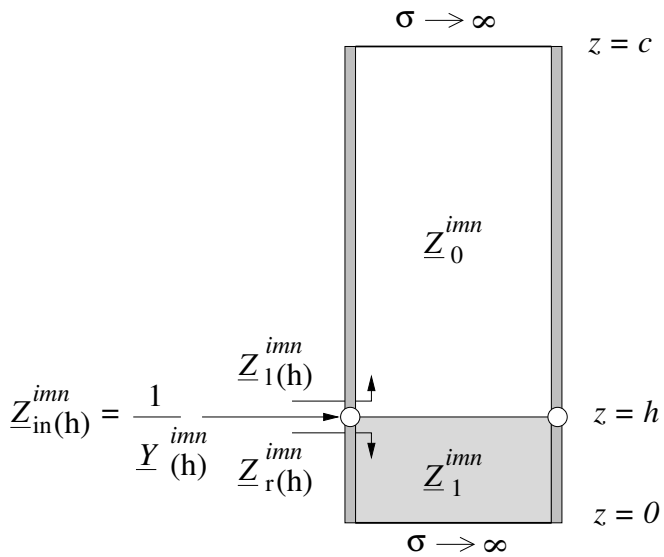


Bild 2.3: Leitungsersatzschaltbild eines beidseitig kurzgeschlossenen rechteckförmigen Resonators mit planarer dielektrischer Schicht.

Gehäuseresonanzen werden angeregt, wenn die Resonanzbedingung

$$\underline{Z}_{\mathrm{in}}^{imn}(h) = \underline{Z}_{\mathrm{l}}^{imn}(h) + \underline{Z}_{\mathrm{r}}^{imn}(h) = 0 \tag{2.64}$$

für spezielle Kreisfrequenzen, den sogenannten Resonanzkreisfrequenzen ω_{mnl}, erfüllt wird. Mit den Eingangsimpedanzen der einseitig kurzgeschlossenen Hohlleitern der Gleichungen (2.60), (2.61) und den zugehörigen charakteristischen Impedanzen der Gleichungen (2.53)

bis (2.56) lassen sich bezüglich der z-Richtung die charakteristischen Gleichungen der TE_{mn}-Moden (LSE_{mn}-Moden)

$$k_{0\mathrm{z}mn}\,\cot(k_{0\mathrm{z}mn}\,(c-h)) = -\frac{k_{1\mathrm{z}mn}}{\mu_{r1}}\cot(k_{1\mathrm{z}mn}\,h) \tag{2.65}$$

und der TM_{mn}-Moden (LSM_{mn}-Moden)

$$k_{0\mathrm{z}mn}\,\tan(k_{0\mathrm{z}mn}\,(c-h)) = -\frac{k_{1\mathrm{z}mn}}{\epsilon_{r1}}\tan(k_{1\mathrm{z}mn}\,h) \tag{2.66}$$

herleiten. Die Gleichungen (2.65), (2.66) und ihre Lösungen sind bereits im Abschnitt 2.2 für die elektrische Flächenstromdichte als anregende Größen hergeleitet und diskutiert worden.

Die elektromagnetische Verkopplung zwischen den Moden des Metallgehäuses und der magnetischen Flächenstromdichte in der Grenzschicht wird durch das Integral in Gleichung (2.62) beschrieben. Die Kopplung ist am stärksten, wenn die Komponenten der magnetischen Flächenstromdichte parallel zu den Komponenten der magnetischen Strukturfunktion der Moden liegen.

Unter Verwendung des Dualitätsprinzips werden analog zu der Vorgehensweise nach Abschnitt 2.2 die Greenschen Funktionen des rechteckförmigen Resonators in Bild 2.1 für ein im Quellenpunkt $P_q\,(x_q, y_q, z_q = h)$ auf der Substratoberfläche befindliches transversales magnetisches Einheitsstromdichteelement

$$\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}}(x,y) = \underline{u}_q\,dl_{kq}\,\boldsymbol{e}_k\,\delta(x-x_q)\,\delta(y-y_q) \tag{2.67}$$

bestimmt, das in k-Richtung ($k \in \{x, y\}$) orientiert ist und dessen Amplitude den Wert

$$\underline{u}_q\,dl_{kq} = 1 \tag{2.68}$$

annimmt. Mit den Beziehungen (2.22) und (2.62) lassen sich aufgrund der Stetigkeit des magnetischen Feldes in der Grenzschicht bei $z = h$ aus Gleichung (2.49) oder Gleichung (2.51) mit der magnetischen Flächenstromdichte nach Gleichung (2.67) die Feldkomponenten des magnetischen Feldes bestimmen

$$\underline{H}_{\mathrm{x}k}^{imn}(x,y) = \underline{g}_{\mathrm{x}k}^{\mathrm{HM},imn}(x,y;x_q,y_q)\,\underline{u}_q\,dl_{kq}, \tag{2.69}$$

$$\underline{H}_{\mathrm{y}k}^{imn}(x,y) = \underline{g}_{\mathrm{y}k}^{\mathrm{HM},imn}(x,y;x_q,y_q)\,\underline{u}_q\,dl_{kq}. \tag{2.70}$$

Der hochgestellte Index HM in den Greenschen Funktionen $\underline{g}_{\mathrm{x}k}^{\mathrm{HM},imn}$ und $\underline{g}_{\mathrm{y}k}^{\mathrm{HM},imn}$ kennzeichnet die magnetischen Felder, die durch eine magnetische Stromdichte hervorgerufen werden. Für ein in x- und y-Richtung orientiertes magnetisches Einheitsstromdichteelement ergeben sich für die einzelnen Moden die zugehörigen Greenschen Funktionen des magnetischen

Feldes zu

$$\begin{aligned}
\underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{HM},imn}(x,y;x_q,y_q) &= -\underline{Y}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Hx}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Hx}}^{imn}(x,y) \\
&= -\underline{Y}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Ey}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Ey}}^{imn}(x,y), && (2.71)\\
\underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{HM},imn}(x,y;x_q,y_q) &= -\underline{Y}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Hy}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Hx}}^{imn}(x,y) \\
&= \underline{Y}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Ex}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Ey}}^{imn}(x,y), && (2.72)\\
\underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{HM},imn}(x,y;x_q,y_q) &= -\underline{Y}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Hx}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Hy}}^{imn}(x,y) \\
&= \underline{Y}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Ey}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Ex}}^{imn}(x,y), && (2.73)\\
\underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{HM},imn}(x,y;x_q,y_q) &= -\underline{Y}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Hy}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Hy}}^{imn}(x,y) \\
&= -\underline{Y}^{imn}(h)\, t_{\mathrm{Ex}}^{imn}(x_q,y_q)\, t_{\mathrm{Ex}}^{imn}(x,y). && (2.74)
\end{aligned}$$

Aus den Gleichungen (2.71) bis (2.74) lassen sich unter Verwendung der Gleichungen (2.16) bis (2.21) die Greenschen Gesamtfunktionen des magnetischen Feldes durch die Überlagerung der TE_{mn}- und TM_{mn}-Moden herleiten

$$\begin{aligned}
\underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{HM}}(x,y;x_q,y_q) &= -\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4\Phi_{mn}}{ab}\left(\frac{k_{\mathrm{y}n}^2}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\underline{Y}^{\mathrm{TM}mn}(h)+\frac{k_{\mathrm{x}m}^2}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\underline{Y}^{\mathrm{TE}mn}(h)\right)\cdot \\
&\qquad \sin(k_{\mathrm{x}m}x_q)\cos(k_{\mathrm{y}n}y_q)\sin(k_{\mathrm{x}m}x)\cos(k_{\mathrm{y}n}y), && (2.75)\\
\underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{HM}}(x,y;x_q,y_q) &= \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4\Phi_{mn}}{ab}\frac{k_{\mathrm{x}m}k_{\mathrm{y}n}}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\left(\underline{Y}^{\mathrm{TM}mn}(h)-\underline{Y}^{\mathrm{TE}mn}(h)\right)\cdot \\
&\qquad \cos(k_{\mathrm{x}m}x_q)\sin(k_{\mathrm{y}n}y_q)\sin(k_{\mathrm{x}m}x)\cos(k_{\mathrm{y}n}y), && (2.76)\\
\underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{HM}}(x,y;x_q,y_q) &= \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4\Phi_{mn}}{ab}\frac{k_{\mathrm{x}m}k_{\mathrm{y}n}}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\left(\underline{Y}^{\mathrm{TMmn}}(h)-\underline{Y}^{\mathrm{TE}mn}(h)\right)\cdot \\
&\qquad \sin(k_{\mathrm{x}m}x_q)\cos(k_{\mathrm{y}n}y_q)\cos(k_{\mathrm{x}m}x)\sin(k_{\mathrm{y}}ny), && (2.77)\\
\underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{HM}}(x,y;x_q,y_q) &= -\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4\Phi_{mn}}{ab}\left(\frac{k_{\mathrm{x}m}^2}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\underline{Y}^{\mathrm{TM}mn}(h)+\frac{k_{\mathrm{y}n}^2}{k_{\mathrm{c}mn}^2}\underline{Y}^{\mathrm{TE}mn}(h)\right)\cdot \\
&\qquad \cos(k_{\mathrm{x}m}x_q)\sin(k_{\mathrm{y}n}y_q)\cos(k_{\mathrm{x}m}x)\sin(k_{\mathrm{y}n}y), && (2.78)
\end{aligned}$$

mit der Konstanten Φ_{mn} gemäß Gleichung (2.48).

3 Ansätze zur Bestimmung von Koppelnetzwerken

3.1 Einführung

Für die Untersuchung von Hochfrequenzschaltungen stellen die Schaltungssimulatoren ein wichtiges Werkzeug für den HF-Entwicklungsingenieur dar. Der Schaltungssimulator ermöglicht die Analyse der Gesamtschaltung, die sich aus verteilten passiven Strukturen und konzentrierten passiven und aktiven Bauelementen zusammensetzt, im Zeit- und Frequenzbereich. Die in der Regel komplexen verteilten passiven Strukturen, die Mikrostreifenleitungen, Durchkontaktierungen, Metallgehäuse und andere passive Bauelemente umfassen können, lassen sich mittels elektrodynamischer Vollwellensimulatoren analysieren. Das Ergebnis stellt in den meisten Fällen eine Systemmatrix (S-, Z-, Y-Matrix) dar, die in den Schaltungssimulator in Form eines N-Tores implementiert werden kann.

Die Bestimmung der Systemmatrix mittels eines Vollwellensimulators nimmt in der Entwicklungsphase der Hochfrequenzschaltung den größten Zeitraum ein. Für adäquate Entwicklungszeiten der Schaltung sollte daher der Einsatz eines Vollwellensimulators für große komplexe Strukturen in einer Optimierungsschleife vermieden werden. Andererseits ist für die Berücksichtigung der elektromagnetischen Verkopplung zwischen den Komponenten der Hochfrequenzschaltung, die z.B. durch enge Nachbarschaft, Oberflächenwellen, Abstrahlung oder Gehäuseresonanzen zustande kommt, der Einsatz eines Vollwellensimulators unverzichtbar, da diese Koppelmechanismen in den Modellen der Schaltungssimulatoren nicht erfasst werden. Einen Kompromiss zu dieser Problematik stellen Methoden dar, mit denen der Koppelmechanismus separat vom elektrischen Verhalten der Hochfrequenzschaltung in Form einer Matrix oder eines elektrischen Ersatzschaltbildes beschrieben werden kann. Dabei kommen analytische Ansätze oder Verfahren mit geringem numerischen Aufwand zum Einsatz. Diese Vorgehensweise wird z.B. zur Beschreibung der parasitären elektromagnetischen Verkopplung zwischen den angeregten Moden in einer gedruckten Schaltung (PCB, Printed Circuit Board) und den Bauelementen auf dem PCB verwendet. Die gedruckte Schaltung wird durch einen Parallelplattenwellenleiter beschrieben (zweidimensionales Feldproblem). Zur Extrahierung eines Koppelnetzwerks werden zunächst für den Parallelplattenwellenleiter die Greenschen Funktionen in Eigenfunktionen entwickelt [15]. Durch den Koeffizientenvergleich der einzelnen Entwicklungsterme der abgeleiteten Greenschen Funktion mit der Eingangsimpedanz eines Parallel- oder Serienschwingkreises läßt sich direkt ein elektrisches Ersatzschaltbild ableiten (siehe Anhang A.1.1).

In analoger Weise wird dieser Ansatz in [13] verwendet, um den parasitären Einfluss von Gehäusemoden eines rechteckförmigen Gehäuses mit homogener Materialfüllung auf die

Übertragungseigenschaften von Mikrostreifenstrukturen zu beschreiben (dreidimensionales Feldproblem). Die elektromagnetische Verkopplung der Gehäusemoden mit der Mikrowellenschaltung erfolgt dabei über die elektrischen Streufelder entlang der Peripherie der Mikrostreifenstruktur, die durch eine fiktive magnetische Linienstromdichte beschrieben werden kann. Die Ansätze und die Ableitung der zugehörigen Greenschen Funktionen sind im Anhang A.3 zusammengefaßt.

Zur Beschreibung der elektromagnetischen Wechselwirkung der Gehäuseresonanzen mit der in das Metallgehäuse eingebrachten Hochfrequenzschaltung in einem Schaltungssimulator werden in den nachfolgenden Abschnitten mit Hilfe der in Kapitel 2 beschriebenen Ansätze verschiedene Methoden zur Bestimmung der Systemmatrix (Koppelmatrix) und des zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilds (Koppelnetzwerks) vorgestellt. Der Grundgedanke der drei vorgestellten Verfahren liegt in der Segmentierung der elektrischen bzw. magnetischen Stromdichte, deren Segmente sich durch elektrische bzw. magnetische Stromdichteelemente charakterisieren lassen [21]. Diese Stromdichteelemente sind auch die Basis zur Bestimmung der Greenschen Funktionen (siehe Kapitel 2). Im Gegensatz zur Herleitung der Greenschen Funktionen weisen die Amplituden der Einheitsstromdichteelemente in den hier vorgestellten Verfahren einen Wert ungleich Eins auf, was zu einer Multiplikation der Greenschen Funktionen mit einem Faktor bzw. einer Umskalierung führt.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit erfolgt die Herleitung der Koppelmatrix und des Koppelnetzwerks für einen einzelnen Mode. Für beliebig viele Moden sind die Ergebnisse entsprechend dem Superpositionsprinzip zu überlagern.

Die Gültigkeit der abgeleiteten Koppelnetzwerke wird für einige kanonische Beispiele demonstriert. Diese wurden der Literatur [6] entnommen.

3.2 Koppelimpedanznetzwerk

Zur Ableitung der Koppelimpedanzmatrix und des zugehörigen Koppelimpedanznetzwerks wird die Mikrostreifenstruktur durch die elektrische Flächenstromdichte ersetzt. Es wird davon ausgegangen, dass sich die Komponenten der Mikrostreifenstruktur (Leitungen, Filter, Richtkoppler, u.a.) aus schmalen Mikrostreifenleitungen (Breite der Leitung ist im Vergleich zur Wellenlänge klein) zusammensetzen, da in diesem Fall die Leitungsstromdichtekomponenten quer zur Ausbreitungsrichtung vernachlässigt werden können.

In den folgenden drei Abschnitten wird die Koppelimpedanzmatrix mit drei verschiedenen Methoden bestimmt, die sich ineinander überführen lassen. Die Herleitung des zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbildes wird im Abschnitt 3.2.4 gezeigt.

3.2.1 Feldbasierter heuristischer Ansatz

Die Mikrostreifenstruktur auf dem Substrat wird durch die elektrische Flächenstromdichte $\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}}$ repräsentiert und derart segmentiert, dass die longitudinale elektrische Flächenstrom-

dichte auf den Segmenten näherungsweise konstant ist. Für diesen Fall läßt sich die Stromdichte durch die Summe

$$\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}} = \sum_{q=1}^{Q} \underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}q} \tag{3.1}$$

beschreiben, wobei $\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}q}$ die Stromdichtekomponente auf dem q-ten Stromdichtesegment ist. Der Ort eines Segmentes wird durch seinen Mittelpunkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$ auf der Substratoberfläche charakterisiert. Anschließend wird mittels der Gleichungen (2.1) bzw. (2.3) die transversale elektrische Feldstärke

$$\underline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{tr}p}^{imn} = \underline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{tr}}^{imn}(x_p, y_p) = \underline{\hat{u}}^{imn}\, \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_p, y_p) \tag{3.2}$$

in den Segmentmittelpunkten, die gleichzeitig auch die Beobachtungspunkte $P_p\,(x_p, y_p, h)$ darstellen, ermittelt. Der Spannungskoeffizient $\underline{\hat{u}}^{imn}$ in Gleichung (3.2) bestimmt sich nach Gleichung (2.31) zu

$$\underline{\hat{u}}^{imn} = -\underline{Z}^{imn}(h) \iint\limits_{A} \underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}}(x_q, y_q) \cdot \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_q, y_q)\, dA, \tag{3.3}$$

wobei $\boldsymbol{t}_{\mathrm{E}q}^{imn} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_q, y_q)$ die Strukturfunktion des elektrischen Feldes im Quellenpunkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$ des q-ten Stromdichtesegments ist. Mit Gleichung (3.1) ergibt sich für den Spannungskoeffizienten $\underline{\hat{u}}^{imn}$ in Gleichung (3.3) der Zusammenhang

$$\underline{\hat{u}}^{imn} = -\underline{Z}^{imn}(h) \sum_{q=1}^{Q} \iint\limits_{A_q} \underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}q}(x_q, y_q) \cdot \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_q, y_q)\, dA_q, \tag{3.4}$$

mit A_q der Fläche des q-ten Stromdichtesegments. Hierbei wurde die gleichmäßige Konvergenz der Reihe für die Flächenstromdichte $\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}}$ vorausgesetzt und die Reihenfolge von Integration und Summation vertauscht. Aufgrund der feinen Segmentierung läßt sich die elektrische Feldstärke (beschrieben durch die elektrische Strukturfunktion $\boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x, y)$) und die elektrische Flächenstromdichte $\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}q}(x_q, y_q)$ entlang der Segmente als näherungsweise konstant ansehen. Damit vereinfacht sich der Spannungskoeffizient in Gleichung (3.4) zu

$$\underline{\hat{u}}^{imn} \approx -\underline{Z}^{imn}(h) \sum_{q=1}^{Q} \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_q, y_q) \cdot \boldsymbol{\Delta l}_{\mathrm{S}q} \int\limits_{w_q} \underline{J}_{\mathrm{S}q}(x_q, y_q)\, dw_q, \tag{3.5}$$

wobei der vektorielle Charakter der elektrischen Flächenstromdichte auf den Längenvektor $\boldsymbol{\Delta l}_{\mathrm{S}q}$ des Segments übertragen wurde. Die Segmentlänge $\Delta l_{\mathrm{S}q}$ sollte dabei kleiner als ein Zehntel der Wellenlänge, der sich auf der Mikrostreifenleitung ausbreitenden Grundwelle (sog. Quasi-TEM-Welle), sein. In Gleichung (3.5) beschreibt das Integral

$$\int\limits_{w_q} \underline{J}_{\mathrm{S}q}(x_q, y_q)\, dw_q = \underline{i}_q \tag{3.6}$$

den Strom, der im Punkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$ in das Segment der Breite w_q hineinfließt.

Multipliziert man in Gleichung (3.2) die elektrische Feldstärke im Beobachtungspunkt mit der Segmentlänge $\Delta\boldsymbol{l}_{\mathrm{S}p}$ des zugehörigen Stromdichtesegments, so ergibt sich unter Berücksichtigung der Beziehungen (3.5) und (3.6) die Spannung im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$ entlang des Segmentes

$$\underline{u}_p^{imn} = \underline{\boldsymbol{E}}_{trp}^{imn} \cdot \Delta\boldsymbol{l}_{\mathrm{S}p} = \underline{Z}^{imn}(h) \left(\sum_{q=1}^{Q} \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_q, y_q) \cdot \Delta\boldsymbol{l}_{\mathrm{S}q}\,(-\underline{i}_q) \right) \cdot \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_p, y_p) \cdot \Delta\boldsymbol{l}_{\mathrm{S}p}. \tag{3.7}$$

Aufgrund der Konvention der Zeigerrichtungen des Verbraucher-Bezugspfeilsystems wird das negative Vorzeichen der Gleichung (3.7) den in den Segmenten hineinfließenden Strömen $\underline{i}_q$ zugeordnet.

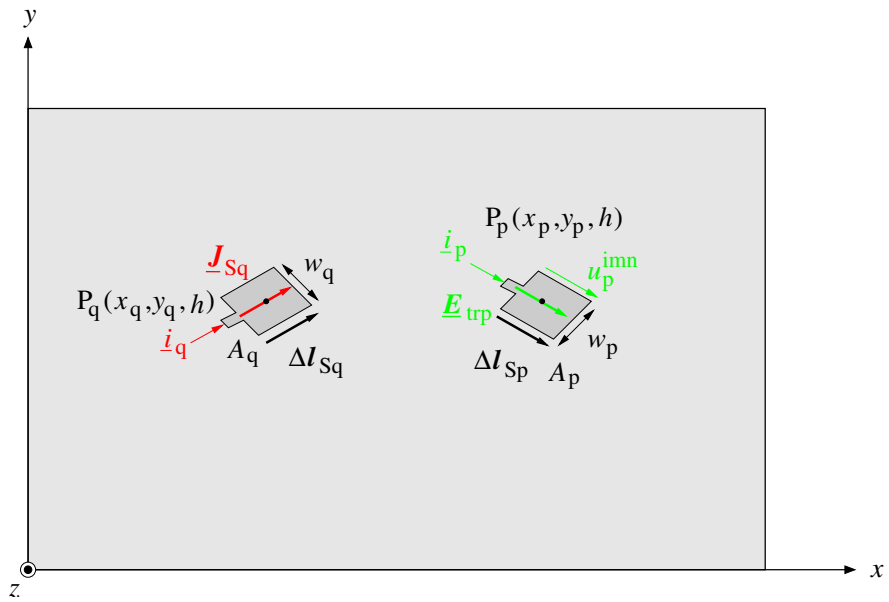


Bild 3.1: Definition der Segmentgeometrie und Netzwerkgrößen für ein Segment im Anregungs- und Beobachtungspunkt in der Ebene $z = h$.

In Bild 3.1 sind die Segmentgeometrie und die Netzwerkgrößen für zwei beliebige Segmente einer Mikrostreifenstruktur im Anregungspunkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$ und Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$ auf der Substratoberfläche dargestellt.

Wie aus Gleichung (3.7) ersichtlich, liefert jedes elektrische Dipolmoment $\underline{i}_q\,\Delta\boldsymbol{l}_{\mathrm{S}q}$ der einzelnen Segmente einen Beitrag zur Spannung $\underline{u}_p^{imn}$ im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$. Erfolgt die Berechnung der Spannung $\underline{u}_p^{imn}$ in Gleichung (3.7) für jedes einzelne Segment $p = 1, 2, \ldots, P$ mit $P = Q$, so läßt sich die folgende Matrixform ableiten

$$\begin{pmatrix} \underline{u}_1^{imn} \\ \underline{u}_2^{imn} \\ \vdots \\ \underline{u}_P^{imn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{z}_{\mathrm{S}11}^{imn} & \underline{z}_{\mathrm{S}12}^{imn} & \cdots & \underline{z}_{\mathrm{S}1Q}^{imn} \\ \underline{z}_{\mathrm{S}21}^{imn} & \underline{z}_{\mathrm{S}22}^{imn} & \cdots & \underline{z}_{\mathrm{S}2Q}^{imn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{z}_{\mathrm{S}P1}^{imn} & \underline{z}_{\mathrm{S}P2}^{imn} & \cdots & \underline{z}_{\mathrm{S}PQ}^{imn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\underline{i}_1 \\ -\underline{i}_2 \\ \vdots \\ -\underline{i}_Q \end{pmatrix}. \tag{3.8}$$

Die Impedanzparameter $\underline{z}_{\mathrm{S}pq}^{imn}$ der Koppelimpedanzmatrix $\underline{\mathbf{Z}}_S(j\omega)$ in Gleichung (3.8) bestimmen sich dabei zu

$$\underline{z}_{\mathrm{S}pq}^{imn} = \underline{Z}^{imn}(h)\; n_{\mathrm{S}q}^{imn}\; n_{\mathrm{S}p}^{imn}, \tag{3.9}$$

mit

$$n_{\mathrm{S}q}^{imn} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_q, y_q) \cdot \Delta \boldsymbol{l}_{\mathrm{S}q}, \tag{3.10}$$

$$n_{\mathrm{S}p}^{imn} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_p, y_p) \cdot \Delta \boldsymbol{l}_{\mathrm{S}p}. \tag{3.11}$$

Nach den Gleichungen (3.9) bis (3.11) nimmt der Koppelimpedanzparameter seinen maximalen Wert an, wenn die Segmente im Anregungs- und Beobachtungspunkt parallel zur elektrischen Feldstärke ausgerichtet sind.

3.2.2 Reziprozitätstheorem

Ist die elektrische Feldverteilung und die Stromdichteverteilung bekannt, stellt das Reziprozitätstheorem [15] die effizienteste Methode zur Berechnung der Koppelimpedanzmatrix dar. Wie in Bild 3.2 skizziert, läßt sich mit Hilfe des Reziprozitätstheorems eine Beziehung für die elektromagnetische Verkopplung zwischen einem Stromdichtesegment in einem Anregungspunkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$ und einem Stromdichtesegment in einem Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$ herleiten

$$\underline{z}_{pq} = -\frac{1}{\underline{i}_q\,\underline{i}_p} \iint\limits_A \underline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{trp}}(x, y) \cdot \underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{Sp}}(x, y)\; dA. \tag{3.12}$$

In Gleichung (3.12) ist $\underline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{trp}}$ die elektrische Feldstärke entlang des Segments im Beobachtungsort $P_p\,(x_p, y_p, h)$, die durch die elektrische Flächenstromdichte $\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}q}$ im Anregungspunkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$ hervorgerufen wird. Die Ströme $\underline{i}_q$ bzw. $\underline{i}_p$ fließen in die zugehörigen Segmente hinein.

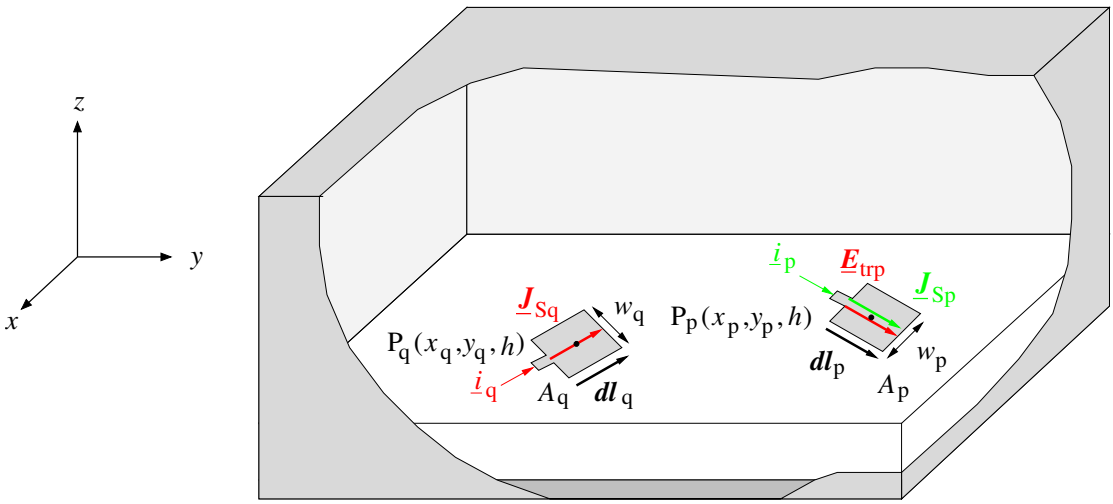


Bild 3.2: Segmentgeometrie und Feld- bzw. Netzwerkgrößen für zwei Stromdichtesegmente auf der Substratoberfläche im Anregungs- und Beobachtungspunkt zur Auswertung des Reziprozitätstheorems.

Für die elektrische Flächenstromdichte $\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}q}$ im Anregungspunkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$

$$\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}q}(x, y) = \underline{i}_q\, \boldsymbol{dl}_q\, \delta(x - x_q)\, \delta(y - y_q) \tag{3.13}$$

und die elektrische Flächenstromdichte $\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}p}$ im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$

$$\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}p}(x,y) = \underline{i}_p\,\boldsymbol{dl}_p\,\delta(x-x_p)\,\delta(y-y_p) \tag{3.14}$$

und der transversalen elektrischen Feldstärke $\underline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{tr}p}^{imn}$ nach Gleichung (3.2) im Beobachtungspunkt, ergibt sich mit Gleichung (3.3) und der Ausblendeigenschaft der Delta-Distribution aus dem Reziprozitätstheorem (3.12) die Beziehung

$$\underline{z}_{pq}^{imn} = \underline{Z}^{imn}(h)\,n_q^{imn}\,n_p^{imn}, \tag{3.15}$$

mit

$$n_q^{imn} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_q, y_q)\cdot\boldsymbol{dl}_q, \tag{3.16}$$
$$n_p^{imn} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_p, y_p)\cdot\boldsymbol{dl}_p. \tag{3.17}$$

Damit das Integral in Gleichung (3.12) auf einfache Weise gelöst werden kann, wurden die Stromdichtesegmente zunächst mit Hilfe der Gleichungen (3.13) und (3.14) durch infinitesimale Stromdichteelemente beschrieben. Hieraus ergeben sich aus Gleichung (3.12) die Greenschen Funktionen in Impedanzform. Durch Umskalierung der Dipollängen dl der infinitesimalen Dipole auf die zugehörigen Segmentlängen Δl_{S} in den Gleichungen (3.16) und (3.17) gemäß

$$n_{\mathrm{S}q}^{imn} = n_q^{imn}\frac{\Delta l_{\mathrm{S}q}}{dl_q}, \tag{3.18}$$
$$n_{\mathrm{S}p}^{imn} = n_p^{imn}\frac{\Delta l_{\mathrm{S}p}}{dl_p}, \tag{3.19}$$

lassen sich die Impedanzparameter der Matrix in Gleichung (3.8) ermitteln.

3.2.3 Greensche Funktionen

Sind die Greenschen Funktionen für die Resonatorstruktur bekannt, ist das in diesem Abschnitt vorgestellte Verfahren zur Bestimmung der Impedanzparameter besonders geeignet.

Bei der Methode der Greenschen Funktionen regt ein beliebig orientiertes Einheitsstromdichteelement im Quellenpunkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$ auf der Substratoberfläche nach Gleichung (3.13) die transversalen elektrischen Feldkomponenten des Feldes $\underline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{tr}p}^{imn}$ eines TE_{mn}- oder TM_{mn}-Modes im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$ entsprechend den Beziehungen (2.38) und (2.39) an

$$\underline{E}_{\mathrm{x}}^{imn}(x_p, y_p) = \underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{EJ},imn}(x_p, y_p; x_q, y_q)\,\underline{i}_q\,dl_{\mathrm{x}q} + \underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{EJ},imn}(x_p, y_p; x_q, y_q)\,\underline{i}_q\,dl_{\mathrm{y}q}, \tag{3.20}$$
$$\underline{E}_{\mathrm{y}}^{imn}(x_p, y_p) = \underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{EJ},imn}(x_p, y_p; x_q, y_q)\,\underline{i}_q\,dl_{\mathrm{x}q} + \underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{EJ},imn}(x_p, y_p; x_q, y_q)\,\underline{i}_q\,dl_{\mathrm{y}q}. \tag{3.21}$$

Entlang des Segments im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$ fällt dann die elektrische Spannung ab

$$\underline{u}_p^{imn} = \underline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{tr}(x_p,y_p)}^{imn}\cdot\boldsymbol{dl}_p. \tag{3.22}$$

Mit den Gleichungen (3.20) und (3.21) folgt für die Spannung $\underline{u}_p^{imn}$ aus der Gleichung (3.22)

$$\begin{aligned}\underline{u}_p^{imn} =& \underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{EJ},imn}(x_p, y_p; x_q, y_q)\, \underline{i}_q\, dl_{\mathrm{x}q}\, dl_{\mathrm{x}p} + \underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{EJ},imn}(x_p, y_p; x_q, y_q)\, \underline{i}_q\, dl_{\mathrm{y}q}\, dl_{\mathrm{x}p} + \\ & \underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{EJ},imn}(x_p, y_p; x_q, y_q)\, \underline{i}_q\, dl_{\mathrm{x}q}\, dl_{\mathrm{y}p} + \underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{EJ},imn}(x_p, y_p; x_q, y_q)\, \underline{i}_q\, dl_{\mathrm{y}q}\, dl_{\mathrm{y}p}.\end{aligned} \tag{3.23}$$

Für einen einzelnen Mode ergibt sich unter Verwendung der Beziehungen (2.40) bis (2.43) für die Spannung $\underline{u}_p^{imn}$ der Gleichung (3.23) der Zusammenhang

$$\begin{aligned}\underline{u}_p^{imn} &= \underline{Z}^{imn}(h)\left(t_{\mathrm{Ex}q}^{imn} dl_{\mathrm{x}q} + t_{\mathrm{Ey}q}^{imn} dl_{\mathrm{y}q}\right)\left(t_{\mathrm{Ex}p}^{imn} dl_{\mathrm{x}p} + t_{\mathrm{Ey}p}^{imn} dl_{\mathrm{y}p}\right)(-\underline{i}_q) \\ &= \underline{Z}^{imn}(h)\left(\boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_q, y_q)\cdot \boldsymbol{dl}_q \cdot \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}^{imn}(x_p, y_p)\cdot \boldsymbol{dl}_p\right)(-\underline{i}_q).\end{aligned} \tag{3.24}$$

Aus Gleichung (3.24) läßt sich dann unmittelbar der Koppelimpedanzparameter

$$\underline{z}_{pq}^{imn} = \underline{Z}^{imn}(h)\, n_q^{imn}\, n_p^{imn} \tag{3.25}$$

ermitteln, mit n_q^{imn} und n_p^{imn} nach Gleichung (3.16) und (3.17). Die Umskalierung der Dipollängen in den Termen n_q^{imn} und n_p^{imn} entsprechend Gleichung (3.18) und (3.19) liefert die Impedanzparameter nach Gleichung (3.9).

3.2.4 Elektrisches Ersatzschaltbild

Wie im Anhang A.2 gezeigt, kann für die in Gleichung (3.8) abgeleitete Koppelimpedanzmatrix $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{S}}^{imn}(j\omega)$ ein elektrisches Ersatzschaltbild angegeben werden. In Bild 3.3 ist die Zusammenschaltung des elektrischen Ersatzschaltbildes mit einer segmentierten Mikrostreifenleitung dargestellt, mit der die elektromagnetische Wechselwirkung eines Gehäusemodes und der Mikrostreifenleitung in einem Schaltungssimulator untersucht werden kann.

Für die Übertragerverhältnisse ist ein weiterer Index l zur Nummerierung der Gehäuseresonanzen gemäß Kapitel 2.2 eingeführt worden. Dieser wird auch im Folgenden zur Indizierung der Resonanzfrequenzen und der Netzwerkelemente verwendet.

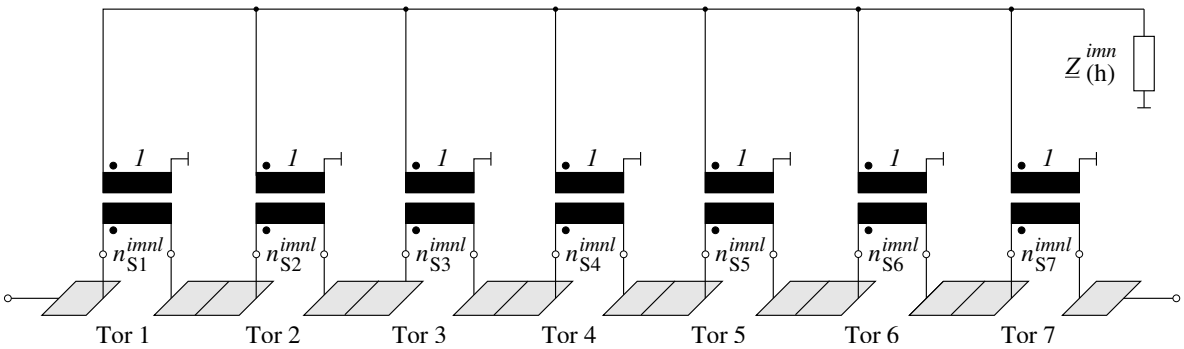


Bild 3.3: Verbindung des elektrischen Ersatzschaltbildes der Koppelimpedanzmatrix eines Gehäusemodes mit einer segmentierten Mikrostreifenleitung am Beispiel von 7 Segmenten.

Für ein vollständiges elektrisches Ersatzschaltbild, ist noch die Eingangsimpedanz $\underline{Z}^{imn}(h)$ des Hohlleiterresonators in der Umgebung der Gehäuseresonanzfrequenz ω_{mnl} durch ein äquivalentes elektrisches Netzwerk zu beschreiben. Unter der Voraussetzung schwacher Verluste, ist die elektromagnetische Verkopplung zwischen den Mikrostreifensegmenten nur dann ausgeprägt, wenn das Metallgehäuse in Resonanz ist. Für diesen Fall ist das zugehörige Leitungsersatzschaltbild der Hohlleiteranordnung nach Bild 2.2, das auch beliebige dielektrische planare Schichtanordnungen enthalten kann, durch einen RLC-Parallelschwingkreis beschreibbar. Die Resonanzfrequenz und die Schwingkreiselemente können aus der zugehörigen Eingangsadmittanz $\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h) = 1/\underline{Z}^{imn}(h)$ ermittelt werden.

Verluste der Substrate werden durch eine komplexe Permittivitätszahl

$$\underline{\epsilon}_{\text{r}} = \epsilon'_{\text{r}} - j\epsilon''_{\text{r}} \tag{3.26}$$

oder im Fall von Absorbermaterial durch eine komplexe Permeabilitätszahl

$$\underline{\mu}_{\text{r}} = \mu'_{\text{r}} - j\mu''_{\text{r}} \tag{3.27}$$

berücksichtigt. Ist die Struktur verlustlos, so ist die Eingangsadmittanz $\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h)$ imaginär. Sind die planaren dielektrischen Schichten verlustbehaftet, so weist die Eingangsadmittanz neben dem Imaginärteil auch einen Realteil auf

$$\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h) = Re\{\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h)\} + j\, Im\{\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h)\}. \tag{3.28}$$

Zunächst wird aus der Bedingung

$$Im\{\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h)\} = 0 \tag{3.29}$$

die Resonanzkreisfrequenz ω_{mnl} bzw. Resonanzfrequenz f_{mnl} berechnet. Anschließend wird für den zugehörigen Resonanzmode die Kapazität C^{imnl} des Parallelschwingkreises aus der Beziehung

$$C^{imnl} = \frac{1}{2}\frac{d}{d\omega} Im\{\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h)\}\Big|_{\omega=\omega_{mnl}} \tag{3.30}$$

ermittelt [22]. Zwischen der Kapazität C^{imnl}, der Induktivität L^{imnl} und der Resonanzkreisfrequenz ω_{mnl} gilt der bekannte Zusammenhang

$$\omega_{mnl} = \frac{1}{\sqrt{C^{imnl}\, L^{imnl}}}, \tag{3.31}$$

aus dem die Induktivität L^{imnl} des Parallelschwingkreises bestimmt werden kann.

Im Resonanzfall ist der Imaginärteil der Eingangsadmittanz des Parallelschwingkreises Null ($Im\{\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h)\} = 0$) und der Realteil repräsentiert den Leitwert des Parallelschwingkreises

$$G^{imnl} = Re\{\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h)\}\big|_{\omega=\omega_{mnl}}. \tag{3.32}$$

Das elektrische Ersatzschaltbild der Koppelimpedanzmatrix nach Bild 3.3 ist nur für einen Resonanzmode gültig. Werden mehrere Resonanzen im Gehäuse der Mikrowellenschaltung angeregt, so ergibt sich für jeden einzelnen Gehäuseresonanzmode ein entsprechendes Ersatzschaltbild nach Bild 3.3. Diese sind dann in Serie zu schalten. Entsprechend bedeutet die Reihenschaltung der Netzwerke eine Addition der Koppelimpedanzmatrizen der zugehörigen Resonanzmoden zu einer Gesamtkoppelimpedanzmatrix. In Bild 3.4 ist das allgemeine elektrische Ersatzschaltbild für N Gehäuseresonanzmoden dargestellt.

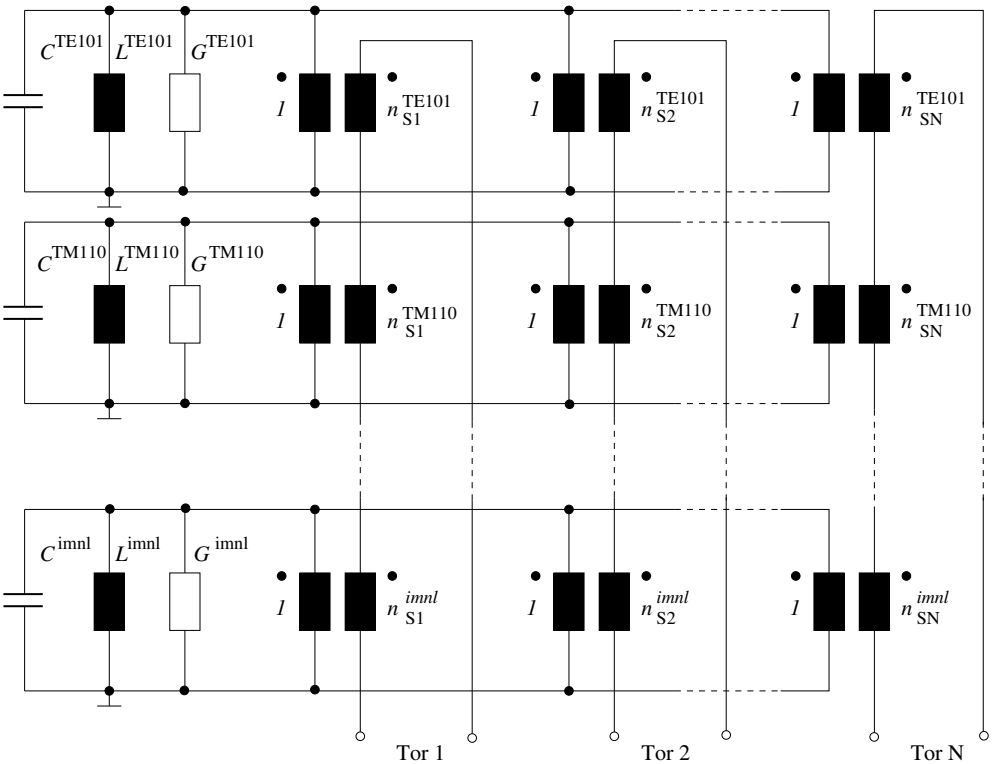


Bild 3.4: Allgemeines äquivalentes elektrisches Ersatzschaltbild der Koppelimpedanzmatrix für N verschiedene Gehäuseresonanzmoden.

3.3 Koppeladmittanznetzwerk

Nach dem Dualitätsprinzip läßt sich die elektromagnetische Verkopplung der Mikrostreifenkomponenten mit den Moden des Gehäuses auch durch ein Admittanz-Netzwerk beschreiben. Die Wechselwirkung erfolgt dabei zwischen den Gehäuseresonanzen und der magnetischen Flächenstromdichte. Entsprechend der Zielsetzung dieser Arbeit, bei der die Mikrostreifenstruktur und das Koppelnetzwerk in einem Schaltungssimulator implementiert werden sollen, ist zunächst ein Modell der Mikrosteifenstruktur erforderlich, das die Anregung magnetischer Stromdichten und die Beschreibung der elektromagnetischen Koppelmechanismen mittels elektrischer Netzwerkgrößen erlaubt.

Zur Modellierung einer magnetischen Stromdichte werden Konzepte der Antennentheorie (Huygenssches Prinzip) zur Beschreibung von sog. Schlitzstrahlern, wie es in Bild 3.5 a) für eine Mikrostreifenkante und in Bild 3.5 b) für eine Patchantenne gezeigt ist, angewendet. Das elektrische Streufeld $\underline{\boldsymbol{E}}_S$ entlang der Mikrostreifenperipherie ist mit der magnetischen Flächenstromdichte $\underline{\boldsymbol{M}}_S$ nach dem Huygensschen Prinzip [16] über die Randbedingung

$$\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}} = -\boldsymbol{n} \times \underline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{S}} \tag{3.33}$$

verknüpft. Im Fall von Bild 3.5 a) steht der Normalenvektor $\boldsymbol{n}$ senkrecht auf der Mikrostreifenstruktur und im Fall Bild 3.5 b) senkrecht zur Mikrostreifenperipherie (magnetische Wand) und ist nach außen gerichtet. Die beiden Darstellungen in Bild 3.5 a) und 3.5 b) sind äquivalent und werden im Rahmen dieser Arbeit verwendet.

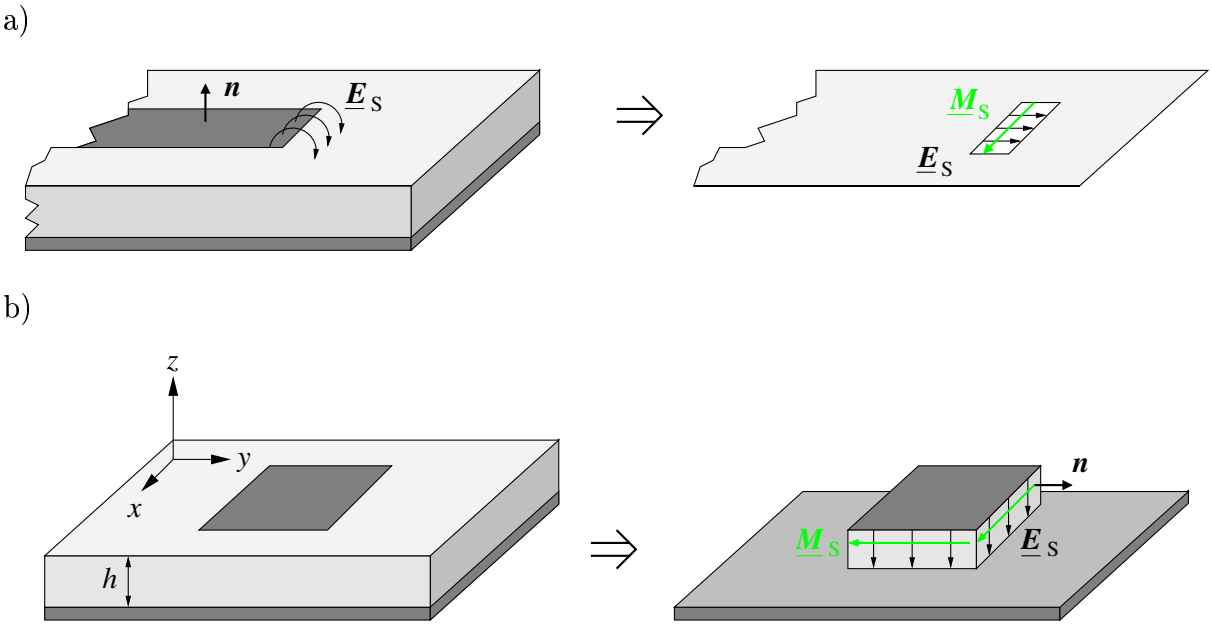


Bild 3.5: Modellierung der magnetischen Stromdichte entlang einer Mikrostreifenstruktur nach dem Huygensschen Prinzip.

Die Theorie der planaren Schaltungen (siehe Anhang A.1) ermöglicht die Anregung einer magnetischen Stromdichte entlang der Peripherie der Mikrostreifenstruktur und die Berücksichtigung der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen externen Feldern und den Netzwerkgrößen Strom und Spannung an Toren entlang der Mikrostreifenperipherie in einem Schaltungssimulator. Hierzu wird um die Mikrostreifenstruktur eine magnetische Wand gelegt. Die Streufelder an den Mikrostreifenkanten werden durch eine definierte Erweiterung der Peripherie berücksichtigt. Entlang der magnetischen Wand lassen sich nun Tore mit einer vorgegebenen Breite definieren, wie dies exemplarisch an einer Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in Bild 3.6 angedeutet ist. Für die einfache Mikrostreifenleitung wird das Bandleitungsmodell verwendet [23], [24].

Bezüglich der Tore entlang der Mikrostreifenperipherie läßt sich das elektrische Verhalten der Mikrostreifenstruktur durch die Greensche Funktion in Impedanzform beschreiben. Hierzu wird die zweidimensionale, inhomogene Wellengleichung für die planare Struktur unter Berücksichtigung der Randbedingungen gelöst (siehe Anhang A.1).

Der Spannungsabfall über die Tore entlang der Peripherie der Mikrostreifenstruktur wird zur Modellierung der magnetischen Flächenstromdichte genutzt, die nach Abschnitt 2.3 Ursache der im Metallgehäuse angeregten Gehäuseresonanzen ist und eine parasitäre elektromagnetische Wechselwirkung mit der in das Gehäuse eingebetteten Hochfrequenzschaltung hervorruft [12].

Wie in Bild 3.6 am Beispiel des q-ten Tores dargestellt, gilt zwischen der Torspannung $\underline{\hat{u}}_q$ und der zugehörigen elektrischen Feldstärke $\underline{E}_{zq}$ der Zusammenhang

$$\underline{E}_{zq} = \frac{\underline{\hat{u}}_q}{h}, \tag{3.34}$$

mit der Substrathöhe h. Das magnetische Stromdichteelement nach Gleichung (3.33) ist mit der elektrischen Feldstärke der Gleichung (3.34) verknüpft.

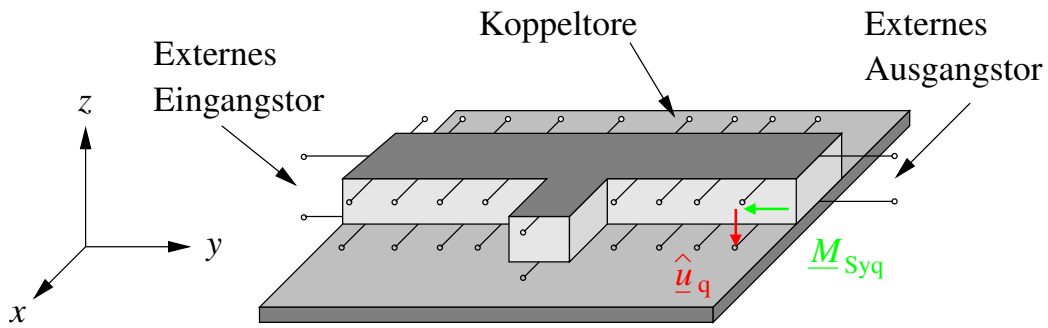


Bild 3.6: Planare Schaltung am Beispiel einer Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung.

Basierend auf dem Verfahren in [12] werden in den folgenden Abschnitten verschiedene Methoden zur Ermittlung der Koppeladmittanzmatrix und dem zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbild beschrieben. Das in dieser Arbeit vorgestellte Konzept unterscheidet sich jedoch in zwei wesentlichen Punkten von dem in [12] vorgestellten Verfahren. In dieser Arbeit wird das Metallgehäuse mit der teilweise homogenen Materialfüllung durch ein elektrisches Leitungsersatzschaltbild beschrieben und nicht durch eine homogenen Materialfüllung der effektiven Permittivität beschrieben. Dadurch lassen sich die elektromagnetischen Felder innerhalb des inhomogen gefüllten Resonators genauer bestimmen. Untersuchungen zeigen, dass die externen Eingangs- und Ausgangstore der Hochfrequenzschaltung in der Koppeladmittanzmatrix mitberücksichtigt werden müssen, da sie einen wesentlichen Beitrag zur elektromagnetischen Verkopplungen der Gehäusemoden mit der Hochfrequenzschaltung liefern [11].

3.3.1 Feldbasierter Ansatz

Zunächst wird die Peripherie der Mikrostreifenstruktur derart segmentiert, dass die magnetische Stromdichte entlang der Segmentkanten (Tore) konstant ist. In diesem Fall läßt sich die magnetische Stromdichte wie folgt angeben

$$\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}}(x,y) = \sum_{q=1}^{Q} \underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}q}, \tag{3.35}$$

mit

$$\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}q} = \underline{u}_q\, \boldsymbol{dl}_q\, \delta(x-x_q)\, \delta(y-y_q), \tag{3.36}$$

wobei $\underline{u}_q\, \boldsymbol{dl}_q$ das Pendant zum elektrischen Dipolmoment $\underline{i}_q\, \boldsymbol{dl}_q$ darstellt.

In den Quellenpunkten $P_q\,(x_q, y_q, h)$ der Grenzschicht regt die magnetische Stromdichte nach Gleichung (3.35) ein transversales magnetisches Feld an, das sich in den Beobachtungspunkten $P_p\,(x_p, y_p, h)$ innerhalb der Grenzschicht für einen Mode nach Gleichung (2.49) bzw. (2.51) zu

$$\underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}p}^{imn} = \underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}}^{imn}(x_p, y_p) = \underline{\hat{i}}^{imn}\, \boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x_p, y_p) \tag{3.37}$$

bestimmt. Der Stromkoeffizient $\underline{\hat{i}}^{imn}$ in Gleichung (3.37) wird über das Koppelintegral der Gleichung (2.62) ermittelt

$$\underline{\hat{i}}^{imn} = -\underline{Y}^{imn}(h) \iint\limits_{A} \underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}}(x,y) \cdot \boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x,y)\, dA, \tag{3.38}$$

wobei $\boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x,y)$ die Strukturfunktion des magnetischen Feldes und $\underline{Y}^{imn}(h)$ die Gesamtadmittanz nach Gleichung (2.63) ist.

Diese Situation ist in Bild 3.7 für jeweils ein Anregungs- und Beobachtungstor entlang der Peripherie von zwei unterschiedlichen Mikrostreifenleitungen verdeutlicht. Das magnetische Stromdichteelement $\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}q}$ regt in der Kante des Beobachtungstors ein transversales magnetisches Feld $\underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{trp}}^{imn}$ an.

Mit den Gleichungen (3.35) und (3.38) folgt für das transversale magnetische Feld der Gleichung (3.37) im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$ die Beziehung

$$\underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}}^{imn}(x_p, y_p) = \left(-\underline{Y}^{imn}(h) \sum_{q=1}^{Q} \underline{u}_q\, \boldsymbol{dl}_q \cdot \boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x_q, y_q) \right) \boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x_p, y_p). \tag{3.39}$$

Aus Gleichung (3.39) ist ersichtlich, dass jedes magnetische Stromdichteelement der Amplitude $\underline{u}_q\, \boldsymbol{dl}_q$ entlang der Mikrostreifenperipherie einen Beitrag zum magnetischen Feld im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$ entlang der Mikrostreifenkante liefert.

In Bild 3.8 ist ein vergrößerter Ausschnitt eines Beobachtungstores entlang einer Mikrostreifenkante dargestellt, an der aufgrund der magnetischen Stromdichte nach Gleichung (3.35) ein transversales magnetisches Feld angeregt wird.

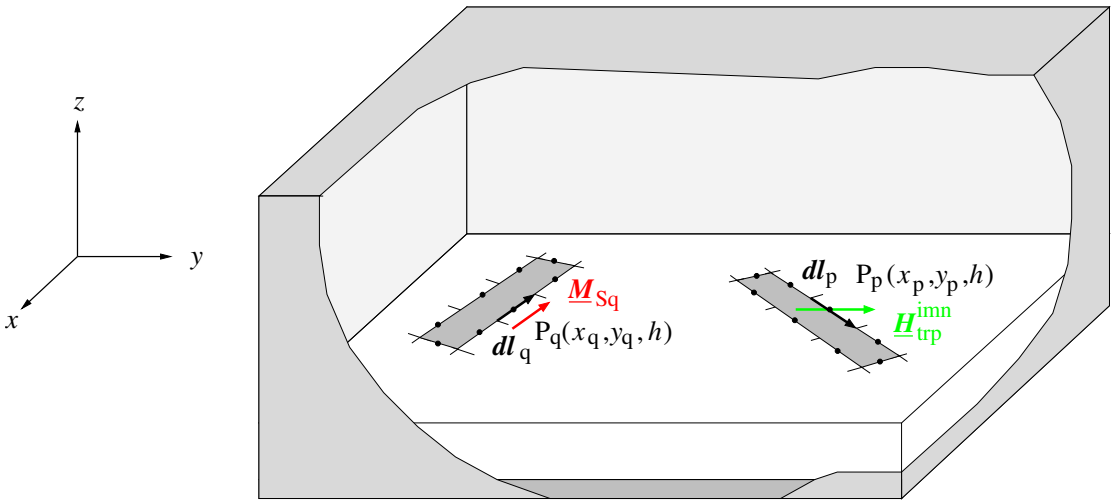


Bild 3.7: Anregung eines transversalen magnetischen Feldes im Beobachtungspunkt (Tor) $P_p\,(x_p, y_p, h)$ einer Segmentkante durch ein magnetisches Stromdichteelement im Anregungspunkt (Tor) $P_q\,(x_q, y_q, h)$ einer anderen Segmentkante.

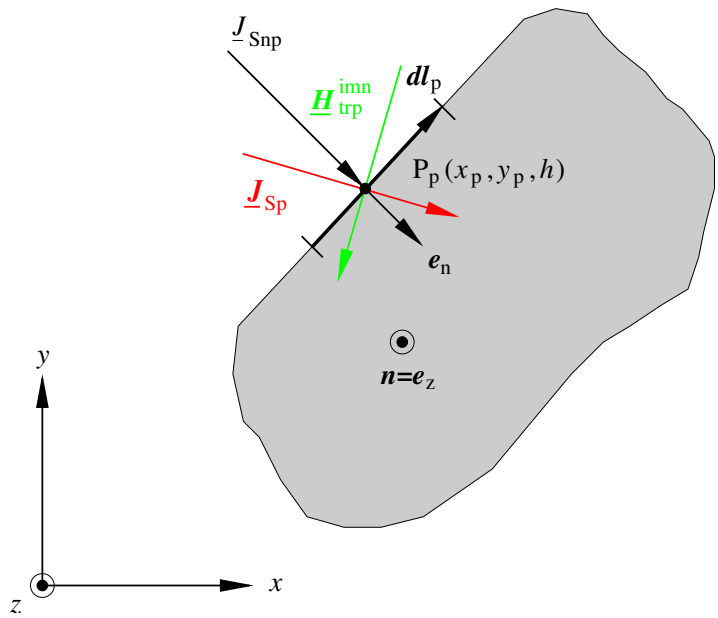


Bild 3.8: Senkrecht zur Segmentkante orientierte elektrische Stromdichte $\underline{J}_{Snp}$, hervorgerufen durch das transversale Magnetfeld $\underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}}^{imn}(x_p, y_p)$ im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$.

Für einen Normalenvektor $\boldsymbol{n}$ senkrecht zur Mikrostreifenstruktur in z-Richtung wird in den Beobachtungspunkten der Segmentkanten (Tore) aufgrund der allgemeinen Grenzschichtbedingung

$$\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}} = \boldsymbol{n} \times (\underline{\boldsymbol{H}}_2 - \underline{\boldsymbol{H}}_1)\,, \tag{3.40}$$

auf der Mikrostreifenstruktur ($\underline{\boldsymbol{H}}_1 = 0$) eine elektrische Flächenstromdichte $\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}}$ hervorgerufen

$$\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}}(x_p, y_p) = \underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{Sp}} = \boldsymbol{e}_z \times \underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}}^{imn}(x_p, y_p). \tag{3.41}$$

Für die Berechnung der Koppeladmittanzmatrix ist nur die transversale elektrische Flächenstromdichtekomponente $\underline{J}_{Snp}$ senkrecht zur Segmentkante relevant (siehe Bild 3.8), da nur diese einen elektrischen Strom

$$\underline{i}_p^{imn} = \underline{J}_{Snp}\, dl_p \tag{3.42}$$

im Beobachtungstor der Breite dl_p hervorruft [25]. Dieser Strom $\underline{i}_p^{imn}$ läßt sich aus der Gleichung (3.41) ermitteln

$$\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{Snp}} = \underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}}(x_p, y_p) \cdot \boldsymbol{e}_n = \left(\boldsymbol{e}_z \times \underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}}^{imn}(x_p, y_p)\right) \cdot \boldsymbol{e}_n, \tag{3.43}$$

wobei $\boldsymbol{e}_n$ der transversale Einheitsvektor senkrecht zur Mikrostreifenkante ist. Durch zyklische Vertauschung der Vektoren ergibt sich aus der Gleichung (3.43) für die Stromdichte $\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{Snp}}$ die Beziehung

$$\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{Snp}} = \left(\boldsymbol{e}_z \times \underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}}^{imn}(x_p, y_p)\right) \cdot \boldsymbol{e}_n = (\boldsymbol{e}_n \times \boldsymbol{e}_z) \cdot \underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}}^{imn}(x_p, y_p). \tag{3.44}$$

In Gleichung (3.44) ist $\boldsymbol{e}_n \times \boldsymbol{e}_z$ ein transversaler Einheitsvektor, der tangential zur Segmentkante der Länge dl_p orientiert ist.

Aus den Gleichungen (3.42) und (3.44) läßt sich nun eine Beziehung ableiten, die den Strom $\underline{i}_p^{imn}$ und das transversale magnetische Feld $\underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}}^{imn}(x_p, y_p)$ im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$ miteinander verknüpft

$$\underline{i}_p^{imn} = -\underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}}^{imn}(x_p, y_p) \cdot \boldsymbol{dl}_p. \tag{3.45}$$

Der Vergleich der Gleichung (3.22) mit Gleichung (3.45) zeigt die Gültigkeit des Dualitätsprinzips.

Wertet man Gleichung (3.45) unter Verwendung der Gleichung (3.39) für alle Tore $p = 1 \ldots P$ mit $P = Q$ entlang der Mikrostreifenperipherie aus, so läßt sich das folgende Gleichungssystem in Matrixform angeben

$$\underline{\boldsymbol{i}}^{imn} = \underline{\mathbf{Y}}^{imn} \cdot \underline{\boldsymbol{u}}_q, \tag{3.46}$$

mit

$$\underline{\boldsymbol{i}}^{imn} = \begin{pmatrix} \underline{i}_1^{imn} \\ \underline{i}_2^{imn} \\ \vdots \\ \underline{i}_P^{imn} \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{Y}}^{imn} = \begin{pmatrix} \underline{y}_{11}^{imn} & \underline{y}_{12}^{imn} & \cdots & \underline{y}_{1Q}^{imn} \\ \underline{y}_{21}^{imn} & \underline{y}_{22}^{imn} & \cdots & \underline{y}_{2Q}^{imn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{y}_{P1}^{imn} & \underline{y}_{P2}^{imn} & \cdots & \underline{y}_{PQ}^{imn} \end{pmatrix}, \quad \underline{\boldsymbol{u}}_q = \begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \\ \vdots \\ \underline{u}_Q \end{pmatrix}. \tag{3.47}$$

Die Admittanzparameter $\underline{y}_{pq}^{imn}$ der Koppeladmittanzmatrix $\underline{\mathbf{Y}}^{imn}(j\omega)$ berechnen sich zu

$$\underline{y}_{pq}^{imn} = \underline{Y}^{imn}(h)\, n_p^{imn}\, n_q^{imn}, \tag{3.48}$$

mit

$$n_p^{imn} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x_p, y_p) \cdot \boldsymbol{dl}_p, \tag{3.49}$$

$$n_q^{imn} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x_q, y_q) \cdot \boldsymbol{dl}_q. \tag{3.50}$$

Zur Bestimmung der Parameter der Koppeladmittanzmatrix $\underline{\mathbf{Y}}^{imn}(j\omega)$ in Gleichung (3.46) ist man in Gleichung (3.36) von magnetischen Einheitsstromdichteelementen der Länge dl entlang der Mikrostreifenperipherie ausgegangen. Mit Blick auf die praktische Umsetzung zur Ableitung elektrischer Ersatzschaltbilder bzw. deren zugehörigen Systemmatrizen ist es sinnvoll die Länge dl der magnetischen Einheitsstromdichteelemente durch die Länge Δl_{S} zu approximieren, was einer gröberen Segmentierung der Peripherie der Mikrostreifenstruktur entspricht. Die Segmentlänge (Torbreite) Δl_{S} sollte dabei kleiner als ein Zehntel der Wellenlänge der sich auf der Mikrostreifenstruktur ausbreitenden Quasi-TEM-Welle sein. Die Berücksichtigung der Segmentlängen Δl_{S} erfolgt durch Umskalierung der Admittanzparameter in Gleichung (3.48) gemäß

$$n_{\mathrm{S}p}^{imn} = n_p^{imn} \frac{\Delta l_{\mathrm{S}p}}{dl_p}, \tag{3.51}$$

$$n_{\mathrm{S}q}^{imn} = n_q^{imn} \frac{\Delta l_{\mathrm{S}q}}{dl_q}, \tag{3.52}$$

woraus die zugehörigen Admittanzparameter

$$\underline{y}_{\mathrm{S}pq}^{imn} = \underline{Y}^{imn}(h)\, n_{\mathrm{S}p}^{imn}\, n_{\mathrm{S}q}^{imn}, \tag{3.53}$$

der Admittanzmatrix $\underline{\mathbf{Y}}_{\mathrm{S}}^{imn}(j\omega)$ resultieren.

3.3.2 Reziprozitätstheorem

Eine andere Möglichkeit, die Admittanzparameter der Gleichung (3.47) zu bestimmen, besteht in der Auswertung des Reziprozitätstheorems, das sich unmittelbar mit dem Dualitätsprinzip [15] aus Gleichung (3.12) ableiten läßt

$$\underline{y}_{pq} = -\frac{1}{\underline{u}_q\,\underline{u}_p} \iint\limits_A \underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{trp}}(x,y) \cdot \underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{Sp}}(x,y)\,dA. \tag{3.54}$$

In Gleichung (3.54) ist $\underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{trp}}$ das transversale magnetische Feld am Ort der magnetischen Stromdichte $\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}p}$, das durch eine magnetische Stromdichte $\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}q}$ im Quellenpunkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$ angeregt wird (siehe Bild 3.9). Die Spannungen $\underline{u}_q$ und $\underline{u}_p$ beschreiben die anregenden Größen im Quell- und Beobachtungspunkt, aus denen sich mit Hilfe des Huygensschen Prinzips die magnetischen Stromdichten aus der zugehörigen transversalen oder vertikalen elektrischen Feldverteilung entlang der Mikrostreifenperipherie bestimmen lassen. Mit dem magnetischen Stromdichteelement im Anregungspunkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$

$$\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}q}(x,y) = \underline{u}_q\,\boldsymbol{dl}_q\,\delta(x-x_q)\,\delta(y-y_q) \tag{3.55}$$

und dem magnetischen Stromdichteelement im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$

$$\underline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{S}p}(x,y) = \underline{u}_p\,\boldsymbol{dl}_p\,\delta(x-x_p)\,\delta(y-y_p) \tag{3.56}$$

folgt mit Gleichung (3.39) für einen Quellpunkt (einen Summanden) aus Gleichung (3.54) unmittelbar die Beziehung

$$\underline{y}_{pq}^{imn} = \underline{Y}^{imn}(h)\,n_p^{imn}\,n_q^{imn}, \tag{3.57}$$

mit

$$n_p^{imn} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x_p, y_p) \cdot \boldsymbol{dl}_p, \tag{3.58}$$

$$n_q^{imn} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x_q, y_q) \cdot \boldsymbol{dl}_q. \tag{3.59}$$

Die Umskalierung der Dipollängen entsprechend der Gleichungen (3.51) und (3.52) führt auf die zugehörigen Admittanzparameter $\underline{y}_{\mathrm{S}pq}^{imn}$.

3.3.3 Greensche Funktionen

Wie im Abschnitt 3.3.1 dargestellt, ruft ein im Anregungspunkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$ beliebig orientiertes magnetisches Einheitsstromdichteelement auf der Substratoberfläche ein transversales magnetisches Feld $\underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{trp}}^{imn}$ (ein Gehäusemode!) im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$ hervor, dessen Komponenten mit den Greenschen Funktionen wie folgt verknüpft sind (siehe Abschnitt 2.3)

$$\underline{H}_{\mathrm{x}}^{imn}(x_p, y_p) = \underline{g}_{\mathrm{xx}}^{HM,imn}\,\underline{u}_q\,dl_{\mathrm{x}q} + \underline{g}_{\mathrm{xy}}^{HM,imn}\,\underline{u}_q\,dl_{\mathrm{y}q}, \tag{3.60}$$

$$\underline{H}_{\mathrm{y}}^{imn}(x_p, y_p) = \underline{g}_{\mathrm{yx}}^{HM,imn}\,\underline{u}_q\,dl_{\mathrm{x}q} + \underline{g}_{\mathrm{yy}}^{HM,imn}\,\underline{u}_q\,dl_{\mathrm{y}q}. \tag{3.61}$$

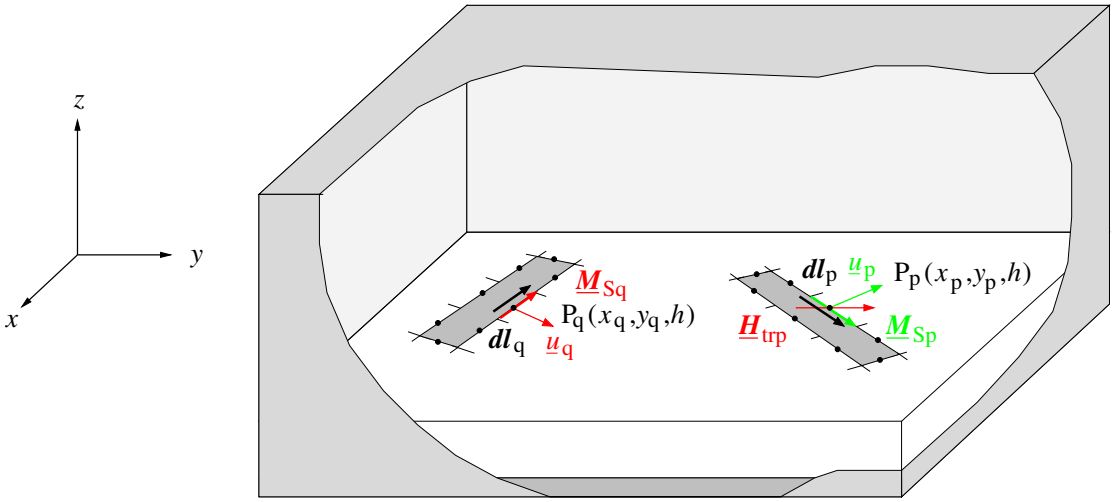


Bild 3.9: Torgeometrie und Torgrößen in der Substratoberfläche für zwei Segmentkanten im Anregungspunkt $P_q\,(x_q, y_q, h)$ und Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$ zur Anwendung des Reziprozitätstheorems.

Befindet sich nun im Beobachtungspunkt $P_p\,(x_p, y_p, h)$ die Kante einer Mikrostreifenstruktur, fließt entsprechend der Gleichung (3.45) ein elektrischer Strom $\underline{i}_p^{imn}$ senkrecht in das Tor der Breite dl_p hinein. Sind die Greenschen Funktionen bekannt, folgt mit den Gleichungen (3.60) und (3.61) aus der Gleichung (3.45) nach einigen Umformungen

$$\begin{aligned}\underline{i}_p^{imn} &= \underline{Y}^{imn}(h)\left(t_{\mathrm{Hx}}^{imn}(x_q, y_q)\,dl_{\mathrm{x}q} + t_{\mathrm{Hy}}^{imn}(x_q, y_q)\,dl_{\mathrm{y}q}\right)\cdot \\ &\qquad \left(t_{\mathrm{Hx}}^{imn}(x_p, y_p)\,dl_{\mathrm{x}p} + t_{\mathrm{Hy}}^{imn}(x_p, y_p)\,dl_{\mathrm{y}p}\right)\ \underline{u}_q \\ &= \underline{Y}^{imn}(h)\left(\boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x_q, y_q)\cdot \boldsymbol{dl}_q\,\boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x_p, y_p)\cdot \boldsymbol{dl}_p\right)\ \underline{u}_q. \end{aligned} \tag{3.62}$$

Aus Gleichung (3.62) berechnen sich die Koppeladmittanzparameter zu

$$\underline{y}_{pq}^{imn} = \frac{\underline{i}_p^{imn}}{\underline{u}_q} = \underline{Y}^{imn}(h)\,n_p^{imn}\,n_q^{imn}, \tag{3.63}$$

mit

$$n_p^{imn} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x_p, y_p)\cdot \boldsymbol{dl}_p, \tag{3.64}$$

$$n_q^{imn} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{H}}^{imn}(x_q, y_q)\cdot \boldsymbol{dl}_q. \tag{3.65}$$

Durch Umskalierung der Admittanzparameter gemäß den Gleichungen (3.51) und (3.52) ergeben sich die zugehörigen Admittanzparameter $\underline{y}_{\mathrm{S}pq}^{imn}$, für deren Admittanzmatrix sich auf relativ einfache Weise ein elektrisches Ersatzschaltbild angeben läßt.

3.3.4 Elektrisches Ersatzschaltbild

Am Beispiel der elektromagnetischen Verkopplung einer gehäusten Mikrostreifenleitung mit einem Gehäusemode ist in Bild 3.10 das elektrische Ersatzschaltbild der Koppeladmittanzmatrix $\underline{\mathbf{Y}}_{\mathrm{S}}^{imn}$ nach Gleichung (3.47) und die segmentierte Mikrostreifenstruktur in Form einer Impedanzmatrix $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{M}}$ gezeigt.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die elektrischen Verbindungen der Tore des Koppelnetzwerks mit den Toren der Impedanzmatrix der Mikrostreifenleitung nicht dargestellt. Die Längskanten der Mikrostreifenleitung sind in 7 Segmente unterteilt. Die schmalen Kanten werden durch ein einzelnes Tor beschrieben. Auf der Basis der Theorie planarer Schaltungen (siehe Anhang A.1) wird das elektrische Verhalten der Mikrostreifenleitung durch eine Impedanzmatrix $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{M}}$ beschrieben. Dabei wurde davon ausgegangen, dass das elektrische transversale Streufeld und das vertikale elektrische Feld vom oberen zum unteren Leiter der Mikrostreifenstruktur entlang der Mikrostreifenperipherie sich nicht wesentlich unterscheiden.

Im Anhang A.2.2 wird gezeigt, dass die Koppeladmittanzmatrix $\underline{\mathbf{Y}}_{\mathrm{S}}^{imn}$ durch das in Bild 3.10 dargestellte elektrische Koppeladmittanznetzwerk beschrieben werden kann.

Zur Nummerierung der verschiedenen möglichen Gehäuseresonanzen ist für die Übertragerverhältnisse ein weiterer Index l gemäß Kapitel 2.2 eingeführt worden. Dieser wird auch zur Indizierung der Resonanzfrequenzen und der Elemente der Serienschwingkreise verwendet.

Im Vergleich zum elektrischen Ersatzschaltbild der Koppelimpedanzmatrix nach Bild 3.4 ist der Schaltungsaufwand für die Koppeladmittanzmatrix um den Faktor 2 gestiegen.

Entsprechend der Vorgehensweise nach Abschnitt 3.2.4, in dem die vollständige Ableitung des elektrischen Ersatzschaltbildes zur Berücksichtigung der elektromagnetischen Verkopplung der elektrischen Flächenstromdichte auf der Mikrostreifenstruktur mit den Gehäuseresonanzen in einem Schaltungssimulator beschrieben wird, erfolgt gemäß dem Dualitätsprinzip die Approximation der Eingangsimpedanz $\underline{Z}_{\mathrm{in}}^{imn}(h)$ des Hohlleiterresonators nach Bild 2.3 im Bereich der Resonanzfrequenz durch einen Serienschwingkreis. Die Verluste der Substrate werden in der komplexen Permittivitätszahl der Gleichung (3.26) und/oder der komplexen Permeabilitätszahl der Gleichung (3.27) berücksichtigt.

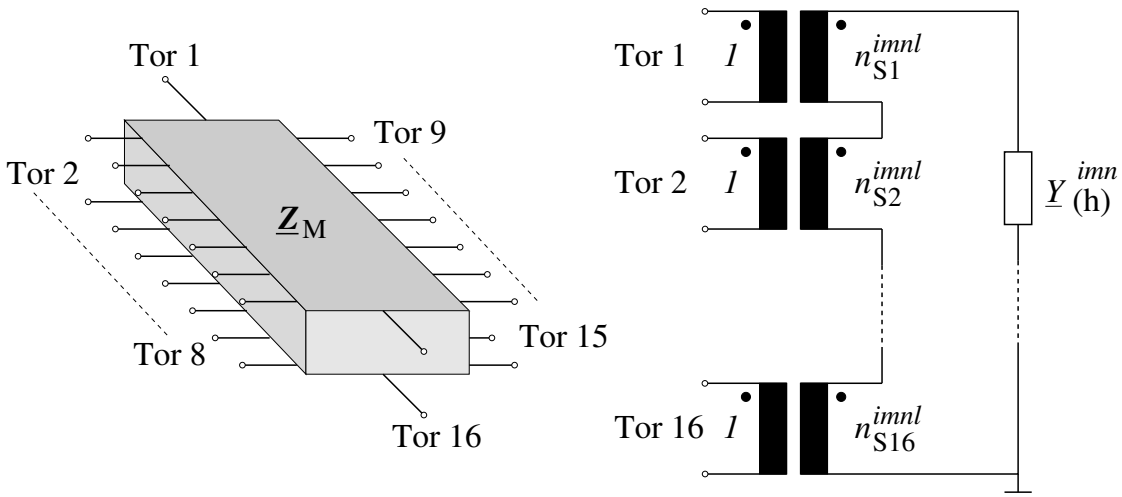


Bild 3.10: Verbindung des elektrischen Ersatzschaltbildes der Koppeladmittanzmatrix eines Gehäusemodes mit der Impedanzmatrix der Mikrostreifenleitung.

Im Fall einer verlustbehafteten Struktur weist die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_{\text{in}}^{imn}(h)$ neben einem Imaginärteil auch einen Realteil auf

$$\underline{Z}_{\text{in}}^{imn}(h) = Re\{\underline{Z}_{\text{in}}^{imn}(h)\} + j\, Im\{\underline{Z}_{\text{in}}^{imn}(h)\}. \tag{3.66}$$

Aus der Beziehung

$$Im\{\underline{Z}_{\text{in}}^{imn}(h)\} = 0 \tag{3.67}$$

wird zuerst die Resonanzkreisfrequenz ω_{mnl} bestimmt. Anschließend erfolgt aus der Ableitung des Imaginärteils der Eingangsimpedanz an der Stelle der Resonanzkreisfrequenz ω_{mnl} die Bestimmung der Induktivität L^{imnl} des Serienschwingkreises

$$L^{imnl} = \frac{1}{2}\frac{d}{d\omega} Im\{\underline{Z}_{\text{in}}^{imn}(h)\}\Big|_{\omega=\omega_{mnl}}. \tag{3.68}$$

Die Kapazität C^{imnl} des Serienschwingkreises ergibt sich unmittelbar aus der Gleichung (3.31). Durch Nullsetzen des Realteils der Gesamtimpedanz wird der ohmsche Widerstand R^{imnl} des Serienschwingkreises bestimmt

$$R^{imnl} = Re\{\underline{Z}_{\text{in}}^{imn}(h)\}\big|_{\omega=\omega_{mnl}}. \tag{3.69}$$

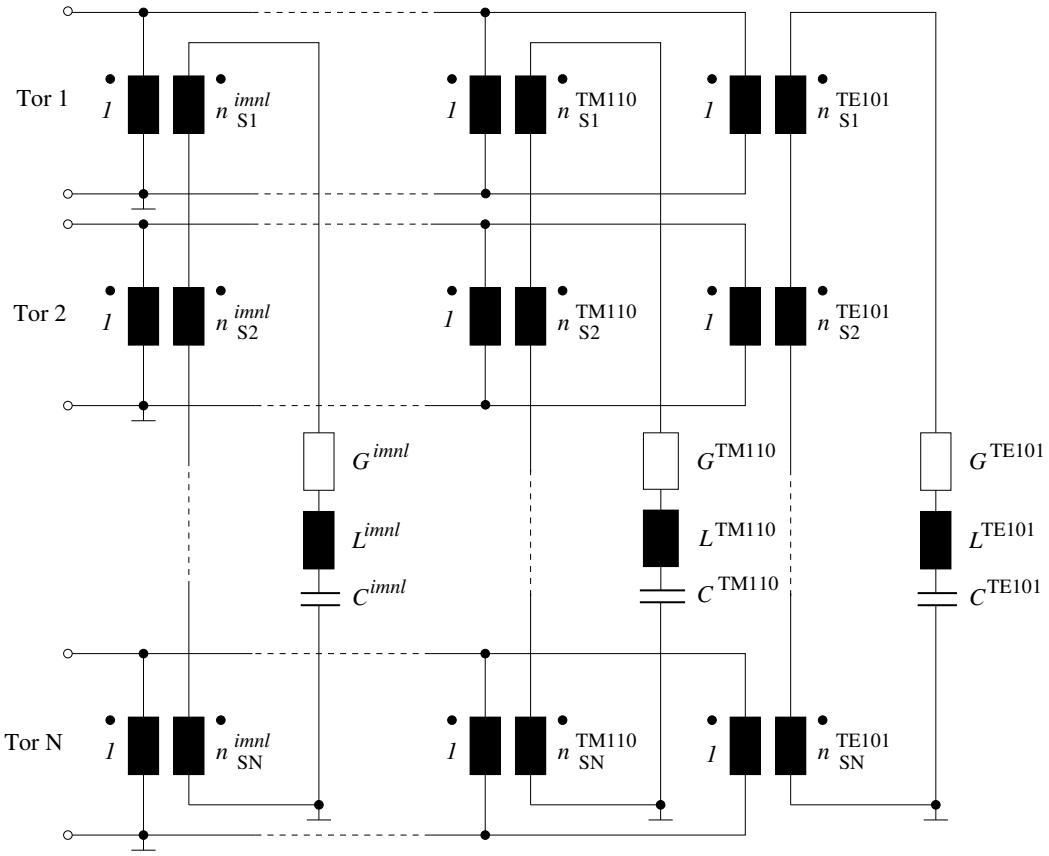


Bild 3.11: Äquivalentes elektrisches Ersatzschaltbild der Koppeladmittanzmatrix für N verschiedene Gehäuseresonanzmoden.

Das elektrische Ersatzschaltbild der Koppeladmittanzmatrix nach Bild 3.10 ist nur für einen Gehäusemode (Resonanzfrequenz) gültig. Mehrere Gehäusemoden lassen sich durch die Parallelschaltung der einzelnen Koppelnetzwerke der angeregten Gehäuseresonanzen bzw. durch Addition der zugehörigen Koppeladmittanzmatrizen beschreiben. Das Bild 3.11 zeigt das elektrische Ersatzschaltbild zur Beschreibung der elektromagnetischen Verkopplung von N Gehäusemoden mit einer Mikrostreifenstruktur.

3.4 Anwendungsbeispiele

Am Beispiel der kanonischen Strukturen der Bilder 3.12 und 3.13, die der Literatur [6] entnommen wurden, soll nun die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen Gehäuseresonanzmoden und Mikrostreifenleitungsstrukturen untersucht werden. Hierzu kommen die in den Abschnitten 3.2 und 3.3 vorgestellten analytischen Verfahren zur Bestimmung der Koppelimpedanz- und Koppeladmittanzmatrix und den zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbildern zum Einsatz.

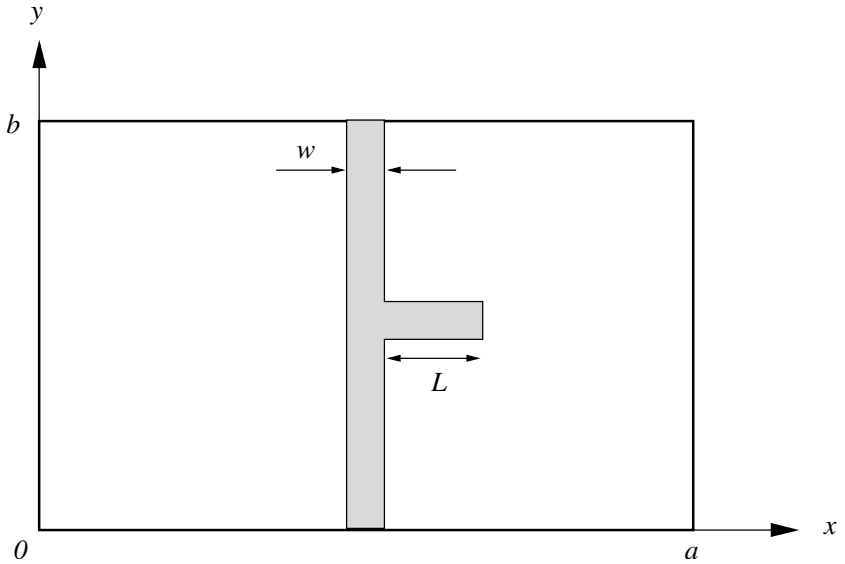


Bild 3.12: Geometrie der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

Die Mikrostreifenleitungsstrukturen sind in ein rechteckförmiges Metallgehäuse eingebracht, dessen Gehäuseabmessungen in den Bildern 3.14 und 3.15 dargestellt sind.

Neben der Gehäusegeometrie ist zur Berechnung der Eingangsadmittanz $\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h)$ und der Eingangsimpedanz $\underline{Z}_{\text{in}}^{imn}(h)$ in den Bildern 3.14 und 3.15 das zugehörige Leitungsersatzschaltbild dargestellt.

Die Eingangsadmittanz $\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h)$ bzw. die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_{\text{in}}^{imn}(h)$ der Gehäusegeometrie nach Bild 3.14 wird durch die Gleichungen (2.28) bis (2.30) bzw. durch die Gleichungen (2.59) bis (2.61) beschrieben.

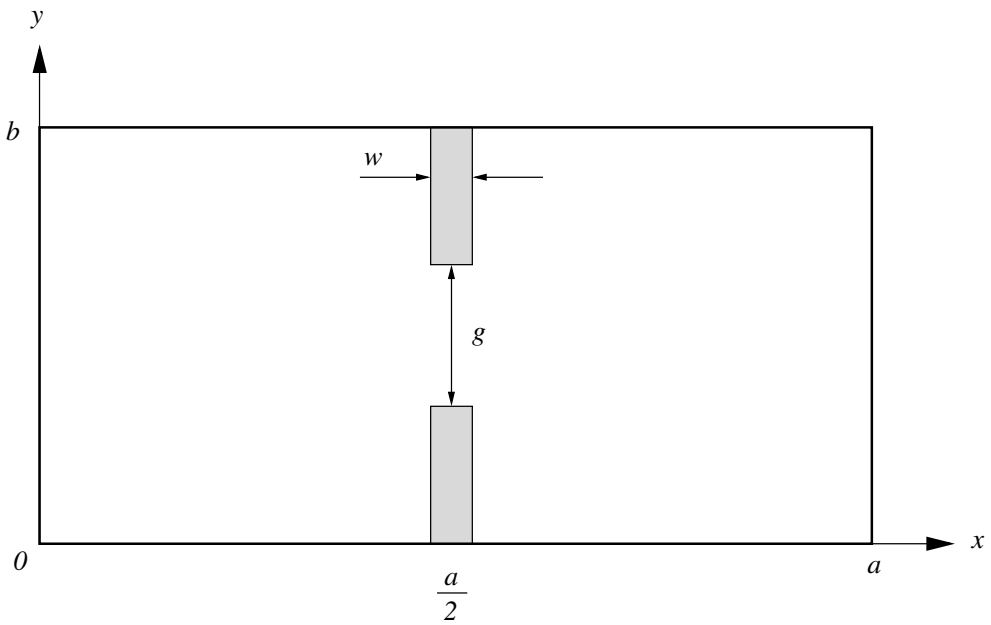


Bild 3.13: Geometrie der Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

Für das Metallgehäuse nach Bild 3.15 läßt sich die Eingangsadmittanz

$$\underline{Y}_{\mathrm{in}}^{imn}(h_1) = \underline{Y}_{l}^{imn}(h_1) + \underline{Y}_{\mathrm{r}}^{imn}(h_1), \tag{3.70}$$

mit den links- und rechtsseitigen Eingangsadmittanzen

$$\underline{Y}_{l}^{imn}(h_1) = \underline{Y}_{2}^{imn}\frac{\underline{Y}_{\mathrm{l}}^{imn}(h_1+h_2) + j\underline{Y}_{2}^{imn}\tan(k_{2\mathrm{zmn}}h_2)}{\underline{Y}_{2}^{imn} + j\underline{Y}_{\mathrm{l}}^{imn}(h_1+h_2)\tan(k_{2\mathrm{zmn}}h_2)}, \tag{3.71}$$

$$\underline{Y}_{\mathrm{r}}^{imn}(h_1) = -j\underline{Y}_{1}^{imn}\cot(k_{1\mathrm{zmn}}h_1), \tag{3.72}$$

$$\underline{Y}_{\mathrm{l}}^{imn}(h_1+h_2) = -j\underline{Y}_{3}^{imn}\cot(k_{3\mathrm{zmn}}h_3), \tag{3.73}$$

bzw. die Eingangsimpedanz

$$\underline{Z}_{\mathrm{in}}^{imn}(h_1) = \underline{Z}_{\mathrm{l}}^{imn}(h_1) + \underline{Z}_{\mathrm{r}}^{imn}(h_1), \tag{3.74}$$

mit den links- und rechtsseitigen Eingangsimpedanzen

$$\underline{Z}_{\mathrm{l}}^{imn}(h_1) = \underline{Z}_{2}^{imn}\frac{\underline{Z}_{\mathrm{l}}^{imn}(h_1+h_2) + j\underline{Z}_{2}^{imn}\tan(k_{2\mathrm{zmn}}h_2)}{\underline{Z}_{2}^{imn} + j\underline{Z}_{\mathrm{l}}^{imn}(h_1+h_2)\tan(k_{2\mathrm{zmn}}h_2)}, \tag{3.75}$$

$$\underline{Z}_{\mathrm{r}}^{imn}(h_1) = j\underline{Z}_{1}^{imn}\tan(k_{1\mathrm{zmn}}h_1), \tag{3.76}$$

$$\underline{Z}_{\mathrm{l}}^{imn}(h_1+h_2) = j\underline{Z}_{3}^{imn}\tan(k_{3\mathrm{zmn}}h_3), \tag{3.77}$$

ermitteln. Die Berechnung der Schwingkreiselemente aus der Eingangsadmittanz $\underline{Y}_{\mathrm{in}}^{imn}(h)$ nach Abschnitt 3.2.4 bzw. aus der Eingangsimpedanz $\underline{Z}_{\mathrm{in}}^{imn}(h)$ nach Abschnitt 3.3.4 wird mit dem Computeralgebraprogramm MAPLE [26] durchgeführt. Anschließend erfolgt die Bestimmung der Koppelimpedanzmatrix oder der Koppeladmittanzmatrix mit dem Programm MATLAB [27].

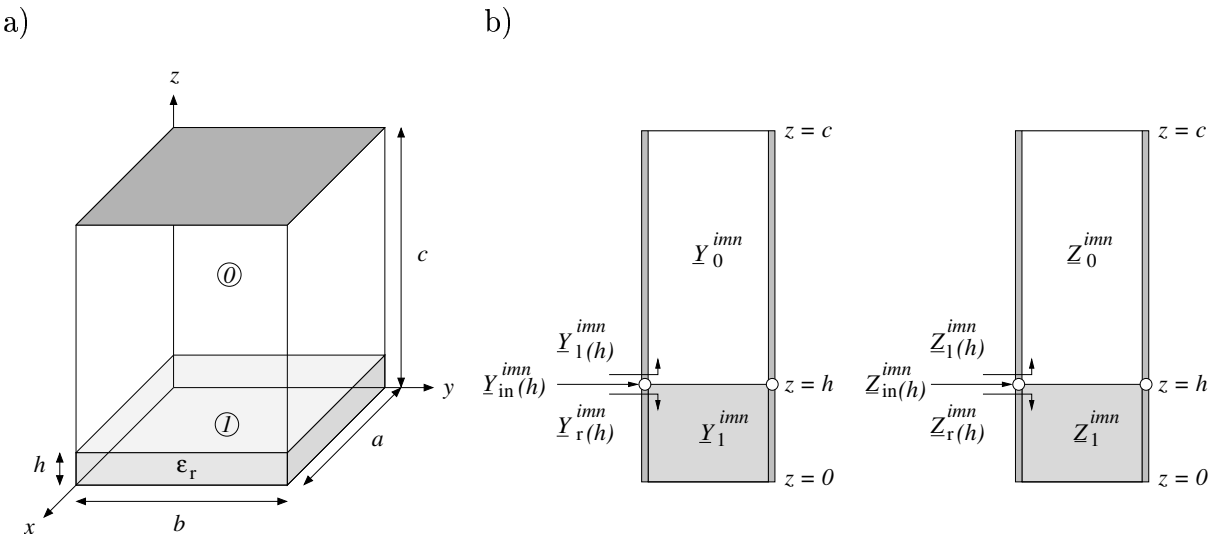


Bild 3.14: Gehäusegeometrie 1 mit zugehörigem Leitungsersatzschaltbild für die Eingangsadmittanz $\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h)$ und die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_{\text{in}}^{imn}(h)$.

Im Fall der Untersuchung der elektromagnetischen Wechselwirkung der elektrischen Flächenstromdichte auf der Mikrostreifenstruktur mit den Gehäuseresonanzmoden mit Hilfe des Schaltungssimulators ADS [28] werden die Bibliotheksmodelle der Mikrostreifenleitungen mit der Koppelimpedanzmatrix bzw. dem zugehörigen Koppelnetzwerk verbunden. Entsprechend wird im Fall der elektromagnetischen Verkopplung der magnetischen Flächenstromdichte entlang der Mikrostreifenperipherie mit den angeregten Gehäusemoden die Impedanzmatrix, die das elektrische Verhalten der Mikrostreifenstruktur beschreibt, mit der Koppeladmittanzmatrix bzw. dem zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbild verbunden.

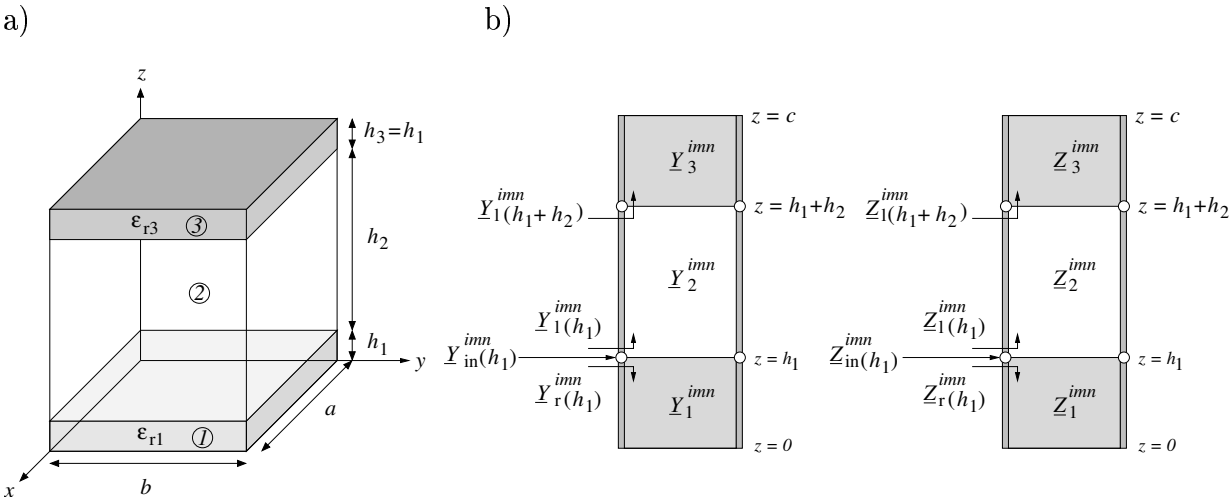


Bild 3.15: Gehäusegeometrie 2 mit zugehörigem Leitungsersatzschaltbild für die Eingangsadmittanz $\underline{Y}_{\text{in}}^{imn}(h_1)$ und die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_{\text{in}}^{imn}(h_1)$.

Untersucht wird der parasitäre Gehäuseeinfluß auf das Übertragungsverhalten der Mikrostreifenschaltung anhand des Transmissionsfaktors s_{21}.

Die Gültigkeit der abgeleiteten Ersatzschaltbilder wird durch Vergleich mit Ergebnissen des Vollwellensimulators SONNET [29], das auf der Basis der Momentenmethode arbeitet, überprüft.

3.4.1 Elektrische Flächenstromdichte

Das erste Beispiel sei die in Bild 3.12 dargestellte $b = 15$ mm lange Mikrostreifenleitung, an deren Mitte eine offene Stichleitung der Länge $L = 1,9$ mm angebracht ist. Die Mikrostreifen haben die Breite $w = 1,4$ mm und sind auf einem verlustbehafteten Substrat der Höhe $h = 1,27$ mm und mit der Permittivitätszahl $\underline{\epsilon}_\mathrm{r} = 10,5\,(1 - j\,0,0023)$ aufgebracht. Die Mikrostreifenleitungen weisen einen Wellenwiderstand von $50\,\Omega$ auf.

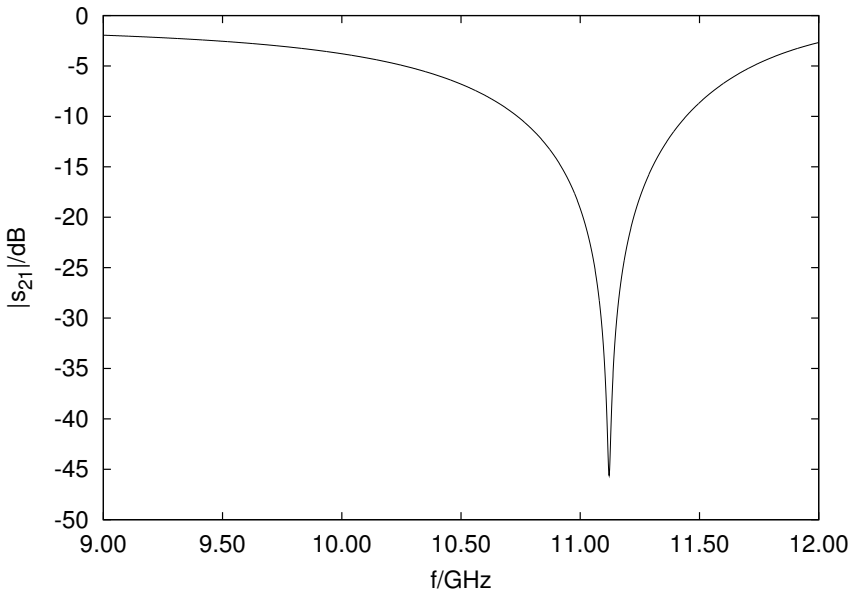


Bild 3.16: Mit ADS ermittelter Betrag des Transmissionsfaktors der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung ohne Metallgehäuse.

In Bild 3.16 ist für die aus den Mikrostreifenmodellen von ADS zusammengesetzte Schaltung der ermittelte Betrag des Transmissionsfaktors $|s_{21}|$ ohne Metallgehäuse dargestellt (sog. offene Struktur). Bei ca. $f = 11,1$ GHz wird der Leerlauf der offenen Stichleitung in einen Kurzschluß an der Hauptleitung transformiert.

Wird die Mikrostreifenstruktur in ein rechteckförmiges Metallgehäuse der Breite $a = 24$ mm, der Länge $b = 15$ mm und der Höhe $c = 12,7$ mm eingebettet, kommt es in der Umgebung der Betriebsfrequenz der Schaltung zu einer elektromagnetischen Wechselwirkung der Mikrostreifenstruktur mit dem TM_{110}-Mode des Gehäuses.

Mit den Methoden nach Abschnitt 3.2.4 werden aus der Eingangsadmittanz $\underline{Y}_\mathrm{in}^{\mathrm{TM11}}(h)$ der Gleichung (2.28) die Resonanzfrequenz $f_{110} = 10,812854$ GHz und die Elemente des

Parallelschwingkreises $C^{\mathrm{TM110}} = 0,61505$ pF, $L^{\mathrm{TM110}} = 0,352249$ nH und $R^{\mathrm{TM110}} = 100414,4925\,\Omega$ ermittelt.

Soll die Mikrostreifenleitungsstruktur mit dem Koppelimpedanznetzwerk verschaltet werden, lassen sich die Übertragerverhältnisse unmittelbar aus der Gleichung (3.10) oder (3.11) ermitteln.

Wird die Mikrostreifenstruktur in ADS anstelle des Koppelimpedanznetzwerks mit der zugehörigen Koppelimpedanzmatrix verbunden, so werden die Impedanzparameter z.B. mit den Gleichungen (3.9) bis (3.11) berechnet, wobei $\underline{Z}^{\mathrm{TM11}}(h)$ die Eingangsimpedanz des Parallelschwingkreises mit den Elementen C^{TM110}, L^{TM110} und R^{TM110} darstellt. Die prinzipielle Verschaltung des Koppelimpedanznetzwerks mit den Mikrostreifensegmenten der Haupt- und Stichleitung in ADS ist in Bild 3.17 gezeigt. Hierzu ist die Hauptleitung in 8 Segmente und die Stichleitung in 2 Segmente unterteilt worden.

Alternativ ist in Bild 3.18 die Verschaltung der Mikrostreifenleitersegmente mit der Koppelimpedanzmatrix dargestellt. Der S-Parameterblock in Form eines 10-Tores (Bild 3.18 oben rechts) enthält die Datei der Impedanzparameter für den interessierenden Frequenzbereich (hier im Touchstone-Format). In diesem Fall sind die in Bild 3.18 dargestellten Übertrager mit dem Übersetzungsverhältnis von 1 für eine Spannungs-Strom-Konvertierung notwendig, da für den S-Parameterblock Spannungen als Eingangssignale erforderlich sind. Diese Art der Verschaltung ist besonders für große komplexe Mikrostreifenleiterstrukturen geeignet.

Für verschiedene Segmentlängen (5 Tore, 10 Tore und 20 Tore) ist in Bild 3.19 der Betrag des Transmissionsfaktors $|s_{21}|$ der gehäusten Struktur dargestellt. Für die Variante, bei der das Koppelimpedanznetzwerk als 5-Tor ausgeführt wird, ist die Hauptleitung in 4 gleich große Leitungsstücke segmentiert. Die Stichleitung wird durch 1 Segment repräsentiert.

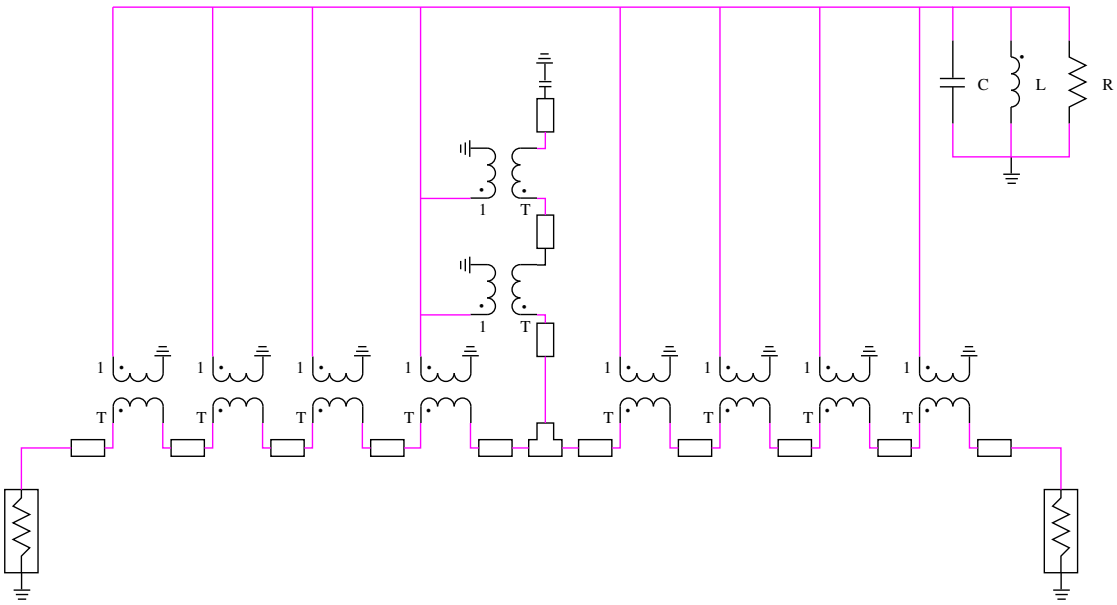


Bild 3.17: Verknüpfung des elektrischen Ersatzschaltbildes des Koppelimpedanznetzwerks mit der Mikrostreifenstruktur in ADS.

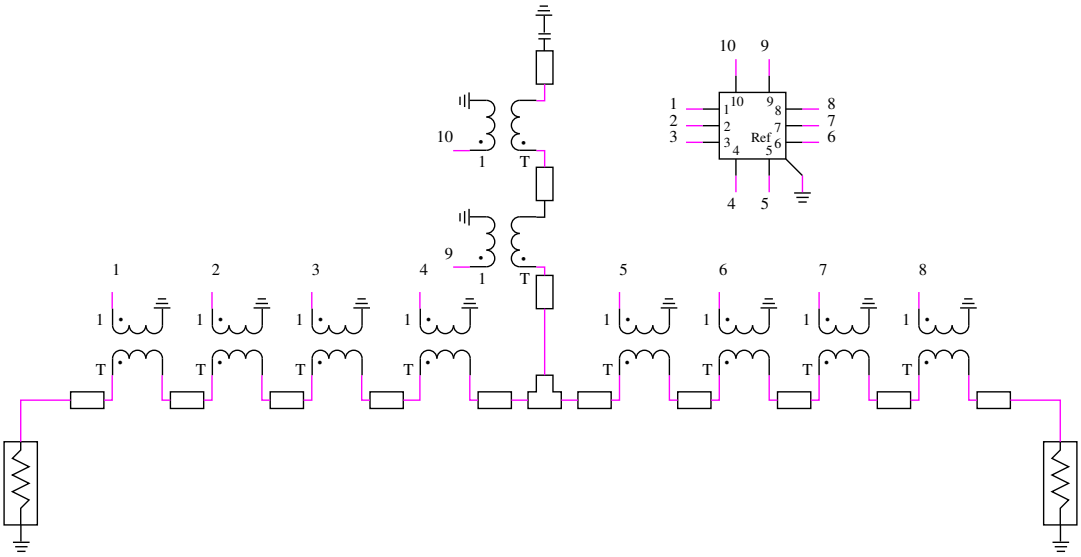


Bild 3.18: Verknüpfung der berechneten Koppelimpedanzmatrix mit der Mikrostreifenstruktur in ADS.

Entsprechend wird für das 10-Tor bzw. 20-Tor die Anzahl der Segmente der Haupt- und Stichleitung verzweifacht bzw. vervierfacht. Zusätzlich ist in Bild 3.19 noch das Ergebnis einer SONNET-Vollwellensimulation aufgenommen. Im Vergleich zur Vollwellensimulation zeigt das Bild 3.19, dass die parasitäre Wechselwirkung zwischen der Flächenstromdichte auf der Mikrostreifenstruktur und dem TM_{110}-Gehäusemode mit dem Verfahren nach Abschnitt 3.2 sehr gut beschrieben wird. Erwartungsgemäß liegt das Ergebnis mit steigender Anzahl von Toren näher am Ergebnis der Vollwellensimulation.

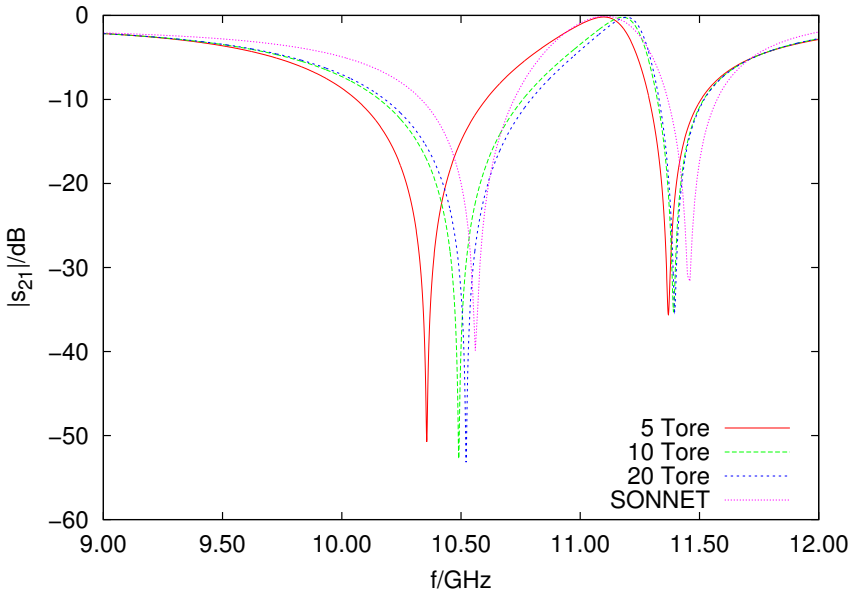


Bild 3.19: Betrag des Transmissionsfaktors der gehäusten Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung für verschiedene Segmentlängen.

i	x [mm]	y [mm]	n_i
1	12,0	0,9375	0,16438
2	12,0	2,8125	0,13935
3	12,0	4,6875	0,09311
4	12,0	6,5625	0,03270
5	12,0	8,4375	-0,03270
6	12,0	10,3125	-0,09311
7	12,0	12,1875	-0,13935
8	12,0	14,0625	-0,16438
9	13,0	7,5	-0,00813
10	13,6	7,5	-0,01457

Tabelle 3.1: Übertragerverhältnisse des Koppelimpedanznetzwerks und Orte der Segmentmittelpunkte.

Aus dem Beispiel ist ersichtlich, dass eine Segmentlänge Δl_S von $b/8 = 1,875$ mm (dies entspricht einem sechzehntel der Wellenlänge der kleinsten Resonatorquerschnittsgeometrie) zur Beschreibung der elektromagnetischen Verkopplung ausreicht.

Die Übertragerverhältnisse des 10-Tor-Koppelimpedanznetzwerks und die Orte der Segmentmittelpunkte sind in der Tabelle 3.1 aufgelistet.

Zur Reduzierung der parasitären Kopplung wird eine planare Absorberschicht der Dicke $h_3 = 1,27$ mm mit der Permittivitätszahl $\underline{\epsilon}_{\mathrm{r}3} = 21\,(1 - j\,0,02)$ und der Permeabilitätszahl $\underline{\mu}_{\mathrm{r}3} = 1,1\,(1 - j\,1,4)$ an der Unterseite des oberen Deckels des Resonators angebracht (siehe Bild 3.15). Für die resultierende Resonatoranordnung läßt sich aus der zugehörigen Eingangsadmittanz der Gleichung (3.70) des Leitungsersatzschaltbildes in Bild 3.15 b) die Resonanzfrequenz $f_{110} = 11,132512$ GHz und die Elemente $C^{\mathrm{TM110}} = 0,416435$ pF, $L^{\mathrm{TM110}} = 0,4908$ nH und $R^{\mathrm{TM110}} = 623,094\,\Omega$ des Parallelschwingkreises bestimmen.

Für die Ausführung des Koppelnetzwerks als 10-Tor ist in Bild 3.20 der Betrag des Transmissionsfaktors $|s_{21}|$ dargestellt. Der Gehäusemode wird durch das Absorbermaterial gedämpft, jedoch nicht vollständig unterdrückt. Weiterhin lässt sich feststellen, dass trotz der Dämpfung des Gehäusemodes die geschirmte Struktur ein anderes Übertragungsverhalten aufweist, als die offene Struktur (vergleiche Bild 3.16). Die Resonanz der Stichleitung ist breitbandiger und frequenzverschoben.

Der Vergleich mit einer SONNET-Vollwellensimulation zeigt, dass das Verhalten mit dem vorgestellten Verfahren gut wiedergegeben wird.

Bei der zweiten untersuchten Mikrostreifenstruktur handelt es sich um die in Bild 3.13 dargestellte Mikrostreifenleitungsunterbrechung, deren Übertragungseigenschaften durch den TM_{110}-Mode des Metallgehäuses beeinflußt wird. Die Mikrostreifen sind $L = 7,5$ mm lang und $w = 1,2$ mm breit und liegen im Abstand $g = 15$ mm voneinander entfernt. Der Wellenwiderstand der Leitungen beträgt $50\,\Omega$. Das verlustbehaftete Substrat mit der Permittivitätszahl $\underline{\epsilon}_\mathrm{r} = 10,5\,(1 - j\,0,0023)$ ist $h = 1,27$ mm hoch.

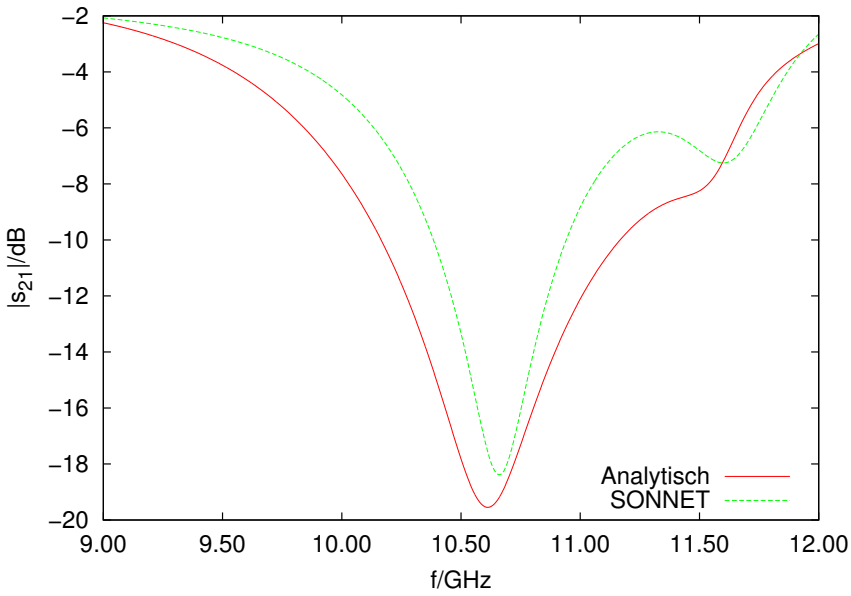


Bild 3.20: Betrag des Transmissionsfaktors der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem rechteckförmigen Gehäuse mit Absorbermaterial zur Modendämpfung.

Für die mit den Bibliotheksmodellen in ADS realisierte Struktur ist in Bild 3.21 der Betrag des Transmissionsfaktors $|s_{21}|$ ohne Gehäuse dargestellt. Aufgrund der relativ großen Leitungsunterbrechung zeigt sich erwartungsgemäß eine hohe Durchgangsdämpfung zwischen dem Eingangs- und Ausgangstor.

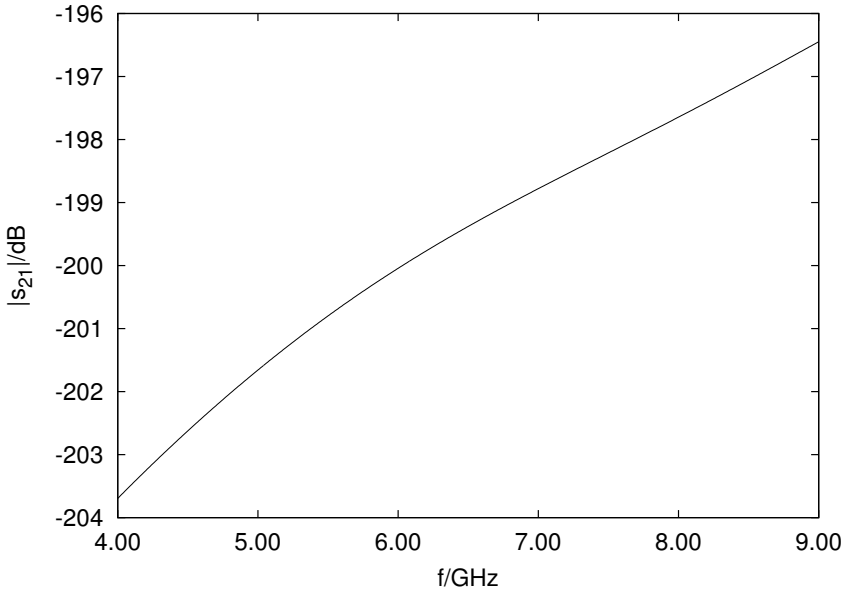


Bild 3.21: Betrag des Transmissionsfaktores der Mikrostreifenleitungsunterbrechung ohne Metallgehäuse.

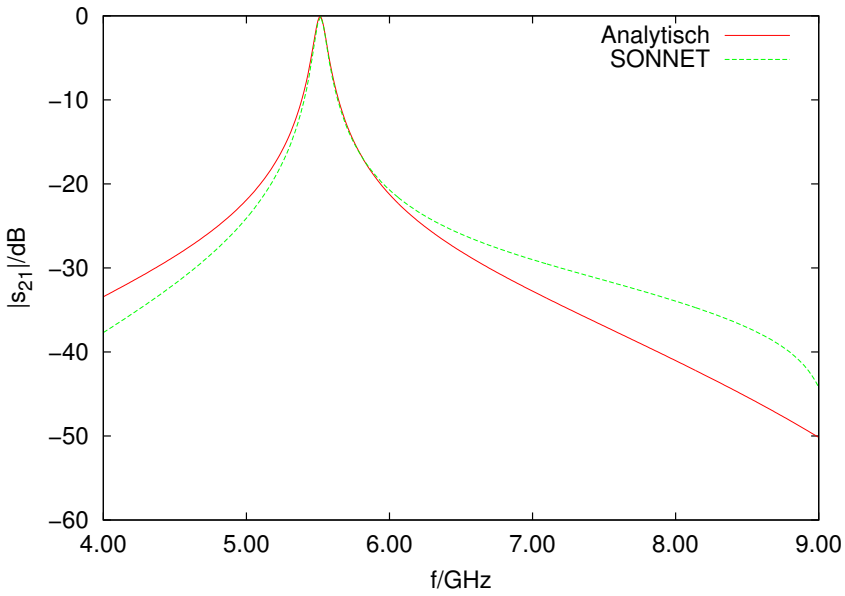


Bild 3.22: Betrag des Transmissionsfaktors der Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse mit verlustbehaftetem Substrat.

Wird die Mikrostreifenleitungsunterbrechung in ein Metallgehäuse der Breite $a = 48$ mm, der Länge $b = 30$ mm und der Höhe $c = 10$ mm eingebracht, so kommt es, bedingt durch die Verkopplung der Mikrostreifenleitungen, mit dem angeregten TM_{110}-Mode zu einer Transmission zwischen dem Eingangs- und Ausgangstor bei der Resonanzfrequenz des Gehäusemodes (Bild 3.22).

Zur Bestimmung der Koppelimpedanzmatrix sind für das rechteckförmige Metallgehäuse mit dem planaren Substrat aus der Eingangsadmittanz nach Gleichung (2.28) des Leitungsersatzschaltbildes Bild 3.14 b) die Resonanzfrequenz $f_{110} = 5,5045$ GHz und die Elemente $C^{\mathrm{TM}110} = 0,4246$ pF, $L^{\mathrm{TM}110} = 0,196887$ nH und $R^{\mathrm{TM}110} = 111746,19\,\Omega$ des Parallelschwingkreises berechnet worden.

Die beiden Mikrostreifenleitungen wurden jeweils äquidistant in 4 Segmente der Länge $\Delta L = 1,875$ mm zerlegt, woraus sich eine 8-Tor-Koppeladmittanzmatrix ergibt.

Der Vergleich des Übertragungsverhaltens der Struktur mit der SONNET-Vollwellensimulation zeigt eine gute Übereinstimmung mit dem hier vorgestellten Verfahren.

3.4.2 Magnetische Flächenstromdichte

In einem ersten Schritt erfolgt die Berechnung des elektrischen Verhaltens der Mikrostreifenstruktur in Form einer Impedanzmatrix nach Gleichung (A.45). Hierzu wird das Programm MATLAB verwendet. Zuvor ist die Anzahl der Tore und damit die Breite der Tore entlang der Mikrostreifenperipherie zu definieren.

Die Breite der Tore sollte kleiner als ein Zehntel der Wellenlänge der sich auf der Mikrostreifenleiterstruktur ausbreitenden elektromagnetischen Welle sein.

Zur Bestimmung der effektiven Breite der Mikrostreifenleitungen nach Gleichung (A.48) sind die dispersiven charakteristischen Größen der Mikrostreifenleitungen, wie der Wellenwiderstand und die effektive Permittivität, erforderlich. Diese werden mit den Ansätzen nach Hammerstad [30] oder Kirschning [31] bestimmt. Die Berechnung der Impedanzparameter über die zweifache Reihenentwicklung gemäß Gleichung (A.45) erfolgt in allen Beispielen für jeweils 50 Iterationen.

Zur Analyse der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen der fiktiven magnetischen Stromdichte entlang der Mikrostreifenperipherie und den Gehäuseresonanzmoden wird im zweiten Schritt die Koppeladmittanzmatrix bzw. das zugehörige Koppeladmittanznetzwerk ermittelt. Die Untersuchung verschiedener Mikrostreifenstrukturen hat gezeigt, dass die Koppeltore entlang der erweiterten Peripherie zu definieren sind, da die elektrischen Streufelder an den Mikrostreifenkanten eine räumliche Ausdehnung aufweisen. Zur Definition der Koppeltore wird die effektive Breite der Bandleitungen bei der Betriebsfrequenz der Schaltung festgelegt.

Zum besseren Verständnis der verwendeten Nomenklatur für die verschiedenen Torarten (Eingangs-, Ausgangs-, Verbindungs- und Koppeltor) sind diese am Beispiel der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in Bild 3.23 skizziert. Für die offene Stichleitung ist das Streufeld am Leitungsende berücksichtigt worden, dessen Effekt sich durch eine Verlängerung der Stichleitung um Δl beschreiben läßt [32]. Zu beachten ist, dass die Verbindungstore, die verschiedene Segmente der Mikrostreifenstruktur miteinander verbinden (Segmentierungs-Methode), an der physikalischen Peripherie der Mikrostreifenstrukturen definiert sind.

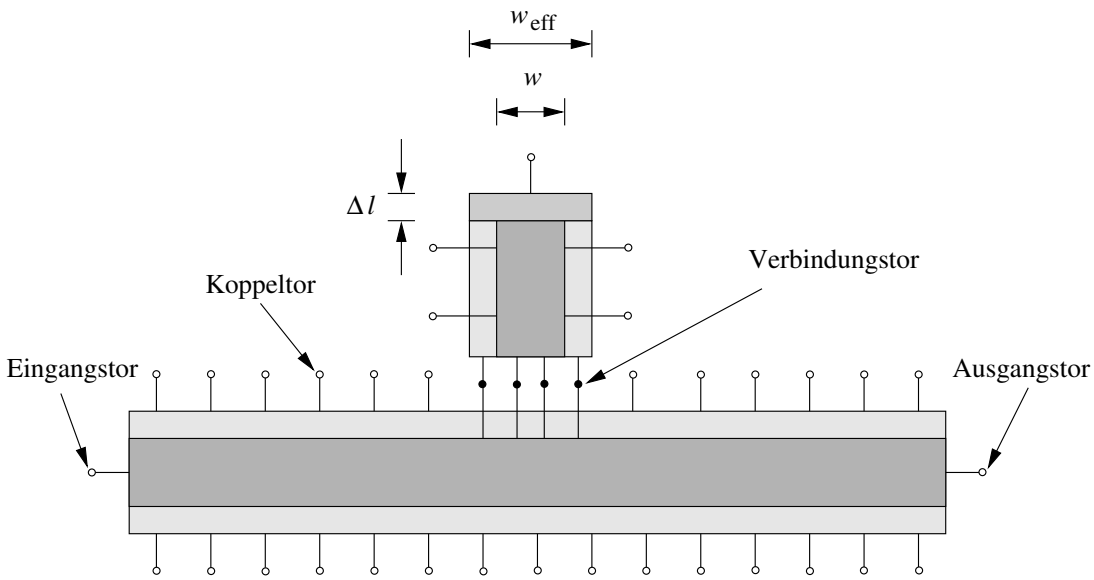


Bild 3.23: Tordefinition entlang der physikalischen und erweiterten Peripherie der planaren Schaltung.

Für das erste Beispiel einer 15 mm langen Mikrostreifenleitung, an deren Mitte eine offene Stichleitung der Länge $L = 1,9$ mm angebracht ist, soll die Methode der planaren Schaltungen demonstriert werden. Die Mikrostreifenleiter liegen auf einem verlustbehaftetem Substrat der Höhe $h = 1,27$ mm mit der Permittivität $\underline{\epsilon}_r = 10,5\,(1 - j\,0,0023)$ und weisen einen Wellenwiderstand von $50\,\Omega$ auf. An der unteren Kante der Hauptleitung werden 17 Koppeltore, an der oberen Kante 12 Koppeltore und 5 Verbindungstore definiert.

Das Ein- und Ausgangstor wird durch jeweils ein Tor beschrieben. An den länglichen Kanten der Stichleitung werden jeweils zwei Koppeltore, an einer kurzen Kante 5 Verbindungstore und am offenen Leitungsende 1 Tor definiert. Nachdem die Impedanzmatrizen der beiden Leitungen berechnet sind, lassen sich diese mit Hilfe des Segmentierungsverfahres zu einer Gesamtimpedanzmatrix zusammenfassen. Alternativ können die beiden Mikrostreifenleitungen im Schaltungssimulator an den Verbindungstoren miteinander verbunden werden.

In Bild 3.24 ist die prinzipielle Implementierung der Schaltung in ADS gezeigt. Die beiden S-Parameterblöcke enthalten die berechneten frequenzabhängigen Impedanzmatrizen im Touchstone-Format. Verbunden sind die beiden S-Parameterblöcke über die Verbindungstore. Zur Bestimmung des Transmissionsfaktors sind die 50 Ohm-Abschlüsse am Eingangs- und Ausgangstor angebracht. Das Bild 3.25 zeigt den Betrag des Transmissionsfaktors $|s_{21}|$ für die Mikrostreifenstruktur nach Bild 3.12 ohne Gehäuse. Die gute Übereinstimmung mit Bild 3.16 zeigt die Gültigkeit der Theorie planarer Schaltungen.

Zur Untersuchung der parasitären Verkopplung der Mikrostreifenstruktur mit dem TM_{110}-Gehäusemode, werden die Mikrostreifenleiter in ein rechteckförmiges Metallgehäuse der Breite $a = 24$ mm, der Länge $b = 15$ mm und der Höhe $c = 12,7$ mm eingebettet.

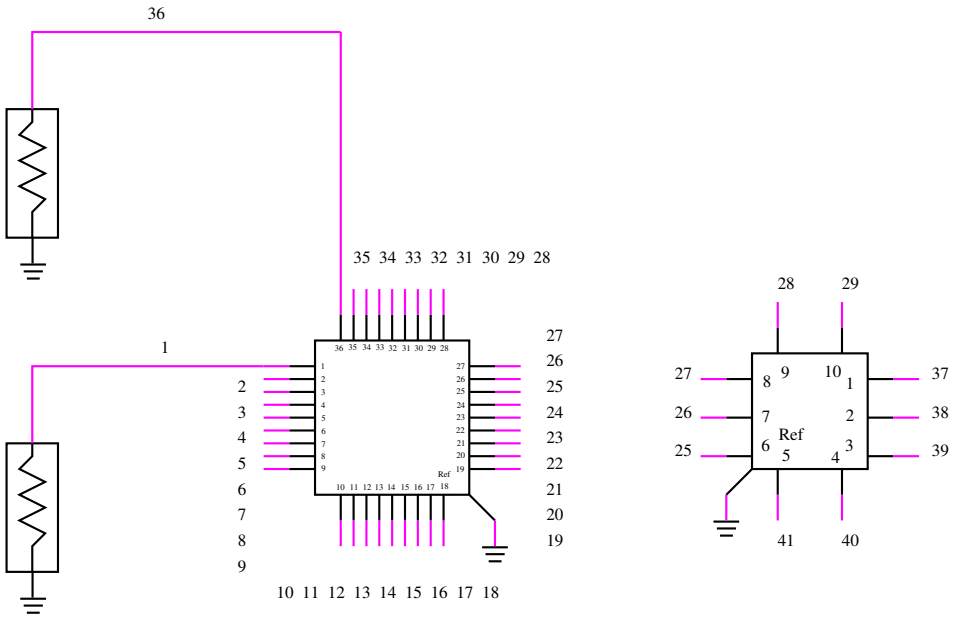


Bild 3.24: Verknüpfung der Impedanzmatrix der Hauptleitung mit der Impedanzmatrix der Stichleitung in ADS.

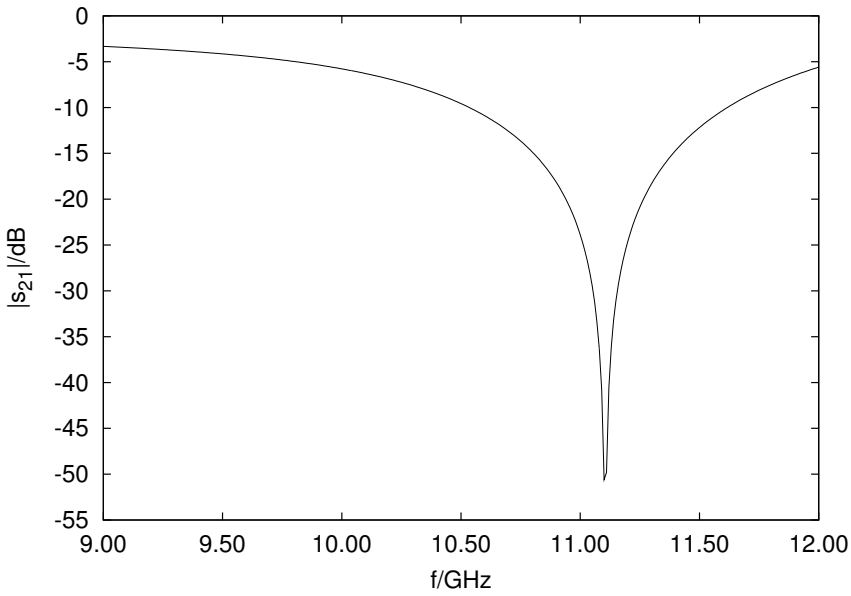


Bild 3.25: Transmissionsfaktor der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung ohne Metallgehäuse.

Aus der Eingangsimpedanz der Gleichung (2.59) des Leitungsersatzschaltbildes 3.14 b) sind die Resonanzfrequenz $f_{110} = 10,812855$ GHz und die Elemente $L^{\mathrm{TM110}} = 10,7131$ nH, $C^{\mathrm{TM110}} = 20,223$ fF und $R^{\mathrm{TM110}} = 0,1735\,\Omega$ des Serienschwingkreises bestimmt worden.

Die Übertrager des Koppelnetzwerks lassen sich unmittelbar aus der Gleichung (3.58) oder (3.59) ermitteln. Alternativ läßt sich die zugehörige Koppeladmittanzmatrix mit der Gleichung (3.53) berechnen, wobei $\underline{Y}^{\mathrm{TM11}}$ die Eingangsadmittanz des Serienschwingkreises mit den Elementen R^{TM110}, L^{TM110} und C^{TM110} darstellt.

Die Struktur wird durch ein Eingangs- und Ausgangstor sowie 34 Koppeltore beschrieben. Bei der Resonanzfrequenz ergibt sich eine effektive Leiterbreite von $w_{\mathrm{eff}} = 3,3$ mm und eine effektive Leitungslänge der Stichleitung von $l_{\mathrm{eff}} = 2,3018$ mm.

Für eine unterschiedliche Anzahl von Koppeltoren und verschiedenen Ansätzen zur Charakterisierung der Mikrostreifenleitungen (Hammerstad, Kirschning) ist in Bild 3.26 der Betrag des Transmissionsfaktors $|s_{21}|$ für die gehäuste Mikrostreifenstruktur dargestellt. Zum Vergleich wurde dem Bild 3.26 das Ergebnis einer SONNET-Vollwellensimulation hinzugefügt.

Der parasitäre Einfluss des TM_{110}-Modes auf die Übertragungseigenschaften der Mikrostreifenstruktur wird mit dem Verfahren nach Abschnitt 3.3 richtig beschrieben. Die beste Übereinstimmung mit dem Ergebnis der SONNET-Vollwellensimulation ergibt sich für das 36-Tor-Koppeladmittanznetzwerk und den Impedanzmatrizen der Mikrostreifenstruktur, deren Leitungseigenschaften mit den Ansätzen nach Kirschning beschrieben werden.

Am Beispiel der Koppeladmittanzmatrix mit 36 Toren sind in Tabelle 3.2 die Übertragerverhältnisse und die Orte der Tormittelpunkte an der Mikrostreifenperipherie, in denen die Übertragerverhältnisse berechnet werden, aufgelistet.

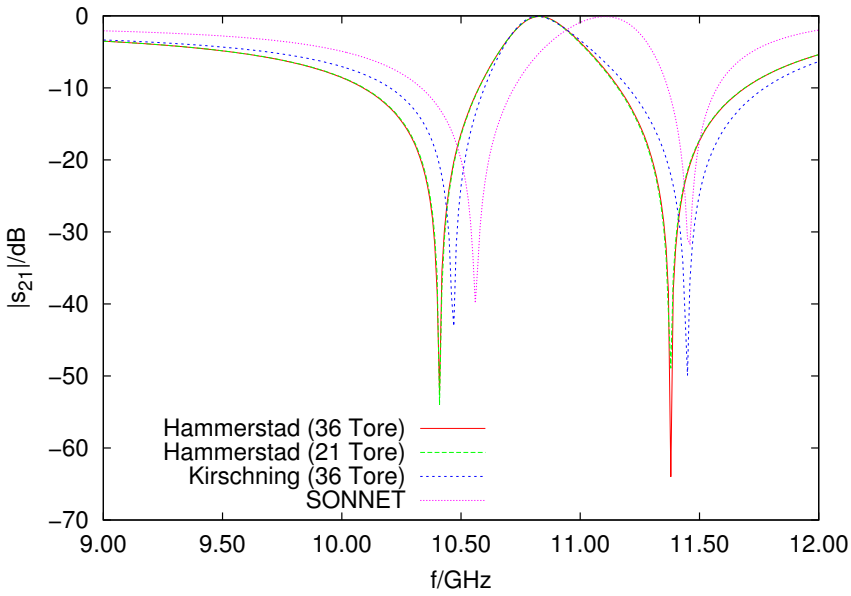


Bild 3.26: Betrag des Transmissionsfaktors der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse für verschiedene Modellbeschreibungen der Mikrostreifenleitung und unterschiedlicher Anzahl von Koppeltoren.

Im nachfolgenden Beispiel wird die vorherige Mikrostreifenstruktur mit ähnlichen Übertragungseigenschaften aber für ein Substrat der Höhe $h = 0,5$ mm und der Permittität $\underline{\epsilon}_\mathrm{r} = 2,2\,(1 - j\,0,0023)$ neu dimensioniert.

Zur Realisierung eines Wellenwiderstands von $50\,\Omega$ wird die Breite der Mikrostreifen auf $w = 1,54$ mm festgelegt. Die Länge der Stichleitung beträgt $L = 4,73$ mm. Untersucht wird wieder die elektromagnetische Wechselwirkung des TM_{110}-Modes mit der Mikrostreifenstruktur. Die aus dem Leitungsersatzschaltbild ermittelte Resonanzfrequenz beträgt $f_{110} = 11,6480$ GHz. Für die Elemente des Serienschwingkreises lassen sich die Werte $L^{\mathrm{TM110}} = 10,7131$ nH, $C^{\mathrm{TM110}} = 13,2678$ fF und $R^{\mathrm{TM110}} = 0,0501\,\Omega$ ermitteln.

Die Mikrostreifenperipherie weist 36 Tore auf. Der Betrag des Transmissionsfaktors $|s_{21}|$ der gehäusten Mikrostreifenstruktur ist zusammen mit dem Ergebnis der SONNET-Vollwellensimulation in Bild 3.27 wiedergegeben. Für dieses Beispiel zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit dem SONNET-Simulationsergebnis.

Im letzten Beispiel wird die elektromagnetische Verkopplung der Mikrostreifenleitungsunterbrechung nach Bild 3.13 mit den TM_{110}- und TM_{210}-Gehäusemoden untersucht. Dazu wird die Mikrostreifenleitungsunterbrechung in das Metallgehäuse der Breite $a = 48$ mm, der Länge $b = 30$ mm und der Höhe $c = 10$ mm eingebracht. Das Substrat der Höhe $h = 1,27$ mm ist verlustbehaftet und weist die Permittivitätszahl $\underline{\epsilon}_\mathrm{r} = 10,5\,(1 - j\,0,0023)$ auf.

Zwischen dem TM_{210}-Gehäusemode und der Leitungsunterbrechung findet an der Stelle $x = 0,5\,a$ keine elektromagnetische Wechselwirkung statt, da dieser Mode an diesem Ort eine Nullstelle aufweist. Damit auch der TM_{210}-Mode wirksam ist, wurde die Mikrostreifenleitungsunterbrechung von der Gehäusemitte $x = 0,5\,a$ nach $x = 0,75\,a$ verschoben.

i	x [mm]	y [mm]	n_i
1	12,0000	0,00000	-0,296590
2	10,3410	0,48675	-0,001193
3	10,3410	1,46025	-0,003528
4	10,3410	2,43375	-0,005718
5	10,3410	3,40725	-0,007670
6	10,3410	4,38075	-0,009305
7	10,3410	5,35425	-0,010555
8	10,3410	6,17280	-0,007681
9	10,3410	6,83640	-0,007911
10	10,3410	7,50000	-0,007987
11	10,3410	8,16360	-0,007911
12	10,3410	8,82720	-0,007681
13	10,3410	9,64575	-0,010555
14	10,3410	10,61925	-0,009305
15	10,3410	11,59275	-0,007670
16	10,3410	12,56625	-0,005718
17	10,3410	13,53975	-0,003528
18	10,3410	14,51325	-0,001193
19	13,6590	0,48675	-0,001193
20	13,6590	1,46025	-0,003528
21	13,6590	2,43375	-0,005718
22	13,6590	3,40725	-0,007670
23	13,6590	4,38075	-0,009305
24	13,6590	5,35425	-0,010555
25	13,6590	9,64575	-0,010555
26	13,6590	10,61925	-0,009305
27	13,6590	11,59275	-0,007670
28	13,6590	12,56625	-0,005718
29	13,6590	13,53975	-0,003528
30	13,6590	14,51325	-0,001193
31	12,0000	15,00000	-0,196586
32	15,0018	7,50000	-0,070977
33	14,4264	5,84100	-0,033278
34	13,2755	5,84100	-0,034543
35	14,4264	9,15900	-0,033278
36	13,2755	9,15900	-0,034543

Tabelle 3.2: Übertragerverhältnisse und Orte der Tore an der Peripherie der Mikrostreifenstruktur.

Aus der Eingangsimpedanz nach Gleichung (2.59) des Leitungsersatzschaltbildes 3.14 b) läßt sich für den TM_{110}-Mode die Resonanzfrequenz $f_{110} = 5,5045$ GHz und die Elemente $L^{\mathrm{TM}110} = 11,81596$ nH, $C^{\mathrm{TM}110} = 70,75056$ fF und $R^{\mathrm{TM}110} = 0,0249\,\Omega$ des Serienschwingkreises ermitteln.

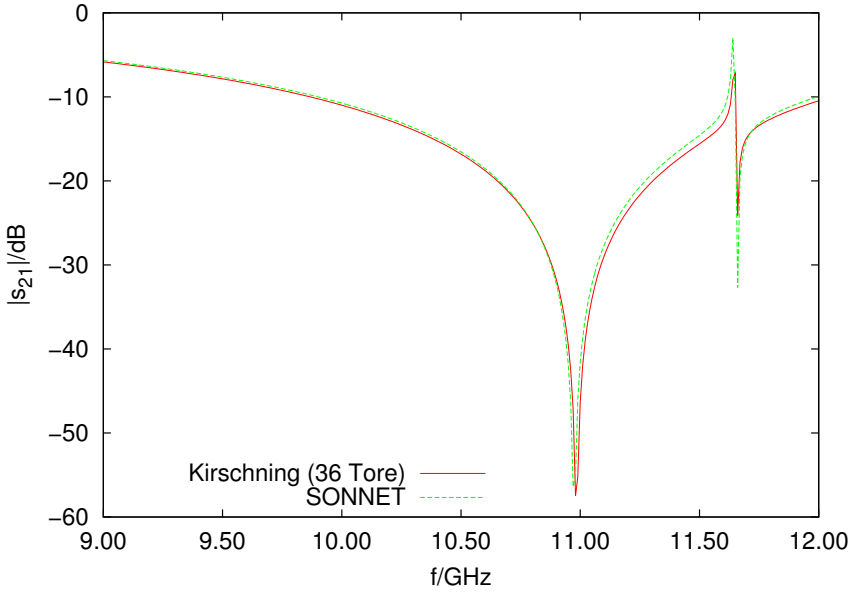


Bild 3.27: Betrag des Transmissionsfaktors der modifizierten Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

Analog erhält man für den RLC-Serienschwingkreis des TM_{210}-Modes die Resonanzfrequenz $f_{210} = 7,419354$ GHz und für die zugehörigen Bauelemente die Werte $L^{\mathrm{TM}210} = 11,21$ nH, $C^{\mathrm{TM}210} = 41,049$ fF und $R^{\mathrm{TM}210} = 0,0501\,\Omega$. Die seitlichen Kanten der Mikrostreifenleitungen werden äquidistant mit 10 Toren segmentiert. Am Leitungsanfang und -ende der beiden Mikrostreifenleitungen wird jeweils ein Tor definiert. Somit weist die gesamte Mikrostreifenstruktur 44 Tore auf.

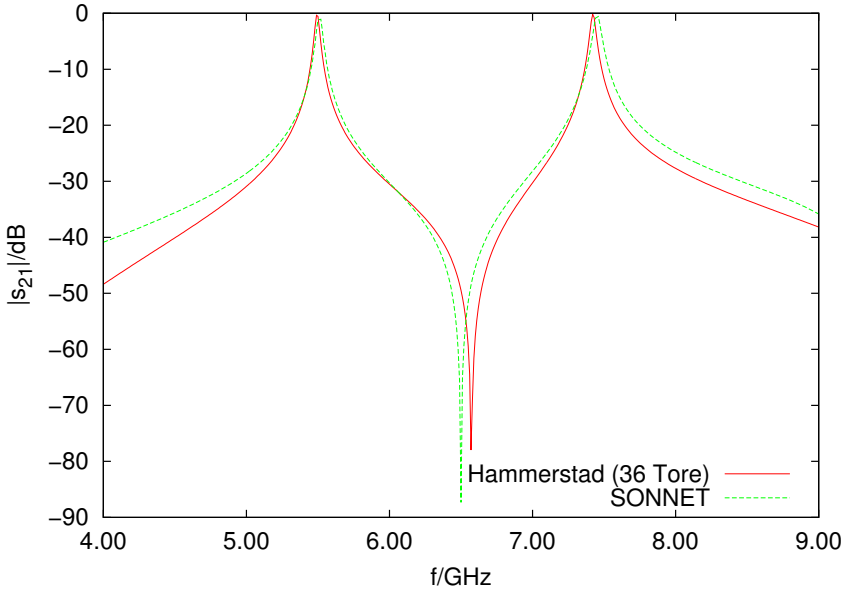


Bild 3.28: Betrag des Transmissionsfaktors der versetzten Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

In Bild 3.28 ist der Betrag des Transmissionsfaktors $|s_{21}|$ der gehäusten Leitungsunterbrechung mit dem Ergebnis der SONNET-Vollwellensimulation dargestellt. Die zugehörige prinzipielle Implementierung in ADS ist in Bild 3.29 dargestellt. Die in den beiden oberen S-Parameterblöcken enthaltenen Impedanzmatrizen der Mikrostreifenleitungen (22-Tore) sind dabei mit den beiden unteren Koppeladmittanzmatrizen des TM_{110}- und TM_{210}-Modes am Eingangs-, Ausgangs- und an den Koppeltoren verbunden. Alternativ lassen sich die beiden Koppelmatrizen durch Addition zu einer Gesamtkoppelmatrix zusammenfassen.

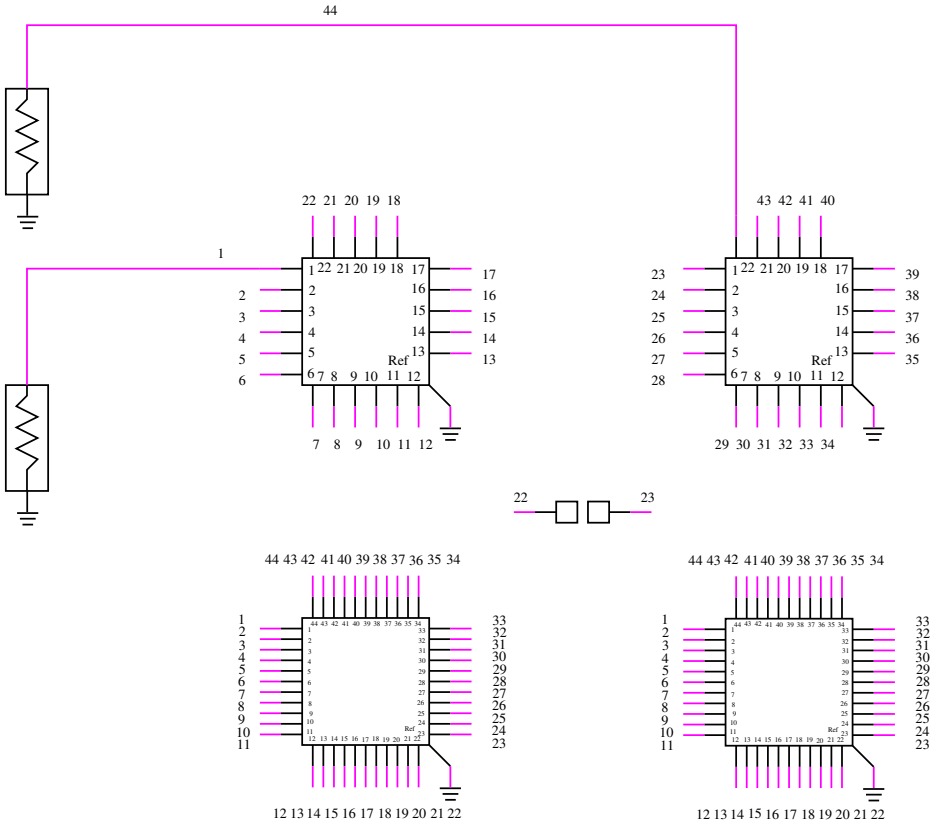


Bild 3.29: Verknüpfung der berechneten Koppelimpedanzmatrizen für den TM_{110}- und TM_{210}-Mode mit der Mikrostreifenstruktur in ADS.

4 Die TLM-Methode

4.1 Einleitung

In den Kapiteln 2 und 3 wurden analytische Verfahren vorgestellt, mit denen sich die Koppelmatrizen und deren zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilder zur Beschreibung der elektromagnetischen Verkopplung zwischen Gehäusemoden und Mikrostreifenstrukturen in Metallgehäusen mit einfachen Formen ermitteln lassen. Die Bestimmung der Koppelmatrizen und Koppelnetzwerke für komplexe Gehäuseformen erfordert jedoch den Einsatz eines Vollwellensimulators. Zur breitbandigen Analyse komplexer Strukturen eignen sich Zeitbereichsverfahren, wie die TLM- oder die FDTD-Methode. Bei diesen Verfahren erfolgt die Bestimmung der frequenzabhängigen Feldkomponenten während der Simulation durch eine Fouriertransformation der zeitabhängigen Feldkomponenten.

Im folgenden Abschnitt 4.2 werden die wichtigsten Grundlagen der TLM-Methode zusammengefasst. Dabei wird schwerpunktmäßig auf die Algorithmen zur Anregung der Feldkomponenten eingegangen. Anschließend wird im Abschnitt 4.3 die Anregung elektrischer und magnetischer Einheitsstromdichteelemente vorgestellt, die nach Kapitel 2 und 3 zur Bestimmung der Koppelmatrizen und den zugehörigen Ersatzschaltbildern erforderlich sind. Ausgehend vom Literaturansatz [33], der die Anregung eines elektrischen Stromes in den Randflächen benachbarter TLM-Zellen erlaubt, wird unter Verwendung des Dualitätsprinzips ein Verfahren zur Anregung einer elektrischen Spannung in den Randflächen benachbarter TLM-Zellen hergeleitet [34]. Mit dieser Spannung läßt sich die Anregung eines magnetischen Einheitsstromdichteelements im TLM-Algorithmus realisieren.

Die den Zeitbereichsverfahren bei der Analyse von Strukturen mit hohem Q-Faktor anhaftenden Probleme, wie lange Simulationszeiten, lassen sich mit Methoden der statistischen Nachrichtentechnik umgehen. In Kapitel 5 wird näher auf diese Methoden eingegangen.

Eine anschauliche und ausführliche Beschreibung der TLM-Methode findet man in der Literatur [35] bis [40].

4.2 Der TLM-Algorithmus

Die TLM-Methode ist ein zeit- und raumdiskretes Verfahren zur Analyse beliebig komplexer dreidimensionaler Strukturen. Der zu analysierende Simulationsraum wird mit einem Netzwerk aus senkrecht aufeinander stehenden TEM-Leitungen ausgefüllt, auf denen sich Spannungsimpulse nach den Gesetzmäßigkeiten der Leitungstheorie ausbreiten.

Den Ort, in dem sich die Leitungen kreuzen, bezeichnet man als Knoten- bzw. Streuzentrum. Der unmittelbare Raumbereich um ein Knotenzentrum herum bildet das Diskretisierungselement dieser Methode, die TLM-Zelle (vergleichbar mit der YEE-Zelle im FDTD-Gitter).

Bild 4.1 zeigt als Beispiel für eine kubische TLM-Zelle die Basisstruktur des symmetrisch kondensierten Knotens (SCN, symmetrical condensed node) [37], der in der Praxis breite Anwendung findet und in dieser Arbeit verwendet wird. In Bezug auf die Randflächen stellt der SCN ein 12-Tor dar.

Die TLM-Methode kann als diskrete Umsetzung des Huygenschen Prinzips zur Wellenausbreitung betrachtet werden. Nach Huygens Vorstellung sind die Punkte einer Wellenfront Quellenpunkte von Elementarwellen, deren Superposition die resultierenden sich ausbreitenden Wellenfronten bilden. In der TLM-Methode repräsentieren die Knotenzentren des Leitungsnetzwerks die Quellenpunkte dieser Elementarwellen.

Wie aus der Leitungstheorie bekannt, breiten sich auf den Leitungen des TLM-Leitungsnetzwerks zwei Arten von Spannungsimpulsen aus, die sich in ihrer Ausbreitungsrichtung unterscheiden. Spannungsimpulse, die auf die Knotenzentren zulaufen, bezeichnet man als hinlaufende Spannungsimpulse u^{i} und werden mit dem hochgestellten Index i (incident) gekennzeichnet. Die von den Knotenzentren ablaufenden Spannungsimpulse bezeichnet man als reflektierte Spannungsimpulse u^{r} und werden mit dem hochgestellten Index r (reflected) gekennzeichnet.

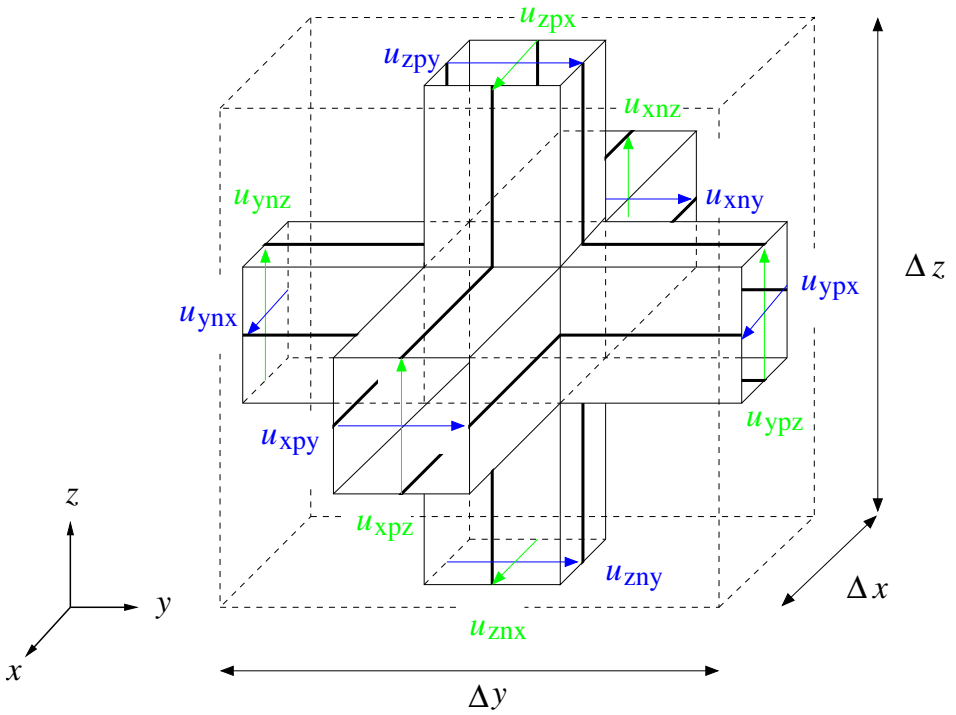


Bild 4.1: Geometrie des symmetrisch kondensierten Knotens, bestehend aus 12 Leitungspaaren (Verbindungsleitungen).

Zur Unterscheidung der hin- und rücklaufenden Spannungsimpulse auf den verschiedenen Verbindungsleitungen einer TLM-Zelle werden drei weitere Indizes eingeführt [38]. So befindet sich die Spannung $u_{\mathrm{in}j}$ mit $i, j \in \{x, y, z\}$ und $i \neq j$ auf der Leitung der negativen Knotenseite (Index n für negativ), die in i-Richtung orientiert und in j-Richtung polarisiert ist, wenn das Koordinatensystem im Zentrum des TLM-Knotens angenommen wird. Entsprechend findet man die Spannung $u_{\mathrm{ip}j}$ auf der Leitung der positiven Knotenseite, die in i-Richtung orientiert und in j-Richtung polarisiert ist.

Der SCN nach Bild 4.1 eignet sich ausschließlich für die Beschreibung der Wellenausbreitung in homogenen isotropen Materialien. Sind inhomogene oder anisotrope Materialverteilungen zu berücksichtigen, lassen sich diese durch zusätzliche Stichleitungen, die im Knotenzentrum angebracht werden, beschreiben [38], [39].

Eine am Leitungsende offene und eine mit dem Wellenwiderstand (charakteristische Impedanz) der Leitung abgeschlossene Stichleitung, die in Form einer Parallelschaltung im Kontenzentrum angebracht werden, beschreiben die Wechselwirkung mit dem elektrischen Feld. Die offene Stichleitung dient zur Modellierung dielektrischer Materialen, mit der angepassten Leitung werden elektrische Verluste berücksichtigt.

Nach dem Dualitätsprinzip erfolgt die Modellierung magnetischer Materialien, die durch die Permeabilitätszahl μ_{r} beschrieben werden, durch Anbringen einer am Leitungsende kurzgeschlossenen Stichleitung im Kontenzentrum in Form einer Reihenschaltung. Mit einer weiteren Serienstichleitung, die am Leitungsende mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen ist, lassen sich magnetische Verluste berücksichtigen, die z.B. zur Modellierung absorbierender Randbedingungen (ABC, absorbing boundary conditions) Verwendung finden.

Die Spannungen auf den Stichleitungen werden durch zwei Indizes gekennzeichnet. Die Spannungen $u_{\mathrm{o}i}$ und $u_{\mathrm{e}i}$ der offenen und angepassten Stichleitung korrespondieren mit der elektrischen Feldkomponente E_i mit $i \in \{x, y, z\}$. Entsprechend stehen die Spannungen der kurzgeschlossenen und der angepassten Serienstichleitung $u_{\mathrm{s}i}$ und $u_{\mathrm{m}i}$ in Beziehung mit der magnetischen Feldkomponente H_i mit $i \in \{x, y, z\}$. Damit stehen zur Modellierung elektrischer und magnetischer Materialien 6 zusätzliche Stichleitungen zur Verfügung.

Die Art und Weise, wie die Verbindungs- und Stichleitungen im Knotenzentrum verbunden sind, ist unbestimmt. Vielmehr erfolgt die Bestimmung der äquivalenten Gesamtspannung

$$u_i = 2\,\frac{Y_{k\mathrm{n}i}u^{\mathrm{i}}_{k\mathrm{n}i} + Y_{k\mathrm{p}i}u^{\mathrm{i}}_{k\mathrm{p}i} + Y_{j\mathrm{n}i}u^{\mathrm{i}}_{j\mathrm{n}i} + Y_{j\mathrm{p}i}u^{\mathrm{i}}_{j\mathrm{p}i} + Y_{\mathrm{o}i}u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{o}i}}{Y_{k\mathrm{n}i} + Y_{k\mathrm{p}i} + Y_{j\mathrm{n}i} + Y_{j\mathrm{p}i} + Y_{\mathrm{o}i} + G_{\mathrm{e}i}} \tag{4.1}$$

und des äquivalenten Gesamtstromes

$$i_i = 2\,\frac{u^{\mathrm{i}}_{j\mathrm{p}k} - u^{\mathrm{i}}_{j\mathrm{n}k} + u^{\mathrm{i}}_{k\mathrm{n}j} - u^{\mathrm{i}}_{k\mathrm{p}j} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{s}i}}{Z_{j\mathrm{n}k} + Z_{j\mathrm{p}k} + Z_{k\mathrm{n}j} + Z_{k\mathrm{p}j} + Z_{\mathrm{s}i} + R_{\mathrm{m}i}} \tag{4.2}$$

im Knotenzentrum unter Verwendung des Ladungserhaltungsgesetzes und der Erhaltung des verketteten Flusses [39], wobei $(i, j, k) \in \{(x, y, z), (y, z, x), (z, x, y)\}$ ist.

In den Gleichungen (4.1) und (4.2) sind $Y_{\mathrm{in}j}$, $Y_{\mathrm{ip}j}$ bzw. $Z_{\mathrm{in}j}$, $Z_{\mathrm{ip}j}$ mit $i, j \in \{x, y, z\}$ die charakteristischen Admittanzen bzw. Impedanzen der zugehörigen Verbindungsleitungen und $Y_{\mathrm{o}i}$ bzw. $Z_{\mathrm{s}i}$ mit $i \in \{x, y, z\}$ die charakteristischen Admittanzen bzw. Impedanzen der

Stichleitungen. Die angepassten Parallelstichleitungen lassen sich durch einen Leitwert $G_{\mathrm{e}k}$ und die angepassten Serienstichleitungen durch einen Widerstand $R_{\mathrm{m}k}$ beschreiben

$$G_{\mathrm{e}k} = \sigma_{\mathrm{e}k} \frac{\Delta i\, \Delta j}{\Delta k}, \tag{4.3}$$

$$R_{\mathrm{m}k} = \sigma_{\mathrm{m}k} \frac{\Delta i\, \Delta j}{\Delta k}, \tag{4.4}$$

mit $i, j, k \in \{x, y, z\}$. In Gleichung (4.3) und (4.4) ist $\sigma_{\mathrm{e}k}$ und $\sigma_{\mathrm{m}k}$ die elektrische Leitfähigkeit zur Modellierung elektrischer und magnetischer Verluste. Der Index k korrespondiert mit den entsprechenden Feldkomponenten. Die äquivalente Gesamtspannung u_i und der äquivalente Gesamtstrom i_i sind über die Beziehungen

$$E_i = \frac{u_i}{\Delta i}, \tag{4.5}$$

$$H_i = \frac{i_i}{\Delta i}, \tag{4.6}$$

mit den Feldkomponenten verknüpft.

Die Gleichungen (4.1) und (4.2) lassen sich weiter vereinfachen, wenn die charakteristischen Impedanzen der Verbindungsleitungen des SCN gleich dem Freiraumwellenwiderstand $Z_{\mathrm{in}j} = Z_{\mathrm{ip}j} = Z_0 = 120\,\pi\,\Omega$ gesetzt werden (sog. balancierter Knoten)

$$u_i = 2\,\frac{u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{kn}i} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{kp}i} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{jn}i} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{jp}i} + y_{\mathrm{o}i} u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{o}i}}{4 + y_{\mathrm{o}i} + g_{\mathrm{e}i}}, \tag{4.7}$$

$$i_i = 2\,\frac{u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{jp}k} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{jn}k} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{kn}j} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{kp}j} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{s}i}}{4 + z_{\mathrm{s}i} + r_{\mathrm{m}i}}. \tag{4.8}$$

Dabei sind die Admittanzen $y_{\mathrm{o}i} = Y_{\mathrm{o}i} Z_0$ der offenen Stichleitungen, die Impedanzen $z_{\mathrm{s}i} = Z_{\mathrm{s}i}/Z_0$ der kurzgeschlossenen Stichleitungen, die Leitwerte $g_{ei} = G_{ei} Z_0$ und Widerstände $r_{mi} = R_{mi}/Z_0$ der angepaßten Stichleitungen auf den Freiraumwellenwiderstand Z_0 normiert.

Die räumliche Diskretisierung wird durch die Geometrie der TLM-Zelle bestimmt (siehe Bild 4.1). Die zeitliche Diskretisierung wird durch das Stabilitätskriterium

$$\Delta t_{\mathrm{tlm}} \leq \frac{\epsilon_{\mathrm{r}k}\, \Delta i\, \Delta j}{2\, c_0 \Delta k}, \tag{4.9}$$

$$\Delta t_{\mathrm{tlm}} \leq \frac{\mu_{\mathrm{r}k}\, \Delta i\, \Delta j}{2\, c_0 \Delta k}, \tag{4.10}$$

mit $i, j, k \in \{x, y, z\}$ und c_0 der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum vorgegeben. In Gleichung (4.9) korrespondiert der Index k mit der zugehörigen k-Komponente des elektrischen und in der Gleichung (4.10) mit der des magnetischen Feldes. Damit der Algorithmus stabil läuft, ist aus Gleichung (4.9) und (4.10) der kleinste Zeitschritt zu wählen.

Innerhalb eines TLM-Zyklus werden die Spannungsimpulse, die auf die Knotenzentren zulaufen in drei Raumrichtungen gestreut und damit in die reflektierten Spannungsimpulse überführt, die im nächsten Zeitschritt als Anregung der benachbarten TLM-Zellen zur

Verfügung stehen. Die Abbildungsvorschrift, bei der die hinlaufenden in die reflektierten Spannungsimpulse überführt werden, läßt sich durch die Beziehungen

$$\begin{aligned} u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{in}j} &= u_j + i_k Z_{\mathrm{in}j} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ip}j} + h_{ij}, \\ u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ip}j} &= u_j - i_k Z_{\mathrm{ip}j} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{in}j} + h_{ij}, \end{aligned} \tag{4.11}$$

mit $(i,j,k) \in \{(x,y,z),(y,z,x),(z,x,y)\}$ und

$$\begin{aligned} u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{in}j} &= u_j - i_k Z_{\mathrm{in}j} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ip}j} + h_{ij}, \\ u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ip}j} &= u_j + i_k Z_{\mathrm{ip}j} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{in}j} + h_{ij}, \end{aligned} \tag{4.12}$$

mit $(i,j,k) \in \{(x,z,y),(y,x,z),(z,y,x)\}$ angeben [39]. Dabei ist der Faktor h_{ij} in Gleichung (4.11) und (4.12) über die Beziehung

$$h_{ij} = \frac{Z_{\mathrm{in}j} - Z_{\mathrm{ip}j}}{Z_{\mathrm{in}j} + Z_{\mathrm{ip}j}} \left(u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{in}j} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ip}j} \right). \tag{4.13}$$

definiert. Für die reflektierten Spannungsimpulse der Stichleitungen lassen sich die Beziehungen

$$\begin{aligned} u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{o}i} &= u_{\mathrm{i}} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{o}i}, \\ u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{s}i} &= i_i \, Z_{\mathrm{s}i} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{s}i}, \\ u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{e}i} &= u_i, \\ u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{m}i} &= i_i \, R_{\mathrm{m}i}, \end{aligned} \tag{4.14}$$

mit $i \in \{x,y,z\}$ angeben.

Weitere wichtige Routinen, die innerhalb eines TLM-Zeitschritts durchzuführen sind, ist das Anregen und Auslesen von Feldkomponenten. Hierbei ist zwischen der Zentralabbildung und der Randflächenabbildung zu unterscheiden. Bei der Zentralabbildung [37] werden die Feldkomponenten in den Knotenzentren durch die hinlaufenden Spannungsimpulse auf den Verbindungsleitungen

$$\begin{aligned} u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ynx}} &= \frac{1}{2} \left(\Delta x \, E_{\mathrm{x}} + \Delta z \, Z_0 \, H_{\mathrm{z}} \right), \\ u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{znx}} &= \frac{1}{2} \left(\Delta x \, E_{\mathrm{x}} - \Delta y \, Z_0 \, H_{\mathrm{y}} \right), \\ u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xny}} &= \frac{1}{2} \left(\Delta y \, E_{\mathrm{y}} - \Delta z \, Z_0 \, H_{\mathrm{z}} \right), \\ u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zny}} &= \frac{1}{2} \left(\Delta y \, E_{\mathrm{y}} + \Delta x \, Z_0 \, H_{\mathrm{x}} \right), \\ u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ynz}} &= \frac{1}{2} \left(\Delta z \, E_{\mathrm{z}} - \Delta x \, Z_0 \, H_{\mathrm{x}} \right), \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xnz}} &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}} + \Delta y\, Z_0\, H_{\mathrm{y}}\right), \\
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ypz}} &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}} + \Delta x\, Z_0\, H_{\mathrm{x}}\right), \\
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zpy}} &= \frac{1}{2}\left(\Delta y\, E_{\mathrm{y}} - \Delta x\, Z_0\, H_{\mathrm{x}}\right), \\
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zpx}} &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{x}} + \Delta y\, Z_0\, H_{\mathrm{y}}\right), \\
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xpz}} &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}} - \Delta y\, Z_0\, H_{\mathrm{y}}\right), \\
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xpy}} &= \frac{1}{2}\left(\Delta y\, E_{\mathrm{y}} + \Delta z\, Z_0\, H_{\mathrm{z}}\right), \\
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ypx}} &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{x}} - \Delta z\, Z_0\, H_{\mathrm{z}}\right),
\end{aligned}
\tag{4.15}
$$

und den hinlaufenden Spannungsimpulsen auf den Stichleitungen

$$
\begin{aligned}
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ox}} &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{x}}\right), \\
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{oy}} &= \frac{1}{2}\left(\Delta y\, E_{\mathrm{y}}\right), \\
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{oz}} &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}}\right), \\
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{sx}} &= -\frac{1}{2}\left(\Delta x\, Z_{\mathrm{sx}}\, H_{\mathrm{x}}\right), \\
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{sy}} &= -\frac{1}{2}\left(\Delta y\, Z_{\mathrm{sy}}\, H_{\mathrm{y}}\right), \\
u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{sz}} &= -\frac{1}{2}\left(\Delta z\, Z_{\mathrm{sz}}\, H_{\mathrm{z}}\right),
\end{aligned}
\tag{4.16}
$$

angeregt. Soll z.B. die Feldkomponente E_{x} generiert werden, sind die Spannungsimpulse u^{i}_{ynx}, u^{i}_{znx}, u^{i}_{zpx}, u^{i}_{ypx} der Gleichung (4.15) und u^{i}_{ox}, $u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{sx}}$ der Gleichung (4.16) im Knotenzentrum anzuregen. Da kein magnetisches Feld angeregt werden sollte, werden die magnetischen Feldkomponenten in diesen Gleichungen zu Null gesetzt.

Das Auslesen der Feldkomponenten erfolgt bei der Zentralabbildung im Knotenzentrum über die Beziehungen

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{x}}(x,y,z) &= 2\,\frac{u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{znx}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zpx}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ynx}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ypx}} + y_{\mathrm{ox}}\, u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ox}}}{4 + y_{\mathrm{ox}} + g_{\mathrm{ex}}}, \\
E_{\mathrm{y}}(x,y,z) &= 2\,\frac{u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xny}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xpy}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zny}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zpy}} + y_{\mathrm{oy}}\, u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{oy}}}{4 + y_{\mathrm{oy}} + g_{\mathrm{ey}}}, \\
E_{\mathrm{z}}(x,y,z) &= 2\,\frac{u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ynz}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ypz}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xnz}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xpz}} + y_{\mathrm{oz}}\, u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{oz}}}{4 + y_{\mathrm{oz}} + g_{\mathrm{ez}}},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
H_{\mathrm{x}}(x,y,z) &= 2\,\frac{u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ypz}} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ynz}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zny}} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zpy}} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{sx}}}{4 + z_{\mathrm{sx}} + r_{\mathrm{mx}}}, \\
H_{\mathrm{y}}(x,y,z) &= 2\,\frac{u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zpx}} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{znx}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xnz}} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xpz}} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{sy}}}{4 + z_{\mathrm{sy}} + r_{\mathrm{my}}}, \\
H_{\mathrm{x}}(x,y,z) &= 2\,\frac{u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xpy}} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{xny}} + u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ynx}} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{ypx}} - u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{sz}}}{4 + z_{\mathrm{sz}} + r_{\mathrm{mz}}}.
\end{aligned} \tag{4.17}
$$

Bei der Randflächenabbildung [39] werden die Feldkomponenten in den Randflächen zwischen zwei benachbarten TLM-Zellen angeregt und ausgelesen. Im Gegensatz zur Zentralabbildung ist die Randflächenabbildung bijektiv, d.h. die Feldkomponenten lassen sich eindeutig aus den zugehörigen Spannungsimpulsen ableiten und umgekehrt.

Zur Beschreibung der Anregung oder der Ausgabe einer Feldkomponente innerhalb einer Randfläche in einer der drei Raumrichtungen wird im folgenden eine TLM-Zelle mit dem Zentrum im Raumpunkt (x, y, z) und deren direkten Nachbarzellen, deren Koordinaten sich um ein Inkrement in der jeweiligen Raumrichtung unterscheiden, betrachtet.

Bezüglich der x-Richtung sind zur Anregung der Feldkomponenten auf den zugehörigen Verbindungsleitungen in der Randfläche zwischen den TLM-Zellen in den Raumpunkten $(x-1, y, z)$ und (x, y, z) die Spannungsimpulse

$$
\begin{aligned}
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xny}}(x,y,z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta y\, E_{\mathrm{y}}(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z) + \Delta z\, Z_0\, H_{\mathrm{z}}(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpy}}(x-1,y,z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta y\, E_{\mathrm{y}}(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z) - \Delta z\, Z_0\, H_{\mathrm{z}}(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpz}}(x-1,y,z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}}(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z) + \Delta y\, Z_0\, H_{\mathrm{y}}(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xnz}}(x,y,z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}}(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z) - \Delta y\, Z_0\, H_{\mathrm{y}}(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z)\right),
\end{aligned} \tag{4.18}
$$

festzulegen. Entsprechend sind die Spannungsimpulse

$$
\begin{aligned}
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xny}}(x+1,y,z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta y\, E_{\mathrm{y}}(x + \frac{\Delta x}{2}, y, z) + \Delta z\, Z_0\, H_{\mathrm{z}}(x + \frac{\Delta x}{2}, y, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpy}}(x,y,z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta y\, E_{\mathrm{y}}(x + \frac{\Delta x}{2}, y, z) - \Delta z\, Z_0\, H_{\mathrm{z}}(x + \frac{\Delta x}{2}, y, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpz}}(x,y,z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}}(x + \frac{\Delta x}{2}, y, z) + \Delta y\, Z_0\, H_{\mathrm{y}}(x + \frac{\Delta x}{2}, y, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xnz}}(x+1,y,z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}}(x + \frac{\Delta x}{2}, y, z) - \Delta y\, Z_0\, H_{\mathrm{y}}(x + \frac{\Delta x}{2}, y, z)\right),
\end{aligned} \tag{4.19}
$$

in der Randfläche zwischen den TLM-Zellen der Raumpunkte (x, y, z) und $(x+1, y, z)$ anzuregen. Analoge Beziehungen gelten für die Anregung der Feldkomponenten innerhalb

der Randfläche zwischen den TLM-Zellen in den Raumpunkten $(x, y-1, z)$ und (x, y, z) auf den Verbindungsleitungen in y-Richtung

$$\begin{aligned}
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypx}}(x, y-1, z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{x}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z) + \Delta z\, Z_0\, H_{\mathrm{z}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynx}}(x, y, z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{x}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z) - \Delta z\, Z_0\, H_{\mathrm{z}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynz}}(x, y, z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z) + \Delta x\, Z_0\, H_{\mathrm{x}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypz}}(x, y-1, z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z) - \Delta x\, Z_0\, H_{\mathrm{x}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z)\right), \qquad (4.20)
\end{aligned}$$

und für die Spannungsimpulse auf den Verbindungsleitungen innerhalb der Randfläche zwischen den TLM-Zellen der Raumpunkte (x, y, z) und $(x, y+1, z)$

$$\begin{aligned}
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypx}}(x, y, z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{x}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z) + \Delta z\, Z_0\, H_{\mathrm{z}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynx}}(x, y+1, z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{x}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z) - \Delta z\, Z_0\, H_{\mathrm{z}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynz}}(x, y+1, z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z) + \Delta x\, Z_0\, H_{\mathrm{x}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypz}}(x, y, z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta z\, E_{\mathrm{z}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z) - \Delta x\, Z_0\, H_{\mathrm{x}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z)\right). \qquad (4.21)
\end{aligned}$$

Zur Anregung der Feldkomponenten auf den Verbindungsleitungen in z-Richtung sind die Spannungsimpulse

$$\begin{aligned}
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{znx}}(x, y, z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{x}}(x, y, z-\frac{\Delta z}{2}) + \Delta y\, Z_0\, H_{\mathrm{y}}(x, y-\frac{\Delta z}{2}, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpx}}(x, y, z-1) &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{x}}(x, y, z-\frac{\Delta z}{2}) - \Delta y\, Z_0\, H_{\mathrm{y}}(x, y-\frac{\Delta z}{2}, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(x, y, z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta y\, E_{\mathrm{y}}(x, y, z-\frac{\Delta z}{2}) + \Delta x\, Z_0\, H_{\mathrm{x}}(x, y-\frac{\Delta z}{2}, z)\right), \\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(x, y, z-1) &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{y}}(x, y, z-\frac{\Delta z}{2}) - \Delta x\, Z_0\, H_{\mathrm{x}}(x, y-\frac{\Delta z}{2}, z)\right), \qquad (4.22)
\end{aligned}$$

in der Randfläche zwischen den TLM-Zellen in den Raumpunkten $(x, y, z-1)$ und (x, y, z) zu injizieren. Entsprechendes gilt für die Spannungsimpulse in der Randfläche zwischen den

TLM-Zellen in den Raumpunkten (x, y, z) und $(x, y, z+1)$

$$\begin{aligned}
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{znx}}(x,y,z+1) &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{x}}(x,y,z+\frac{\Delta z}{2}) + \Delta y\, Z_0\, H_{\mathrm{y}}(x,y+\frac{\Delta z}{2},z)\right),\\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpx}}(x,y,z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{x}}(x,y,z+\frac{\Delta z}{2}) - \Delta y\, Z_0\, H_{\mathrm{y}}(x,y+\frac{\Delta z}{2},z)\right),\\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(x,y,z) &= \frac{1}{2}\left(\Delta y\, E_{\mathrm{y}}(x,y,z+\frac{\Delta z}{2}) + \Delta x\, Z_0\, H_{\mathrm{x}}(x,y+\frac{\Delta z}{2},z)\right),\\
u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(x,y,z+1) &= \frac{1}{2}\left(\Delta x\, E_{\mathrm{y}}(x,y,z+\frac{\Delta z}{2}) - \Delta x\, Z_0\, H_{\mathrm{x}}(x,y+\frac{\Delta z}{2},z)\right). \qquad (4.23)
\end{aligned}$$

Soll z.B. in der Randfläche zwischen zwei TLM-Zellen, die mit ihren Knotenzentren in den Raumpunkten (x, y, z) und $(x, y, z+1)$ liegen, die Feldkomponente E_{y} angeregt werden (siehe Bild 4.3), ist in der Verbindungsleitung der Zelle mit den Koordinaten (x, y, z) der Spannungsimpuls $u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(x, y, z)$ auf der positiven Knotenseite und in die Verbindungsleitung der Zelle mit den Koordinaten $(x, y, z+1)$ der Spannungsimpuls $u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(x, y, z-1)$ der Gleichung (4.22) auf der negativen Knotenseite zu injizieren. Da keine magnetische Feldkomponente angeregt werden sollte, werden diese zu Null gesetzt.

Für die Ausleseroutine formt man die Gleichungen (4.18) bis (4.23) nach den Feldkomponenten um. Somit ergeben sich für die Feldkomponenten in der Randfläche auf der negativen Knotenseite der TLM-Zelle im Raumpunkt (x, y, z) für die x-Richtung die Beziehungen

$$\begin{aligned}
E_{\mathrm{y}}(x-\frac{\Delta x}{2},y,z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xny}}(x) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpy}}(x-1)}{\Delta y},\\
E_{\mathrm{z}}(x-\frac{\Delta x}{2},y,z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xnz}}(x) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpz}}(x-1)}{\Delta z},\\
H_{\mathrm{y}}(x-\frac{\Delta x}{2},y,z) &= -\frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xnz}}(x) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpz}}(x-1)}{\Delta y\, Z_0},\\
H_{\mathrm{z}}(x-\frac{\Delta x}{2},y,z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xny}}(x) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpz}}(x-1)}{\Delta z\, Z_0}, \qquad (4.24)
\end{aligned}$$

und in der Randfläche auf der positiven Knotenseite

$$\begin{aligned}
E_{\mathrm{y}}(x+\frac{\Delta x}{2},y,z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpy}}(x) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xny}}(x+1)}{\Delta y},\\
E_{\mathrm{z}}(x+\frac{\Delta x}{2},y,z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpz}}(x) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xnz}}(x+1)}{\Delta z},\\
H_{\mathrm{y}}(x+\frac{\Delta x}{2},y,z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpz}}(x) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xnz}}(x+1)}{\Delta y\, Z_0},\\
H_{\mathrm{z}}(x+\frac{\Delta x}{2},y,z) &= -\frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xpy}}(x) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{xnz}}(x+1)}{\Delta z\, Z_0}. \qquad (4.25)
\end{aligned}$$

Analoge Beziehungen lassen sich in y-Richtung für die Feldkomponenten auf der negativen

Knotenseite der TLM-Zelle im Raumpunkt (x, y, z)

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{x}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynx}}(y) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypx}}(y-1)}{\Delta x}, \\
E_{\mathrm{z}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynz}}(y) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypz}}(y-1)}{\Delta z}, \\
H_{\mathrm{x}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynz}}(y) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypz}}(y-1)}{\Delta x\, Z_0}, \\
H_{\mathrm{z}}(x, y-\frac{\Delta y}{2}, z) &= -\frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynx}}(y) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypx}}(y-1)}{\Delta z\, Z_0},
\end{aligned}
\tag{4.26}
$$

und auf der positiven Knotenseite

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{x}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypx}}(y) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynx}}(y+1)}{\Delta x}, \\
E_{\mathrm{z}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypz}}(y) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynz}}(y+1)}{\Delta z}, \\
H_{\mathrm{x}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z) &= -\frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypz}}(y) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynz}}(y+1)}{\Delta x\, Z_0}, \\
H_{\mathrm{z}}(x, y+\frac{\Delta y}{2}, z) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ypx}}(y) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ynx}}(y+1)}{\Delta z\, Z_0},
\end{aligned}
\tag{4.27}
$$

herleiten. Entsprechende Beziehungen ergeben sich für die Feldkomponenten in der Randfläche auf der negativen Knotenseite in z-Richtung

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{x}}(x, y, z-\frac{\Delta z}{2}) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{znx}}(z) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpx}}(z-1)}{\Delta x}, \\
E_{\mathrm{y}}(x, y, z-\frac{\Delta z}{2}) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z-1)}{\Delta y}, \\
H_{\mathrm{x}}(x, y, z-\frac{\Delta z}{2}) &= -\frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z-1)}{\Delta x\, Z_0}, \\
H_{\mathrm{y}}(x, y, z-\frac{\Delta z}{2}) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{znx}}(z) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpx}}(z-1)}{\Delta y\, Z_0},
\end{aligned}
\tag{4.28}
$$

und für die positive Knotenseite in z-Richtung

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{x}}(x, y, z+\frac{\Delta z}{2}) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpx}}(z) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{znx}}(z+1)}{\Delta x}, \\
E_{\mathrm{y}}(x, y, z+\frac{\Delta z}{2}) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z+1)}{\Delta y}, \\
H_{\mathrm{x}}(x, y, z+\frac{\Delta z}{2}) &= \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z+1)}{\Delta x\, Z_0}, \\
H_{\mathrm{y}}(x, y, z+\frac{\Delta z}{2}) &= -\frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpx}}(z) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{znx}}(z+1)}{\Delta y\, Z_0}.
\end{aligned}
\tag{4.29}
$$

Bild 4.2 zeigt das Flussdiagramm einer typischen TLM-Simulation, sowie die prinzipielle Durchführung der verschiedenen Routinen innerhalb eines TLM-Zeitschrittes Δt_{tlm} (TLM-Zyklus) am Beispiel zweier benachbarter TLM-Zellen.

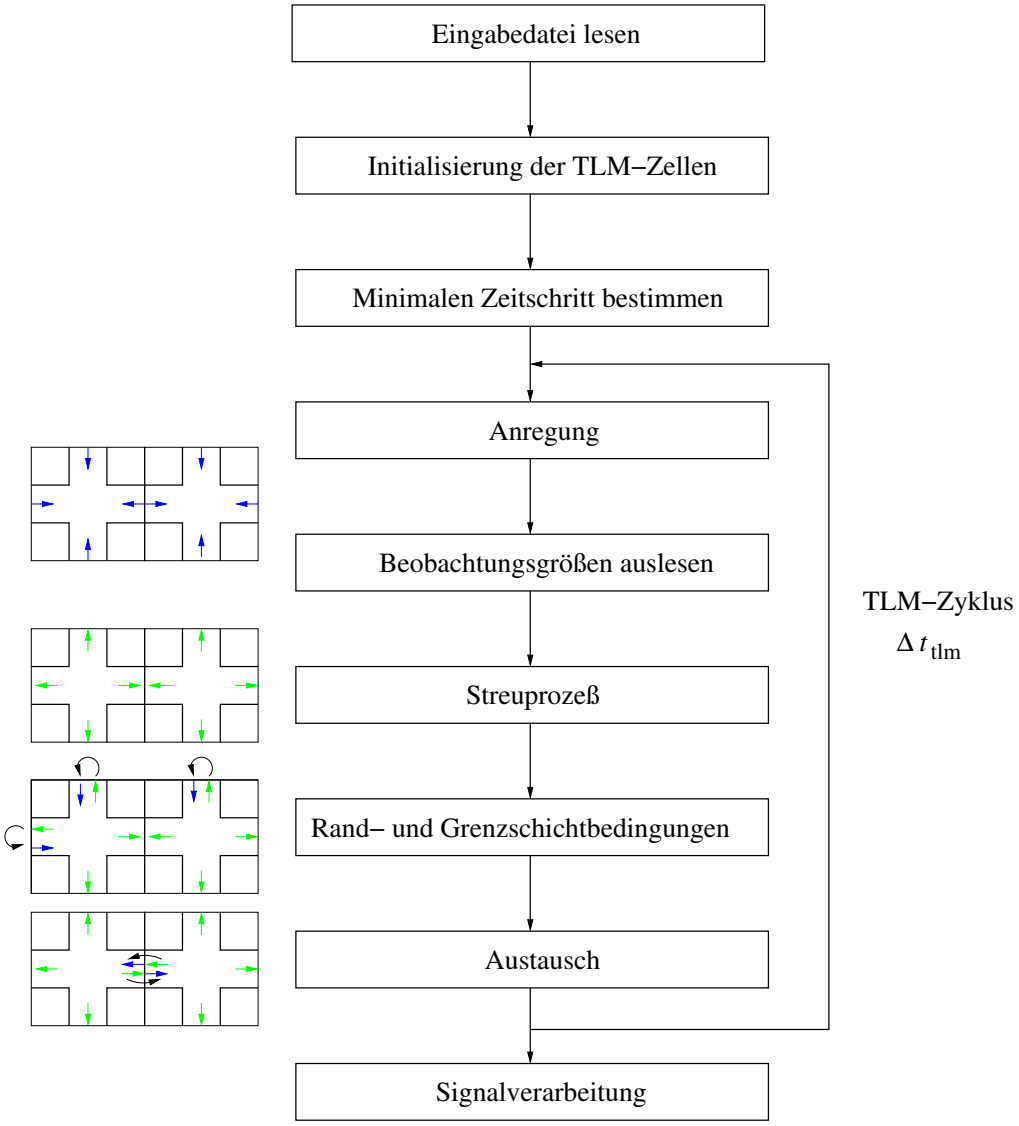


Bild 4.2: Flussdiagramm zur Beschreibung der verschiedenen Routinen innerhalb eines TLM-Zeitschritts.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde zur Umsetzung der in den nachfolgenden Abschnitten vorgestellten Verfahren ein TLM-Simulator programmiert. Derzeitig sind mit diesem Programm nur äquidistante Diskretisierungen der Schrittweite $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta l_{\mathrm{tlm}}$ möglich. Ergänzende Informationen zur Implementierung der verschiedenen Routinen findet man in der Literatur [39] und [40].

4.3 Räumliche Anregung von Stromdichteelementen

Zur numerischen Bestimmung der Greenschen Funktionen ist die Art und Weise, wie elektrische und magnetische Stromdichteelemente im Vollwellensimulator angeregt werden, von grundlegender Bedeutung.

Die mathematische Bestimmung der Greenschen Funktionen erfolgt durch die Anregung eines elektrischen Einheitsstromdichteelements der Amplitude $i_q\,\boldsymbol{dl}$ oder eines magnetischen Einheitsstromdichteelements der Amplitude $u_q\,\boldsymbol{dl}$ in einem Raumpunkt $P_q\,(x_q, y_q, z_q)$. Während in der mathematischen Formulierung infinitesimaler Dipolmomente die räumliche Konzentration der Quellen in einem Punkt durch die Delta-Distribution beschrieben wird, kann diese Art der Anregung im TLM-Vollwellensimulator nur durch eine Quellenanregung in Form einer Stromquelle i_q oder Spannungsquelle u_q im Mittelpunkt oder in der Randfläche einer TLM-Zelle realisiert werden. Die infinitesimale Länge dl_q der Dipolmomente wird durch den räumlichen Diskretisierungsschritt Δl_{tlm} der TLM-Methode approximiert.

Mit Hilfe der Randflächenabbildung soll in den folgenden Abschnitten die Implementierung einer Stromquelle und einer Spannungsquelle innerhalb einer Randfläche zur Approximation eines elektrischen und magnetischen Einheitsstromdichteelements vorgestellt werden. Dazu sei als Beispiel die in Bild 4.3 dargestellte Randfläche in z-Richtung betrachtet, in der die in x- und y-Richtung polarisierten Verbindungsleitungen zu sehen sind. Auf diesen Verbindungsleitungen laufen die reflektierten Spannungsimpulse auf die Randfläche zu (Bewegungsrichtung durch grüne Pfeile gekennzeichnet), während die hinlaufenden Spannungsimpulse, die am Ende des gegenwärtigen TLM-Zeitschrittes erzeugt werden, von der Randfläche ablaufen (Bewegungsrichtung durch blaue Pfeile gekennzeichnet).

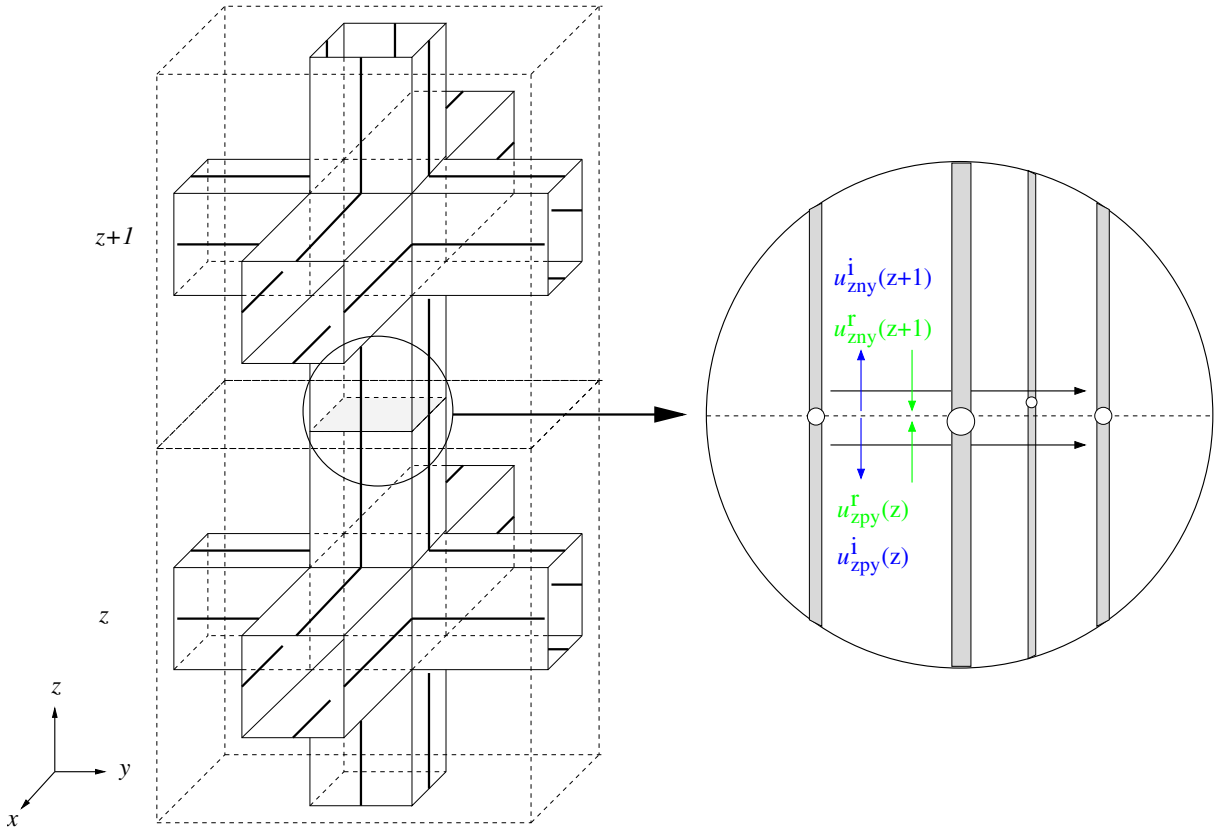


Bild 4.3: Zu- und ablaufende Spannungsimpulse in einer Randfläche zwischen zwei benachbarten TLM-Zellen.

4.3.1 Elektrische Stromquelle

Die theoretischen Grundlagen für das Einprägen eines elektrischen Stromes in die Randflächen von TLM-Zellen basieren auf [33]. Mittels der Leitungstheorie läßt sich für die reflektierten Spannungsimpulse, die auf die Randfläche zulaufen, das elektrische Leitungsersatzschaltbild nach Bild 4.4 angeben. Das Einprägen des Stromes i_q in diese Randfläche wird durch eine ideale Stromquelle beschrieben.

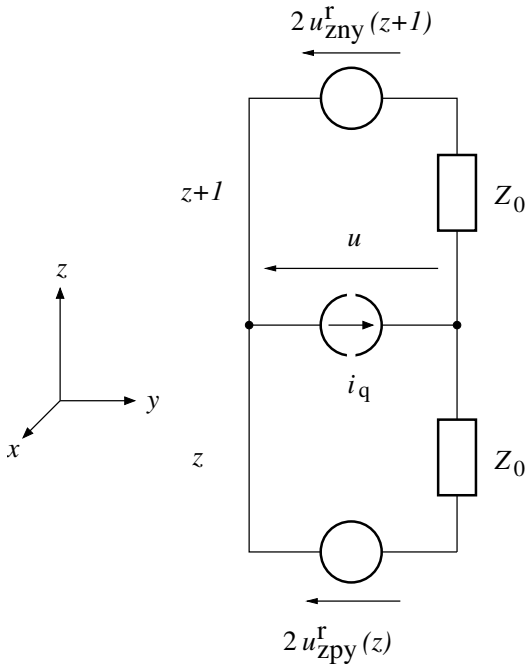


Bild 4.4: Elektrisches Leitungsersatzschaltbild für die Anregung eines Stromes in der Randfläche.

Da der TLM-Algorithmus ausschließlich mit Spannungsimpulsen arbeitet, sind aus dem Ersatzschaltbild nach Bild 4.4 die auf die Randfläche zulaufenden Spannungsimpulse zu ermitteln, die im darauf folgenden Zeitschritt in die Randfläche zu injizieren sind. Die Gesamtspannnung u in der Randfläche der benachbarten TLM-Zellen ergibt sich nach der Leitungstheorie zu

$$u = u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z+1) + \frac{Z_0}{2}\, i_q. \tag{4.30}$$

Zwischen der Gesamtspannung u und den hinlaufenden sowie reflektierten Spannungsimpulsen in der Randfläche gilt der Zusammenhang (siehe Bild 4.3)

$$u = u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zpy}}(z) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z), \tag{4.31}$$

$$u = u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zny}}(z+1) + u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z+1). \tag{4.32}$$

Aus den Gleichungen (4.30) bis (4.32) ergeben sich die auf die Randfläche zulaufenden Spannungsimpulse

$$u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zpy}}(z) = u - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z) = u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z+1) + \frac{Z_0}{2}\, i_q, \tag{4.33}$$

$$u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zny}}(z+1) = u - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z+1) = u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z) + \frac{Z_0}{2}\, i_q. \tag{4.34}$$

Den Gleichungen (4.33) und (4.34) ist zu entnehmen, dass zur Einprägung eines Stromes i_q in die Randfläche die Addition von Spannungsimpulsen der Größe $0,5\,Z_0\,i_q$ zu den bereits auf den Leitungen vorhandenen Spannungsimpulsen erforderlich ist.

Für die anderen Raumrichtungen läßt sich in analoger Weise die Einprägung eines elektrischen Stromes für die verschiedenen Verbindungsleitungen in den Randflächen ermitteln.

4.3.2 Elektrische Spannungsquelle

Das Leitungsersatzschaltbild zur Beschreibung der Anregung eines magnetischen Einheitsstromdichteelements in der Randfläche wird durch Anwenden des Dualitätsprinzips auf die Struktur nach Bild 4.4 gewonnen. Nach Bild 4.5 geht die parallel geschaltete ideale Stromquelle in eine in Reihe geschaltete ideale Spannungsquelle über.

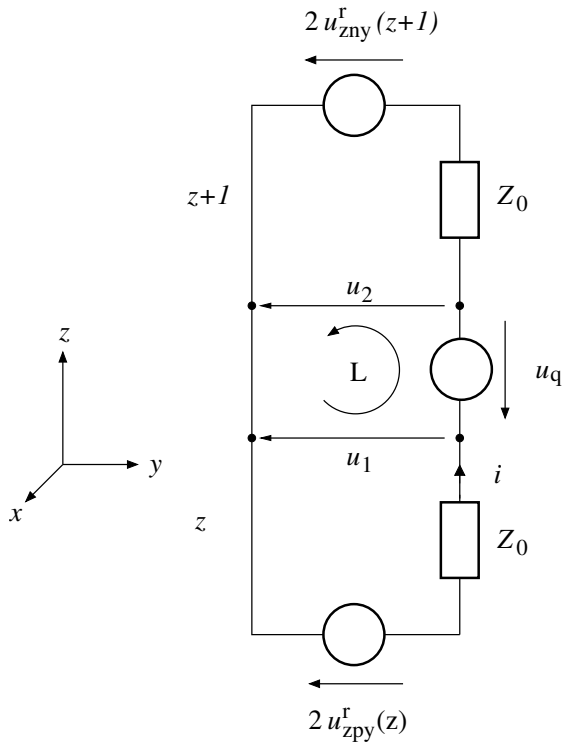


Bild 4.5: Elektrisches Leitungsersatzschaltbild für die Anregung einer Spannung in der Randfläche.

Zunächst ist zu klären, welche Komponente des magnetischen Einheitsstromdichteelements mit der Spannungsquelle nach Bild 4.5 angeregt wird. Dazu sei die Grenzschichtbedingung

$$-\boldsymbol{M}_\mathrm{S} = \boldsymbol{e}_\mathrm{z} \times (\boldsymbol{E}_2 - \boldsymbol{E}_1) \tag{4.35}$$

betrachtet. Mit der Abbildungsvorschrift in Gleichung (4.5) ergibt sich aus Gleichung (4.35) für die y-Komponente der elektrischen Feldstärke in der Randschicht nach Bild 4.3

$$-\boldsymbol{M}_\mathrm{S} = \boldsymbol{e}_\mathrm{z} \times \left(\frac{u_2}{\Delta y} - \frac{u_1}{\Delta y}\right) \boldsymbol{e}_\mathrm{y}. \tag{4.36}$$

Aus Gleichung (4.36) erhält man die Beziehung

$$M_{\mathrm{Sx}}\,\Delta y = u_2 - u_1, \tag{4.37}$$

die als Maschengleichung interpretierbar ist. Für den in Bild 4.5 angedeuteten Maschenumlauf L ergibt sich

$$u_q = u_2 - u_1. \tag{4.38}$$

Der Vergleich der Gleichungen (4.37) und (4.38) liefert den Zusammenhang zwischen der Komponente der magnetischen Flächenstromdichte M_{Sx} und der anregenden Spannungsquelle u_q im Leitungsersatzschaltbild

$$u_q = M_{\mathrm{Sx}}\,\Delta y. \tag{4.39}$$

Nach Gleichung (4.39) wird durch die Spannungsquelle u_q in Bild 4.5 ein magnetisches Einheitsstromdichteelement mit der Polarisation in x-Richtung in der Randfläche angeregt. Hierzu sind die auf die Randfläche zulaufenden Spannungsimpulse zu ermitteln, die zum nächsten Zeitschritt in die Randfläche zu injizieren sind. Dazu wird der Gesamtstrom i in Bild 4.5 aus einem Maschenumlauf

$$i = \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z) - u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z+1)}{Z_0} - \frac{u_q}{2\,Z_0} \tag{4.40}$$

ermittelt.

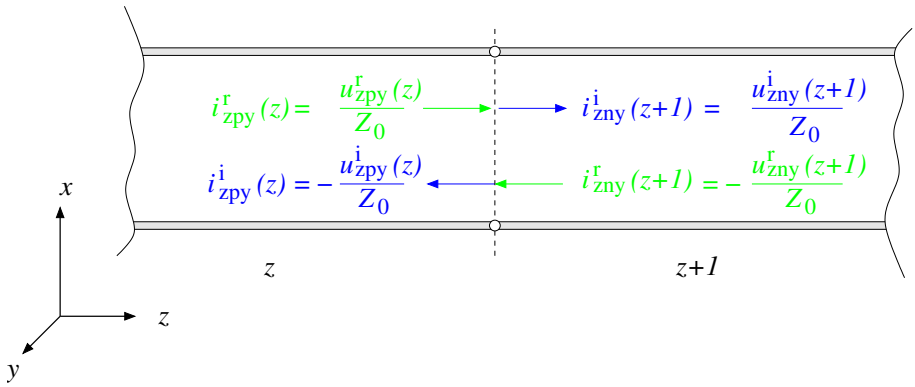


Bild 4.6: Zu- und ablaufende Stromimpulse und zugehörige Spannungsimpulse in der Randfläche.

Bezüglich des Leitungsersatzschaltbildes Bild 4.6 läßt sich nach den Gesetzmäßigkeiten der Leitungstheorie der Gesamtstrom in der Randfläche bestimmen

$$i = i^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z) + i^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zpy}}(z) = \frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z)}{Z_0} - \frac{u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zpy}}(z)}{Z_0}, \tag{4.41}$$

$$i = i^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z+1) + i^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zny}}(z+1) = -\frac{u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z+1)}{Z_0} + \frac{u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zny}}(z+1)}{Z_0}. \tag{4.42}$$

Mit den Gleichungen (4.41) und (4.42) ergeben sich aus der Gleichung (4.40) die Spannungsimpulse, die zur Anregung des magnetischen Einheitsstromdichteelements im nächsten TLM-Zeitschritt in die Randfläche zu injizieren sind

$$u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zpy}}(z) = u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zny}}(z+1) - \frac{u_q}{2}, \tag{4.43}$$

$$u^{\mathrm{i}}_{\mathrm{zny}}(z+1) = u^{\mathrm{r}}_{\mathrm{zpy}}(z) + \frac{u_q}{2}. \tag{4.44}$$

Im Gegensatz zur Anregung eines elektrischen Stromes in einer Randfläche, erfolgt entsprechend den Gleichungen (4.43) und (4.44) die Anregung einer elektrischen Spannung mit entgegengesetztem Vorzeichen.

In analoger Weise wird dieser Ansatz zum Einprägen der elektrischen Spannung für die anderen Verbindungsleitungen in den verschiedenen Raumrichtungen verwendet.

4.4 Zeitliche Anregung von Stromdichteelementen

Abhängig von der Problemstellung stehen dem Anwender verschiedene Zeitfunktionen zur Anregung der elektromagnetischen Feldgrößen zur Verfügung. Die Impulsanregung liefert die spektrale Verteilung der Beobachtungsgröße (elektromagnetische Feldkomponente) über den gesamten Frequenzbereich.

Bedingt durch die räumliche Diskretisierung läßt sich die Wellenausbreitung in einem TLM-Gitter nur dann hinreichend genau beschreiben, wenn die größte, im Anregungssignal enthaltene Wellenlänge mindestens zehnmal größer ist, als die kleinste TLM-Zellengeometrie Δl_{tlm}. Bei Signalen, die diese Bedingung nicht erfüllen, kann es zu einer Deformation der Zeitsignale kommen. In diesem Zusammenhang spricht man von einem Dispersionsfehler. Damit ist die Impulsanregung für viele Anwendungen ungeeignet. Mit einer harmonischen Anregung mittels einer Kosinus- bzw. Sinusfunktion läßt sich der Dispersionsfehler minimieren, jedoch besitzt diese Anregungsform den Nachteil, dass zur Untersuchung eines Teilspektrums viele Anregungen (Simulationen) mit unterschiedlichen Frequenzen erforderlich sind.

Eine breite Anwendung in den Zeitbereichsverfahren (FDTD, TLM) findet der Gaußimpuls. Dieser stellt einen Kompromiß zwischen den Vor- und Nachteilen der beiden oben aufgeführten Signalformen dar. Ein wesentlicher Vorteil des Gaußimpulses ist die analytische Beschreibung im Zeit- und Frequenzbereich.

Zur Anregung elektrischer Ströme und Spannungen $x(t) \in \{i(t), u(t)\}$ in der Randfläche einer TLM-Zelle wird in dieser Arbeit ausschließlich der modulierte und zeitverschobene Gaußimpuls

$$x(t) = A_{\mathrm{x}}\, e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2}} cos(\omega_0(t-t_0)) \tag{4.45}$$

mit der zugehörigen Fouriertransformierten

$$\underline{X}(j\omega) = \frac{A_x}{2}\sqrt{2\pi}\,\sigma \left(e^{-\frac{(\omega+\omega_0)^2\sigma^2}{2}} + e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2\sigma^2}{2}} \right) e^{-j\omega\, t_0} \tag{4.46}$$

verwendet, wobei $\underline{X}(j\omega) \in \{\underline{I}(j\omega), \underline{U}(j\omega)\}$ ist.

4.5 Anwendungsbeispiel

Für die numerische Untersuchung der elektromagnetischen Verkopplung der Gehäusemoden mit der Mikrostreifenstruktur wurde im Rahmen dieser Arbeit ein TLM-Simulator programmiert. Die Eingabe der Struktur erfolgt über eine Textdatei.

Am Beispiel der Gehäusestruktur nach Bild 3.14 a) wird im folgenden die Anregung des TM_{110}-Modes mittels einer elektrischen Stromquelle demonstriert. Der Simulationsraum (innere Volumen des Resonators) wird in x-Richtung mit 95, in y-Richtung mit 57 und in z-Richtung mit 50 TLM-Zellen der Kantenlänge $\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 0,254$ mm äquidistant diskretisiert. Das Substrat mit der Permittivität $\epsilon_{\mathrm{r}} = 10,5$ wird in der Höhe mit 5 TLM-Zellen aufgelöst. Abgeschlossen ist der Simulationsraum mit idealen elektrischen Wänden, d.h. mit Wänden idealer elektrischer Leitfähigkeit ($\sigma \to \infty$).

In der Grenzschicht wird an der Stelle $P_q\,(48\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 4\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}})$ entsprechend dem Abschnitt 4.3.1 ein Strom angeregt, der in y-Richtung polarisiert ist. Die Zeitabhängigkeit der Stromquelle wird durch einen Gaußimpuls der Amplitude $A_i = 1$ A, der Varianz $\sigma = 2,44 \cdot 10^{-10} s$ und einer Zeitverzögerung von $t_0 = 4000\,\Delta t_{\mathrm{tlm}}$ beschrieben. Der Gaußimpuls ist mit einer Frequenz von $\omega_0 = 2\pi\,10 \cdot 10^9$ rad/s moduliert.

In Bild 4.7 ist der zeitliche Verlauf der Stromquelle dargestellt. Der Betrag der zugehörigen Fouriertransformierten für positive Frequenzen ist in Bild 4.8 zu sehen. Die Bandbreite des Gaußimpulses wird über die Varianz eingestellt und wurde in diesem Beispiel so gewählt, dass nur der TM_{110}-Mode angeregt wird. Das Bild 4.9 zeigt den zeitlichen Verlauf der elektrischen Feldkomponente $E_{\mathrm{y}}(t)$ im Beobachtungspunkt $P_p\,(48\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 54\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}})$.

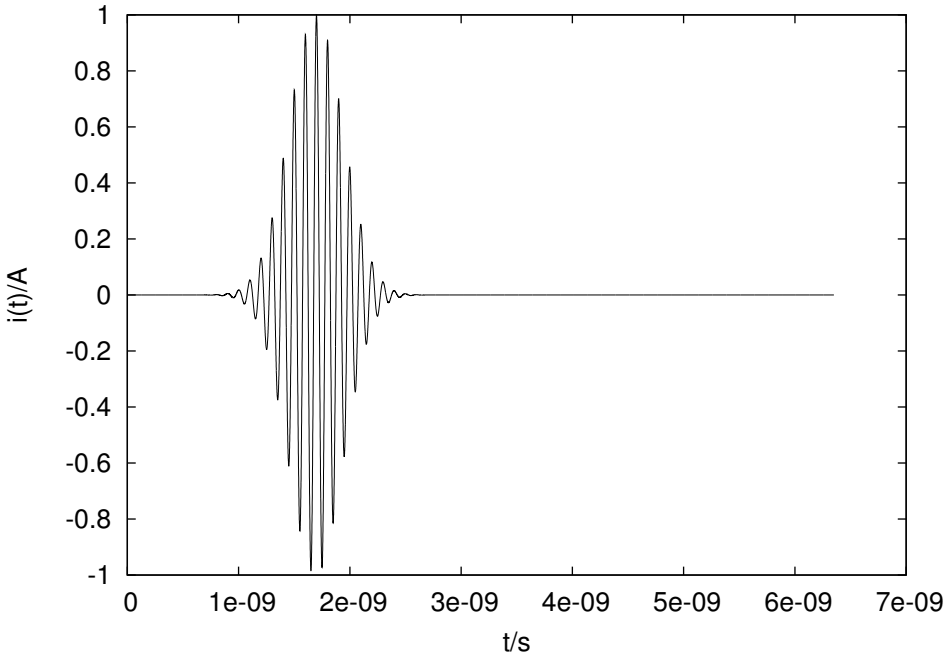


Bild 4.7: Zeitlicher Verlauf des im Punkt $P_q\,(48\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 4\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}})$ angeregten modulierten Gaußimpulses.

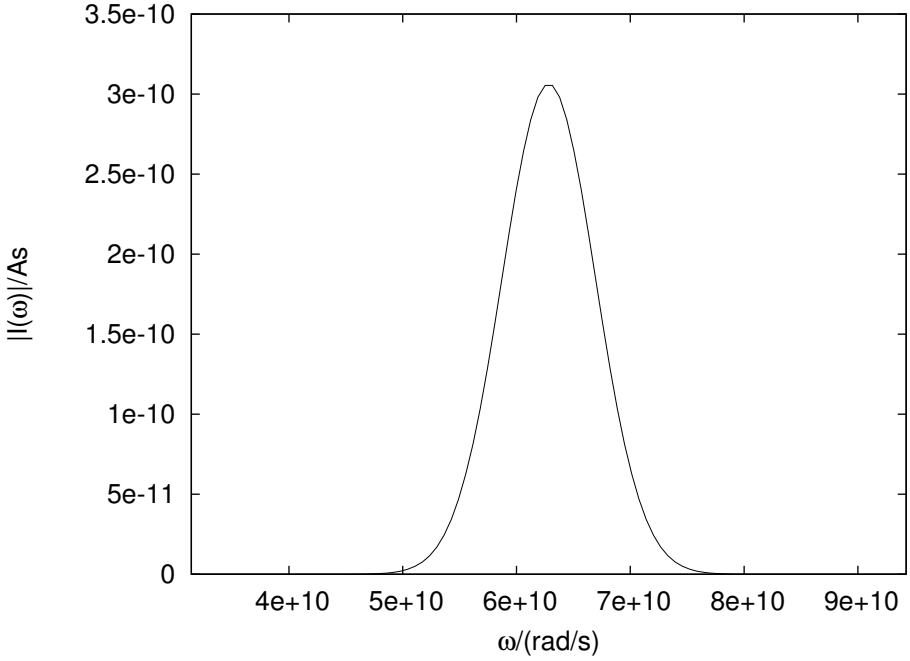


Bild 4.8: Betrag der Fouriertransformierten des modulierten Gaußimpulses für positive Kreisfrequenzen.

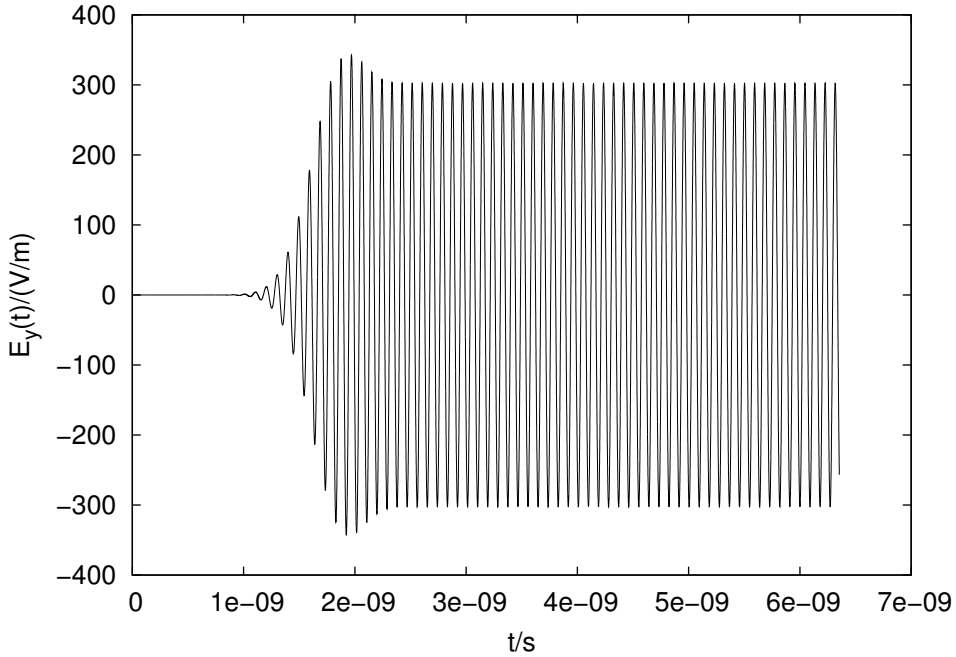


Bild 4.9: Zeitlicher Verlauf der elektrischen Feldkomponente $E_{\mathrm{y}}(t)$ im Beobachtungspunkt $P_p\,(48\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 54\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}})$.

Bei der zeitlichen Abhängigkeit des angeregten Modes handelt es sich um eine kosinusförmige Schwingung. Die Frequenz der Schwingung beträgt $f_{110} = 11,048$ GHz.

In Bild 4.10 ist die fouriertransformierte magnetische Erregung $\underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}}(j\omega)$ in einer transversalen Ebene bei $z = 25\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ gezeigt. Zur besseren Darstellung, wurden alle Vektoren auf eine einheitliche Länge skaliert. Der auf das Maximum normierte Betrag der Feldkomponenten ist im Hintergrund farblich dargestellt.

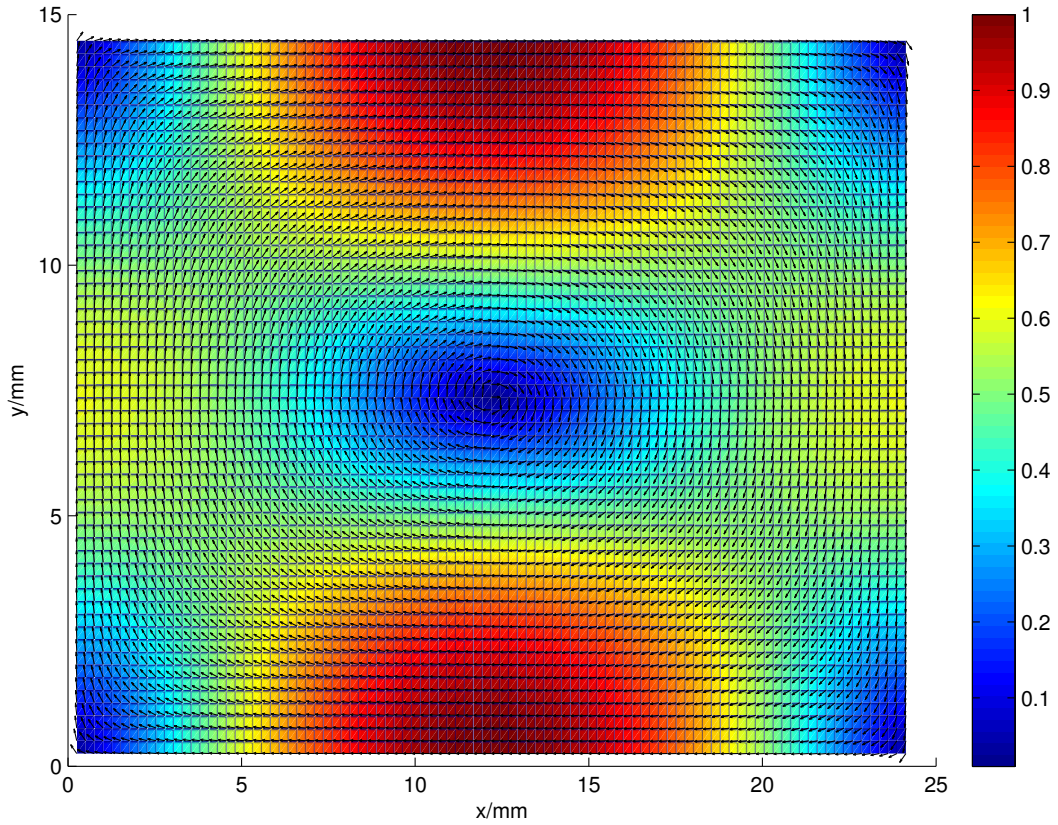


Bild 4.10: Vektorielle Darstellung der magnetischen Erregung $\underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{tr}}(j\omega)$ des TM_{110}-Modes in einer transversalen Ebene bei $z = 25\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$.

5 Systemtheoretische Betrachtung

5.1 Einleitung

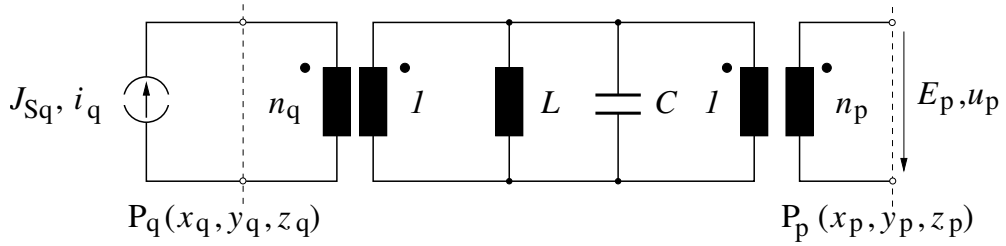
In diesem Kapitel wird die Extrahierung der Koppelmatrizen und der zugehörigen Koppelnetzwerke für komplexe Gehäuseformen aus den zeitabhängigen Datensätzen des Zeitbereichsverfahrens vorgestellt [34], [41]. Setzt man für die komplexen Gehäusestrukturen die gleiche Netzwerktopologie wie für die Koppelnetzwerke nach Abschnitt 3.2.4 und 3.3.4 voraus, so impliziert dies auch die gleiche simulationstechnische Vorgehensweise zu ihrer Herleitung. D.h. zur numerischen Bestimmung der Greenschen Funktionen wird in den Quellpunkten mit einem Einheitsstromdichteelement angeregt und in den Beobachtungspunkten die entsprechende Feldgröße ausgelesen. Zur Umgehung der Fouriertransformation erfolgt die Herleitung der Koppelmatrizen aus den zeitabhängigen Beobachtungssignalen. Hierzu ist für die zeitabhängigen Feldkomponenten in den Beobachtungspunkten ein Signalmodell zu erstellen, aus dem die Koppelparameter extrahiert werden können. Dieses Signalmodell läßt sich aus einer systemtheoretischen Betrachtung zum Eigenverhalten der Koppelnetzwerke ableiten. Zur Vermeidung langer Simulationszeiten und zur automatischen Extrahierung der Gehäuseresonanzen erfolgt die Bestimmung der Koppelmatrizen bzw. Koppelnetzwerke mittels der Prony-Methode unter Verwendung der Singulärwertzerlegung. Hierbei wird ein Verfahren hergeleitet, bei der unter Ausnutzung der Reziprozität und der Symmetrie der Koppelmatrizen die Matrizenparameter aus einer einzigen Vollwellensimulation ermittelt werden können.

5.2 Eigenverhalten von Resonatoren aus konzentrierten Bauelementen

Neben der systemtheoretischen Charakterisierung von Strukturen mit hohem Q-Faktor im Frequenzbereich durch ihre Systemfunktion (z.B. in Form einer Impedanz- oder Admittanzfunktion), lassen sich diese auch im Zeitbereich durch ihr Eigenverhalten beschreiben. Das Eigenverhalten resonanter Strukturen wird z.B. durch die homogene Lösung der systemspezifischen inhomogenen Differentialgleichung beschrieben. Damit die Signale, die das Eigenverhalten des Systems beschreiben, detektierbar sind, muß die zeitliche Anregung begrenzt sein. Diese Eigenschaft wird vom Gaußimpuls im Wesentlichen erfüllt.

Zur Erstellung des Signalmodells, aus dem die Koppelparameter der Koppelmatrizen extrahiert werden sollen, seien zunächst die Koppelnetzwerke in Bild 5.1 betrachtet. Diese ergeben sich aus den Koppelnetzwerken nach Bild 3.4 und 3.11 für eine Gehäuseresonanz und für einen Anregungs- und Beobachtungspunkt.

a)



b)

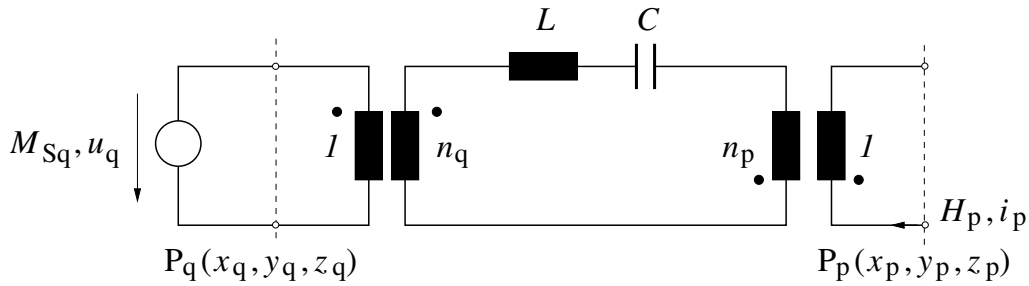


Bild 5.1: Koppelnetzwerke für einen Anregungspunkt und einen Beobachtungspunkt für: a) die elektrische Flächenstromdichte, b) die magnetische Flächenstromdichte.

Für die folgenden Betrachtungen werden die Strukturen als verlustlos angenommen, damit die ungedämpften Eigenschwingungen der Koppelnetzwerke und des Resonators analysiert werden können. Im Frequenzbereich wird das Koppelimpedanznetzwerk nach Bild 5.1 a) durch den Koppelimpedanzparameter

$$\underline{z}_{pq} = -\frac{1}{C}\frac{j\omega}{\omega^2 - \omega_\mathrm{r}^2} n_p n_q \tag{5.1}$$

beschrieben, wobei ω_r die Kreisresonanzfrequenz des LC-Parallelschwingkreises in Bild 5.1 a) ist. Im Zeitbereich läßt sich das Systemverhalten des Koppelimpedanznetzwerks durch die inhomogene Differentialgleichung

$$\frac{d^2 u_p(t)}{dt^2} + \omega_\mathrm{r}^2\, u_p(t) = \frac{n_q\, n_p}{C}\frac{di_q(t)}{dt} \tag{5.2}$$

beschreiben. Mit der Laplacetransformation ergibt sich aus der Differentialgleichung (5.2) die Beobachtungsgröße im Bildbereich

$$\underline{U}_p(\underline{s}) = \frac{n_p\, n_q}{C}\frac{\underline{s}}{\underline{s}^2 + \omega_\mathrm{r}^2}\,\underline{I}_q(\underline{s}). \tag{5.3}$$

Die zugehörige Fouriertransformierte ($\underline{s} \to j\omega$) des Terms

$$\underline{Z}(\underline{s}) = \frac{1}{C}\frac{\underline{s}}{\underline{s}^2 + \omega_\mathrm{r}^2} \tag{5.4}$$

in Gleichung (5.3) stellt die Eingangsimpedanz des LC-Parallelschwingkreises in Bild 5.1 a) dar

$$\underline{Z}(j\omega) = -\frac{1}{C}\frac{j\omega}{\omega^2 - \omega_\mathrm{r}^2}. \tag{5.5}$$

Nimmt man für die Anregung $i_q(t)$ eine gaußförmige Zeitabhängigkeit gemäß der Gleichung (4.45) an, so kann unter Verwendung der Laplacekorrespondenz

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\underline{s}}{\underline{s}^2 + \omega_\mathrm{r}^2}\right\} = \cos(\omega_\mathrm{r}\, t) \tag{5.6}$$

nach Abklingen der Anregung (stationärer Fall) die analytische Eigenlösung

$$u_p(t) = |\underline{I}_q(j\omega_\mathrm{r})|\,\frac{n_p\, n_q}{C}\cos(\omega_\mathrm{r} t + \phi) \tag{5.7}$$

gefunden werden. In Gleichung (5.7) ist $|\underline{I}_q(j\omega_\mathrm{r})|$ der Betrag der Fouriertransformierten des anregenden elektrischen Stromes $i_q(t)$ bei der Resonanzkreisfrequenz ω_r (siehe Bild 4.8) und ϕ ein Nullphasenwinkel, der von der zeitlichen Verzögerung des anregenden Gaußimpulses abhängt.

In analoger Weise wird das Koppeladmittanznetzwerk in Bild 5.1 b) im Frequenzbereich durch den Koppeladmittanzparameter

$$\underline{y}_{pq} = -\frac{1}{L}\frac{j\omega}{\omega^2 - \omega_\mathrm{r}^2} n_p n_q \tag{5.8}$$

beschrieben. Im Zeitbereich läßt sich das Systemverhalten dieses Netzwerks durch die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 i_p(t)}{dt^2} + \omega_\mathrm{r}^2\, i_p(t) = \frac{n_q\, n_p}{L}\frac{du_q(t)}{dt} \tag{5.9}$$

charakterisieren. Das Anwenden der Laplacetransformation auf die Differentialgleichung (5.9) und umformen nach der Beobachtungsgröße $\underline{I}_p(\underline{s})$ liefert die Beziehung

$$\underline{I}_p(\underline{s}) = \frac{n_p\, n_q}{L}\frac{\underline{s}}{\underline{s}^2 + \omega_\mathrm{r}^2}\,\underline{U}_q(\underline{s}). \tag{5.10}$$

Für den Fall einer gaußförmigen Anregung läßt sich für Gleichung (5.10) im Zeitbereich die analytische Lösung der ungedämpften Eigenschwingung

$$i_p(t) = |\underline{U}_q(j\omega_\mathrm{r})|\frac{n_p\, n_q}{L}\cos(\omega_\mathrm{r} t + \phi), \tag{5.11}$$

angeben. Die Fourietransformierte des Terms in Gleichung (5.10)

$$\underline{Y}(\underline{s}) = \frac{1}{L}\frac{\underline{s}}{\underline{s}^2 + \omega_\mathrm{r}^2} \tag{5.12}$$

stellt die LC-Eingangsadmittanz des Serienschwingkreises in Bild 5.1 b) dar

$$\underline{Y}(j\omega) = -\frac{1}{L}\frac{j\omega}{\omega^2 - \omega_r^2}. \tag{5.13}$$

Der Faktor $|\underline{U}_q(j\omega_\mathrm{r})|$ in Gleichung (5.11) beschreibt den Betrag der Fouriertransformierten der anregenden elektrischen Spannung $u_q(t)$ bei der Resonanzkreisfrequenz ω_r. Der Nullphasenwinkel ϕ hängt von der zeitlichen Verzögerung des anregenden Gaußimpulses ab. Der Vergleich der Gleichungen (5.7) und (5.11) mit den Koppelparametern der Gleichungen (5.1) und (5.8) zeigt, dass diese auch aus den Eigenschwingungen extrahiert werden können, wobei die Kosinusschwingung mit der Eingangsimpedanz des LC-Parallelschwingkreises bzw. der Eingangsadmittanz des LC-Serienschwingkreises gemäß der Gleichungen (5.5) bzw. (5.13) korrespondiert. Die in den Koppelparametern enthaltenen Komponenten des zugehörigen Koppelnetzwerks, wie die Kapazität C, die Induktivität L und die Übertragerverhältnisse n_p und n_q, lassen sich i.a. nicht separat bestimmen.

Die Gültigkeit der Gleichung (5.7) soll für das elektrische Ersatzschaltbild 5.1 a) mit den Elementen des Parallelschwingkreises $C = 0,563$ pF, $L = 0,368$ nH und den Übertragerverhältnissen $n_p = n_q = 1$ gezeigt werden. Der Schwingkreis wird mit einer Stromquelle $i_q(t)$ gaußförmiger Zeitabhängigkeit angeregt. Der um $t_0 = 1,6933$ ns zeitverzögerte Gaußimpuls besitzt die Amplitude $A_\mathrm{i} = 1$ A, die Varianz $\sigma = 2,44 \cdot 10^{-10}$ s und wird durch Multiplikation mit einer um t_0 zeitverschobenen Kosinusfunktion entsprechend Gleichung (4.45) mit der Frequenz $f_0 = 10$ GHz moduliert. Verglichen wird die resultierende Eigenschwingung nach Gleichung (5.7) mit der Lösung der inhomogenen Differentialgleichung (5.2), die mit dem Computeralgebraprogramm MAPLE numerisch ermittelt wurde. In Bild 5.2 sind die beiden Ergebnisse gegenübergestellt.

Die Phasenverschiebung ϕ der Spannung $u(t)$ in Gleichung (5.7) wurde dabei zu $\phi = -\omega_\mathrm{r}\, t_0$ gesetzt. Wie aus Bild 5.2 ersichtlich, sind beide Signale nach Abklingen der Gaußfunktion deckungsgleich.

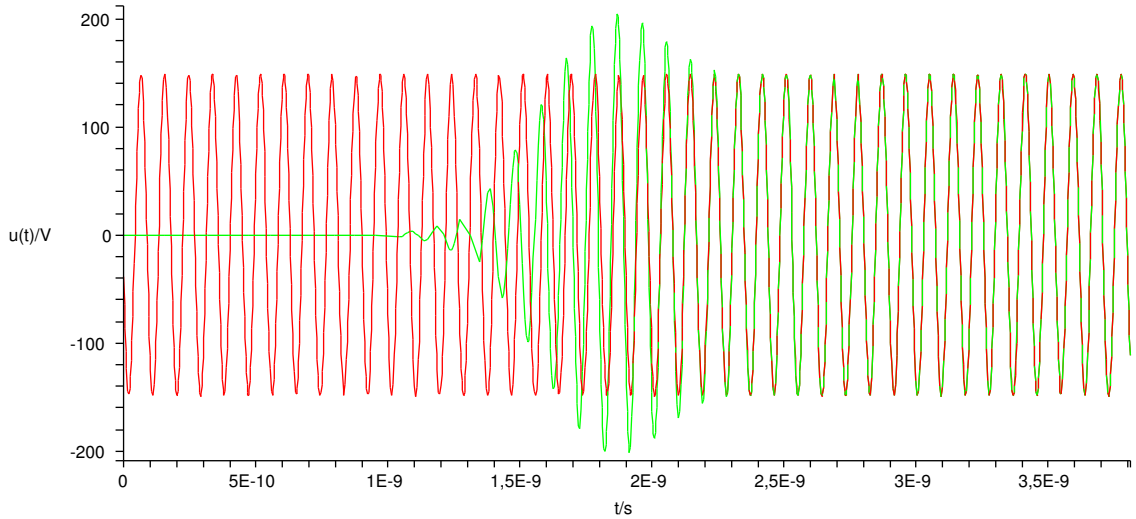


Bild 5.2: Vergleich der analytischen Lösung der Eigenschwingung (rote Kurve) mit der aus der Differentialgleichung numerisch ermittelten Lösung (grüne Kurve).

5.3 Numerische Validierung der analytischen Ansätze

Mit den Ergebnissen des Abschnitts 5.2 lassen sich die in Kapitel 2 und im Anhang A.3 hergeleiteten frequenzabhängigen Feldkomponenten für einen rechteckförmigen Resonator mit homogener und teilweise homogener Materialfüllung mit Hilfe einer Zeitbereichssimulation validieren. Dies wird im folgenden für zwei Beispiele demonstriert. Dazu werden die analytisch berechneten frequenzabhängigen Feldkomponenten mittels den in Abschnitt 5.2 vorgestellten Beziehungen in den Zeitbereich transformiert und mit den numerisch bestimmten Signalen im eingeschwungenen Zustand verglichen.

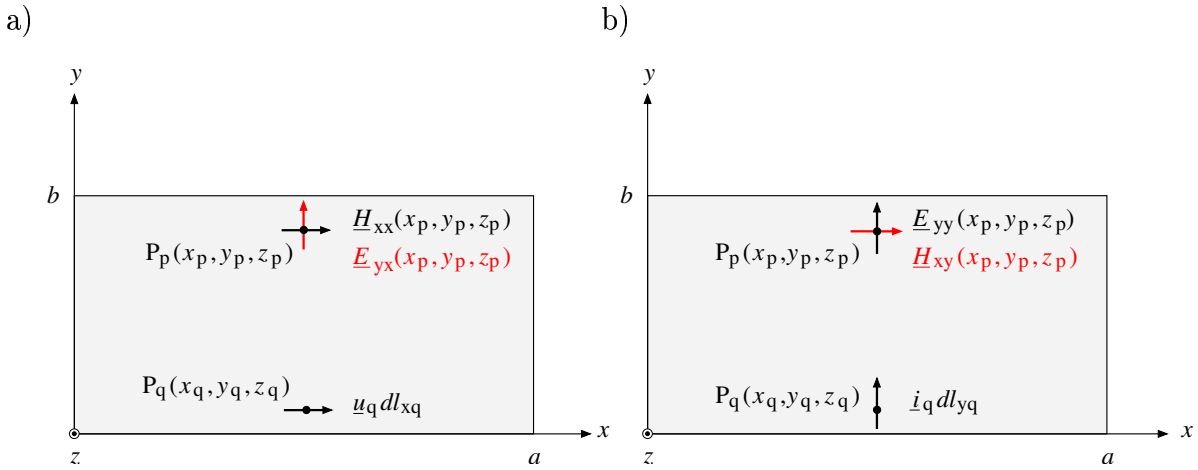


Bild 5.3: Anregung der elektromagnetischen Feldkomponenten: a) mit einem magnetischen Einheitsstromdichteelement der Amplitude $\underline{u}_q\, dl_{xq}$, b) mit einem elektrischen Einheitsstromdichteelement der Amplitude $\underline{i}_q\, dl_{yq}$.

Die beiden untersuchten Fälle sind in Bild 5.3 skizziert. Die Gehäusestruktur wird äquidistant mit der Schrittweite $\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 0,254$ mm diskretisiert. In x-Richtung wird die Gehäusegeometrie mit $95\,\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 24,13$ mm, in y-Richtung mit $57\,\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 14,478$ mm und in z-Richtung mit $50\,\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 12,7$ mm aufgelöst. Die Anregung erfolgt in der positiven Randfläche der TLM-Zelle im Raumpunkt $P_q\,(48\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 4\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}})$. Der Beobachtungspunkt befindet sich in der positiven Randfläche der TLM-Zelle im Raumpunkt $P_p\,(48\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 54\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}})$.

5.3.1 Der luftgefüllte Resonator

Durch Einprägen einer in y-Richtung orientierten elektrischen Spannung u_q mit einer gaußförmigen Zeitabhängigkeit wird im Quellpunkt $P_q\,(x_q, y_q, z_q)$ das magnetische Einheitsstromdichteelement der Amplitude $u_q\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ in x-Richtung angeregt (siehe Bild 5.3 a)). Der Gaußimpuls mit der Amplitude $A_{\mathrm{u}} = 1$ V ist um $t_0 = 6000\,\Delta t_{\mathrm{tlm}}$ zeitversetzt und mit einer um t_0 zeitversetzten Kosinusschwingung der Frequenz $f_0 = 17$ GHz moduliert. Die Standardabweichung des Gaußimpulses beträgt $\sigma = 5,4652 \cdot 10^{-10}$ s. Hieraus ergibt sich

im Frequenzbereich ein Gaußimpuls, der nur Frequenzanteile im Bereich von 16 GHz bis 18 GHz anregt. In diesem Frequenzbereich werden gemäß der Beziehung [15]

$$f_{mnl} = \frac{c_0}{2\sqrt{\epsilon_\mathrm{r}\mu_\mathrm{r}}}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{c}\right)^2} \tag{5.14}$$

der TE_{111}-, TM_{111}- und der TE_{201}-Mode angeregt. Aufgrund des Nulldurchgangs des TE_{201}-Modes bei $x = 47,5\,\Delta l_\mathrm{tlm}$ sind im Beobachtungssignal nur der TE_{111}- und TM_{111}-Mode mit der gleichen Resonanzfrequenz $f_{111} = 16,8963$ GHz enthalten. Aus den Gleichungen (A.182) und (A.191) ergibt sich unter Verwendung der Beziehungen (A.159) bis (A.163) des Anhangs A.3 für die magnetische Erregung durch die Überlagerung des TE_{111}- und TM_{111}-Modes im Frequenzbereich

$$\begin{aligned}\underline{H}_\mathrm{xx}^{111}(x,y,z,j\omega) = {} & \frac{8}{\mu V k^2}\frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{111}^2}(k^2-k_\mathrm{x}^2)\sin(k_\mathrm{x}x)\sin(k_\mathrm{x}x_q)\cos(k_\mathrm{y}y)\cos(k_\mathrm{y}y_q)\cdot \\ & \cos(k_\mathrm{z}z)\cos(k_\mathrm{z}z_q)\,dl_{\mathrm{x}q}\,\underline{u}_q.\end{aligned} \tag{5.15}$$

Mit den in Abschnitt 5.2 vorgestellten Beziehungen erhält man aus Gleichung (5.15) den analytischen Ausdruck für die zugehörige zeitabhängige Feldkomponente

$$\begin{aligned}H_\mathrm{xx}^{111}(x,y,z,t) = {} & \frac{8}{\mu V k^2}(k^2-k_\mathrm{x}^2)\sin(k_\mathrm{x}x)\sin(k_\mathrm{x}x_q)\cos(k_\mathrm{y}y)\cos(k_\mathrm{y}y_q)\cdot \\ & \cos(k_\mathrm{z}z)\cos(k_\mathrm{z}z_q)\,\Delta l_\mathrm{tlm}\,|\underline{U}_q(j\omega_{111})|\cos(\omega_{111}t+\phi_\mathrm{H}).\end{aligned} \tag{5.16}$$

Da es sich bei dem Resonator um eine verteilte Struktur handelt, läßt sich die Phase ϕ_H in Gleichung (5.16) nicht näher spezifizieren. Für das nachfolgend vorgestellte Verfahren spielt sie keine Rolle. Zum Vergleich mit den numerischen Ergebnissen wurde in Gleichung (5.16) die Dipollänge $dl_{\mathrm{x}q}$ durch den Diskretisierungsschritt Δl_tlm approximiert.

In analoger Weise läßt sich die elektrische Feldkomponente $E_\mathrm{yx}(x,y,z,t)$ im Beobachtungspunkt ermitteln. Aus Gleichung (A.214) ergibt sich mit den Gleichungen (A.159) bis (A.163) des Anhangs A.3 für die elektrische Feldstärke durch Addition des TE_{111}- und TM_{111}-Modes

$$\begin{aligned}\underline{E}_\mathrm{yx}^{111}(x,y,z,j\omega) = {} & -\frac{8}{\mu V}\frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{111}^2}k_\mathrm{z}\sin(k_\mathrm{x}x)\sin(k_\mathrm{x}x_q)\cos(k_\mathrm{y}y)\cos(k_\mathrm{y}y_q)\cdot \\ & \sin(k_\mathrm{z}z)\cos(k_\mathrm{z}z_q)\;dl_{\mathrm{x}q}\,\underline{u}_q.\end{aligned} \tag{5.17}$$

Das Anwenden der Beziehungen in Abschnitt 5.2 auf die Gleichung (5.17) liefert die zeitabhängige Komponente des elektrischen Feldes

$$\begin{aligned}E_\mathrm{yx}^{111}(x,y,z,t) = {} & \frac{8}{\mu V}k_\mathrm{z}\sin(k_\mathrm{x}x)\sin(k_\mathrm{x}x_q)\cos(k_\mathrm{y}y)\cos(k_\mathrm{y}y_q)\cdot \\ & \sin(k_\mathrm{z}z)\cos(k_\mathrm{z}z_q)\,\Delta l_{tlm}\,|\underline{U}_q(j\omega_{111})|\cos(\omega_{111}t+\phi_\mathrm{E}),\end{aligned} \tag{5.18}$$

wobei ϕ_E ein unbekannter Nullphasenwinkel ist.

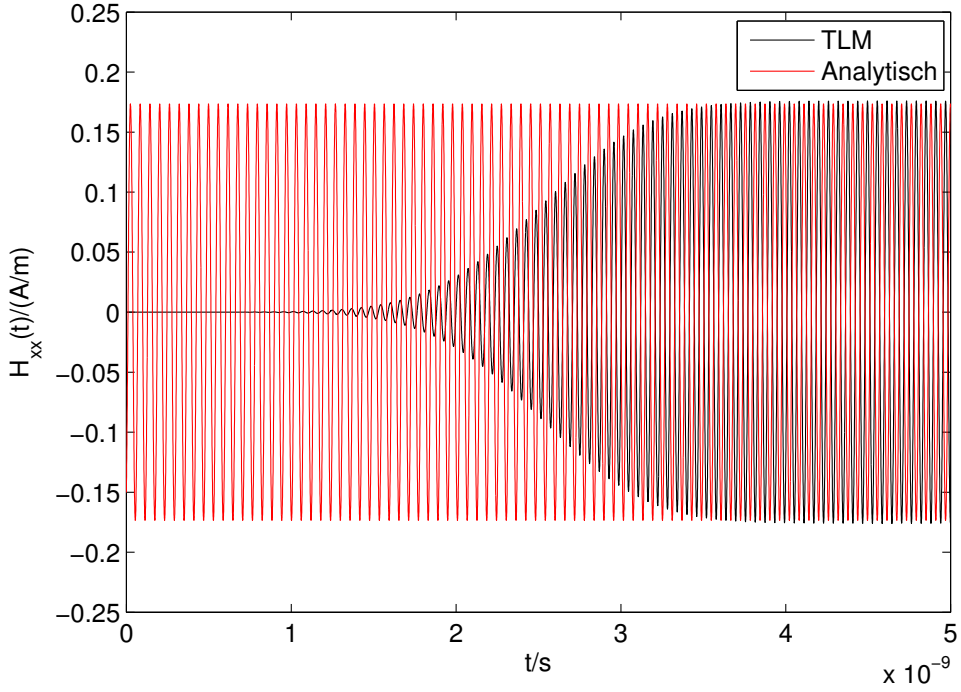


Bild 5.4: Vergleich der analytisch und numerisch ermittelten magnetischen Feldstärke für eine Anregung mit einer magnetischen Stromdichte in einem luftgefüllten Resonator.

Zur numerischen Bestimmung der Feldkomponenten im Beobachtungspunkt mittels der TLM-Methode wird eine elektrische Spannung mit der oben beschriebenen gaußförmigen Zeitabhängigkeit gemäß den Gleichungen (4.43) und (4.44) in die Randfläche des Anregungspunktes eingeprägt.

In Bild 5.4 sind am Beispiel der magnetischen Feldkomponente $H_{\mathrm{xx}}(t)$ die analytisch und numerisch ermittelten Lösungen gegenübergestellt. Abgesehen von den unterschiedlichen Nullphasenwinkel, die hier nicht näher betrachtet wurden, zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Amplituden und der Resonanzfrequenz im eingeschwungenen Zustand.

In der Tabelle 5.1 sind die Ergebnisse für die Amplituden und die Resonanzfrequenzen der Kosinusschwingungen quantitativ gegenübergestellt.

Funktionsparameter	analytisch	numerisch
f_{110}	$16,885$ GHz	$16,983$ GHz
$\hat{H}_{\mathrm{xx}}(x,y,z,t)$	$0,1735$ Am^{-1}	$0,1759$ Am^{-1}
$\hat{E}_{\mathrm{yx}}(x,y,z,t)$	$16,13$ Vm^{-1}	$17,416$ Vm^{-1}

Tabelle 5.1: Vergleich der analytisch und numerisch ermittelten Amplitude und Resonanzfrequenz der Feldkomponenten in einem luftgefüllten Resonator.

5.3.2 Resonator mit teilweise homogener Materialfüllung

Ausgehend vom Beispiel des luftgefüllten Resonators wird ein planares Substrat der Höhe $h = 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ und mit der Permittivität $\epsilon_{\mathrm{r}} = 10,5$ in den Resonator eingebracht (siehe auch Bild 3.14). Zur Anregung eines in y-Richtung orientierten elektrischen Dipols $i_q\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ wird im Anregungspunkt ein gaußförmiger elektrischer Strom eingeprägt. Der Gaußimpuls mit der Amplitude $A_{\mathrm{i}} = 1$ A und der Varianz $\sigma = 2,4441 \cdot 10^{-10}$ s wird mit der Frequenz $f_0 = 10$ GHz moduliert und um $t_0 = 4000\,\Delta t_{\mathrm{tlm}}$ zeitverschoben. Mit diesem Gaußimpuls wird im Frequenzbereich von 8 GHz bis 12 GHz nur der TM_{110}-Gehäusemode angeregt.

Die elektrische Feldkomponente $\underline{E}_{\mathrm{yy}}(x,y,z,j\omega)$ im Beobachtungspunkt läßt sich für den TM_{110}-Mode aus den Gleichungen (2.39) und (2.47) herleiten

$$\begin{aligned}\underline{E}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{TM110}}(x,y,z,j\omega) = &-\frac{4}{ab}\frac{k_{\mathrm{y}}^2}{k_{\mathrm{c11}}^2}\underline{Z}^{\mathrm{TM11}}(h)\sin(k_{\mathrm{x1}}x_q)\cos(k_{\mathrm{y1}}y_q)\cdot\\ &\sin(k_{\mathrm{x1}}x)\cos(k_{\mathrm{y1}}y)\,dl_{\mathrm{y}q}\,\underline{i}_q.\end{aligned} \tag{5.19}$$

Nach Kapitel 3.2.4 kann die Impedanzfunktion $\underline{Z}^{\mathrm{TM11}}(h)$ in Gleichung (5.19) durch die Eingangsimpedanz eines LC-Parallelschwingkreises gemäß der Gleichung (5.5) mit der Resonanzfrequenz $f_{110} = 11,04537$ GHz und den Schwingkreiselementen $C = 0,5611$ pF und $L = 0,37$ nH ersetzt werden

$$\begin{aligned}\underline{E}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{TM110}}(x,y,z,j\omega) =&\frac{1}{C^{\mathrm{TM110}}}\frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{110}^2}\frac{4}{ab}\frac{k_{\mathrm{y}}^2}{k_{\mathrm{c11}}^2}\sin(k_{\mathrm{x1}}x_q)\cos(k_{\mathrm{y1}}y_q)\cdot\\ &\sin(k_{\mathrm{x1}}x)\cos(k_{\mathrm{y1}}y)\,dl_{\mathrm{y}q}\,\underline{i}_q.\end{aligned} \tag{5.20}$$

Mit den Beziehungen des Abschnitts 5.2 ergibt sich aus der Gleichung (5.20) für die zugehörige zeitabhängige elektrische Feldkomponente

$$\begin{aligned}E_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{TM110}}(x,y,z,t) = &\frac{4}{ab}\frac{k_{\mathrm{y}}^2}{k_{\mathrm{c11}}^2}\sin(k_{\mathrm{x1}}x_q)\cos(k_{\mathrm{y1}}y_q)\sin(k_{\mathrm{x1}}x)\cos(k_{\mathrm{y1}}y)\cdot\\ &\Delta l_{\mathrm{y}q}\,|\underline{I}_q(j\omega_{110})|\cos(\omega_{111}t+\phi_{\mathrm{E}}).\end{aligned} \tag{5.21}$$

Die im Beobachtungspunkt angeregte magnetische Feldkomponente $\underline{H}_{\mathrm{xy}}(x,y,z,j\omega)$ läßt sich z.B. aus Gleichung (2.4) herleiten

$$\underline{H}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{TM110}}(x,y,z,j\omega) = -\underline{\hat{u}}^{\mathrm{TM11}}\,j\,\underline{Y}_0^{\mathrm{TM11}}\,\cot(k_{\mathrm{0z11}}(c-h))\,t_{\mathrm{Hx}}^{\mathrm{TM11}}(x,y). \tag{5.22}$$

Mit einer in y-Richtung orientierten Dipolanregung folgt mit Gleichung (2.31) und (2.36) aus Gleichung (5.22)

$$\begin{aligned}\underline{H}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{TM110}}(x,y,z,j\omega) =&j\underline{Z}^{\mathrm{TM11}}(h)t_{\mathrm{Ey}}^{\mathrm{TM11}}(x_q,y_q)\,\Delta l_{\mathrm{y}q}\,\underline{i}_q\cdot\\ &\underline{Y}_0^{\mathrm{TM11}}\,\cot(k_{\mathrm{0z11}}(c-h))\,t_{\mathrm{Hx}}^{\mathrm{TM11}}(x,y).\end{aligned} \tag{5.23}$$

Die Strukturfunktion des magnetischen Feldes kann mit Gleichung (2.22) aus der Strukturfunktion des elektrischen Feldes $t_{\mathrm{Hx}}^{\mathrm{TM11}}(x,y) = -t_{\mathrm{Ey}}^{\mathrm{TM11}}(x,y)$ ermittelt werden.

Wird die Impedanzfunktion $\underline{Z}^{\mathrm{TM11}}(h)$ durch den LC-Parallelschwingkreis mit der Eingangsimpedanz nach Gleichung (5.5) ersetzt, so ergibt sich die endgültige Form der magnetischen Feldkomponente

$$\begin{aligned}\underline{H}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{TM110}}(x,y,z,j\omega) = -j\frac{1}{C^{\mathrm{TM110}}}\frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{110}^2}\frac{\omega\epsilon_0}{k_{0\mathrm{z}11}}\cdot \\ t_{\mathrm{Ey}}^{\mathrm{TM11}}(x_q,y_q)\,t_{\mathrm{Ey}}^{\mathrm{TM11}}(x,y)\cot(k_{0\mathrm{z}11}(c-h))\,\Delta l_{\mathrm{y}q}\,\underline{i}_q.\end{aligned} \tag{5.24}$$

Den analytischen Ausdruck der zeitabhängigen magnetischen Feldkomponente gewinnt man durch Anwenden der Beziehungen des Abschnitts 5.2 auf die Gleichung (5.24)

$$\begin{aligned}H_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{TM110}}(x,y,z,t) = \frac{1}{C^{\mathrm{TM110}}}\frac{\omega_{111}\epsilon_0}{k_{0\mathrm{z}11}}t_{\mathrm{Ey}}^{\mathrm{TM11}}(x_q,y_q)\,t_{\mathrm{Ey}}^{\mathrm{TM11}}(x,y)\cdot \\ \cot(k_{0\mathrm{z}11}(c-h))\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}\,|\underline{I}_q(j\omega_{110})|\cos(\omega_{110}t+\phi_{\mathrm{H}}).\end{aligned} \tag{5.25}$$

Da der TM_{110}-Mode nur bei der Resonanzfrequenz dominant ist, wird für alle Terme mit Ausnahme der Impedanzfunktion des Parallelschwingkreises $\omega = \omega_{110}$ gesetzt.

Funktionsparameter	analytisch	numerisch
f_{110}	$11,045$ GHz	$11,083$ GHz
$\hat{H}_{\mathrm{xx}}(x,y,z,t)$	$2,258$ Am^{-1}	$2,209$ Am^{-1}
$\hat{E}_{\mathrm{yy}}(x,y,z,t)$	$309,32$ Vm^{-1}	$302,26$ Vm^{-1}

Tabelle 5.2: Vergleich der analytisch und numerisch ermittelten Amplitude und Resonanzfrequenz der Feldkomponenten für eine Anregung mit einer elektrischen Stromdichte in einem Resonator mit teilweise homogener Materialfüllung.

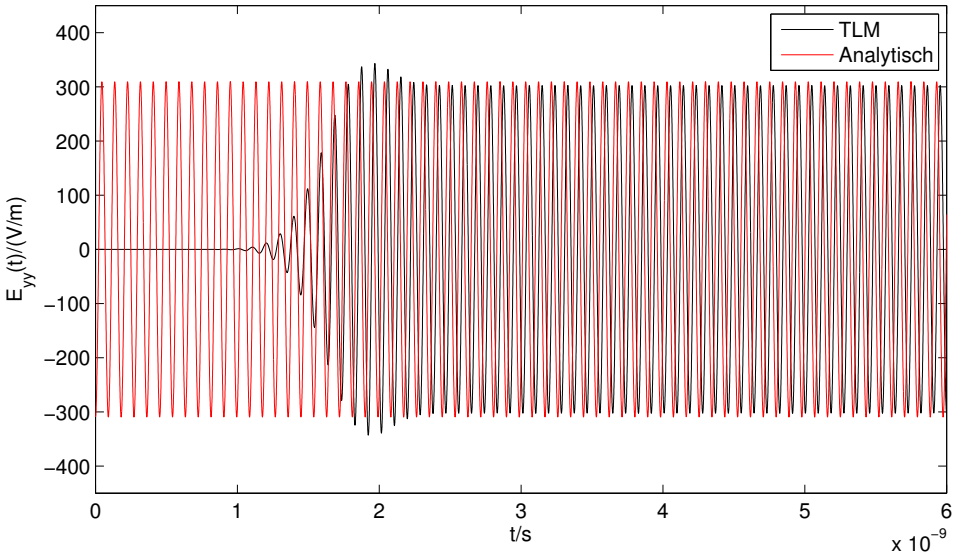


Bild 5.5: Vergleich der analytisch und numerisch ermittelten elektrischen Feldstärke für eine Anregung mit einer elektrischen Stromdichte in einem Resonator mit teilweise homogener Materialfüllung.

Die numerische Bestimmung der beiden Feldkomponenten im Beobachtungspunkt mit Hilfe der TLM-Methode erfolgt durch Einprägen des gaußförmigen elektrischen Stromes gemäß den Gleichungen (4.33) und (4.34) in die Randfläche des Anregungspunktes. In Tabelle 5.2 sind die analytisch und numerisch ermittelten Ergebnisse gegenübergestellt. Eine grafische Darstellung der Ergebnisse ist am Beispiel der elektrischen Feldstärke $E_{\mathrm{yy}}(t)$ in Bild 5.5 dargestellt. In Bezug auf die Resonanzfrequenz und den Feldamplituden zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der analytischen und der numerischen Methode.

5.4 Bestimmung der Koppelmatrizen aus den zeitabhängigen Datensätzen der TLM-Simulation

Die automatische Generierung elektrischer Ersatzschaltbilder für verteilte passive Strukturen mit Hilfe von Zeitbereichsverfahren, im speziellen der TLM-Methode, wird in [42] und [43] vorgestellt. Diese Verfahren eignen sich besonders, wenn die Netzwerktopologie unbekannt und die Anzahl der Tore der passiven Struktur gering ist. Für die in den Abschnitten 3.2.4 und 3.3.4 hergeleiteten Netzwerktopologien der Koppelmatrizen wird im folgenden Abschnitt gezeigt, wie die Impedanz- bzw. Admittanzparameter der Koppelmatrizen aus den Zeitsignalen der TLM-Simulationen extrahiert werden. Aufgrund der großen Anzahl von Toren, die sich durch die Segmentierung der Mikrostreifenstrukturen ergeben, kann die numerische Bestimmung der Koppelparameter sehr zeitaufwendig werden. Unter Ausnutzung der Symmetrie- und Reziprozitätseigenschaft der Koppelnetzwerke wird eine Methode vorgestellt, mit der die Impedanz- bzw. Admittanzparameter auch für komplexere Gehäuseformen aus einer einzigen TLM-Simulation ermittelt werden können.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit erfolgt die nachfolgende Diskussion für einen einzelnen angeregten Gehäusemode. Werden mehrere Moden angeregt, so erfolgt die automatische Extrahierung der Koppelmatrizen aus den Zeitsignalen einer TLM-Simulation mittels der Prony-Methode unter Verwendung der Singulärwertzerlegung, die im nächsten Abschnitt vorgestellt werden.

Die Gültigkeit des numerischen Verfahrens zur Bestimmung der Koppelmatrizen wird an einigen Beispielen demonstriert.

5.4.1 Impedanzmatrix

Zunächst soll die grundlegende Idee zur Ableitung der Koppelmatrizen aus einer Zeitbereichssimulation erläutert werden (mehr hierzu in [42]). Ersetzt man in Gleichung (3.24) $\underline{Z}^{imn}(h)$ durch die Eingangsimpedanz eines Parallelschwingkreises und transformiert die resultierende Gleichung in den Laplacebereich, so folgt die Beziehung

$$\underline{U}_p(\underline{s}) = \frac{1}{C}\frac{\underline{s}}{\underline{s}^2 + \omega_{\mathrm{r}}^2} n_p\, n_q\, \underline{I}_q(\underline{s}) \tag{5.26}$$

mit

$$\begin{aligned} n_q &= \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}(x_q, y_q) \cdot \boldsymbol{\Delta l}_q, \\ n_p &= \boldsymbol{t}_{\mathrm{E}}(x_p, y_p) \cdot \boldsymbol{\Delta l}_p. \end{aligned} \tag{5.27}$$

Auf die Indizierung der Gehäusemoden nach TE- und TM-Moden wird hier verzichtet, da bei komplexen Gehäuseformen eine Klassifizierung der Moden schwierig und für das hier vorgestellte Verfahren auch nicht erforderlich ist.

Für den Fall eines Anregungs- und eines Beobachtungstors, wird Gleichung (5.26) durch das elektrische Ersatzschaltbild 5.1 a) beschrieben. Ein Dirac-Impuls als Anregungssignal mit der zugehörigen Laplacetransformierten $\underline{I}_q(\underline{s}) = 1$ liefert als Ausgangsgröße unter Verwendung der Laplacekorrespondenz in Gleichung (5.6) unmittelbar die zeitabhängige Spannung im Beobachtungspunkt

$$u_p(t) = \frac{n_p\, n_q}{C} \cos(\omega_{\mathrm{r}} t). \tag{5.28}$$

Bei den hier untersuchten Gehäusestrukturen ist nur die Anregung von Gehäusemoden im Frequenzbereich um die Betriebsfrequenz der Mikrowellenschaltung von Interesse. Die Anregung des Resonators mit einer Impulsfunktion würde zu einer Anregung sehr vieler Gehäusemoden führen, was die Analyse der zeitabhängigen Simulationsdaten in Bezug auf die elektromagnetische Verkopplung der Moden und der im Gehäuse eingebetteten Mikrowellenschaltung unnötig erschweren würde. Aus dieser Sicht ist die Anregung mit einem Gaußimpuls vorzuziehen.

Für eine verteilte Struktur, wie sie der Hohlraumresonator darstellt, lassen sich bei Anregung mit einer Gaußfunktion im eingeschwungenen Zustand die Impedanzparameter aus dem Signalmodell der Gleichung (5.7) extrahieren. Die Vorgehensweise soll an einem Beispiel erläutert werden. Für das Verfahren läßt sich ebenfalls die FDTD-Methode verwenden.

Betrachtet sei die in Bild 5.6 dargestellte Mikrostreifenstruktur, bestehend aus einer Mikrostreifenleitung und einer in der Mitte der Leitung angebrachten offenen Stichleitung, die in einem Metallgehäuse eingebettet ist und in dem nur ein Gehäusemode angeregt wird. Nach den in Kapitel 3 vorgestellten Verfahren, wird zunächst die Mikrostreifenstruktur segmentiert. In diesem Beispiel wird die Hauptleitung in 8 und die Stichleitung in 2 Segmente der Länge Δl_{Si} unterteilt, die ein Vielfaches des Diskretisierungsschrittes Δl_{tlm} betragen. Anregungs- und Beobachtungspunkte werden in den Segmentmittelpunkten definiert. Innerhalb einer TLM-Simulation wird das Gehäuse mit Substrat (aber ohne Metallisierung der Mikrostreifenstruktur!) im Mittelpunkt eines beliebigen Segmentes mit einem elektrischen Strom gemäß den Gleichungen (4.33) und (4.34) angeregt. Die Dipollänge des anregenden Stromes entspricht der Geometrie der TLM-Zelle $\Delta l_{\mathrm{tlm},q}$.

Zur Bestimmung der Impedanzmatrix wird in allen Segmentmittelpunkten die elektrische Feldstärkekomponente $E_p(t)$, die parallel zum jeweiligen Segment ausgerichtet ist, beobachtet.

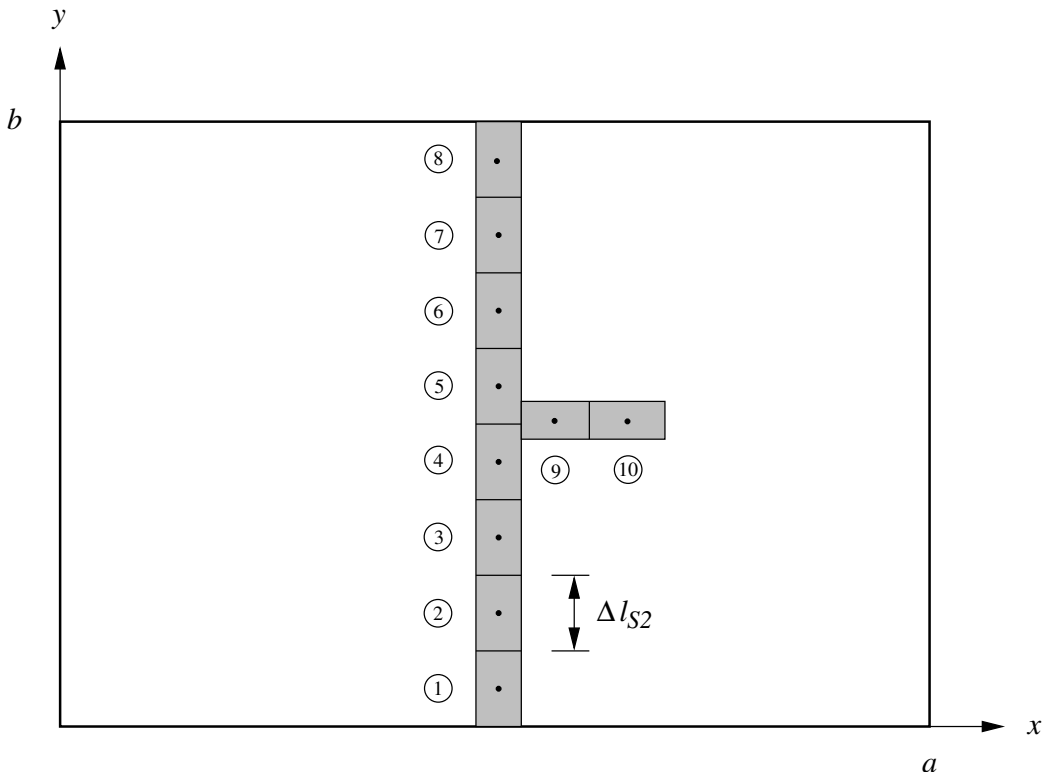


Bild 5.6: Segmentierung der Mikrostreifenstruktur und Definition der Segmentmittelpunkte als Anregungs-und Beobachtungspunkte im TLM-Simulator.

Nach Abklingen des Gaußimpulses ist nur noch die ungedämpfte Eigenschwingung des Gehäusemodes zu vorhanden. Gemäß der Gleichung (5.7) läßt sich die Schwingung der elektrischen Feldstärkekomponente

$$E_p(t) = \frac{u_p(t)}{\Delta l_{\mathrm{tlm},p}} \tag{5.29}$$

bzw. die zugehörige Spannung $u_p(t)$ in den Beobachtungspunkten durch eine kosinusförmige Zeitabhängigkeit beschreiben. Die Kosinusschwingungen in den Beobachtungspunkten weisen untereinander unterschiedliche Amplituden und eine Phasendifferenz von 0 oder π auf

$$u_p(t) = |\underline{I}_q(j\omega_\mathrm{r})| \frac{n_p\, n_q}{C} \cos(\omega_r t + \phi_{pq} + \phi), \tag{5.30}$$

mit $\phi_p - \phi_q = \phi_{pq} \in \{0, \pi\}$, wobei ϕ_q der Nullphasenwinkel der elektrischen Feldstärkekomponente $E_q(t)$ im Anregungspunkt und ϕ_p der Nullphasenwinkel der elektrischen Feldstärkekomponente $E_p(t)$ im Beobachtungspunkt ist. Die Phase ϕ ist abhängig von der Definition des Startpunktes des eingeschwungenen Zustandes. Für die in dieser Arbeit vorgestellten Beispiele wird der Startwert der Eigenschwingungen so gewählt, dass der Nullphasenwinkel ϕ zu Null gesetzt werden kann, d.h. $\phi = 0$.

In Bild 5.7 sind die in den Beobachtungspunkten (Segmentmittelpunkten) detektierten elektrischen Feldkomponenten dargestellt.

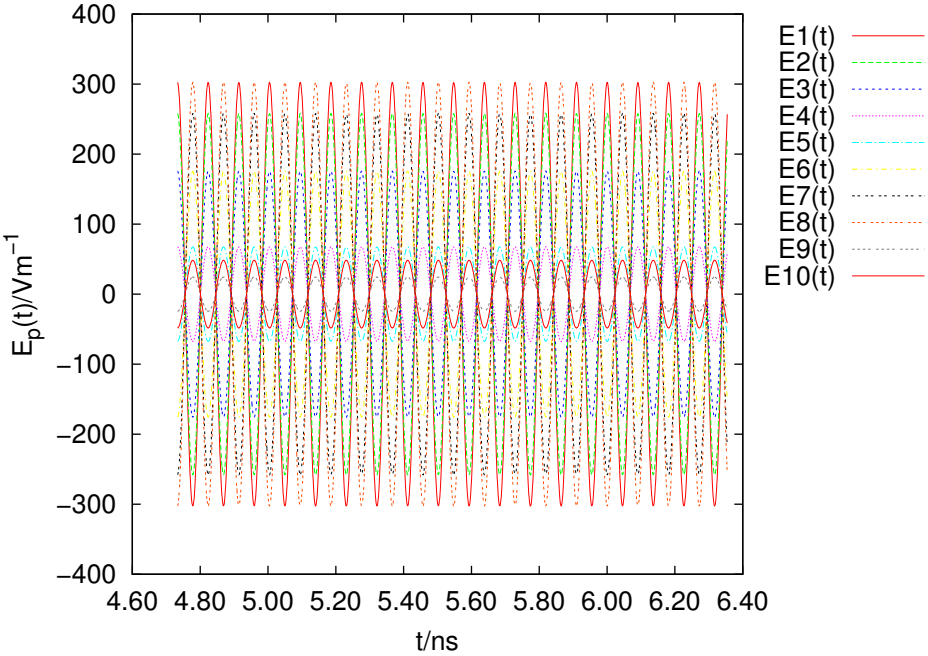


Bild 5.7: Elektrische Feldstärke in den Beobachtungspunkten im eingeschwungenen Zustand.

Im eingeschwungenen Zustand wurde für das gewählte Referenzsignal $E_1(t)$ (die Beobachtungsgröße im Anregungspunkt 1) und die Phase zu $\phi_1 = 0$ gesetzt. Wie aus Bild 5.7 ersichtlich, schwingen die elektrischen Feldkomponenten in den Beobachtungspunkten in Bezug auf das Referenzsignal mit der gleichen oder entgegengesetzten Phase.

Aus den Gleichungen (5.28) bis (5.30) läßt sich für die Amplituden $\hat{E}_p$ der in den Beobachtungspunkten aufgenommenen Zeitsignale im eingeschwungenen Zustand der Zusammenhang

$$\hat{E}_p = \frac{\hat{u}_p}{\Delta l_{\mathrm{tlm},p}} = \hat{z}_{pq} \frac{|\underline{I}_q(j\omega_r)|}{\Delta l_{\mathrm{tlm},p}}, \tag{5.31}$$

mit

$$\hat{z}_{pq} = \frac{n_q\, n_p}{C} \tag{5.32}$$

ableiten. Da zwischen der Amplitude der Koppelimpedanz $\hat{z}_{pq}$ und den Übertragerverhältnissen n_p und n_q ein proportionaler Zusammenhang vorliegt und die Übertragerverhältnisse auch linear von den Dipollängen $\Delta l_{\mathrm{tlm},p}$ und $\Delta l_{\mathrm{tlm},q}$ abhängen, muß noch die Umskalierung der Dipollängen auf die zugehörigen Segmentlängen $\Delta l_{\mathrm{S}p}$ und $\Delta l_{\mathrm{S}q}$ berücksichtigt werden (siehe Kapitel 3.2)

$$\hat{z}_{\mathrm{S}pq} = \frac{\hat{E}_p\, \Delta l_{\mathrm{tlm},p}}{|\underline{I}_q(j\omega_r)|} \frac{\Delta l_{\mathrm{S}p}\, \Delta l_{\mathrm{S}q}}{\Delta l_{\mathrm{tlm},p}\, \Delta l_{\mathrm{tlm},q}}. \tag{5.33}$$

Die Bestimmung der gesamten Impedanzmatrix über Gleichung (5.33) erfordert prinzipiell die Anregung in jedem Segmentmittelpunkt, was aufgrund der hohen Anzahl an Simulationen sehr zeitaufwendig werden kann. Der Aufwand läßt sich erheblich reduzieren, wenn man die Symmetrie- und Reziprozitätseigenschaften der Impedanzparameter des Koppelnetzwerks in Bild 3.4 ausnutzt.

Zunächst wird für das Referenzsignal, bei dem der Anregungs- und Beobachtungspunkt zusammenfallen ($p = q$), mit Gleichung (5.33) die Amplitude der Eingangsimpedanz $\hat{z}_{\mathrm{S}qq}$ ermittelt. Anschließend erfolgt die Bestimmung der Amplituden der verbliebenen Elemente der Hauptdiagonalen aus den Elementen der Spalte q der Impedanzmatrix gemäß

$$\hat{z}_{\mathrm{S}pp} = \frac{\hat{z}^2_{\mathrm{S}pq}}{\hat{z}_{\mathrm{S}qq}}, \tag{5.34}$$

mit $p \in \{1, .., P\}$ und P der Anzahl der Segmente. Die noch unbekannten Amplituden der Elemente der Nebendiagonalen lassen sich dann aus der Beziehung

$$\hat{z}_{\mathrm{S}pq} = \sqrt{\hat{z}_{\mathrm{S}pp}}\sqrt{\hat{z}_{\mathrm{S}qq}}e^{j(\Phi_p+\Phi_{\mathrm{L}p}+\Phi_q+\Phi_{\mathrm{L}q})} \tag{5.35}$$

ermitteln, wobei die Phasenwinkel Φ_q, $\Phi_{\mathrm{L}q}$, $\Phi_{\mathrm{L}p}$ und Φ_p nur die Werte 0 und π annehmen können, d.h. sie legen das Vorzeichen der Koppelparameter fest. Die Phasenwinkel Φ_p werden durch Vergleich mit dem Phasenwinkel Φ_q des Referenzsignals festgelegt. Die Phasenwinkel $\Phi_{\mathrm{L}q}$ und $\Phi_{\mathrm{L}p}$ ergeben sich aus der Orientierung der Segmente entlang der kartesischen Koordinatenachsen und sind für alle in dieser Arbeit vorgestellten Beispiele auf Null festgelegt. Damit lassen sich aus einer einzigen Simulation alle z-Parameter der Koppelimpedanzmatrix ermitteln.

Wird z.B. im Mittelpunkt des Segments $q = 1$ angeregt, so bestimmt sich die Eingangsimpedanz $z_{\mathrm{S}qq} = z_{\mathrm{S}11}$ aus der Beziehung in Gleichung (5.33). Durch die Wahl des Referenzphasenwinkels $\Phi_1 = 0$ nehmen die Elemente der Hauptdiagonalen positive Werte an. Nach Bild 5.7 schwingt z.B. die elektrische Feldstärke im Beobachtungspunkt $p = 8$ in Bezug zur elektrischen Feldstärke im Anregungspunkt $q = 1$ gegenphasig, d.h. $\Phi_8 = \pi$ zu setzen. Die Phasenwinkel $\Phi_{\mathrm{L}1}$ und $\Phi_{\mathrm{L}8}$ der Segmente 1 und 8 werden zu Null gesetzt, da sie in positiver y-Richtung orientiert sind.

Sind alle Amplituden der Impedanzparameter ermittelt, so erhält man unter Verwendung der Laplacekorrespondenz (5.6) und Überführung in den Fourierbereich ($s \rightarrow j\omega$) unmittelbar die Koppelimpedanzmatrix im Frequenzbereich

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{S}}(j\omega) = \begin{pmatrix} \hat{z}_{\mathrm{S}11} & \hat{z}_{\mathrm{S}12} & \cdots & \hat{z}_{\mathrm{S}1Q} \\ \hat{z}_{\mathrm{S}21} & \hat{z}_{\mathrm{S}22} & \cdots & \hat{z}_{\mathrm{S}2Q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{z}_{\mathrm{S}P1} & \hat{z}_{\mathrm{S}P2} & \cdots & \hat{z}_{\mathrm{S}PQ} \end{pmatrix} \cdot \frac{j\omega}{\omega_r^2 - \omega^2}\ , \tag{5.36}$$

mit $P = Q$ der Anzahl der Segmente (Beobachtungspunkte). Diese Koppelimpedanzmatrix läßt sich direkt in einem Schaltungssimulator implementieren.

5.4.2 Admittanzmatrix

Analog zur obigen Vorgehensweise ersetzt man in Gleichung (3.62) die Admittanz $\underline{Y}^{imn}(h)$ durch einen Serienschwingkreis, dessen Admittanz durch Gleichung (5.13) beschrieben wird.

Die Transformation in den Laplacebereich liefert für den beobachteten Strom die Beziehung

$$\underline{I}_p(\underline{s}) = \frac{1}{L}\frac{\underline{s}}{\underline{s}^2 + \omega_\mathrm{r}^2} n_p\, n_q\, \underline{U}_q(\underline{s}) \tag{5.37}$$

mit

$$\begin{aligned} n_q &= \boldsymbol{t}_\mathrm{H}(x_q, y_q) \cdot \boldsymbol{\Delta l}_q, \\ n_p &= \boldsymbol{t}_\mathrm{H}(x_p, y_p) \cdot \boldsymbol{\Delta l}_p. \end{aligned} \tag{5.38}$$

Für den Fall, dass nur ein Anregungs- und Beobachtungstor betrachtet wird, läßt sich Gleichung (5.37) durch das elektrische Ersatzschaltbild 5.1 b) beschreiben. Bei Anregung mit einer Dirac-Funktion $\underline{U}_q(\underline{s}) = 1$ liefert die Rücktransformation der Gleichung (5.37) in den Zeitbereich den Strom im Beobachtungspunkt

$$i_p(t) = \frac{n_p\, n_q}{L} \cos(\omega_\mathrm{r} t). \tag{5.39}$$

Zur Bestimmung der Koppeladmittanzmatrix aus einer TLM-Simulation sei als Beispiel die Mikrostreifenstruktur in Bild 5.8 betrachtet. In y-Richtung werden entlang der Mikrostreifenleitungen mit der effektiven Breite w_eff (siehe Anhang A.1) jeweils 4 Tore der Länge Δl_{Si}, mit $i \in \{2..9, 12..19\}$ an jeder Mikrostreifenkante definiert. An den Kanten des Eingangstors, des Ausgangstors und der Mikrostreifenunterbrechung wird jeweils ein Tor der Länge $\Delta l_{\mathrm{S}i}$ mit $i \in \{1, 10, 11, 20\}$ eingeführt. Damit läßt sich die Mikrostreifenstruktur durch ein 20-Tor beschreiben, dessen Tornummerierung in Bild 5.8 dargestellt ist. Ferner sind auch die Orientierungen der magnetischen Stromdichteelemente skizziert.

Angeregt wird in einem beliebigen Tor gemäß der Beziehungen (4.43) und (4.44) mit einer gaußförmigen Spannung. Die Länge des zur Spannung zugehörigen magnetischen Einheitsstromdichteelements ist gleich der TLM-Zellengeometrie $\Delta l_{\mathrm{tlm},q}$.

Die Koppeladmittanzparameter können dann aus den magnetischen Feldkomponenten in den Beobachtungspunkten der TLM-Simulation und der Beziehung nach Gleichung (5.11) gemäß

$$i_p(t) = |\underline{U}_q(j\omega_r)| \frac{n_p\, n_q}{L} \cos(\omega_r t + \phi_{pq} + \phi) \tag{5.40}$$

ermittelt werden, wobei $\phi_p - \phi_q = \phi_{pq} \in \{0, \pi\}$ ist. Die Phase ϕ in Gleichung (5.40) kann durch geeignete Wahl des Startpunktes der Eigenschwingungen zu Null gesetzt werden. Die Schwingungen der magnetischen Feldkomponenten in den Beobachtungspunkten unterscheiden sich untereinander durch verschiedene Amplituden und durch Nullphasenwinkel, die nur den Wert $\phi_{pq} = 0$ oder $\phi_{pq} = \pi$ annehmen können.

Zwischen den magnetischen Feldkomponenten $H_p(t)$ entlang der Mikrostreifenperipherie und den zugehörigen Strömen senkrecht zu den Mikrostreifenkanten gilt nach Gleichung (3.45) der Zusammenhang

$$i_p(t) = H_p(t)\, \Delta l_{\mathrm{tlm},p}. \tag{5.41}$$

In Gleichung (5.41) wird das negative Vorzeichen weggelassen, da es in der Phase ϕ berücksichtigt werden kann.

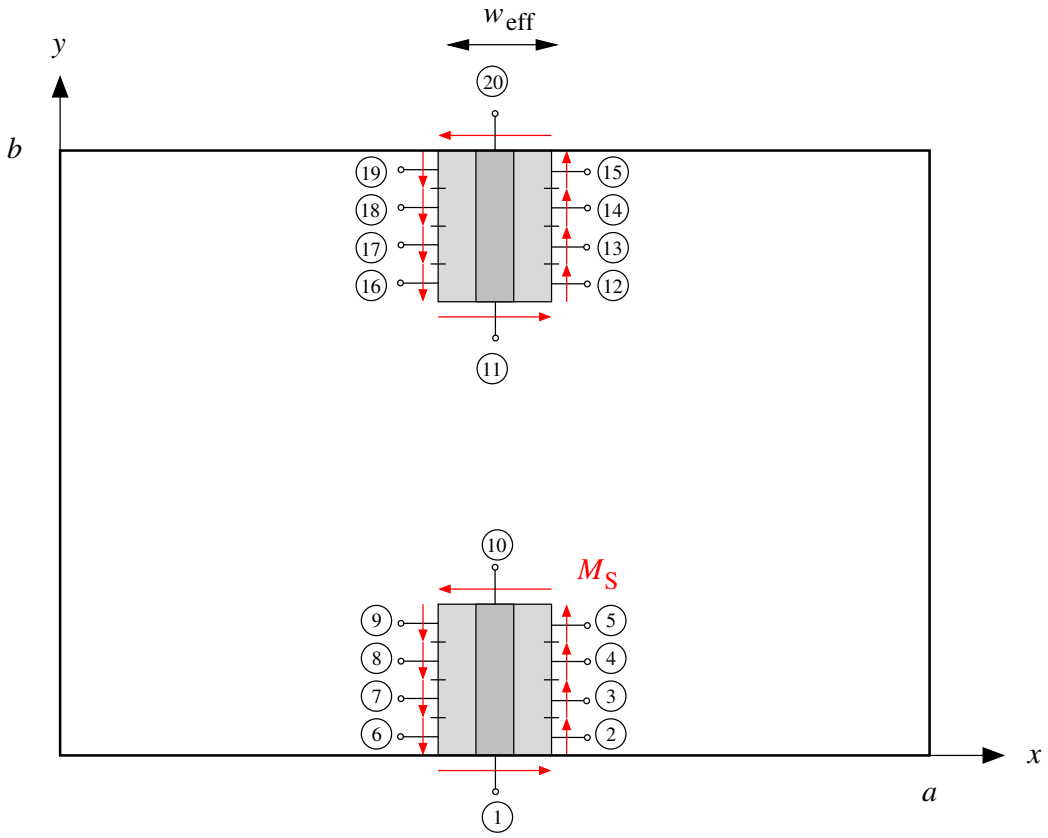


Bild 5.8: Definition der Tore und der Umlaufrichtung der magnetischen Stromdichteelemente.

Aus den Gleichungen (5.40) und (5.41) ergibt sich unter Verwendung der Beziehung (5.39) die Amplitude der Koppeladmittanzparameter

$$\hat{y}_{pq} = \frac{\hat{H}_p \, \Delta l_{\text{tlm},p}}{|\underline{U}_q(j\omega_r)|}, \tag{5.42}$$

mit $\hat{H}_p$ der Amplitude der beobachteten Komponente der magnetischen Erregung, die parallel zur Mikrostreifenkante im Beobachtungspunkt orientiert ist. Aus der Gleichung (5.42) erhält man dann durch Umskalierung der Längen der magnetischen Einheitsstromdichteelemente auf die im TLM-Simulator definierten Torbreiten (Kantensegmente) die Beziehung

$$\hat{y}_{\text{S}pq} = \frac{\hat{H}_p \, \Delta l_{\text{tlm},p}}{|\underline{U}_q(j\omega_r)|} \frac{\Delta l_{\text{S}p} \, \Delta l_{\text{S}q}}{\Delta l_{\text{tlm},p} \, \Delta l_{\text{tlm},q}}. \tag{5.43}$$

Der Vergleich der Gleichung (5.43) mit Gleichung (5.33) verdeutlicht hier noch einmal das Dualitätsprinzip.

Aus einer einzigen Simulation lassen sich aufgrund der Topologie des Koppeladmittanznetzwerks alle übrigen Admittanzparameter bestimmen. Nachdem für das Referenzsignal mit Gleichung (5.43) im Anregungspunkt die Amplitude des Admittanzparameters $\hat{y}_{\text{S}qq}$ bestimmt wurde (Referenzsignal), lassen sich die Amplituden der verbliebenen Elemente

der Hauptdiagonalen der Admittanzmatrix aus der Beziehung

$$\hat{y}_{\mathrm{S}pp} = \frac{\hat{y}^2_{\mathrm{S}pq}}{\hat{y}_{\mathrm{Sqq}}}, \tag{5.44}$$

ermitteln, mit $p \in \{1, \ldots, P\}$ und P der Anzahl der Tore. Die übrigen Elemente der Nebendiagonalen werden mit Hilfe der Gleichung

$$\hat{y}_{\mathrm{S}pq} = \sqrt{\hat{y}_{\mathrm{S}pp}}\,\sqrt{\hat{y}_{\mathrm{S}qq}}\,e^{j(\Phi_p + \Phi_{\mathrm{L}p}\Phi_q + \Phi_{\mathrm{L}q})} \tag{5.45}$$

berechnet, wobei die Phasenwinkel Φ_q, Φ_p, Φ_{Lq} und Φ_{Lp} nur zwei verschiedene Werte annehmen können $\Phi_q, \Phi_q, \Phi_{\mathrm{Lq}}, \Phi_{\mathrm{Lp}} \in \{0, \pi\}$. Damit legen diese Nullphasenwinkel das Vorzeichen der Koppeladmittanzparameter fest. Während die Nullphasenwinkel Φ_p durch Vergleich mit der Referenzphase Φ_q ermittelt werden, sind die Phasenwinkel Φ_{Lp} und Φ_{Lq} durch die Orientierung der Tore bzw. der magnetischen Einheitsstromdichteelemente gemäß Bild 5.8 festgelegt.

Auf diese Weise ergibt sich die Koppeladmittanzmatrix unter Verwendung der Laplacekorrespondenz der Gleichung (5.6) und Überführung in den Fourierbereich ($s \rightarrow j\omega$) zu

$$\underline{\mathbf{Y}}_{\mathrm{S}}(j\omega) = \begin{pmatrix} \hat{y}_{\mathrm{S}11} & \hat{y}_{\mathrm{S}12} & \cdots & \hat{y}_{\mathrm{S}1Q} \\ \hat{y}_{\mathrm{S}21} & \hat{y}_{\mathrm{S}22} & \cdots & \hat{y}_{\mathrm{S}2Q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{y}_{\mathrm{S}P1} & \hat{y}_{\mathrm{S}P2} & \cdots & \hat{y}_{\mathrm{S}PQ} \end{pmatrix} \cdot \frac{j\omega}{\omega_r^2 - \omega^2}, \tag{5.46}$$

mit $P = Q$ der Anzahl der Tore (Beobachtungspunkte).

5.5 Die Prony-Methode

5.5.1 Einführung

Die numerische Analyse passiver Strukturen mit hohem Gütefaktor mittels Zeitbereichsverfahren, wie der TLM- oder der FDTD-Methode, erfordert eine große Anzahl von Zeitschritten, damit die Fouriertransformation für ausreichend abgeklungene Zeitsignale durchgeführt werden kann. Eine unzureichende Anzahl von Zeitschritten führt aufgrund des Fensterungseffekts der Beobachtungssignale zu einem Fehler in Form einer $\sin(x)/x$-Funktion in der Fouriertransformation.

Zur Reduzierung der Simulationszeit und zur Vermeidung der direkten Anwendung der Fouriertransformation werden zur numerischen Analyse hochresonanter Strukturen spektrale Schätzverfahren eingesetzt, die eine Extrapolation (Vorwärtsprädiktion) des Simulationssignals aus einem kurzen aufgenommenen Datensatz ermöglichen und die Bestimmung des Spektrums aus Modellparametern erlauben.

Die am häufigsten verwendeten spektralen Schätzverfahren sind die harmonischen Dekompositionsmethoden nach Pisarenko und Prony [44] - [49], die MUSIC-Methode (MUltiple SIgnal Classification) [50] und die parametrischen Verfahren, die das autoregressive (AR)-, das

moving averaged (MA)- oder das auto regressive moving averaged (ARMA)-Signalmodell benutzen [51] - [53].

Einen weiteren wesentlichen Vorteil, den die spektralen Schätzverfahren gegenüber fourierbasierten Methoden aufweisen, besteht in der Möglichkeit zur Automatisierung der Systemmatrizengenerierung bzw. deren zugehörigen Ersatzschaltbilder. Hierzu eignen sich besonders die Verfahren, die auf Basis der harmonischen Dekomposition arbeiten. Bei diesen Verfahren wird als a priori Information die Existenz sinusförmiger Signale im Datensatz angenommen. Der abgetastete Datensatz wird durch ein Signalmodell beschrieben, das sich aus einer Summe gewichteter komplexer Exponentialfunktionen oder Sinusfunktionen zusammensetzt. Abhängig vom Verfahren wird im Zeitreihenmodell eine additive Rauschkomponente mitberücksichtigt. Als Ergebnis liefern diese Verfahren die Modellparameter der extrahierten Schwingungen mit denen das Zeitsignal extrapoliert oder die Fouriertransformierte analytisch bestimmt werden kann [53].

Die Prony-Methode ist gegenüber der Pisarenko-Methode einfacher zu implementieren und die Parameter der Schwingungen werden vollständig bestimmt. Im Gegensatz zur Prony-Methode werden bei der Pisarenko-Methode die Phasenwinkel der Schwingungen nicht ermittelt. Daher wurde die Prony-Methode in dieser Arbeit ausgewählt.

Im Folgenden werden die wesentlichen Eigenschaften der Prony-Methode zusammengefasst, mit der die Extraktion, der in den Datensätzen der Zeitbereichssimulation enthaltenden Schwingungen (Moden), durchgeführt wird. Eine ausführliche Beschreibung der Prony-Methode und ihren Varianten ist in [54] zu finden.

Als Eingabeparameter benötigt die Prony-Methode die Anzahl der im Zeitsignal enthaltenen Schwingungen. Ihre Bestimmung erfolgt mit der Singulärwertzerlegung, die im nachfolgenden Abschnitt vorgestellt wird.

5.5.2 Originalkonzept nach Prony

In dem originalen Prony-Verfahren wird ein Datensatz bestehend aus N äquidistanten Abtastwerten $x[1], x[2], \ldots, x[N]$ durch eine Summe komplexwertiger gewichteter Exponentialterme

$$x[n] = \sum_{k=1}^{p} \underline{h}_k \, \underline{z}_k^{n-1} \tag{5.47}$$

approximiert, mit

$$\underline{h}_k = A_k \, e^{j\,\Theta_k} \tag{5.48}$$

und

$$\underline{z}_k = e^{(\alpha_k + j\,2\pi\,f_k)\,T} \tag{5.49}$$

für $1 \leq n \leq N$. In den Gleichungen (5.47) bis (5.49) ist T das Abtastintervall in s, A_k die Amplitude der zugehörigen Exponentialfunktion, α_k der Dämpfungsfaktor in s^{-1}, f_k die Frequenz in Hz und Θ_k der Nullphasenwinkel in rad.

Sind die Abtastwerte reell, so treten die Amplitudenparameter $\underline{h}_k$ und zugehörigen Exponentialterme $\underline{z}_k$ als konjugiert komplexe Paare auf. Setzt sich das abgetastete Signal nur

aus gedämpften sinusförmigen Signalen zusammen, so ist die Anzahl p der Exponentialterme gerade. Ist für das abgetastete Signal noch ein Gleichanteil zu berücksichtigen, muss p ungerade gewählt werden.

Für $N = p$ reelle Abtastwerte $x[1], x[2], \ldots, x[N]$ läßt sich Gleichung (5.47) in die Matrixform

$$\begin{pmatrix} \underline{z}_1^0 & \underline{z}_2^0 & \cdots & \underline{z}_p^0 \\ \underline{z}_1^1 & \underline{z}_2^1 & \cdots & \underline{z}_p^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ \underline{z}_1^{p-1} & \underline{z}_2^{p-1} & \cdots & \underline{z}_p^{p-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{h}_1 \\ \underline{h}_2 \\ \vdots \\ \underline{h}_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x[1] \\ x[2] \\ \vdots \\ x[p] \end{pmatrix} \tag{5.50}$$

bringen. Sind die $\underline{z}$-Parameter der Matrix in Gleichung (5.50) bekannt, liegt ein lineares Gleichungssystem vor, welches für die unbekannten Amplitudenkoeffizienten $\underline{h}_k$ zu lösen ist. In diesem Fall läßt sich das lineare Gleichungssystem für $N = p$ Abtastwerte exakt lösen. Liegen mehr Abtastwerte vor, als zur Lösung des Gleichungssystems erforderlich sind ($N > p$), ist das Gleichungssystem überbestimmt und eine Lösung kann mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (LS, Least Squares Solution) gefunden werden. Diese Vorgehensweise findet in der erweiterten Prony-Methode Anwendung. Da aber die $\underline{z}$-Parameter unbekannt sind, werden mindestens $N = 2p$ Gleichungen benötigt, um die unbekannten Parameter $\underline{h}_1$, $\underline{h}_2$,..., $\underline{h}_p$, $\underline{z}_1$, $\underline{z}_2$,..., $\underline{z}_p$ zu bestimmen. Zudem liegt für diesen Fall ein nichtlineares Gleichungssystem vor, das schwierig zu lösen ist.

Prony hat eine Methode gefunden, die es erlaubt, die $\underline{z}$- und $\underline{h}$-Parameter des Gleichungssystems (5.50) getrennt voneinander zu berechnen. Der Schlüssel dieser Entkopplung ist die Erkenntnis, dass für $N = 2p$ Abtastwerte Gleichung (5.47) die Lösung einer homogenen Differenzengleichung mit konstanten Koeffizienten

$$\sum_{m=0}^{p} a_m \, x[n-m] = 0 \tag{5.51}$$

mit $p + 1 \leq n \leq 2p$ und $a_0 = 1$ darstellt, die sich in die Matrixform

$$\begin{pmatrix} x[p] & x[p-1] & \cdots & x[1] \\ x[p+1] & x[p] & \cdots & x[2] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ x[2p-1] & x[2p-2] & \cdots & x[p] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x[p+1] \\ x[p+2] \\ \vdots \\ x[2p] \end{pmatrix} \tag{5.52}$$

bringen läßt. Für die Beziehung in Gleichung (5.51) findet man in der Literatur den Begriff der linearen Vorwärtsprädiktions-Gleichung (FLP, forward linear prediction), da der aktuelle Abtastwert $x[n]$ aus der gewichteten Summe vergangener Abtastwerte $x[n-1] \cdots, x[n-p]$ berechnet wird.

Einsetzen der Gleichung (5.47) in die Gleichung (5.51) liefert das charakteristische Polynom p-ter Ordnung

$$\sum_{m=0}^{p} a_m \, \underline{z}^{p-m} = 0, \tag{5.53}$$

mit $a_0 = 1$. Die Nullstellen des charakteristischen Polynoms sind die komplexwertigen Exponentialfunktionen $\underline{z}_k$.

Zur Approximation von $N = 2p$ äquidistanten Abtastwerten mit p Exponentialfunktionen, lässt sich die Methode in drei Schritten zusammenfassen. Im ersten Schritt werden die Koeffizienten a_1, a_2, ..., a_p des Gleichungssystems (5.52) bestimmt. Anschließend werden in einem zweiten Schritt die Nullstellen $\underline{z}_k$ des charakteristischen Polynoms (5.53) ermittelt. Mit diesen Nullstellen lassen sich aus Gleichung (5.49) die Dämpfungsfaktoren

$$\alpha_k = \frac{1}{T}\, ln(|\underline{z}_k|) \tag{5.54}$$

und Frequenzen

$$f_k = \frac{1}{2\pi\, T}\, Arctan\left(\frac{Im\{\underline{z}_k\}}{Re\{\underline{z}_k\}}\right) \tag{5.55}$$

berechnen. Im dritten Schritt wird das Gleichungssystem (5.50) für die Amplitudenkoeffizienten $\underline{h}_k$ gelöst und mit diesen aus Gleichung (5.48) die Amplituden

$$A_k = |\underline{h}_k| \tag{5.56}$$

und Nullphasenwinkel

$$\Theta_k = Arctan\left(\frac{Im\{\underline{h}_k\}}{Re\{\underline{h}_k\}}\right) \tag{5.57}$$

der Exponentialfunktionen bestimmt.

5.5.3 Die erweiterte Prony-Methode (Kovarianz-Methode)

In der Praxis ist im Allgemeinen die Anzahl der Abtastwerte größer, als zur Bestimmung der $\underline{z}$- und $\underline{h}$-Parameter erforderlich ist, d.h. $N > 2p$. Die daraus resultierenden überbestimmten Gleichungssysteme (5.50) und (5.52) lassen sich dann mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate lösen.

Für den überbestimmten Fall geht das Gleichungssystem (5.52) in die Form

$$\mathbf{X} \cdot \boldsymbol{a} = -\boldsymbol{x} \tag{5.58}$$

über. In der Gleichung (5.58) ist $\boldsymbol{a}$ der Koeffizientenvektor, $\boldsymbol{x}$ der Datenvektor und $\mathbf{X}$ die Datenmatrix, die sich aus den reellen Abtastwerten $x[1], x[2], \ldots, x[N]$ zusammensetzen

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x[p] & x[p-1] & \cdots & x[1] \\ x[p+1] & x[p] & \cdots & x[2] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ x[N-1] & x[N-2] & \cdots & x[N-p] \end{pmatrix}, \; \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x[p+1] \\ x[p+2] \\ \vdots \\ x[N] \end{pmatrix}, \; \boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{pmatrix}. \tag{5.59}$$

Die Minimierung des Fehlers im Sinne der Methode der kleinsten Fehlerquadrate führt auf die Normalengleichung

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{X} \cdot \boldsymbol{a} = -\mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{x}. \tag{5.60}$$

In Hinblick auf die parametrischen Verfahren zur Spektralschätzung, lässt sich die Normalengleichung (5.60) auch wie folgt schreiben

$$\mathbf{R}_{\mathrm{x}} \cdot \boldsymbol{a} = -\boldsymbol{r}_{\mathrm{x}}, \tag{5.61}$$

mit $\mathbf{R}_{\mathrm{x}}$ der Autokorrelationsmatrix

$$\mathbf{R}_{\mathrm{x}} = \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} r_{\mathrm{xx}}[1,1] & r_{\mathrm{xx}}[1,2] & \cdots & r_{\mathrm{xx}}[1,p] \\ r_{\mathrm{xx}}[2,1] & r_{\mathrm{xx}}[2,2] & \cdots & r_{\mathrm{xx}}[2,1] \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ r_{\mathrm{xx}}[p,1] & r_{\mathrm{xx}}[p,2] & \cdots & r_{\mathrm{xx}}[p,p] \end{pmatrix} \tag{5.62}$$

und $\boldsymbol{r}$ dem Korrelationsvektor

$$\boldsymbol{r} = \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} r_{\mathrm{xx}}[1,0] \\ r_{\mathrm{xx}}[2,0] \\ \vdots \\ r_{\mathrm{xx}}[p,0] \end{pmatrix}, \tag{5.63}$$

deren Elemente

$$r_{\mathrm{xx}}[k,l] = \sum_{n=p+1}^{N} x[n-l] \cdot x[n-k] \tag{5.64}$$

aus den Abtastwerten bestimmt werden.

Sind die Spalten der Matrix $\mathbf{X}$ linear unabhängig, d.h. $\mathbf{X}$ besitzt den vollen Rang, dann ist die resultierende Matrix $\mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{X}$ invertierbar und die Lösung

$$\boldsymbol{a} = -\mathbf{X}^{+} \cdot \boldsymbol{x} \tag{5.65}$$

mit Hilfe der Moore-Penrose-Pseudoinversen

$$\mathbf{X}^{+} = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{X}\right)^{-1} \cdot \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \tag{5.66}$$

bestimmbar. Die Lösung nach Gleichung (5.65) ist identisch mit der Lösung zur Bestimmung der Parameter eines autoregressiven Modells mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, auch Kovarianz-Methode genannt.

5.5.4 Identifikation sinusförmiger Signale im Rauschen

Bisher wurde davon ausgegangen, dass die Anzahl der Exponentialterme bekannt und der Datensatz von Abtastwerten frei von Rauschen ist. Den numerisch ermittelten Nutzsignalen sind in der Regel Rauschkomponenten überlagert, wie sie z.B. bei der Darstellung der Netzwerkgrößen auf dem TLM-Gitter oder den Feldkomponenten auf dem FDTD-Gitter als endliche Gleitkommazahlen auftreten (sog. numerisches Rauschen).

Die Überlagerung der zu analysierenden harmonischen Schwingungen mit Rauschen führt zu einer ungenauen Schätzung der Frequenzen und Dämpfungsfaktoren. Mit kleiner werdendem Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) bewegen sich die Nullstellen des charakteristischen Polynoms in der z-Ebene immer mehr aus ihrer ursprünglichen Lage.

Da in der Prony-Methode die Berücksichtigung einer additiven Rauschkomponente nicht vorgesehen ist, werden in der Literatur Verfahren zur Verbesserung der Identifikation harmonischer Signale aus einem verrauschten Datensatz vorgestellt, die eine Schätzung der

Anzahl der Harmonischen ermöglichen und die Genauigkeit der Schätzung von Frequenzen und Dämpfungsfaktoren durch Reduzierung des Rauschens in der Daten- bzw. der zugehörigen Autokorrelationsmatrix verbessern. Zu diesen Verfahren zählt die Tufts-Kumaresan-Methode [55], [56], die zur Bestimmung der Anzahl der Harmonischen und zur Rauschreduzierung die Vorwärts-, Rückwärtsprädiktion und die Singulärwertzerlegung verwendet.

Lineare Vorwärts- und Rückwärtsprädiktion

Gemäß dem Originalkonzept nach Prony lassen sich p Exponentialterme durch die lineare Vorwärtsprädiktionsgleichung (5.51) beschreiben, die sich für $p+1 \leq n \leq N$ in ein lineares Gleichungssystem (5.50) bzw. (5.61) überführen läßt. Aus dem zu Gleichung (5.51) korrespondierenden charakteristischen Polynom

$$A(\underline{z}) = \sum_{m=0}^{p} a_m \, \underline{z}^{p-m} \tag{5.67}$$

lassen sich die Nullstellen

$$\underline{z}_k = e^{\underline{s}_k} \tag{5.68}$$

für $1 \leq k \leq p$ und mit

$$\underline{s}_k = (\alpha_k + j\,2\pi\, f_k)\, T \tag{5.69}$$

bestimmen. Die gleichen p Exponentialterme lassen sich auch mit einer linearen Rückwärtsprädiktionsgleichung (BLP, backwards linear prediction)

$$\sum_{m=0}^{p} b_m \, x[n-p+m] = 0, \tag{5.70}$$

mit $b_0 = 1$, approximieren.

Entsprechend der Ableitung des linearen Gleichungssystems (5.52) bzw. (5.59) für die Vorwärtsprädiktion läßt sich auch für die Abtastwerte $x[1], x[2], \ldots, x[N]$ aus der Rückwärtsprädiktionsgleichung (5.70) mit $p+1 \leq n \leq N$ das folgende lineare Gleichungssystem ableiten

$$\begin{pmatrix} x[2] & x[3] & \cdots & x[p+1] \\ x[3] & x[4] & \cdots & x[p+2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x[N-p+1] & x[N-p+2] & \cdots & x[N] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x[1] \\ x[2] \\ \vdots \\ x[N-p] \end{pmatrix}. \tag{5.71}$$

Während das durch die Vorwärtsprädiktionsgleichung beschriebene Filter zur Vorhersage des aktuellen Abtastwertes die Summe gewichteter vergangener Abtastwerte verwendet, wird bei dem durch Gleichung (5.70) beschriebenen Rückwärtsprädiktionsfilter zur Vorhersage des vergangenen Abtastwertes die Summe aktueller gewichteter Abtastwerte benutzt. Das zu Gleichung (5.70) zugehörige charakteristische Polynom

$$B(\underline{z}) = \sum_{m=0}^{p} b_m \, \underline{z}^{p-m} \tag{5.72}$$

besitzt die Nullstellen

$$\underline{z}_k = e^{-\underline{s}_k^*} \tag{5.73}$$

mit den zu Gleichung (5.69) konjugiert komplexen Exponenten

$$\underline{s}_k^* = (\alpha_k - j\,2\pi\,f_k)\,T \tag{5.74}$$

für $1 \leq k \leq p$.

Für abklingende Dämpfungsfaktoren ($\alpha_k < 0$) liegen die Nullstellen des charakteristischen Polynoms der linearen Vorwärtsprädiktionsgleichung (5.67) innerhalb des Einheitskreises der z-Ebene. Im Gegensatz dazu fallen die Nullstellen der linearen Rückwärtsprädiktionsgleichung (5.72) aufgrund ihrer zur Vorwärtsprädiktion reziproken Lage entlang der Radien in der z-Ebene außerhalb des Einheitskreises [54].

Am Beispiel von zwei überlagerten Kosinusschwingungen

$$x(t) = A_1 e^{\alpha_1 t}\cos(2\pi f_1 t + \phi_1) + A_2 e^{\alpha_2 t}\cos(2\pi f_2 t + \phi_2) \tag{5.75}$$

mit den in Tabelle 5.3 angegebenen Funktionsparametern (Amplitude, Dämpfungsfaktor, Frequenz und Nullphasenwinkel) sind in Bild 5.9 die Nullstellen der charakteristischen Polynome der linearen Vorwärts- und Rückwärtsprädiktionsgleichung in der z-Ebene dargestellt. Das Zeitsignal $x(t)$ wurde mit der Frequenz von $f_\mathrm{a} = 5$ GHz abgetastet. Nach der Bestimmung der Koeffizienten a_i der Vorwärtsprädiktionsgleichung und b_i der Rückwärtsprädiktionsgleichung aus den Gleichungssystemen (5.52) und (5.71) für $N = 8$ Abtastwerte, werden die Nullstellen der charakteristischen Polynome ermittelt. Da sich eine Kosinusschwingung aus zwei Exponentialtermen zusammensetzt, wird die Polynomordnung auf $p = 4$ festgelegt.

Parameter	Schwingung $i = 1$	Schwingung $i = 2$
A_i	$1,0$	$2,0$
α_i [s^{-1}]	$-0,05\,f_a$	$-0,1\,f_a$
f_i [GHz]	$1,0$	$1,2$
ϕ_i [rad]	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

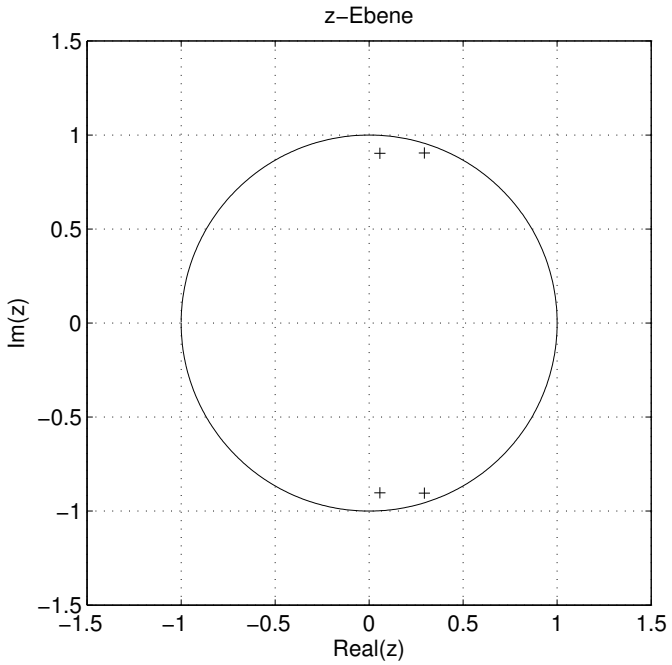
Tabelle 5.3: Funktionsparameter von zwei überlagerten gedämpften Kosinusschwingungen.

Ist der Datensatz von Abtastwerten mit weißem Rauschen additiv überlagert, so werden die charakteristischen Nullstellen aus ihrer ursprünglichen Lage verschoben, was eine falsche Schätzung der Frequenzen und der Dämpfungsfaktoren zur Folge hat.

Für ein Signal-Rausch-Verhältnis von SNR = 20 dB ist in Bild 5.10 der zeitliche Verlauf des Signals nach Gleichung (5.75) mit einem additiv überlagertem weißen Rauschprozeß dargestellt.

Zur Untersuchung der Verschiebung der charakteristischen Nullstellen aus ihrer ursprünglichen Lage durch das Rauschen, sind in 50 Versuchen neue Rauschsequenzen generiert und dem Signal nach Gleichung (5.75) additiv überlagert worden.

a)



b)

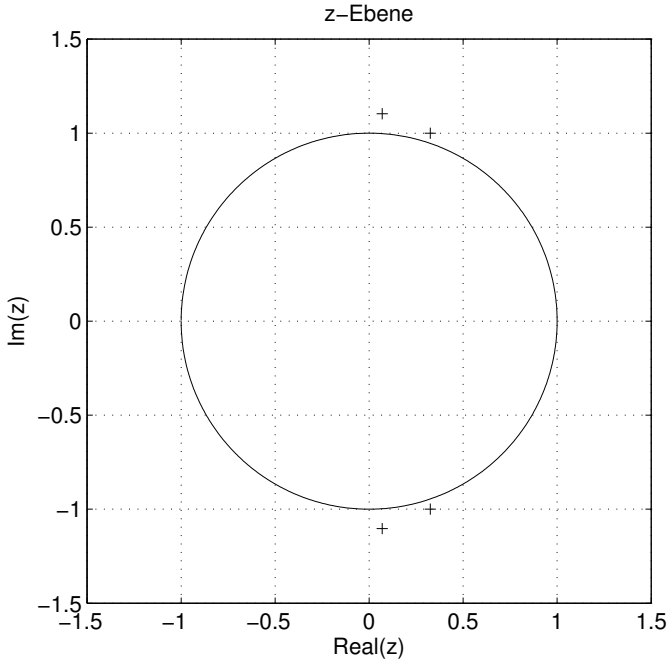


Bild 5.9: Nullstellen der charakteristischen Polynome eines ungestörten Signals für eine Prädiktionsordnung $p = 4$: a) Vorwärtsprädiktion, b) Rückwärtsprädiktion.

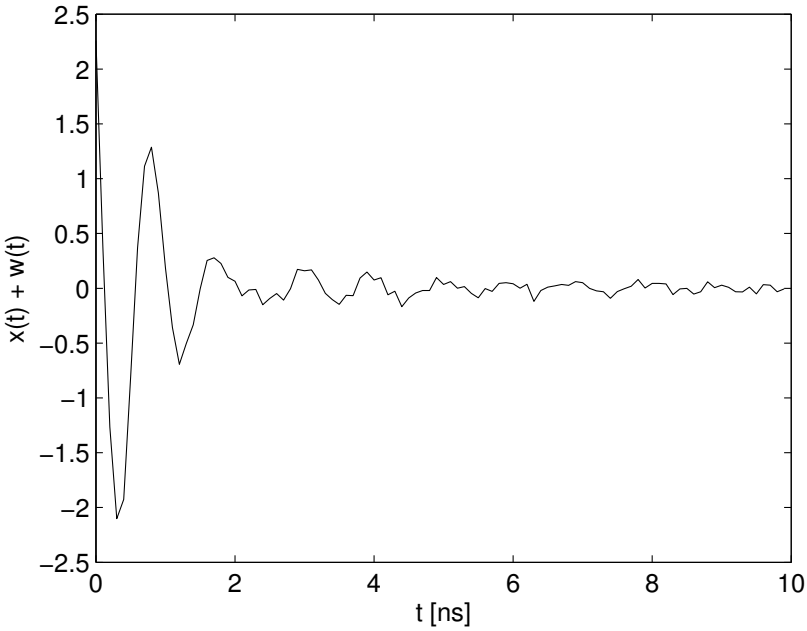


Bild 5.10: Überlagerung von zwei gedämpften Kosinusschwingungen und additivem weißen Rauschen.

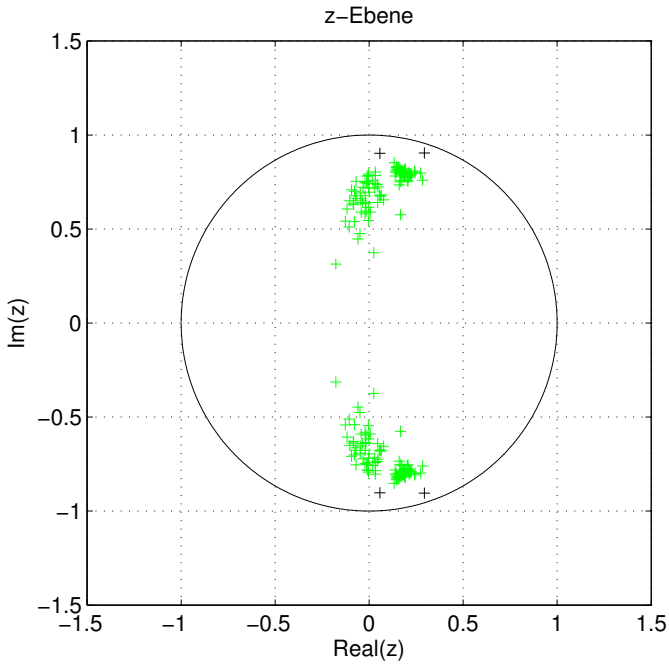
Anschließend wurden für die Polynomordnung $p = 4$ und $N = 48$ Abtastwerte die Koeffizienten mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate aus den Gleichungssystemen (5.59) und (5.71) ermittelt.

In Bild 5.11 sind die Nullstellen der charakteristischen Polynome für die 50 Versuche dargestellt. Zusätzlich sind noch die Nullstellen (schwarze Kreuze) des rauschfreien Signals hinzugefügt. Deutlich ist die Verschiebung der Nullstellen aus ihren ursprünglichen Lagen aufgrund des Rauschens sichtbar.

Die Verschiebung der Nullstellen der charakteristischen Polynome aus ihrer ungestörten Lage durch den Rauschprozess, läßt sich durch Erhöhen der Ordnung der Prädiktionsgleichungen deutlich reduzieren. Durch die Erhöhung der Prädiktionsordnung werden jedoch neben den physikalisch Nullstellen zusätzlich noch weitere unphysikalische, sogenannte numerische Nullstellen, erzeugt. Die Unterscheidung zwischen numerischen und physikalischen Nullstellen ist bei der Vorwärtsprädiktion schwierig. Daher wird auch die Rückwärtsprädiktion eingesetzt. Auf diese Weise lässt sich eine Trennung der physikalischen von den numerischen Nullstellen durchführen, da bei der linearen Rückwärtsprädiktion die physikalischen Nullstellen außerhalb und die numerischen innerhalb des Einheitskreises der z-Ebene liegen. Der Grund dafür, dass sich bei der Rückwärtsprädiktion die numerischen Nullstellen innerhalb des Einheitskreises der z-Ebene befinden, liegt an den statistischen Eigenschaften des stationären Rauschprozesses, der sich durch die Zeitumkehr nicht ändert.

In Bild 5.12 sind für 50 Versuche und einer Erhöhung der Prädiktionsordnung auf $p = 8$ die Nullstellen der charakteristischen Polynome dargestellt. Durch die Erhöhung der Polynomordnung gruppieren sich die physikalischen Nullstellen um die ungestörten Nullstellen.

a)



b)

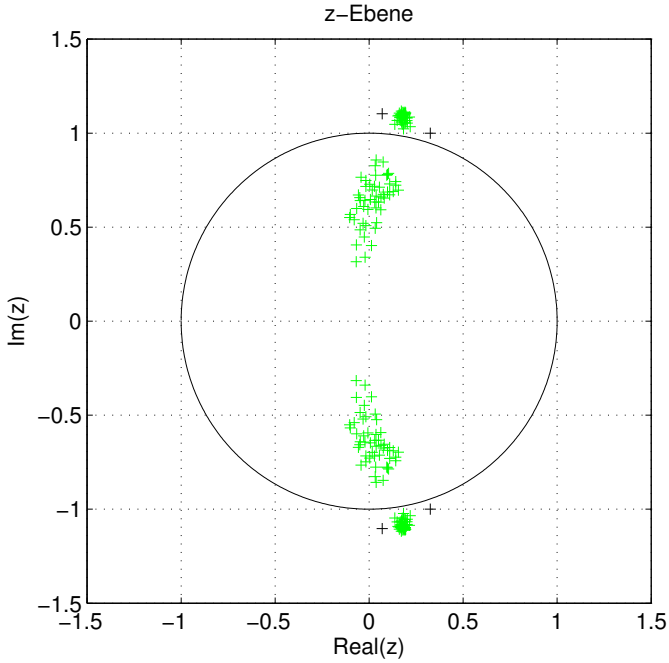
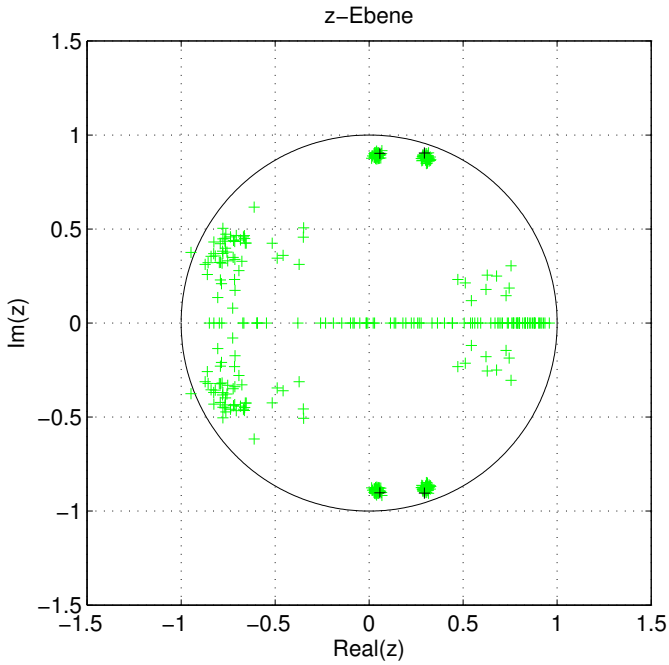


Bild 5.11: Nullstellen der charakteristischen Polynome eines verrauschten Signals für eine Prädiktionsordnung $p = 4$: a) Vorwärtsprädiktion, b) Rückwärtsprädiktion.

a)



b)

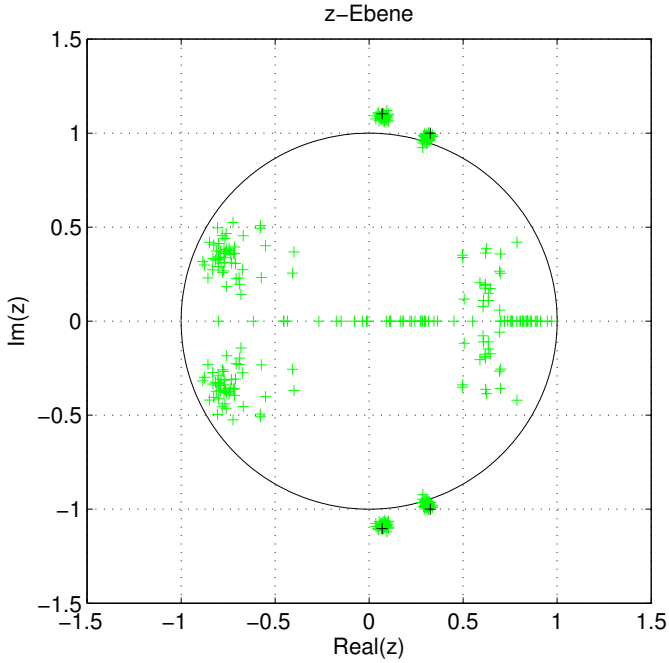


Bild 5.12: Nullstellen der charakteristischen Polynome eines verrauschten Signals für eine Prädiktionsordnung $p = 8$: a) Vorwärtsprädiktion, b) Rückwärtsprädiktion.

Ist das Signal-Rausch-Verhältnis groß genug, besteht damit auch die Möglichkeit, die Anzahl der Exponentialterme im Datensatz zu bestimmen.

Im Fall eines verrauschten Signals zeigt die obige Diskussion, dass die Extrahierung der physikalischen Nullstellen mit Hilfe der beiden charakteristischen Polynome $A(\underline{z})$ und $B(\underline{z})$ prinzipiell möglich ist. Die Implementierung der automatischen Bestimmung der physikalischen Nullstellen und damit der Anzahl der im Datensatz enthaltenen Schwingungen gestaltet sich jedoch recht schwierig.

Ein Verfahren mit dem das Rauschen in einem Datensatz reduziert werden kann und welches die Möglichkeit der automatischen Bestimmung der Anzahl der Schwingungen im Datensatz auf einfache Weise ermöglicht, stellt die Singulärwertzerlegung (SVD, Singular Value Decomposition) dar.

Singulärwertzerlegung

Die Singulärwertzerlegung ist ein mathematisches Mittel, das zur Spektralschätzung, zur Rauschreduzierung und zur Bestimmung von Pseudoinversen verwendet wird. Die Singulärwertzerlegung läßt sich im ersten Lösungsschritt der Prony-Methode zur Reduzierung des Rauschens der Datenmatrizen $\mathbf{X}$ der Vorwärtsprädiktion in Gleichung (5.61) und der Rückwärtsprädiktion in Gleichung (5.71) einsetzen. Die Datenmatrizen können aus einem unter- oder überbestimmtem Gleichungssystem resultieren.

Im Prinzip wird zur Rauschreduzierung mit der Singulärwertzerlegung zunächst die Anzahl der Eigenfrequenzen überschätzt, um sie in einem nachfolgenden Schritt zu reduzieren. Ein optimaler Wert für die überschätzte Polynomordnung der charakteristischen Gleichungen wurde für $p = 0,75\,N$ in [56] experimentell gefunden, wobei N die Anzahl der Abtastwerte ist.

Ein wesentlicher Vorteil der Singulärwertzerlegung gegenüber obigem Verfahren ist die wesentlich einfachere Unterscheidung zwischen den physikalischen und numerischen Nullstellen mit Hilfe der Singulärwerte. Dies erleichtert die Schätzung der Anzahl der in den Abtastwerten enthaltenen Schwingungen.

Die Anwendung der Singulärwertzerlegung auf die reelle $m \times n$-Datenmatrix $\mathbf{X}$ vom Rang p führt zu einer Aufspaltung dieser Matrix

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{V}^{\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{p} \sigma_k \boldsymbol{u}_i \cdot \boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}} \tag{5.76}$$

in die drei Teilmatrizen

$$\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \cdots, \mathbf{u}_m), \quad \mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \cdots, \mathbf{v}_n), \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}. \tag{5.77}$$

In Gleichung (5.76) und (5.77) ist $\mathbf{U}$ eine orthogonale $m \times m$- und $\mathbf{V}$ eine orthogonale $n \times n$-Matrix. Die $m \times n$-Matrix $\mathbf{S}$ enthält entlang ihrer Diagonalen p Singulärwerte, d.h.

$\mathbf{D} = \mathrm{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_p)$ ist eine $p \times p$-Diagonalmatrix mit den Singulärwerten σ_1 bis σ_p, die sich in absteigender Reihenfolge $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \sigma_p > 0$ anordnen lassen.

Mit $\mathbf{X}^{\mathrm{T}} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{S}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{U}^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{U}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{E}$ und $\mathbf{V}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{E}$, wobei $\mathbf{E}$ die Einheitsmatrix ist, erhält man die Beziehungen

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{V} \cdot \left(\mathbf{S}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{S}\right) \cdot \mathbf{V}^{\mathrm{T}}, \tag{5.78}$$

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^{\mathrm{T}} = \mathbf{U} \cdot \left(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^{\mathrm{T}}\right) \cdot \mathbf{U}^{\mathrm{T}}, \tag{5.79}$$

aus denen sich die Gleichungen zur Bestimmung der Eigenvektoren $\boldsymbol{v}_i$ und $\boldsymbol{u}_i$ ergeben

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{X} \cdot \boldsymbol{v}_i = \sigma_i^2 \boldsymbol{v}_i, \tag{5.80}$$

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{u}_i = \sigma_i^2 \boldsymbol{u}_i, \tag{5.81}$$

mit $1 \leq i \leq p$. Die beiden Matrizen $\mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{X}$ und $\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^{\mathrm{T}}$ teilen sich somit die gleichen Eigenwerte σ_i^2 (quadrierte Singulärwerte).

Beinhaltet das verrauschte abgetastete Signal k Exponentialfunktionen, dann spannen k Eigenvektoren, die mit den k größten Singulärwerten korrespondieren, den Signalraum auf. Die verbliebenen $p-k$ Eigenvektoren, die mit den viel kleineren Singulärwerten korrespondieren, spannen den Rauschraum auf.

Eine Rauschreduzierung der Datenmatrix $\mathbf{X}$ lässt sich durchführen, indem die kleinsten Singulärwerte aus der Matrix $\mathbf{S}$ und die korrespondierenden Eigenvektoren aus den Matrizen $\mathbf{U}$ und $\mathbf{V}$ gestrichen werden. Damit wird die Matrix $\mathbf{U}$ auf eine $m \times k$-Matrix $\mathbf{U}_{\mathrm{r}}$, die Matrix $\mathbf{V}$ auf eine $k \times n$-Matrix $\mathbf{V}_{\mathrm{r}}$ und die $\mathbf{S}$-Matrix auf eine $k \times k$-Matrix $\mathbf{S}_{\mathrm{r}}$ reduziert.

Zu beachten ist, dass i.a. für die in den Gleichungssystemen (5.58) und (5.71) enthaltenen Datenvektoren $\boldsymbol{x}$ keine Rauschreduzierung durchgeführt wird. Weitere Verbesserungen hierzu werden in [54] vorgeschlagen.

Mit Hilfe der Singulärwertzerlegung läßt sich für die reelle $m \times n$-Matrix $\mathbf{X}$ vom Rang p die Moore-Penrose Pseudoinverse berechnen

$$\mathbf{X}^{+} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{S}^{+} \cdot \mathbf{U}^{\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{p} \frac{1}{\sigma_i} \boldsymbol{v}_i \cdot \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}}, \tag{5.82}$$

mit

$$\mathbf{S}^{+} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}. \tag{5.83}$$

In MATLAB stehen zur Durchführung der Singulärwertzerlegung und zur Bestimmung der Pseudoinversen die Funktion *svd* und *pinv* zur Verfügung.

Der Einsatz der Singulärwertzerlegung soll für das obige Beispiel demonstriert werden. Dazu sei das verrauschte Signal in Bild 5.10 mit einem Signal-Rausch-Verhältnis von 20 dB betrachtet. Für $N = 48$ Abtastwerte ist die Ordnung der Prädiktionsgleichungen $p = 36$ zu wählen.

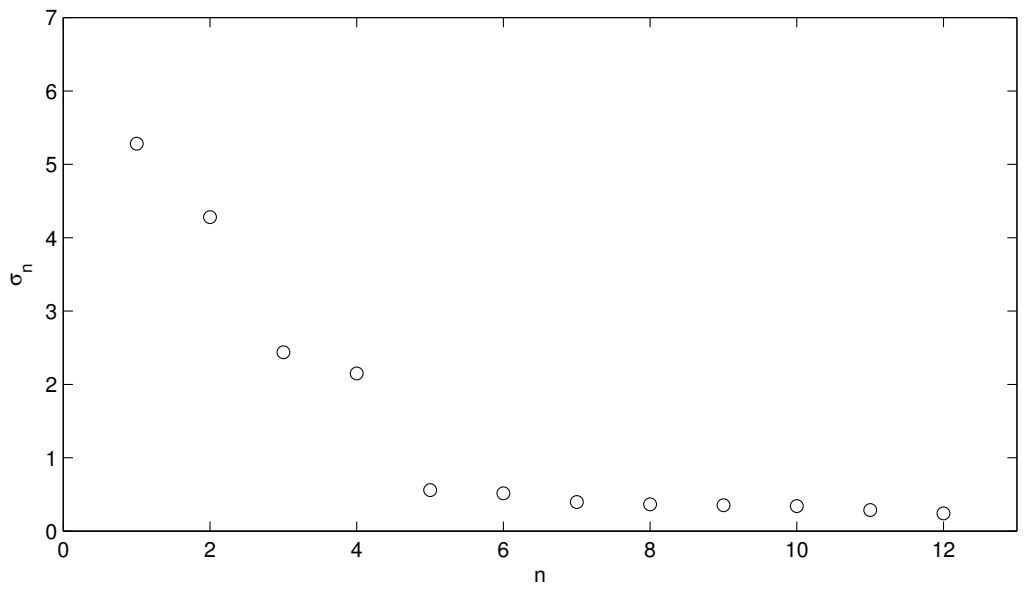


Bild 5.13: Ermittelte Singulärwerte der Datenmatrix $\mathbf{X}$ der Rückwärtsprädiktionsgleichung.

In Bild 5.13 sind die Singulärwerte der Datenmatrix $\mathbf{X}$, die aus der Rückwärtsprädiktionsgleichung ermittelt wurden, dargestellt.

Die ersten vier Singulärwerte der im Signal enthaltenen Exponentialfunktionen, die mit den physikalischen Nullstellen in der z-Ebene korrespondieren, heben sich deutlich von den verbliebenen Singulärwerten, die mit den numerischen Nullstellen in der z-Ebene korrespondieren, ab.

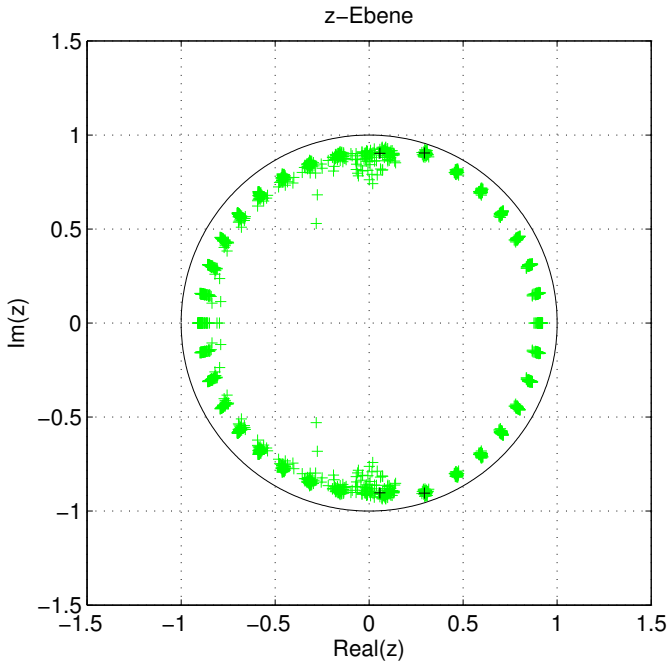
Je größer das Signal-Rausch-Verhältnis ist, desto stärker unterscheiden sich die Singulärwerte der Eigenschwingungen von den Singulärwerten der Rauschkomponenten.

Durch eine geeignet gewählte Schranke werden nur die größten Singulärwerte selektiert. In den Matrizen $\mathbf{U}$ und $\mathbf{V}$ der Datenmatrix der Vorwärts- oder Rückwärtsprädiktionsgleichung werden die Eigenvektoren, die mit den Singulärwerten unterhalb der Schranke korrespondieren, gestrichen. Die reduzierte Datenmatrix $\mathbf{X}_\mathrm{r}$ der Vorwärts- oder Rückwärtsprädiktionsgleichung setzt sich in diesem Beispiel aus der reduzierten 4×4-$\mathbf{S}_\mathrm{r}$, der reduzierten 12×4-$\mathbf{U}_\mathrm{r}$ und der reduzierten 4×36-$\mathbf{V}_\mathrm{r}$ nach der Gleichung (5.76) zusammen.

Die Nullstellen der zugehörigen charakteristischen Polynome der Vor- und Rückwärtsprädiktion sind in Bild 5.14 für 50 Versuche dargestellt. Wie zu erkennen ist, sind die numerischen Nullstellen weniger gestört und ordnen sich in einem einheitlichen Muster innerhalb des Einheitskreises an, was repräsentativ für die Anwendung eines Signalmodells aus Exponentialtermen mit überlagertem weißen Rauschen ist [54].

Bei der Eigenwertzerlegung der Datenmatrix, wie sie hier bei der Prony-Methode vorgestellt wird, spannen die Haupteigenvektoren der Matrix den Signalraum auf.

a)



b)

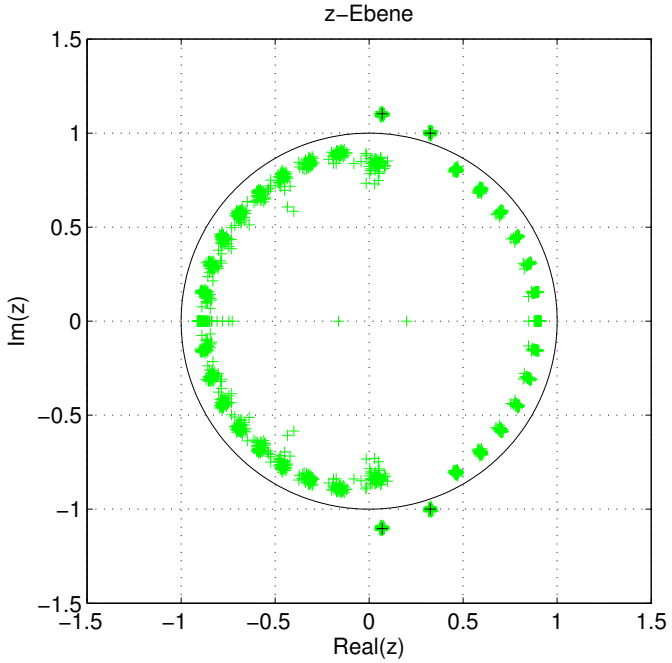


Bild 5.14: Nullstellen der charakteristischen Polynome des rauschreduzierten Signals: a) Vorwärtsprädiktion, b) Rückwärtsprädiktion.

Die zu den Eigenvektoren korrespondierenden Singulärwerte, sind größer als die Singulärwerte der Eigenvektoren des Rauschunterraumes.

Neben diesem Verfahren existieren noch weitere Methoden, bei denen durch Anwendung der Eigenwertzerlegung der durch die Autokorrelations- oder Datenmatrix beschriebene Vektorraum in zwei Vektorunterräume unterteilt wird, dem Signal- und Rauschunterraum.

Zur Erzeugung eines verbesserten Spektralschätzers, läßt sich im Fall der Autokorrelationsmatrix die Eigenwertzerlegung auf zwei verschiedene Arten durchführen. Behält man nur die Informationen der Eigenvektoren des Signalraumes zurück, d.h. man erzeugt eine neue Autokorrelationsmatrix mit einem niedrigeren Rang, so lässt sich der Signalrauschabstand vergrößern, da der Beitrag der Leistung in den Komponenten des Rauschunterraumes weggelassen wird. Dies ist die Basis für Frequenzschätzverfahren, die nur den Signalraum verwenden. Frequenzverfahren, die den Rauschunterraum verwenden, nutzen die Eigenschaft der Orthogonalität zwischen den Eigenvektoren des Signal- und Rauschunterraumes. Hierzu zählt z.B. die harmonische Zerlegung nach Pisarenko und die MUSIC-Methode. Eine ausführliche Beschreibung dieser Methoden findet man in [54], [57] und [58].

5.6 Anwendungsbeispiele

In den folgenden Beispielen soll die Extrahierung der Koppelimpedanz- bzw. der Koppeladmittanzmatrix aus den Simulationsdaten demonstriert werden. Zur Bestimmung der Koppelimpedanzmatrix werden in einer TLM-Simulation am Ort der Segmentmittelpunkte die elektrischen Feldkomponenten aufgenommen, die parallel zu den Mikrostreifensegmenten ausgerichtet sind. Entsprechend werden zur Ermittlung der Admittanzmatrix die zeitabhängigen Feldkomponenten der magnetischen Erregung entlang der Tore an der effektiven Peripherie der Mikrostreifenstruktur aufgezeichnet, die parallel zur Mikrostreifenkante ausgerichtet sind. Die Beobachtungssignale werden dann ab einem Zeitpunkt nach Abklingen der Anregung betrachtet, um das Eigenverhalten der Systeme analysieren zu können. Von Bedeutung dabei ist, dass dieser Zeitpunkt für alle Beobachtungssignale gleich sein muss, damit die Phasenbeziehungen der Signale untereinander richtig bestimmt werden können.

Bevor die Signalverarbeitung zur Extrahierung der einzelnen Gehäusemoden eingesetzt werden kann, muss das Abtastintervall Δt_{tlm} der stark überabgetasteten Simulationssignale um einen Faktor $k_{\Delta t}$ reduziert werden. Eine Möglichkeit, diesen Reduktionsfaktor festzulegen, besteht z.B. in der Anwendung des Nyquistkriteriums

$$k_{\Delta t} = \{\frac{1}{2 f_{\mathrm{g}} \Delta t_{\mathrm{tlm}}}\} \Rightarrow \Delta t_{\mathrm{a}} = k_{\Delta t} \Delta t_{\mathrm{tlm}}, \tag{5.84}$$

wobei f_g die Grenzfrequenz des Gaußimpulses (maximale Anregungsfrequenz) und t_{a} das Abtastintervall des heruntergetasteten Signals ist. Die geschweiften Klammern in Gleichung (5.84) runden den Faktor $k_{\Delta t}$ auf die nächste kleinere ganze Zahl ab [51].

Zur Ermittlung der Anzahl der Moden in den Eigenschwingungen wird die Anzahl der Gehäusemoden zunächst überschätzt (Tuft-Kumaresan-Methode), um anschließend die richtige Anzahl der Schwingungen mittels der Singulärwertzerlegung zu ermitteln. Dabei wird jede Schwingung durch zwei Singulärwerte charakterisiert. Nachdem die Anzahl der Schwingungen und damit auch die Ordnung p der Prädiktionsgleichungen bestimmt sind, werden im zweiten und dritten Lösungsschritt der Prony-Methode die Frequenzen, Phasenwinkel und Amplituden der einzelnen Schwingungen ermittelt.

Auf eine Indizierung der Gehäusemoden nach TM- und TE-Moden wird hier verzichtet, da diese für komplexe Gehäuseformen schwierig zu ermitteln und für das hier vorgestellte Verfahren nicht von Bedeutung sind.

Aus den ermittelten Resonanzfrequenzen, Amplituden und der relativen Phasenlage der Beobachtungssignale zueinander werden die Impedanz- und Admittanzmatrizen entweder direkt aus den Gleichungen (5.32) bis (5.36) ermittelt und in einem für den Schaltungssimulator gängiges Format abgespeichert (z.B. Touchstoneformat) oder es werden die zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilder bestimmt.

Die Gültigkeit der Modelle wird durch Vergleich der Übertragungsfunktionen mit den Ergebnissen aus Vollwellensimulationen überprüft. Als Vollwellensimulatoren standen die Softwarepakete SONNET [29], das auf Basis der Momentenmethode arbeitet, HFSS [59],

das die Methode der Finiten Elemente einsetzt und EMPIRE [60], das die Methode der Finiten Differenzen anwendet, zur Verfügung. Als Schaltungssimulator wurde in dieser Arbeit ADS2003a verwendet.

5.6.1 Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse

Für eine gehäuste Mikrostreifenleitung, an deren Mitte eine offene Stichleitung mit der Länge $L = 1,9$ mm angebracht ist (siehe Bild 3.12), soll die elektromagnetische Verkopplung mit dem TM_{110}-Gehäusemode mittels eines Schaltungssimulators untersucht werden. Die Mikrostreifenleitungen haben eine Breite von $w = 1,4$ mm und einen Wellenwiderstand von $50\,\Omega$.

Die Bestimmung der Koppelimpedanzmatrix erfolgt mit dem erstellten TLM-Simulator. Dazu wird der Simulationsraum äquidistant mit einem Diskretisierungsschritt von $\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 0,254$ mm diskretisiert. Aufgrund der äquidistanten Diskretisierung weicht die Geometrie des Gehäuses von der Struktur in Bild 3.12 geringfügig ab.

In x-Richtung wird die Gehäusegeometrie mit $95\,\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 24,13$ mm, in y-Richtung mit $57\,\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 14,478$ mm und in z-Richtung mit $50\,\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 12,7$ mm aufgelöst. Am Boden des Gehäuses befindet sich das planare Substrat der Höhe $h = 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ und der Permittivität $\epsilon_{\mathrm{r}} = 10,5$. Die Hauptleitung wird in 8 Segmente der Länge $\Delta l_{\mathrm{S}} = 7\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ und die Stichleitung in zwei Segmente der Länge $3\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ und $5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ unterteilt.

In der positiven Randfläche der TLM-Zelle des Raumpunktes $P_q\,(48\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 4\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}})$ erfolgt die Anregung mit einer in y-Richtung orientierten elektrischen Stromquelle. Der zeitliche Verlauf des anregenden Stromes ist ein gaußförmiger Impuls, der mit der Frequenz $f_0 = 10$ GHz moduliert und um $t_0 = 4000\,\Delta t_{\mathrm{tlm}}$ zeitverschoben ist. Über die Varianz σ wird eine Bandbreite von 4 GHz eingestellt. Außerhalb der Bandbreite sind die anregenden Komponenten des Gaußimpulses vernachlässigbar klein.

Die Abtastfrequenz der simulierten Signale von $f_{\mathrm{tlm}} = 2360,5705$ GHz ergibt sich aus dem TLM-Zeitschritt Δt_{tlm}, der für alle Beispiele auf

$$\Delta t_{\mathrm{tlm}} = \frac{\Delta l_{\mathrm{tlm}}}{2c_0} \tag{5.85}$$

festgelegt wurde, wobei c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Bei der Heruntertastung der Signale wurde jeder 50-ste Wert der simulierten Signale verwendet. Dies entspricht einer Abtastfrequenz von ca. 47 GHz.

Für die verschiedenen Beobachtungspunkte sind in Tabelle 5.4 die Ergebnisse der Amplituden $\hat{E}_i$ und der Nullphasenwinkel Φ_i der Eigenschwingungen des angeregten Gehäusemodes, sowie die Nullphasenwinkel $\Phi_{\mathrm{L}i}$ der Segmente aufgeführt. In allen Beobachtungspunkten werden mit der Singulärwertzerlegung $p = 2$ Exponentialterme detektiert, was einer einzelnen Kosinusschwingung entspricht.

i	p	$\lvert\hat{E}_i\rvert[Vm^{-1}]$	Φ_i	$\Phi_{\mathrm{L}i}$
1	2	302,5179	0°	0°
2	2	258,0681	0°	0°
3	2	175,7023	0°	0°
4	2	67,5319	0°	0°
5	2	67,2059	180°	0°
6	2	175,3772	180°	0°
7	2	257,7421	180°	0°
8	2	302,1918	180°	0°
9	2	24,3731	180°	0°
10	2	48,3204	180°	0°

Tabelle 5.4: Amplitude und Nullphasenwinkel der elektrischen Feldstärkekomponente und Nullphasenwinkel der Stromdichtesegmente in den Beobachtungspunkten des rechteckförmigen Metallgehäuses.

Hierzu wurden die ersten $N = 48$ Abtastwerte der heruntergetasteten Beobachtungssignale verwendet und das System mit einer Ordnung der Vorwärtsprädiktionsgleichung von $p = 36$ überschätzt. In Bild 5.15 ist die Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 8$ dargestellt.

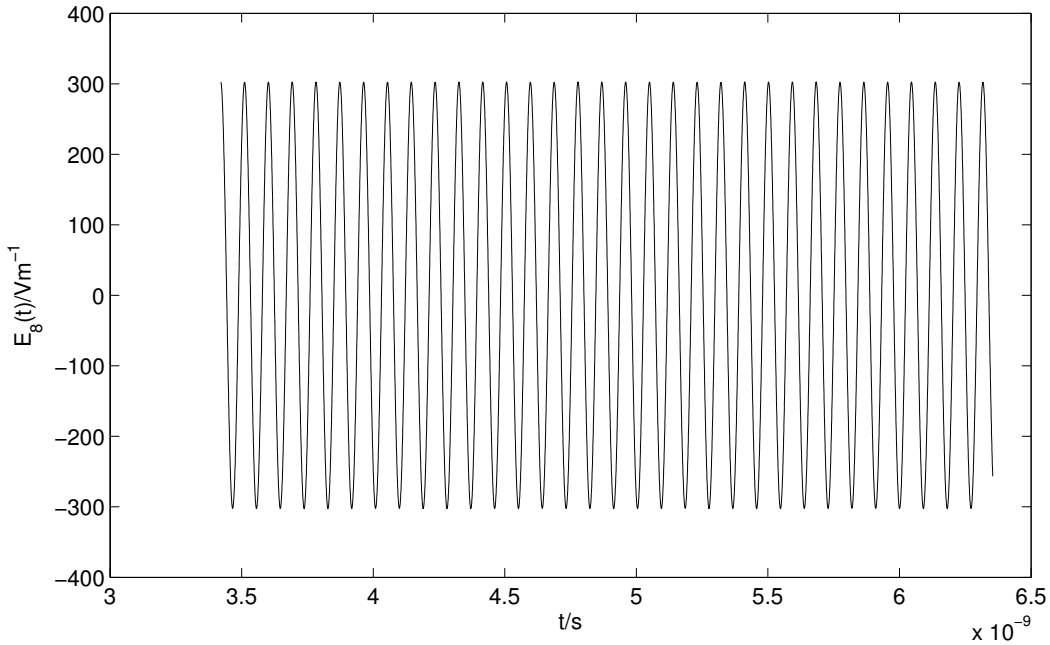


Bild 5.15: Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 8$ der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

Mit der ermittelten Anzahl der Exponentialterme werden die Frequenz und die Amplituden der Signale in den Beobachtungspunkten mit der Prony-Methode nach Abschnitt 5.5.2 berechnet, wobei zur Bestimmung der Koeffizienten a_1 und a_2 nach Gleichung (5.52) das

überbestimmte Gleichungssystem mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate gelöst wurde. Eine Rauschreduzierung der Datenmatrix war aufgrund des zu geringen Einflusses des numerischen Rauschens nicht erforderlich. In Bild 5.16 sind für die elektrische Feldstärkekomponente im Beobachtungspunkt $i = 8$ die Singulärwerte dargestellt. Da nur dominante Singulärwerte vorliegen, stellt das numerische Rauschen kein Problem dar.

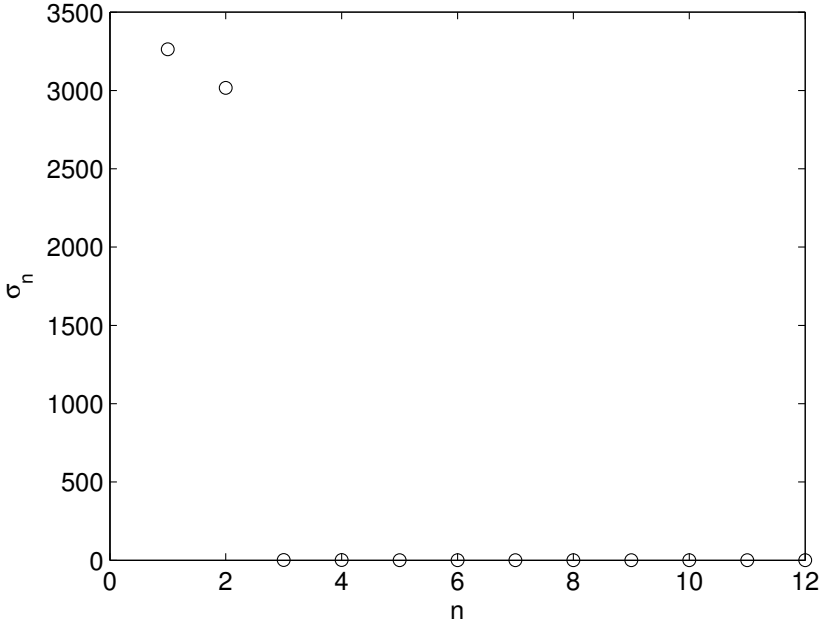


Bild 5.16: Ermittelte Singulärwerte der Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 8$ der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

Mit dem zweiten Lösungsschritt der Prony-Methode läßt sich für die Eigenschwingung z.B. im Beobachtungspunkt $i = 8$ die Resonanzfrequenz $f_\mathrm{r} = 11,047274$ GHz ermitteln. Bei dieser Resonanzfrequenz beträgt der Amplitudenwert der Gaußfunktion $|\underline{I}(j\omega_\mathrm{r})| = 84,04362$ pAs. In den Beobachtungspunkten schwingen die Amplituden mit der gleichen oder der entgegengesetzten Phase (siehe Bild 5.7). Als Bezugsphase wurde die Phase des Signals im Beobachtungspunkt $i = 1$ (entspricht dem Anregungspunkt) auf $\Phi_1 = 0°$ festgelegt.

Die Z-Matrix läßt sich unmittelbar aus den Gleichungen (5.32) bis (5.36) bestimmen und als Touchstoneformat in einem Schaltungssimulator verwenden.

Für eine geringe Anzahl von Segmenten läßt sich auch ein elektrisches Ersatzschaltbild ableiten. Hierzu wird eine beliebige Kapazität des Parallelschwingkreises, z.B. $C = 1$ pF, angenommen. Die zugehörige Induktivität von $L = 0,207553$ nH des Parallelschwingkreises ergibt sich aus der Gleichung (3.31).

Vergleicht man die Amplituden der Koppelimpedanzen nach Gleichung (5.32) des elektrischen Netzwerks Bild 3.4 mit Gleichung (5.33), so läßt sich für den Anregungspunkt, der

mit dem Beobachtungspunkt übereinstimmt (hier $i = 1$), das Übertragerverhältnis

$$n_{\mathrm{S1}} = \sqrt{C\,\frac{\hat{E}_1 \Delta l_{\mathrm{tlm},1}}{|\underline{I}(j\omega_{\mathrm{r}})|}\left(\frac{\Delta l_{\mathrm{S1}}}{\Delta l_{\mathrm{tlm},1}}\right)^2} \tag{5.86}$$

herleiten. Mit dem bekannten Übertragerverhältnis n_1 werden die verbliebenen Übertragerverhältnisse aus den Beziehungen der Gleichungen (5.32) und (5.33) ermittelt

$$n_{\mathrm{S}i} = \frac{C}{n_{\mathrm{S1}}}\frac{\hat{E}_i\,\Delta l_{\mathrm{tlm},i}}{|\underline{I}(j\omega_{\mathrm{r}})|}\frac{\Delta l_{\mathrm{S1}}\,\Delta l_{\mathrm{S}i}}{\Delta l_{\mathrm{tlm},1}\,\Delta l_{\mathrm{tlm},i}}. \tag{5.87}$$

In der Tabelle 5.5 sind die räumlichen Koordinaten der Beobachtungspunkte und die ermittelten Übertragerverhältnisse aufgelistet. Das negative Vorzeichen der Übertragerverhältnisse resultiert aus der Phasenverschiebung von $\Phi_i = 180°$ des zugehörigen Beobachtungssignals in Bezug auf das Referenzsignal und aus der Orientierung der Segmente, die in diesem Beispiel alle den Phasenwinkel von $\Phi_{\mathrm{L}i} = 0°$ aufweisen. Bezüglich der Beobachtungspunkte $i = 1..8$ ist aus den Tabellen 5.4 und 5.5 die Punktsymmetrie der elektrischen Feldkomponenten und Übertragerverhältnisse gut zu erkennen.

In Bild 5.17 ist die mit unterschiedlichen Verfahren ermittelte Übertragungsfunktion $|s_{21}|$ der gehäusten Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung dargestellt. Die Bestimmung der Übertragungsfunktion erfolgte mit dem analytischen Verfahren gemäß Abschnitt 3.2, dem numerischen Verfahren, bei dem die Koppelmatrix aus den zeitabhängigen Signalen des TLM-Simulators extrahiert wird und mit Hilfe des Feldsimulators HFSS.

i	$x_i/\Delta l_{\mathrm{tlm}}$	$y_i/\Delta l_{\mathrm{tlm}}$	n_i
1	47,5	3,5	0,2115
2	47,5	10,5	0,1807
3	47,5	17,5	0,1230
4	47,5	24,5	0,0473
5	47,5	32,5	-0,0471
6	47,5	39,5	-0,1228
7	47,5	46,5	-0,1805
8	47,5	53,5	-0,2118
9	51,5	28,5	-0,0171
10	55,5	28,5	-0,0338

Tabelle 5.5: Koordinaten der Beobachtungspunkte und Übertragerverhältnisse der gehäusten Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung.

Das zugehörige CAD-Modell der untersuchten Struktur ist in Bild 5.18 dargestellt. Die koaxialen Zuleitungen weisen einen Wellenwiderstand von $50\,\Omega$ auf.

Wie aus Bild 5.17 ersichtlich, zeigt sich eine gute Übereinstimmung für die Ergebnisse der Übertragungsfunktion, die mit den unterschiedlichen Verfahren ermittelt wurden.

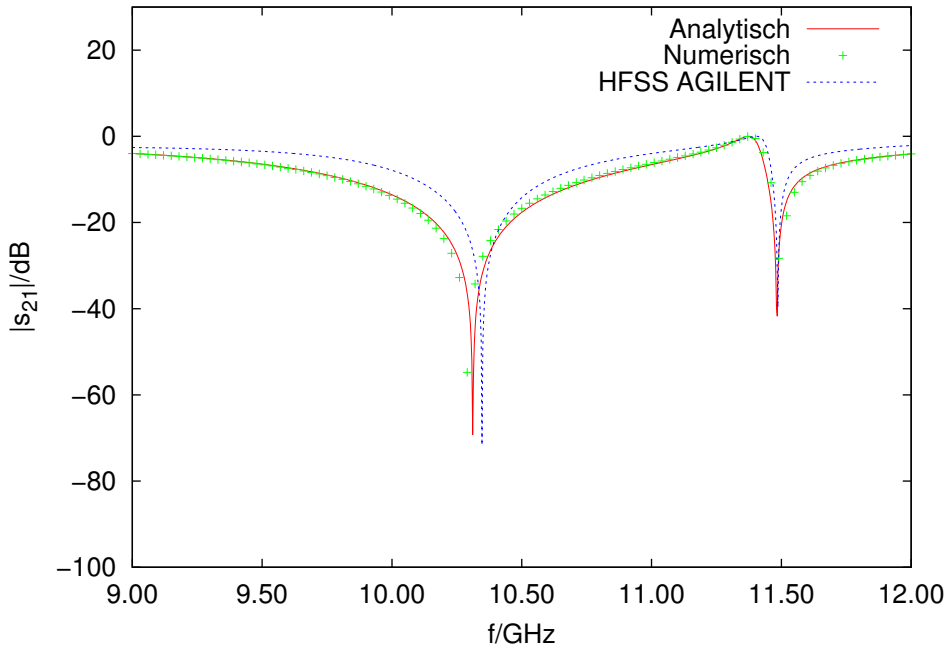


Bild 5.17: Vergleich der Übertragungsfunktionen der gehäusten Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung ermittelt mit verschiedenen Verfahren.

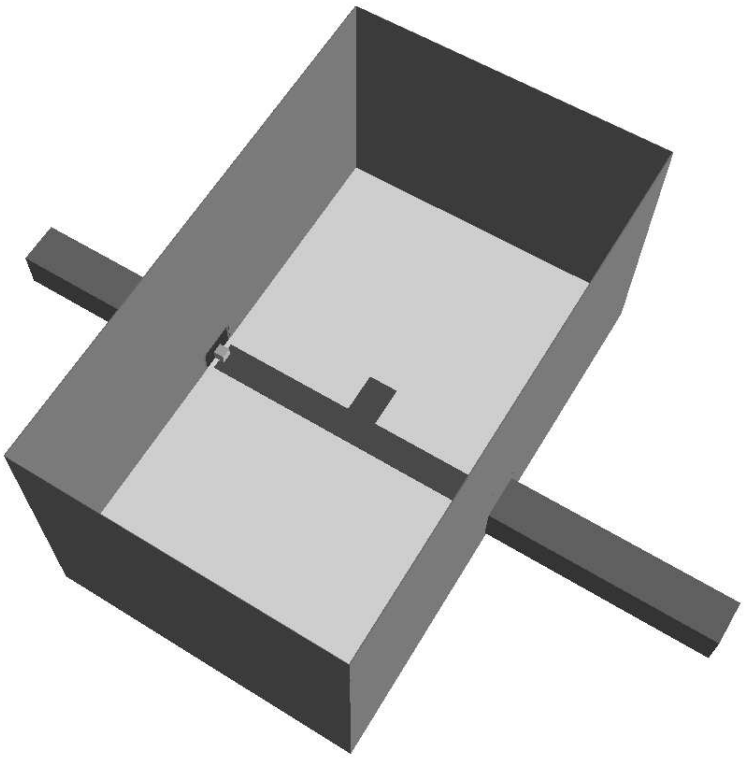


Bild 5.18: CAD-Modell der gehäusten Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung (Darstellung ohne Gehäusedeckel).

5.6.2 Versetzte Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse

Um die elektromagnetische Wechselwirkung zweier Gehäusemoden mit einer Mikrostreifenstruktur zu untersuchen, sei die Mikrostreifenleitungsunterbrechung nach Bild 3.13 betrachtet, die an die Stelle $x = 142\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ verschoben ist.

Die Mikrostreifenleitungen sind $w = 1,2$ mm breit und liegen auf einem planaren Substrat der Höhe $h = 1,27$ mm und der Permittivität $\epsilon_{\mathrm{r}} = 10,5$. Der Wellenwiderstand der Leitungen beträgt $50\,\Omega$. Bedingt durch die äquidistante Diskretisierung im TLM-Simulator weichen die Gehäuseabmessungen von denen in Bild 3.13 leicht ab. Mit einem Diskretisierungsschritt von $\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 0,254$ mm wird der Simulationsraum in x-Richtung mit $a = 189\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$, in y-Richtung mit $b = 118\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ und in z-Richtung mit $c = 39\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ diskretisiert. Die Substrathöhe wird mit $h = 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ aufgelöst. Die einzelnen Mikrostreifenleiter werden in jeweils 4 Segmente der Länge $\Delta l_{\mathrm{S}} = 7\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ segmentiert.

In der positiven Randfläche der TLM-Zelle $P_q\,(48\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 4\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}})$ erfolgt die Anregung mit einer in y-Richtung orientierten elektrischen Stromquelle. Der zeitliche Verlauf des anregenden Stromes entspricht einem mit der Frequenz $f_0 = 6,5$ GHz modulierten und um $t_0 = 4000\,\Delta t_{\mathrm{tlm}}$ zeitverschobenen Gaußimpuls. Über die Varianz σ wird eine Bandbreite von 4 GHz eingestellt. Die Beobachtungssignale in den Segmentmittelpunkten wurden um den Faktor 100 heruntergetastet, was einer resultierenden Abtastfrequenz von ca. $f_{\mathrm{a}} = 23$ GHz entspricht. Eine der acht Eigenschwingungen, die im Beobachtungspunkt $i = 1$ aufgezeichnet wurde, ist in Bild 5.19 dargestellt.

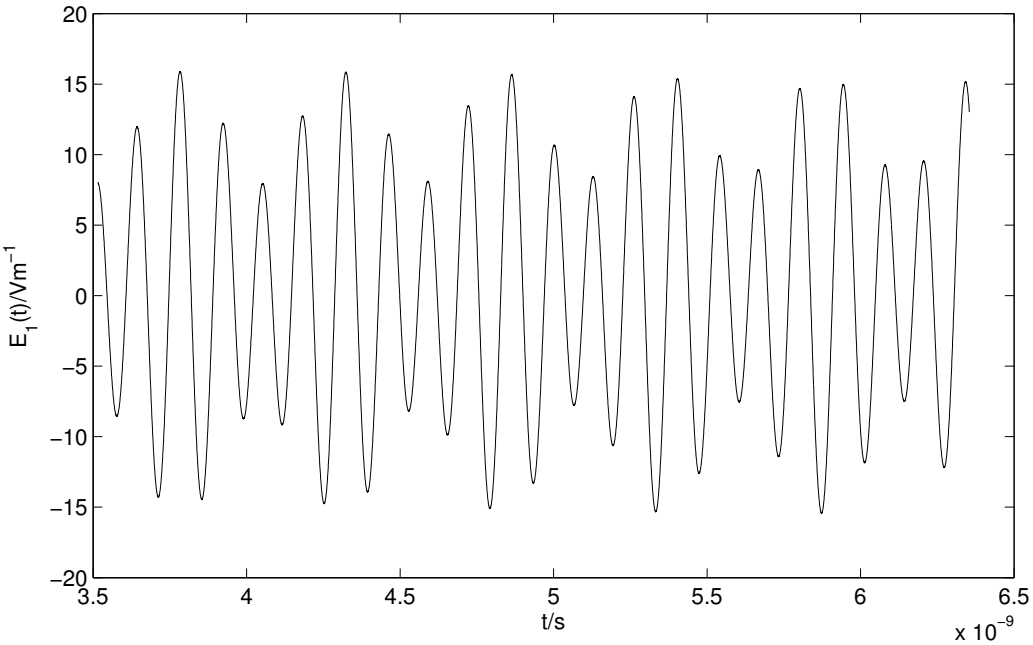


Bild 5.19: Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 1$ der versetzten Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

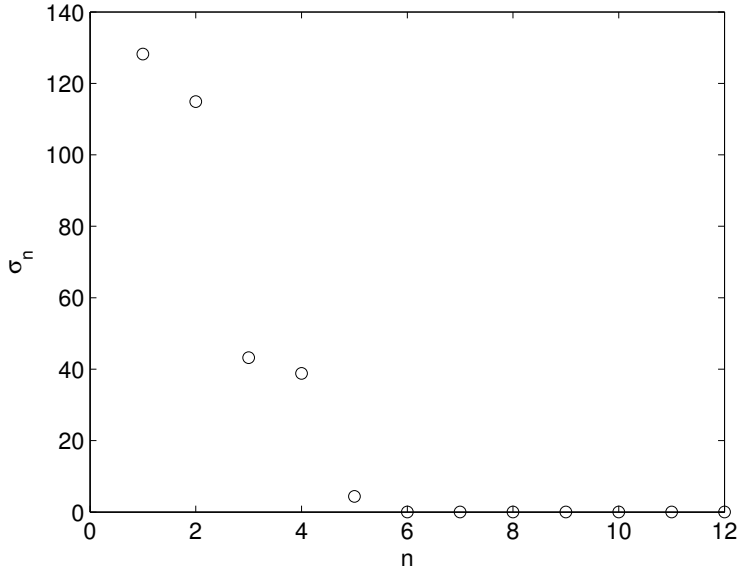


Bild 5.20: Ermittelte Singulärwerte der Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 1$ der versetzten Mikrostreifenunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

i	p	$\lvert\hat{E}_{n,i}\rvert\ [Vm^{-1}]$	$\Phi_{n,i}$	$\Phi_{\mathrm{L}i}$
1	5	$\lvert\hat{E}_{0,1}\rvert = 0,4283$	$-$	$-$
		$\lvert\hat{E}_{1,1}\rvert = 11,6841$	$\Phi_{1,1} = 0°$	$0°$
		$\lvert\hat{E}_{2,1}\rvert = 3,9740$	$\Phi_{2,1} = 0°$	$0°$
2	4	$\lvert\hat{E}_{1,2}\rvert = 11,2822$	$\Phi_{1,2} = 0°$	$0°$
		$\lvert\hat{E}_{2,2}\rvert = 3,8380$	$\Phi_{2,2} = 0°$	$0°$
3	4	$\lvert\hat{E}_{1,3}\rvert = 10,4842$	$\Phi_{1,3} = 0°$	$0°$
		$\lvert\hat{E}_{2,3}\rvert = 3,5660$	$\Phi_{23} = 0°$	$0°$
4	4	$\lvert\hat{E}_{1,4}\rvert = 9,3258$	$\Phi_{1,4} = 0°$	$0°$
		$\lvert\hat{E}_{2,4}\rvert = 3,1717$	$\Phi_{1,4} = 0°$	$0°$
5	4	$\lvert\hat{E}_{1,5}\rvert = 9,3258$	$\Phi_{1,5} = 180°$	$0°$
		$\lvert\hat{E}_{2,5}\rvert = 3,1722$	$\Phi_{2,5} = 180°$	$0°$
6	4	$\lvert\hat{E}_{1,6}\rvert = 10,4841$	$\Phi_{1,6} = 180°$	$0°$
		$\lvert\hat{E}_{2,6}\rvert = 3,5661$	$\Phi_{2,6} = 180°$	$0°$
7	4	$\lvert\hat{E}_{1,7}\rvert = 11,2798$	$\Phi_{1,7} = 180°$	$0°$
		$\lvert\hat{E}_{2,7}\rvert = 3,8361$	$\Phi_{2,7} = 180°$	$0°$
8	4	$\lvert\hat{E}_{1,8}\rvert = 11,6849$	$\Phi_{1,8} = 180°$	$0°$
		$\lvert\hat{E}_{2,8}\rvert = 3,9737$	$\Phi_{2,8} = 180°$	$0°$

Tabelle 5.6: Amplitude und Nullphasenwinkel der elektrischen Feldstärkekomponente und Nullphasenwinkel der Stromdichtesegmente in den Beobachtungspunkten des rechteckförmigen Metallgehäuses.

In Bild 5.19 ist ein Offset zu beobachten, der nach Bild 5.20 in einen fünften Singulärwert resultiert. Der Grund hierfür ist die Speicherung elektrischer Ladung in den TLM-Zellen am Ort der Quelle, die zu einem Gleichanteil führt [61]. Dieser Gleichanteil wird in der Prony-Methode durch eine um den Wert Eins erhöhte Ordnung der Prädiktionsgleichung berücksichtigt.

Zur Bestimmung der Singulärwerte wurden $N = 48$ Abtastwerte und eine Ordnung der Vorwärtsprädiktionsgleichung von $p = 36$ verwendet. In Tabelle 5.6 sind die ermittelten Amplituden $\hat{E}_{n,i}$ ($1 \leq n \leq 0,5\,p$ für p gerade und $0 \leq n \leq 0,5\,(p+1)$ für p ungerade) und Phasenwinkel $\Phi_{n,i}$ der Eigenschwingungen in den Beobachtungspunkten zusammengefasst. Ebenfalls in der Tabelle aufgeführt, ist die Orientierung der Segmentelemente in Form des Phasenwinkels $\Phi_{\mathrm{L}i}$. Der erste Index n der Feldamplituden $\hat{E}_{n,i}$ bezeichnet den Mode (0 bedeutet einen Gleichanteil, 1 der erste und 2 der zweite Mode) und der zweite Index i den Beobachtungspunkt. Die Referenzphasen sind für die beiden Schwingungen im Beobachtungspunkt $i = 1$ auf den Wert $\Phi_{1,1} = \Phi_{2,1} = 0$ festgelegt worden.

Aus der Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 1$ lassen sich mittels der Prony-Methode die Frequenzen $f_{\mathrm{r}1} = 7,417$ GHz und $f_{\mathrm{r}2} = 5,5046$ GHz ermitteln. Bei diesen Frequenzen beträgt der Betrag der Fouriertransformierten des anregenden Stromes $|\underline{I}(j\omega_{\mathrm{r}1})| = 85,086$ pAs und $|\underline{I}(j\omega_{\mathrm{r}2})| = 65,184196$ pAs.

Mit den Gleichungen (5.32) bis (5.36) wird für jeden einzelnen Mode die Z-Matrix bestimmt. Die Addition beider Matrizen liefert die Gesamtimpedanzmatrix, die im Touchstoneformat in ADS verwendet wird.

i	$x_i/\Delta l_{\mathrm{tlm}}$	$y_i/\Delta l_{\mathrm{tlm}}$	$n_{n,i}$
1	47,5	3,5	$n_{1,1} = 0,02755$
			$n_{2,1} = 0,04134$
2	47,5	10,5	$n_{1,2} = 0,02660$
			$n_{2,2} = 0,03992$
3	47,5	17,5	$n_{1,3} = 0,02471$
			$n_{2,3} = 0,03710$
4	47,5	24,5	$n_{1,4} = 0,02198$
			$n_{2,4} = 0,03300$
5	47,5	93,5	$n_{1,5} = -0,02198$
			$n_{2,5} = -0,03300$
6	47,5	100,5	$n_{1,6} = -0,02471$
			$n_{2,6} = -0,03710$
7	47,5	107,5	$n_{1,7} = -0,02659$
			$n_{2,7} = -0,03991$
8	47,5	114,5	$n_{1,8} = -0,02754$
			$n_{2,8} = -0,04135$

Tabelle 5.7: Koordinaten der Beobachtungspunkte und Übertragerverhältnisse der versetzten Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

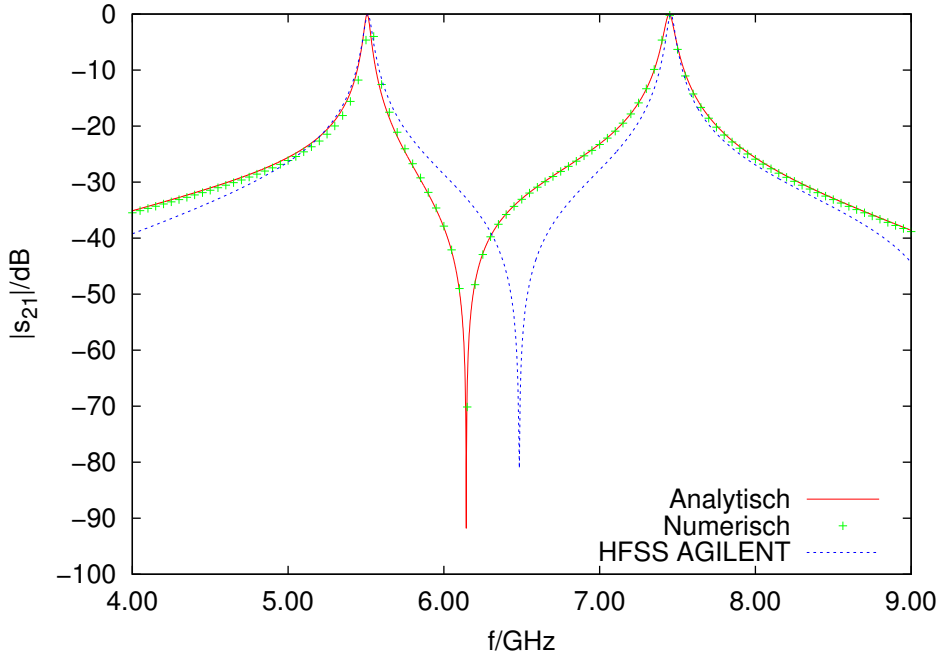


Bild 5.21: Vergleich der Übertragungsfunktionen der Streifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse ermittelt mit verschiedenen Verfahren.

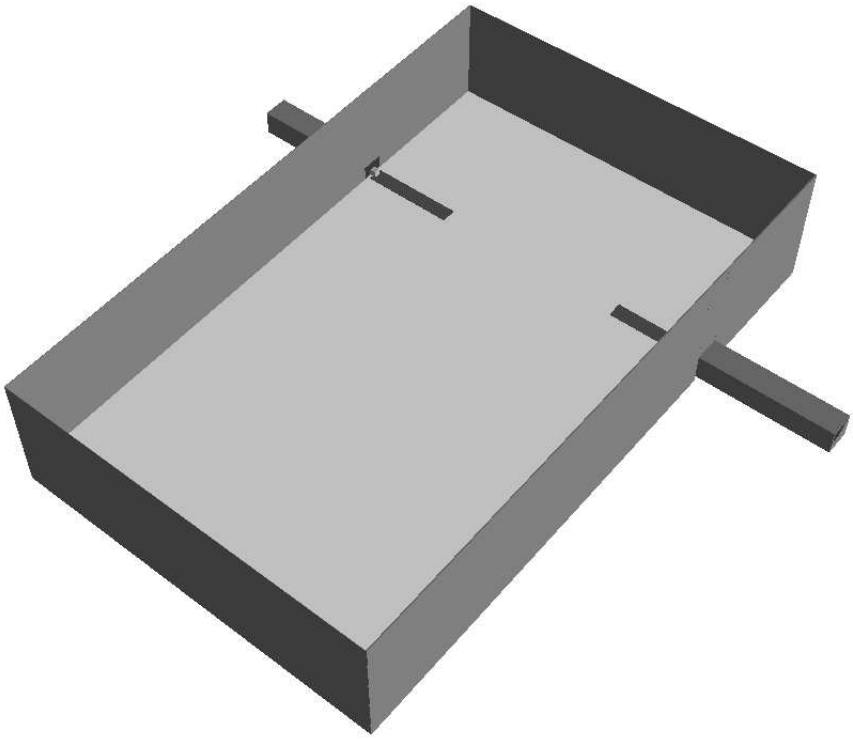


Bild 5.22: CAD-Modell der versetzten Mikrostreifenunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse (Darstellung ohne Gehäusedeckel).

Alternativ lassen sich die zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilder der einzelnen Moden ermitteln, die dann in Reihe zu schalten sind.

Hierzu werden für die Kapazitäten der Parallelschwingkreise beliebige Werte festlegt, z.B. $C_1 = C_2 = 1$ pF, und die zugehörigen Induktivitäten mit Hilfe der Gleichung (3.31) zu $L_1 = 0,8359662$ nH und $L_2 = 0,4604513$ nH ermittelt.

In Tabelle 5.7 sind die räumlichen Koordinaten der Segmentmittelpunkte und die Übertragerverhältnisse der elektrischen Ersatzschaltbilder für beide Schwingungen zusammengefasst, die mit den Gleichungen (5.86) und (5.87) bestimmt wurden.

Das Übertragungsverhalten der versetzten Mikrostreifenleitungsunterbrechung im rechteckförmigen Metallgehäuse ist mit dem analytischen Verfahren, dem numerischen Verfahren und mit HFSS ermittelt worden und in Bild 5.21 dargestellt. Auch hier läßt sich eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse feststellen. Das CAD-Modell der gehäusten Mikrostreifenunterbrechung ist in Bild 5.22 zu sehen.

5.6.3 Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem kreuzförmigen Metallgehäuse

In den bisherigen Beispielen wurden sehr einfache Gehäuseformen untersucht, für die sich die Impedanzmatrizen bzw. die elektrischen Ersatzschaltbilder mit den Methoden in Abschnitt 3.2 analytisch bestimmen lassen.

Eine weitere Zielsetzung dieser Arbeit ist auch die Ermittelung der Koppelmatrizen bzw. der zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilder für komplexere Gehäuseformen. Zu diesem Zweck wird wieder die Mikrostreifenleitungsunterbrechung nach Bild 3.13 betrachtet, die in ein rechteckförmiges Metallgehäuse mit den Abmessungen $a = 189\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$, $b = 118\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ und $c = 39\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ eingebracht wird, wobei als Diskretisierungsschritt $\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 0,254$ mm verwendet wird. Das Substrat ist $h = 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ mm dick und weist eine Permittivität von $\epsilon_{\mathrm{r}} = 10,5$ auf. In der Mitte bei $x = 95\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ befindet sich die Mikrostreifenleitungsunterbrechung auf dem Substrat. Die Breite der Mikrostreifenleiter ist $w = 1,2$ mm. Wie in Bild 5.24 wird in den vier Ecken des Gehäuses jeweils ein quaderförmiger Metallblock mit den Querschnittsabmessungen $40\,\Delta l_{\mathrm{tlm}} \times 40\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ und der Höhe $39\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ platziert. Die Mikrostreifenleiter werden in jeweils 4 Segmente der Länge $\Delta l_{\mathrm{S}} = 7\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ unterteilt.

In der positiven Randfläche der TLM-Zelle $P_q\,(48\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 4\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}})$ wird mit einer in y-Richtung orientierten elektrischen Stromquelle angeregt. Der zeitliche Verlauf des anregenden Stroms entspricht einem mit der Frequenz $f_0 = 6,5$ GHz modulierten und um $t_0 = 4000\,\Delta t_{\mathrm{tlm}}$ zeitverschobenen Gaußimpuls. Über die Varianz σ wurde eine Bandbreite von 4 GHz eingestellt. Die Abtastfrequenz der Simulationsdaten wird um den Faktor 50 reduziert, was einer resultierenden Abtastfrequenz von ca. 47 GHz entspricht.

Die Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 1$ ist in Bild 5.23 dargestellt. Da die Eigenschwingung aus einer Kosinusschwingung besteht, werden nach Bild 5.25 auch nur zwei Singulärwerte detektiert. Zur Bestimmung der Singulärwerte wurden $N = 48$ Abtastwerte und eine Ordnung der Vorwärtsprädiktionsgleichung von $p = 36$ angenommen.

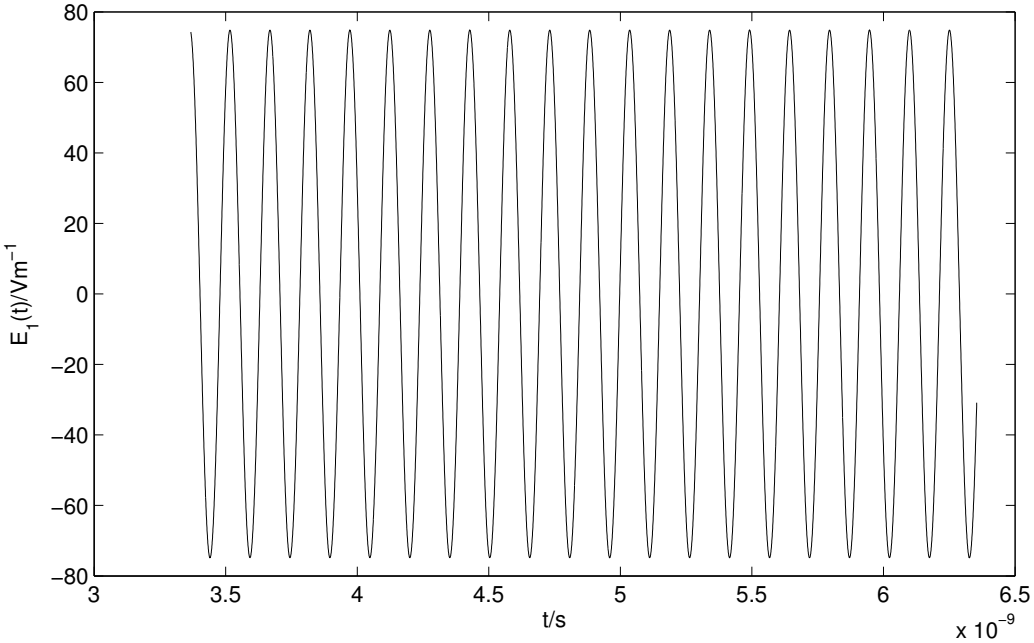


Bild 5.23: Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 1$ der Mikrostreifenunterbrechung in einem kreuzförmigen Metallgehäuse.

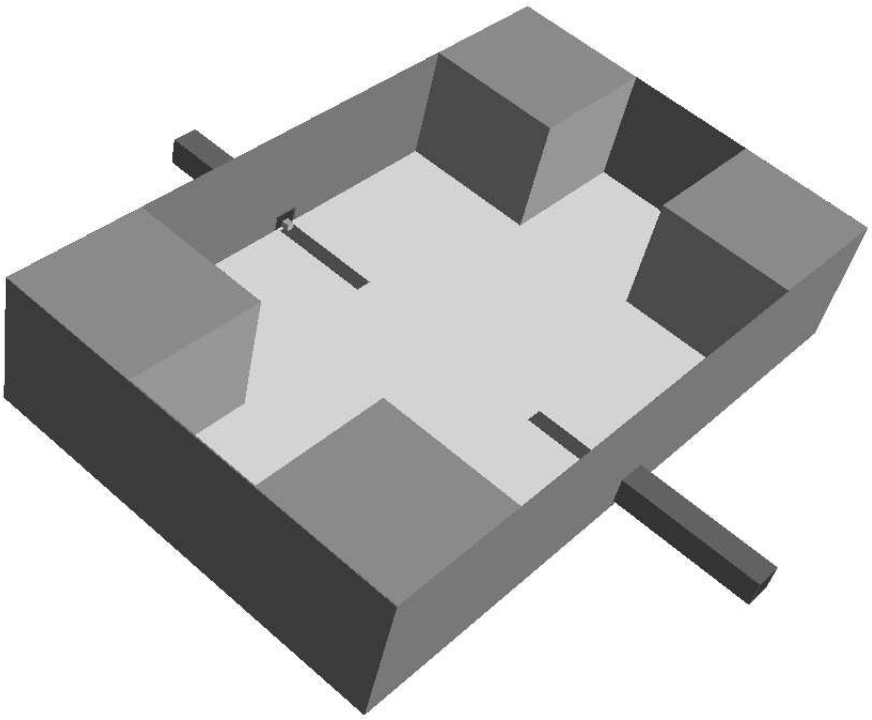


Bild 5.24: CAD-Modell der Mikrostreifenunterbrechung in einem kreuzförmigen Metallgehäuse (Darstellung ohne Gehäusedeckel).

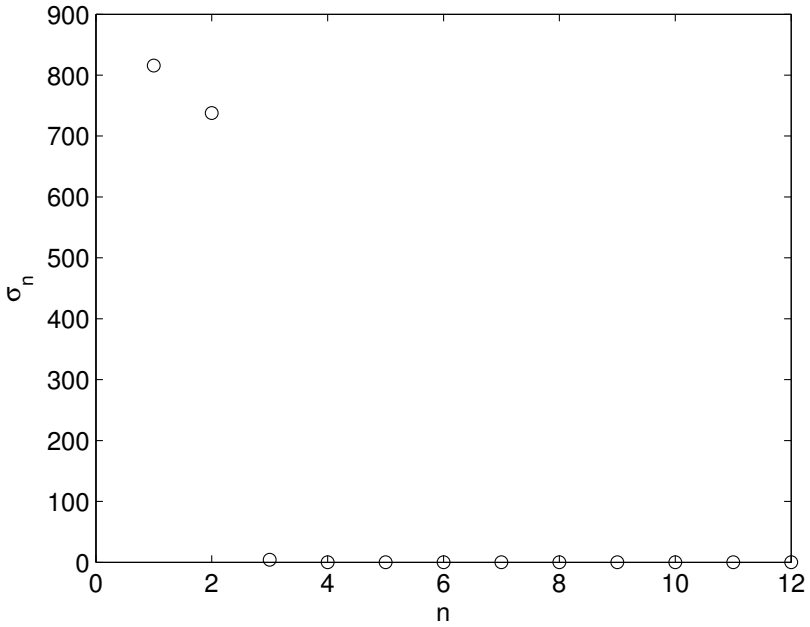


Bild 5.25: Ermittelte Singulärwerte der Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 1$ der Mikrostreifenunterbrechung in einem kreuzförmigen Metallgehäuse.

Die ermittelten Amplituden und Nullphasenwinkel der Eigenschwingungen in den Beobachtungspunkten sowie die Orientierung der Segmente sind in Tabelle 5.8 aufgelistet.

i	p	$\lvert\hat{E}_i\rvert$ $[Vm^{-1}]$	Φ_i	$\Phi_{\mathrm{L}i}$
1	2	74,8613	0°	0°
2	2	72,4508	0°	0°
3	2	67,7164	0°	0°
4	2	60,6974	0°	0°
5	2	60,6973	180°	0°
6	2	67,7163	180°	0°
7	2	72,4505	180°	0°
8	2	74,8329	180°	0°

Tabelle 5.8: Amplitude und Nullphasenwinkel der elektrischen Feldstärkekomponente und Nullphasenwinkel der Stromdichtesegmente in den Beobachtungspunkten des Metallgehäuses mit komplexer Querschnittsgeometrie.

Als Referenzphasenwinkel wurde der Phasenwinkel der Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 1$ festgelegt. Die Resonanzfrequenz der Eigenschwingungen beträgt $f_{\mathrm{r}} = 6,58334$ GHz. Bei dieser Frequenz beträgt der Betrag der Fouriertransformierten des anregenden Stromes $|\underline{I}(j\omega_{\mathrm{r}})| = 370,697289$ pAs.

Zur Realisierung des Koppelnetzwerks in Form eines elektrischen Ersatzschaltbildes sind in Tabelle 5.9 neben den räumlichen Koordinaten der Beobachtungspunkte die mit den Gleichungen (5.86) und (5.87) ermittelten Übertragerverhältnisse aufgelistet. Für die Ka-

pazität des Parallelschwingkreises wurde der Wert von $C = 1$ pF angesetzt. Die zugehörige Parallelinduktivität bestimmt sich dann mit Gleichung (3.31) zu $L = 0,58445$ nH.

i	$x_i/\Delta l_{\mathrm{tlm}}$	$y_i/\Delta l_{\mathrm{tlm}}$	n_i
1	94,5	3,5	0,05013
2	94,5	10,5	0,04852
3	94,5	17,5	0,04535
4	94,5	24,5	0,04070
5	94,5	93,5	-0,04070
6	94,5	100,5	-0,04535
7	94,5	107,5	-0,04852
8	94,5	114,5	-0,05012

Tabelle 5.9: Koordinaten der Beobachtungspunkte und Übertragerverhältnisse der Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem kreuzförmigen Metallgehäuse.

Das numerisch berechnete Übertragungsverhalten der Mikrostreifenleitungsunterbrechung in dem kreuzförmigen Metallgehäuse ist in Bild 5.26 dargestellt. Zum Vergleich wurde das Ergebnis einer HFSS-Simulation hinzugefügt. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Übertragungsfunktionen, die mit den verschiedenen Verfahren ermittelt wurden.

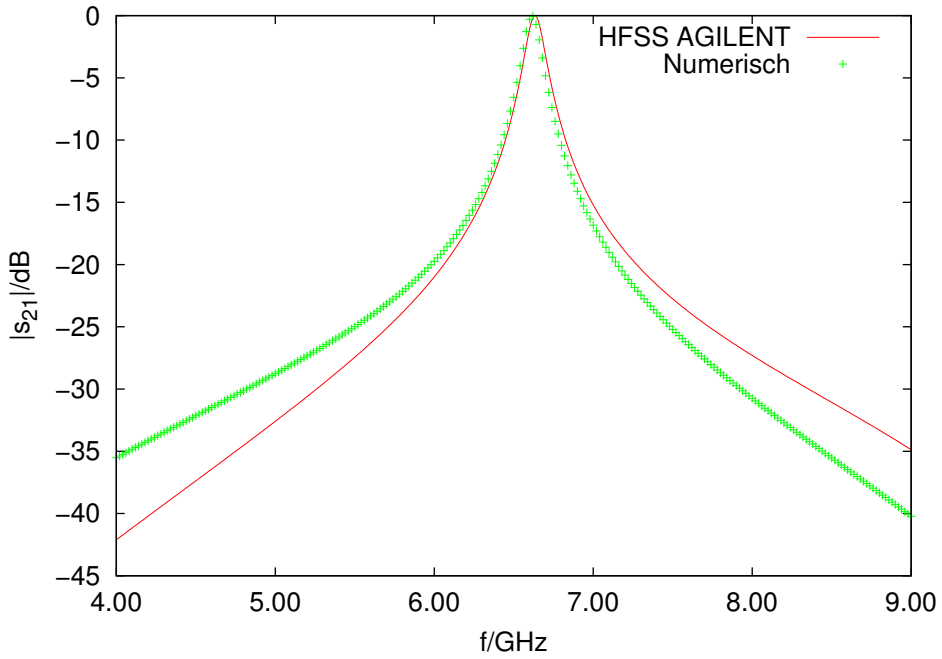


Bild 5.26: Vergleich der Übertragungsfunktionen der Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem kreuzförmigen Metallgehäuse ermittelt mit verschiedenen Verfahren.

5.6.4 Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem Metallgehäuse mit Stufensprung

Bei den bisherigen Beispielen wurden nur homogene Hohlleiterstrukturen bzgl. der z-Richtung untersucht, d.h. der Querschnitt des Hohlleiters in Ausbreitungsrichtung war konstant.

Prinzipiell lassen sich die Koppelmatrizen oder die zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilder für homogene Hohlleiter mit beliebigem Querschnitt mit einem semi-analytischen Verfahren ermitteln. Hierzu werden die zur Berechnung der Übertragerverhältnisse erforderlichen Strukturfunktionen mittels Modenseparationsalgorithmen numerisch bestimmt. Eine genaue Beschreibung dieser Methoden für Zeitbereichsverfahren sind in [62] und [63] zu finden.

Obwohl die in dieser Arbeit vorgestellten Methoden zur Bestimmung der Koppelmatrizen und der elektrischen Ersatzschaltbilder auf den Ansätzen homogener Hohlleiterstrukturen basieren, wird im folgenden Beispiel eine inhomogene Hohlleiterstruktur untersucht. Hierzu sei ein rechteckförmiges Metallgehäuse betrachtet, das einen stufenförmigen Sprung im Metalldeckel aufweist. In dieses Gehäuse ist die oben bereits diskutierte Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung eingebettet (siehe Bild 5.30).

Zunächst wird ein quaderförmiges Metallgehäuse modelliert, das in x-Richtung mit $95\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$, in y-Richtung mit $57\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ und in z-Richtung mit $70\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ diskretisiert wird, wobei der Dikretisierungsschritt $\Delta l_{\mathrm{tlm}} = 0,254$ mm beträgt.

In dieses Metallgehäuse wird dann zur Realisierung der Stufe ein metallischer Block mit den Abmessungen $95\,\Delta l_{\mathrm{tlm}} \times 29\,\Delta l_{\mathrm{tlm}} \times 40\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}$ in die obere Ecke des Gehäusedeckels angebracht.

In der positiven Randfläche der TLM-Zelle $P_q\,(48\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 4\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}})$ wird ein in y-Richtung orientierter elektrischer Strom angeregt. Der zeitliche Verlauf des anregenden Stromes entspricht einem mit der Frequenz $f_0 = 10$ GHz modulierten Gaußimpuls, der um $t_0 = 4000\,\Delta t_{\mathrm{tlm}}$ zeitverschoben ist. Über die Varianz σ wird eine Bandbreite von 6 GHz eingestellt.

Die am Ort der Segmentmittelpunkte aufgezeichneten elektrischen Feldkomponenten sind mit einem Faktor von 100 heruntergetastet. Dies entspricht einer resultierenden Abtastrate von ca. 23 GHz. In Bild 5.27 ist die Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 1$ dargestellt.

Für $N = 48$ Abtastwerte und eine Ordnung der Vorwärtsprädiktionsgleichung von $p = 36$ wurden die in Bild 5.28 dargestellten Singulärwerte aus der Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 1$ ermittelt.

Mit der neu ermittelten Ordnung der Vorwärtsprädiktionsgleichung von $p = 4$ werden anschließend mit Hilfe der Prony-Methode die Amplituden in Tabelle 5.10 berechnet. In der letzten Spalte dieser Tabelle ist die Orientierung der Segmente aufgeführt.

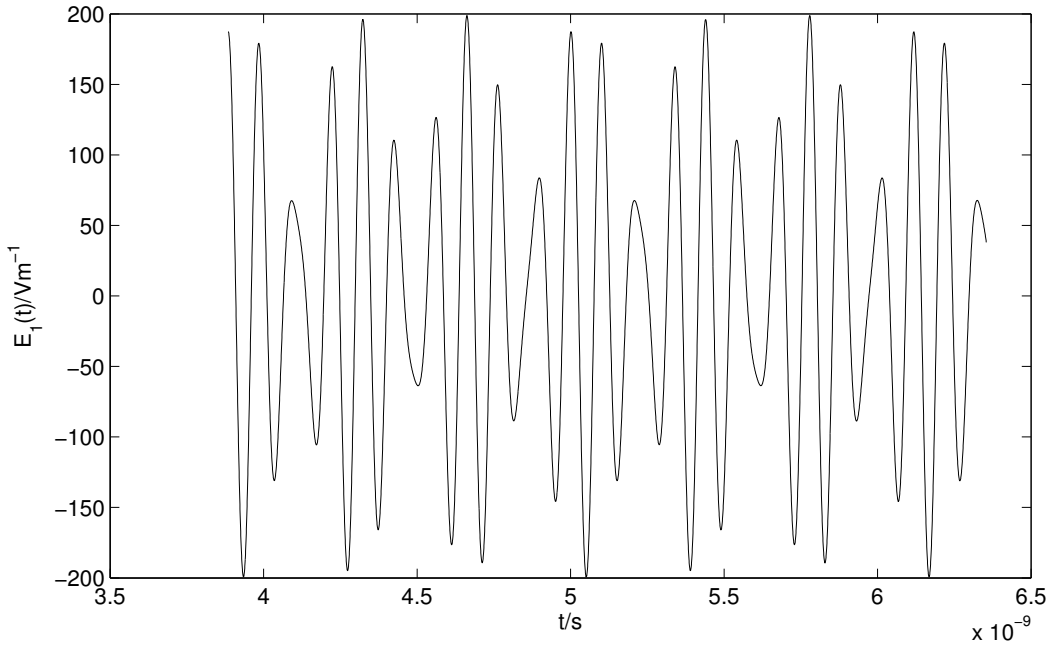


Bild 5.27: Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 1$ der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem Metallgehäuse mit Stufensprung.

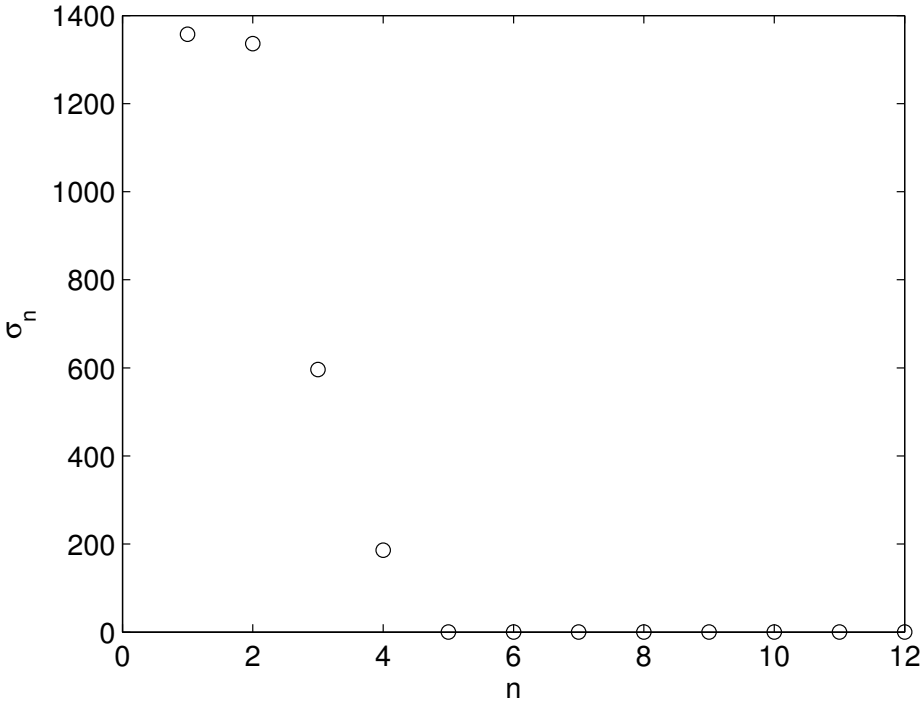


Bild 5.28: Singulärwerte der Eigenschwingung im Beobachtungspunkt $i = 1$ der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem Metallgehäuse mit Stufensprung.

i	p	$\lvert\hat{E}_{n,i}\rvert$ $[Vm^{-1}]$	$\Phi_{n,i}$	$\Phi_{\mathrm{L}i}$
1	4	$\lvert\hat{E}_{1,1}\rvert = 129,6071$	$\Phi_{1,1} = 0°$	0°
		$\lvert\hat{E}_{2,1}\rvert = 69,8859$	$\Phi_{2,1} = 0°$	0°
2	4	$\lvert\hat{E}_{1,2}\rvert = 120,7077$	$\Phi_{1,2} = 0°$	0°
		$\lvert\hat{E}_{2,2}\rvert = 55,7325$	$\Phi_{2,2} = 0°$	0°
3	4	$\lvert\hat{E}_{1,3}\rvert = 104,4859$	$\Phi_{1,3} = 0°$	0°
		$\lvert\hat{E}_{2,3}\rvert = 29,7450$	$\Phi_{2,3} = 0°$	0°
4	4	$\lvert\hat{E}_{1,4}\rvert = 83,6618$	$\Phi_{1,4} = 0°$	0°
		$\lvert\hat{E}_{2,4}\rvert = 3,9455$	$\Phi_{2,4} = 180°$	0°
5	4	$\lvert\hat{E}_{1,5}\rvert = 58,1556$	$\Phi_{1,5} = 0°$	0°
		$\lvert\hat{E}_{2,5}\rvert = 45,2286$	$\Phi_{2,5} = 180°$	0°
6	4	$\lvert\hat{E}_{1,6}\rvert = 37,7182$	$\Phi_{1,6} = 0°$	0°
		$\lvert\hat{E}_{2,6}\rvert = 77,8264$	$\Phi_{2,6} = 180°$	0°
7	4	$\lvert\hat{E}_{1,7}\rvert = 22,1394$	$\Phi_{1,7} = 0°$	0°
		$\lvert\hat{E}_{2,7}\rvert = 102,3187$	$\Phi_{2,7} = 180°$	0°
8	4	$\lvert\hat{E}_{1,8}\rvert = 13,7547$	$\Phi_{1,8} = 180°$	0°
		$\lvert\hat{E}_{2,8}\rvert = 115,4193$	$\Phi_{2,8} = 180°$	0°
9	4	$\lvert\hat{E}_{1,9}\rvert = 8,6585$	$\Phi_{1,9} = 180°$	0°
		$\lvert\hat{E}_{2,9}\rvert = 5,9386$	$\Phi_{2,9} = 180°$	0°
10	4	$\lvert\hat{E}_{1,10}\rvert = 17,1657$	$\Phi_{1,10} = 180°$	0°
		$\lvert\hat{E}_{2,10}\rvert = 11,7733$	$\Phi_{2,10} = 180°$	0°

Tabelle 5.10: Amplitude und Nullphasenwinkel der elektrischen Feldstärkekomponente und Nullphasenwinkel der Stromdichtesegmente in den Beobachtungspunkten des Metallgehäuses mit Stufensprung.

Für die zwei detektierten Schwingungen werden die Frequenzen $f_{\mathrm{r1}} = 8,955281$ GHz und $f_{\mathrm{r2}} = 11,6416785$ GHz mit Hilfe der Prony-Methode ermittelt. Bei diesen Frequenzen ist der Betrag der Fouriertransformierten des anregenden Stromes $|\underline{I}(j\omega_{\mathrm{r1}})| = 101,047$ pAs und $|\underline{I}(\omega_{\mathrm{r2}})| = 24,46634$ pAs.

Die räumlichen Koordinaten und Übertragerverhältnisse zur Realisierung des elektrischen Ersatzschaltbildes sind in Tabelle 5.11 zusammengefasst. Die Kapazitäten der Parallelschwingkreise wurden dabei zu $\mathrm{C}_1 = \mathrm{C}_2 = 1$ pF gesetzt, woraus sich nach Gleichung (3.31) die Parallelinduktivitäten $\mathrm{L}_1 = 0,31585$ nH und $\mathrm{L}_2 = 0,1869$ nH ergeben.

Der Vergleich in Bild 5.29 mit einer EMPIRE-Simulation zeigt, dass der Gehäuseeinfluss auf das Übertragungsverhalten der Mikrostreifenstruktur mit dem hier vorgestellten numerischen Verfahren richtig beschrieben wird.

Das CAD-Modell ist in Bild 5.30 wiedergegeben.

i	$x_i/\Delta l_{\text{tlm}}$	$y_i/\Delta l_{\text{tlm}}$	$n_{n,i}$
1	47,5	3,5	$n_{1,1} = 0,1263$
			$n_{2,1} = 0,1886$
2	47,5	10,5	$n_{1,2} = 0,1229$
			$n_{2,2} = 0,1504$
3	47,5	17,5	$n_{1,3} = 0,1064$
			$n_{2,3} = 0,0803$
4	47,5	24,5	$n_{1,4} = 0,0852$
			$n_{2,4} = -0,0106$
5	47,5	32,5	$n_{1,5} = 0,0592$
			$n_{2,5} = -0,1220$
6	47,5	39,5	$n_{1,6} = 0,0384$
			$n_{2,6} = -0,2100$
7	47,5	46,5	$n_{1,7} = 0,0225$
			$n_{2,7} = -0,2761$
8	47,5	53,5	$n_{1,8} = 0,0140$
			$n_{2,8} = -0,3114$
9	51,5	28,5	$n_{1,9} = -0,0088$
			$n_{2,9} = -0,0234$
10	55,5	28,5	$n_{1,10} = -0,0175$
			$n_{2,10} = -0,0318$

Tabelle 5.11: Koordinaten der Beobachtungspunkte und Übertragerverhältnisse der Mikrostreifenstruktur in einem Metallgehäuse mit Stufensprung.

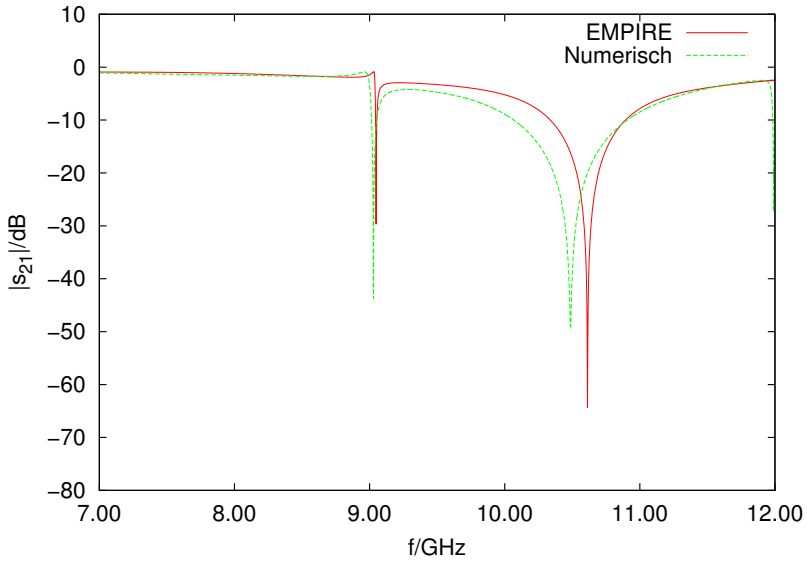


Bild 5.29: Vergleich der Übertragungsfunktionen der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem Metallgehäuse mit Stufensprung ermittelt mit verschiedenen Verfahren.

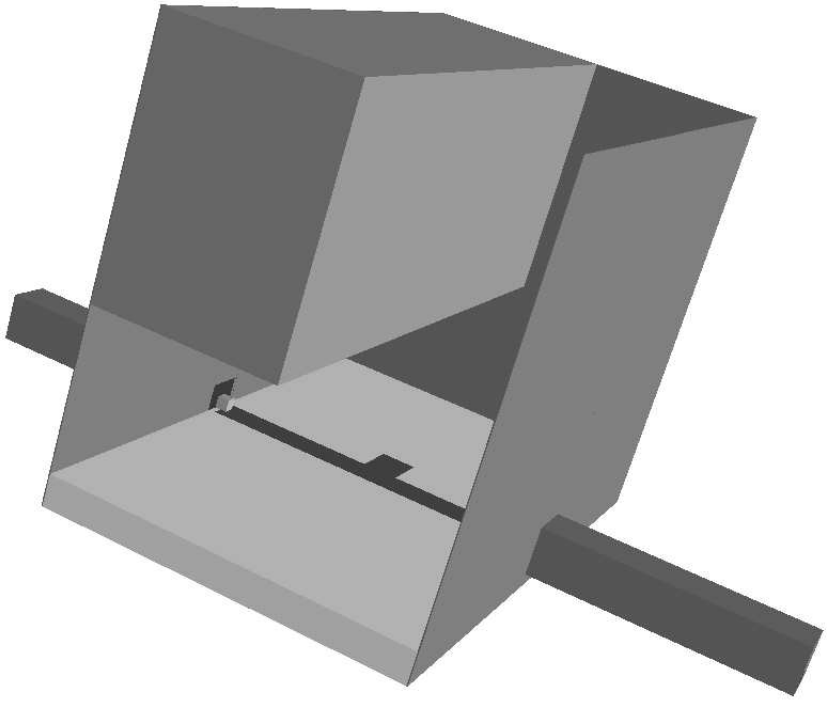


Bild 5.30: CAD-Modell der Mikrostreifenleitung mit offener Stichleitung in einem Metallgehäuse mit Stufensprung (Darstellung ohne oberen und seitlichen Gehäusedeckel).

5.6.5 Symmetrische Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse

Zur Untersuchung der elektromagnetischen Wechselwirkung eines Gehäusemodes mit den magnetischen Stromdichteelementen entlang der Mikrostreifenstruktur wird im folgenden die symmetrische Mikrostreifenleitungsunterbrechung nach Bild 3.13 betrachtet. Die Mikrostreifenleitungen sind $w = 1,2$ mm breit und liegen auf einem planaren Substrat der Höhe $h = 1,27$ mm und der Permittivität $\epsilon_\mathrm{r} = 10,5$.

Mit einem Diskretisierungsschritt von $\Delta l_\mathrm{tlm} = 0,254$ mm wird der Simulationsraum in x-Richtung mit $a = 189\,\Delta l_\mathrm{tlm}$, in y-Richtung mit $b = 118\,\Delta l_\mathrm{tlm}$ und in z-Richtung mit $\frac{=}{5}39\,\Delta l_\mathrm{tlm}$ diskretisiert. Die Substrathöhe wird mit $h = 5\,\Delta l_\mathrm{tlm}$ aufgelöst.

In y-Richtung sind entlang der effektiven Mikrostreifenbreite $w_\mathrm{eff} = 13\,\Delta l_\mathrm{tlm}$ (siehe Anhang A.1) jeweils 4 Tore der Länge $\Delta l_\mathrm{S} = 7\,\Delta l_\mathrm{tlm}$ an jeder Mikrostreifenkante eingeführt worden. An den Kanten des Eingangs- und Ausgangstors sowie der Leitungsunterbrechung wurde jeweils ein Tor der Länge $\Delta l_\mathrm{S} = 13\,\Delta l_\mathrm{tlm}$ definiert. Damit läßt sich die Mikrostreifenstruktur durch ein 20-Tor beschreiben, dessen Tornummerierung in Bild 5.8 dargestellt ist. Ferner ist in Bild 5.8 auch die Orientierungen der magnetischen Stromdichteelemente skizziert.

Die Berechnung der Impedanzmatrizen der beiden Mikrostreifenleiter erfolgt gemäß der Gleichung (A.45).

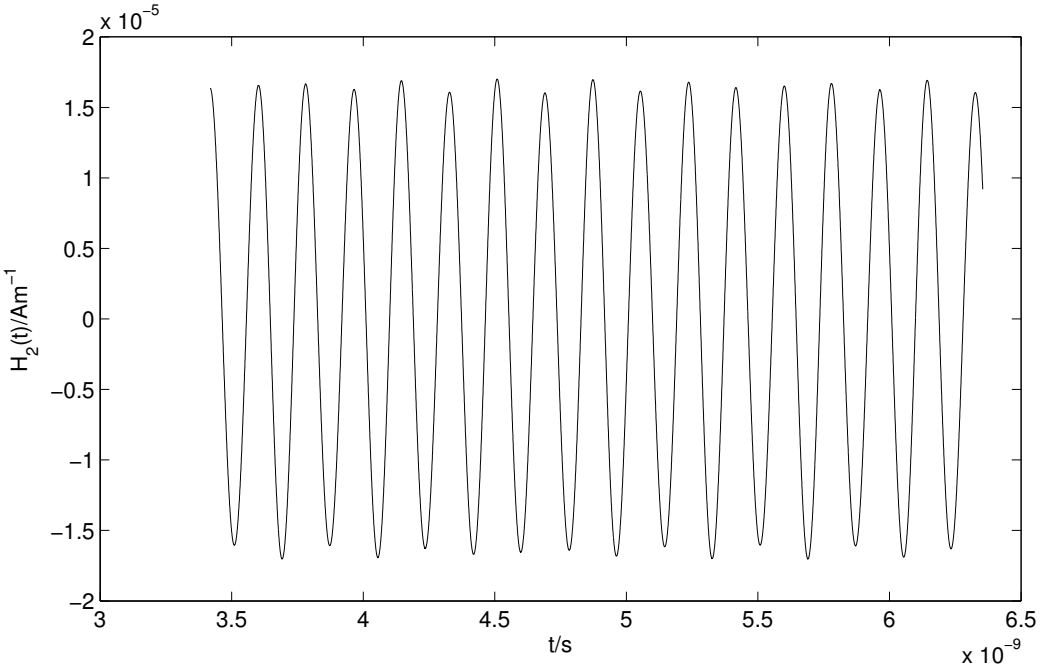


Bild 5.31: Eigenschwingung im Beobachtungspunkt (Tor) $i = 2$ der symmetrischen Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

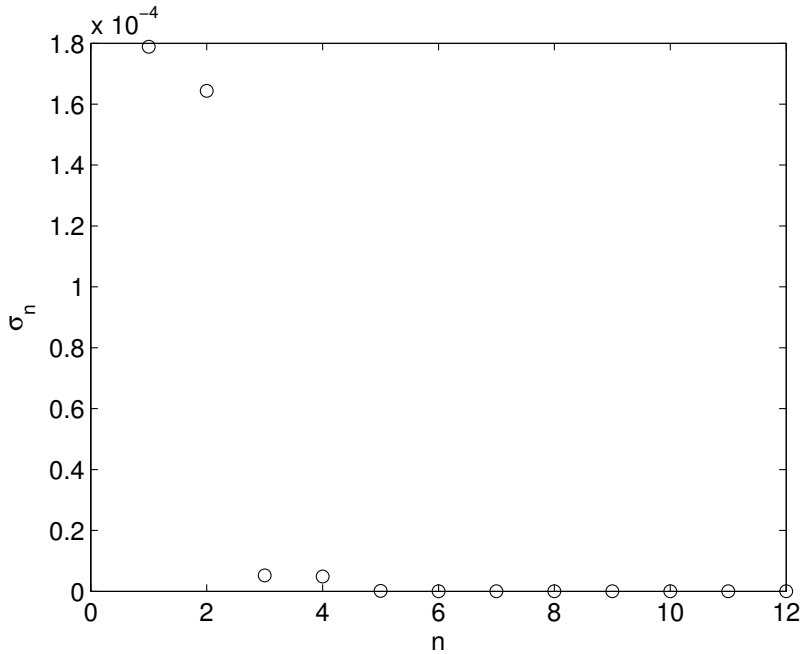


Bild 5.32: Ermittelte Singulärwerte der Eigenschwingung im Beobachtungspunkt (Tor) $i = 2$ der symmetrischen Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

In der positiven Randfläche der TLM-Zelle $P_q\,(95\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 1\,\Delta l_{\mathrm{tlm}}, 5\,\Delta l_{\mathrm{tlm}})$ wird eine in y-Richtung orientierte elektrische Spannung angeregt. Der zeitliche Verlauf der angeregten Spannung entspricht einem mit der Frequenz $f_0 = 6,5$ GHz modulierten und um $t_0 = 4000\,\Delta t_{\mathrm{tlm}}$ zeitverschobenen Gaußimpuls mit der Amplitude $A_{\mathrm{u}} = 1$ V. Über die Varianz σ wird eine Bandbreite von 7 GHz eingestellt.

Entlang der definierten Tore der Mikrostreifenperipherie wird die magnetische Erregung aufgezeichnet. Die Beobachtungssignale sind um den Faktor 100 heruntergetastet, was einer resultierenden Abtastfrequenz von ca. $f_{\mathrm{a}} = 23$ GHz entspricht.

In Bild 5.31 ist die Eigenschwingung der magnetischen Erregung im Beobachtungspunkt des Tores $i = 2$ dargestellt. Wie aus den zugehörigen Singulärwerten in Bild 5.32 ersichtlich, ist aufgrund der kleinen Zahlenwerte für die magnetische Erregung in den Beobachtungspunkten der Einfluß von Rauschen bemerkbar. Einen größeren Signal-Rausch-Abstand läßt sich über eine höhere Amplitude der anregenden Gaußfunktion erreichen. Die Bestimmung der Singulärwerte erfolgte für $N = 48$ Abtastwerte und eine Ordnung der Vorwärtsprädiktionsgleichung von $p = 36$.

i	p	$\lvert\hat{H}_i\rvert/10^{-4}\,[Am^{-1}]$	Komponente	Φ_i	$\Delta l_{\mathrm{S}i}/l_{\mathrm{tlm}}$
1	2	28,5686	H_{x}	0°	-13
2	2	0,1637	H_{y}	0°	7
3	2	0,4916	H_{y}	0°	7
4	2	0,7965	H_{y}	0°	7
5	2	1,0794	H_{y}	0°	7
6	2	0,1637	H_{y}	180°	-7
7	2	0,4916	H_{y}	180°	-7
8	2	0,7965	H_{y}	180°	-7
9	2	1,0794	H_{y}	180°	-7
10	2	20,7278	H_{x}	0°	13
11	2	20,7278	H_{x}	180°	-13
12	2	1,0794	H_{y}	0°	7
13	2	0,7965	H_{y}	0°	7
14	2	0,4916	H_{y}	0°	7
15	2	0,1637	H_{y}	0°	7
16	2	1,0794	H_{y}	180°	-7
17	2	0,7965	H_{y}	180°	-7
18	2	0,4916	H_{y}	180°	-7
19	2	0,1637	H_{y}	180°	-7
20	2	28,5506	H_{x}	180°	13

Tabelle 5.12: Amplitude und Nullphasenwinkel der magnetischen Feldstärkekomponenten und die Torbreiten in den Beobachtungspunkten der extrahierten Schwingungen der symmetrischen Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

In Tabelle 5.12 sind die Ergebnisse für die Ordnung der Prädiktionsgleichung p, die Amplituden der magnetischen Erregung $|\hat{H}_i|$ und die Phasenwinkel Φ_i , die aus den Eigenschwingungen ermittelt wurden, zusammengefasst. Aufgeführt sind auch die Feldkomponenten in den Toren und die Torbreiten unter Berücksichtigung der Tororientierung.

Aus den Eigenschwingungen wird die Resonanzfrequenz $f_\mathrm{r} = 5,504742$ GHz mittels der Prony-Methode berechnet. Bei dieser Frequenz beträgt der Betrag der Fouriertransformierten der anregenden Spannung $|\underline{U}(j\omega_\mathrm{r})| = 64,83352$ pVs.

i	$x_i/\Delta l_\mathrm{tlm}$	$y_i/\Delta l_\mathrm{tlm}$	$n_i/10^{-4}$
1	94,5	0,5	-43,490
2	100,5	3,5	1,342
3	100,5	10,5	4,030
4	100,5	17,5	6,530
5	100,5	24,5	8,849
6	88,5	3,5	1,342
7	88,5	10,5	4,030
8	88,5	17,5	6,530
9	88,5	24,5	8,848
10	94,5	28,5	31,556
11	94,5	89,5	31,556
12	100,5	93,5	8,849
13	100,5	100,5	6,530
14	100,5	107,5	4,030
15	100,5	116,5	1,342
16	88,5	93,5	8,849
17	88,5	100,5	6,530
18	88,5	107,5	4,030
19	88,5	116,5	1,342
20	94,5	117,5	-43,460

Tabelle 5.13: Koordinaten der Beobachtungspunkte und Übertragerverhältnisse der symmetrischen Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse.

Die Admittanzmatrix läßt sich unmittelbar aus den Beziehungen (5.43) bis (5.46) ermitteln und im Touchstoneformat in einem Schaltungssimulator verwenden. Aufwendiger ist die Erstellung des zugehörigen elektrischen Koppelnetzwerks gemäß Bild 3.11. Hierzu legt man für die Serieninduktivität des Serienschwingkreises einen Wert, z.B. $L = 1$ nH, fest. Die zugehörige Serienkapazität ergibt sich aus Gleichung (3.31) zu $C = 0,836$ pF. Die Übertragerverhältnisse lassen sich aus den Gleichungen (5.42) und (5.43) oder unter Verwendung des Dualitätsprinzips aus den Gleichungen (5.86) und (5.87) ermitteln

$$n_\mathrm{S1} = \sqrt{L\,\frac{\hat{H}_1\,\Delta l_\mathrm{tlm,1}}{|\underline{U}(j\omega_\mathrm{r})|}\left(\frac{\Delta l_\mathrm{S1}}{\Delta l_\mathrm{tlm,1}}\right)^2}, \tag{5.88}$$

$$n_{\mathrm{S}i} = \frac{L}{n_{\mathrm{S1}}} \frac{\hat{H}_i \, \Delta l_{\mathrm{tlm},i}}{|\underline{U}(j\omega_{\mathrm{r}})|} \frac{\Delta l_{\mathrm{S1}} \, \Delta l_{\mathrm{S}i}}{\Delta l_{\mathrm{tlm},1} \, \Delta l_{\mathrm{tlm},i}}. \tag{5.89}$$

In den Gleichungen (5.88) und (5.89) wurde die Anregung im Tor $i = 1$ durchgeführt. In der Tabelle 5.13 sind die räumlichen Koordinaten der Beobachtungspunkte und die ermittelten Übertragerverhältnisse aufgelistet. Wie aus der Tabelle 5.13 ersichtlich, treten die stärksten Kopplungen an den Orten der Mikrostreifendiskontinuitäten auf.

In Bild 5.33 ist das Übertragungsverhalten der symmetrischen Mikrostreifenleitungsunterbrechung im rechteckförmigen Gehäuse mit dem Ergebnis der SONNET-Simulation dargestellt. Das Bild zeigt, dass das ermittelte Übertragungsverhalten mit dem numerischen Verfahren richtig wiedergegeben wird.

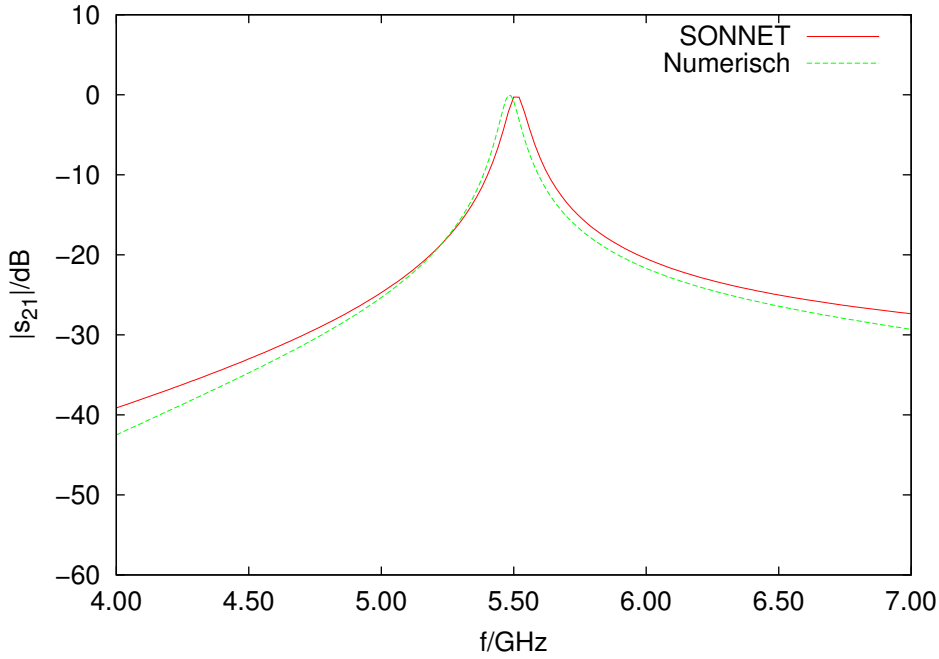


Bild 5.33: Vergleich der Übertragungsfunktionen der symmetrischen Mikrostreifenleitungsunterbrechung in einem rechteckförmigen Metallgehäuse ermittelt mit verschiedenen Verfahren.

5.6.6 Zusammenfassung der Ergebnisse

Der Vergleich der numerisch ermittelten Übertragungsfunktionen mit den Ergebnissen verschiedener Vollwellensimulatoren zeigt, dass die elektromagnetische Wechselwirkung der Gehäusemoden mit den Mikrostreifenstrukturen durch die ermittelten Koppelmatrizen bzw. den elektrischen Ersatzschaltbildern in einem Schaltungssimulator richtig beschrieben wird. Im Gegensatz zur Modellierung der parasitären Verkopplung mit der elektrischen Flächenstromdichte auf der Mikrostreifenstruktur, ist der Schaltungsaufwand für die magnetische Stromdichte entlang der Mikrostreifenperipherie um den Faktor 2 größer.

6 Zusammenfassung und Ausblick

6.1 Zusammenfassung

Die Zielsetzung dieser Arbeit war die Implementierung von Koppelnetzwerken in einem Schaltungssimulator zur Berücksichtigung der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen Gehäuseresonanzen und der in das Metallgehäuse eingebrachten Mikrowellenschaltung.

Als Ausgangspunkt der Untersuchung dieser parasitären Koppelmechanismen diente ein aus der Literatur bekannter feldtheoretischer Ansatz zur Berechnung der elektromagnetischen Felder in einem rechteckförmigen Metallgehäuse mit eingebrachtem planaren Substrat. In diesem Ansatz werden die elektromagnetischen Felder durch elektrische Flächenstromdichten auf der Substratoberfläche angeregt. Hierbei zeigte sich, dass die Kopplung zwischen der elektrischen Flächenstromdichte auf der Mikrostreifenleiterstruktur und den elektrischen Feldern der Gehäusemoden stattfindet. Auf dieser Basis wurde unter Verwendung des Dualitätsprinzips ein neuer Ansatz zur Berechnung der Gehäusemoden hergeleitet, die durch magnetische Flächenstromdichten angeregt werden. Dieser Ansatz ermöglicht die Beschreibung der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen der magnetischen Flächenstromdichte entlang der Peripherie beliebig geformter Mikrostreifenstrukturen und den magnetischen Feldern der Gehäusemoden.

Bei Anregung der Gehäuseresonanzen durch elektrische Flächenstromdichten auf der Mikrostreifenstruktur, findet eine maximale Verkopplung statt, wenn die elektrischen Feldkomponenten der Gehäusemoden parallel zu der elektrischen Flächenstromdichten bzw. den Mikrostreifensegmenten ausgerichtet sind. Werden die Gehäusemoden durch eine magnetische Stromdichte angeregt, so findet eine maximale elektromagnetische Kopplung statt, wenn die magnetischen Feldkomponenten der Gehäusemoden parallel zur Mikrostreifenperipherie ausgerichtet sind.

Für einfache Gehäuseformen wurden auf der Grundlage der feldtheoretischen Ansätze verschiedene Methoden zur Bestimmung der Koppelmatrizen und deren zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilder vorgestellt. Die Topologie dieser Netzwerke läßt sich auch für komplexe Gehäuseformen verwenden.

Es wurde gezeigt, dass die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen den Gehäusemoden und der elektrischen Flächenstromdichte auf der Mikrostreifenstruktur durch eine Koppelimpedanzmatrix bzw. ein Koppelimpedanznetzwerk beschrieben werden kann. Die elektromagnetische Verkopplung zwischen den Resonanzmoden des Metallgehäuses und der magnetischen Stromdichte entlang der Peripherie der Mikrostreifenstruktur läßt sich durch eine Koppeladmittanzmatrix bzw. ein Koppeladmittanznetzwerk beschreiben.

Zur Analyse der elektromagnetischen Verkopplung der Mikrostreifenstruktur und den Resonanzmoden in Metallgehäusen mit komplexer Gehäuseform wurde im Rahmen dieser Arbeit ein TLM-Vollwellensimulator erstellt. Zur Anregung eines elektrischen Dipolmoments wurde eine Funktion implementiert, mit der ein elektrischer Strom ins TLM-Gitter eingeprägt werden kann. Unter Verwendung des Dualitätsprinzips wurde ein neuartiger Algorithmus zur Einprägung einer elektrischen Spannung entwickelt, mit dem sich fiktive magnetische Stromdichten anregen lassen.

Mit Hilfe der Systemtheorie ist ein neues Verfahren vorgestellt worden, mit dem die Impulsantwort bzw. die Parameter der Koppelmatrizen mit einem Gaußimpuls als Anregungssignal bestimmt werden können. Zur Vermeidung langer Simulationszeiten und zur automatischen Extrahierung der Gehäuseresonanzen für komplexe Gehäusestrukturen wurde zur Bestimmung der Koppelmatrizen bzw. Koppelnetzwerke die Prony-Methode unter Verwendung der Singulärwertzerlegung eingesetzt. Hierbei wurde eine Methode hergeleitet, die unter Ausnutzung der Reziprozität und der Symmetrie die Koppelmatrix aus einer einzigen Vollwellensimulation ermittelt.

In mehreren Beispielen wurde die Gültigkeit der Koppelmatrizen und ihren zugehörigen Ersatzschaltbildern durch den Vergleich der Ergebnisse aus Schaltungssimulationen mit den Ergebnissen von Vollwellensimulationen validiert.

6.2 Ausblick

Gegenwärtig werden zur Extrahierung der Koppelmatrizen bzw. der zugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilder mit Hilfe des analytischen oder numerischen Verfahrens verschiedene Softwaretools eingesetzt. Für eine Automatisierung dieser Verfahren ist es sinnvoll die verschiedenen Algorithmen zur Bestimmung der Koppelmatrizen in einer einzigen Software zu integrieren.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren gehen davon aus, dass die Flächenstromdichten nur auf der Substratoberfläche fließen. Weitergehende Untersuchungen haben gezeigt, dass auch vertikale Leiter, wie z.B. Durchkontaktierungen zur Herstellung einer Masseverbindung zu Bauelementen, verantwortlich für die Anregung von Gehäuseresonanzen sind und mit diesen eine Wechselwirkung eingehen. In Bezug auf das analytische Verfahren findet man z.B. in der Literatur [4] und [7] Ansätze zur Bestimmung der Greenschen Funktionen, die durch ein vertikales elektrisches Einheitsstromdichteelement hervorgerufen werden. Beim numerischen Verfahren sind hierzu keine weiteren Modifikationen erforderlich.

Die elektromagnetische Verkopplung zwischen der Mikrowellenschaltung und den Gehäuseresonanzen wurde in dieser Arbeit als unerwünschte Störbeeinflussung behandelt. Man kann diese Wechselwirkung aber auch gezielt nutzen, um z.B. Filterstrukturen zu realisieren.

A Anhang

A.1 Mehrtor-Netzwerkmodellierung planarer Schaltungen

A.1.1 Einführung

Die Mehrtor-Netzwerkmodellierung (Multiport Network Modeling, MNM) ist ein Verfahren zur Beschreibung der elektrischen Eigenschaften einer beliebig geformten planaren Schaltung durch ein N-Tor in Form einer Impedanz-, Admittanz- oder Streumatrix. Die nachfolgende Diskussion beschränkt sich nur auf die Impedanzmatrix, da diese in der Praxis häufig Anwendung findet.

Eine analytische Beschreibung dieser Methode wurde erstmals in [64] zur Analyse beliebig geformter Triplate-Strukturen vorgestellt. Anfangs wurde dieses Verfahren vorwiegend zur Charakterisierung von Mikrostreifenantennen verwendet [64] - [66]. Aufgrund der Vielseitigkeit dieser Methode, wird die Theorie planarer Schaltungen mittlerweile auch zur Analyse und Synthese verschiedener Hochfrequenzkomponenten und -schaltungen eingesetzt. Neben der Modellierung der elektrischen Eigenschaften von Leiterstrukturen lassen sich auch parasitäre Effekte, wie die elektromagnetische Verkopplung von Mikrostreifenstrukturen durch Abstrahlung oder durch Gehäusemoden und die Wechselwirkung zwischen Parallelplattenmoden mit den Bauelementen einer Leiterplatte mit der Theorie planarer Schaltungen behandeln [12], [67] - [71].

Planare Schaltungen, wie z.B. Bandleitungsstrukturen, zeichnen sich durch eine im Vergleich zur Wellenlänge kleine Substrathöhe aus. Damit kann innerhalb der Metallisierungen ein rein vertikales elektrisches Feld mit zugehöriger Spannungsverteilung angenommen werden, für das die zweidimensionale Wellengleichung (Helmholtz-Gleichung) unter Berücksichtigung der Randbedingungen zu lösen ist.

Die Lösung dieser Wellengleichung durch Entwicklung der Greenschen Funktion in Eigenfunktionen liefert für die planaren Strukturen elektrische Ersatzschaltbilder [70] - [75], die in einem Schaltungssimulator zur Beschreibung des elektrischen Verhaltens der planaren Schaltung oder zur Analyse elektromagnetischer Verkopplungen zwischen Bauelementen und der planaren Schaltung verwendet werden können.

Wie in Bild A.1 angedeutet, gelangt man bei einer Mikrostreifenstruktur zu einer planaren Schaltung, wenn die Peripherie der Mikrostreifenstruktur mit magnetischen Wänden umgeben wird. Elektrische Streufelder werden durch eine Verbreiterung der Mikrostreifenstruktur berücksichtigt. An den Stellen, an denen eine externe Mikrostreifenleitung an der

Berandung angebracht ist, z.B. zur Anregung der Struktur, wird ein Koppeltor mit der Breite w_i der angeschlossenen Mikrostreifenleitung definiert.

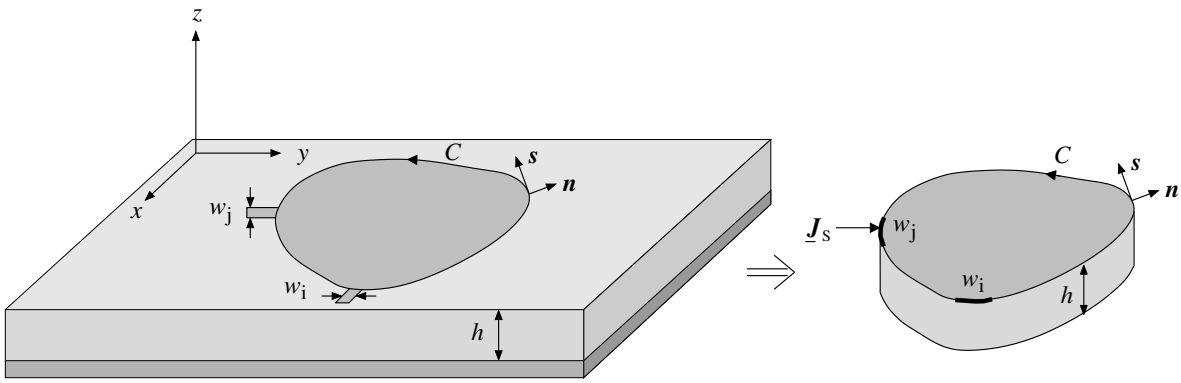


Bild A.1: Extrahierung einer planaren Schaltung aus einer Mikrostreifenstruktur.

Abhängig von der Komplexität der Form der Mikrostreifenstruktur kommen zur Bestimmung der Impedanzmatrix, die die elektrischen Eigenschaften der Mikrostreifenstruktur beschreibt, verschiedene Verfahren zum Einsatz.

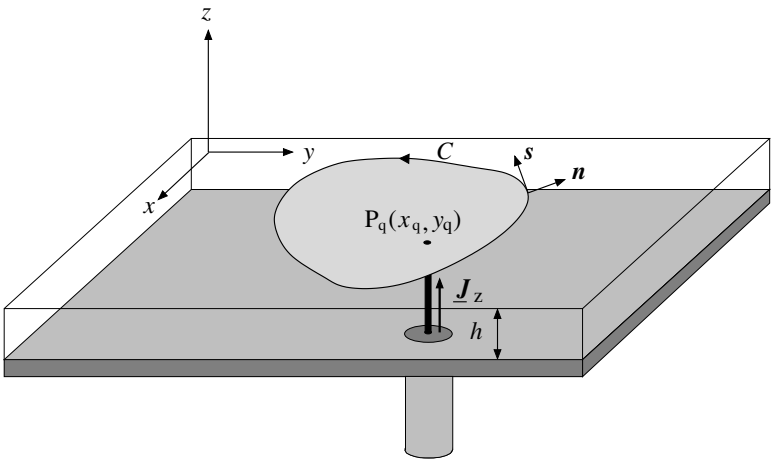
Für einfache Segmentformen (Rechteck, Dreieck, Kreis, Kreissegment, u.a.) werden die Impedanzparameter mit Hilfe der Greenschen Funktionen bestimmt, die in analytischer Form vorliegen. Mit der Segmentierungs- bzw. Desegmentierungsmethode [14] lassen sich komplexere Strukturen in einfache Segmente zerlegen. Die Segmentierungsmethode fasst die Impedanzmatrizen einzelner Segmente zu einer Gesamtimpedanzmatrix zusammen, mit der die elektrischen Eigenschaften der zusammengesetzten Struktur beschrieben wird.

Für sehr komplizierte Formen der Mikrostreifenstruktur, bei der die obigen Methoden nicht anwendbar sind, kommen zur Bestimmung der Impedanzmatrix Randintegralverfahren [14], [32] oder die Methode der Finiten Elemente zum Einsatz [76]. Ausgehend von der zweidimensionalen skalaren Wellengleichung für die elektrische Spannung zwischen den Metallisierungen, wird beim Randintegralverfahren mit Hilfe des Greenschen Satzes eine Integralgleichung hergeleitet, die die Spannungen und Ströme an den Koppeltoren entlang der Mikrostreifenkontur in Beziehung setzt, aus der die Impedanzparameter der Impedanzmatrix bestimmt werden.

Herleitung der Impedanzmatrix

Bei der analytischen Behandlung planarer Schaltungen sind prinzipiell zwei Aufgabenstellungen zu unterscheiden, die in Bild A.2 dargestellt sind. Das in Bild A.2 a) dargestellte Problem beschreibt die planare Schaltung mit homogenen Randbedingungen und Quellen im Raumgebiet zwischen den beiden Metallisierungen. Diese Art der Anregung findet man z.B. bei einer Koaxialleitung vor, bei der der Außenleiter mit der unteren und der Innenleiter mit der oberen Metallisierung verbunden ist. Die zu lösende Aufgabe führt auf eine inhomogene Helmholtzgleichung mit homogenen Randbedingungen.

a)



b)

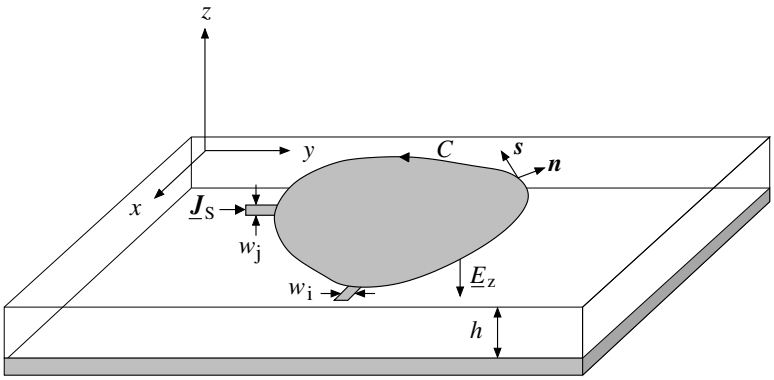


Bild A.2: Mikrostreifenstrukturen mit verschiedenen Anregungsformen.

Das Problem in Bild A.2 b), das für die weiteren Betrachtungen in diesem Abschnitt zugrunde gelegt wird, beschreibt eine planare Schaltung mit inhomogenen Randbedingungen in Form magnetischer Wände und externen Toren (Mikrostreifenleitungen). Der Raum zwischen den beiden Metallisierungen ist quellenfrei. Dieses Problem läßt sich mit Hilfe der homogenen Helmholtz-Gleichung unter Berücksichtigung der inhomogenen Randbedingungen lösen.

Neben diesen beiden Anregungsformen gibt es noch weitere Problemstellungen, in denen beide Anregungsformen vorkommen [76].

Ausgangspunkt der Herleitung der Impedanzmatrix einer planaren Schaltung für eine Struktur nach Bild A.2 b) sind die Maxwellschen Gleichungen für eine harmonische Zeitabhängigkeit

$$rot\underline{\boldsymbol{E}} = -j\omega\mu\underline{\boldsymbol{H}}, \tag{A.1}$$

$$rot\underline{\boldsymbol{H}} = j\omega\epsilon\underline{\boldsymbol{E}}. \tag{A.2}$$

Dabei wird ein quellenfreier Raum mit homogener und isotroper Materialfüllung vorausgesetzt. Gemäß der Definition planarer Schaltungen weist die in Bild A.2 b) dargestellte Mikrostreifenstruktur eine Substrathöhe auf, die sehr viel kleiner als die Wellenlänge im dielektrischen Medium ist. Daher ist keine Feldvariation in z-Richtung zu erwarten ($\partial/\partial z = 0$) und die Feldkomponenten $\underline{E}_\mathrm{x}$, $\underline{E}_\mathrm{y}$ und $\underline{H}_\mathrm{z}$ können zu Null gesetzt werden. Die Abmessungen der planaren Schaltung in x- und y-Richtung liegen in der Größenordnung der Wellenlänge. Mit dieser Annahme vereinfachen sich die Maxwellschen Gleichungen (A.1) und (A.2) zu

$$\frac{\partial \underline{E}_\mathrm{z}}{\partial y} = -j\omega\mu\underline{H}_\mathrm{x}, \tag{A.3}$$

$$\frac{\partial \underline{E}_\mathrm{z}}{\partial x} = j\omega\mu\underline{H}_\mathrm{y}, \tag{A.4}$$

$$\frac{\partial \underline{H}_\mathrm{y}}{\partial x} - \frac{\partial \underline{H}_\mathrm{x}}{\partial y} = j\omega\epsilon\underline{E}_\mathrm{z}. \tag{A.5}$$

In Verbindung mit den relevanten Randbedingungen läßt sich mit den Gleichungen (A.3) bis (A.5) jede planare Schaltung charakterisieren. Löst man Gleichung (A.3) und (A.4) nach den Feldkomponenten $\underline{H}_\mathrm{x}$ und $\underline{H}_\mathrm{y}$ auf und setzt diese anschließend in Gleichung (A.5) ein, läßt sich die zweidimensionale Helmholtz-Gleichung der planaren Struktur in Abhängigkeit der Feldkomponente $\underline{E}_\mathrm{z}$ bestimmen

$$(\Delta_\mathrm{T} + k^2)\underline{E}_\mathrm{z} = 0. \tag{A.6}$$

In Gleichung (A.6) ist $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$ die Wellenzahl und

$$\Delta_\mathrm{T} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \tag{A.7}$$

der zweidimensionale Delta-Operator im kartesischen Koordinatensystem.

Aufgrund der Homogenität des elektrischen Feldes in z-Richtung, läßt sich zwischen den beiden Metallisierungen der planaren Schaltung die Spannung

$$\underline{u} = \underline{E}_\mathrm{z} h \tag{A.8}$$

definieren. Auf der Innenseite der Metallisierungen ist die Grenzschichtbedingung

$$\underline{\boldsymbol{J}}_\mathrm{S} = \boldsymbol{e}_\mathrm{z} \times \underline{\boldsymbol{H}} = \underline{H}_\mathrm{x}\boldsymbol{e}_\mathrm{y} - \underline{H}_\mathrm{y}\boldsymbol{e}_\mathrm{x} \tag{A.9}$$

zu erfüllen, die einen Zusammenhang zwischen der elektrischen Flächenstromdichte $\underline{\boldsymbol{J}}_\mathrm{S}$ und der magnetischen Erregung $\underline{\boldsymbol{H}}$ in der Grenzschicht herstellt. Mit Gleichung (A.9) läßt sich aus den Gleichungen (A.3) und (A.4) die Beziehung

$$grad\underline{E}_\mathrm{z} = -j\omega\mu\underline{\boldsymbol{J}}_\mathrm{S} \tag{A.10}$$

ableiten.

Zur Untersuchung der Randbedingungen entlang der Berandung der planaren Schaltung multipliziert man Gleichung (A.10) mit dem Normalenvektor $\boldsymbol{n}$ der gemäß Bild A.2 b) senkrecht auf der Berandung steht und nach außen weist

$$\boldsymbol{n} \cdot grad\underline{E}_\mathrm{z} = \frac{\partial \underline{E}_\mathrm{z}}{\partial n} = -j\omega\mu\left(\boldsymbol{n} \cdot \underline{\boldsymbol{J}}_\mathrm{S}\right). \tag{A.11}$$

Nach Gleichung (A.11) gibt es entlang der Berandung der planaren Schaltung Bereiche, aus denen die Stromdichte $\boldsymbol{n}\cdot\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}}$ heraustritt. Diese Bereiche bezeichnet man im Zusammenhang mit den anregenden Stromdichten durch externe Leitungen auch als Koppeltore. In den übrigen Bereichen entlang der Berandung, in denen keine Verbindungen mit externen Toren oder Leitungen vorliegen ist $\boldsymbol{n}\cdot\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}} = 0$, vorausgesetzt es fließt keine Stromdichte zwischen der oberen und unteren Metallisierung entlang der Berandung. Für diese Bereiche ergibt sich die Randbedingung

$$\frac{\partial \underline{E}_{\mathrm{z}}}{\partial n} = h\,\frac{\partial \underline{u}}{\partial n} = 0. \tag{A.12}$$

Aus den Gleichungen (A.9) und (A.11) folgt unter Verwendung der Vektoridentität

$$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a} \tag{A.13}$$

die Beziehung

$$\boldsymbol{s}\cdot\underline{\boldsymbol{H}} = -\frac{1}{j\omega\mu}\frac{\partial \underline{E}_{\mathrm{z}}}{\partial n} = 0, \tag{A.14}$$

mit $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{n}\times\boldsymbol{e}_{\mathrm{z}}$ dem tangentialen Einheitsvektor entlang der Berandung. Gleichung (A.14) besagt, dass die tangentialen Feldkomponenten der magnetischen Feldstärke Null sein müssen, was der Randbedingung einer magnetischen Wand entspricht.

Wird ein externes Tor mit der Berandung der planaren Schaltung verbunden, so folgt aus Gleichung (A.11)

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial n} = h\frac{\partial \underline{E}_{\mathrm{z}}}{\partial n} = j\omega\mu h\underline{J}_{\mathrm{S}} \tag{A.15}$$

mit der elektrischen Flächenstromdichte $\underline{J}_{\mathrm{S}}$, die von dem externen Tor in die Berandung der planaren Schaltung fließt (Normalenvektor $\boldsymbol{n}$ und Flächenstromdichte $\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}}$ haben entgegengesetztes Vorzeichen).

Zerlegt man nun die Berandung in N Segmente (Tore), so läßt sich mit Hilfe der Greenschen Funktion eine $N\times N$-Impedanzmatrix ableiten, die die Spannung von jedem Tor in Beziehung zu dem Strom des zugehörigen Tores und den Strömen der anderen Tore setzt.

Im allgemeinen ist die Bestimmung der Greenschen Funktion kompliziert. Für eine in z-Richtung orientierte Stromdichte $\underline{J}_{\mathrm{z}}(x_q, y_q)$, wie sie bei der koaxialen Anregung gemäß Bild A.2 a) dargestellt ist, läßt sie sich einfach bestimmen [14]. Für diesen Fall ist die inhomogene Helmholtz-Gleichung

$$(\Delta_{\mathrm{T}} + k^2)\,\underline{u} = -j\omega\mu h\underline{J}_{\mathrm{z}}, \tag{A.16}$$

unter Berücksichtigung der Randbedingung gemäß der Gleichung (A.12) zu lösen. Hierzu wird zunächst die zugehörige Greensche Funktion aus der inhomogenen Wellengleichung (A.16) für ein in z-Richtung orientiertes Stromdichteelement $1\,\delta(x-x_q)\,\delta(y-y_q)$ in einem Anregungspunkt $\boldsymbol{r}_q = (x_q, y_q)$ zwischen den beiden Metallisierungen berechnet

$$(\Delta_{\mathrm{T}} + k^2)\,\underline{G}(x,y;x_q,y_q) = -j\omega\mu h\,\delta(x-x_q)\,\delta(y-y_q), \tag{A.17}$$

wobei die Randbedingungen

$$\partial\underline{G}/\partial n = 0 \tag{A.18}$$

zu berücksichtigen sind.

Mit der ermittelten Greenschen Funktion $\underline{G}(x, y; x_q, y_q)$ wird dann in einem beliebigen Aufpunkt $\boldsymbol{r} = (x, y)$ die Spannung $\underline{u}(x, y)$, die von der oberen zur unteren Metallisierung gerichtet ist, mittels der Beziehung

$$\underline{u}(x, y) = \iint_D \underline{G}(x, y; x_q, y_q)\, \underline{J}_{\mathrm{z}}(x_q, y_q)\, dx_q dy_q \tag{A.19}$$

bestimmt.

Für einfache Formen der Mikrostreifenstrukturen, wie z.B. Rechtecke, Dreiecke, Kreise, Ringe, u.a. sind die Greenschen Funktionen in Form unendlicher Reihen bekannt. Eine Zusammenstellung dieser Greenschen Funktionen findet man in [32], [14] und [76].

Um den Lösungsansatz nach Gleichung (A.17) und (A.18) auch für Strukturen nach Bild A.2 b) verwenden zu können, bedient man sich der in Bild A.3 dargestellten Äquivalenz zwischen der transversalen und vertikalen Stromdichte entlang der Berandung [76], [77].

Die Speisung der planaren Schaltung durch eine externe Mikrostreifenleitung, läßt sich gemäß Bild A.3 durch eine in z-Richtung orientierte Flächenstromdichte entlang der Berandung approximieren. Die Äquivalenz zwischen beiden Anregungsformen ist ersichtlich, wenn man die zugehörigen Grenzschichtbedingungen

$$\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{z}} = \boldsymbol{n} \times \underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{t}} \tag{A.20}$$

und

$$\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}} = \boldsymbol{e}_{\mathrm{z}} \times \underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{t}} \tag{A.21}$$

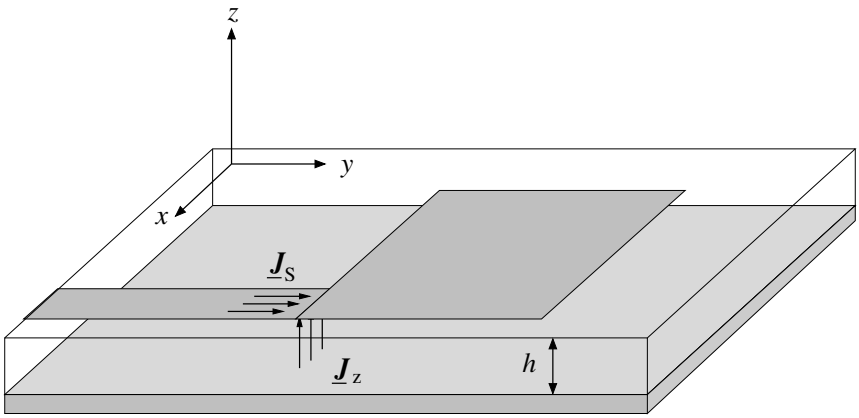
miteinander vergleicht, wobei $\underline{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{t}}$ das tangentiale magnetische Feld entlang der Grenzschicht zwischen der anregenden Leitung und der planaren Schaltung ist. Die Beträge der beiden Stromdichten in Gleichungen (A.20) und (A.21) sind gleich, d.h. $|\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{z}}| = |\underline{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{S}}|$.

Mit der Äquivalenz dieser beiden Anregungsformen läßt sich die Beziehung nach Gleichung (A.19) für Spannungen und Stromdichten entlang der Berandung der planaren Schaltung umformulieren

$$\underline{u}(s) = \oint_C \underline{G}(s; s_q)\, \underline{J}_S(s_q)\, ds_q. \tag{A.22}$$

In Gleichung (A.22) ist $\underline{J}_{\mathrm{S}}(s_q)$ die Eingangsstromdichte eines externen Tores (Mikrostreifenleitung) im Bereich s_q, die die Spannung $\underline{u}(s)$ im Bereich s der Kontur hervorruft.

a)



b)

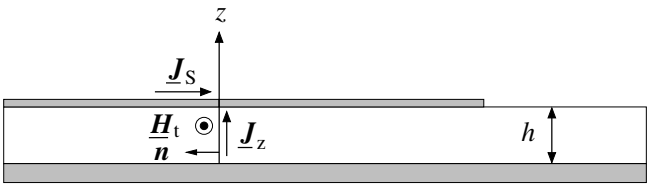


Bild A.3: Äquivalenz zwischen transversaler und senkrechter Stromdichte: a) Perspektivische Ansicht, b) Seitenansicht.

Zur Herleitung einer Beziehung zwischen den Feldgrößen der planaren Schaltung und den Netzwerkgrößen (Strom und Spannung) des äquivalenten N-Tores, wird die Berandung der planaren Schaltung in N Segmente unterteilt. Jedes Segment der Breite w_j läßt sich als Tor beschreiben, dessen Torspannung und Torstrom über die Beziehungen

$$\underline{u}_j = \frac{h}{w_j} \int_{w_j} \underline{E}_z(s)\, ds, \tag{A.23}$$

$$\underline{i}_j = \int_{w_j} \underline{J}_s(s)\, ds, \tag{A.24}$$

mit den Feldgrößen der planaren Schaltung verknüpft sind, wobei sich die Integration entlang der Berandung C über die jeweilige Torbreite erstreckt (siehe Bild A.2 b)).

Ist die Segmentierung fein genug gewählt, läßt sich jedes Segment durch eine gerade Linie approximieren und das Linienintegral nach Gleichung (A.22) kann längs der geschlossenen Kontur C in eine Summe einfacher Linienintegrale überführt werden

$$\underline{u}(s) = \sum_{j=1}^{N} \int_{w_j} \underline{G}(s; s_q)\, \underline{J}_S(s_q)\, ds_q. \tag{A.25}$$

Mit Gleichung (A.23) läßt sich für das Tor i die Spannung

$$\underline{u}_i = \frac{1}{w_i} \int\limits_{w_i} \underline{u}(s)\, ds \tag{A.26}$$

definieren. Einsetzen der Gleichung (A.25) in die Gleichung (A.26) liefert

$$\underline{u}_i = \frac{1}{w_i} \sum_{j=1}^{N} \int\limits_{w_i} \int\limits_{w_j} \underline{G}(s; s_q)\, \underline{J}_\mathrm{S}(s_q)\, ds_q\, ds. \tag{A.27}$$

Unter der Annahme, dass die Stromdichte $\underline{J}_\mathrm{S}(s_q)$ entlang des Segments s_q konstant ist, läßt sich der zugehörige Strom, der in Tor j fließt aus Gleichung (A.24) ermitteln

$$\underline{i}_j = \int\limits_{w_j} \underline{J}_\mathrm{S}(s_q)\, ds_q = w_j\, \underline{J}_\mathrm{S}(s_q). \tag{A.28}$$

Mit Gleichung (A.28) ergibt sich für die Torspannung aus Gleichung (A.27) die Beziehung

$$\underline{u}_i = \sum_{j=1}^{N} \frac{\underline{i}_j}{w_i w_j} \int\limits_{w_i} \int\limits_{w_j} \underline{G}(s; s_q)\, ds_q\, ds. \tag{A.29}$$

Die Elemente der Impedanzmatrix $\underline{\mathbf{Z}}$ lassen sich nun aus der Gleichung (A.29) berechnen

$$\underline{z}_{ij}(j\omega) = \left.\frac{\underline{u}_i}{\underline{i}_j}\right|_{\underline{i}_i=0, i\neq j} = \frac{1}{w_i w_j} \int\limits_{w_i} \int\limits_{w_j} \underline{G}(s; s_q)\, ds_q\, ds. \tag{A.30}$$

In Gleichung (A.30) korrespondieren ds_q und ds mit der Integration über das Segment j und i. Die Angabe $\underline{i}_i = 0, i \neq j$ weist darauf hin, dass zur Bestimmung des Impedanzparameters $\underline{z}_{ij}(j\omega)$ alle Tore außer Tor j offen (im Leerlauf) betrieben werden.

Bestimmung der Greenschen Funktion

Zur Bestimmung der Impedanzparameter nach Gleichung (A.30) läßt sich die Greensche Funktion in eine Reihe bekannter Eigenfunktionen $\Phi_m(x, y)$ entwickeln

$$\underline{G}(x, y; x_q, y_q) = \sum_{m=1}^{\infty} \underline{A}_m \Phi_m. \tag{A.31}$$

Die Eigenfunktionen Φ_m bilden einen vollständigen Satz orthonormaler Funktionen

$$\iint\limits_D \Phi_m \Phi_n^* dx dy = \begin{cases} 1 & , m = n \\ 0 & , m \neq n \end{cases} \tag{A.32}$$

und erfüllen die homogene skalare Wellengleichung

$$(\Delta_\mathrm{T} + k_m^2)\, \Phi_m = 0, \tag{A.33}$$

unter Berücksichtigung der Randbedingung an der Berandung der planaren Struktur

$$\frac{\partial \Phi_m}{\partial n} = 0. \tag{A.34}$$

Aus der inhomogenen Wellengleichung (A.17) folgt mit Gleichung (A.31) und unter Berücksichtigung von Gleichung (A.33) die Beziehung

$$\sum_{m=1}^{\infty} \underline{A}_m (k^2 - k_m^2)\, \Phi_m(x,y) = -j\omega\mu h\, \delta(x - x_q)\, \delta(y - y_q). \tag{A.35}$$

Multipliziert man beide Seiten der Gleichung (A.35) mit der konjugiert komplexen Eigenfunktion Φ_n^* und integriert über das Gebiet D, so erhält man unter Verwendung der Orthonormierungsbeziehung (A.32) und der Ausblendeigenschaft der Delta-Distribution für die Koeffizienten der Gleichung (A.31)

$$\underline{A}_n = \frac{j\omega\mu h\, \Phi_n^*(x_q, y_q)}{k_n^2 - k^2}. \tag{A.36}$$

Mit Gleichung (A.36) ergibt sich für die Greensche Funktion aus Gleichung (A.31)

$$\underline{G}(x, y; x_q, y_q) = j\omega\mu h \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n(x,y)\Phi_n^*(x_q, y_q)}{k_n^2 - k^2}. \tag{A.37}$$

Die Elemente der Impedanzmatrix nach Gleichung (A.30) lassen sich anschließend mit der Greenschen Funktion (A.37) bestimmen

$$\underline{z}_{ij}(j\omega) = \frac{j\omega\mu h}{w_i w_j} \int_{w_i} \int_{w_j} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n(s)\Phi_n^*(s_q)}{k_n^2 - k^2}\, ds_q ds. \tag{A.38}$$

Für sehr einfache Formen der Mikrostreifenstruktur lassen sich für die Eigenfunktionen $\Phi_n(x,y)$ analytische Ausdrücke berechnen [76]. Im Fall einer rechteckförmigen Struktur der Kantenlänge a in x-Richtung und b in y-Richtung liefert die oben beschriebene Methode für die Greensche Funktion [14]

$$\underline{G}(x, y; x_q, y_q) = \frac{j\omega\mu h}{ab} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sigma_m \sigma_n \cos(k_x x_q) \cos(k_y y_q) \cos(k_x x) \cos(k_y y)}{k_x^2 + k_y^2 - k^2}, \tag{A.39}$$

mit den diskreten Eigenwerten

$$k_{\mathrm{x}} = \frac{m\pi}{a}, \tag{A.40}$$

$$k_{\mathrm{y}} = \frac{n\pi}{b}, \tag{A.41}$$

und

$$\sigma_i = \begin{cases} 1 & , i = 0 \\ 2 & , i \neq 0. \end{cases} \tag{A.42}$$

Die Impedanzparameter der rechteckförmigen planaren Struktur errechnen sich aus den Gleichungen (A.30) und (A.39)

$$\underline{z}_{ij}(j\omega) = \frac{j\omega\mu h}{a\,b\,w_i\,w_j} \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} \int_{w_i}\int_{w_j} \frac{\sigma_m\sigma_n \cos(k_\mathrm{x}x_q)\cos(k_\mathrm{y}y_q)\cos(k_\mathrm{x}x)\cos(k_\mathrm{y}y)}{k_x^2 + k_y^2 - k^2}\, ds ds_q. \tag{A.43}$$

Für eine allgemeingültige Beziehung der Koppelimpedanzen in Gleichung (A.43) werden auch Tore im Bereich innerhalb der Metallisierungen zugelassen. Wie in Bild A.4 angedeutet, wird die Integration in Gleichung (A.43) bzgl. der Tormitte von der Unterkante zur Oberkante des zugehörigen Tores durchgeführt.

Unter Verwendung des Additionstheorems [78]

$$\frac{1}{2}\left(\sin(x+y) - \sin(x-y)\right) = \cos(x)\sin(y) \tag{A.44}$$

erhält man aus Gleichung (A.43) für die Elemente der Impedanzmatrix

$$\underline{z}_{ij}(j\omega) = \frac{j\omega\mu h}{a\,b} \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sigma_m\sigma_n}{k_x^2 + k_y^2 - k^2} f(x_i, y_i)\, f(x_j, y_j), \tag{A.45}$$

mit den Geometriefunktionen

$$f(x_i, y_i) = \cos(k_\mathrm{x}x_i)\,\mathrm{si}(\frac{k_\mathrm{x}}{2}w_{\mathrm{x}i})\cos(k_\mathrm{y}y_i)\,\mathrm{si}(\frac{k_\mathrm{y}}{2}w_{\mathrm{y}i}), \tag{A.46}$$

$$f(x_j, y_j) = \cos(k_\mathrm{x}x_j)\,\mathrm{si}(\frac{k_\mathrm{x}}{2}w_{\mathrm{x}j})\cos(k_\mathrm{y}y_j)\,\mathrm{si}(\frac{k_\mathrm{y}}{2}w_{\mathrm{y}j}). \tag{A.47}$$

In den Gleichungen (A.46) und (A.47) ist $P_j(x_j, y_j)$ der Anregungspunkt und $P_i(x_i, y_i)$ der Beobachtungspunkt in der Mitte des Tores j und i.

Bei der Auswertung der Gleichung (A.45) ist zu beachten, dass die Tore innerhalb der planaren Struktur eine zweidimensionale Geometrie aufweisen (siehe Bild A.4). Für Tore entlang der Peripherie muss eine der beiden Torgeometrien in x- oder y-Richtung für das Anregungstor (w_{xj}, w_{yj}) und Beobachtungstor (w_{xi}, w_{yi}) Null sein.

In der Praxis sind die Reihen in Gleichung (A.45) endlich. Kriterien für die Anzahl der Reihenelemente findet man in [68] und [70]. Zur Berechnung der Impedanzmatrizen rechteckförmiger Mikrostreifenstrukturen wurden in dieser Arbeit 50 Reihenelemente berücksichtigt.

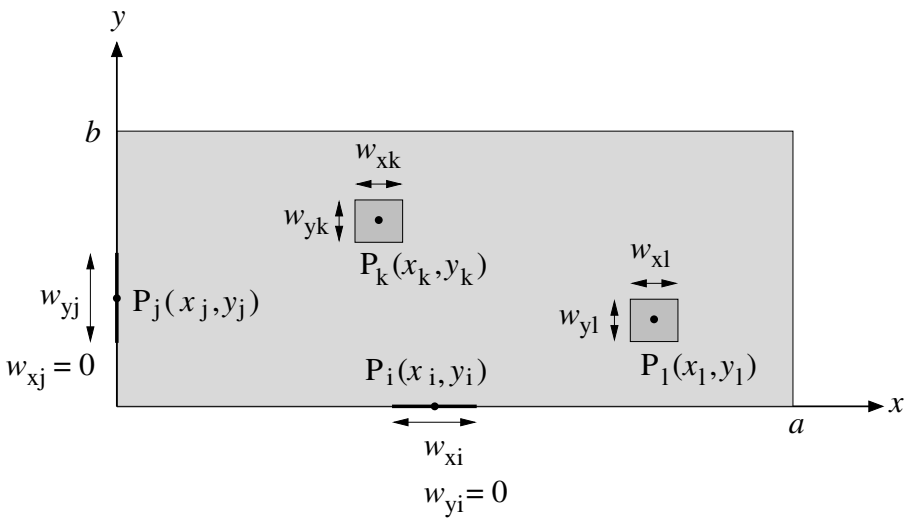


Bild A.4: Allgemeine Definition der Anregungs- und Beobachtungstore einer planaren rechteckförmigen Struktur.

Berücksichtigung von Streufeldern

Zur Berücksichtigung der in den Streufeldern des elektrischen Feldes entlang der Peripherie der Mikrostreifenstruktur enthaltenen Energie, wird die Mikrostreifenstruktur verbreitert. Für Mikrostreifenleitungen läßt sich nach [12] die effektive Breite

$$w_{\mathrm{eff}}(f) = \frac{Z_0 h}{Z_{\mathrm{L}}(f)\sqrt{\epsilon_{\mathrm{r,eff}}(f)}}, \tag{A.48}$$

für den resultierenden Parallelplattenwellenleiter angeben. In der Gleichung (A.48) ist h die Substrathöhe, $Z_0 = 120\,\pi\,\Omega$ der Freiraumwellenwiderstand, $Z_{\mathrm{L}}(f)$ der frequenzabhängige Wellenwiderstand der Mikrostreifenleitung und $\epsilon_{\mathrm{r,eff}}(f)$ die frequenzabhängige effektive Permittivität des Substrats.

Segmentierungs- und Desegmentierungsmethode

Mit Hilfe der Segmentierungs- bzw. der Desegmentierungsmethode läßt sich die Z-, Y-, oder S-Matrix einer komplexen planaren Struktur ermitteln [79] - [81]. Hierzu zerlegt man die Struktur in Segmente, deren Greensche Funktionen bekannt sind.

Die Desegmentierungsmethode stellt das komplementäre Verfahren zur Segmentierungsmethode dar. Bei dieser Methode werden die Matrizen ermittelt, indem man die komplexe Struktur durch Aussparung von Segmenten erzeugt, deren Greenschen Funktionen bekannt sind. Zur Charakterisierung von Mikrostreifenstrukturen stellt die Z-Matrix die effizienteste Form dar.

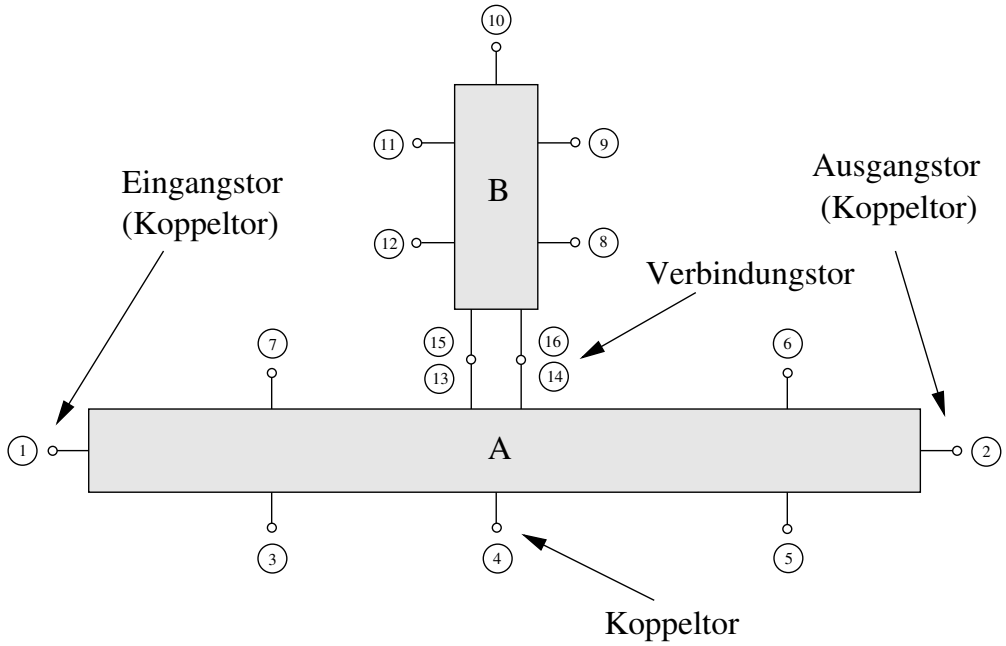


Bild A.5: Tordefinition für eine Beispielstruktur zur Bestimmung der Gesamtmatrix mit Hilfe der Segmentierungsmethode.

In dieser Arbeit wird ausschließlich die Segmentierungsmethode verwendet, daher wird auf dieses Verfahren im folgenden näher eingegangen. Am Beispiel der in Bild A.5 dargestellten Mikrostreifenleitung mit einer in der Mitte angebrachten offenen Stichleitung soll die Segmentierungsmethode erläutert werden.

Zur Bestimmung der Impedanzmatrix der Mikrostreifenstruktur in Bild A.5 wird diese in zwei rechteckförmige Segmente (Segment A und Segment B) zerlegt, deren Greensche Funktionen bekannt sind. Entlang der Peripherie beider Mikrostreifenleitungen werden verschiedene Arten von Toren definiert. Verbunden werden die beiden Segmente über die sogenannten Verbindungstore. Über das Eingangs- und Ausgangstor wird das elektrische Verhalten der Gesamtstruktur beschrieben. Elektromagnetische Verkopplungen lassen sich mit den externen Toren, den sog. Koppeltoren, berücksichtigen.

Bevor die beiden Segmente über die Verbindungstore miteinander verbunden werden, erfolgt für die Tore der Segmente eine sinnvolle Durchnummerierung. Eine mögliche Nummerierung der Tore ist in Bild A.5 dargestellt. Alle Tore der beiden Segmente werden nacheinander durchgezählt. Das Segment A weist $p_\mathrm{a} = 7$ externe Tore (Tore 1 bis 7) und $q = 2$ Verbindungstore (Tore 13 und 14) auf. Das Segment B hat $p_b = 5$ externe Tore (Tore 8 bis 12) und $r = 2$ Verbindungstore (Tore 15 und 16). Die Z-Matrix der gesamten Struktur läßt sich dann mit der Beziehung

$$\underline{\mathbf{Z}}_\mathrm{AB} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_a}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_b}} \end{pmatrix} + \left(\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_{aq}}} - \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_{br}}}\right) \cdot \left(\underline{\mathbf{Z}}_\mathrm{qq} + \underline{\mathbf{Z}}_\mathrm{rr}\right)^{-1} \cdot \left(\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{rp_b}} - \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{qp_a}}\right) \tag{A.49}$$

ermitteln [12].

Die Dimensionen der in Gleichung (A.49) vorkommenden Matrizen sind für das diskutierte Beispiel in der Tabelle A.1 zusammengefasst und die einzelnen Matrizen in den Gleichungen (A.50) bis (A.54) wiedergegeben.

Matrix	Dimension	Beispiel
$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_a}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_b}} \end{pmatrix}$	$(p_\mathrm{a} + p_\mathrm{b}) \times (p_\mathrm{a} + p_\mathrm{b})$	12×12
$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_{aq}}}$	$(p_\mathrm{a} + p_\mathrm{b}) \times q$	12×2
$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_{br}}}$	$(p_\mathrm{a} + p_\mathrm{b}) \times q$	12×2
$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{qp_a}}$	$q \times (p_\mathrm{a} + p_\mathrm{b})$	2×12
$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{rp_b}}$	$r \times (p_\mathrm{a} + p_\mathrm{b})$	2×12
$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{qq}}$	$q \times q$	2×2
$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{rr}}$	$r \times r$	2×2

Tabelle A.1: Matrix-Dimensionen der Einzelmatrizen zur Bestimmung der Gesamtimpedanzmatrix.

Die Matrix der Gleichung (A.50) beschreibt das Impedanzverhalten der externen Tore der beiden Segmente. Da die Segmente getrennt betrachtet werden, sind die entsprechenden Elemente der Matrix zu Null gesetzt. Zum Beispiel haben das Tor 1 des Segments A und das Tor 8 des Segments B keine Verbindung, somit ist $\underline{z}_{1,8} = \underline{z}_{8,1} = 0$.

Die gleiche Argumentation gilt auch für die Matrizen in den Gleichungen (A.51) bis (A.53), die das Impedanzverhalten zwischen den externen Toren und den Verbindungstoren der zugehörigen Segmente beschreiben.

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_a}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_b}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
\underline{z}_{1,1} & \underline{z}_{1,2} & \underline{z}_{1,3} & \underline{z}_{1,4} & \underline{z}_{1,5} & \underline{z}_{1,6} & \underline{z}_{1,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\underline{z}_{2,1} & \underline{z}_{2,2} & \underline{z}_{2,3} & \underline{z}_{2,4} & \underline{z}_{2,5} & \underline{z}_{2,6} & \underline{z}_{2,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\underline{z}_{3,1} & \underline{z}_{3,2} & \underline{z}_{3,3} & \underline{z}_{3,4} & \underline{z}_{3,5} & \underline{z}_{3,6} & \underline{z}_{3,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\underline{z}_{4,1} & \underline{z}_{4,2} & \underline{z}_{4,3} & \underline{z}_{4,4} & \underline{z}_{4,5} & \underline{z}_{4,6} & \underline{z}_{4,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\underline{z}_{5,1} & \underline{z}_{5,2} & \underline{z}_{5,3} & \underline{z}_{5,4} & \underline{z}_{5,5} & \underline{z}_{5,6} & \underline{z}_{5,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\underline{z}_{6,1} & \underline{z}_{6,2} & \underline{z}_{6,3} & \underline{z}_{6,4} & \underline{z}_{6,5} & \underline{z}_{6,6} & \underline{z}_{6,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\underline{z}_{7,1} & \underline{z}_{7,2} & \underline{z}_{7,3} & \underline{z}_{7,4} & \underline{z}_{7,5} & \underline{z}_{7,6} & \underline{z}_{7,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{z}_{8,8} & \underline{z}_{8,9} & \underline{z}_{8,10} & \underline{z}_{8,11} & \underline{z}_{8,12} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{z}_{9,8} & \underline{z}_{9,9} & \underline{z}_{9,10} & \underline{z}_{9,11} & \underline{z}_{9,12} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{z}_{10,8} & \underline{z}_{10,9} & \underline{z}_{10,10} & \underline{z}_{10,11} & \underline{z}_{10,12} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{z}_{11,8} & \underline{z}_{11,9} & \underline{z}_{11,10} & \underline{z}_{11,11} & z_{11,12} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{z}_{12,8} & \underline{z}_{12,9} & \underline{z}_{12,10} & \underline{z}_{12,11} & \underline{z}_{12,12}
\end{pmatrix}. \tag{A.50}$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_{aq}}} = \begin{pmatrix} \underline{z}_{1,13} & \underline{z}_{1,14} \\ \underline{z}_{2,13} & \underline{z}_{2,14} \\ \underline{z}_{3,13} & \underline{z}_{3,14} \\ \underline{z}_{4,13} & \underline{z}_{4,14} \\ \underline{z}_{5,13} & \underline{z}_{5,14} \\ \underline{z}_{6,13} & \underline{z}_{6,14} \\ \underline{z}_{7,13} & \underline{z}_{7,14} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{p_{br}}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \underline{z}_{8,15} & \underline{z}_{8,16} \\ \underline{z}_{9,15} & \underline{z}_{9,16} \\ \underline{z}_{10,15} & \underline{z}_{10,16} \\ \underline{z}_{11,15} & \underline{z}_{11,16} \\ \underline{z}_{12,15} & \underline{z}_{12,16} \end{pmatrix}, \tag{A.51}$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{qp_a}} = \begin{pmatrix} \underline{z}_{13,1} & \underline{z}_{13,2} & \underline{z}_{13,3} & \underline{z}_{13,4} & \underline{z}_{13,5} & \underline{z}_{13,6} & \underline{z}_{13,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \underline{z}_{14,1} & \underline{z}_{14,2} & \underline{z}_{14,3} & \underline{z}_{14,4} & \underline{z}_{14,5} & \underline{z}_{14,6} & \underline{z}_{14,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{A.52}$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{rp_b}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{z}_{15,8} & \underline{z}_{15,9} & \underline{z}_{15,10} & \underline{z}_{15,11} & \underline{z}_{15,12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{z}_{16,8} & \underline{z}_{16,9} & \underline{z}_{16,10} & \underline{z}_{16,11} & \underline{z}_{16,12} \end{pmatrix}, \tag{A.53}$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{qq}} = \begin{pmatrix} \underline{z}_{13,13} & \underline{z}_{13,14} \\ \underline{z}_{14,13} & \underline{z}_{14,14} \end{pmatrix}, \qquad \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{rr}} = \begin{pmatrix} \underline{z}_{15,15} & \underline{z}_{15,16} \\ \underline{z}_{16,15} & \underline{z}_{16,16} \end{pmatrix}. \tag{A.54}$$

Extrahierung eines elektrischen Ersatzschaltbildes aus einer planaren Schaltung

Moderne digitale Schaltungen mit Taktfrequenzen über 1 GHz bestehen aus elektronischen Bauelementen und integrierten Schaltkreisen, die mit hoher Packungsdichte auf mehrlagigen gedruckten Leiterplatten aufgebracht sind. Die Spannungsversorgung der Schaltkreise erfolgt über die sogenannten Potentialebenen. Zur Analyse der Signalintegrität gedrückter Leiterplatten (PCB, printed circuit boards) werden häufig SPICE-basierte Simulatoren verwendet, da diese gegenüber vollwellenbasierte Methoden eine entwurfsbegleitende Analyse der Leiterplatte in kurzer Zeit erlauben.

Von besonderem Interesse ist der Einfluß des Schaltrauschen (simultaneous switching noise (SSN), ground/power bounce noise oder Delta-I noise) auf die Signalintegrität. Durch das Ein- und Ausschalten von Strömen aktiver Bauelemente werden Parallelplattenwellenleitermoden angeregt, die die Versorgungsspannung der Schaltkreise stören und parasitäres Übersprechen zwischen den Bauelementen des PCBs hervorrufen. Zur Charakterisierung der durch die Resonanzen der Parallelplattenwellenleiteranordnung verursachten hochfrequenten parasitären Koppelmechanismen, wird an den Anschlussklemmen der integrierten Schaltkreise die ortsabhängige Impedanz der Potentialebenen bestimmt. Mit den ermittelten Eingangsimpedanzen, die von den Schaltkreisen der Leiterplatine gesehen werden, und den Koppelimpedanzen zwischen den Anschlussklemmen der Schaltkreise lassen sich in der Entwicklungsphase der Leiterplatine Problemstellen lokalisieren und durch geeignete

Maßnahmen, z.B durch Änderung der Leiterplattentopologie oder durch Anbringen von Entkoppelkondensatoren auf der Leiterplatte, kompensieren.

Zur Modellierung der hochfrequenten parasitären Eigenschaften des Schaltrauschens werden elektrische Netzwerke ermittelt, die in einem Schaltungssimulator implementiert werden können. Am Beispiel einer zweilagigen Leiterplatte soll die Extrahierung des elektrischen Ersatzschaltbildes demonstriert werden.

In Bild A.6 ist der Ausschnitt einer zweilagigen Leiterplatte mit zwei aktiven Bauelementen dargestellt. Die Spannungsversorgung der aktiven Bauelemente erfolgt über Durchkontaktierungen (rote vias), die mit den Potentialebenen verbunden sind. Zur Verbindung verschiedener Schaltkreise auf den beiden Seiten der Potentialebenen werden die Signalleitungen (blaue vias) durch die Metallisierungen der Spannungsversorgung hindurchgeführt. Bedingt durch die schnellen Ein- und Ausschaltströme digitaler Schaltkreise werden zwischen den Potentialebenen Parallelplattenwellenleitermoden angeregt, die sich zunächst radial ausbreiten. Dies ist in Bild A.6 für Signalleitung via A angedeutet. Die sich ausbreitenden Wellen zwischen den Potentialebenen verursachen eine ortsabhängige Spannungsveränderung du auf den Potentialebenen.

Erreichen die Wellen andere Leitungen zwischen den beiden Potentialebenen, so werden in diesen Ströme induziert, d.h. es kommt zu einem Übersprechen. Die durch das Übersprechen hervorgerufenen Ströme in den Signalleitungen regen ebenfalls Parallelplattenmoden an. Im Fall mehrlagiger Boards werden dadurch Wellen auch in anderen Layern angeregt. An den Rändern der Platine wird ein Teil der elektromagnetischen Energie in den Raum abgestrahlt und ein anderer Teil zurückreflektiert. Die hin- und rücklaufenden Wellenanteile überlagern sich zu stehenden Wellen und es kommt zur Ausbildung von Resonanzen des Parallelplattenwellenleiters. Wellenausbreitung, Reflektionen, Kopplungen und Resonanzen sind typische elektromagnetische (EM) Phänomene, die während der Signalübertragung in PCBs auftreten.

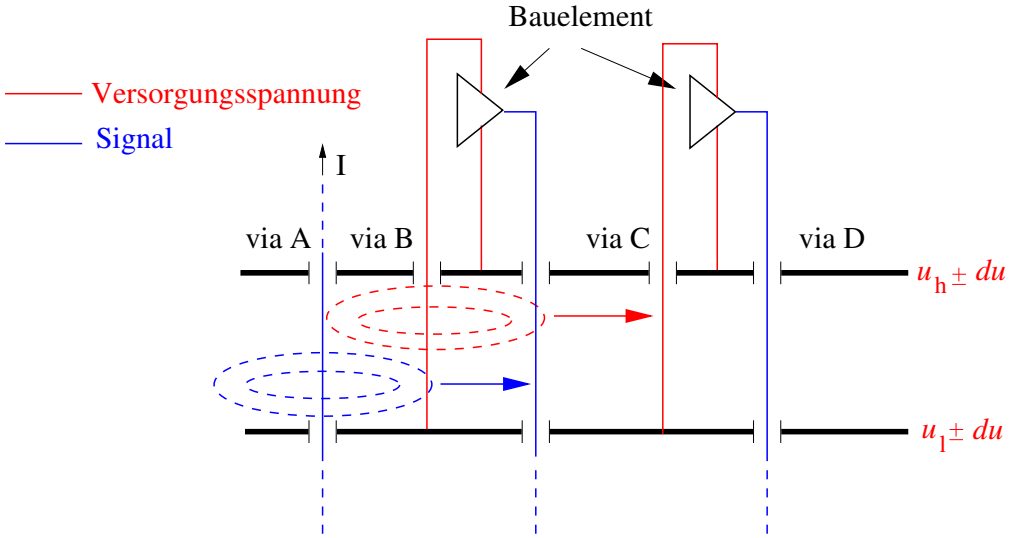


Bild A.6: Prinzip der Modenanregung zwischen den Potentialebenen einer zweilagigen Leiterplatte.

Die mit den Resonanzen des Parallelplattenwellenleiters einhergehenden parasitären elektromagnetischen Verkopplungen können Signalintegritätsprobleme hervorrufen, wie das Auslösen falscher Schaltzustände digitaler Bauelemente oder zum Ausfall des Systems führen.

Zur Vermeidung teurer und zeitaufwendiger PCB-Änderungen aufgrund von Fehlfunktionen durch Schaltrauschen, sind geeignete Simulationswerkzeuge in der Entwicklungsphase der Leiterplatte erforderlich. In der Literatur [82], [83] werden verschiedene numerische Verfahren zur Berücksichtigung des Schaltrauschens vorgestellt, die auf der Methode der Finiten Differenzen (FDTD), der Momenten- oder PEEC-Methode (PEEC, partial element equivalent circuit) basieren.

Aufgrund der großen Anzahl zu berücksichtigender Potentialebenen sind dreidimensionale Vollwellensimulatoren wegen des hohen Speicherbedarfs und den langen Simulationszeiten derzeit noch unattraktiv. Ein besonders effizientes Verfahren zur Berücksichtigung der elektromagnetischen Verkopplung verschiedener Bauelemente auf einer Leiterplatte durch Parallelplattenmoden wird in [70] und [71] vorgestellt. In diesen Arbeiten werden für die analytischen Ausdrücke der Koppelimpedanzen nach Gleichung (A.45) elektrische Ersatzschaltbilder extrahiert, die in einem SPICE-basierten Schaltungssimulator verwendet werden können. Die Berücksichtigung dielektrischer Verluste und Leiterverluste erfolgt durch die komplexe Wellenzahl [64]

$$\underline{k} = k' - jk''. \tag{A.55}$$

Für geringe Verluste ($k' >> k''$) läßt sich für den Realteil k' und den Imaginärteil k'' der komplexen Wellenzahl $\underline{k}$ der Term

$$k' = \omega\sqrt{\epsilon\mu} \tag{A.56}$$

und

$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon\mu}\frac{1}{2}(\tan(\delta) + \frac{\delta_\mathrm{S}}{h}) \tag{A.57}$$

angeben, mit

$$\delta_S = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \tag{A.58}$$

der äquivalenten Leitschichtdicke und $\tan(\delta)$ dem Verlustwinkel des Dielektrikums.

Mit der Separationsgleichung

$$k_\mathrm{x}^2 + k_\mathrm{y}^2 = k_{mn}^2 = \omega_{mn}^2\epsilon\mu \tag{A.59}$$

und den Gleichungen (A.55) bis (A.57) ergibt sich unter Vernachlässigung des quadratischen Terms $\frac{1}{4}(\tan(\delta) + \frac{\delta_\mathrm{S}}{h})^2$ aus Gleichung (A.45) die Beziehung

$$\underline{z}_{ij}(j\omega) = \frac{h}{ab\epsilon}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{N_i^{mn}\,N_j^{mn}}{\frac{\omega_{mn}^2}{j\omega} + j\omega + \omega\left(\tan(\delta) + \frac{\delta_\mathrm{S}}{h}\right)}, \tag{A.60}$$

mit

$$N_i^{mn} = \sqrt{\sigma_m}\sqrt{\sigma_n}\,f(x_i, y_i), \tag{A.61}$$

$$N_j^{mn} = \sqrt{\sigma_m}\sqrt{\sigma_n}\,f(x_j, y_j). \tag{A.62}$$

Aus der Gleichung (A.60) läßt sich noch kein elektrisches Ersatzschaltbild extrahieren, da der Vergleich der Koppelimpedanz

$$\underline{z}_{ji}(j\omega) = \frac{n_j\, n_i}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L} + G} \tag{A.63}$$

des Zweitors nach Bild A.7 zeigt, dass der Konduktanzterm in Gleichung (A.60) noch von der Kreisfrequenz ω abhängt.

Das in Bild A.7 dargestellte Ersatzschaltbild ist nur in unmittelbarer Umgebung der Resonanzkreisfrequenz ω_{mn} des Parallelplattenmodes gültig. In diesem Bereich ist der zur Konduktanz inverse Widerstand dominant, der nur noch von der Resonanzfrequenz ω_{mn} abhängt. Damit ergibt sich in der Umgebung der Resonanzkreisfrequenz ω_{mn} des Parallelplattenmodes für die Gleichung (A.60) die Beziehung

$$\underline{z}_{ij}(j\omega) = \frac{h}{ab\epsilon} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{N_i^{mn}\, N_j^{mn}}{\frac{\omega_{mn}^2}{j\omega} + j\omega + \omega_{mn}\left(\tan(\delta) + \frac{1}{h}\sqrt{\frac{2}{\omega_{mn}\mu\sigma}}\right)}. \tag{A.64}$$

Nach einigen Umformungen lassen sich die Elemente der Impedanzmatrix nach Gleichung (A.64) auf die Form

$$\underline{z}_{ij}(j\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{N_i^{mn}\, N_j^{mn}}{j\omega C^{mn} + \frac{1}{j\omega L^{mn}} + G^{mn}}, \tag{A.65}$$

bringen, mit den Netzwerkelementen

$$C^{mn} = \frac{ab\epsilon}{h}, \tag{A.66}$$

$$L^{mn} = \frac{h}{\omega_{mn}^2 ab\epsilon}, \tag{A.67}$$

$$G^{mn} = \frac{ab\epsilon}{h}\omega_{mn}\left(\tan(\delta) + \frac{1}{h}\sqrt{\frac{2}{\omega_{mn}\mu\sigma}}\right). \tag{A.68}$$

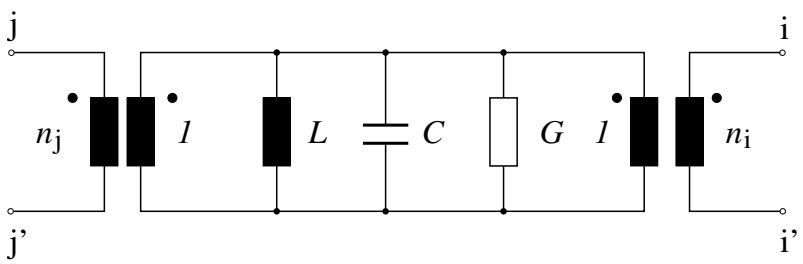


Bild A.7: Zweitor-Koppelimpedanznetzwerk zur Modellierung der elektromagnetischen Verkopplung von zwei Toren über einen Parallelplattenleitermode.

Der Leitfähigkeitsterm in Gleichung (A.68) läßt sich weiter vereinfachen, wenn angenommen wird, dass nur Leiterverluste dominant sind ($\tan(\delta) \ll \frac{\delta_S}{h}$). Für diesen Fall ist

$$G^{mn} = \frac{ab\epsilon}{h^2}\sqrt{\frac{2\,\omega_{mn}}{\mu\sigma}}. \tag{A.69}$$

Für die zugehörige Impedanzmatrix der Impedanzelemente nach Gleichung (A.65) läßt sich die in Bild A.8 dargestellte Foster-Impedanzdarstellung des Mehrtores angeben, die aus Parallelschwingkreisen und idealen Übertragern mit den Übertragerverhältnissen N_i^{mn} und N_j^{mn} nach Gleichung (A.61) und (A.62) besteht. In Bild A.8 beschreibt die Kapazität C^{00} den statischen Fall ($m = 0, n = 0, \omega_{mn} = 0$). In der Praxis erfolgt die Summenbildung in Gleichung (A.64) bzw. Gleichung (A.65) für eine endliche Anzahl von Summanden. Zur Charakterisierung der planaren Struktur mit Hilfe der Impedanzmatrix ist eine große Anzahl von Moden bzw. eine große Anzahl konzentrierter Bauelemente für das elektrische Ersatzschaltbild zu berücksichtigen. Dadurch wird das Verfahren ineffizient gegenüber der Verwendung von Vollwellensimulatoren. In der Literatur [70] und [84] werden daher Verfahren zur Reduzierung der Modenordnung vorgeschlagen.

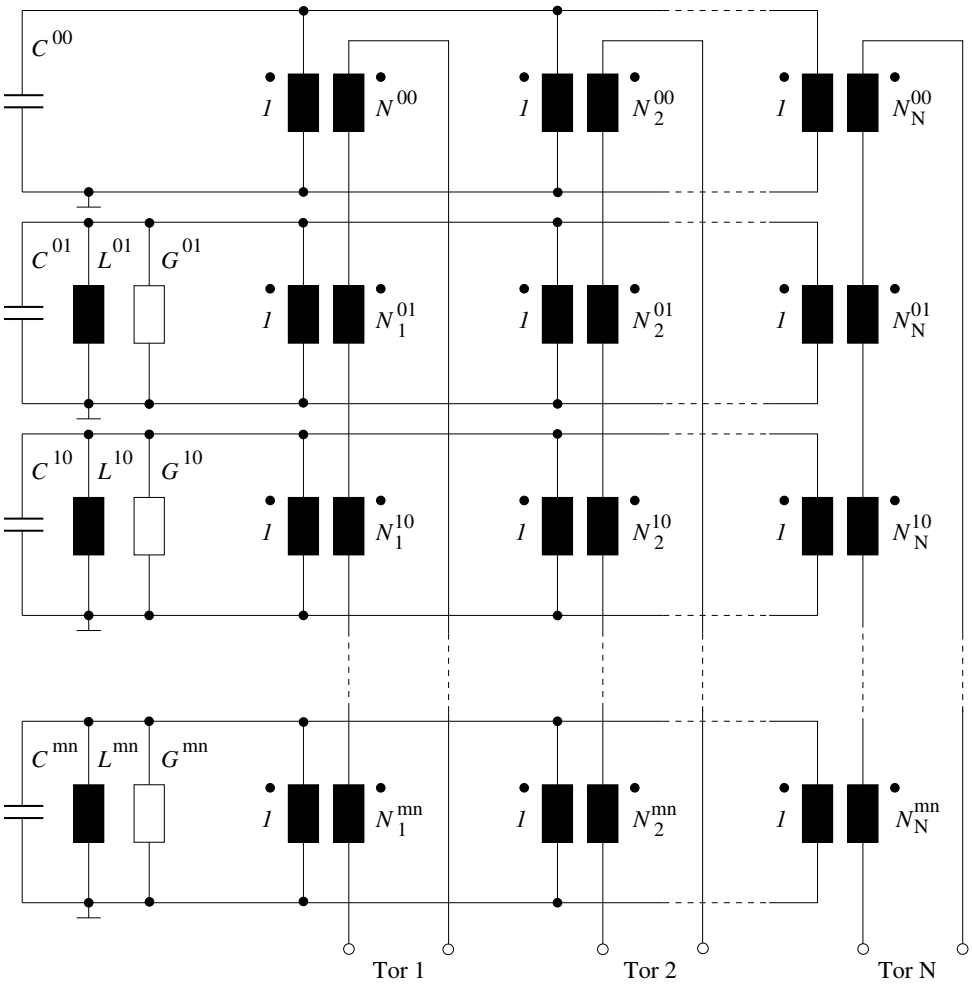


Bild A.8: Äquivalentes elektrisches Ersatzschaltbild zur Analyse von Schaltrauschen in PCBs.

A.2 Bestimmung der Systemmatrizen von Koppelnetzwerken

In den beiden nachfolgenden Abschnitten wird gezeigt, dass die Koppelnetzwerke nach Bild 3.4 und Bild 3.11 in Kapitel 3 durch die Koppelmatrizen in den Gleichungen (3.8) und (3.47) beschrieben werden können. Durch sukzessive Erhöhung der Toranzahl läßt sich, ausgehend vom elektrischen Ersatzschaltbild eines Zweitor-Koppelnetzwerks, die allgemeine Koppelmatrix des N-Tores ableiten.

A.2.1 Koppelimpedanznetzwerk

Das elektrische Verhalten des Zweitors nach Bild A.9 wird durch das Gleichungssystem

$$\underline{\hat{u}}_1 = \underline{z}_{11}\,\underline{\hat{i}}_1 + \underline{z}_{12}\,\underline{\hat{i}}_2, \tag{A.70}$$

$$\underline{\hat{u}}_2 = \underline{z}_{21}\,\underline{\hat{i}}_1 + \underline{z}_{22}\,\underline{\hat{i}}_2 \tag{A.71}$$

vollständig beschrieben. In den Gleichungen (A.70) und (A.71) sind $\underline{\hat{u}}_1$, $\underline{\hat{u}}_2$ die Torspannungen, $\underline{\hat{i}}_1$, $\underline{\hat{i}}_2$ die Torströme und $\underline{z}_{11}$, $\underline{z}_{21}$, $\underline{z}_{12}$, $\underline{z}_{22}$ die Impedanzparameter. Die Impedanz $\underline{Z}$ in Bild A.9 stellt in diesem Fall die Eingangsimpedanz eines Parallelschwingkreises dar.

Die elektrischen Eigenschaften des idealen Übertragers im elektrischen Ersatzschaltbild nach Bild A.9 lassen sich durch die beiden Beziehungen

$$\frac{\underline{\hat{u}}_a}{\underline{\hat{u}}_b} = \frac{n_a}{n_b}, \tag{A.72}$$

$$\frac{\underline{\hat{i}}_a}{\underline{\hat{i}}_b} = -\frac{n_b}{n_a} \tag{A.73}$$

beschreiben, wobei die n_a, n_b die Wicklungszahlen der Primär- und Sekundärseite, $\underline{\hat{u}}_a$, $\underline{\hat{u}}_b$ die Torspannungen und $\underline{\hat{i}}_a$, $\underline{\hat{i}}_b$ die Torströme gemäß Bild A.10 sind.

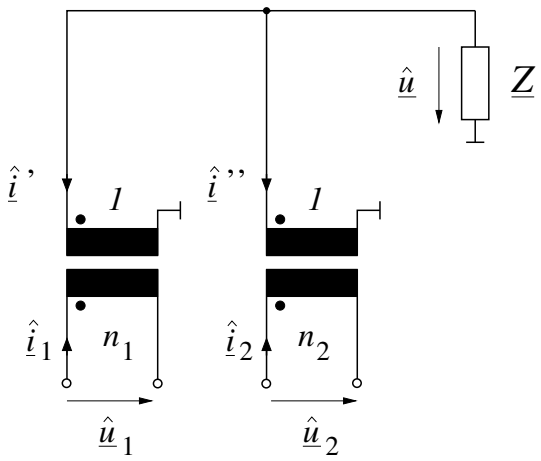


Bild A.9: Zweitor-Koppelimpedanznetzwerk.

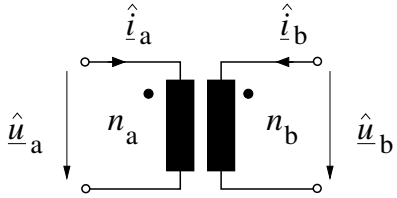


Bild A.10: Idealer Übertrager.

Die Impedanzparameter der Gleichungen (A.70) und (A.71) lassen sich jeweils durch einen Leerlaufversuch am Tor 2 ($\hat{\underline{i}}_2 = 0$) und Tor 1 ($\hat{\underline{i}}_1 = 0$) ermitteln.

Für einen Leerlauf am Tor 2 ist aufgrund der Beziehung nach Gleichung (A.73) auch der Strom auf der Sekundärseite des zweiten Übertragers in Bild A.9 Null, d.h. $\hat{\underline{i}}'' = 0$. Damit ist die Spannung $\hat{\underline{u}}$ über der Impedanz $\underline{Z}$ mit dem Strom $\hat{\underline{i}}'$ wie folgt verknüpft

$$\hat{\underline{u}} = -\underline{Z}\,\hat{\underline{i}}'. \tag{A.74}$$

Die Spannungen $\hat{\underline{u}}$ und $\hat{\underline{u}}_1$ stehen nach Gleichung (A.72) gemäß

$$\hat{\underline{u}} = \frac{\hat{\underline{u}}_1}{n_1} \tag{A.75}$$

in Beziehung zueinander. Mit Gleichung (A.75) folgt aus Gleichung (A.74) der Zusammenhang

$$\hat{\underline{u}}_1 = -n_1\,\underline{Z}\,\hat{\underline{i}}'. \tag{A.76}$$

Die Ströme $\hat{\underline{i}}_1$ und $\hat{\underline{i}}'$ stehen über die zweite Übertragergleichung (A.73) in Relation zueinander

$$\hat{\underline{i}}' = -n_1\,\hat{\underline{i}}_1. \tag{A.77}$$

Aus den Gleichungen (A.76) und (A.77) folgt für den Leerlauf am Tor 2 ($\hat{\underline{i}}_2 = 0$) durch Vergleich mit Gleichung (A.70) die Eingangsimpedanz am Tor 1

$$\underline{z}_{11} = \frac{\hat{\underline{u}}_1}{\hat{\underline{i}}_1} = n_1^2\,\underline{Z}. \tag{A.78}$$

Zur Bestimmung des Impedanzparameters $\underline{z}_{21}$ wird die Spannung $\hat{\underline{u}}_2$ betrachtet. Diese ist nach der ersten Übertragergleichung (A.72) über die Wicklungszahl n_2 mit der Spannung $\hat{\underline{u}}$ verknüpft

$$\hat{\underline{u}}_2 = n_2\,\hat{\underline{u}}. \tag{A.79}$$

Mit den Gleichungen (A.74) und (A.77) folgt aus Gleichung (A.79) durch Vergleich mit Gleichung (A.71) für den Leerlauf am Tor 2 ($\hat{\underline{i}}_2 = 0$)

$$\underline{z}_{21} = \frac{\hat{\underline{u}}_2}{\hat{\underline{i}}_1} = n_1\,n_2\,\underline{Z}. \tag{A.80}$$

Aufgrund der Reziprozität des Netzwerks nach Bild A.9 ist $\underline{z}_{21} = \underline{z}_{12}$. Da die Schaltung symmetrisch aufgebaut ist, läßt sich auch unmittelbar die Eingangsimpedanz $\underline{z}_{22} = n_2^2\,\underline{Z}$ am Tor 2 bestimmen.

Damit kann für das elektrische Ersatzschaltbild nach Bild A.9 die Koppelimpedanzmatrix

$$\underline{\mathbf{Z}}_k = \begin{pmatrix} n_1^2 & n_1\,n_2 \\ n_1\,n_2 & n_2^2 \end{pmatrix} \cdot \underline{Z} \tag{A.81}$$

angegeben werden.

Die obige Vorgehensweise zur Bestimmung der Impedanzparameter des Zweitors läßt sich auf das Dreitor nach Bild A.11 übertragen, das aus dem elektrischen Ersatzschaltbild nach Bild A.9 durch die Parallelschaltung eines weiteren Übertragers hervorgeht.

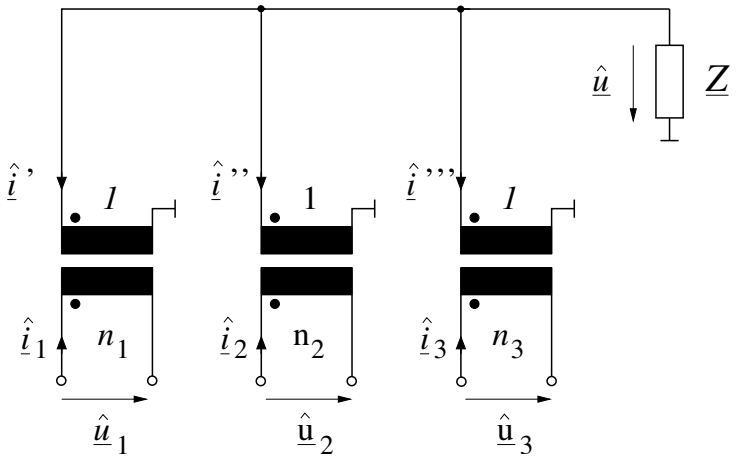


Bild A.11: Dreitor-Koppelimpedanznetzwerk.

Charakterisiert wird das Dreitor durch das Gleichungssytem

$$\begin{aligned} \hat{\underline{u}}_1 &= \underline{z}_{11}\,\hat{\underline{i}}_1 + \underline{z}_{12}\,\hat{\underline{i}}_2 + \underline{z}_{13}\,\hat{\underline{i}}_3, && \text{(A.82)} \\ \hat{\underline{u}}_2 &= \underline{z}_{21}\,\hat{\underline{i}}_1 + \underline{z}_{22}\,\hat{\underline{i}}_2 + \underline{z}_{23}\,\hat{\underline{i}}_3, && \text{(A.83)} \\ \hat{\underline{u}}_3 &= \underline{z}_{31}\,\hat{\underline{i}}_1 + \underline{z}_{32}\,\hat{\underline{i}}_2 + \underline{z}_{33}\,\hat{\underline{i}}_3. && \text{(A.84)} \end{aligned}$$

Zunächst werden die Impedanzparameter $\underline{z}_{11}$, $\underline{z}_{21}$ und $\underline{z}_{31}$ aus einem Leerlaufversuch der Tore 2 und 3 ermittelt ($\hat{\underline{i}}_2 = \hat{\underline{i}}_3 = 0$). Hieraus folgt unmittelbar aus der zweiten Übertragergleichung (A.73), dass in den Sekundärwicklungen des zweiten und dritten Übertragers im Ersatzschaltbild A.11 der Strom Null ist, d.h. $\hat{\underline{i}}'' = \hat{\underline{i}}''' = 0$. Die Impedanzparameter $\underline{z}_{11}$ und $\underline{z}_{21}$ ergeben sich aus den Gleichungen (A.74) bis (A.80). Entsprechend der Vorgehensweise zur Bestimmung des Impedanzparameters $\underline{z}_{21}$ des Zweitors Bild A.9 wird der Impedanzparameter $\underline{z}_{31}$ bestimmt. Die Spannung $\hat{\underline{u}}_3$ und $\hat{\underline{u}}$ sind über die Wicklungszahl n_3 miteinander verknüpft

$$\hat{\underline{u}}_3 = n_3\,\hat{\underline{u}}. \tag{A.85}$$

Mit Gleichung (A.74) und (A.77) folgt aus Gleichung (A.85) durch direkten Vergleich mit der Gleichung (A.84) für den Leerlaufversuch an den Toren 2 und 3 ($\hat{\underline{i}}_2 = \hat{\underline{i}}_3 = 0$)

$$\underline{z}_{31} = \frac{\hat{\underline{u}}_3}{\hat{\underline{i}}_1} = n_1\,n_3\,\underline{Z}. \tag{A.86}$$

Aufgrund der Reziprozität der Schaltung sind auch die Impedanzparameter $\underline{z}_{21} = \underline{z}_{12}$ und $\underline{z}_{31} = \underline{z}_{13}$ bestimmt. Die verbliebenen z-Parameter werden in analoger Weise durch einen Leerlaufversuch an den Toren 1, 3 und 1, 2 ermittelt.

Für das Dreitor nach Bild A.11 ergibt sich für die Koppelimpedanzmatrix

$$\underline{\mathbf{Z}}_k = \begin{pmatrix} n_1^2 & n_1\,n_2 & n_1\,n_3 \\ n_1\,n_2 & n_2^2 & n_2\,n_3 \\ n_1\,n_3 & n_2\,n_3 & n_3^2 \end{pmatrix} \cdot \underline{Z}. \tag{A.87}$$

Aus der Vorgehensweise zur Bestimmung der Impedanzparameter für das Zwei- und Dreitor ist ersichtlich, dass im Fall eines N-Tores die Koppelimpedanzmatrix $\underline{\mathbf{Z}}_k$ die Form

$$\underline{\mathbf{Z}}_k = \begin{pmatrix} n_1^2 & n_1 n_2 & \cdots & n_1 n_\mathrm{N} \\ n_1 n_2 & n_2^2 & \cdots & n_2 n_\mathrm{N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_\mathrm{N} n_1 & n_\mathrm{N} n_2 & \cdots & n_\mathrm{N}^2 \end{pmatrix} \cdot \underline{Z} \tag{A.88}$$

annimmt.

A.2.2 Koppeladmittanznetzwerk

Für das in Bild A.12 dargestellte Zweitor lassen sich die Torströme $\hat{\underline{i}}_1$, $\hat{\underline{i}}_2$ und Torspannungen $\hat{\underline{u}}_1$, $\hat{\underline{u}}_2$ über die Admittanzparameter $\underline{y}_{11}$, $\underline{y}_{12}$, $\underline{y}_{21}$, $\underline{y}_{22}$ in folgender Weise miteinander verknüpfen

$$\hat{\underline{i}}_1 = \underline{y}_{11}\,\hat{\underline{u}}_1 + \underline{y}_{12}\,\hat{\underline{u}}_2, \tag{A.89}$$

$$\hat{\underline{i}}_2 = \underline{y}_{21}\,\hat{\underline{u}}_1 + \underline{y}_{22}\,\hat{\underline{u}}_2. \tag{A.90}$$

Die Admittanz $\underline{Y}$ stellt in diesem Fall die Eingangsadmittanz eines Serienschwingkreises dar.

Die Bestimmung der Admittanzparameter der Gleichungen (A.89) und (A.90) erfolgt jeweils für einen Kurzschlußversuch an den Toren 1 und 2.

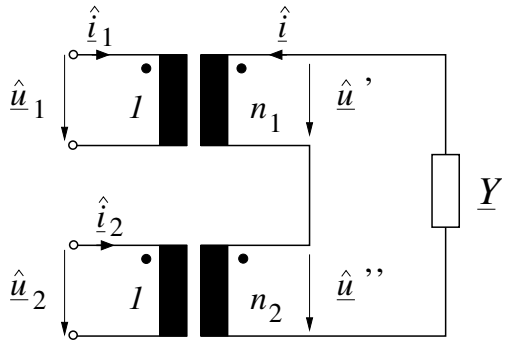


Bild A.12: Zweitor-Koppeladmittanznetzwerk.

Für einen Kurzschluß am Tor 2 ($\underline{\hat{u}}_2 = 0$) befindet sich nach der ersten Übertragergleichung (A.72) ebenfalls ein Kurzschluß auf der Sekundärseite des zweiten Übertragers, d.h. $\underline{\hat{u}}'' = 0$. Damit sind der Strom $\underline{\hat{i}}$ und die Spannung $\underline{\hat{u}}'$ an der Sekundärseite des ersten Übertragers über die Admittanz $\underline{Y}$ wie folgt miteinander verknüpft

$$\underline{\hat{i}} = -\underline{Y}\,\underline{\hat{u}}'. \tag{A.91}$$

Mit der ersten Übertragergleichung (A.72) läßt sich eine Beziehung zwischen der Eingangsspannung $\underline{\hat{u}}_1$ am Tor 1 und der Spannung $\underline{\hat{u}}'$ über der Admittanz $\underline{Y}$ herleiten

$$\underline{\hat{u}}' = n_1\,\underline{\hat{u}}_1. \tag{A.92}$$

Aus der zweiten Übertragergleichung (A.73) ergibt sich der Zusammenhang zwischen den Strömen auf der Primär- und Sekundärseite des ersten Übertragers

$$\underline{\hat{i}} = \frac{\underline{\hat{i}}_1}{n_1}. \tag{A.93}$$

Mit den Gleichungen (A.91) bis (A.93) kann durch den direkten Vergleich mit der Gleichung (A.89) für den Kurzschlußversuch am Tor 2 ($\underline{\hat{u}}_2 = 0$) die Eingangsadmittanz $\underline{y}_{11}$ am Tor 1

$$\underline{y}_{11} = \frac{\underline{\hat{i}}_1}{\underline{\hat{u}}_1} = n_1^2\,\underline{Y} \tag{A.94}$$

angegeben werden. Zur Bestimmung des Koppeladmittanzparameters $\underline{y}_{21}$ wird der Strom $\underline{\hat{i}}_2$ betrachtet, der in Tor 2 hineinfließt. Aufgrund der zweiten Übertragergleichung (A.73) gilt die Beziehung

$$\underline{\hat{i}}_2 = -n_2\,\underline{\hat{i}}. \tag{A.95}$$

Mit den Gleichungen (A.91) und (A.92) folgt aus Gleichung (A.95) durch Vergleich mit Gleichung (A.90) für den Kurzschlußfall am Tor 2 ($\underline{\hat{u}}_2 = 0$) für die Koppeladmittanz

$$\underline{y}_{21} = \frac{\underline{\hat{i}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = n_1\,n_2\,\underline{Y}. \tag{A.96}$$

Aufgrund der Reziprozität des Netzwerks nach Bild A.12 ist auch der y-Parameter $\underline{y}_{12} = \underline{y}_{21}$ bestimmt. Da das Zweitor symmetrisch aufgebaut ist, läßt sich unmittelbar die Eingangsadmittanz $\underline{y}_{22} = n_1^2\,\underline{Y}$ des zweiten Tores angeben.

Damit ergibt sich die Koppeladmittanzmatrix $\underline{\mathbf{Y}}_k$ des Zweitors nach Bild A.12 zu

$$\underline{\mathbf{Y}}_k = \begin{pmatrix} n_1^2 & n_1 n_2 \\ n_1 n_2 & n_2^2 \end{pmatrix} \cdot \underline{Y}. \tag{A.97}$$

In analoger Weise werden die y-Parameter des Dreitors nach Bild A.13 ermittelt, das sich durch einen weiteren in Reihe geschalteten Übertrager aus dem Ersatzschaltbild A.12 ergibt.

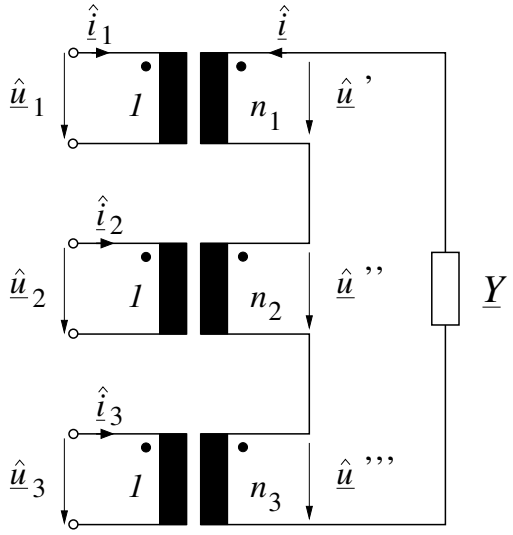


Bild A.13: Dreitor-Koppeladmittanznetzwerk.

Für das in Bild A.13 dargestellte Dreitor läßt sich das folgende Gleichungssystem angeben

$$\hat{\underline{i}}_1 = \underline{y}_{11}\,\hat{\underline{u}}_1 + \underline{y}_{12}\,\hat{\underline{u}}_2 + \underline{y}_{13}\,\hat{\underline{u}}_3, \tag{A.98}$$

$$\hat{\underline{i}}_2 = \underline{y}_{21}\,\hat{\underline{u}}_1 + \underline{y}_{22}\,\hat{\underline{u}}_2 + \underline{y}_{23}\,\hat{\underline{u}}_3, \tag{A.99}$$

$$\hat{\underline{i}}_3 = \underline{y}_{31}\,\hat{\underline{u}}_1 + \underline{y}_{32}\,\hat{\underline{u}}_2 + \underline{y}_{33}\,\hat{\underline{u}}_3. \tag{A.100}$$

Zunächst erfolgt die Bestimmung der y-Parameter $\underline{y}_{11}$, $\underline{y}_{21}$ und $\underline{y}_{31}$ (1. Spalte der Y-Matrix) durch einen Kurzschlußversuch an den Toren 2 und 3 ($\hat{\underline{u}}_2 = \hat{\underline{u}}_3 = 0$). Nach der ersten Übertragergleichung (A.72) liegt somit auch auf der Sekundärseite des zugehörigen Übertragers ein Kurzschluß vor, d.h. $\hat{\underline{u}}'' = \hat{\underline{u}}''' = 0$. Die Berechnung der y-Parameter $\underline{y}_{11}$, $\underline{y}_{21}$ erfolgt entsprechend den Gleichungen (A.91) bis (A.96). Zur Ermittlung des y-Parameters $\underline{y}_{31}$ sei der Strom $\hat{\underline{i}}_3$ am Eingang von Tor 3 betrachtet, der mit dem Strom $\hat{\underline{i}}$ in der Sekundärwicklung nach der zweiten Übertragergleichung (A.73) wie folgt in Beziehung steht

$$\hat{\underline{i}}_3 = -n_3\,\hat{\underline{i}}. \tag{A.101}$$

Der Parameter $\underline{y}_{31}$ berechnet sich mit den Gleichungen (A.91) und (A.92) aus Gleichung (A.101) durch Vergleich mit Gleichung (A.100) für den Kurzschlußfall an den Toren 2 und 3 ($\hat{\underline{u}}_2 = \hat{\underline{u}}_3 = 0$) zu

$$\underline{y}_{31} = \frac{\hat{\underline{i}}_3}{\hat{\underline{u}}_1} = n_1 n_3 \underline{Y}. \tag{A.102}$$

Nach dem Reziprozitätstheorem sind auch die y-Parameter $\underline{y}_{12} = \underline{y}_{21}$, $\underline{y}_{13} = \underline{y}_{31}$ bestimmt.

In analoger Weise erfolgt die Bestimmung der verbliebenen y-Parameter der Gleichungen (A.98) bis (A.100) durch jeweils einen Kurzschlußversuch an den Toren 1, 3 und 1, 2.

Die Koppeladmittanzmatrix $\underline{\mathbf{Y}}_k$ des Netzwerks nach Bild A.13 weist damit die Form

$$\underline{\mathbf{Y}}_k = \begin{pmatrix} n_1^2 & n_1 n_2 & n_1 n_3 \\ n_1 n_2 & n_2^2 & n_2 n_3 \\ n_1 n_3 & n_2 n_3 & n_3^2 \end{pmatrix} \cdot \underline{Y} \tag{A.103}$$

auf. Aufgrund des symmetrischen Aufbaus des Koppelnetzwerks kann für ein N-Tor die zugehörige Koppeladmittanzmatrix

$$\underline{\mathbf{Y}}_k = \begin{pmatrix} n_1^2 & n_1 n_2 & \cdots & n_1 n_\mathrm{N} \\ n_1 n_2 & n_2^2 & \cdots & n_2 n_\mathrm{N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_\mathrm{N} n_1 & n_\mathrm{N} n_2 & \cdots & n_\mathrm{N}^2 \end{pmatrix} \cdot \underline{Y} \tag{A.104}$$

direkt angegeben werden.

A.3 Entwicklung der elektromagnetischen Felder in Eigenfunktionen

Abhängig vom gewählten Ansatz zur Lösung eines elektromagnetischen Problems kann sich die Ableitung eines äquivalenten elektrischen Ersatzschaltbildes unterschiedlich schwierig gestalten. Im Abschnitt A.1 wird die Herleitung eines elektrischen Ersatzschaltbildes vorgestellt, das die elektromagnetische Verkopplung zwischen den Bauelementen und den Moden eines zweidimensionalen Resonators beschreibt. Hierzu wurden die Greenschen Funktionen in Eigenfunktionen entwickelt. Dieses Konzept soll nun auf dreidimensionale Resonatoren übertragen werden.

Zur Beschreibung der elektromagnetischen Verkopplung zwischen den Quellengrößen (elektrische und magnetische Stromdichten) und den Feldern in einem Resonator mit homogener Materialfüllung werden im folgenden Abschnitt die elektromagnetischen Felder in Eigenfunktionen entwickelt [15] und die zugehörigen Greenschen Funktionen bestimmt.

A.3.1 Elektrische Stromdichten als Quellen im Resonator

Werden die elektromagnetischen Felder in einem Resonator mit homogener Materialfüllung durch eine beliebige elektrische Stromdichte angeregt, so liefert die Entwicklung der elektrischen Feldstärke $\underline{\boldsymbol{E}}$ und der magnetischen Erregung $\underline{\boldsymbol{H}}$ in Eigenfunktionen

$$\underline{\boldsymbol{E}}^i = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\omega}{\omega^2 - \omega_{mnl}^2} \underline{\boldsymbol{E}}^{mnl} \iiint_{V_q} \underline{\boldsymbol{J}} \cdot \underline{\boldsymbol{E}}^{*mnl} dV_q, \tag{A.105}$$

$$\underline{\boldsymbol{H}}^i = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\omega_{mnl}}{\omega^2 - \omega_{mnl}^2} \underline{\boldsymbol{H}}^{mnl} \iiint_{V_q} \underline{\boldsymbol{J}} \cdot \underline{\boldsymbol{E}}^{*mnl} dV_q. \tag{A.106}$$

In den Gleichungen (A.105) und (A.106) sind

V_q	:	das Quellvolumen,
i	:	der TE- oder TM-Mode ($i \in \{\mathrm{TE}, \mathrm{TM}\}$),
m, n, l	:	die Summationsindizes über alle $\mathrm{TE_z}$- bzw. $\mathrm{TM_z}$-Moden,
ω_{mnl}	:	die Resonanzkreisfrequenzen (Eigenwerte),
$\underline{\boldsymbol{E}}^{mnl}, \underline{\boldsymbol{H}}^{mnl}$	:	das normierte elektrische und magnetische Feld der $\mathrm{TE_z}$- bzw. $\mathrm{TM_z}$-Moden (Eigenfunktionen),
$\underline{\boldsymbol{E}}^{*mnl}$	:	die konjugiert komplexe Eigenfunktion des elektrischen Feldes der $\mathrm{TE_z}$- bzw. $\mathrm{TM_z}$-Moden.

Die Bestimmung der in den Eigenfunktionen enthaltenen meist unbekannten Amplitudenkonstanten erfolgt über die Orthonormierungsbeziehung

$$\iiint\limits_V \epsilon\, \underline{\boldsymbol{E}}^{mnl} \cdot \underline{\boldsymbol{E}}^{*pqk} dV = \begin{cases} 0 & : m \neq p \wedge n \neq q \wedge l \neq k \\ 1 & : m = p \wedge n = q \wedge l = k \end{cases} \tag{A.107}$$

oder

$$\iiint\limits_V \mu\, \underline{\boldsymbol{H}}^{mnl} \cdot \underline{\boldsymbol{H}}^{*pqk} dV = \begin{cases} 0 & : m \neq p \wedge n \neq q \wedge l \neq k \\ 1 & : m = p \wedge n = q \wedge l = k \end{cases}, \tag{A.108}$$

wobei $\underline{\boldsymbol{H}}^{*mnl}$ die konjugiert komplexe Eigenfunktion des magnetischen Feldes der $\mathrm{TE_z}$- bzw. $\mathrm{TM_z}$-Moden ist. Die elektromagnetische Verkopplung zwischen den Moden des Resonators und den sie anregenden Stromdichten $\underline{\boldsymbol{J}}$ wird in den Gleichungen (A.105) und (A.106) durch das Integral beschrieben. Die Kopplung ist am stärksten, wenn die elektrischen Feldkomponenten der Eigenfunktionen parallel zur anregenden Stromdichte ausgerichtet sind.

Durch Koeffizientenvergleich der einzelnen Entwicklungsterme in Gleichung (A.105) mit der Eingangsimpedanz eines RLC-Parallelschwingkreises, läßt sich unmittelbar ein elektrisches Ersatzschaltbild ableiten. Dielektrische Verluste werden in Form einer komplexen Dielektrizitätszahl berücksichtigt (siehe Abschnitt A.1.1).

Die Kenntnis der Greenschen Dyaden $\underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{EJ}}(\boldsymbol{r}; \boldsymbol{r}_q)$ und $\underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{HJ}}(\boldsymbol{r}; \boldsymbol{r}_q)$ eines elektrodynamischen Problems erlaubt eine effiziente Berechnung der elektromagnetischen Felder für eine beliebige elektrische Stromdichteverteilung $\underline{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{r}; \boldsymbol{r}_q)$ gemäß der Beziehungen

$$\underline{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r}; \boldsymbol{r}_q) = \iiint\limits_{V_q} \underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{EJ}}(\boldsymbol{r}; \boldsymbol{r}_q) \cdot \underline{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{r}; \boldsymbol{r}_q)\, dV_q, \tag{A.109}$$

$$\underline{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{r}; \boldsymbol{r}_q) = \iiint\limits_{V_q} \underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{HJ}}(\boldsymbol{r}; \boldsymbol{r}_q) \cdot \underline{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{r}; \boldsymbol{r}_q)\, dV_q. \tag{A.110}$$

Zur Bestimmung der Elemente der Greenschen Dyade des elektrischen Feldes

$$\underline{\mathbf{G}}^{EJ} = \begin{pmatrix} \underline{g}^{\mathrm{EJ}}_{\mathrm{xx}} & \underline{g}^{\mathrm{EJ}}_{\mathrm{xy}} & \underline{g}^{\mathrm{EJ}}_{\mathrm{xz}} \\ \underline{g}^{\mathrm{EJ}}_{\mathrm{yx}} & \underline{g}^{\mathrm{EJ}}_{\mathrm{yy}} & \underline{g}^{\mathrm{EJ}}_{\mathrm{yz}} \\ \underline{g}^{\mathrm{EJ}}_{\mathrm{zx}} & \underline{g}^{\mathrm{EJ}}_{\mathrm{zy}} & \underline{g}^{\mathrm{EJ}}_{\mathrm{zz}} \end{pmatrix} \tag{A.111}$$

aus der Gleichung (A.105) wird im Anregungspunkt $\boldsymbol{r}_q = (x_q, y_q, z_q)$ als anregendes Element ein infinitesimales Stromdichteelement der Form

$$\underline{\boldsymbol{J}}(x,y,z) = \underline{i}_q \, dl_{kq} \, \boldsymbol{e}_k \, \delta(x - x_q) \, \delta(y - y_q) \, \delta(z - z_q) \tag{A.112}$$

betrachtet, mit $k \in \{x, y, z\}$ und dem elektrischen Dipolmoment

$$\underline{i}_q \, dl_{kq} = 1. \tag{A.113}$$

Die Orientierung des anregenden Stromdichteelements wird in Gleichung (A.113) durch den Index k des Längenelements dl_{kq} kenntlich gemacht. Für ein in x-Richtung orientiertes Stromdichteelement ergeben sich aus Gleichung (A.105) die Komponenten des elektrischen Feldes

$$\underline{E}^i_{\mathrm{xx}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{EJ},i}_{\mathrm{xx}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) \, \underline{i}_q \, dl_{\mathrm{x}q}, \tag{A.114}$$

$$\underline{E}^i_{\mathrm{yx}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{EJ},i}_{\mathrm{yx}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) \, \underline{i}_q \, dl_{\mathrm{x}q}, \tag{A.115}$$

$$\underline{E}^i_{\mathrm{zx}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{EJ},i}_{\mathrm{zx}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) \, \underline{i}_q \, dl_{\mathrm{x}q}, \tag{A.116}$$

mit $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ dem Beobachtungspunkt und $i \in \{\mathrm{TE}, \mathrm{TM}\}$. Analog ergeben sich für ein in y-Richtung orientiertes Stromdichteelement die Komponenten

$$\underline{E}^i_{\mathrm{xy}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{EJ},i}_{\mathrm{xy}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) \, \underline{i}_q \, dl_{\mathrm{y}q}, \tag{A.117}$$

$$\underline{E}^i_{\mathrm{yy}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{EJ},i}_{\mathrm{yy}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) \, \underline{i}_q \, dl_{\mathrm{y}q}, \tag{A.118}$$

$$\underline{E}^i_{\mathrm{zy}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{EJ},i}_{\mathrm{zy}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) \, \underline{i}_q \, dl_{\mathrm{y}q}, \tag{A.119}$$

und für ein in z-Richtung orientiertes Stromdichteelement

$$\underline{E}^i_{\mathrm{xz}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{EJ},i}_{\mathrm{xz}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) \, \underline{i}_q \, dl_{\mathrm{z}q}, \tag{A.120}$$

$$\underline{E}^i_{\mathrm{yz}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{EJ},i}_{\mathrm{yz}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) \, \underline{i}_q \, dl_{\mathrm{z}q}, \tag{A.121}$$

$$\underline{E}^i_{\mathrm{zz}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{EJ},i}_{\mathrm{zz}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) \, \underline{i}_q \, dl_{\mathrm{z}q}. \tag{A.122}$$

In den Gleichungen (A.114) bis (A.122) lassen sich die Greenschen Funktionen des elektri-

schen Feldes wie folgt angeben

$$\underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{EJ},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\underline{E}_{\mathrm{x}}^{imnl}(\boldsymbol{r})\,\underline{E}_{\mathrm{x}}^{*imnl}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.123}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{EJ},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\underline{E}_{\mathrm{x}}^{imnl}(\boldsymbol{r})\,\underline{E}_{\mathrm{y}}^{*imnl}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.124}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{xz}}^{\mathrm{EJ},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\underline{E}_{\mathrm{x}}^{imnl}(\boldsymbol{r})\,\underline{E}_{\mathrm{z}}^{*imnl}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.125}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{EJ},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\underline{E}_{\mathrm{y}}^{imnl}(\boldsymbol{r})\,\underline{E}_{\mathrm{x}}^{*imnl}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.126}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{EJ},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\underline{E}_{\mathrm{y}}^{imnl}(\boldsymbol{r})\,\underline{E}_{\mathrm{y}}^{*imnl}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.127}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yz}}^{\mathrm{EJ},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\underline{E}_{\mathrm{y}}^{imnl}(\boldsymbol{r})\,\underline{E}_{z}^{*imnl}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.128}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zx}}^{\mathrm{EJ},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\underline{E}_{\mathrm{z}}^{imnl}(\boldsymbol{r})\,\underline{E}_{\mathrm{x}}^{*imnl}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.129}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zy}}^{\mathrm{EJ},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\underline{E}_{\mathrm{z}}^{imnl}(\boldsymbol{r})\,\underline{E}_{\mathrm{y}}^{*imnl}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.130}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zz}}^{\mathrm{EJ},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\underline{E}_{\mathrm{z}}^{imnl}(\boldsymbol{r})\,\underline{E}_{\mathrm{z}}^{*imnl}(\boldsymbol{r}_q). \tag{A.131}$$

Der zweite tiefgesetzte Index der elektrischen Feldkomponenten in den Gleichungen (A.114) bis (A.122) und der Greenschen Funktionen in den Gleichungen (A.123) bis (A.131) kennzeichnet die Stromdichtekomponente im Quellenpunkt $\boldsymbol{r}_q = (x_q, y_q, z_q)$, die im Aufpunkt $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ die zugehörige elektrische Feldkomponente anregt. Diese wird durch den ersten tiefgesetzten Index gekennzeichnet.

Für einen rechteckförmigen Resonator mit der Geometrie nach Bild A.14 lassen sich die Eigenfunktionen der TE_{mnl}-Moden

$$\underline{E}_{\mathrm{x}}^{\mathrm{TE}mnl}(x,y,z) = j\,\omega\mu k_{\mathrm{y}} A_0 \cos(k_{\mathrm{x}}x)\,\sin(k_{\mathrm{y}}y)\,\sin(k_{\mathrm{z}}z), \tag{A.132}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{y}}^{\mathrm{TE}mnl}(x,y,z) = -j\,\omega\mu k_{\mathrm{x}} A_0 \sin(k_{\mathrm{x}}x)\,\cos(k_{\mathrm{y}}y)\,\sin(k_{\mathrm{z}}z), \tag{A.133}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{z}}^{\mathrm{TE}mnl}(x,y,z) = 0, \tag{A.134}$$

$$\underline{H}_{\mathrm{x}}^{\mathrm{TE}mnl}(x,y,z) = -k_{\mathrm{x}}k_{\mathrm{z}} A_0 \sin(k_{\mathrm{x}}x)\,\cos(k_{\mathrm{y}}y)\,\cos(k_{\mathrm{z}}z), \tag{A.135}$$

$$\underline{H}_{\mathrm{y}}^{\mathrm{TE}mnl}(x,y,z) = -k_{\mathrm{y}}k_{\mathrm{z}} A_0 \cos(k_{\mathrm{x}}x)\,\sin(k_{\mathrm{y}}y)\,\cos(k_{\mathrm{z}}z), \tag{A.136}$$

$$\underline{H}_{\mathrm{z}}^{\mathrm{TE}mnl}(x,y,z) = k_{\mathrm{c}}^2 A_0 \cos(k_{\mathrm{x}}x)\,\cos(k_{\mathrm{y}}y)\,\sin(k_{\mathrm{z}}z), \tag{A.137}$$

und der TM_{mnl}-Moden

$$\underline{E}_{\mathrm{x}}^{\mathrm{TM}mnl}(x,y,z) = -k_{\mathrm{x}}k_{\mathrm{z}} B_0 \cos(k_{\mathrm{x}}x)\,\sin(k_{\mathrm{y}}y)\,\sin(k_{\mathrm{z}}z), \tag{A.138}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{y}}^{\mathrm{TM}mnl}(x,y,z) = -k_{\mathrm{y}}k_{\mathrm{z}} B_0 \sin(k_{\mathrm{x}}x)\,\cos(k_{\mathrm{y}}y)\,\sin(k_{\mathrm{z}}z), \tag{A.139}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{z}}^{\mathrm{TM}mnl}(x,y,z) = k_{\mathrm{c}}^2 B_0 \sin(k_{\mathrm{x}}x)\,\sin(k_{\mathrm{y}}y)\,\cos(k_{\mathrm{z}}z), \tag{A.140}$$
$$\underline{H}_{\mathrm{x}}^{\mathrm{TM}mnl}(x,y,z) = j\,\epsilon k_{\mathrm{y}} B_0 \sin(k_{\mathrm{x}}x)\,\cos(k_{\mathrm{y}}y)\,\cos(k_{\mathrm{z}}z), \tag{A.141}$$
$$\underline{H}_{\mathrm{y}}^{\mathrm{TM}mnl}(x,y,z) = -j\,\epsilon k_{\mathrm{x}} B_0 \cos(k_{\mathrm{x}}x)\,\sin(k_{\mathrm{y}}y)\,\cos(k_{\mathrm{z}}z), \tag{A.142}$$
$$\underline{H}_{\mathrm{z}}^{\mathrm{TM}mnl}(x,y,z) = 0, \tag{A.143}$$

ableiten. In den Gleichungen (A.132) bis (A.143) sind

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, \tag{A.144}$$
$$k_y = \frac{n\pi}{b}, \tag{A.145}$$
$$k_z = \frac{l\pi}{c} \tag{A.146}$$

die diskreten Eigenwerte (Wellenzahlen) mit $m, n, l \in \{0, 1, 2, ...\}$ und A_0, B_0 die Amplitudenkonstanten. Zwischen der Grenzwellenzahl k_{c} und den Eigenwerten k_{x} und k_{y} existiert der Zusammenhang

$$k_{\mathrm{c}}^2 = k_{\mathrm{x}}^2 + k_{\mathrm{y}}^2. \tag{A.147}$$

Aus der Separationsgleichung

$$k^2 = \omega^2 \epsilon\mu = k_{\mathrm{x}}^2 + k_{\mathrm{y}}^2 + k_{\mathrm{z}}^2 \tag{A.148}$$

lassen sich die Resonanzkreisfrequenzen

$$\omega_{mnl} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{c}\right)^2} \tag{A.149}$$

der TE_{mnl}- und TM_{mnl}-Moden bestimmen.

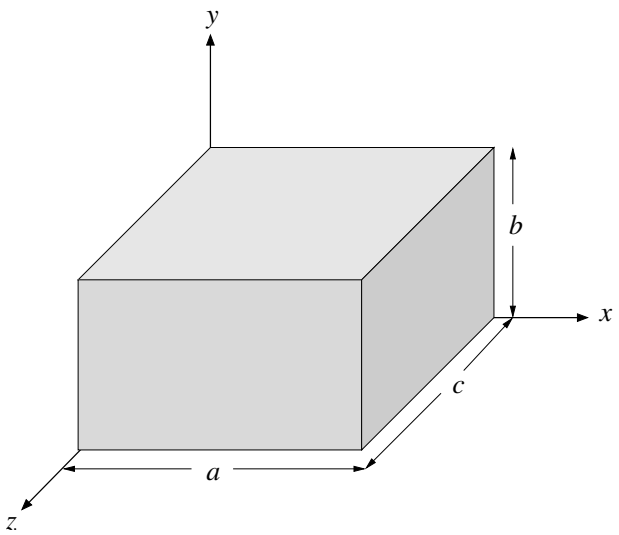


Bild A.14: Geometrie eines rechteckförmigen Resonators mit homogener Materialfüllung.

Die Amplitudenkonstanten A_0 und B_0 werden mittels der Orthonormierungsrelation (A.107) oder (A.108) berechnet.

Die Greenschen Gesamtfunktionen des elektrischen Feldes für einen rechteckförmigen Resonator ergeben sich durch Superposition der elektrischen Feldstärkekomponenten der TE_{mnl}- und TM_{mnl}-Moden. Mit den Gleichungen (A.132) bis (A.134) und den Gleichungen (A.138) bis (A.140) folgt aus den Gleichungen (A.123) bis (A.131) für die Elemente der Greenschen Dyade $\underline{\mathbf{G}}^{EJ}$

$$\underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{EJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}(k^2-k_{\mathrm{x}}^2)\,\Psi_{\mathrm{ccx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssz}}^{mnl}, \quad \text{(A.150)}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{EJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{x}}k_{\mathrm{y}}\,\Psi_{\mathrm{csx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssz}}^{mnl}, \quad \text{(A.151)}$$

$$\underline{g}_{xz}^{\mathrm{EJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{x}}k_{\mathrm{z}}\,\Psi_{\mathrm{csx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scz}}^{mnl}, \quad \text{(A.152)}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{EJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{x}}k_{\mathrm{y}}\,\Psi_{\mathrm{scx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssz}}^{mnl}, \quad \text{(A.153)}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{EJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}(k^2-k_{\mathrm{y}}^2)\,\Psi_{\mathrm{ssx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssz}}^{mnl}, \quad \text{(A.154)}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yz}}^{\mathrm{EJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{y}}k_{\mathrm{z}}\,\Psi_{\mathrm{ssx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scz}}^{mnl}, \quad \text{(A.155)}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zx}}^{\mathrm{EJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{x}}k_{\mathrm{z}}\,\Psi_{\mathrm{scx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csz}}^{mnl}, \quad \text{(A.156)}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zy}}^{\mathrm{EJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{y}}k_{\mathrm{z}}\,\Psi_{\mathrm{ssx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csz}}^{mnl}, \quad \text{(A.157)}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zz}}^{\mathrm{EJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}(k^2-k_{\mathrm{z}}^2)\,\Psi_{\mathrm{ssx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccz}}^{mnl}. \quad \text{(A.158)}$$

Für die in den Gleichungen (A.150) bis (A.158) enhaltenen Geometriefunktionen und Konstanten lassen sich die analytischen Ausdrücke

$$\Psi_{\mathrm{cci}}^{mnl} = \cos(k_i\,i)\,\cos(k_i\,i_q), \quad \text{(A.159)}$$

$$\Psi_{\mathrm{ssi}}^{mnl} = \sin(k_i\,i)\,\sin(k_i\,i_q), \quad \text{(A.160)}$$

$$\Psi_{\mathrm{csi}}^{mnl} = \cos(k_i\,i)\,\sin(k_i\,i_q), \quad \text{(A.161)}$$

$$\Psi_{\mathrm{sci}}^{mnl} = \sin(k_i\,i)\,\cos(k_i\,i_q), \quad \text{(A.162)}$$

für $i \in \{x, y, z\}$ und

$$\Phi_k = \begin{cases} 1 & : k = 0 \\ 2 & : k \neq 0 \end{cases} \quad \text{(A.163)}$$

angeben, mit $k \in \{m, n, l\}$.

Die Greensche Dyade des magnetischen Feldes

$$\underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{HJ}} = \begin{pmatrix} \underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{HJ}} & \underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{HJ}} & \underline{g}_{\mathrm{xz}}^{\mathrm{HJ}} \\ \underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{HJ}} & \underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{HJ}} & \underline{g}_{\mathrm{yz}}^{\mathrm{HJ}} \\ \underline{g}_{\mathrm{zx}}^{\mathrm{HJ}} & \underline{g}_{\mathrm{zy}}^{\mathrm{HJ}} & \underline{g}_{\mathrm{zz}}^{\mathrm{HJ}} \end{pmatrix} \tag{A.164}$$

kann in analoger Weise aus der Gleichung (A.106) für eine Einheitsanregung der Stromdichte in x-, y- und z-Richtung hergeleitet werden. Alternativ läßt sie sich aus der Maxwellschen Gleichung

$$\underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{HJ}} = -\frac{1}{j\omega\mu}\, rot\, \underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{EJ}} \tag{A.165}$$

bestimmen. Ihre Dyadenelemente lauten

$$\underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{HJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = 0, \tag{A.166}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{HJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{k_{\mathrm{z}}}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\Psi_{\mathrm{ssx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csz}}^{mnl}, \tag{A.167}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{xz}}^{\mathrm{HJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{k_{\mathrm{y}}}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\Psi_{\mathrm{ssx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccz}}^{mnl}, \tag{A.168}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{HJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{k_{\mathrm{z}}}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\Psi_{\mathrm{ccx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csz}}^{mnl}, \tag{A.169}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{HJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = 0, \tag{A.170}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yz}}^{\mathrm{HJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{k_{\mathrm{x}}}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\Psi_{\mathrm{csx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccz}}^{mnl}, \tag{A.171}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zx}}^{\mathrm{HJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{k_{\mathrm{y}}}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\Psi_{\mathrm{ccx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssz}}^{mnl}, \tag{A.172}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zy}}^{\mathrm{HJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\epsilon\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{k_{\mathrm{x}}}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}\,\Psi_{\mathrm{csx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssz}}^{mnl}, \tag{A.173}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zz}}^{\mathrm{HJ}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = 0, \tag{A.174}$$

mit $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ dem Beobachtungspunkt (Aufpunkt) und $\boldsymbol{r}_q = (x_q, y_q, z_q)$ dem Anregungspunkt (Quellenpunkt).

A.3.2 Magnetische Stromdichten als Quellen im Resonator

Die Anwendung des Dualitätsprinzips auf die Gleichungen (A.105) und (A.106) führt zu den elektromagnetischen Feldern in einem Resonator, die durch magnetische Stromdichten

angeregt werden [15]

$$\underline{\boldsymbol{H}} = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\,\omega}{\omega^2 - \omega_{mnl}^2} \underline{\boldsymbol{H}}^{mnl} \iiint_{V_\mathrm{q}} \underline{\boldsymbol{M}} \cdot \underline{\boldsymbol{H}}^{*mnl} dV_\mathrm{q}, \tag{A.175}$$

$$\underline{\boldsymbol{E}} = \sum_m \sum_n \sum_l \frac{j\,\omega_{mnl}}{\omega^2 - \omega_{mnl}^2} \underline{\boldsymbol{E}}^{mnl} \iiint_{V_\mathrm{q}} \underline{\boldsymbol{M}} \cdot \underline{\boldsymbol{H}}^{*mnl} dV_\mathrm{q}. \tag{A.176}$$

Die elektromagnetische Verkopplung, die durch das Integral in den Gleichungen (A.175) und (A.176) beschrieben wird, findet hier zwischen den magnetischen Feldern des Resonators und den sie anregenden magnetischen Stromdichten $\underline{\boldsymbol{M}}$ statt. Die Kopplung ist am stärksten, wenn die Feldkomponenten der Eigenfunktionen parallel zu den anregenden magnetischen Stromdichten ausgerichtet sind. Mit Hilfe der Greenschen Dyaden $\underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{HM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)$ und $\underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)$ lassen sich die elektromagnetischen Felder für eine beliebige Quellenverteilung der magnetischen Stromdichte $\underline{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)$ mit Hilfe der Beziehungen

$$\underline{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \iiint_{V_q} \underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{HM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) \cdot \underline{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)\, dV_q, \tag{A.177}$$

$$\underline{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \iiint_{V_q} \underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) \cdot \underline{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)\, dV_q \tag{A.178}$$

ermitteln, wobei $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ der Beobachtungspunkt und $\boldsymbol{r}_q = (x_q, y_q, z_q)$ der Quellenpunkt ist. Zur Bestimmung der Greenschen Dyade

$$\underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{HM}} = \begin{pmatrix} \underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{HM}} & \underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{HM}} & \underline{g}_{\mathrm{xz}}^{\mathrm{HM}} \\ \underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{HM}} & \underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{HM}} & \underline{g}_{\mathrm{yz}}^{\mathrm{HM}} \\ \underline{g}_{\mathrm{zx}}^{\mathrm{HM}} & \underline{g}_{\mathrm{zy}}^{\mathrm{HM}} & \underline{g}_{\mathrm{zz}}^{\mathrm{HM}} \end{pmatrix} \tag{A.179}$$

wird die Gleichung (A.175) jeweils für ein in x-,y- und z-Richtung orientiertes magnetisches Einheitsstromdichteelement im Quellenpunkt $\boldsymbol{r}_q = (x_q, y_q, z_q)$

$$\underline{\boldsymbol{M}}(x, y, z) = \underline{u}_q\, dl_{kq}\, \boldsymbol{e}_k\, \delta(x - x_q)\, \delta(y - y_q)\, \delta(z - z_q) \tag{A.180}$$

gelöst, mit $k \in \{x, y, z\}$ und der Amplitude

$$\underline{u}_q\, dl_{kq} = 1. \tag{A.181}$$

Die Orientierung der anregenden magnetischen Stromdichten wird durch einen entsprechenden Index am Längenelement dl_{kq} gekennzeichnet.

Für ein in x-Richtung orientiertes magnetisches Einheitsstromdichteelement lassen sich aus Gleichung (A.175) die zugehörigen Komponenten der magnetischen Erregung bestimmen

$$\underline{H}_{\mathrm{xx}}^{i}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{HM},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)\, \underline{\hat{u}}_q\, dl_{\mathrm{x}q}, \tag{A.182}$$

$$\underline{H}_{\mathrm{yx}}^{i}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{HM},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)\, \underline{\hat{u}}_q\, dl_{\mathrm{x}q}, \tag{A.183}$$

$$\underline{H}_{\mathrm{zx}}^{i}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}_{\mathrm{zx}}^{\mathrm{HM},i}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)\, \underline{\hat{u}}_q\, dl_{\mathrm{x}q}. \tag{A.184}$$

Entsprechend erhält man für ein in y-Richtung orientiertes Einheitsstromdichteelement

$$\underline{H}^i_{\mathrm{xy}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{xy}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)\,\underline{\hat{u}}_q\,dl_{\mathrm{y}q}, \tag{A.185}$$

$$\underline{H}^i_{\mathrm{yy}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{yy}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)\,\underline{\hat{u}}_q\,dl_{\mathrm{y}q}, \tag{A.186}$$

$$\underline{H}^i_{\mathrm{zy}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{zy}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)\,\underline{\hat{u}}_q\,dl_{\mathrm{y}q}, \tag{A.187}$$

und für ein in z-Richtung orientiertes Einheitsstromdichteelement

$$\underline{H}^i_{\mathrm{xz}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{xz}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)\,\underline{\hat{u}}_q\,dl_{\mathrm{z}q}, \tag{A.188}$$

$$\underline{H}^i_{\mathrm{xz}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{yz}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)\,\underline{\hat{u}}_q\,dl_{\mathrm{z}q}, \tag{A.189}$$

$$\underline{H}^i_{\mathrm{xz}}(\boldsymbol{r}) = \underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{zz}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q)\,\underline{\hat{u}}_q\,dl_{\mathrm{z}q}, \tag{A.190}$$

mit den Greenschen Funktionen des magnetischen Feldes

$$\underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{xx}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m\sum_n\sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega^2_{mnl}}\,\underline{H}^{imnl}_{\mathrm{x}}(\boldsymbol{r})\,\underline{H}^{*imnl}_{\mathrm{x}}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.191}$$

$$\underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{xy}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m\sum_n\sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega^2_{mnl}}\,\underline{H}^{imnl}_{\mathrm{x}}(\boldsymbol{r})\,\underline{H}^{*imnl}_{\mathrm{y}}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.192}$$

$$\underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{xz}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m\sum_n\sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega^2_{mnl}}\,\underline{H}^{imnl}_{\mathrm{x}}(\boldsymbol{r})\,\underline{H}^{*imnl}_{\mathrm{z}}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.193}$$

$$\underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{yx}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m\sum_n\sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega^2_{mnl}}\,\underline{H}^{imnl}_{\mathrm{y}}(\boldsymbol{r})\,\underline{H}^{*imnl}_{\mathrm{x}}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.194}$$

$$\underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{yy}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m\sum_n\sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega^2_{mnl}}\,\underline{H}^{imnl}_{\mathrm{y}}(\boldsymbol{r})\,\underline{H}^{*imnl}_{\mathrm{y}}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.195}$$

$$\underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{yz}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m\sum_n\sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega^2_{mnl}}\,\underline{H}^{imnl}_{\mathrm{y}}(\boldsymbol{r})\,\underline{H}^{*imnl}_{\mathrm{z}}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.196}$$

$$\underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{zx}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m\sum_n\sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega^2_{mnl}}\,\underline{H}^{imnl}_{\mathrm{z}}(\boldsymbol{r})\,\underline{H}^{*imnl}_{\mathrm{x}}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.197}$$

$$\underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{zy}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m\sum_n\sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega^2_{mnl}}\,\underline{H}^{imnl}_{\mathrm{z}}(\boldsymbol{r})\,\underline{H}^{*imnl}_{\mathrm{y}}(\boldsymbol{r}_q), \tag{A.198}$$

$$\underline{g}^{\mathrm{HM},i}_{\mathrm{zz}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \sum_m\sum_n\sum_l \frac{j\omega}{\omega^2-\omega^2_{mnl}}\,\underline{H}^{imnl}_{\mathrm{z}}(\boldsymbol{r})\,\underline{H}^{*imnl}_{\mathrm{z}}(\boldsymbol{r}_q). \tag{A.199}$$

Der zweite tiefgesetzte Index der magnetischen Feldkomponenten in den Gleichungen (A.184) bis (A.190) und der Greenschen Funktionen in den Gleichungen (A.191) bis (A.199) kennzeichnet die Komponente der magnetischen Stromdichte im Quellenpunkt $\boldsymbol{r}_q = (x_q, y_q, z_q)$,

die im Aufpunkt $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ die zugehörige magnetische Feldkomponente anregt. Diese ist durch den ersten tiefgesetzten Index beschrieben.

Für den rechteckförmigen Resonator mit der Geometrie nach Bild A.14 ergeben sich die Greenschen Gesamtfunktionen durch die Überlagerung der TE- und TM-Moden der magnetischen Felder.

Mit den Gleichungen (A.135) bis (A.137) und den Gleichungen (A.141) bis (A.143) folgt aus den Gleichungen (A.191) bis (A.199) für die Dyadenelemente

$$\underline{g}_{\mathrm{xx}}^{HM}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}(k^2-k_{\mathrm{x}}^2)\,\Psi_{\mathrm{ssx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccz}}^{mnl}, \tag{A.200}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{xy}}^{HM}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{x}}k_{\mathrm{y}}\,\Psi_{\mathrm{scx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccz}}^{mnl}, \tag{A.201}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{xz}}^{HM}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{x}}k_{\mathrm{z}}\,\Psi_{\mathrm{scx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csz}}^{mnl}, \tag{A.202}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yx}}^{HM}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{x}}k_{\mathrm{y}}\,\Psi_{\mathrm{csx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccz}}^{mnl}, \tag{A.203}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yy}}^{HM}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}(k^2-k_{\mathrm{y}}^2)\,\Psi_{\mathrm{ccx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccz}}^{mnl}, \tag{A.204}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yz}}^{HM}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{y}}k_{\mathrm{z}}\,\Psi_{\mathrm{ccx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csz}}^{mnl}, \tag{A.205}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zx}}^{HM}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{x}}k_{\mathrm{z}}\,\Psi_{\mathrm{csx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scz}}^{mnl}, \tag{A.206}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zy}}^{HM}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{y}}k_{\mathrm{z}}\,\Psi_{\mathrm{ccx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{csy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scz}}^{mnl}, \tag{A.207}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zz}}^{HM}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}(k^2-k_{\mathrm{z}}^2)\,\Psi_{\mathrm{ccx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssz}}^{mnl}. \tag{A.208}$$

Die Greensche Dyade des elektrischen Feldes

$$\underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{EM}} = \begin{pmatrix} \underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{EM}} & \underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{EM}} & \underline{g}_{\mathrm{xz}}^{\mathrm{EM}} \\ \underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{EM}} & \underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{EM}} & \underline{g}_{\mathrm{yz}}^{\mathrm{EM}} \\ \underline{g}_{\mathrm{zx}}^{\mathrm{EM}} & \underline{g}_{\mathrm{zy}}^{\mathrm{EM}} & \underline{g}_{\mathrm{zz}}^{\mathrm{EM}} \end{pmatrix} \tag{A.209}$$

läßt sich in analoger Weise aus der Gleichung (A.175) für die in x-, y- und z-Richtung orientierten magnetischen Einheitsstromdichteelemente (A.180) oder aus der Maxwellschen

Gleichung

$$\underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{EM}} = \frac{1}{j\omega\epsilon}\, rot\, \underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{HM}} \tag{A.210}$$

herleiten. Die Elemente der Dyade $\underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{EM}}$ ergeben sich zu

$$\underline{g}_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = 0, \tag{A.211}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{xy}}^{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{z}}\,\Psi_{\mathrm{ccx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scz}}^{mnl}, \tag{A.212}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{xz}}^{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{y}}\,\Psi_{\mathrm{ccx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssz}}^{mnl}, \tag{A.213}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yx}}^{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{z}}\,\Psi_{\mathrm{ssx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scz}}^{mnl}, \tag{A.214}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yy}}^{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = 0, \tag{A.215}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{yz}}^{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{x}}\,\Psi_{\mathrm{scx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssz}}^{mnl} \tag{A.216}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zx}}^{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = \frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{y}}\,\Psi_{\mathrm{ssx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{scy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccz}}^{mnl}, \tag{A.217}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zy}}^{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = -\frac{\Phi_m\Phi_n\Phi_l}{\mu V}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j\,\omega}{\omega^2-\omega_{mnl}^2}k_{\mathrm{x}}\,\Psi_{\mathrm{scx}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ssy}}^{mnl}\,\Psi_{\mathrm{ccz}}^{mnl}, \tag{A.218}$$

$$\underline{g}_{\mathrm{zz}}^{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_q) = 0, \tag{A.219}$$

mit $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ dem Beobachtungspunkt und $\boldsymbol{r}_q = (x_q, y_q, z_q)$ dem Quellenpunkt.

B Literaturverzeichnis

[1] J.J. Burke, R.W. Jackson: *Reduction of parasitic coupling in packaged MMICs,* IEEE MTT-S Digest, 1990, S. 255-258.

[2] R.W. Jackson: *The use of side wall images to compute package effekts in MoM analysis of MMIC circuits,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **41**, 1993, S. 406-414.

[3] R. Faraji-Dana, Y. L. Chow: *Accurate and efficient CAD tool for the design of optimum packaging for (M)MICs,* IEE Proc. Microw. Antennas Propag. **142**, 1995, S. 81-88.

[4] A. John: *Spektralbereichsverfahren für die Vollwellensimulation geometrisch komplexer passiver und aktiver integrierter Bauelemente und Schaltungen,* Dissertation, RWTH Aachen, 1996.

[5] T. Itoh : *Spectral Domain Immittance Approach for dispersion characteristics of generalized printed transmission lines,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **28**, 1980, S. 733-736.

[6] J.J. Burke, R.W. Jackson: *A simple circuit model for resonant mode coupling in packaged MMICs,* IEEE MTT-S Digest, 1991, S. 1221-1224.

[7] A. Hill, J. Burke, K. Kotapalli: *Three-dimensional electromagnetic analysis of shielded microstrip circuits,* Int J. Microwave Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering **2**, 1992, S. 286-296.

[8] A. A. Melcon, J. R. Mosig, M. Guglielmi: *Efficient CAD of boxed microwave circuits based on arbitrary rectangular elements,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **47**, 1999, S. 1045-1058.

[9] J. C. Rautio: *An electromagnetic time-harmonic analysis of shielded microstrip circuits,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **35**, 1987, S. 726-729.

[10] L. P. Dunleavy, P. B. Katehi: *A generalized method for analyzing shielded thin microstrip discontinuities,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **36**, 1988, S. 1758-1766.

[11] R. H. Jansen, L. Wiemer: *Full-wave theory based development of MM-Wave circuit models for microstrip open end, gap, step, bend and tee,* IEEE MTT-S Digest, 1989, S. 779-782.

[12] A. Sabban: *Multiport Network Model for evaluating radiation loss and spurious coupling among discontinuities in microstrip circuits,* Ph. D. Thesis, University of Tel-Aviv, Israel, 1991.

[13] A. SABBAN, K.C. GUPTA: *Effects of packages on parasitics coupling among microstrip discontinuities in MMICs,* Int J. Microwave Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering **1**, 1991, S. 403-410.

[14] T. ITOH: *Numerical techniques for microwave and millimeterwave passiv stuktures,* John Wiley & Sons, 1989.

[15] R.F. HARRINGTON: *Time harmonic electromagnetic fields,* McGraw-Hill, 1961.

[16] C. A. BALANIS: *Advanced engineering electromagnetics,* John Wiley & Sons, 1989.

[17] D. F. WILLIAMS: *Damping of the resonant modes of a rectangular metal package,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **37**, 1989, S. 253-256.

[18] R. K. HOFFMANN: *Integrierte Mikrowellenschaltungen,* Springer-Verlag, 1983.

[19] A.F. AMSTRONG, P. D. COOPER: *Techniques for investigating spurious propagation in enclosed microstrip,* The Radio and Electronic Engineer **48**, 1988, S. 64-72.

[20] R. GARG: *Microstrip antenna design handbook,* Artech House, 2001.

[21] R.W. JACKSON, Z. WANG: *Circuit model for coupling between MMIC's in multichip modules including resonance effects,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **46**, 1998, S. 959-965.

[22] C. A. LEE, G. C. DALMAN: *Microwave devices, circuits and their interaction,* John Wiley & Sons, 1994.

[23] I. WOLFF, G. KOMPA, R. MEHRAN: *Calculation method for microstrip discontinuities and T junctions,* Electronics Letters **8**, 1972, S. 177-179.

[24] G. KOMPA, R. MEHRAN: *Planar waveguide model for calculating microstrip components,* Electronics Letters **11**, 1975, S. 459-460.

[25] A. BENALLA AND K. C. GUPTA: *Multiport Network Approach for modeling the mutual coupling effects in microstrip patch antennas and arrays,* IEEE Trans. Antennas and Propagat. **37**, 1989, S. 148-152.

[26] MAPLEsoft, a division of Waterloo Maple Inc., 2007, http://www.maplesoft.com.

[27] MATLAB The Math Works ,Inc., USA; http://www.mathworks.com.

[28] Agilent ADS Version 1.5 User Manual, Agilent Technologies Inc., Palo Alto, CA.

[29] Sonnet em, Sonnet Software Inc., http://www.sonnetusa.com.

[30] I. BAHL, P. BHARTIA: *Microwave solid state circuit design,* John Wiley & Sons, 1988.

[31] M. KIRSCHNING: *Entwicklung von Näherungsmodellen für den rechnergestützten Entwurf von hybriden und monolithischen Schaltungen in Mikrostreifenleitungstechnik,* Dissertation, Universität-Gesamthochschule-Duisburg, 1984.

[32] K.C. GUPTA, R. GARG AND R. CHADHA: *Computer-aided design of microwave circuits,* Artech House, USA, 1981.

[33] M. Al-Asadi, T.M. Benson and C. Christopoulos: *Interfacing field problems modelled by TLM to lumped circuits,* Electron. Lett. **30**, 1996, S. 290-291.

[34] T. Bolz, B. Neuhaus, A. Beyer: *Circuit modeling of resonant modes in MMIC packages using time domain methods,* IEEE MTT-S Digest, 2005, S. 1103-1106.

[35] W. J. R. Hoefer: *The Transmission-Line Matrix Method - Theorie and application,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **33**, 1985, S. 882-892.

[36] C. Christopoulos: *The Transmission-Line Modeling Method: TLM,* IEEE Microwave Theory and Techniques Society, 1995.

[37] P.B. Johns: *A symmatrical condensed node for the TLM Method,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., **35** (1987), S.370-377.

[38] J. L. Herring: *Developments in the Transmission-Line Modelling Method for electromagnetic compatibility studies,* Ph. D. Thesis, University Nottingham, 1993.

[39] V. Trenkic: *The development and characterisation of advanced nodes for the TLM Method,* Ph. D. Thesis, University Nottingham, 1995.

[40] V. Trenkic, C. Christopoulos and T.M. Benson: *New developments in the numerical simulations of RF and microwave circuits using the TLM Method,* Facta Universitatis (Nis), Series Electronics and Energetics **1**, 1995, S. 87-95.

[41] T. Bolz, S. Held, M. Neinhüs, A. Beyer, K. Solbach: *Modeling of spurious coupling between modes in metal packages and embedded circuits,* IEEE MTT-S Digest, 2007, S. 1927-1930.

[42] M. Righi: *Diakoptic solution techniques for electromagnetic fields in time and frequency domain,* Ph. D. Thesis, University of Ancona, Italy, 1991.

[43] T. Mangold: *Feldmodellierung von verteilten Mehrtorschaltungen und systematische Extraktion von Ersatzschaltungen aus konzentrierten Elementen,* Dissertation, Technische Universität München, 2001.

[44] M. L. van Blaricum and R. Mittra: *A technique for extracting the poles and residues of a system directly from its transient response,* IEEE Trans. Antennas and Propag. **23**, 1975, S. 777-781.

[45] A. J. Poggio, M. L. van Blaricum, E. K. Miller and R. Mittra: *Evaluation of a processing techniques for transient data,* IEEE Trans. Antennas and Propag. **26**, 1978, S. 165-173.

[46] J. L. Dubard, D. Pompei, J. L. Roux and A. Papiernik: *Characterisation of microstrip antennas using the TLM simulation associated with a Prony-Pisarenko Method,* Int. J. Numer. Model., Electron. Netw. Devices Fields **3**, 1990, S. 269-285.

[47] J. D. Wills: *Spectral estimation for the Transmission Line Matrix Method,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **38**, 1990, S. 448-451.

[48] W. L. Ko and R. Mittra: *A combination of FD-TD and Prony's Method for analyzing microwave integrated circuits,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **39**, 1991, S. 2176-2181.

[49] C. Eswarappa and W. J. R. Hoefer: *Fast S-Parameter computation of a microstrip interdigital filter using TLM, Prony's and digital filtering techniques,* Int. J. Numer. Model., Electron. Netw. Devices Fields **9**, 1996, S. 237-248.

[50] Z. Bi, Y. Shen, K. Wu and J. Litva: *Enhancing Finite-Difference Time-Domain Analysis of dielectric resonators using spectrum estimation techniques,* IEEE MTT-S Digest, 1992, S. 869-872.

[51] W. Kümpel and I. Wolff: *Digital signal processing of time domain field simulation results using the System Identification Method,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **42**, 1994, S. 667-671.

[52] B. Houshmand, T. W. Huang and T. Itho: *Microwave structure characterisation by a combination of FDTD and System Identification Method,* IEEE Microw. Guid. Wave Lett. **3**, 1993, S. 262-264.

[53] C. Eswarappa and W. J. R. Hoefer: *Autoregressive (AR) and Autoregressive Moving Average (ARMA) spectral estimation techniques for faster TLM analysis of microwave structures,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **42**, 1994, S. 2407-2411.

[54] S. L. Marple: *Digital Spectral Analysis,* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987.

[55] R. Kumaresan, D. W. Tufts: *Estimating the parameter of exponentially damped sinusoids and pole-zero modeling in noise,* IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing **30**, 1982, S. 833-840.

[56] D.W. Tufts and R. Kumaresan: *Estimation of frequencies of multiple sinusoids: Making linear prediction perform like Maximum Likelihood,* Proc. IEEE **70**, 1982, S. 975-989.

[57] S. M. Kay: *Modern Spectral Estimation,* Pentice Hall, 1988.

[58] M. H. Hayes: *Statistical Digital Signal Processing and Modeling,* John Wiley & Sons, 1996.

[59] Agilent HFSS Version 5.6 User Manual, Agilent Technologies Inc., Palo Alto, CA.

[60] EMPIRE User's guide, IMST GmbH, Kamp-Lintfort, 2007, http://www.empire.com.

[61] C. L. Wagner and J. B. Schneider : *Divergent fields, charge, and capacitance in FDTD simulations,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **46**, 1998, S. 2131-2136.

[62] M. Werthen: *Analyse von dreidimensionalen Komponenten der Mikro- und Millimeterwellentechnik mit Hilfe numerischer Zeitbereichsverfahren,* Dissertation, Universität-Gesamthochschule-Duisburg, 1997.

[63] T. W. Huang, B. Houshmand and T. Itho: *Efficient modes extraction and numerically exact matched sources for a homogeneous waveguide cross-section in a FDTD simulation,* IEEE MTT-S Digest, 1994, S. 31-34.

[64] T. Okoshi and T. Miyoshi: *The Planar Circuit-An approach to microwave integrated circuitry,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **20**, 1972, S. 245-252.

[65] A. Benalla and K. C. Gupta: *Multiport Network Model and transmission characteristics of two-port rectangular microstrip patch antennas,* IEEE Trans. Antennas and Propagat. **36**, 1988, S. 1337-1342.

[66] A. Benalla and K. C. Gupta: *Multiport Network Model for rectangular microstrip patches covered with a dielectric layer,* IEE Proceedings **137**, 1990, S. 377-383.

[67] A. Sabban and K.C. Gupta: *Multiport Network Model for evaluating radiation loss and spurious coupling between discontinuities in microstrip circuits,* IEEE MTT-S Digest, 1989, S. 707-710.

[68] A. Sabban and K.C. Gupta: *Characterization of radiation loss from microstrip discontinuities using a Multiport Network Modeling Approach,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **39**, 1991, S. 705-712.

[69] A. Sabban and K.C. Gupta: *A Planar-Lumped Model for coupled microstrip lines and discontinuities,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **40**, 1992, S. 245-252.

[70] N. Na et al.: *Modeling and transient simulation of planes in electronic packages,* IEEE Transactions on Advanced Packaging **23**, 2000, S. 340-352.

[71] S. Chun et al.: *Physics based modeling of simultaneous switching noise in high speed systems,* Proc. IEEE 50 th Electron. Comp. Technol. Conf., 2000, S. 340-352.

[72] G. D'Inzeo et al.: *Wide-band equivalent circuits of microwave planar networks,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **28**, 1980, S. 1107-1113.

[73] R. Sorrentino: *Planar circuits, wave guide models, and segmentation method,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **33**, 1985, S. 1057-1066.

[74] F. Giannini et al.: *Equivalent circuit models for computer aided design of microstrip rectangular structures,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **40**, 1992, S. 378-388.

[75] H. Jui Pang: *Synthesis of planar microwave band-pass filter,* IEEE Trans. MTT-S Int. Microwave Symp. Dig., 1991, S. 1199-1202.

[76] J. Helszajn: *Green's Function, Finite Elements and Microwave Planar Circuits,* John Wiley & Sons, 1996.

[77] J.R James and P.S Hall: *Handbook of microstrip antennas,* IEE Electromagnetic Wave Series 28, London, 1989.

[78] I. N. Bronstein *Taschenbuch der Mathematik,* Verlag Harri Deutsch, Thun, 1989.

[79] T. Okoshi et al.: *The Segmentation Method-An approach to the analysis of microwave planar circuits,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., 1976, S. 662-668.

[80] R. Chadha and K.C. Gupta: *Segmentation Method using impedance matrices for analysis of planar microwave circuits,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **29**, 1981, S. 71-74.

[81] P.C. Sharma and K.C. Gupta: *Desegmentation Method for analysis of two-dimensional microwave circuits,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **29**, 1981, S. 1094-1098.

[82] R. Mittra et al.: *Efficient modeling of power planes in computer packages using the Finite Difference Time Domain Method,* IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. **42**, 1994, S. 1791-1795.

[83] O. M. Ramahi et al.: *A simple Finite-Difference Frequency-Domain (FDTD) algorithm for analysis of switching noise in printed circuit boards and packages,* IEEE Transactions on Advanced Packaging **26**, 2003, S. 191-198.

[84] W. F. Rechards and Y. T. Lo: *Theoretical and experimental investigation of a microstrip radiator with multiple lumped linear loads,* Electromagnetics **3**, 1983, S. 371-385.

Danksagung

Die Fertigstellung der vorliegenden Arbeit erfolgte zum großen Teil nach meinem Beschäftigungsverhältnis an der heutigen Universität Duisburg-Essen. Aus diesem Grund möchte ich mich an dieser Stelle ganz herzlich bei meinem Referenten und Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Adalbert Beyer bedanken, der mich auch während dieser schwierigen Zeit betreute.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Klaus Solbach bedanke ich mich für die Übernahme des Korreferats und aller damit verbundenen Mühen.

Mein Dank gilt auch den gegenwärtigen und ehemaligen Mitarbeitern des Fachgebietes der Hochfrequenztechnik für die gute Zusammenarbeit. Insbesondere möchte ich mich bei Jutta Ervens, Jörg Claßen, Maria Pardalopoulou und Sebastian Held nicht nur für die anregenden Diskussionen und Vorschläge bedanken, sondern auch für das angenehme Betriebsklima, das sich zu einem freundschaftlichen Verhältnis entwickelte. Mein ganz besonderer Dank sei an Rolf Küppers und Paul Lehmann, die guten Seelen dieses Fachgebiets, gerichtet. Neben der konstruktiven Zusammenarbeit ermutigten sie mich, diese Arbeit fertigzustellen.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei meinen Pflegeeltern Paul und Kirsten Haupt bedanken, die mir das Studium ermöglichten und mich auch sonst unterstützten, wo sie nur konnten. Leider konnte meine Pflegemutter die Fertigstellung dieser Arbeit nicht mehr miterleben.

Vor allem aber bedanke ich mich bei meiner Frau Irmgard und bei meinen Kindern Alexander, Maja und Lina, die den einen oder anderen Abend und Urlaub ohne Mann und Papa verbringen mussten, für ihre Unterstützung und ihr Verständnis.