

**Untersuchungen zum Koppelverhalten von Aperturen mit
kreuzförmigem Querschnitt in längshomogenen
Rechteckhohlwellenleitern**

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften
der Universität Duisburg–Essen
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor–Ingenieurs
genehmigte Dissertation

von
Jörg Claßen
aus Geilenkirchen

Referent: Prof. Dr.-Ing. Klaus Solbach

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Ingo Wolff

Tag der mündlichen Prüfung: 12.02.2009

Inhaltsverzeichnis

1	Formelzeichen	III
2	Einleitung	1
3	Stand der Technik	3
4	Formulierung eines Integralgleichungsverfahrens	7
4.1	Problembestimmende Integralgleichung	9
4.2	Lösungsansatz	10
4.2.1	Approximation der Apertur	11
4.2.2	Approximation der Quellgröße	13
4.2.3	Approximation des Operators	13
4.3	Konvergenzverhalten der Lösung	15
4.4	Beschleunigung der Konvergenz	17
5	Physikalische Separation	21
5.1	Modellierung der koppelnden Strukturen	21
5.2	Vollwellenanalyse der Elemente	26
5.2.1	Zweidimensionaler Querschnittssprung	31
5.2.2	Übergang auf einen gedrehten Hohlleiter	35
5.2.3	T-Verzweigung	39
5.2.4	Kreuzhohlleiterübergang	45
5.2.5	Freiraumkopplung	67
5.3	Verkettung der Strukturen	77
6	Verifikation einer Beispielstruktur	81
6.1	Messergebnis	83
6.2	Modellmodifikationen	85
7	Zusammenfassung	89

A	Anhang	93
A.1	Detailangaben zur Integralgleichung	93
A.1.1	Greensche Dyade des Rechteckhohlleiters	93
A.1.2	Grundmode des Rechteckhohlleiters	94
A.2	Übergangskopplung zwischen TE- und TM-Moden	95
A.3	Magnetische Feldkomponenten der T-Verzweigung	97
A.4	Systemgleichungssysteme des Kreuzhohlleiters	101
A.5	Koppelintegrale des Rechteck-KreuzhohlleiterÜbergangs	104
A.5.1	$TE_{ee}+TM_{ee}$	105
A.5.2	$TE_{em}+TM_{em}$	106
A.5.3	$TE_{me}+TM_{me}$	107
A.5.4	$TE_{mm}+TM_{mm}$	108

Kapitel 1

Formelzeichen

A	Fläche, Querschnittsfläche eines Wellenleiters
\vec{A}	magnetisches Vektorpotential
\vec{a}, \vec{b}	Amplitudenvektoren ein- bzw. ausfallender Wellen
a, b	Gehäusabmessungen
\vec{B}	magnetische Flussdichte
\vec{D}	dielektrische Verschiebungsdichte
\vec{E}	elektrisches Feld
\vec{e}, \vec{h}	vektorielle Strukturfunktionen
$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$	Einheitsvektoren in Koordinatenrichtungen
\vec{F}	elektrisches Vektorpotential
f	Frequenz
$\mathbf{G}(\vec{r}, \vec{r}')$	Greensche Dyade
$G(\vec{r}, \vec{r}')$	Greensche Funktion
\vec{H}	magnetisches Feld
\mathbf{I}	Identitätsmatrix
\vec{J}	elektrische Oberflächenstromdichte
k_0	Wellenzahl des freien Raums
k_c	transversale Wellenzahl
k_x, k_y, k_z	Wellenzahl bzgl. Koordinatenrichtung
\vec{M}	magnetische Oberflächenstromdichte
\vec{n}	Normalenvektor
Q	Leistungsnormierungsfaktor

KAPITEL 1. FORMELZEICHEN

\vec{r}	Aufpunktvektor
\vec{r}'	Quellpunktvektor
S	Streumatrix
T	Eigenfunktion des Wellenleiters
t	Hohlleiter-Wanddicke
w, L	Aperturabmessungen
x, y, z	Aufpunktkoordinaten
x_0, y_0, z_0	Quellpunktkoordinaten
Y	Kopplungs-, Admittanzmatrix
$Z_0 = \frac{1}{Y_0}$	Freiraum-Wellenwiderstand 377Ω
$Z_{e_p}^{(i)}$	Wellenwiderstand des p -ten TE-Modes in Wellenleiter i
$Z_{h_p}^{(i)}$	Wellenwiderstand des p -ten TM-Modes in Wellenleiter i
ϵ	Neumann-Zahl
ε	Permittivität
Γ_{A_1}	Randkurve der Fläche A_1
γ	Wellenzahl in Ausbreitungsrichtung
λ_0	Wellenzahl des freien Raums
λ_g	Hohlleiterwellenlänge
μ	Permeabilität
ω	Kreisfrequenz
ζ	Riemannsche Zeta-Funktion

Kapitel 2

Einleitung

Das Spektrum an Aperturformen, die als separate Antennen Verwendung finden aber auch in Gruppen- bzw. Phased-Array-Antennen zum Einsatz kommen, ist nicht sehr groß. Eine Erweiterung dieses Spektrums ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit, die sich dabei auf die Klasse der symmetrischen, kreuzförmigen und beliebig zueinander orientierbaren Aperturen konzentriert. Gefertigt werden Antennen dieser Art häufig durch Einfräsungen in die Seitenwände von Rechteckhohlleitern, in die ihr Grundwellentyp eingepreßt wird. Von wesentlicher Bedeutung bei der feldtheoretischen Charakterisierung des Abstrahlverhaltens ist die Berücksichtigung von Kopplungsvorgängen zwischen den einzelnen Strahlern, die einen erheblichen Einfluss auf die Charakteristik der gesamten Antenne haben können.

Zu Beginn erfolgt in Kapitel 3 eine Übersicht über die Forschungshistorie der Aperturkopplungsthematik. Es wird herausgestellt, welche Geometrien betrachtet wurden, auf der Grundlage welcher Verfahren dies geschah und insbesondere welche Randbedingungen bzw. Einschränkungen diesen Untersuchungen zu Grunde lagen.

In Kapitel 4 wird als Ausgangspunkt aller quantitativen Berechnungen zunächst ein Integralgleichungsverfahren angesetzt, welches auf elementaren Näherungen beruht. Seine Resultate sind hinsichtlich des Einflusses der Näherungen zu bewerten und mögliche Effizienz steigernde Modifikationen werden kritisch in Bezug auf ihre sinnvolle Umsetzung hinterfragt.

Kapitel 5 beinhaltet die Ableitung einer als „Physikalischen Separation“ bezeichneten Methodik, die durch eine geometrische Zerlegung der betrachteten Grundstruktur in elementare, physikalisch sinnvolle Teilkomponenten eine Netzwerktopologie realisiert. Die Verschaltung einzelner Komponenten zu typischen Baugruppen der Hochfrequenztechnik ist durch die Verknüpfung ihrer jeweiligen Vollwellensimulationsdaten möglich und erlaubt ihre Verifikation an Hand von Referenzdaten aus der Literatur, Messreihen sowie Vergleichssimulationen kommerzieller Softwaretools.

Die Vorstellung von Simulationsergebnissen an einer ausgewählten, komplexen Struktur

KAPITEL 2. EINLEITUNG

auf der Grundlage des gewählten Verfahrens ist Gegenstand des 6. Kapitels. Hier werden Kopplungsvorgänge über den Außenraum zwischen benachbarten Aperturen erfasst und ihr Einfluss auf das Transmissionsverhalten der Struktur herausgestellt.

Abschließend erfolgt in Abschnitt 7 eine Zusammenfassung der in dieser Arbeit vorgestellten Schritte sowie eine Bewertung hinsichtlich der gestellten Aufgabe. Es werden Verfahrensgrenzen aufgezeigt und Vorschläge für weiterführende Ansätze genannt, die jedoch, bedingt durch den zeitlichen Rahmen der Arbeit, nicht detailliert verfolgt wurden.

Kapitel 3

Stand der Technik

Die ersten theoretischen Untersuchungen auf dem Gebiet der Kopplung von Raumbereichen durch Aperturen sind auf den Physiker H. A. Bethe zurückzuführen, der 1942 in seinem bekannten Aufsatz [5] ein Verfahren vorstellte, mit dem er in der Lage war, die Transmission elektromagnetischer Wellen durch eine „Öffnung“ quantitativ zu erfassen. Bezüglich der Aperturgeometrie war seine Methodik jedoch eingeschränkt, da lediglich elektrisch kleine „Löcher“ als Kopplungsaperturen zulässig waren. Fortgesetzt wurde die Arbeit durch Stevenson [80], der auf die praktischen Untersuchungen von Watson [86] zurückgriff und die Äquivalenz von Dipol und Schlitz [10] nutzte, um ein erweitertes Berechnungsmodell zu entwickeln. Die zuvor genannten Arbeiten begründen somit die Forschung auf dem Gebiet der Aperturkopplung und bilden auch heute noch die Grundlage vieler nachfolgender Untersuchungen, die auf eine Steigerung der Anwendungsbreite und Genauigkeit zielen oder versuchen über modifizierte Ansätze den typischerweise hohen Berechnungsaufwand zu verringern.

Die Formen der Aperturen, durch die Energie über hochfrequente, elektromagnetische Wellen abgegeben wird, variieren wenig. Im Wesentlichen beschränkt man sich auf runde und rechteckförmige Öffnungen, die fertigungstechnisch einfach, günstig und mit hoher Präzision hergestellt werden können. Sehr häufig werden rechteckförmige Schlitze in den Seitenwänden von Rechteckhohlleitern als strahlende bzw. koppelnde Elemente verwendet, deren Abmessungen und insbesondere Lage und Orientierung bezüglich der Hohlleiterachse maßgeblich Leistung und Polarisation der ausgekoppelten Welle beeinflussen. Erfolgt eine Auskopplung von Energie in den freien Außenraum, spricht man von einer Hohlleiter-Schlitzantenne; besteht der angrenzende Raum aus einem weiteren Hohlleiter, so handelt es sich allgemein um einen Koppler (z.B. Richtkoppler). Hohlleiter-Schlitzantennen haben an Beliebtheit zugenommen, da bei ihnen die speisende und strahlende Struktur in einer Komponente, nämlich dem Wellenleiter, integriert vorliegt und sie zudem sehr verlustarm und mit hohen Leistungen betrieben werden können.

Bezüglich des speisenden Hohlleiters wird zwischen einer Anregung der Schlitze über eine stehende Welle (standing wave) und einer Anregung über eine sich ausbreitende Welle (traveling wave) unterschieden. Im ersten Fall ist der Hohlleiter an seinem Ende mit einem Kurzschluss versehen, der sich in einer Entfernung von einem Viertel der Hohlleiterwellenlänge λ_g hinter dem letzten Wandschlitz befindet. Die Schlitze haben einen gegenseitigen Abstand von einer halben Hohlleiterwellenlänge und werden in Resonanz betrieben, d.h. die dem jeweiligen Schlitz zugeordnete Impedanz ist rein reell. Bei der Aperturanregung über eine sich ausbreitende Welle befinden sich die Elemente nicht in Resonanz und ihr Abstand beträgt in der Regel nicht $\frac{\lambda_g}{2}$. Stattdessen werden die Abmessungen und die Anordnung der Schlitze so gewählt, dass die Eingangsimpedanz der gesamten strahlenden bzw. koppelnden Struktur möglichst gut an die Ausgangsimpedanz des speisenden System angepasst ist. Den Abschluss des Hohlleiters bildet hier ein Wellensumpf, der durch die Absorption der auftreffenden Welle eine Anregung von Reflexionen unterdrückt und so eine rein fortschreitende Welle gewährleistet.

Die quantitative Erfassung der Abstrahlung einer hohlleitergespeisten Apertur, d.h. die Berechnung der elektromagnetischen Felder im angrenzenden Raum sowie das gestörte Feld im Innern des Hohlleiters, stellt das zu lösende Grundproblem dar, auf das weiterführende Berechnungen, wie z.B. die Verkopplungen mehrerer strahlender Elemente aufbauen. In den vergangenen Jahren sind insbesondere rechteckförmige Schlitze intensiv untersucht worden, deren Schlitzachsen parallel bzw. senkrecht zur Achse des Wellenleiters ausgerichtet sind. Diese longitudinalen bzw. transversalen Schlitze unterliegen dabei häufig einer restriktiven Einschränkung, der sogenannten Schmalschlitz-Näherung. Sie besagt, dass die Länge L des Schlitzes gegenüber seiner Breite w sehr viel größer sein muss, wobei literarische Angaben bezüglich des Verhältnisses $\frac{L}{w}$ variieren. In der Regel erfolgt die Angabe der Bedingung $\frac{L}{w} \gg 1$, doch auch Forderungen wie $\frac{L}{w} \gg \sqrt{10}$ (vgl. [80]) und $\frac{L}{w} > 7$ (vgl. [65]) sind zu finden. Gegenstand der Untersuchungen ist in der Regel die schmalschlitzbasierte Berechnung der Abstrahlung in den freien Halbraum durch longitudinale und transversale Schlitze in der breiten Seite eines Rechteckhohlleiters [35], [36], wie in Abb. 3.1 skizziert. Die betrachteten Schlitze befinden sich dabei in Resonanz: $L \approx \lambda/2$.

Weitgehende Beachtung finden auch Schlitze, die gegenüber der Hohlleiterachse leicht gedreht angeordnet werden. Durch den Versatz aus der Mitte und den Drehwinkel ist es möglich, die Amplitude und die Phase der ausgekoppelten Welle getrennt zu beeinflussen [50]. Der auf Grund des Drehwinkels bedingte zusätzliche Parameter führt jedoch zu einem erheblich höheren Berechnungsaufwand, so dass gelegentlich zwar die Theorie vorgestellt wird, Ergebnisse aber lediglich für longitudinale und transversale Schlitze präsentiert werden [45], [66]. Dennoch existieren Ansätze für geneigte Schlitze, insbesondere für solche, die in die Schmalseite eines Hohlleiters gefräst werden. Da die Höhe der Schmalseite in der Regel nicht ausreicht, um die Schlitze vollständig

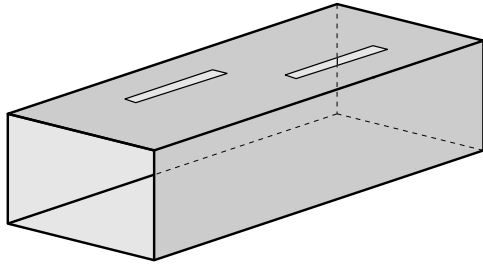


Abb. 3.1: Beispiel von longitudinalen Schlitten in der breiten Seite eines Rechteckhohlleiters

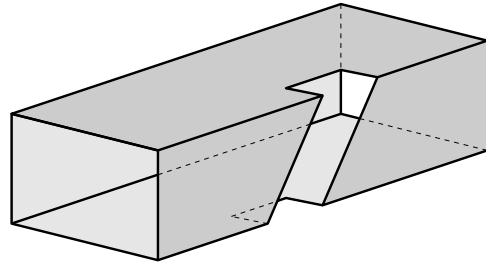


Abb. 3.2: Beispiel eines geneigten Schlittes in der schmalen Seite eines Rechteckhohlleiters

aufnehmen zu können, wird sie über ihre gesamte Höhe eingefräst, so dass ein Teil der Schlitzoberfläche auf die Ober- bzw. Unterseite des Hohlleiters „umgeklappt“ erscheint. Berechnungsverfahren, die für diesen in Abb. 3.2 dargestellten Aperturtyp ausgelegt sind und ausnahmslos alle von der Näherung eines schmalen Schlittes Gebrauch machen, sind in [19], [21], [30], [33], [62] und [64] zu finden.

Gerade die Schmalschlitz-Näherung stellt bei der Betrachtung von Kopplungsproblemen eine Einschränkung dar, die für eine weite Gruppe von Aperturen nicht tragbar ist. Liegt das Geometrieverhältnis $\frac{L}{w}$ eines Schlittes außerhalb der o.a. Bedingungen, so ist es in der Regel notwendig, den Ansatz für das Feld im Schlitz zu modifizieren. Während für schmale Schlitz die Annahme eines, bezüglich der Schlitzlängsachse, rein transversalen, elektrischen Feldes akzeptabel ist, kann dies bei breiten Schlitz nicht länger aufrecht erhalten werden. Es sind nunmehr zusätzlich auch die longitudinalen Feldkomponenten in das Kopplungsproblem mit einzubeziehen, da ihre Amplituden gegenüber denen der Transversalkomponenten in einer vergleichbaren Größenordnung liegen können. Ein ähnlicher Effekt tritt auf, wenn Schlitz nur schwach angeregt werden, also außerhalb ihrer Resonanz betrieben werden oder nur einen geringen Versatz von der Hohlleiterachse in der Breitseite haben.

Die Verwendung kreuzförmiger Aperturen als strahlende Elemente ist nicht neu. Elemente dieser Art werden eingesetzt, um beispielsweise Antennen mit zirkularer Polarisation zu realisieren. Zudem verfügen sie im Vergleich zu rechteckförmigen Aperturen über geringere Abmessungen bei gleicher Resonanzfrequenz und stellen bei hoher „Packungsdichte“ bzw. geringen Platzverhältnissen eine interessante Alternative dar. Bezüglich der Verkopplungen weisen sie ebenfalls Vorteile auf: So reagieren kreuzförmige Aperturen weniger auf Störeinstrahlung von benachbarten Elementen, wodurch sie bzw. die aus ihnen gebildeten Antennen breitbandiger einzusetzen sind [29]. Dennoch ist die Erfassung der Kopplungsvorgänge auch bei diesen Strahlern unumgänglich. Da die Geometrie einer

Kopplungsapertur sehr stark in die Berechnung von Charakteristik und Kopplungsgrößen eingeht, ist hier im Vergleich zu einfachen Geometrien wie Rechteck- und Kreisaperturen ein erhöhter Aufwand erforderlich.

Vereinzelt sind in der Literatur Kreuzschlitze bereits untersucht worden. In [29] wird das Reflexions- und Transmissionsverhalten eines Rechteckhohlleiters angegeben, der in seiner breiten Seite eine versetzte X-förmige Einfräsung besitzt. Die geometrische Modellierung des Schlitzes erfolgt durch Superposition zweier einfacher Rechteckschlitze, die um einen beliebigen Winkel gegeneinander verdreht angeordnet sind. Der Ansatz des elektrischen Feldes in dieser Apertur basiert auf einer eindimensionalen Fourierreihe und unterliegt somit der Schmalschlitz-Näherung, wobei die Wanddicke der strahlenden Apertur gleichzeitig vernachlässigt wird. Ein weiteres Verfahren wird in [28] vorgestellt. Die Wanddicke wird in Form eines Wellenleiters berücksichtigt, dessen Eigenwertproblem mit Hilfe der randbasierten Finiten Elemente gelöst wird. Auf das resultierende System gekoppelter Integralgleichungen wird die Momentenmethode angewandt, die letztlich Lösungen in Form von Streuparametern und abgestrahlten Feldern ermöglicht.

Kapitel 4

Formulierung eines Integralgleichungsverfahrens

Am Beispiel von Einzel- und Gruppenantennen soll hier zunächst der in dieser Arbeit verwendete, grundlegende feldtheoretische Ansatz erläutert werden.

Bei der Betrachtung von Gruppenantennen gestaltet sich die Untersuchung charakteristischer Größen sehr aufwändig, wenn zusätzlich zum Abstrahlverhalten der einzelnen Elemente auch die Verkopplungen der Strahler untereinander erfasst werden sollen. Typischerweise führt eine Vernachlässigung der störenden Einstrahlung von benachbarten Elementen nur zu unbefriedigenden bzw. schlicht falschen Resultaten, so dass eine möglichst exakte Erfassung dieses Phänomens nahezu unerlässlich ist. Die diesbezüglich entwickelten Techniken lassen sich in zwei Gruppen unterteilen:

- Vollwellen-Momentenmethode [26], [70], [81]
- Methode der unendlichen, periodischen Gruppe [24], [60], [79]

Die Vollwellen-Momentenmethode beruht auf der Lösung linearer Gleichungssysteme und liefert vergleichsweise genaue Ergebnisse. Der zeitliche Aufwand bei der Berechnung von Gruppenantennen mit sehr vielen einzelnen Elementen ist dagegen hoch, während die Methode der unendlichen, periodischen Gruppe gerade hier ihre Stärke beweist. Sie basiert auf der Greenschen Funktion unendlich ausgedehnter, periodischer Strukturen und verwendet z.B. den sogenannten Floquet-Ansatz [2], [54], [55], bzw. das Spektralbereichsverfahren [69]. Die Kopplungseffekte innerhalb der Gruppe sind per Ansatz enthalten, da auf Grund der geometrischen Periodizität der Gruppe lediglich eine sogenannte Einheitszelle zu berücksichtigen ist, wodurch sich der Berechnungsaufwand sehr effizient gestalten lässt. Von Nachteil sind allerdings die Beschränkungen auf unendliche und periodische Strukturen, die jegliche Randeffekte bedingt durch die endlichen Abmessungen von Antennen ausschließen, und gleichzeitig identische Elementarstrahler implizieren, die zudem mit gleicher Amplitude anzuregen sind. Lediglich für die Phase der Ansteuerung ist ein

progressiver Verlauf über der Aperturanordnung zulässig. In Tab. 4.1 sind die Vor- und Nachteile beider Verfahren übersichtlich zusammengestellt.

Eigenschaften der Verfahren

	Vollwellen- Momenten- methode	unendliche, periodische Gruppe
Berücksichtigung von Verkopplungen	✓	✓
beliebige Lage und Orientierung der Elemente	✓	—
unterschiedliche Anregung der Elemente	✓	—
Erfassung endlicher Gruppen	✓	—
Entwicklungsaufwand (analytische Formulierung)	hoch	gering
Simulationsdauer	hoch	gering

Tab. 4.1: Gegenüberstellung von Vor- und Nachteilen der Vollwellen-Momentenmethode und der Methode der unendlichen, planaren Gruppe

Um nun zusätzlich die Verkopplungen zwischen kreuzförmigen Apertur-elementen quantitativ erfassen zu können ohne weitreichende Einschränkungen bezüglich der Geometrie, der gegenseitigen Lage und der Anregung der Elemente einzuführen, ist eine Verfahrensweise erforderlich, die nicht auf Basis der Theorie der unendlichen, periodischen Gruppenantennen zu realisieren ist. Vielmehr sind die Bemühungen auf eine Methodik auszurichten, die eine effiziente Lösung über einen Vollwellenansatz mit Hilfe der Momentenmethode erlaubt. Zudem ist ein Feldansatz mit Ganzbereichsfunktionen einem Ansatz mit diskreten Funktionen vorzuziehen. Gerade das in früheren Arbeiten bzw. bei Problemen mit sehr hohem Berechnungsaufwand häufig eingesetzte Point-Matching Verfahren stellt bei Kopplungsproblemen ein vergleichsweise ungenaues Verfahren dar, so dass der Momentenmethode in Verbindung mit Ganzbereichsfunktionen der Vorzug gegeben werden sollte [58], [66].

Vor diesem Hintergrund wird zunächst ein Lösungsvorschlag in Form einer Integralgleichung betrachtet. Der erfolgreiche Einsatz des Integralgleichungsverfahrens bei ähnlichen

4.1. PROBLEMBESTIMMENDE INTEGRALGLEICHUNG

Problemstellungen lässt es auch im Falle der Abstrahlung von bzw. der Kopplung zwischen kreuzförmigen Aperturen als sinnvollen, weiter zu entwickelnden Ansatz erscheinen, sofern eine effiziente Anpassung an die zugrunde liegende Geometrie realisierbar ist.

4.1 Problembestimmende Integralgleichung

Ausgangspunkt der Untersuchung des Abstrahlverhaltens eines beliebig angeordneten kreuzförmigen Schlitzes in der Wand eines Rechteckhohlleiters ist die in Abbildung 4.1 links dargestellte Querschnittsgeometrie. Raumbereich 1 entspricht dem Rechteckhohlleiter, der mit seinem Grundmode gespeist wird und der über eine Öffnung in seiner Schmalseite an den freien Halbraum (Raumbereich 2) angekoppelt ist. Diese Basisanordnung lässt sich auf der Grundlage des Schelkunoff-Prinzips [18] in eine äquivalente, längshomogene Ersatzanordnung umformen.

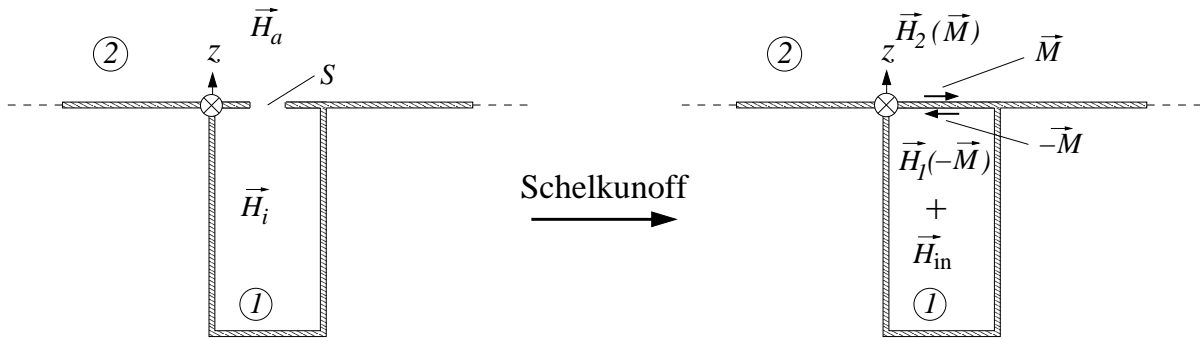


Abb. 4.1: Querschnitt des Basiselements und äquivalente Ersatzanordnung nach Schelkunoff

Hierzu wird die Apertur mit Metall verschlossen, auf deren Ober- und Unterseite jeweils eine magnetische Oberflächenstromdichte angesetzt wird, die sich lediglich durch das Vorzeichen voneinander unterscheiden. Es bilden sich somit getrennte Raumbereiche, die nicht länger geometrisch über die Apertur, sondern elektrisch über die magnetische Oberflächenstromdichte \vec{M} miteinander verkoppelt sind.

Die Ableitung der Ersatzanordnung nach Abbildung 4.1 basiert auf der Stetigkeit des elektrischen Tangentialfeldes beim Übergang vom Hohlleiter in den freien Halbraum. Die Stetigkeit des magnetischen Feldes ist dagegen per Ansatz nicht gewährleistet, so dass diese Forderung in der Grenzfläche $z = 0$ zu erfüllen bleibt:

$$\vec{H}_{a_{\text{tan}}} = \vec{H}_{2_{\text{tan}}}(\vec{M}) = \vec{H}_{i_{\text{tan}}} = \vec{H}_{1_{\text{tan}}}(-\vec{M}) + \vec{H}_{\text{in}} = -\vec{H}_{1_{\text{tan}}}(\vec{M}) + \vec{H}_{\text{in}} \quad (4.1)$$

mit

$$\vec{H}_1(\vec{M}) = jk_0 Y_0 \iint_S \mathbf{G}_1(\vec{r}, \vec{r}') \vec{M}(\vec{r}') dS'$$

$$\vec{H}_2(\vec{M}) = jk_0 Y_0 \left[1 + \frac{1}{k_0^2} \nabla \nabla \cdot \right] \iint_S G_2(\vec{r}, \vec{r}') \vec{M}(\vec{r}') dS'$$

$\mathbf{G}_1(\vec{r}, \vec{r}')$ magnetische Greensche Dyade des Rechteckhohlleiters

$$G_2(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{2\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad \text{Greensche Funktion des Halbraums}$$

\vec{H}_{in} Grundmode des Hohlleiters

k_0 Wellenzahl des freien Raums

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} \quad \text{mit } Z_0 = 377 \Omega \quad \text{Freiraum-Wellenwiderstand}$$

Die aus der Operatorgleichung (4.1) resultierende Integralgleichung

$$\iint_S \left[\mathbf{G}_1(\vec{r}, \vec{r}') + \left[1 + \frac{1}{k_0^2} \nabla \nabla \cdot \right] G_2(\vec{r}, \vec{r}') \right] \vec{M}(\vec{r}') dS' = \frac{1}{jk_0 Y_0} \vec{H}_{\text{in}}(\vec{r}) \quad (4.2)$$

bildet eine zunächst noch allgemeine mathematische Beschreibungsform des Systems, die im Folgenden für $z = 0$ auf die zugrunde liegende Geometrie anzupassen ist. Die magnetische Oberflächenstromdichte \vec{M} ist als unbekannte Größe anzusetzen, aus deren Kenntnis letztlich weitere Größen wie beispielsweise abgestrahlte Felder und Kopplungskoeffizienten abgeleitet werden können.

4.2 Lösungsansatz

Zur Lösung von Gl. (4.2) wird auf Grund der vorangegangenen Überlegungen die Momentenmethode herangezogen. Die unbekannte magnetische Oberflächenstromdichte wird im ersten Schritt als Summe über I gewichtete, noch zu spezifizierende vektorielle Basisfunktionen \vec{M}_i dargestellt:

$$\vec{M}(\vec{r}') = \sum_{i=1}^I \alpha_i \vec{M}_i(\vec{r}') \quad (4.3)$$

Im zweiten Schritt erfolgt eine Transformation von Gleichung (4.2) über die sukzessive Bildung funktionaler Skalarprodukte in einen Funktionenraum, der durch die Basisfunktionen der magnetischen Oberflächenstromdichte $\vec{M}_i(\vec{r}')$ aufgespannt wird [26].

4.2. LÖSUNGSANSATZ

Diese als Galerkin–Verfahren bezeichnete Technik überführt Gl. (4.2) in die nachstehende Form.

$$\sum_{i=1}^I \alpha_i \iint_S \left[\iint_S \mathbf{G}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{M}_i(\vec{r}') \vec{M}_k(\vec{r}) dS' \right] dS = \frac{1}{jk_0 Y_0} \iint_S \vec{H}_{\text{in}}(\vec{r}) \vec{M}_k(\vec{r}) dS \quad (4.4)$$

mit

$$k = 1, 2, \dots, I \quad \text{und} \quad \mathbf{G}(\vec{r}, \vec{r}') = \mathbf{G}_1(\vec{r}, \vec{r}') + \left[1 + \frac{1}{k_0^2} \nabla \nabla \cdot \right] G_2(\vec{r}, \vec{r}')$$

Detaillierte Angaben zu den einzelnen Größen in Gl. (4.4) sind in Anhang A.1 angegeben. Charakteristisch an Gl. (4.4) ist eine doppelte Flächenintegration über die Apertur S in der Hohlleiterseitenwand [6]. An dieser Stelle wird deutlich, dass die Form der Apertur erheblichen Einfluss auf die Komplexität des Verfahrens hat. Für transversale und longitudinale Schlitze, die zudem als schmal vorausgesetzt werden, sind die einzelnen Integrationen separierbar und lassen sich mit moderatem numerischen Aufwand berechnen. Diese Vorteile sind für die in Abb. 4.2 skizzierte Kopplungsstruktur mit kreuzförmiger Apertur nicht länger gültig. Ohne die Einführung vereinfachender Annahmen ist die numerische Berechnung eines Vierfachintegrals erforderlich, was nach wie vor hohe Ansprüche an Prozessorleistung und Speicherbedarf stellt. Insbesondere mehrfache Auswertungen der Integraloperationen für verschiedene Frequenzen bzw. Geometrievarianten, lassen diese numerische Alternative nicht als effiziente Lösung zu. Aus diesem Grund werden zunächst Näherungen eingeführt, die eine prinzipielle Lösung von Gl. (4.4) erlauben und einen Eindruck bezüglich des Rechenaufwands vermitteln sollen.

4.2.1 Approximation der Apertur

Die mathematische Beschreibung der Geometrie nach Abb. 4.2 erfolgt sinnvollerweise über das kartesische Koordinatensystem, da jegliche Flächen durch eine konstante Koordinate zu spezifizieren sind. Häufig verfügen Schlitz–Aperturen aber über abgerundete Randbereiche bedingt durch Fräsradien. Um den analytischen Aufwand nicht dadurch zu erhöhen, dass zusätzlich sphärische Koordinaten zur Erfassung der Fräsradien eingeführt werden, erfolgt die Beschränkung auf rechteckförmige Randbereiche bei gleichbleibender Fläche. Die ursprüngliche Länge L der Schlitze verringert sich so um das 0,215–fache der Breite w (vgl. [35]).

$$L' = L - 0,215 \cdot w \quad (4.5)$$

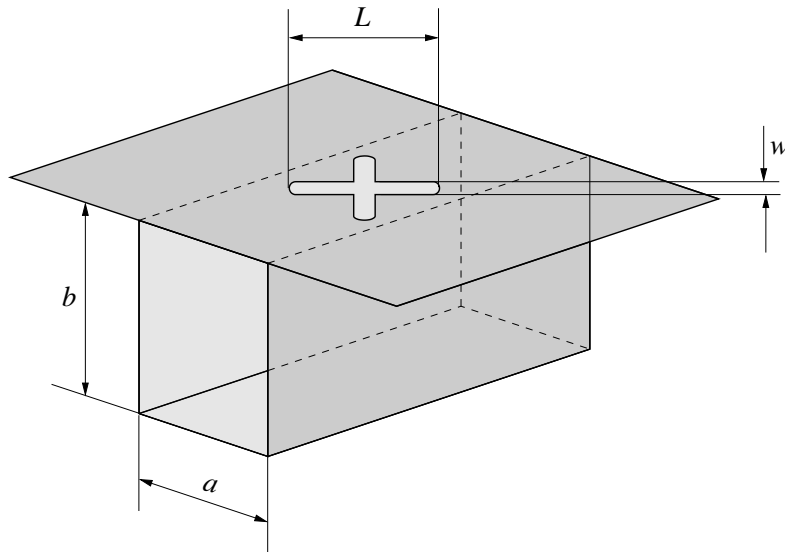


Abb. 4.2: Basiselement mit kreuzförmiger Kopplungsapertur

Der kreuzförmige „Charakter“ der Apertur wird durch die Überlagerung zweier um 90° gegeneinander verdrehter Rechteckschlitzte nachgebildet. Unter der Voraussetzung, dass es sich um schmale Schlitzte handelt, d.h. $\frac{L'}{w} > 10$, kann die Feldverteilung im Kreuzschlitz über die einfache Summe der Felder beider Rechteckschlitzte angenähert werden [29].

Die Forderung nach schmalen Schlitzten unterstützt ebenfalls die zuvor eingeführte geometrische Modifikation der Schlitzrandbereiche. Der Betrag der Felder ist dort sehr klein, so dass diese Bereiche kaum einen Beitrag zur Abstrahlung bzw. Kopplung leisten und Konturänderungen keinen gravierenden Einfluss haben werden.

In Abbildung 4.3 sind die Näherungen bezüglich der Apertur nochmals zusammenfassend dargestellt.

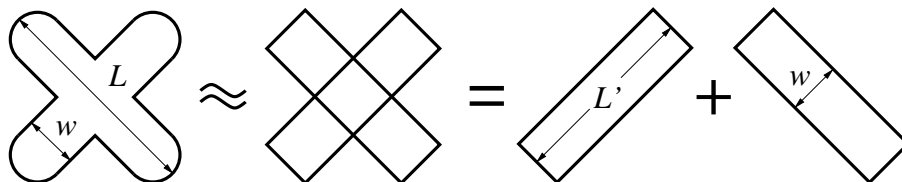


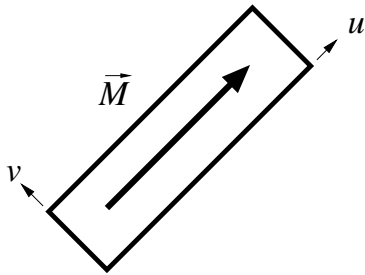
Abb. 4.3: Approximation der Apertur durch Superposition zweier rechteckförmiger Schlitzte

4.2. LÖSUNGSANSATZ

4.2.2 Approximation der Quellgröße

Zur Spezifikation der Quellgröße kann auf die im Abschnitt 4.2.1 eingeführten Näherungen zurückgegriffen werden. Die im ersten Ansatz auferlegte Beschränkung auf schmale Schlitz macht eine Approximation der magnetischen Oberflächenstromdichte \vec{M} als Fouriersinusreihe in Richtung der jeweiligen Schlitzlängsachse sinnvoll. Die Querkomponenten können vernachlässigt werden, da die Feldverteilung im Schlitz in guter Näherung durch die Überlagerung von Moden eines Rechteckhohlleiters repräsentiert werden kann, der eine Querschnittsgeometrie entsprechend des jeweiligen Schlitzes aufweist.

Die vektoriellen Basisfunktionen \vec{M}_i sind bezüglich des u - v -Koordinatensystems nach Abb. 4.4 wie folgt anzusetzen:



$$\vec{M}(u, v) = \sum_{i=1}^I \alpha_i \vec{M}_i(u, v) \quad (4.6)$$

$$\vec{M}_i(u, v) = M_i(u, v) \vec{e}_u \quad (4.7)$$

$$M_i(u, v) = \sin\left(i \frac{\pi}{L'} u\right) \quad (4.8)$$

Abb. 4.4: Approximation der magnetischen Oberflächenstromdichte \vec{M}

Für ein Länge-zu-Breite Verhältnis von beispielsweise $\frac{L'}{w} = 10$ sind die ersten 10 Moden identisch mit den ersten 10 Termen einer Fouriersinusreihe. Eine Berücksichtigung von wenigen Termen sollte somit unter den gegebenen Bedingungen eine akzeptable Näherung darstellen.

4.2.3 Approximation des Operators

Die Betrachtung des Integraloperators bzw. die seines Integrationsgebiets erlaubt eine abschließende maßgebliche Vereinfachung. Die mathematische Beschreibung der gesamten Struktur nach Abb. 4.2 erfolgt zunächst auf der Grundlage zweier separater, kartesischer Koordinatensysteme (x - y bzw. u - v) entsprechend Abb. 4.5 links, die letztlich über die Abbildungsvorschrift nach Gl. (4.9) miteinander verknüpft sind.

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \beta & \cos \beta \\ -\cos \beta & \sin \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

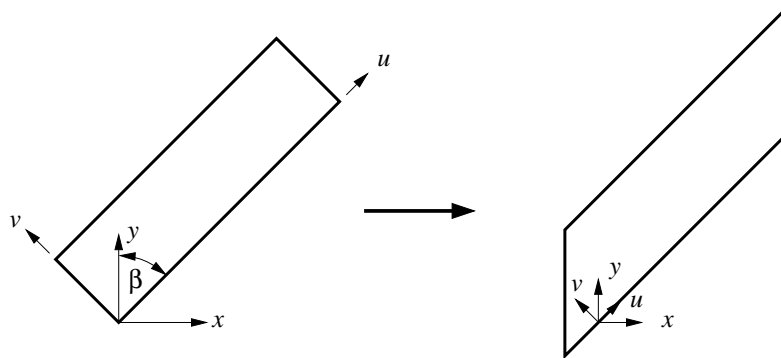


Abb. 4.5: Approximation des Operators durch „Scherung“ des Integrationsbereichs

Die Komplexität des Integralkerns legt nahe, die Integrationen auf der Basis des x - y -Koordinatensystems durchzuführen und somit eine Transformation der magnetischen Oberflächenstromdichte vom u - v - in das x - y -System durchzuführen. Eine Abbildung des Kerns mit seiner Greenschen Dyade in umgekehrter Richtung resultiert dagegen in einer nur noch schwer handhabbaren Darstellung. Dennoch erfordert die Durchführung der Aperturintegrationen einige Mühen. Insbesondere die Randbereiche der beiden rechteckförmigen Schlitze sind in weitere Teilbereiche zu separieren, was hinsichtlich der geringen Feldbeträge von nur geringem Nutzen erscheint. Da schon bei den Änderungen der Geometrie nach Abschnitt 4.3 nur unwesentliche Störungen zu erwarten sind, ist auch bei leichten Modifikationen des Integrationsgebiets davon auszugehen, dass hierdurch bedingte Abweichungen in den Resultaten tolerierbar bleiben.

Entsprechend [29] und [67] wird das Integrationsgebiet an den Rändern verzerrt, vergleichbar einer Scherung, so dass sich unter Vorgabe einer konstanten Fläche der in Abb. 4.5 rechts dargestellte Bereich ergibt. Die Integrationen bezüglich y und y' in Gl. (4.4) sind somit analytisch durchzuführen, wobei nun die oberen und unteren Grenzen Funktionen in x bzw. x' bilden. Die verbleibenden Integrationen sind bezüglich der Greenschen Dyade \mathbf{G}_1 des Rechteckhohlleiters ohne die Zuhilfenahme numerischer Routinen zu berechnen. Bezüglich des in G_2 enthaltenen Terms

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

ist allerdings in jedem Fall eine Singularität im Integrationsgebiet vorhanden, die die Anwendung der komplexen Integration mehrdeutiger komplexwertiger Funktionen erforderlich macht [20], [59], [82] und den zusätzlichen Einsatz numerischer Integrationsroutinen, wie z.B. [63] verlangt.

4.3 Konvergenzverhalten der Lösung

Gleichung (4.4) läßt sich als lineares Gleichungssystem formulieren, gemäß

$$\mathbf{Y} \vec{\alpha} = \vec{\beta} \quad \text{mit} \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1I} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2I} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{I1} & Y_{I2} & \dots & Y_{II} \end{pmatrix} \quad \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_I \end{pmatrix} \quad \vec{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_I \end{pmatrix}$$

$$Y_{ki} = \iint_S \left[\iint_S \mathbf{G}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{M}_i(\vec{r}') \vec{M}_k(\vec{r}) dS' \right] dS$$

$$\beta_k = \frac{1}{jk_0 Y_0} \iint_S \vec{H}_{\text{in}}(\vec{r}) \vec{M}_k(\vec{r}) dS.$$

Nach Invertierung der Systemmatrix \mathbf{Y} und Multiplikation mit dem Anregungsvektor $\vec{\beta}$ sind die Koeffizienten α_i bekannt und die magnetische Oberflächenstromdichte \vec{M} kann in ihrer Näherungsform als Fouriersinusreihe dargestellt werden.

Beispielhaft ist in Abb. 4.6 der Verlauf der magnetischen Oberflächenstromdichte über einen Arm der kreuzförmigen Apertur aufgetragen. Da die Elemente der Systemmatrix \mathbf{Y} jeweils eine Doppelsumme beinhalten (vgl. Gl. (A.1)), die aus Gründen der Berechenbarkeit nach M bzw. N Termen abzubrechen ist, wurde das ausgewählte Beispiel für verschiedene Werte von $M \cdot N$ berechnet und der so parametrisierte Lösungsverlauf in Abb. 4.6 dargestellt, um einen Eindruck hinsichtlich des Konvergenzverhaltens der Lösung zu vermitteln.

Es zeigt sich hierbei, dass mit tolerierbarem Zeit- und Ressourcenaufwand keine konvergente Lösung zu erzielen ist.

Für beide Schenkel der Kreuzapertur wurde jeweils eine Fouriersinusreihe nach Gl. (4.6) mit $I = 5$ Termen angesetzt und die räumliche Auflösung $M \cdot N$ beginnend bei einem Wert von 100 schrittweise erhöht. Bei einem Wert von 1000 Termen zeigt sich gegenüber dem Wert von 100 eine vergleichsweise starke Abweichung, die bei einer weiteren Simulation mit 5000 Summentermen zwar geringer ausfällt, jedoch keinen Aufschluss über ein konvergentes Verhalten erlaubt. Selbst ein Test mit einer Summengrenze von $M \cdot N = 100000$, die bereits im Grenzbereich des Rechenbaren liegt und keineswegs einen sinnvollen praktischen Parameter darstellt, liefert keine weiteren Erkenntnisse.

Eine Untersuchung der Konvergenz mittels bekannter Konvergenzkriterien [14], [23], [40] liefert übereinstimmend die Aussage, dass keine Entscheidung bezüglich der Existenz eines Grenzwertes getroffen werden kann.

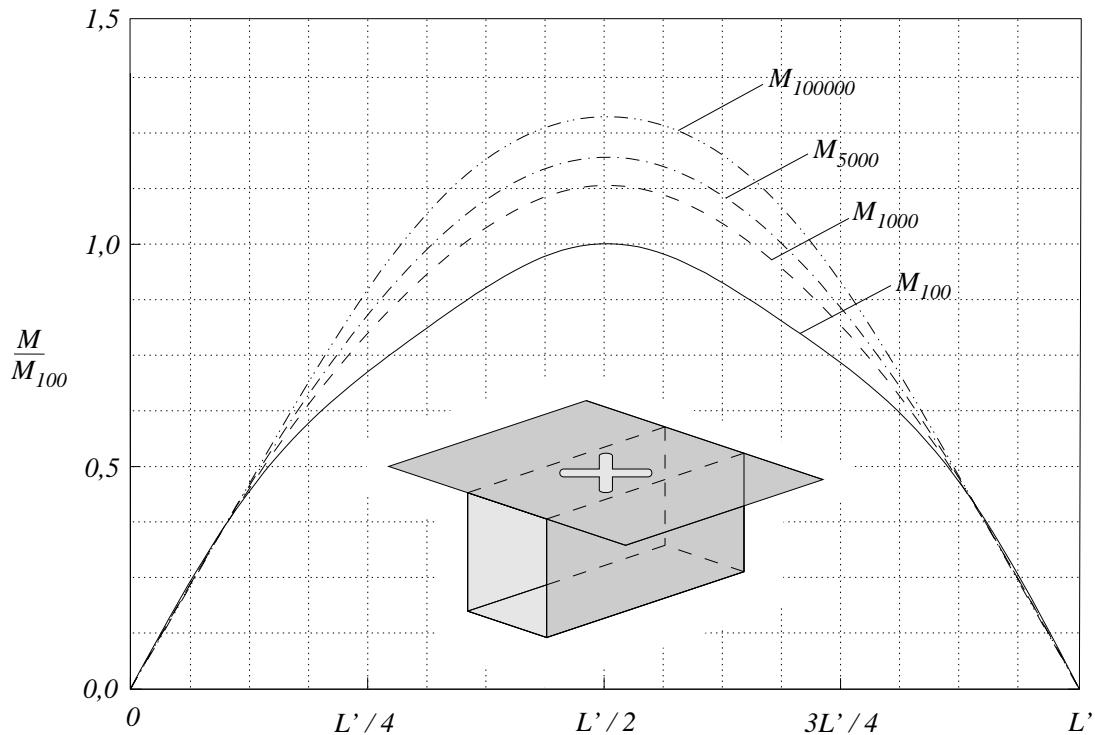


Abb. 4.6: Verlauf des Betrags der magnetischen Oberflächenstromdichte $|\vec{M}| = M$ über einen Arm der Kreuzapertur für verschiedene räumliche Auflösungen; $f = 34$ GHz, $a = 3,55$ mm, $b = 7,1$ mm, $L' = 3,55$ mm, $w = 0,3$ mm

Summengrenze $M \cdot N$	Simulationsdauer
100	3 Minuten
1000	30 Minuten
5000	6,5 Stunden
100000	24 Stunden

Tab. 4.2: Simulationsdauer für verschiedene räumliche Auflösungen

In Tabelle 4.2 sind die Simulationszeiten für die einzelnen Beispiele aus Abb. 4.6 angegeben. Eine Dauer von ca. 30 Minuten bei einer Auflösung von $M \cdot N = 1000$ ist bereits als disqualifizierend zu beurteilen, da bei der Untersuchung des Frequenzverhaltens der magnetischen Oberflächenstromdichte schnell ein Zeitraum von mehreren Tagen anzusetzen ist. Nicht zu vergessen ist der Umstand, dass dem Verfahren noch restriktive Beschränkungen, wie z.B. die Schmalschlitznäherung zu Grunde liegen. Zudem stellt die magnetische Oberflächenstromdichte lediglich ein Zwischenresultat dar, aus dem die interessierenden

4.4. BESCHLEUNIGUNG DER KONVERGENZ

Größen, wie das elektromagnetische Fernfeld und die Kopplungskoeffizienten benachbarter Aperturen, durch weitere Integrationsoperationen erst noch abzuleiten sind.

Die Ursache der sehr schwachen Konvergenz bzw. vermeintlichen Divergenz ist im Exponentialterm der Greenschen Dyade des Rechteckhohlleiters nach Gl. (A.1) zu suchen. Maßgebend für ein schnelles Abklingen der einzelnen Summanden ist die Wellenzahl k_g , die für steigende Laufindizes imaginär wird und so den Exponentialterm in einen Dämpfungsterm überführt solange $\vec{r} \neq \vec{r}'$ (*off plane case*) gilt. Auf Grund der Flächenintegration ist jedoch immer der Fall eines verschwindenden Exponenten vorhanden, genau dann, wenn der Aufpunkt in der Apertur und damit im Bereich der Quelle liegt. Dies entspricht dem Fall $\vec{r} = \vec{r}'$ und wird als *on plane case* bezeichnet. Der *on plane case* erzwingt die Summation über einen Ausdruck, der keinen Dämpfungsterm beinhaltet und so zu dem in Abb. 4.6 beispielhaft vorgeführten Effekt führt.

4.4 Beschleunigung der Konvergenz

Das Auftreten einer schwachen Konvergenz insbesondere bei Summen über trigonometrische Terme ist nicht unbekannt. Die direkte Summation der einzelnen Terme führt in vielen Fällen zu keinem befriedigendem Ergebnis und lässt häufig das gewählte Verfahren nicht als Lösung des zu Grunde liegenden Problems zu [38]. Eine Möglichkeit, diese Hürde zu umgehen, bieten speziell entwickelte Methoden zur Beschleunigung der Konvergenz solcher Summen bzw. Methoden zur Integration von stark oszillierenden Funktionen über ein unendliches Integrationsintervall, wie sie in der Regel bei der Problembetrachtung im Spektralbereich auftreten. Auf diese speziellen Integrationsverfahren soll im Folgenden allerdings nicht weiter eingegangen werden.

Grundsätzlich zerfallen die konvergenzbeschleunigenden Methoden in zwei Klassen; in *allgemeine* und *spezielle* Verfahren. Die allgemeinen Verfahren lassen sich ohne Kenntnis der Berechnungsvorschrift auf alle Reihen anwenden und machen intensiven Gebrauch von den sogenannten Partialsummen S_i mit

$$S_i = \sum_{n=1}^i a_n \quad (4.10)$$

Eine Garantie, dass jedes der allgemeinen Verfahren zum Erfolg führt, gibt es leider nicht, so dass sich in der Regel nur durch Tests verschiedener Vertreter dieser Gruppe eine Beschleunigung der Konvergenz feststellen lässt.

Im Gegensatz zu den allgemeinen stellen die speziellen Verfahren sicher, dass ein Gewinn im Sinne einer beschleunigten Konvergenz eintritt, da sie direkt auf dem Kern der Summe operieren und ihn beispielsweise durch analytische Transformationen in eine erheblich schneller konvergierende Form überführen. Vertreter der zweiten Gruppe sind häufig effizienter, können aber nicht auf jeden beliebigen Summenkern angewandt werden.

KAPITEL 4. FORMULIERUNG EINES INTEGRALGLEICHUNGSVERFAHRENS

Die Komplexität des Kerns spielt hierbei eine entscheidende Rolle. Beachtliche Resultate sind z.B. bei der Berechnung periodischer Greenscher Funktion in [1], [37], [34] und [71] zu beobachten.

Tab. 4.3 gibt eine Übersicht über einige Verfahren aus beiden Klassen:

allgemeine Verfahren	spezielle Verfahren
ε -Algorithmus	Kummer-Transformation
θ -Algorithmus	summation by parts
ρ -Algorithmus	Ewald-Transformation
Chebyshev-Toeplitz-Algorithmus	Poisson-Transformation

Tab. 4.3: Beispiele für allgemeine und spezielle konvergenzbeschleunigende Verfahren

Da die Anwendung der speziellen Verfahren auf Grund des komplizierten Summenkerns kaum in Frage kommt, zumal nach einer Modifikation/Transformation des Kerns weitere Integraloperationen über ihn auszuführen sind, wurden in erster Linie die Vertreter der allgemeinen Verfahren zur Beschleunigung der Konvergenz herangezogen. Es sind dies die Algorithmen aus Tab. 4.3: der ε -Algorithmus [13], [72], der θ -Algorithmus [74], der ρ -Algorithmus [73] und der Chebyshev-Toeplitz-Algorithmus [75]. Als Beispiel der speziellen Verfahren kommt eine Kummer-Transformation zum Einsatz, deren Parameter zur Laufzeit der Simulation geschätzt werden. Bei der klassischen Kummer-Transformation [40] wird von der zu untersuchenden Summe eine Summe mit gleichem asymptotischem Verhalten subtrahiert, deren Grenzwert allerdings bekannt ist. Empirische Untersuchungen der hier zu Grunde liegenden Summe lassen vermuten, dass sich das asymptotische Verhalten über eine Summe der Form

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{n^b} = a \zeta(b) \tag{4.11}$$

mit $\zeta =$ Riemannsche Zeta-Funktion und $b > 1$

beschreiben lässt, deren Grenzwert proportional zur Riemannschen Zeta-Funktion ist. Die resultierende Kummer-Transformation wird wie folgt gebildet:

$$\begin{aligned} S &= \sum_{n=0}^{\infty} S_n = S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} S_n = S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(S_n - a \frac{1}{n^b} \right) + a \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^b} \\ &= S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(S_n - a \frac{1}{n^b} \right) + a \zeta(b) \end{aligned} \tag{4.12}$$

4.4. BESCHLEUNIGUNG DER KONVERGENZ

Die Differenzsumme $S_n - a\frac{1}{n^b}$ aus Gl. (4.12) konvergiert erheblich schneller als die Ausgangssumme, solange beide Terme das gleiche asymptotische Verhalten aufweisen, wofür die Parameter a und b verantwortlich sind. Da die Werte dieser kritischen Größen nicht direkt aus der analytischen Darstellung des Summenkerns gewonnen werden können, werden sie im Verlaufe der Simulation aus ausgewählten Reihentermen S_n berechnet.

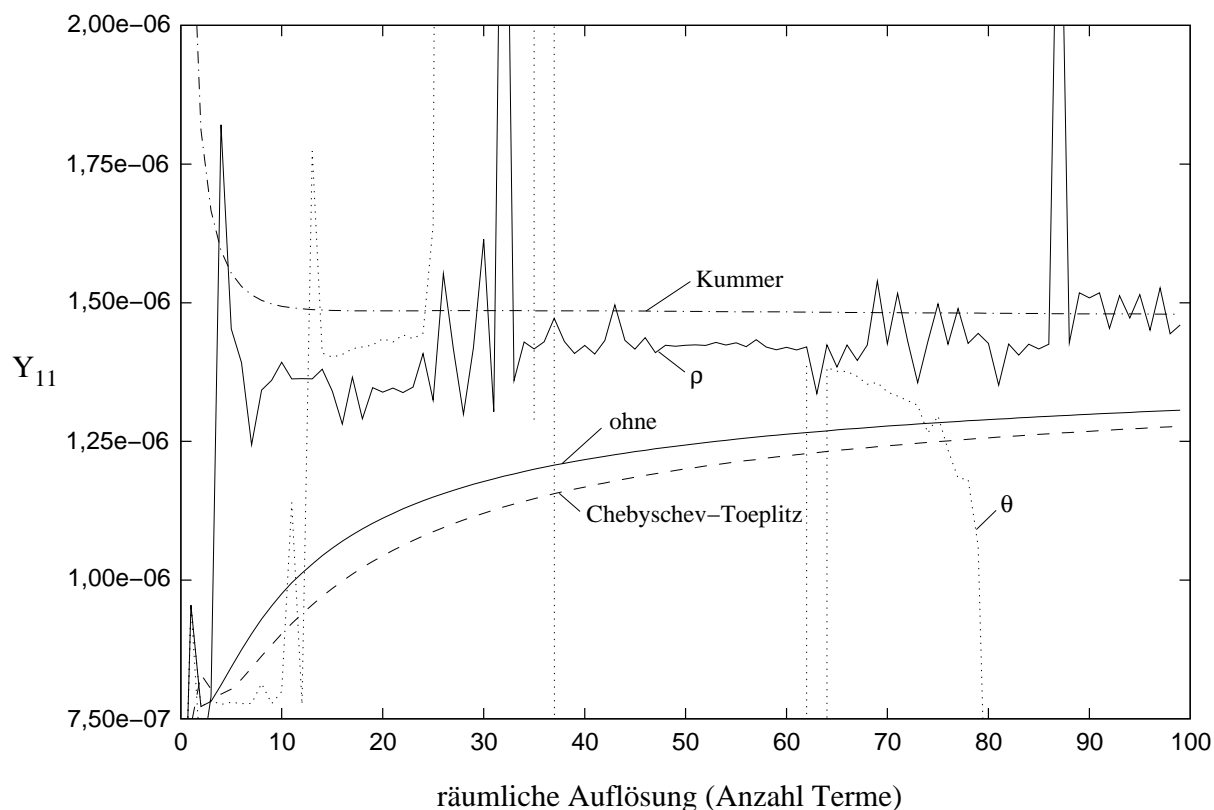


Abb. 4.7: Gegenüberstellung ausgewählter Algorithmen zur Beschleunigung der Konvergenz am Beispiel des Matrixelements Y_{11}

In Abb. 4.7 sind die Resultate der gewählten Beschleunigungsverfahren am Beispiel des Matrixelements Y_{11} gegenübergestellt. In Abhängigkeit von der Anzahl berücksichtigter Terme zeigt sich ein aufschlussreiches Bild. Verglichen mit der direkten Summe ohne Anwendung zusätzlicher Beschleunigungsverfahren weist der Verlauf der Chebyshev-Toeplitz transformierten Reihe ein sichtbar schlechteres Konvergenzverhalten auf. Die ρ -Transformation lässt demgegenüber lokal Grenzwerte erahnen, reagiert aber sehr sensibel auf eine stetige Erhöhung der Summengrenze und ist daher nicht sinnvoll einzusetzen.

KAPITEL 4. FORMULIERUNG EINES INTEGRALGLEICHUNGSVERFAHRENS

Erheblich krasser gestaltet sich der Y_{11} -Verlauf nach einer Transformation durch den θ -Algorithmus. Eine nahezu chaotische Abhängigkeit von der räumlichen Auflösung, die keinen Grenzwert erkennen lässt, disqualifiziert diesen Algorithmus sofort. Dennoch sind die genannten Verfahren in der Lage, eine deutliche Effizienzsteigerung zu erzielen, was insbesondere bei alternierenden Reihen oft sehr deutlich wird, sofern der Einsatzbereich nicht ohnehin auf alternierende Reihen beschränkt ist [27].

Lediglich eine Methode aus Abb. 4.7 liefert ein vielversprechendes Bild. Die Kummer-Transformation nach Gl. (4.12) erreicht nach nur 10 Termen einen stationären Wert, der bis zu einer Auflösung von 100 Termen konstant bleibt. Wird die Auflösung unter Beibehaltung der gewählten Parameter a und b jedoch erhöht, so tritt auch für diese Transformation erneut ein leichter Anstieg ein, der keinen Schluss auf einen Grenzwert zulässt. Die zur Laufzeit zu bestimmenden Parameter a und b führen auch für verschiedene Werte innerhalb sinnvoller Rahmenbedingungen nicht zu einem endgültigen akzeptablen Resultat, so dass davon auszugehen ist, dass die Summe nach Gl. (4.11) das erforderliche asymptotische Verhalten nicht adäquat wiedergeben kann.

Kapitel 5

Physikalische Separation

5.1 Modellierung der koppelnden Strukturen

Aus den Resultaten des im vorigen Kapitel beschriebenen Verfahrens ist ersichtlich, dass das Kopplungsproblem auf der Grundlage einer alternativen Verfahrensweise zu lösen ist. Die hierbei zu erfüllenden Bedingungen lassen sich aus den bisher gewonnenen Erfahrungen ableiten. Gefordert wird zunächst

- eine starke Konvergenz der Lösung bei gleichzeitig
- reduzierter Verwendung von Näherungen.

Eine Methodik, die bekannt ist für eine hohe Konvergenz, stellt beispielsweise das Mode-Matching-Verfahren dar, das üblicherweise bei der Modellierung von Hohlleiterübergängen Verwendung findet.

Das elektromagnetische Feld in den beteiligten Hohlleitern wird zunächst durch eine gewichtete Überlagerung von transversalen Eigenlösungen (Moden) approximiert und anschließend über die Forderung nach Stetigkeit der tangentialen Feldkomponenten in der Übergangsebene als homogenes Gleichungssystem formuliert. Aus den Nullstellen der Determinanten dieses Systems ergeben sich die Wellenzahlen in Ausbreitungsrichtung, aus deren Kenntnis wiederum durch rückwärtiges Einsetzen die Gewichtungskoeffizienten der Moden errechnet werden.

Zur Anwendung des Mode-Matching-Verfahrens ist es notwendig, die dieser Arbeit zugrunde liegende Geometrie weiter zu zerlegen. Aus Abb. 5.1 ist ersichtlich, dass der gewählte Elementarstrahler aus einer T-Verzweigung, dessen abzweigendes Tor aus einem Hohlleiter mit kreuzförmigem Querschnitt gebildet wird, und einem Kreuzhohlleiter, der in eine unendlich ausgedehnte Metallwand mündet, zusammengesetzt werden kann. Die Berechnung der resultierenden elektromagnetischen Felder in diesen Komponenten

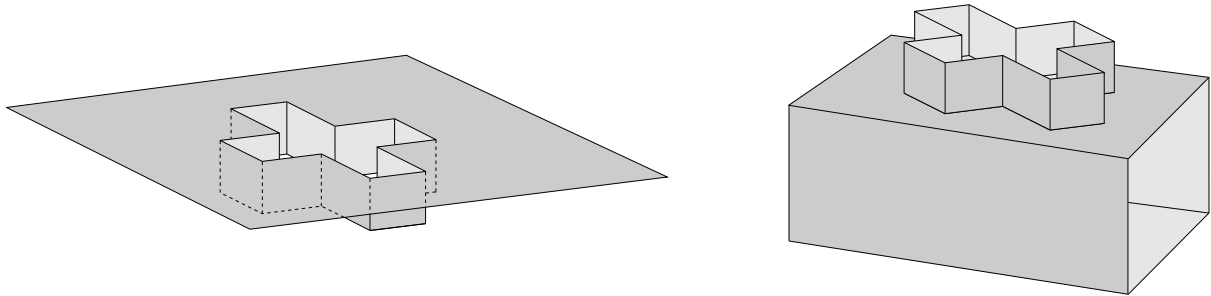


Abb. 5.1: Zerlegung des Elementarstrahlers zur Anwendung des Mode-Matching-Verfahrens

unterteilt sich in drei Schritte:

1. Lösung des Anpassungsproblems eines Kreuzhohlleiters an den freien Halbraum.
2. Berechnung der Übertragungs- und Reflexionseigenschaften einer T-Verzweigung, gebildet aus zwei Hohlleitern mit rechteckförmigem Querschnitt sowie einem Kreuzhohlleiter.
3. Verschaltung beider Komponenten.

Nachteilig bei dieser Vorgehensweise erscheinen im Vergleich zu Kapitel 4 die zusätzlich erforderlichen Berechnungsschritte zu sein. Wie schon zuvor in Abschnitt 4.1 beschrieben, beinhaltet die Erfassung der Abstrahlung in den Halbraum eine Flächenintegration über eine kreuzförmige Apertur. Zudem bedingt die Existenz eines Hohlleiters mit kreuzförmigem Querschnitt die Lösung eines Eigenwertproblems, das im Gegensatz zum Eigenwertproblem des Rechteckhohlleiters nur numerisch zu lösen ist. Das Problem der T-Verzweigung mit einem abzweigendem Kreuzhohlleiter ist in der Literatur bereits behandelt worden, allerdings ohne eine Drehung des abgehenden Leiters, vergleichbar Abb. 5.1, zu berücksichtigen.

Dennoch stehen diesen Überlegungen einige Vorteile gegenüber:

- Auf Grund der Modellierung des elektrischen Aperturfeldes in Form von superponierten Kreuzhohlleitermoden liegt keine Beschränkung auf eine dominierende Komponente vor (vgl. Abschnitt 4.2.2).
- Die Querschnittsfläche des Kreuzhohlleiters ist kleiner als die des speisenden Rechteckhohlleiters, und da dieser im Eindeutigkeitsbereich der H_{10} -Grundwelle betrieben wird, existieren die Kreuzhohlleitermoden weitgehend nur als Dämpfungstypen. Somit ist davon auszugehen, dass lediglich eine geringe Anzahl an Moden zur Approximation des Feldes ausreichen wird.

5.1. MODELLIERUNG DER KOPPELNDEN STRUKTUREN

- Die Berücksichtigung der Wanddicke der Kopplungsapertur ist nun nicht nur möglich und hinsichtlich ihres Dämpfungscharakters erwünscht, sie ist rechen-technisch auch vergleichsweise einfach einzubeziehen. Hierzu wird lediglich die Apertur als Hohlleiter mit einer Länge entsprechend der Wanddicke betrachtet. Die Wellenzahlen in Ausbreitungsrichtung, die zur Beschreibung der Wellenausbreitung innerhalb dieses Leiters benötigt werden, sind aus der Lösung des Eigenwertproblems bereits bekannt und müssen nicht neu berechnet werden.
- Bezüglich des Rechteckhohlleiters ist die Verwendung seiner Greenschen Dyade nicht länger erforderlich.

Das Kernproblem, das maßgeblich den Simulationsaufwand bestimmt, liegt nach wie vor in der Berechnung der Kopplungen über den Außenraum. In Kap. 3 wurden eine Reihe von Arbeiten aufgezählt, die sich mit dieser Problematik auseinandersetzen. Häufig beschränken sich diese Arbeiten auf einfache Aperturen wie zum Beispiel zwei parallele, rechteckförmige Schlitze, und das Feld in den Aperturen wird in der Regel durch den Grundmode der als Wellenleiter interpretierten Apertur angenähert. Doch auch der Einfluss höherer Wellentypen bei Kopplungsvorgängen über den freien Raum ist berücksichtigt worden [16]. Die Aperturgeometrien sind in jüngeren Arbeiten auf beliebig angeordnete rechteckförmige Flächen mit abgerundeten Ecken erweitert worden. Der Radius der Abrundung ist variabel ausgelegt, so dass die Apertur im Grenzfall in eine kreisförmige Fläche entartet. Die Orientierung der Aperturen zueinander ist ebenfalls beliebig. Eine Geometrie, wie sie Abb. 5.2 zeigt, wurde nach Kenntnis des Autors bisher nicht bezüglich ihres Koppelverhaltens untersucht.

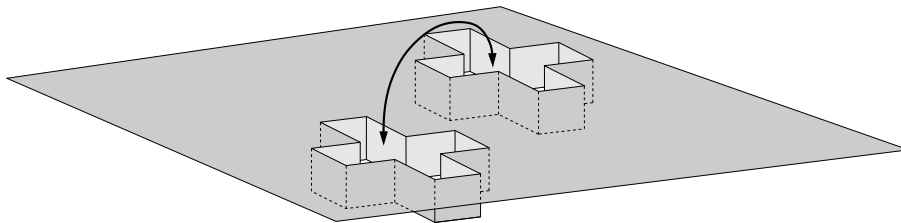


Abb. 5.2: Kopplung zwischen zwei Kreuzschlitzaperturen über den Außenraum

Die sicherlich einfachste Kopplungsgeometrie ist die Kopplung zwischen zwei benachbarten, rechteckförmigen Aperturen. Die Flächenintegration über jede der beiden Aperturen lässt sich durch eine Transformation des Integranden auf lediglich ein Doppelintegral reduzieren, das numerisch mit moderatem Aufwand zu lösen ist [8].

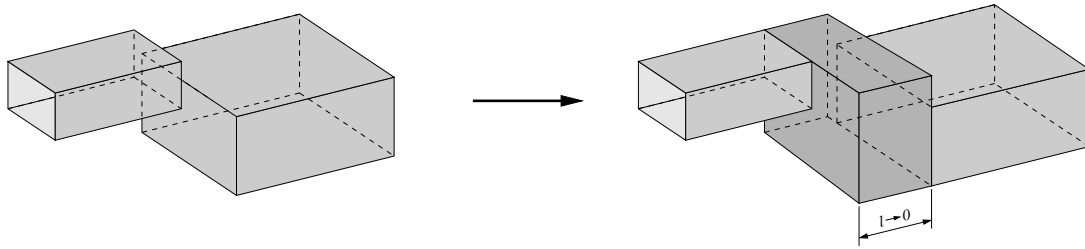


Abb. 5.3: Anwendung des Zwischenbereichsverfahrens beim Übergang zweier sich nicht vollständig überdeckender Hohlleiter

Eine Berechnung der Kopplung zwischen zwei benachbarten Kreuzschlitzaperturen wäre beispielsweise effizient möglich, wenn es gelänge, die jeweiligen Aperturen in „äquivalente“ rechteckförmige zu überführen.

Eine anschauliche Lösung dieses Problems ist im sogenannten Zwischenbereichsverfahren [39] zu finden, das seinen Ursprung bei der Berechnung des Übergangs von Hohlleitern hat, deren Querschnitte sich nicht vollständig überdecken. Abb. 5.3 veranschaulicht die Anwendung des Zwischenbereichsverfahrens an Hand eines Beispiels, dessen Berechnung durch einen direkten Mode-Matching-Ansatz nicht möglich wäre.

Der zusätzlich einzufügende Zwischenraum ist so zu wählen, dass sein Querschnitt die Querschnitte der beiden Hohlleiter einschließt und seine Ausdehnung in Längsrichtung verschwindet. Somit existiert er aus physikalischer Sicht lediglich virtuell und wird im weiteren Verlauf auch als „Blende“ bezeichnet. Aus mathematischer Sicht stellt er die Basis eines Funktionenraums dar, auf den die Stetigkeitsgleichungen der tangentialen Feldkomponenten in beiden Hohlleiterquerschnitten sukzessive abgebildet werden.

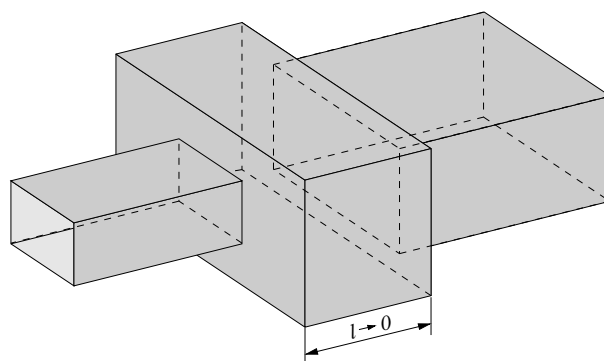


Abb. 5.4: redundante Verwendung eines Zwischenbereichs

5.1. MODELLIERUNG DER KOPPELNDEN STRUKTUREN

Die Forderung, dass der Definitionsbereich dieses Funktionenraums die Definitionsbereiche der Strukturfunktionen der beteiligten Hohlleiter als Teilmenge enthält, erlaubt aber auch eine Anwendung wie sie Abb. 5.4 zeigt.

Eine Notwendigkeit zur Verwendung eines Zwischenbereichs ist bei diesem Beispiel nicht gegeben. Der Querschnittsprung ist direkt mittels des Mode-Matching-Verfahrens berechenbar.

Auf der Grundlage dieser Überlegungen ist es aber nunmehr möglich, eine zunächst beliebig geformte Apertur in eine beliebige andere zu transformieren. Beide Aperturen werden als Querschnittsfläche eines Hohlleiters betrachtet und über eine geeignete Blende als Zwischenraum ineinander überführt. Für die zugrunde liegende Fragestellung ist diese Transformation in Abb. 5.5 skizziert.

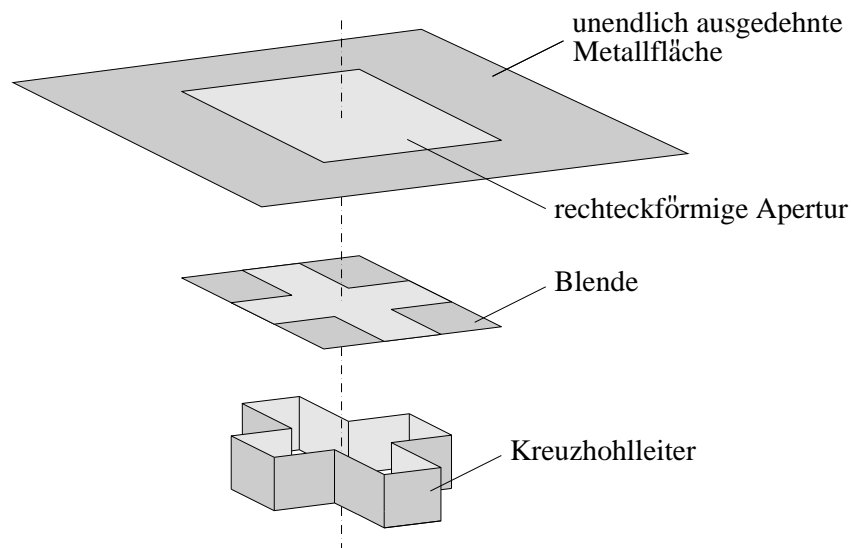


Abb. 5.5: Prinzip der Transformation eines Hohlleiters mit kreuzförmigem Querschnitt in einen metallisch begrenzten Halbraum mit rechteckiger Apertur

Dem Kreuzhohlleiter wird eine Blende nachgeschaltet, die den Übergang eines Kreuzhohlleiters auf einen Rechteckhohlleiter beschreibt, gefolgt vom Übergang eines Rechteckhohlleiters gleichen Querschnitts auf den freien, metallisch begrenzten Halbraum.

Die gleiche Verfahrensweise lässt sich ebenso elegant auf die in Abb. 5.1 rechts dargestellte T-Verzweigung mit gedrehtem Kreuzhohlleiter anwenden. Abb. 5.6 zeigt die zu verbindenden Wellenleiter, die T-Verzweigung und den Kreuzhohlleiter, sowie zwei da-

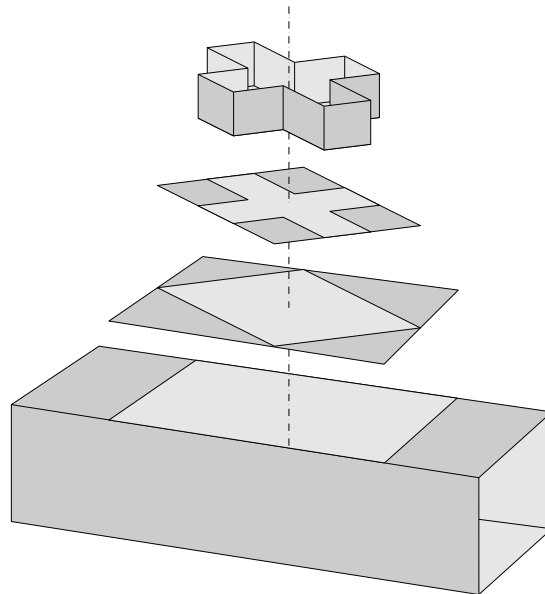


Abb. 5.6: Vereinfachung der T-Verzweigung aus Abb. 5.6, rechts durch Zerlegung in elementare Teilprobleme

zwischengeschaltete Blenden, von denen eine den Übergang zwischen zwei gegeneinander verdrehten Wellenleitern quadratischen Querschnitts realisiert, während die zweite den bereits beschriebenen Übergang Rechteck-Kreuzhohlleiter bildet.

Einen Vorschlag für eine vollständige Zerlegung der Struktur ist in Abb. 5.7 skizziert. Der Querschnittssprung im Anschluss an die T-Verzweigung realisiert zunächst einen Übergang von einem rechteckförmigen auf einen quadratischen Querschnitt. Dieser wird im folgenden Schritt z.B. um 45° gedreht und darauf in einen kreuzförmigen überführt, an den sich ein Kreuzwellenleiter mit einer Länge entsprechend der Dicke der Kreuzapertur anschließt. Die weiteren Stufen sorgen für eine Umkehrung der durchgeführten Transformationen, wobei die vorletzte Blende den quadratischen Querschnitt auf die kleinstmögliche quadratische Fläche reduziert, um zu gewährleisten, dass auch eng benachbarte Aperturen analog zerlegt werden können, ohne dass ein Überschneiden der resultierenden Flächen auftritt.

5.2 Vollwellenanalyse der Elemente

Ausgangspunkt der Ableitungen in den folgenden Abschnitten dieses Kapitels sind die Maxwell'schen Gleichungen

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

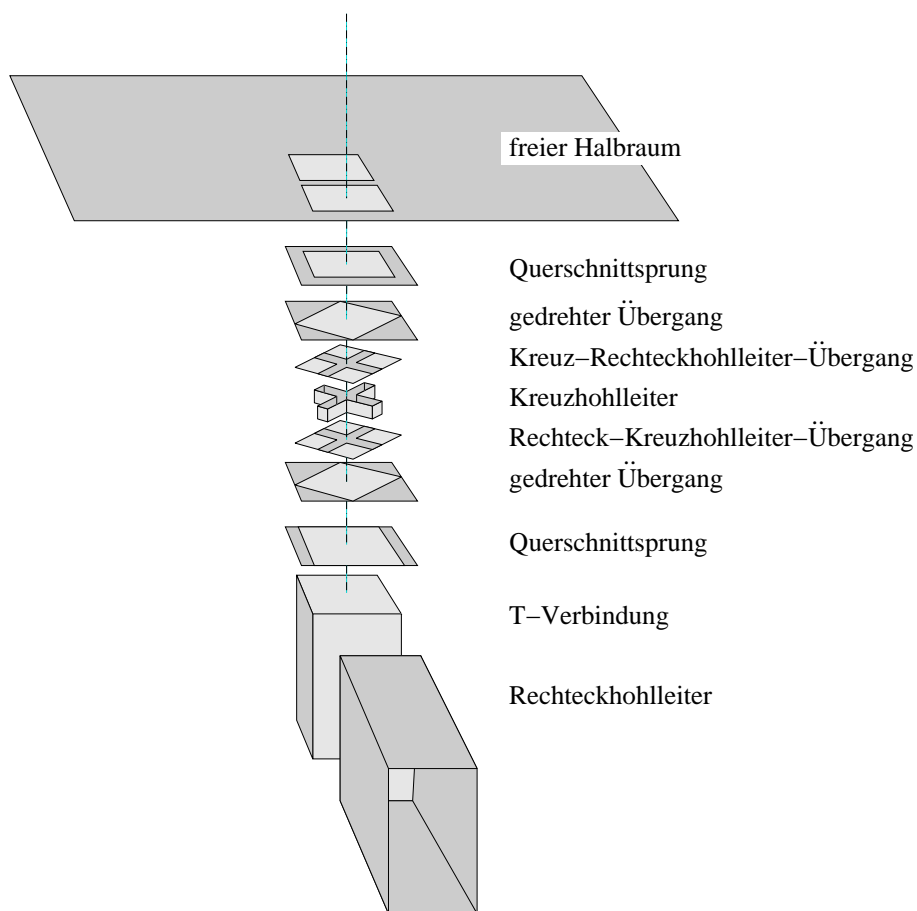


Abb. 5.7: Visualisierung des Verfahrens

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} & \nabla \cdot \vec{D} &= 0 \\
 \nabla \times \vec{H} &= \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} + \vec{J} & \nabla \cdot \vec{B} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

mit den Materialgleichungen für homogene isotrope Medien

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu \vec{H}.
 \tag{5.2}$$

Für eine harmonische Zeitabhängigkeit der Form $e^{j\omega t}$ gelten somit folgende Zusammenhänge:

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu\vec{H} + \vec{M} & \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \\
 \nabla \times \vec{H} &= j\omega\varepsilon\vec{E} + \vec{J} & \nabla \cdot \vec{H} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

Die elektromagnetischen Felder in den jeweiligen Raumbereichen werden aus einem vollständigen Potentialansatz mit elektrischem Vektorpotential \vec{F} und magnetischem Vektorpotential \vec{A} abgeleitet [25].

$$\vec{E} = \nabla \times \vec{F} + \frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla \times \nabla \times \vec{A}
 \tag{5.4}$$

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} - \frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times \nabla \times \vec{F}
 \tag{5.5}$$

Sie werden in longitudinaler Richtung des jeweiligen Wellenleiters angesetzt, so dass der Potentialansatz in einen transversal elektrischen (TE) und einen transversal magnetischen (TM) Anteil zerfällt.

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_{\text{TE}} &= \nabla \times \vec{F} & \vec{E}_{\text{TM}} &= \frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla \times \nabla \times \vec{A} \\
 \vec{H}_{\text{TE}} &= -\frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times \nabla \times \vec{F} & \vec{H}_{\text{TM}} &= \nabla \times \vec{A}
 \end{aligned}
 \tag{5.6}$$

Die Vektorpotentiale werden als Summe aus gewichteten hin- und rücklaufenden Wellen angesetzt und so formuliert, dass die Wichtungskoeffizienten den Amplituden a und b des verallgemeinerten Wellenkonzepts [32] entsprechen.

Dieses Konzept stellt eine feldtheoretische Erweiterung des gewöhnlichen Wellenkonzepts dar, bei dem lediglich das Reflexions- und Transmissionsverhalten des Grundmodes der Wellenleiter zur Charakterisierung eines Bauelements herangezogen wird. Die Erweiterung ist dahingehend, dass nunmehr alle Moden, sowohl ausbreitungsfähige als auch gedämpfte, in die Berechnung des Reflexions- und Transmissionsverhaltens einbezogen werden.

Für das Beispiel des allgemeinen Zweitors nach Abb. 5.8 ergeben sich die Potentialansätze zu

$$\begin{aligned}
 \vec{F}^{(1)} &= \sum_{p=1}^{\infty} \sqrt{Z_{e_p}^{(1)}} \left[a_{e_p}^{(1)} e^{-\gamma_{e_p}^{(1)} z} + b_{e_p}^{(1)} e^{\gamma_{e_p}^{(1)} z} \right] T_{e_p}^{(1)} \vec{e}_z \\
 \vec{A}^{(1)} &= \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \left[a_{h_p}^{(1)} e^{-\gamma_{h_p}^{(1)} z} - b_{h_p}^{(1)} e^{\gamma_{h_p}^{(1)} z} \right] T_{h_p}^{(1)} \vec{e}_z
 \end{aligned}
 \tag{5.7}$$

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

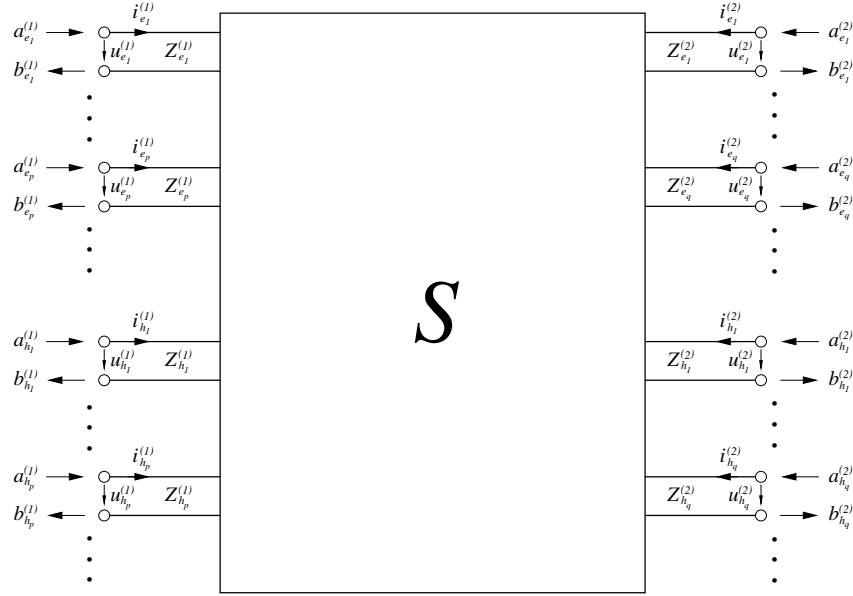


Abb. 5.8: Beschreibung des Zweitors über allgemeine Streuparameter getrennt nach TE- und TM- Wellentypen

für Wellenleiter 1, bzw. zu

$$\begin{aligned} \vec{F}^{(2)} &= \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{Z_{e_q}^{(2)}} \left[a_{e_q}^{(2)} e^{\gamma_{e_q}^{(2)} z} + b_{e_q}^{(2)} e^{-\gamma_{e_q}^{(2)} z} \right] T_{e_q}^{(2)} \vec{e}_z \\ \vec{A}^{(2)} &= \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{h_q}^{(2)}}} \left[-a_{h_q}^{(2)} e^{\gamma_{h_q}^{(2)} z} + b_{h_q}^{(2)} e^{-\gamma_{h_q}^{(2)} z} \right] T_{h_q}^{(2)} \vec{e}_z \end{aligned} \quad (5.8)$$

für Wellenleiter 2, mit

$$\begin{aligned} \begin{cases} \gamma_{e_p}^{(i)} \\ \gamma_{h_p}^{(i)} \end{cases} &= \text{Wellenzahl des } p\text{-ten } \begin{cases} \text{TE-} \\ \text{TM-} \end{cases} \text{ Modes in Wellenleiter } i \\ \begin{cases} Z_{e_p}^{(i)} \\ Z_{h_p}^{(i)} \end{cases} &= \text{Wellenwiderstand des } p\text{-ten } \begin{cases} \text{TE-} \\ \text{TM-} \end{cases} \text{ Modes in Wellenleiter } i \\ \begin{cases} T_{e_p}^{(i)} \\ T_{h_p}^{(i)} \end{cases} &= \text{Eigenfunktion des } p\text{-ten } \begin{cases} \text{TE-} \\ \text{TM-} \end{cases} \text{ Modes in Wellenleiter } i \\ Z_{e_p}^{(i)} &= \frac{j k_0}{\gamma_{e_p}^{(i)}} Z_0, \quad Z_{h_p}^{(i)} = \frac{\gamma_{h_p}^{(i)}}{j k_0} Z_0, \quad \gamma_{e, h_p}^{(i)} = j \sqrt{k_0^2 - k_{c_p}^2}, \quad k_0 = \frac{2\pi f}{c_0}, \quad i \in [1, 2] \end{aligned}$$

Die Eigenfunktionen $T_{e_p}^{(i)}$ und $T_{h_p}^{(i)}$ der Gl. (5.7) und (5.8) sind so zu normieren, dass der Betrag der Leistung P_p des p -ten Modes einem Watt entspricht [11], [18], d.h.

$$P_p = \iint_A [\vec{E}_p \times \vec{H}_p^*] dA = \begin{cases} 1 \text{ W} & \text{für ausbreitungsfähige Moden} \\ j \text{ W} & \text{für TE-Dämpfungsmoden} \\ -j \text{ W} & \text{für TM-Dämpfungsmoden} \end{cases} \quad (5.9)$$

mit $A =$ Querschnitt des Wellenleiters.

Wird für die Wellenamplitude a bzw. b ein Wert von $\sqrt{1 \text{ W}}$ angesetzt, so folgt aus Gl. (5.9) nach längerer Rechnung für eine allgemeine Eigenfunktion T die Normierungsbedingung

$$\iint_A |\nabla_t T|^2 dA \stackrel{!}{=} 1. \quad (5.10)$$

Die aus dem allgemeinen Wellenkonzept resultierende Matrixgleichung beinhaltet die Kopplungen jeglicher Modenkombination und lässt sich im Fall des Zweitores nach Abb. 5.8 allgemein angeben zu

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \vec{b}^{(1)} \\ \vec{b}^{(2)} \end{pmatrix} = \mathbf{S} \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{a}^{(1)} \\ \vec{a}^{(2)} \end{pmatrix}. \quad (5.11)$$

Berücksichtigt man den Zerfall in TE- und TM-Moden, spaltet sich Gl. (5.11) weiter auf in

$$\begin{pmatrix} \vec{b}_e^{(1)} \\ \vec{b}_h^{(1)} \\ \vec{b}_e^{(2)} \\ \vec{b}_h^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11}^{ee} & \mathbf{S}_{11}^{eh} & \mathbf{S}_{12}^{ee} & \mathbf{S}_{12}^{eh} \\ \mathbf{S}_{11}^{he} & \mathbf{S}_{11}^{hh} & \mathbf{S}_{12}^{he} & \mathbf{S}_{12}^{hh} \\ \mathbf{S}_{21}^{ee} & \mathbf{S}_{21}^{eh} & \mathbf{S}_{22}^{ee} & \mathbf{S}_{22}^{eh} \\ \mathbf{S}_{21}^{he} & \mathbf{S}_{21}^{hh} & \mathbf{S}_{22}^{he} & \mathbf{S}_{22}^{hh} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{a}_e^{(1)} \\ \vec{a}_h^{(1)} \\ \vec{a}_e^{(2)} \\ \vec{a}_h^{(2)} \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

mit

$$\vec{b}_e^{(1)} = \begin{pmatrix} b_{e_1}^{(1)} \\ b_{e_2}^{(1)} \\ \vdots \\ b_{e_p}^{(1)} \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_h^{(1)} = \begin{pmatrix} b_{h_1}^{(1)} \\ b_{h_2}^{(1)} \\ \vdots \\ b_{h_p}^{(1)} \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_e^{(2)} = \begin{pmatrix} b_{e_1}^{(2)} \\ b_{e_2}^{(2)} \\ \vdots \\ b_{e_p}^{(2)} \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_h^{(2)} = \begin{pmatrix} b_{h_1}^{(2)} \\ b_{h_2}^{(2)} \\ \vdots \\ b_{h_p}^{(2)} \end{pmatrix}$$

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

$$\vec{a}_e^{(1)} = \begin{pmatrix} a_{e_1}^{(1)} \\ a_{e_2}^{(1)} \\ \vdots \\ a_{e_q}^{(1)} \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_h^{(1)} = \begin{pmatrix} a_{h_1}^{(1)} \\ a_{h_2}^{(1)} \\ \vdots \\ a_{h_q}^{(1)} \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_e^{(2)} = \begin{pmatrix} a_{e_1}^{(2)} \\ a_{e_2}^{(2)} \\ \vdots \\ a_{e_q}^{(2)} \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_h^{(2)} = \begin{pmatrix} a_{h_1}^{(2)} \\ a_{h_2}^{(2)} \\ \vdots \\ a_{h_q}^{(2)} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S}_{11}^{ee} = \begin{pmatrix} S_{11_{11}}^{ee} & S_{11_{12}}^{ee} & \cdots & S_{11_{1p}}^{ee} \\ S_{11_{21}}^{ee} & S_{11_{22}}^{ee} & \cdots & S_{11_{2p}}^{ee} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{11_{p1}}^{ee} & S_{11_{p2}}^{ee} & \cdots & S_{11_{pp}}^{ee} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_{12}^{ee} = \begin{pmatrix} S_{12_{11}}^{ee} & S_{12_{12}}^{ee} & \cdots & S_{12_{1q}}^{ee} \\ S_{12_{21}}^{ee} & S_{12_{22}}^{ee} & \cdots & S_{12_{2q}}^{ee} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{12_{p1}}^{ee} & S_{12_{p2}}^{ee} & \cdots & S_{12_{pq}}^{ee} \end{pmatrix}$$

$\mathbf{S}_{11}^{eh}, \mathbf{S}_{11}^{he}, \mathbf{S}_{11}^{hh}$ analog

$\mathbf{S}_{12}^{eh}, \mathbf{S}_{12}^{he}, \mathbf{S}_{12}^{hh}$ analog

$$\mathbf{S}_{21}^{ee} = \begin{pmatrix} S_{21_{11}}^{ee} & S_{21_{12}}^{ee} & \cdots & S_{21_{1p}}^{ee} \\ S_{21_{21}}^{ee} & S_{21_{22}}^{ee} & \cdots & S_{21_{2p}}^{ee} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{21_{q1}}^{ee} & S_{21_{q2}}^{ee} & \cdots & S_{21_{qp}}^{ee} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_{22}^{ee} = \begin{pmatrix} S_{22_{11}}^{ee} & S_{22_{12}}^{ee} & \cdots & S_{22_{1q}}^{ee} \\ S_{22_{21}}^{ee} & S_{22_{22}}^{ee} & \cdots & S_{22_{2q}}^{ee} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{22_{q1}}^{ee} & S_{22_{q2}}^{ee} & \cdots & S_{22_{qq}}^{ee} \end{pmatrix}$$

$\mathbf{S}_{21}^{eh}, \mathbf{S}_{21}^{he}, \mathbf{S}_{21}^{hh}$ analog

$\mathbf{S}_{22}^{eh}, \mathbf{S}_{22}^{he}, \mathbf{S}_{22}^{hh}$ analog

5.2.1 Zweidimensionaler Querschnittsprung

Die Ableitung der allgemeinen Streumatrix des zweidimensionalen Querschnittsprungs basiert auf der in Abb. 5.9 dargestellten Geometrie und ist an [56] angelehnt. Ausgehend von den Potentialansätzen (5.7) und (5.8) mit

$$T_{e_p}^{(1)} = \sqrt{\frac{\epsilon_m \epsilon_n}{A_1 k_{c_p}^{(1)}}} \cos[k_{x_1}(x - d_x)] \cos[k_{y_1}(y - d_y)] \quad (5.13)$$

$$T_{h_p}^{(1)} = \sqrt{\frac{\epsilon_m \epsilon_n}{A_1 k_{c_p}^{(1)}}} \sin[k_{x_1}(x - d_x)] \sin[k_{y_1}(y - d_y)] \quad (5.14)$$

$$T_{e_q}^{(2)} = \sqrt{\frac{\epsilon_i \epsilon_j}{A_2 k_{c_q}^{(2)}}} \cos(k_{x_2} x) \cos(k_{y_2} y) \quad (5.15)$$

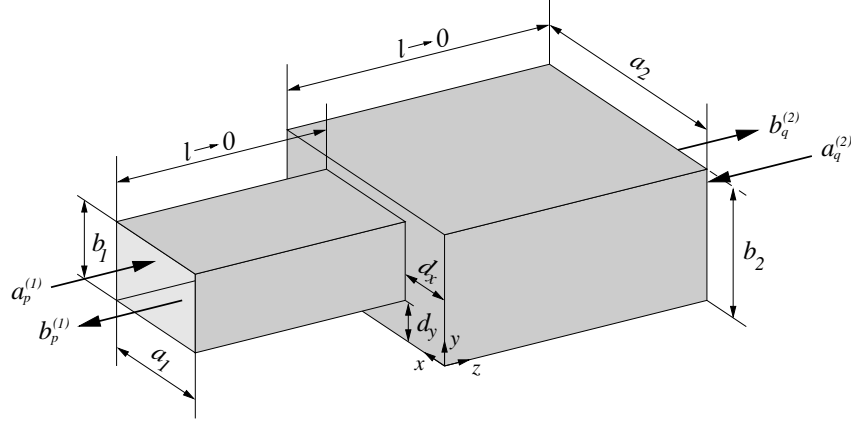


Abb. 5.9: Geometrie des Querschnittsprungs

$$T_{h_q}^{(2)} = \sqrt{\frac{\epsilon_i \epsilon_j}{A_2 k_{c_q}^{(2)}}} \sin(k_{x_2} x) \sin(k_{y_2} y) \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} k_{x_1} &= m \frac{\pi}{a_1}, \quad k_{x_2} = i \frac{\pi}{a_2} & A_1 &= a_1 b_1 & \epsilon_m &= \begin{cases} 1 & \text{für } m = 0 \\ 2 & \text{für } m > 0 \end{cases} \\ k_{y_1} &= n \frac{\pi}{b_1}, \quad k_{y_2} = j \frac{\pi}{b_2} & A_2 &= a_2 b_2 & & \\ k_{c_p}^{(1)2} &= k_{x_1}^2 + k_{y_1}^2 & k_{c_q}^{(2)2} &= k_{x_2}^2 + k_{y_2}^2 & & \end{aligned} \quad (5.17)$$

und den Gl. (5.4) und (5.5) berechnen sich die tangentialen Felder in der Übergangsebene $z = 0$ zu

$$\vec{E}_{\text{tan}}^{(1)} = \sum_{p=1}^{\infty} \sqrt{Z_{e_p}^{(1)}} [a_{e_p}^{(1)} + b_{e_p}^{(1)}] (-\vec{e}_{e_p}^{(1)}) + \sum_{p=1}^{\infty} \sqrt{Z_{h_p}^{(1)}} [a_{h_p}^{(1)} + b_{h_p}^{(1)}] (-\vec{e}_{h_p}^{(1)}) \quad (5.18)$$

$$\vec{E}_{\text{tan}}^{(2)} = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Z_{e_q}^{(2)}} [a_{e_q}^{(2)} + b_{e_q}^{(2)}] (-\vec{e}_{e_q}^{(2)}) + \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Z_{h_q}^{(2)}} [a_{h_q}^{(2)} + b_{h_q}^{(2)}] (-\vec{e}_{h_q}^{(2)}) \quad (5.19)$$

$$\vec{e}_z \times \vec{H}^{(1)} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} [a_{e_p}^{(1)} - b_{e_p}^{(1)}] (\vec{e}_{e_p}^{(1)}) + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} [a_{h_p}^{(1)} - b_{h_p}^{(1)}] (\vec{e}_{h_p}^{(1)}) \quad (5.20)$$

$$\vec{e}_z \times \vec{H}^{(2)} = \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{e_q}^{(2)}}} [a_{e_q}^{(2)} - b_{e_q}^{(2)}] (-\vec{e}_{e_q}^{(2)}) + \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{h_q}^{(2)}}} [a_{h_q}^{(2)} - b_{h_q}^{(2)}] (-\vec{e}_{h_q}^{(2)}) \quad (5.21)$$

$$\vec{e}_{e_p}^{(i)} = \vec{e}_z \times \nabla_t T_{e_p}^{(i)}, \quad \vec{e}_{h_p}^{(i)} = \nabla_t T_{h_p}^{(i)}, \quad i \in [1, 2].$$

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

Die Modenindizes p und q stehen jeweils stellvertretend für ein Moden-Indexpaar (m, n) bzw. (i, j) gemäß Gl. (5.17).

Die Forderung nach einem stetigen Übergang der tangentialen Feldkomponenten in der Ebene $z = 0$ wird nicht im Ortsbereich des Querschnitts erfüllt (Point Matching), sondern auf den Funktionenräumen, die durch die Strukturfunktionen $\vec{e}_{e_p}^{(i)}$, $\vec{e}_{h_p}^{(i)}$, der beiden Hohlleiter aufgespannt werden. Die Transformation vom Ortsbereich (Raum) in das zugehörige Spektrum (Frequenz) erfolgt durch die sukzessive Bildung funktionaler Skalarprodukte der Stetigkeitsgleichungen mit den Strukturfunktionen des jeweiligen Raumes [25].

$$\iint_{A_1} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(1)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{e_\xi}^{(1)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_1} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(2)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{e_\xi}^{(1)} dx dy \quad (5.22)$$

$$\iint_{A_1} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(1)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(1)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_1} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(2)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(1)} dx dy \quad (5.23)$$

$$\iint_{A_2} \vec{E}_{\text{tan}}^{(1)}(z=0) \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_2} \vec{E}_{\text{tan}}^{(2)}(z=0) \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} dx dy \quad (5.24)$$

$$\iint_{A_2} \vec{E}_{\text{tan}}^{(1)}(z=0) \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_2} \vec{E}_{\text{tan}}^{(2)}(z=0) \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dx dy \quad (5.25)$$

Eine sinnvolle Wahl des Transformationsraumes hinsichtlich einer schnellen Konvergenz liegt den spektralen Stetigkeitsforderungen (5.22)–(5.25) zugrunde. Zusätzlich zur Kontinuität auf der Fläche A_1 muß das elektrische Tangentialfeld im Raum 2 auf der Differenzfläche $A_2 - A_1$ verschwinden, so dass eine Transformation auf Basis der Strukturfunktionen von Hohlleiter 2 gewählt wird. Die Stetigkeitsbedingung des magnetischen Feldes wird dagegen im Spektrum des Querschnitts von Leiter 1 erzwungen. Eine Betrachtung des Konvergenzverhaltens vor dem Hintergrund dieser Fragestellung ist in [15] zu finden.

Die Orthogonalitätseigenschaften der Strukturfunktionen

$$\iint_{A_1} \vec{e}_{e_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(1)} dx dy = \iint_{A_2} \vec{e}_{e_q}^{(2)} \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dx dy = 0 \quad (5.26)$$

$$\iint_{A_1} \vec{e}_{e_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{e_\xi}^{(1)} dx dy = \iint_{A_1} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(1)} dx dy = \begin{cases} 1 & \text{für } p = \xi \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.27)$$

$$\iint_{A_2} \vec{e}_{e_q}^{(2)} \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} dx dy = \iint_{A_2} \vec{e}_{h_q}^{(2)} \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dx dy = \begin{cases} 1 & \text{für } q = \eta \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.28)$$

führen nach Einsetzen in (5.22)–(5.25) zum systembeschreibenden Gleichungssystem

$$a_{e_\xi}^{(1)} + \sum_{q=1}^{\infty} a_{e_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{ee} + \sum_{q=1}^{\infty} a_{h_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{he} = b_{e_\xi}^{(1)} + \sum_{q=1}^{\infty} b_{e_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{ee} + \sum_{q=1}^{\infty} b_{h_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{he} \quad (5.29)$$

$$a_{h_\xi}^{(1)} + \sum_{q=1}^{\infty} a_{h_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{hh} = b_{h_\xi}^{(1)} + \sum_{q=1}^{\infty} b_{h_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{hh} \quad (5.30)$$

$$\sum_{p=1}^{\infty} a_{e_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{ee} - a_{e_\eta}^{(2)} = - \sum_{p=1}^{\infty} b_{e_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{ee} \quad (5.31)$$

$$\sum_{p=1}^{\infty} a_{e_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{he} + \sum_{p=1}^{\infty} a_{h_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{hh} - a_{h_\eta}^{(2)} = - \sum_{p=1}^{\infty} b_{e_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{he} - \sum_{p=1}^{\infty} b_{h_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{hh} + b_{h_\eta}^{(2)} \quad (5.32)$$

mit

$$\begin{aligned} Y_{\eta p}^{ee} &= \frac{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{e_\eta}^{(2)}}} \iint_{A_1} \vec{e}_{e_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} dx dy & Y_{\eta p}^{eh} &= \frac{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{e_\eta}^{(2)}}} \iint_{A_1} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} dx dy \equiv 0 \\ Y_{\eta p}^{he} &= \frac{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{h_\eta}^{(2)}}} \iint_{A_1} \vec{e}_{e_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dx dy & Y_{\eta p}^{hh} &= \frac{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{h_\eta}^{(2)}}} \iint_{A_1} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dx dy \end{aligned}$$

Das verschwindende Kopplungsintegral $Y_{\eta p}^{eh}$ lässt sich dahingehend deuten, dass ein TM-Mode im kleineren Hohlleiter ausschließlich TM-Moden im größeren Hohlleiter anregt. Im umgekehrten Fall, d.h. TM-Mode in Hohlleiter 2, werden in Leiter 1 sowohl TE-, als auch TM-Moden angeregt. Diese Eigenschaft gilt unabhängig von der Geometrie und ist in Anhang A.2 nachgewiesen.

Die Streumatrix berechnet sich nun aus der Matrixdarstellung der Gl. (5.29)–(5.32)

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{Y}^T \\ \mathbf{Y} & -\mathbf{I} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{a}^{(1)} \\ \vec{a}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{Y}^T \\ -\mathbf{Y} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{b}^{(1)} \\ \vec{b}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

mit

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}^{ee} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Y}^{he} & \mathbf{Y}^{hh} \end{pmatrix} \quad \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Identitätsmatrix}$$

$$\mathbf{Y}^{ee} = \begin{pmatrix} Y_{11}^{ee} & Y_{12}^{ee} & \dots & Y_{1p}^{ee} \\ Y_{21}^{ee} & Y_{22}^{ee} & \dots & Y_{2p}^{ee} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{\eta 1}^{ee} & Y_{\eta 2}^{ee} & \dots & Y_{\eta p}^{ee} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y}^{he}, \mathbf{Y}^{hh} \text{ analog}$$

zu

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{Y}^T \\ -\mathbf{Y} & \mathbf{I} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{Y}^T \\ \mathbf{Y} & -\mathbf{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{G}(\mathbf{I} - \mathbf{Y}^T \mathbf{Y}) & 2\mathbf{G}\mathbf{Y}^T \\ \mathbf{Y}(\mathbf{G}(\mathbf{I} - \mathbf{Y}^T \mathbf{Y}) + \mathbf{I}) & 2\mathbf{Y}\mathbf{G}\mathbf{Y}^T - \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (5.34)$$

$$\mathbf{G} = (\mathbf{I} + \mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1}$$

Die auf dieser Grundlage mit Hilfe von prozessoroptimierten, numerischen Routinen der Linearen Algebra [87] berechneten Streuparameter eines zentrischen Übergangs eines P–(Ku–) Band auf einen X–Band Hohlleiter sind in Abb. 5.10 als Funktion der normierten Frequenz $\frac{a}{\lambda_0}$ dargestellt. Durch Einprägen des H_{10} –Grundtyps im kleineren P–Band Hohlleiter werden an der Übergangsebene höhere Wellentypen angeregt, die zu Tor 1 reflektiert bzw. nach Tor 2 transmittiert werden. Die Indizierung der Streuparameter in Abb. 5.10 beschreibt den angeregten Wellentyp und gibt an, in welche Richtung er sich ausbreitet. Der Streuparameterverlauf $|S_{21}|_{(E_{12})}$ repräsentiert somit die Transmission des E_{12} –Typs in Leiter 2, hervorgerufen durch den H_{10} –Mode in Leiter 1.

Die abgebildeten Frequenzverläufe der ausgewählten Streugrößen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Daten von [57]. Die Abweichungen von $|S_{21}|_{(H_{30})}$ für $\frac{a}{\lambda} > 1,85$ bzw. $|S_{21}|_{(H_{10})}$ für $\frac{a}{\lambda} > 2,05$ sind typisch für einen Ansatz mit einer zu geringen Anzahl an Moden. Eine geringfügige Erhöhung gegenüber [57] führt zu den in Abb. 5.10 dargestellten Verläufen .

5.2.2 Übergang auf einen gedrehten Hohlleiter

Die Berechnung des Transmissions– und Reflexionsverhaltens eines Übergangs zweier gegeneinander um den Winkel φ verdrehter Hohlleiter verläuft analog zu Abschnitt 5.2.1. Im Gegensatz zum zweidimensionalen Querschnittsprungs liegt das Koordinatensystem hier im Zentrum der Übergangsebene. Beide Rechteckhohlleiter verfügen entsprechend

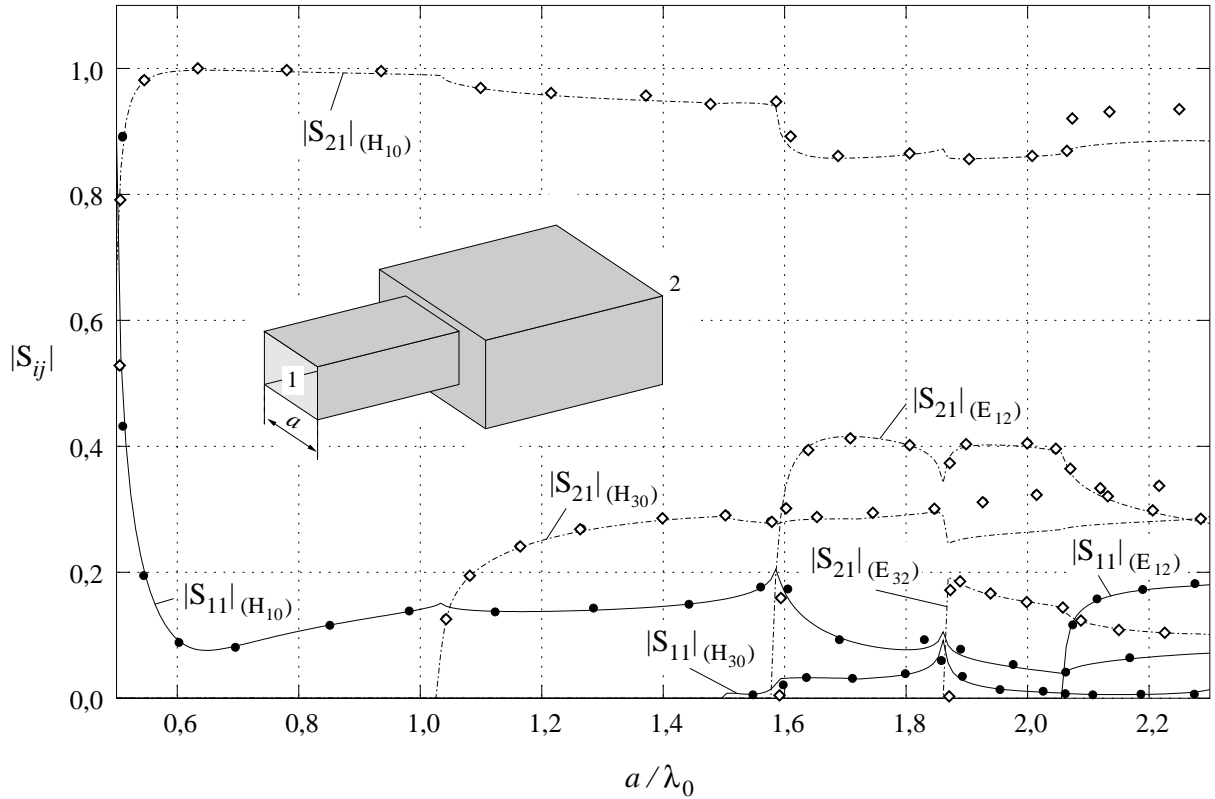


Abb. 5.10: Verlauf der Beträge der S-Parameter eines Querschnittsprungs als Funktion der normierten Frequenz a/λ_0 ; $a_1 = 15,8$ mm, $a_2 = 22,9$ mm, $b_1 = 7,9$ mm, $b_2 = 10,2$ mm nach Abb. 5.9; diskrete Werte (●, ◇) Vergleich mit [57]

Abb. 5.11 über eine quadratische Querschnittsfläche, wobei die des größeren Hohlleiters über $a_2 = \sqrt{2} \cdot a_1$ aus der des kleineren abgeleitet wird. Für einen beliebigen Winkel $\varphi \in [0, \frac{\pi}{4}]$ wird der Querschnitt von Hohlleiter 2 somit als kleinstmöglich gewählt. Die Eigenfunktionen der Anordnung nach Abb. 5.11 gehen lediglich durch eine Verschiebung der transversalen Koordinaten aus den Gl. (5.13)–(5.16) hervor, wobei für jeden Raum zunächst ein eigenes Koordinatensystem angesetzt wird.

$$T_{e_p}^{(1)} = \sqrt{\frac{\epsilon_m \epsilon_n}{A_1 k_{c_p}^{(1)}}} \cos \left[\frac{m\pi}{a_1} \left(u + \frac{a_1}{2} \right) \right] \cos \left[\frac{n\pi}{b_1} \left(v + \frac{a_1}{2} \right) \right] \quad (5.35)$$

$$T_{h_p}^{(1)} = \sqrt{\frac{\epsilon_m \epsilon_n}{A_1 k_{c_p}^{(1)}}} \sin \left[\frac{m\pi}{a_1} \left(u + \frac{a_1}{2} \right) \right] \sin \left[\frac{n\pi}{b_1} \left(v + \frac{a_1}{2} \right) \right] \quad (5.36)$$

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

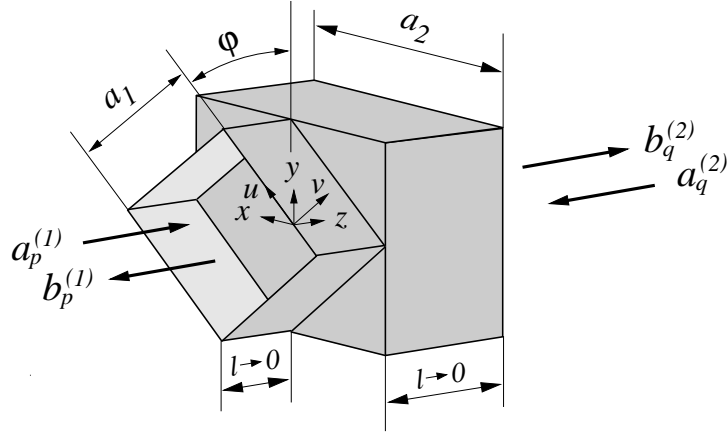


Abb. 5.11: Geometrie des gedrehten Hohlwellenleiterübergangs

$$T_{e_q}^{(2)} = \sqrt{\frac{\epsilon_i \epsilon_j}{A_2 k_{c_q}^{(2)}}} \cos \left[\frac{i\pi}{a_2} \left(x + \frac{a_2}{2} \right) \right] \cos \left[\frac{j\pi}{b_2} \left(y + \frac{a_2}{2} \right) \right] \quad (5.37)$$

$$T_{h_q}^{(2)} = \sqrt{\frac{\epsilon_i \epsilon_j}{A_2 k_{c_q}^{(2)}}} \sin \left[\frac{i\pi}{a_2} \left(x + \frac{a_2}{2} \right) \right] \sin \left[\frac{j\pi}{b_2} \left(y + \frac{a_2}{2} \right) \right] \quad (5.38)$$

Die transversalen Felder in der Ebene $z = 0$ werden wiederum aus den Potentialen (5.7) und (5.8) abgeleitet und entsprechen den Gleichungen (5.18)–(5.21). Auch das aus den spektralen Stetigkeitsbedingungen resultierende, problembeschreibende Gleichungssystem ist den Gl. (5.29)–(5.32) zu entnehmen.

Die Übereinstimmungen sind zunächst rein formaler Natur. Bei Betrachtung der Kopplungsintegrale werden die Unterschiede zum Querschnittssprung allerdings deutlich. Zu ihrer Bestimmung sind die Strukturfunktionen beider Raumbereiche auf der Basis eines gemeinsamen Koordinatensystems zu formulieren. Da die Integrationen über die Fläche A_1 des kleineren Hohlleiters erfolgen, ist die Wahl des u - v Systems naheliegend und die Kopplungsintegrale sind gemäß der Gleichungen (5.39)–(5.41) zu berechnen.

$$Y_{np}^{ee} = \frac{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{e_\eta}^{(2)}}} \iint_{A_1} \vec{e}_{e_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} dA = \frac{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{e_\eta}^{(2)}}} \int_{u=-\frac{a_1}{2}}^{u=\frac{a_1}{2}} \int_{v=-\frac{a_1}{2}}^{v=\frac{a_1}{2}} \vec{e}_{e_p}^{(1)} \cdot \left[\mathbf{T} \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} \Big|_{\substack{x = u \cos \varphi + v \sin \varphi \\ y = -u \sin \varphi + v \cos \varphi}} \right] dv du \quad (5.39)$$

$$Y_{np}^{he} = \frac{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{h_\eta}^{(2)}}} \iint_{A_1} \vec{e}_{e_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dA = \frac{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{h_\eta}^{(2)}}} \int_{u=-\frac{a_1}{2}}^{u=\frac{a_1}{2}} \int_{v=-\frac{a_1}{2}}^{v=\frac{a_1}{2}} \vec{e}_{e_p}^{(1)} \cdot \left[\mathbf{T} \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} \begin{array}{l} x = u \cos \varphi + v \sin \varphi \\ y = -u \sin \varphi + v \cos \varphi \end{array} \right] dv du \quad (5.40)$$

$$Y_{np}^{hh} = \frac{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{h_\eta}^{(2)}}} \iint_{A_1} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dA = \frac{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{h_\eta}^{(2)}}} \int_{u=-\frac{a_1}{2}}^{u=\frac{a_1}{2}} \int_{v=-\frac{a_1}{2}}^{v=\frac{a_1}{2}} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \cdot \left[\mathbf{T} \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} \begin{array}{l} x = u \cos \varphi + v \sin \varphi \\ y = -u \sin \varphi + v \cos \varphi \end{array} \right] dv du \quad (5.41)$$

mit $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$

Die Transformationsmatrix \mathbf{T} bildet den durch die Einheitsvektoren \vec{e}_x , \vec{e}_y aufgespannten zweidimensionalen Vektorraum durch Drehung um den Winkel φ in mathematisch negative Richtung auf den u - v Raum ab.

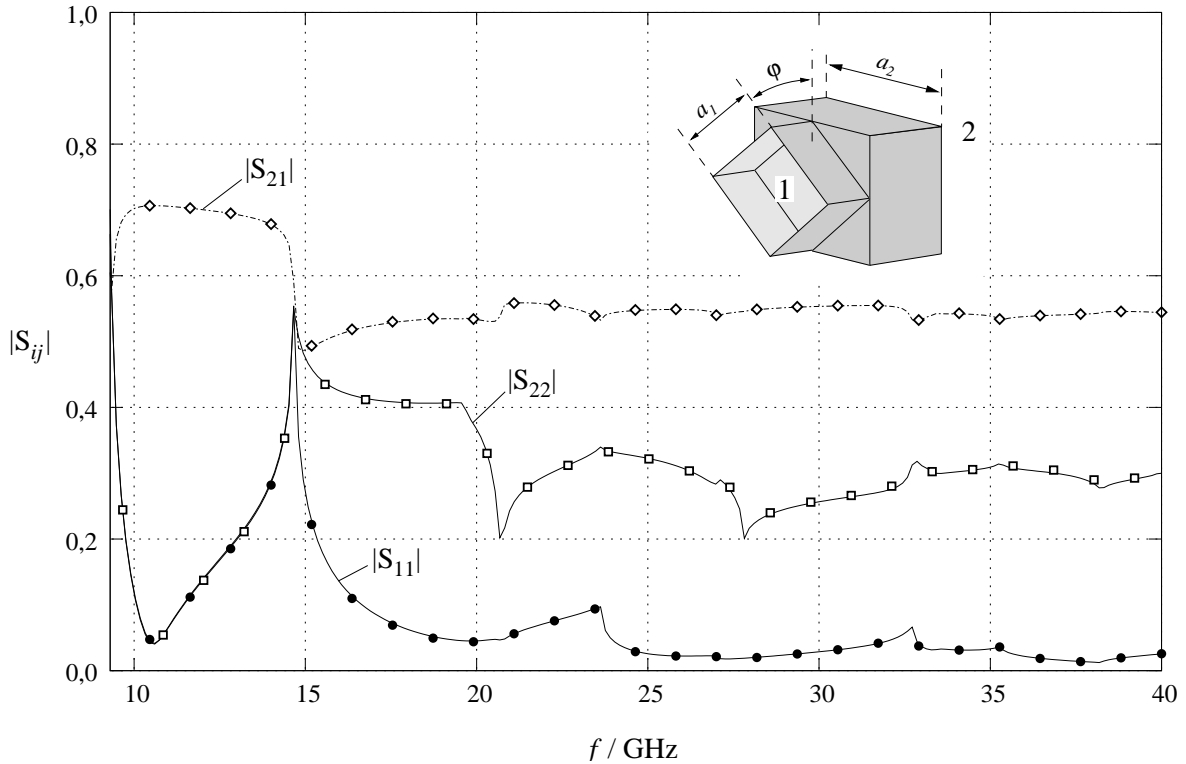


Abb. 5.12: Frequenzverlauf der Beträge der Streuparameter für einen gedrehten Hohlleiterübergang mit $a_2 = 22,86$ mm, $a_1 = a_2/\sqrt{2}$, $\varphi = 45^\circ$; diskrete Werte (\bullet , \diamond , \square) Simulation mit μ Wave Wizard 5.0 [53]

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

Auch hier verschwindet wie in Abschnitt 5.2.1 das Kopplungsintegral $Y_{\eta p}^{eh}$ (vgl. Anhang A.2) und die resultierende Streumatrix des Übergangs entspricht formal Gl. (5.34). Die Simulation einer Hohlleiterverbindung soll zur Veranschaulichung des Reflexions- und Transmissionsverhaltens dienen. Die Kantenlänge der quadratischen Hohlleiter betragen $a_2 = \sqrt{2}a_1 = 22,86 \text{ mm}$ und beide Leiter sind um einen Winkel von $\varphi = 45^\circ$ gegeneinander verdreht. Die Verifikation der in Abb. 5.12 dargestellten Frequenzverläufe der Streuparameter des jeweils ersten, durch den H_{10} -Typ angeregten Modes, erfolgt über die Simulationsdaten des Vollwellensimulators $\mu\text{Wave Wizard 5.0}$, das auf dem Mode-Matching-Verfahren in Verbindung mit Finiten Elementen basiert. Mit einem Ansatz von 50 Moden in Leiter 1 und 75 Moden in Leiter 2, ist über dem gesamten Frequenzbereich ein Kurvenverlauf zu erzielen, der sich mit den Referenzwerten des kommerziellen Simulators bis auf Zeichengenauigkeit deckt. Deutlich zu erkennen ist der sogenannte Eindeutigkeitsbereich des Übergangs, d.h. das gemeinsame Frequenzintervall beider Hohlleiter, in dem lediglich ein ausbreitungsfähiger Mode eine Energieübertragung von Tor 1 nach Tor 2 bzw. in die umgekehrte Richtung bewirken kann. Nach Abb. 5.12 liegt dieser Bereich zwischen der Cutoff-Frequenz des H_{10} -Modes von Leiter 1 $f = 9,2 \text{ GHz}$ und der Cutoff-Frequenz des H_{12} -Modes von Leiter 2 $f = 14,6 \text{ GHz}$.

5.2.3 T-Verzweigung

Gegenüber den Abschnitten 5.2.1 und 5.2.2 erfordert die Ableitung der Streuparameter der T-Verzweigung gemäß Abb. 5.13 einen deutlich höheren Aufwand.

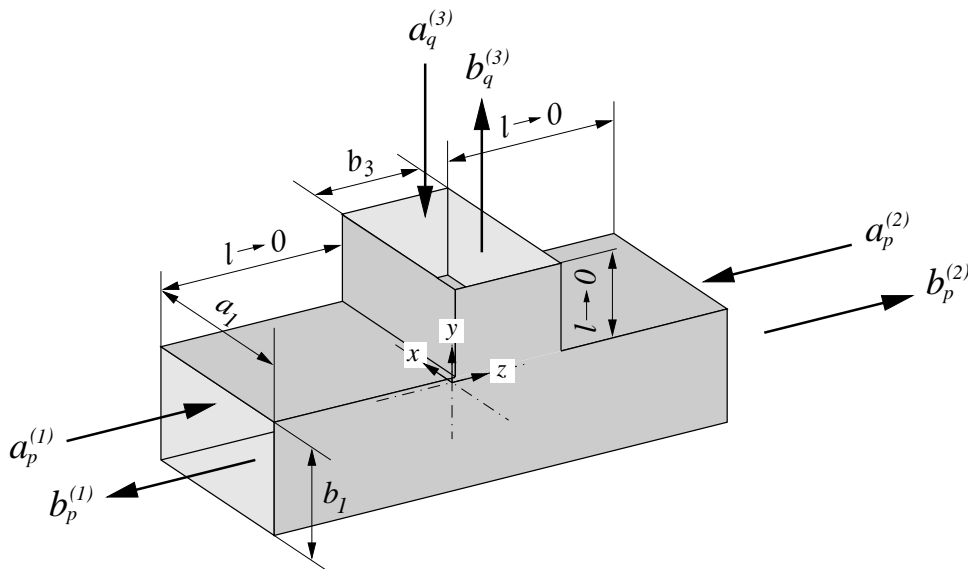


Abb. 5.13: Geometrie der T-Verzweigung

Ausgangspunkt ist die Verfahrensweise in [41] zur Ermittlung der Streuparameter eines rechtwinkligen Hohlleiterknicks. Im Rahmen der Arbeit nach [41] wurde gezeigt, dass das allgemeine Problem der Bestimmung des elektromagnetischen Feldes innerhalb eines beliebig geformten, von Hohlleitermoden angeregten Resonators auf die Superposition der Lösungen dieses Resonators reduziert werden kann, wenn sukzessive alle Anregungsaperturen bis auf eine kurzgeschlossen werden. Für den Fall der T-Verzweigung ergeben sich somit drei Teillösungen, die in ihrer „geometrischen“ Überlagerung nach Abb. 5.14 das Transmissions- und Reflexionsverhalten der Verzweigung wiedergeben [3].

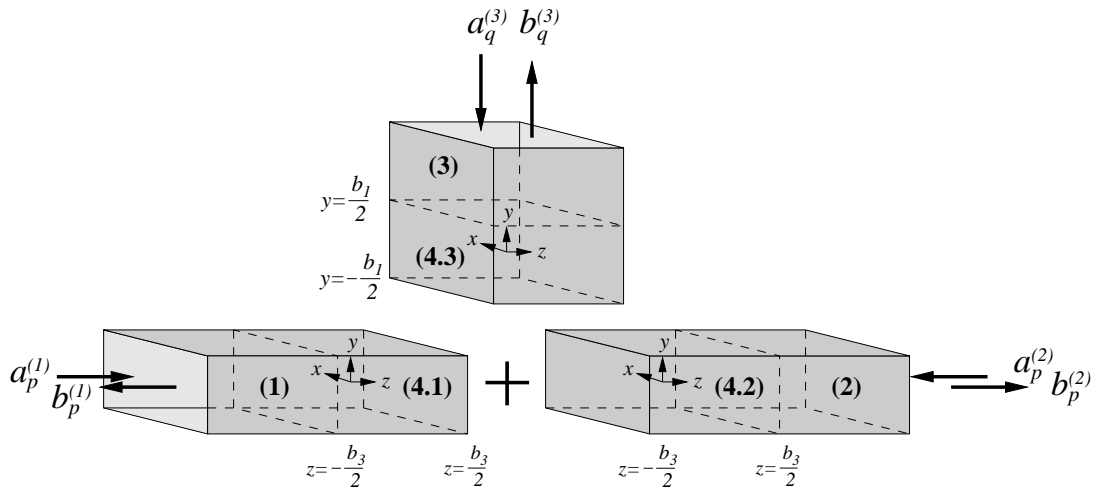


Abb. 5.14: Überlagerung von drei Resonatoren 4.1, 4.2 und 4.3 mit angeschlossenen Wellenleitern 1, 2 und 3 zur Modellierung der T-Verzweigung

Zur Bestimmung des elektromagnetischen Feldes der Verzweigung ist zunächst eine Modenüberlagerung in vier Raumbereichen durchzuführen. Diese vier Bereiche, die ebenfalls in Abb 5.14 gekennzeichnet sind, setzen sich zusammen aus den drei abzweigenden Rechteckhohlleitern 1, 2 und 3 sowie aus Raum 4, der wiederum aus den drei Resonatoren 4.1, 4.2 und 4.3 gebildet wird.

Die folgenden Schritte werden exemplarisch am Beispiel der Räume 1 und 4 erläutert.

Aus dem Potentialansatz für Leiter 1

$$\begin{aligned}
 \vec{F}^{(1)} &= \sum_{p=1}^{\infty} \sqrt{Z_{e_p}^{(1)}} \left[a_{e_p}^{(1)} e^{-\gamma_{e_p}^{(1)} \left(z + \frac{b_3}{2} \right)} + b_{e_p}^{(1)} e^{\gamma_{e_p}^{(1)} \left(z + \frac{b_3}{2} \right)} \right] T_{e_p}^{(1)} \vec{e}_z \\
 \vec{A}^{(1)} &= \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \left[a_{h_p}^{(1)} e^{-\gamma_{h_p}^{(1)} \left(z + \frac{b_3}{2} \right)} - b_{h_p}^{(1)} e^{\gamma_{h_p}^{(1)} \left(z + \frac{b_3}{2} \right)} \right] T_{h_p}^{(1)} \vec{e}_z
 \end{aligned} \tag{5.42}$$

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

mit

$$T_{e_p}^{(1)} = \sqrt{\frac{\epsilon_m \epsilon_n}{A_1 k_{e_p}^{(1)}}} \cos \left[\frac{m\pi}{a_1} \left(x + \frac{a_1}{2} \right) \right] \cos \left[\frac{n\pi}{b_1} \left(y + \frac{b_1}{2} \right) \right] \quad (5.43)$$

$$T_{h_p}^{(1)} = \sqrt{\frac{\epsilon_m \epsilon_n}{A_1 k_{e_p}^{(1)}}} \sin \left[\frac{m\pi}{a_1} \left(x + \frac{a_1}{2} \right) \right] \sin \left[\frac{n\pi}{b_1} \left(y + \frac{b_1}{2} \right) \right] \quad (5.44)$$

$$A_1 = a_1 b_1, \quad k_{e_p}^{(1)2} = \left(\frac{m\pi}{a_1} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b_1} \right)^2, \quad \epsilon_m = \begin{cases} 1 & \text{für } m = 0 \\ 2 & \text{für } m > 0 \end{cases}$$

resultieren unter Verwendung von (5.4) und (5.5) die elektrischen und magnetischen Feldkomponenten

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{tan}}^{(1)} &= \sum_{p=1}^{\infty} \sqrt{Z_{e_p}^{(1)}} [a_{e_p}^{(1)} e^{-\gamma_{e_p}^{(1)}(z + \frac{b_3}{2})} + b_{e_p}^{(1)} e^{\gamma_{e_p}^{(1)}(z + \frac{b_3}{2})}] (-\vec{e}_{e_p}^{(1)}) \\ &\quad + \sum_{p=1}^{\infty} \sqrt{Z_{h_p}^{(1)}} [a_{h_p}^{(1)} e^{-\gamma_{h_p}^{(1)}(z + \frac{b_3}{2})} + b_{h_p}^{(1)} e^{\gamma_{h_p}^{(1)}(z + \frac{b_3}{2})}] (-\vec{e}_{h_p}^{(1)}) \end{aligned} \quad (5.45)$$

$$\begin{aligned} \vec{e}_z \times \vec{H}^{(1)} &= \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} [a_{e_p}^{(1)} - b_{e_p}^{(1)}] (\vec{e}_{e_p}^{(1)}) \\ &\quad + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} [a_{h_p}^{(1)} e^{-\gamma_{h_p}^{(1)}(z + \frac{b_3}{2})} - b_{h_p}^{(1)} e^{-\gamma_{h_p}^{(1)}(z + \frac{b_3}{2})}] (\vec{e}_{h_p}^{(1)}) \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$\text{mit } \vec{e}_{e_p}^{(1)} = \vec{e}_z \times \nabla_t T_{e_p}^{(1)}, \quad \vec{e}_{h_p}^{(1)} = \nabla_t T_{h_p}^{(1)}.$$

Völlig analog ergeben sich aus den Gl. (5.45) und (5.46) die Feldansätze für den Teilresonator 4.1, indem der Bereichsindex 1 durch den Index 4.1 ersetzt wird. Der Kurzschluss an der Stelle $z = \frac{b_3}{2}$ erzwingt das Verschwinden des tangentialen elektrischen Feldes

$$\vec{E}_{\text{tan}}^{(4.1)} \left(z = \frac{b_3}{2} \right) \stackrel{!}{=} \vec{0}, \quad (5.47)$$

was nach nach einer Transformation in den Frequenzbereich (Spektrum) unmittelbar auf die direkte Beziehung zwischen den Amplituden der hin- und rücklaufenden Wellen führt.

$$b_{e_p}^{(4.1)} = -a_{e_p}^{(4.1)} e^{-\gamma_{e_p}^{(1)} 2b_3} \quad (5.48)$$

$$b_{h_p}^{(4.1)} = -a_{h_p}^{(4.1)} e^{-\gamma_{h_p}^{(1)} 2b_3} \quad (5.49)$$

Unter Verwendung der Gl. (5.48) und Gl. (5.49) vereinfacht sich das elektromagnetische Feld im Resonator 4.1 zu

$$\vec{E}_{\text{tan}}^{(4.1)} = \sum_{p=1}^{\infty} a_{e_p}^{(4.1)} 2\sqrt{Z_{e_p}^{(4.1)}} e^{-\gamma_{e_p}^{(4.1)} b_3} \sinh\left[\gamma_{e_p}^{(4.1)}\left(z - \frac{b_3}{2}\right)\right] \vec{e}_{e_p}^{(4.1)} \quad (5.50)$$

$$+ \sum_{p=1}^{\infty} a_{h_p}^{(4.1)} 2\sqrt{Z_{h_p}^{(4.1)}} e^{-\gamma_{h_p}^{(4.1)} b_3} \sinh\left[\gamma_{h_p}^{(4.1)}\left(z - \frac{b_3}{2}\right)\right] \vec{e}_{h_p}^{(4.1)} \quad (5.51)$$

$$\vec{e}_z \times \vec{H}^{(4.1)} = \sum_{p=1}^{\infty} a_{e_p}^{(4.1)} \frac{2}{\sqrt{Z_{e_p}^{(4.1)}}} e^{-\gamma_{e_p}^{(4.1)} b_3} \cosh\left[\gamma_{e_p}^{(4.1)}\left(z - \frac{b_3}{2}\right)\right] \vec{e}_{e_p}^{(4.1)} \quad (5.52)$$

$$+ \sum_{p=1}^{\infty} a_{h_p}^{(4.1)} \frac{2}{\sqrt{Z_{h_p}^{(4.1)}}} e^{-\gamma_{h_p}^{(4.1)} b_3} \cosh\left[\gamma_{h_p}^{(4.1)}\left(z - \frac{b_3}{2}\right)\right] \vec{e}_{h_p}^{(4.1)}. \quad (5.53)$$

Im weiteren Verlauf der Berechnungen wird zusätzlich auch die longitudinale Komponente des magnetischen Feldes benötigt:

$$\begin{aligned} H_z^{(4.1)} &= \frac{1}{jk_0 Z_0} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] F_z^{(4.1)} \\ &= - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\sqrt{Z_{e_p}^{(4.1)}}}{jk_0 Z_0} \left[a_{e_p}^{(4.1)} e^{-\gamma_{e_p}^{(4.1)} z} + b_{e_p}^{(4.1)} e^{\gamma_{e_p}^{(4.1)} z} \right] \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] T_{e_p}^{(4.1)} \\ &= \sum_{p=1}^{\infty} a_{e_p}^{(4.1)} \frac{\sqrt{Z_{e_p}^{(4.1)}}}{jk_0 Z_0} k_{c_p}^{(4.1)2} 2 e^{-\gamma_{e_p}^{(4.1)} b_3} \sinh\left[\gamma_{e_p}^{(4.1)}\left(z - \frac{b_3}{2}\right)\right] T_{e_p}^{(4.1)} \end{aligned} \quad (5.54)$$

Die Auswertung der transformierten Stetigkeitsgleichungen bezüglich des elektrischen Felds in der Ebene $z = -\frac{b_3}{2}$

$$\iint_{A_1} \vec{E}_{\text{tan}}^{(1)}\left(z = -\frac{b_3}{2}\right) \cdot \vec{e}_{e_\xi}^{(1)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_1} \vec{E}_{\text{tan}}^{(4.1)}\left(z = -\frac{b_3}{2}\right) \cdot \vec{e}_{e_\xi}^{(1)} dx dy \quad (5.55)$$

$$\iint_{A_1} \vec{E}_{\text{tan}}^{(1)}\left(z = -\frac{b_3}{2}\right) \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(1)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_1} \vec{E}_{\text{tan}}^{(4.1)}\left(z = -\frac{b_3}{2}\right) \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(1)} dx dy \quad (5.56)$$

führt auf Grund der Orthogonalitätseigenschaften der Strukturfunktionen zu

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

$$a_{e_p}^{(4.1)} = \frac{e^{\gamma_{e_p}^{(1)} b_3}}{2 \sinh(\gamma_{e_p}^{(1)} b_3)} [a_{e_p}^{(1)} + b_{e_p}^{(1)}] \quad (5.57)$$

$$a_{h_p}^{(4.1)} = \frac{e^{\gamma_{h_p}^{(1)} b_3}}{2 \sinh(\gamma_{h_p}^{(1)} b_3)} [a_{h_p}^{(1)} + b_{h_p}^{(1)}]. \quad (5.58)$$

Die Wellenamplituden des Teilresonators 4.1 sind somit ausschließlich durch die Amplituden des angrenzenden Hohlleiters 1 darstellbar, da die übrigen Resonatoren 4.2 und 4.3 bezüglich des elektrischen Feldes keinen Beitrag leisten, denn sie verfügen in der Ebene $z = -\frac{b_3}{2}$ über elektrische Wände, die ihr tangenciales elektrisches Feld zu Null erzwingen. Die magnetischen Tangentialkomponenten hingegen sind zu berücksichtigen, da ausschließlich durch sie die drei Teilresonatoren über die Stetigkeit des magnetischen Feldes verknüpft werden. Für Raumbereich 4.1 ergibt sich das magnetische Feld somit zu

$$\begin{aligned} \vec{e}_z \times \vec{H}^{(4.1)} &= \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(1)} + b_{e_p}^{(1)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \frac{\cosh[\gamma_{e_p}^{(1)}(z - \frac{b_3}{2})]}{\sinh(\gamma_{e_p}^{(1)} b_3)} \vec{e}_{e_p}^{(1)} \\ &+ \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(1)} + b_{h_p}^{(1)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \frac{\cosh[\gamma_{h_p}^{(1)}(z - \frac{b_3}{2})]}{\sinh(\gamma_{h_p}^{(1)} b_3)} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \end{aligned} \quad (5.59)$$

$$H_z^{(4.1)} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}}{j k_0 Z_0} k_{e_p}^{(1)2} [a_{e_p}^{(1)} + b_{e_p}^{(1)}] \frac{\sinh[\gamma_{e_p}^{(1)}(z - \frac{b_3}{2})]}{\sinh(\gamma_{e_p}^{(1)} b_3)} T_{e_p}^{(1)}. \quad (5.60)$$

Auf analoge Weise wird das magnetische Feld der übrigen Teilresonatoren 4.2 und 4.3 bestimmt, so dass die Streuparameter der T-Verzweigung aus den „magnetischen“ Stetigkeitsbedingungen an den Toren $z = -\frac{b_3}{2}$, $z = \frac{b_3}{2}$ und $y = \frac{b_1}{2}$ abzuleiten sind.

$$\iint_{A_1} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(1)}(z = -\frac{b_3}{2})] \cdot \vec{e}_{e_\xi}^{(1)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_1} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(4)}(z = -\frac{b_3}{2})] \cdot \vec{e}_{e_\xi}^{(1)} dx dy \quad (5.61)$$

$$\iint_{A_1} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(1)}(z = -\frac{b_3}{2})] \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(1)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_1} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(4)}(z = -\frac{b_3}{2})] \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(1)} dx dy \quad (5.62)$$

$$\iint_{A_2} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(2)}(z = \frac{b_3}{2})] \cdot \vec{e}_{e_\xi}^{(2)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_2} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(4)}(z = \frac{b_3}{2})] \cdot \vec{e}_{e_\xi}^{(2)} dx dy \quad (5.63)$$

$$\iint_{A_2} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(2)}(z = \frac{b_3}{2})] \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(2)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_2} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(4)}(z = \frac{b_3}{2})] \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(2)} dx dy \quad (5.64)$$

$$\iint_{A_3} [\vec{e}_y \times \vec{H}^{(3)}(y = \frac{b_1}{2})] \cdot \vec{e}_{e_n}^{(3)} dx dz \stackrel{!}{=} \iint_{A_3} [\vec{e}_y \times \vec{H}^{(4)}(y = \frac{b_1}{2})] \cdot \vec{e}_{e_n}^{(3)} dx dz \quad (5.65)$$

$$\iint_{A_3} [\vec{e}_y \times \vec{H}^{(3)}(y = \frac{b_1}{2})] \cdot \vec{e}_{h_n}^{(3)} dx dz \stackrel{!}{=} \iint_{A_3} [\vec{e}_y \times \vec{H}^{(4)}(y = \frac{b_1}{2})] \cdot \vec{e}_{h_n}^{(3)} dx dz \quad (5.66)$$

Das magnetische Feld $\vec{H}^{(4)}$ setzt sich hierbei aus der Überlagerung der einzelnen Felder der Teilresonatoren 4.1, 4.2 und 4.3 zusammen, gemäß

$$\vec{H}^{(4)} = \vec{H}^{(4.1)} + \vec{H}^{(4.2)} + \vec{H}^{(4.3)}. \quad (5.67)$$

In Anhang A.3 sind die Transversalkomponenten der magnetischen Felder in den Anpassungsebenen $z = -\frac{b_3}{2}$, $z = \frac{b_3}{2}$ und $y = \frac{b_1}{2}$, sowie das aus den Forderungen (5.61)–(5.66) resultierende Gleichungssystem zur Beschreibung der Streuvorgänge der T-Verzweigung wiedergegeben.

Vergleichbar der Ableitung in Abschnitt 5.2.1 führt die Darstellung dieser Gleichungen in Matrixform

$$\mathbf{A} \cdot \vec{a} = \mathbf{B} \cdot \vec{b}$$

zur gesuchten Streumatrix \mathbf{S}

$$\vec{b} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \cdot \vec{a} = \mathbf{S} \cdot \vec{a}.$$

Die Ergebnisse der Simulation einer Beispielgeometrie mit $a = 15,8 \text{ mm}$, $b_1 = \frac{a}{4}$ und $b_3 = \frac{a}{2}$ sind in Form der Streuparameterbeträge als Funktion der normierten Frequenz $\frac{2b_3}{\lambda_{gH_{10}}}$ mit

$$\lambda_{gH_{10}} = \frac{2a}{\sqrt{\left(\frac{2af}{c_0}\right)^2 - 1}}$$

in Abb. 5.15 dargestellt. Die Anregung erfolgt über den an Tor 1 bzw. an Tor 3 eingespeisten H_{10} -Grundmode mit einem Ansatz von 50 Moden für Tor 1 und 100 Moden für Tor 3. Zum Vergleich der Beträge der Streukoeffizienten des jeweils ersten angeregten Modes pro Tor werden die Resultate von [3] herangezogen. Leichte Abweichungen der ansonsten sehr gut übereinstimmenden Daten sind auf eine unterschiedliche Anzahl der überlagerten Moden zurückzuführen, da diesbezügliche Angaben in [3] fehlen.

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

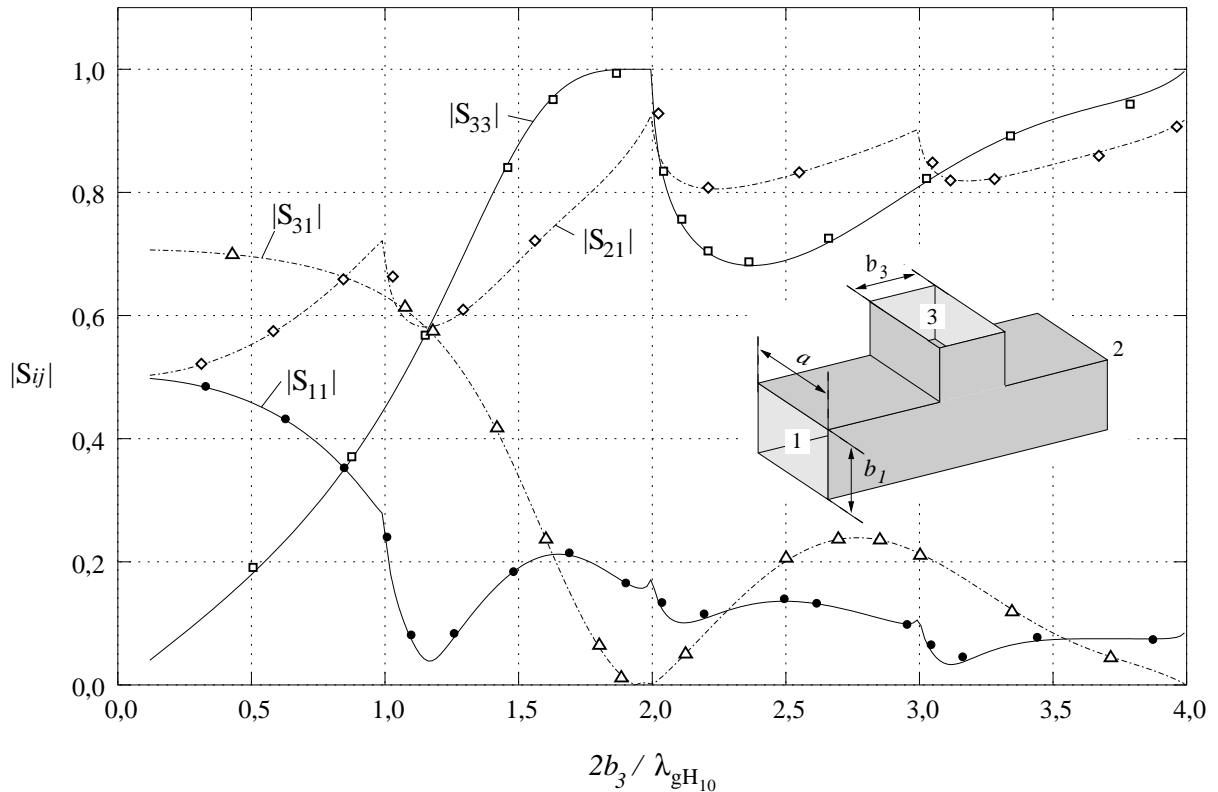


Abb. 5.15: Verlauf der Beträge der S-Parameter einer T-Verzweigung als Funktion der normierten Frequenz $2b/\lambda_{gH_{10}}$ mit $a = 15,8 \text{ mm}$, $b_1 = a/4$, $b_3 = 2b_1$; diskrete Werte (\bullet , \diamond , \square , \triangle) Vergleich mit [3]

5.2.4 Kreuzhohlleiterübergang

Gegenstand dieses Abschnitts ist die feldtheoretische Berechnung des Reflexions- und Transmissionsverhaltens eines Übergangs von einem Rechteckhohlleiter quadratischen Querschnitts auf einen Kreuzhohlleiter, wie er in Abb. 5.16 skizziert ist.

Im Gegensatz zu den vorangegangenen Abschnitten, in denen die zu verbindenden Wellenleiter ausnahmslos über einen rechteckförmigen Querschnitt verfügen und die Eigenfunktionen durch einfache trigonometrische Funktionen gebildet werden, lassen sich die entsprechenden Eigenfunktionen des Kreuzhohlleiters nicht in vergleichbar einfacher Art und Weise analytisch angeben. Vielmehr sind sie vorab numerisch zu approximieren, indem das zugehörige Eigenwertproblem gelöst wird, so dass ein Reihenansatz mit gewichteten Basisfunktionen als Näherungsbeschreibung der Strukturfunktionen aufgestellt werden kann. Hieraus sind die Moden des Kreuzhohlleiters abzuleiten, deren gewichtete Überlagerung wiederum eine Beschreibung des resultierenden, elektromagnetischen Fel-

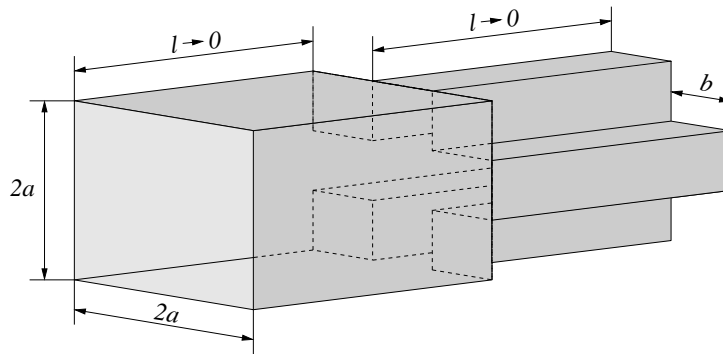


Abb. 5.16: Übergang eines Rechteckhohlleiters auf einen Kreuzhohlleiter

des liefert, das an das Feld des Rechteckhohlleiters im Sinne eines stetigen Übergangs der Feldkomponenten angepasst werden kann.

Es ist somit erforderlich, eine Kaskadierung zweier numerischer Verfahren durchzuführen, deren Freiheitsgrade, z.B. die Anzahl der zu überlagernden Moden sowie die Anzahl der Entwicklungsfunktionen pro Mode, hinsichtlich einer schnellen Konvergenz sinnvoll zu wählen sind.

Eigenwertproblem des Kreuzhohlleiters

Modencharakteristika von Hohlleitern mit kreuzförmiger Querschnittsfläche sind in der Literatur vereinzelt behandelt worden. Die früheste Arbeit [78] beinhaltet die numerische Berechnung der Cutoff-Frequenzen von Kreuzhohlleitern mit einer Rotationssymmetrie von 90° auf der Grundlage von Finiten Elementen angewandt auf die zweidimensionale Helmholtzgleichung. In [84] wird die Geometrie auf eine 180° rotationssymmetrische Geometrie erweitert und mittels des Mode-Matching-Verfahrens werden zusätzlich mathematische Ausdrücke für die elektromagnetischen Feldkomponenten der gefundenen Moden angegeben. Die weitere Verallgemeinerung des Querschnitts unter Beibehaltung des Mode-Matching-Verfahrens erfolgt in [44]. Hier wird auf das Problem der Nullstellensuche einer Determinantenfunktion hingewiesen, die neben den gewünschten Nullstellen auch über ungerade Polstellen verfügt. Eine Möglichkeit, diese Problematik zu umgehen, bietet die sogenannte „*Transverse Resonance Method*“ (TRM), die in [31] zur Verifikation von [44] verwendet wird.

Das Transverse-Resonance-Verfahren basiert auf einem Ansatz von hin- und rücklaufenden Wellen in transversaler Richtung, bezogen auf die Ausbreitungsrichtung des Wellenleiters. In dieser transversalen Richtung wird der Querschnitt entsprechend seiner Änderungen in Geometrie und Material in einzelne Teilbereiche unterteilt, für die je eine Überlagerung von hin- und rücklaufenden Wellen angesetzt wird. Die Randbedingungen an den metallischen Seitenwänden werden dabei zunächst vernachlässigt, d.h. die äußeren

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

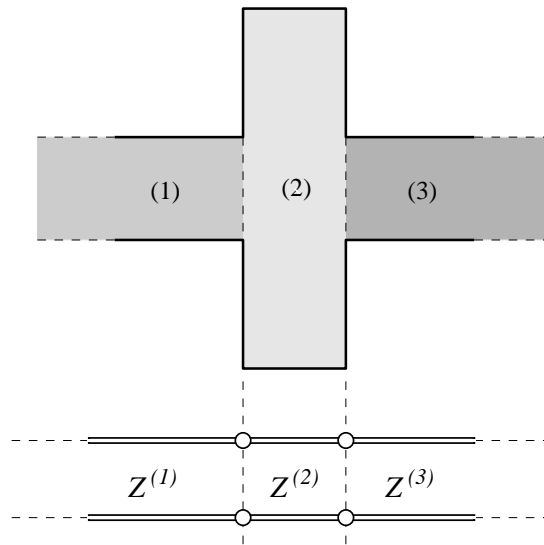


Abb. 5.17: Darstellung des TRM-Verfahrens mit zunächst vernachlässigten Randbedingungen auf Grund fehlender Seitenwände in transversaler Richtung

Bereiche werden in transversaler Richtung als unendlich ausgedehnt angenommen. Am Beispiel des Querschnitts eines Kreuzhohlleiters ist in Abb. 5.17 der TRM-Ansatz graphisch dargestellt. In transversaler Richtung existieren zwei geometrische Unstetigkeitsstellen, die mit den beiden Materialsprüngen jeweils beim Übergang von Raum (1) auf Raum (2) bzw. von Raum (2) auf Raum (3) auftreten. Jeder Bereich lässt sich durch eine Leitung beschreiben, die jeweils durch verschiedene Wellenwiderstände charakterisiert wird. Nach Forderung der Stetigkeit der tangentialen Feldkomponenten in den gemeinsamen Grenzflächen aller Bereiche, erfolgt die Berücksichtigung der Randbedingungen der zuvor „ignorierten“ Seitenwände (Resonator-Resonanzbedingung). Details dieser Verfahrensweise finden sich in [12], [11], [4], [85], [77] und [32].

Die Vorteile der TRM beruhen auf einer Reduktion der Systemmatrix auf ein Viertel ihrer ursprünglichen Größe, sowie einem polstellenfreien Verlauf der Systemdeterminanten als Funktion des Eigenwerts. Diese Vorteile, die auch in [31] genannt werden, sind allerdings bezüglich der zugrundeliegenden Geometrie zu relativieren.

Die Polstellenfreiheit der Determinanten ist keineswegs nur auf das Transverse-Resonance-Verfahren beschränkt. Durch geeignete Normierung der Systemmatrix lässt sich dieser Vorteil auch auf andere Methoden übertragen. Ähnlich verhält es sich mit der Reduktion der Matrixgröße. Wenn man bedenkt, dass zunächst durch Wegfall der seitlichen Wände weitere Freiheitsgrade eingeführt werden, die letztlich auf Grund der Resonator-Resonanzbedingung wieder herausfallen, so erscheint der Reduktionseffekt fraglich. Im Vergleich zu alternativen Verfahren ist hier sogar von einem erhöhten Auf-

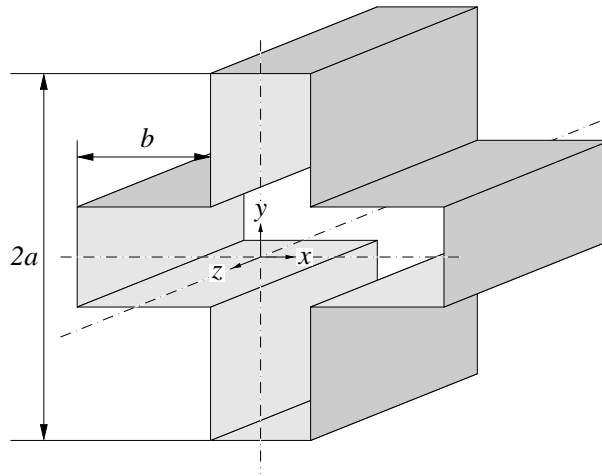


Abb. 5.18: Querschnittsgeometrie des symmetrischen Kreuzhohlleiters

wand auszugehen. Hinzu kommt die Tatsache, dass in allen Raumbereichen die gleiche Anzahl an Entwicklungsfunktionen zu wählen ist, was sich hinsichtlich des Phänomens der relativen Konvergenz nachteilig auswirken kann.

Die vorangegangenen Überlegungen führen zu dem Schluss, das hier zu betrachtende und in Abb. 5.18 skizzierte Eigenwertproblem des symmetrischen Kreuzhohlleiters (90° Rotationssymmetrie) durch eine direkte Feldentwicklung und Anpassung der tangentialen Feldkomponenten in den Grenzflächen zu lösen. Bei dieser auch als „*Standing*

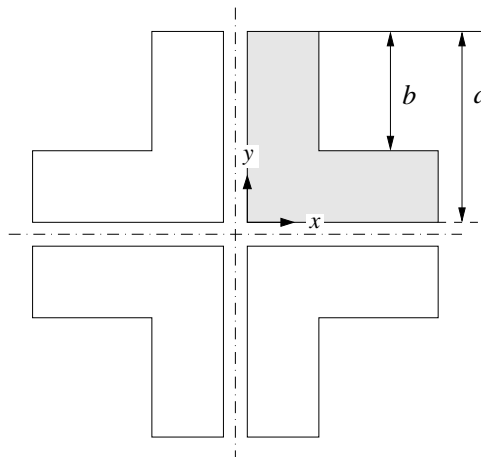


Abb. 5.19: Zerlegung des Querschnitts in vier Bereiche zur Vereinfachung des Eigenwertproblems

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

„Wave Formulation“ [12] bezeichneten Methode ist die Anzahl der Feldentwicklungsfunktionen pro Raumbereich nicht notwendigerweise gleich, so dass die Gefahr des Auftretens von relativer Konvergenz durch eine geometrieangepasste Wahl der Anzahl von Entwicklungsfunktionen minimiert werden kann.

Die abzuleitenden Systemgleichungen bilden letztlich ein homogenes, lineares Gleichungssystem, dessen Koeffizienten als Funktion der transversalen Wellenzahl k_c formuliert sind. Durch Iteration der transversalen Wellenzahl sind die Nullstellen der Determinanten zu bestimmen (Eigenwerte), aus deren Kenntnis dann das elektromagnetische Feld im Querschnitt berechenbar ist.

Die hohe Symmetrie des betrachteten Wellenleiters erlaubt die Reduktion auf einen Teil des Querschnitts, so dass die Gesamtlösung des Problems durch Spiegelung der Teillösung an den zueinander senkrechten Schnittlinien hervorgeht. Abb. 5.19 skizziert die Zerlegung der Fläche derart, dass sich der Querschnitt des Eigenwertproblems auf eine symmetrische L-Form vereinfachen lässt, deren Berandung für $x = 0$ und $y = 0$ einmal als elektrische und einmal als magnetische Wand anzusetzen ist. Es entstehen somit vier separat zu lösende Eigenwertprobleme, die durch einen getrennten TE- und TM-Ansatz auf acht verdoppelt werden. Die auf die L-Form reduzierte Querschnittsfläche wird entlang $x = a - b$ erneut in zwei Raumbereiche I und II (Tab. 5.2) unterteilt, für die jeweils ein getrennter Potentialansatz gemäß

$$\vec{F}^{(i)} = \sum_{m=0}^{\infty} F_m^{(i)} T_{e_m}^{(i)}(x, y) e^{-jk_z z} \vec{e}_z \quad (5.68)$$

$$\vec{A}^{(i)} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(i)} T_{h_m}^{(i)}(x, y) e^{-jk_z z} \vec{e}_z \quad (5.69)$$

$$\text{mit} \quad k_z = k_z^{(i)} = \sqrt{k_0^2 - k_{x_m}^{(i)2} - k_{y_m}^{(i)2}}, \quad i \in [I, II] \quad (5.70)$$

erfolgt.

Die Wellenzahlen in y -Richtung $k_{y_m}^{(I)}$ und $k_{y_n}^{(II)}$ variieren in Abhängigkeit des zu betrachtenden Eigenwertproblems und sind in Tab. 5.1 wiedergegeben. Die Kennzeichnung der Moden erfolgt durch Angabe des jeweiligen Wandtyps. Der erste Index kennzeichnet den Wandcharakter für $x = 0$, der zweite für $y = 0$ mit $e =$ elektrische und $m =$ magnetische Wand. Eine Zusammenstellung der acht zu unterscheidenden Fälle zeigt Tab. 5.2. Die vollständige Lösung wird durch die Überlagerung der Lösungen aller acht Eigenwertprobleme gebildet.

In gewohnter Weise werden die zur Ebene $x = a - b$ tangentialen Feldkomponenten beider Räume aus den Potentialen nach (5.6) abgeleitet und für $x = a - b$ gleichgesetzt. Auf Grund der separaten Behandlung der TE- und TM-Moden existieren nur jeweils drei tangentiale Komponenten, die y -Komponenten E_y und H_y sowie H_z bei TE-Moden bzw. E_z bei TM-Moden. Lediglich zwei Komponenten werden benötigt, um einen stetigen

Mode	$\mathbf{k}_{y_m}^{(I)}$	$\mathbf{k}_{y_n}^{(II)}$
TE _{ee}	$m \frac{\pi}{a}$	$n \frac{\pi}{a-b}$
TM _{ee}	$(m+1) \frac{\pi}{a}$	$(n+1) \frac{\pi}{a-b}$
TE _{mm}	$(2m+1) \frac{\pi}{2a}$	$(2n+1) \frac{\pi}{2(a-b)}$
TM _{mm}	$(2m+1) \frac{\pi}{2a}$	$(2n+1) \frac{\pi}{2(a-b)}$
TE _{em}	$(2m+1) \frac{\pi}{2a}$	$(2n+1) \frac{\pi}{2(a-b)}$
TM _{em}	$(2m+1) \frac{\pi}{2a}$	$(2n+1) \frac{\pi}{2(a-b)}$
TE _{me}	$m \frac{\pi}{a}$	$n \frac{\pi}{a-b}$
TM _{me}	$(m+1) \frac{\pi}{a}$	$(n+1) \frac{\pi}{a-b}$

mit $m, n = 0, 1, 2, \dots$

Tab. 5.1: Ansatz der Wellenzahlen $k_{y_m}^{(I)}$ und $k_{y_n}^{(II)}$

Übergang beider elektromagnetischer Felder zu gewährleisten. Die spektrale Formulierung der Stetigkeitsgleichungen lautet

$$\int_0^a E_y^{(I)}(x=a-b) \left[\frac{\partial}{\partial x} T_{e_i}^{(I)} \right]_{x=a-b} dy \stackrel{!}{=} \int_0^a E_y^{(II)}(x=a-b) \left[\frac{\partial}{\partial x} T_{e_i}^{(II)} \right]_{x=a-b} dy \quad (5.71)$$

$$\int_0^a H_z^{(I)}(x=a-b) \left[T_{e_j}^{(I)} \right]_{x=a-b} dy \stackrel{!}{=} \int_0^a H_z^{(II)}(x=a-b) \left[T_{e_j}^{(II)} \right]_{x=a-b} dy \quad (5.72)$$

für TE-Moden und

$$\int_0^a H_y^{(I)}(x=a-b) \left[\frac{\partial}{\partial x} T_{h_j}^{(I)} \right]_{x=a-b} dy \stackrel{!}{=} \int_0^a H_y^{(II)}(x=a-b) \left[\frac{\partial}{\partial x} T_{h_j}^{(II)} \right]_{x=a-b} dy \quad (5.73)$$

$$\int_0^a E_z^{(I)}(x=a-b) \left[T_{h_i}^{(I)} \right]_{x=a-b} dy \stackrel{!}{=} \int_0^a E_z^{(II)}(x=a-b) \left[T_{h_i}^{(II)} \right]_{x=a-b} dy \quad (5.74)$$

für TM-Moden. Die verbleibende dritte Stetigkeitsbedingung liefert bezüglich der beiden vorangegangenen lediglich weitere linear abhängige Gleichungen und wird somit automatisch erfüllt.

Für das Beispiel der TE_{ee}-Moden ist das aus den Gl. (5.71)–(5.72) resultierende System gekoppelter Gleichungen nachstehend angegeben.

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

Geometrie	Mode	Eigenfunktionen
	TE _{ee}	$T_{e_m}^{(I)} = \sqrt{\frac{\epsilon_m}{2}} \cos(k_{x_m}^{(I)} x) \cos[k_{y_m}^{(I)} (a - y)]$ $T_{e_n}^{(II)} = \sqrt{\frac{\epsilon_n}{2}} \cos[k_{x_n}^{(II)} (a - x)] \cos[k_{y_n}^{(II)} (a - b - y)]$
	TM _{ee}	$T_{h_m}^{(I)} = \frac{k_0}{k_{x_m}^{(I)}} \operatorname{sgn}(y) \sin(k_{x_m}^{(I)} x) \sin[k_{y_m}^{(I)} (a - y)]$ $T_{h_n}^{(II)} = \frac{k_0}{k_{x_n}^{(II)}} \operatorname{sgn}(xy) \sin[k_{x_n}^{(II)} (a - x)] \sin[k_{y_n}^{(II)} (a - b - y)]$
	TE _{mm}	$T_{e_m}^{(I)} = \frac{k_0}{k_{x_m}^{(I)}} \operatorname{sgn}(y) \sin(k_{x_m}^{(I)} x) \cos[k_{y_m}^{(I)} (a - y)]$ $T_{e_n}^{(II)} = \operatorname{sgn}(xy) \cos[k_{x_n}^{(II)} (a - x)] \cos[k_{y_n}^{(II)} (a - b - y)]$
	TM _{mm}	$T_{h_m}^{(I)} = \cos(k_{x_m}^{(I)} x) \sin[k_{y_m}^{(I)} (a - y)]$ $T_{h_n}^{(II)} = \frac{k_0}{k_{x_n}^{(II)}} \sin[k_{x_n}^{(II)} (a - x)] \sin[k_{y_n}^{(II)} (a - b - y)]$
	TE _{em}	$T_{e_m}^{(I)} = \operatorname{sgn}(y) \cos(k_{x_m}^{(I)} x) \cos[k_{y_m}^{(I)} (a - y)]$ $T_{e_n}^{(II)} = \operatorname{sgn}(y) \cos[k_{x_n}^{(II)} (a - x)] \cos[k_{y_n}^{(II)} (a - b - y)]$
	TM _{em}	$T_{h_m}^{(I)} = \frac{k_0}{k_{x_m}^{(I)}} \sin(k_{x_m}^{(I)} x) \sin[k_{y_m}^{(I)} (a - y)]$ $T_{h_n}^{(II)} = \frac{k_0}{k_{x_n}^{(II)}} \operatorname{sgn}(x) \sin[k_{x_n}^{(II)} (a - x)] \sin[k_{y_n}^{(II)} (a - b - y)]$
	TE _{me}	$T_{e_m}^{(I)} = \sqrt{\frac{\epsilon_m}{2}} \frac{k_0}{k_{x_m}^{(I)}} \sin(k_{x_m}^{(I)} x) \cos[k_{y_m}^{(I)} (a - y)]$ $T_{e_n}^{(II)} = \sqrt{\frac{\epsilon_n}{2}} \operatorname{sgn}(x) \cos[k_{x_n}^{(II)} (a - x)] \cos[k_{y_n}^{(II)} (a - b - y)]$
	TM _{me}	$T_{h_m}^{(I)} = \operatorname{sgn}(y) \cos(k_{x_m}^{(I)} x) \sin[k_{y_m}^{(I)} (a - y)]$ $T_{h_n}^{(II)} = \frac{k_0}{k_{x_n}^{(II)}} \operatorname{sgn}(y) \sin[k_{x_n}^{(II)} (a - x)] \sin[k_{y_n}^{(II)} (a - b - y)]$

Tab. 5.2: Symmetriebedingte Variationen der Randbedingungen bei $x = 0, y = 0$,
— elektrische Wand, - - - magnetische Wand; $\operatorname{sgn}(x)$ =Vorzeichenfunktion

$$F_i^{(I)} S_i^{(I)} + \sum_{n=0}^{\infty} F_n^{(II)} S_n^{(II)} K_{in}^C = 0 \quad (5.75)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} F_m^{(I)} S_m^{(I)} K_{mj}^C - \left(1 - \frac{b}{a}\right) F_j^{(II)} C_j^{(II)} = 0 \quad (5.76)$$

mit

$$S_i^{(I)} = k_{x_i}^{(I)} \sin[k_{x_i}^{(I)}(a-b)] = \begin{cases} \sqrt{k_{x_i}^{(I)2}} \sin\left[\sqrt{k_{x_i}^{(I)2}}(a-b)\right] & \text{für } k_{x_i}^{(I)2} \geq 0 \\ -\sqrt{-k_{x_i}^{(I)2}} \sinh\left[\sqrt{-k_{x_i}^{(I)2}}(a-b)\right] & \text{für } k_{x_i}^{(I)2} < 0 \end{cases}$$

$$C_j^{(II)} = \cos[k_{x_j}^{(II)}(a-b)] = \begin{cases} \cos\left[\sqrt{k_{x_j}^{(II)2}}(a-b)\right] & \text{für } k_{x_j}^{(II)2} \geq 0 \\ \cosh\left[\sqrt{-k_{x_j}^{(II)2}}(a-b)\right] & \text{für } k_{x_j}^{(II)2} < 0 \end{cases}$$

$$K_{in}^C = \frac{\sqrt{\epsilon_i \epsilon_n}}{a} \int_0^{a-b} \cos[k_{y_i}^{(I)}(a-y)] \cos[k_{y_n}^{(II)}(a-b-y)] dy$$

Eine Zusammenfassung aller Systemgleichungssysteme findet sich in Anhang A.4. Durch Iteration der transversalen Wellenzahl k_c werden die diskreten Eigenwerte k_{c_i} frequenzunabhängig als Nullstellen der Determinanten des homogenen Gleichungssystems (5.75), (5.76) numerisch bestimmt. Aus ihrer Kenntnis lassen sich anschließend über die Separationsbedingung die Wellenzahlen $k_{x_m}^{(I)}$ und $k_{x_n}^{(II)}$ und bei gegebener Frequenz die Wellenzahl in Ausbreitungsrichtung k_z ableiten.

$$\begin{aligned} k_c^2 &= k_0^2 - k_z^2 = k_{x_m}^{(I)2} + k_{y_m}^{(I)2} = k_{x_n}^{(II)2} + k_{y_n}^{(II)2} \\ \Rightarrow k_{x_m}^{(I)} &= \sqrt{k_c^2 - k_{y_m}^{(I)2}}, \quad k_{x_n}^{(II)} = \sqrt{k_c^2 - k_{y_n}^{(II)2}}, \quad k_z = \sqrt{k_0^2 - k_c^2} \end{aligned} \quad (5.77)$$

Auf Grund der Normierung der Eigenfunktionen (vgl. Tab. 5.2) sind alle Elemente der Matrix reell und endlich, so dass der Eigenwertverlauf der Determinanten beschränkt ist und nur über reelle Nullstellen verfügt. Zudem reduziert die getrennte Nullstellensuche innerhalb der acht Teilprobleme die Gefahr, degenerierte Moden zu „übersehen“.

Beispiele für die Geometrieabhängigkeit der Cutoff-Frequenzen eines Kreuzhohlleiters zeigt Abb. 5.20. Sie stellt den Verlauf der normierten Cutoff-Frequenz $\frac{2a}{\lambda_c}$ als Funktion des Seitenverhältnisses $\frac{b}{2a}$ im Bereich 0,05 bis 0,45 dar. Während der Kreuzhohlleiter für $\frac{b}{2a} \rightarrow 0$ in den gewöhnlichen Rechteckhohlleiter quadratischen Querschnitts entartet, verschwindet sein Innenraum für $\frac{b}{2a} \rightarrow \frac{1}{2}$ und ist somit nicht länger als physikalisch sinnvolles Problem zu betrachten. Die Verläufe der TE-Moden in Abb. 5.20 oben bzw. der TM-Moden in Abb. 5.20 unten basieren auf einer Auflösung von lediglich drei Termen

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

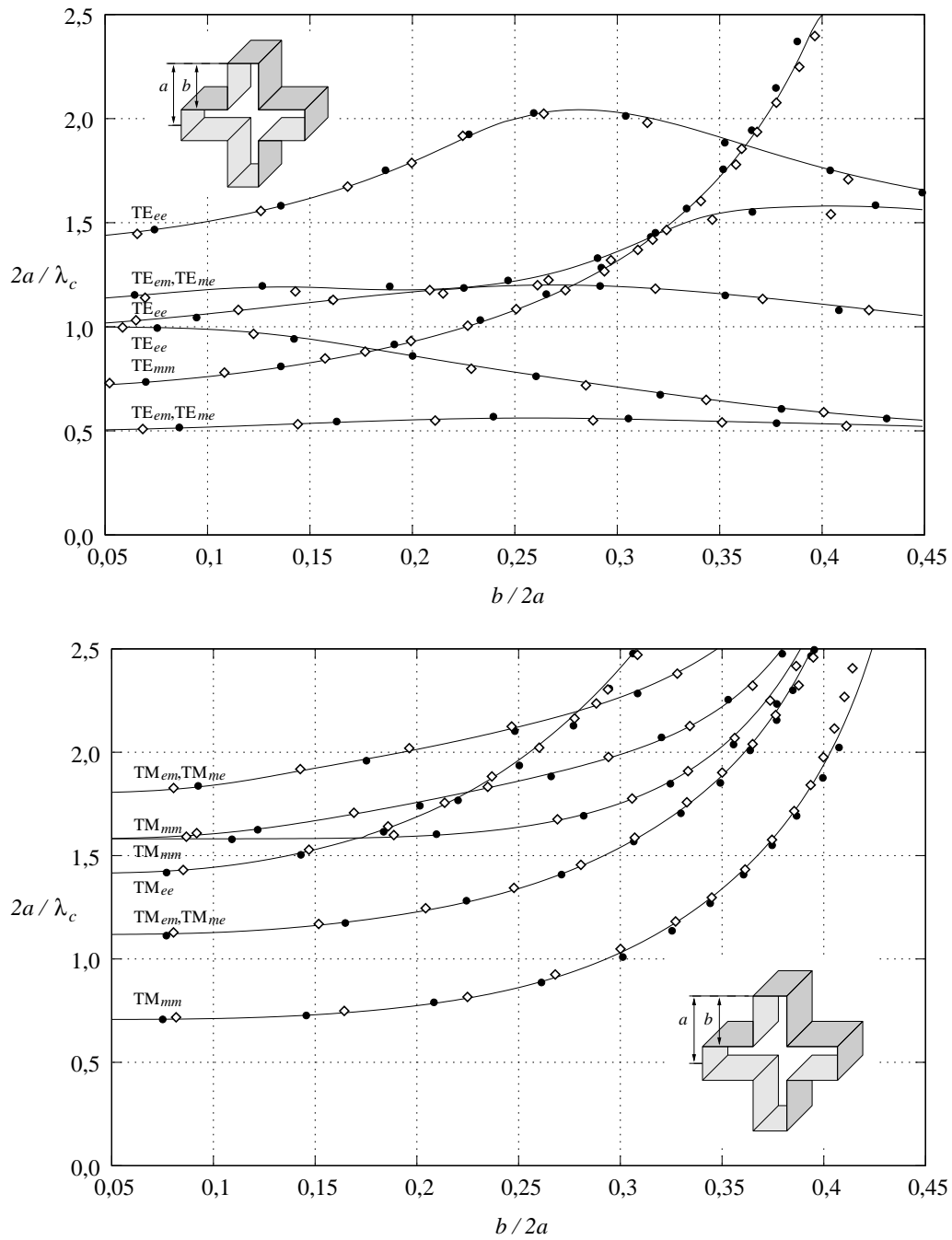
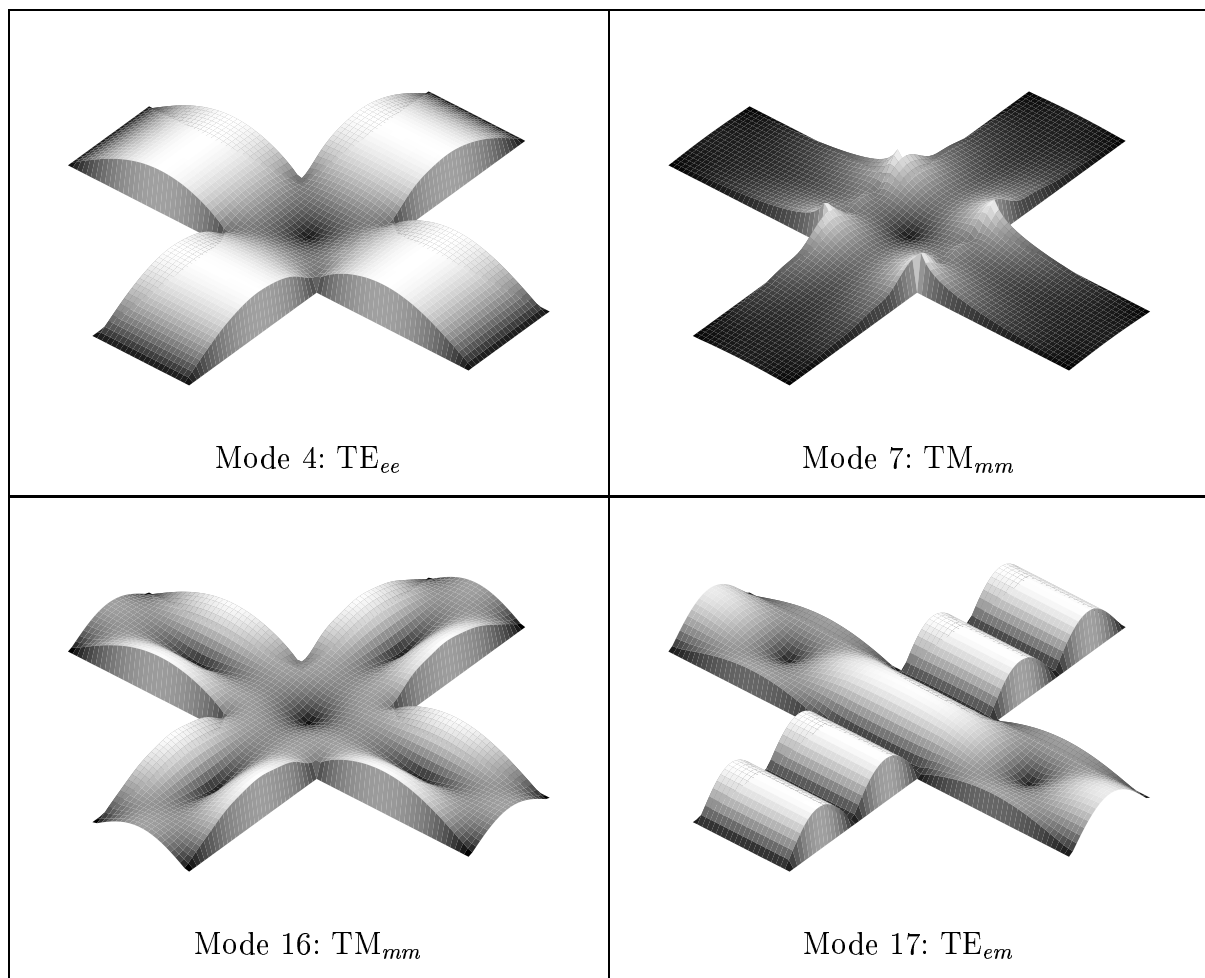


Abb. 5.20: Verlauf der normalisierten Cutoff-Frequenzen als Funktion des Seitenverhältnisses $\frac{b}{a}$; obere Abb.: TE-Moden; untere Abb.: TM-Moden;
 ● Vergleich mit [44], ◇ Vergleich mit [84]

in den beiden Raumbereichen $A^{(I)}$, $A^{(II)}$ und zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Vergleichswerten aus der Literatur [44], [84].

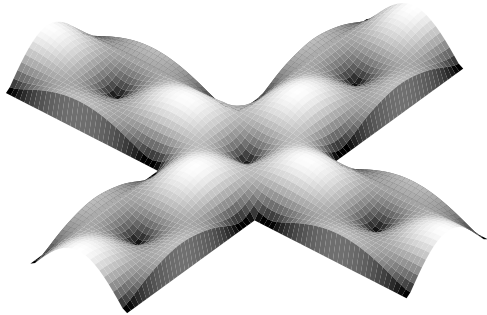
Um eine anschauliche Vorstellung der Kreuzhohlleitermoden zu erhalten, sind in Tab. 5.3 abschließend die Beträge des elektrischen Feldes einiger Moden dreidimensional über ihrem Querschnitt abgebildet. Die aus dem Spektrum der ersten 100 Moden stellvertretend ausgewählten Typen eines Kreuzhohlleiters nach Abb. 5.18 mit einem Seitenverhältnis von $\frac{b}{a} = 0,77$ spiegeln die hohe geometrische Symmetrie naturgemäß wieder. Die Wellentypen mit der Indizierung „ ee “ bzw. „ mm “ verfügen über eine 90° Rotationssymmetrie gegenüber den mit „ em “ bzw. „ me “ indizierten Moden, die lediglich eine Symmetrie von 180° aufweisen.

Die Auswahl der 16 berechneten Wellentypen ist willkürlich und vermittelt einen Eindruck von der Varianz des Modenspektrums eines symmetrischen Kreuzhohlleiters.

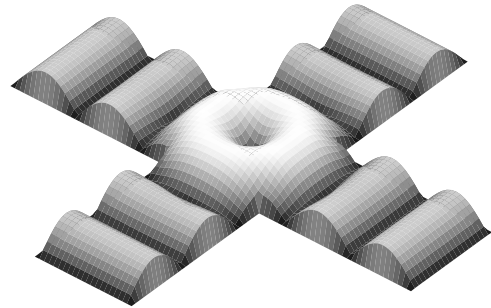


Fortsetzung nächste Seite

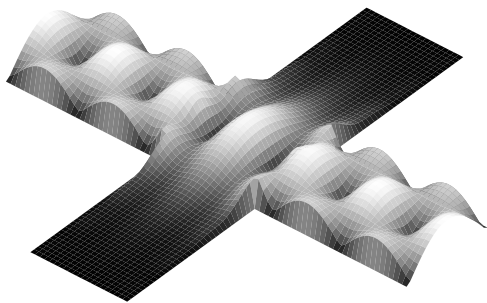
5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE



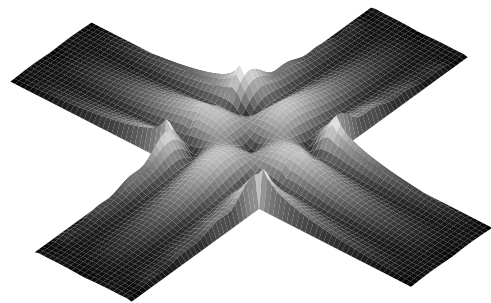
Mode 20: TE_{mm}



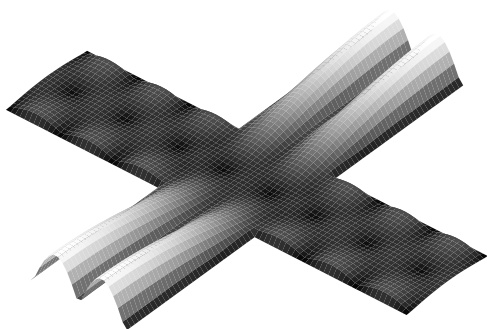
Mode 28: TE_{ee}



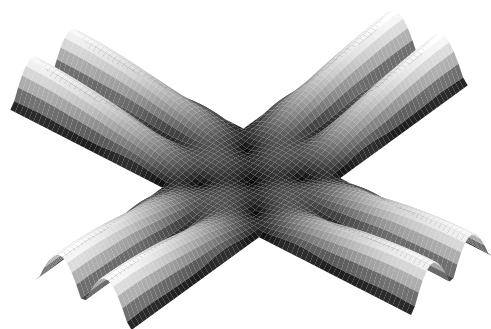
Mode 34: TM_{em}



Mode 42: TM_{ee}

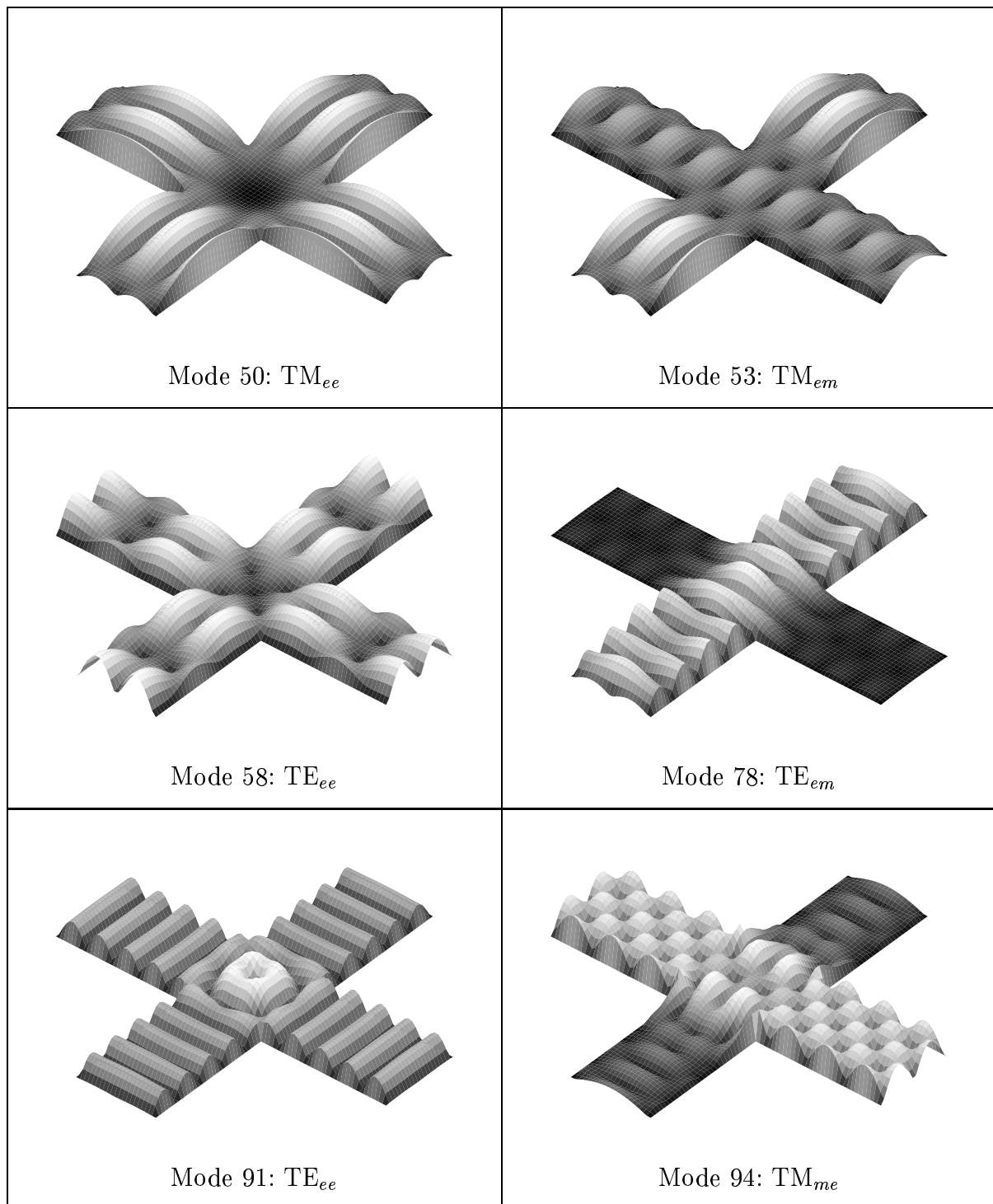


Mode 44: TE_{em}



Mode 46: TE_{ee}

Fortsetzung nächste Seite



Tab. 5.3: Dreidimensionale Darstellung des Betrags des elektrischen Feldes ausgewählter Kreuzhohlleiter-Moden

Normierung und Orthogonalität

Die Effizienz des Mode-Matching-Verfahrens beruht wesentlich auf der Orthogonalität der Strukturfunktionen der problem beteiligten Wellenleiter. Sie spiegelt sich in den modalen Kopplungen wieder, die über eine Querschnittsintegration des Skalarprodukts der betrachteten Modenstrukturfunktionen \vec{e}_{e_p} und \vec{e}_{h_p} gebildet werden entsprechend Gl. (5.78)–(5.80). Die Operatorschreibweise mittels der spitzen Klammern stellt lediglich eine Kurzform des funktionalen Skalarproduktes dar.

$$\langle \vec{e}_{e_p}, \vec{e}_{h_q} \rangle = \langle \vec{e}_{h_q}, \vec{e}_{e_p} \rangle = \iint_A [\vec{e}_z \times \nabla_t T_{e_p}] \cdot [\nabla_t T_{h_q}] dA = 0 \quad (5.78)$$

$$\langle \vec{e}_{e_p}, \vec{e}_{e_q} \rangle = \iint_A [\vec{e}_z \times \nabla_t T_{e_p}] \cdot [\vec{e}_z \times \nabla_t T_{e_q}] dA = \begin{cases} 1 & \text{für } p = q \\ 0 & \text{für } p \neq q \end{cases} \quad (5.79)$$

$$\langle \vec{e}_{h_p}, \vec{e}_{h_q} \rangle = \iint_A [\nabla_t T_{h_p}] \cdot [\nabla_t T_{h_q}] dA = \begin{cases} 1 & \text{für } p = q \\ 0 & \text{für } p \neq q \end{cases} \quad (5.80)$$

mit A = Querschnittsfläche des Kreuzhohlleiters

Innerhalb eines homogenen Wellenleiters mit beliebiger Querschnittsfläche existieren grundsätzlich keine Kopplungen zwischen Moden, mit Ausnahme der Kopplung eines Modes mit sich selbst [18], d.h. es verschwinden alle Kopplungsintegrale bis auf das der „Selbstkopplung“. Am Beispiel des Rechteck- bzw. Rundhohlleiters ist die beschriebene Orthogonalität vergleichsweise leicht analytisch nachzuweisen, da die Strukturfunktionen durch die bekannten trigonometrischen bzw. Bessel- und Neumannfunktionen gebildet werden. Im Falle des Kreuzhohlleiters werden seine Eigen- bzw. Strukturfunktionen jedoch in Form einer Reihenentwicklung dargestellt, die zum Einen über endlich viele Summanden verfügt und deren Koeffizienten zum Anderen nur numerisch vorliegen.

Der analytische Nachweis der Orthogonalität ist nicht für alle Modenkombinationen in vertretbarem Zeitaufwand durchzuführen, dennoch erscheint er als Maß für die Korrektheit bzw. Güte der Lösung des Eigenwertproblems aus Abschnitt 5.2.4 sinnvoll. Er stellt zudem ein wertvolles Hilfsmittel bei der Entwicklung der Streumatrix des Rechteck-Kreuzhohlleiterübergangs dar.

Die numerische Verifikation der Kopplungsfreiheit zweier Moden durch Berechnung der Gl. (5.79)–(5.80) wird allerdings nicht exakt den Wert Null ergeben, sondern einen Wert, der gegenüber dem Fall der Selbstkopplung, d.h. $p = q$ in Gl. (5.79) und Gl. (5.80), um einige Größenordnungen kleiner sein wird.

Zu diesem Zweck ist bezüglich der noch unbestimmten Amplitude der numerisch berechneten Kreuzmoden eine Normierung ihrer Struktur- bzw. Eigenfunktionen nach Maßgabe der Leistungsbedingung (5.9) erforderlich.

Die p -ten Eigenfunktionen T_{e_p} und T_{h_p} lassen sich aus den Näherungslösungen (5.68), (5.69) und unter Verwendung von Tab. 5.2 ableiten.

$$T_{e_p} = \begin{cases} T_{e_p}^{(I)} = \sum_{m=0}^{\infty} F_{m_p}^{(I)} T_{e_{m_p}}^{(I)} & \text{für } x, y \text{ in Raum I} \\ T_{e_p}^{(II)} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{n_p}^{(II)} T_{e_{n_p}}^{(II)} & \text{für } x, y \text{ in Raum II} \end{cases} \quad (5.81)$$

$$T_{h_p} = \begin{cases} T_{h_p}^{(I)} = \sum_{m=0}^{\infty} A_{m_p}^{(I)} T_{h_{m_p}}^{(I)} & \text{für } x, y \text{ in Raum I} \\ T_{h_p}^{(II)} = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n_p}^{(II)} T_{h_{n_p}}^{(II)} & \text{für } x, y \text{ in Raum II} \end{cases} \quad (5.82)$$

Sie sind mit Skalierungsfaktoren Q_{e_p} bzw. Q_{h_p} zu multiplizieren, die durch die Normierungsbedingung (5.10) festgelegt werden.

$$Q_{e_p} = \frac{1}{\sqrt{\iint_A |\nabla_t T_{e_p}|^2 dA}} \quad (5.83)$$

$$Q_{h_p} = \frac{1}{\sqrt{\iint_A |\nabla_t T_{h_p}|^2 dA}} \quad (5.84)$$

Das Integrationsgebiet A entspricht der gesamten, in Abb. 5.21 skizzierten Querschnittsfläche und zerfällt in den Bereich $A^{(I)}$ und die beiden benachbarten Bereiche $A^{(II)}$.

Einsetzen von Gl. (5.81) und (5.82) in (5.83) bzw. (5.84) und Berücksichtigung der Orthogonalität liefert

$$\frac{1}{Q_{e_p}^2} = \iint_A |\nabla_t T_{e_p}|^2 dA = \sum_{m=0}^{\infty} F_{m_p}^{(I)} \iint_{A^{(I)}} |\nabla_t T_{e_{m_p}}^{(I)}|^2 dA + \sum_{n=0}^{\infty} F_{n_p}^{(II)} \iint_{A^{(II)}} |\nabla_t T_{e_{n_p}}^{(II)}|^2 dA \quad (5.85)$$

$$\frac{1}{Q_{h_p}^2} = \iint_A |\nabla_t T_{h_p}|^2 dA = \sum_{m=0}^{\infty} A_{m_p}^{(I)} \iint_{A^{(I)}} |\nabla_t T_{h_{m_p}}^{(I)}|^2 dA + \sum_{n=0}^{\infty} A_{n_p}^{(II)} \iint_{A^{(II)}} |\nabla_t T_{h_{n_p}}^{(II)}|^2 dA \quad (5.86)$$

mit

$$\iint_{A^{(I)}} \dots dA = 4 \int_{x=0}^{x=a-b} \int_{y=0}^{y=a} \dots dx dy, \quad \iint_{A^{(II)}} \dots dA = 4 \int_{x=a-b}^{x=a} \int_{y=0}^{y=a-b} \dots dx dy.$$

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

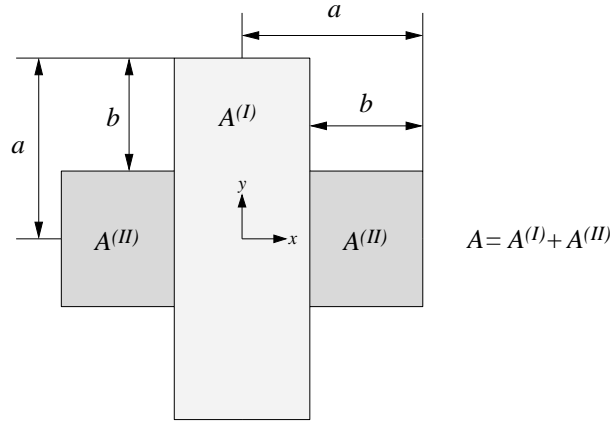


Abb. 5.21: Vollständige Querschnittsfläche des Kreuzhohlleiters mit 90° Rotationssymmetrie, gebildet aus den Raumbereichen $A^{(I)}$ und $A^{(II)}$

Da das Eigenwertproblem auf Grund der hohen Symmetrie des Wellenleiters und des gewählten Ansatzes in voneinander unabhängige Teilprobleme zerfällt, sind die Orthogonalitätseigenschaften von insgesamt 36 unterschiedlichen Kopplungskombinationen zu verifizieren. Hiervon entfallen 16 auf die Kopplung zwischen TE– mit TM–Typ und je 10 auf die Kopplung von TE– mit TE– bzw. TM– mit TM–Typ. Dabei sind 4 Fälle aus jeder der drei Gruppen einer getrennten Betrachtung zu unterziehen. Alle übrigen Kopplungsintegrale verschwinden bedingt durch die Integration einer ungeraden Funktion über ein symmetrisches Intervall.

Die verbleibenden, detailliert zu untersuchenden Varianten sind:

1. TE \rightleftharpoons TM:	2. TE \rightleftharpoons TE:	3. TM \rightleftharpoons TM:
TE _{ee} \rightleftharpoons TM _{ee}	TE _{ee} \rightleftharpoons TE _{ee}	TM _{ee} \rightleftharpoons TM _{ee}
TE _{mm} \rightleftharpoons TM _{mm}	TE _{mm} \rightleftharpoons TE _{mm}	TM _{mm} \rightleftharpoons TM _{mm}
TE _{em} \rightleftharpoons TM _{em}	TE _{em} \rightleftharpoons TE _{em}	TM _{em} \rightleftharpoons TM _{em}
TE _{me} \rightleftharpoons TM _{me}	TE _{me} \rightleftharpoons TE _{me}	TM _{me} \rightleftharpoons TM _{me}

Tab. 5.4: Modenpaarungen mit separat zu verifizierender Orthogonalität

Das verschwindende Resultat von Gl. (5.78) mit Modenkombinationen aus der ersten Spalte aus Tab. 5.4 lässt sich alternativ erklären:

Der Kopplungskoeffizient $K := \langle \vec{e}_{e_p}, \vec{e}_{h_q} \rangle$ zerfällt in die Summe zweier Kopplungsterme $K^{(I)}$ und $K^{(II)}$ entsprechend den Raumbereichen I und II .

$$K = K^{(I)} + K^{(II)} \quad (5.87)$$

$$\text{mit} \quad K^{(I)} = \iint_{A^{(I)}} [\vec{e}_z \times \nabla_t T_{e_p}^{(I)}] \cdot [\nabla_t T_{h_q}^{(I)}] dA$$

$$K^{(II)} = \iint_{A^{(II)}} [\vec{e}_z \times \nabla_t T_{e_p}^{(II)}] \cdot [\nabla_t T_{h_q}^{(II)}] dA.$$

Für das Beispiel der Kopplung eines TE_{ee} -Modes mit einem TM_{ee} -Mode erhält man für $K^{(I)}$ und $K^{(II)}$ mit Hilfe von Tab. 5.2, Tab. 5.1 und unter Verwendung der Orthogonalität trigonometrischer Funktionen

$$K^{(I)} = -2\pi \sum_{m=0}^{\infty} F_{m_p}^{(I)} A_{m_q}^{(I)} m \cos[k_{x_{m_p}}^{(I)}(a-b)] \sin[k_{x_{m_q}}^{(I)}(a-b)] \quad (5.88)$$

$$K^{(II)} = 2\pi \sum_{n=0}^{\infty} F_{n_p}^{(II)} A_{n_q}^{(II)} n \cos(k_{x_{n_p}}^{(II)} b) \sin(k_{x_{n_q}}^{(II)} b) \quad (5.89)$$

Werden nun die Produkte der x -Komponente des p -ten TE_{ee} -Modes mit der z -Komponenten des q -ten TM_{ee} -Modes entlang der Grenzfläche $x = a - b$ integriert, so können sie in Abhängigkeit der Koeffizienten $K^{(I)}$ und $K^{(II)}$ formuliert werden.

$$\int_0^a E_{x_p}^{(I)}(x = a - b) E_{z_q}^{(I)}(x = a - b) dy = j \frac{Z_0}{4} \frac{k_{c_q}^2}{k_0} K^{(I)} \quad (5.90)$$

$$\int_0^{a-b} E_{x_p}^{(II)}(x = a - b) E_{z_q}^{(II)}(x = a - b) dy = -j \frac{Z_0}{4} \frac{k_{c_q}^2}{k_0} K^{(II)} \quad (5.91)$$

Da die Lösung des Eigenwertproblems darauf beruht, dass die Stetigkeit der tangentialen Feldkomponenten in der gemeinsamen Ebene der Raumbereiche I und II erzwungen wird und die Moden p und q eine Lösung eben dieses Eigenwertproblems darstellen, sind die Gleichungen (5.90) und (5.91) äquivalent und es gilt:

$$K^{(I)} = -K^{(II)} \quad \Rightarrow \quad K = 0 \quad \text{w.z.z.w.}$$

Die Orthogonalität der verbleibenden Modenpaarungen der Spalten 2 und 3 aus Tab. 5.4 ist mittels Gl. (5.79) bzw. Gl. (5.80) numerisch zu belegen. Stellvertretend für diese

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

Paarungen erfolgt die Beschränkung auf die gegenseitige Verkopplung von TM_{ee} -Moden. Die Näherungsgleichung zur quantitativen Erfassung die Kopplung zweier Moden p und q dieses Typs ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
 & \langle \vec{e}_{h_p}, \vec{e}_{h_q} \rangle \\
 &= Q_{h_p} Q_{h_q} (a-b) \left[a \sum_{m=0}^{\infty} A_{m_p}^{(I)} A_{m_q}^{(I)} \left[k_{x_{m_p}}^{(I)} k_{x_{m_q}}^{(I)} \left[\text{si}[(k_{x_{m_p}}^{(I)} - k_{x_{m_q}}^{(I)})(a-b)] \right. \right. \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \left. \left. \left. + \text{si}[(k_{x_{m_p}}^{(I)} + k_{x_{m_q}}^{(I)})(a-b)] \right] \right. \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \left. \left. \left. + k_{y_m}^{(I)2} \left[\text{si}[(k_{x_{m_p}}^{(I)} - k_{x_{m_q}}^{(I)})(a-b)] \right. \right. \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \left. \left. \left. - \text{si}[(k_{x_{m_p}}^{(I)} + k_{x_{m_q}}^{(I)})(a-b)] \right] \right] \right] \\
 & \quad + b \sum_{n=0}^{\infty} A_{n_p}^{(II)} A_{n_q}^{(II)} \left[k_{x_{n_p}}^{(II)} k_{x_{n_q}}^{(II)} \left[\text{si}[(k_{x_{n_p}}^{(II)} - k_{x_{n_q}}^{(II)})b] \right. \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \left. \left. \left. + \text{si}[(k_{x_{n_p}}^{(II)} + k_{x_{n_q}}^{(II)})b] \right] \right. \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \left. \left. \left. + k_{y_n}^{(II)2} \left[\text{si}[(k_{x_{n_p}}^{(II)} - k_{x_{n_q}}^{(II)})b] \right. \right. \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \left. \left. \left. - \text{si}[(k_{x_{n_p}}^{(II)} + k_{x_{n_q}}^{(II)})b] \right] \right] \right] \right] \quad (5.92)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{mit} \quad Q_{h_p}^{-2} &= a(a-b) \sum_{m=0}^{\infty} A_{m_p}^{(I)2} \left[k_{c_p}^2 + [k_{x_{m_p}}^{(I)2} - k_{y_m}^{(I)2}] \text{si}[2k_{x_{m_p}}^{(I)}(a-b)] \right] \\
 & \quad + b(a-b) \sum_{n=0}^{\infty} A_{n_p}^{(II)2} \left[k_{c_p}^2 + [k_{x_{n_p}}^{(II)2} - k_{y_n}^{(II)2}] \text{si}[2k_{x_{n_p}}^{(II)}b] \right] \\
 \text{si}(x) &= \frac{\sin(x)}{x}
 \end{aligned}$$

Der numerische Nachweis der Äquivalenz von Gl. (5.80) mit Gl. (5.92) ist in Form einer räumlichen Darstellung in Abb. 5.22 zu sehen. Sie zeigt die Werte aller Kombinationen der Kopplungsintegrale der ersten 40 TM_{ee} -Moden eines Kreuzhohlleiters mit einem Seitenverhältnis von $\frac{b}{a} = 0,77$ (vgl. Abb. 5.21). Die Feldentwicklung der Moden setzt sich in Raumbereich I aus einer Überlagerung von 8 und in Raumbereich II aus einer Überlagerung von 3 Termen zusammen. Die Hauptdiagonale der Matrixstruktur in Abb. 5.22 entspricht den Kopplungskoeffizienten der Selbstkopplungen und somit numerisch dem Wert 1, während Gl. (5.80) auf allen anderen Positionen den Wert Null vorgibt. Eine in Abb. 5.22 schon bei weitem nicht mehr erkennbare Abweichung von $1,15 \cdot 10^{-4}$ anstelle

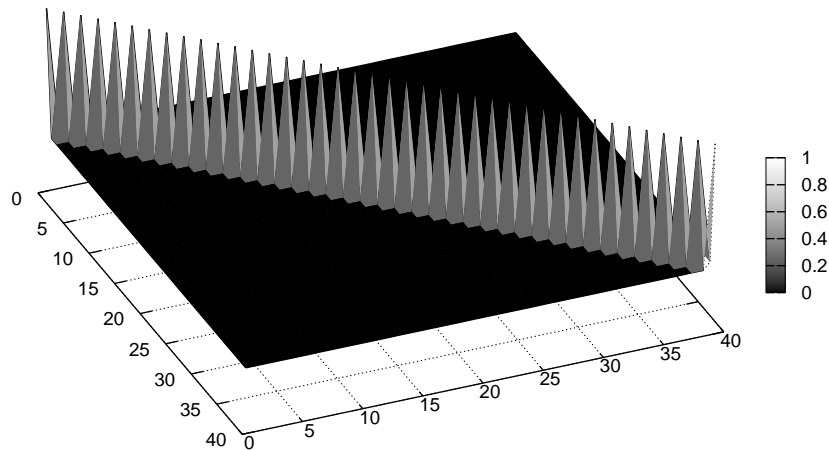


Abb. 5.22: Räumliche Matrixdarstellung aller Kopplungsintegralpermutationen der ersten 40 TM_{ee} -Moden eines Kreuzhohlleiters mit $\frac{b}{a} = 0,77$

des Wertes 0 entspricht dem maximalen Fehler, der bei diesem numerischen Test mit einem vergleichsweise geringen Approximationsgrad beobachtet werden konnte.

Die Hinzunahme weiterer Terme verringert die Differenz zur Null, die in unmittelbarer „Nähe“ zur Hauptdiagonalen maximal wird, sehr schnell. Je weiter man sich von der Diagonalen nach Abb. 5.22 entfernt, d.h. je weiter die Cutoff-Frequenzen der betrachteten Moden auseinanderliegen, desto geringer werden die Beträge der Kopplungskoeffizienten. Der kleinste für dieses Beispiel errechnete Wert beträgt $1,4 \cdot 10^{-14}$.

Das Resultat in Verbindung mit dieser Art der Darstellung entspricht in sehr guter Näherung einer Einheitsmatrix und ist ohne Einschränkung auf sämtliche verbleibenden Kopplungsfälle aus Tab. 5.4 übertragbar.

Streumatrix des Übergangs

Die Lösung des Eigenwertproblems des Kreuzhohlleiters aus Abschnitt 5.2.4 sowie die Verifikation der Orthogonalität seiner Moden bilden die Basis zur Berechnung des Transmissions- und Reflexionsverhaltens des Übergangs von einem Rechteckhohlleiter auf einen Wellenleiter mit kreuzförmiger Querschnittsfläche, wie er in Abb. 5.23 dargestellt ist.

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

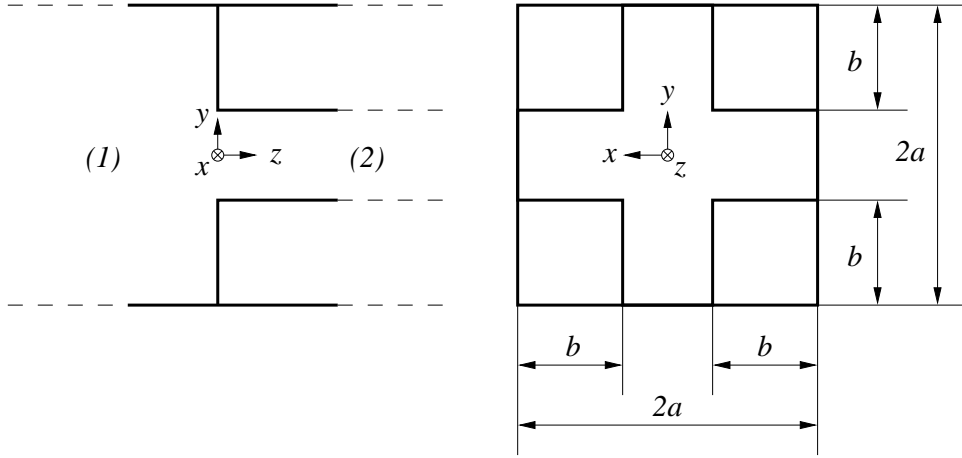


Abb. 5.23: Zweidimensionale Darstellung des Wellenleiterübergangs von einem rechteckförmigen auf einen kreuzförmigen Querschnitt

Die zur Erfüllung der Stetigkeitsforderung benötigten Feldkomponenten des Rechteckhohlleiters können den Gleichungen (5.18) und (5.20) entnommen werden, während die des Kreuzhohlleiters formal mit Gl. (5.19) und Gl. (5.21) übereinstimmen. Die Strukturfunktionen $\vec{e}_{e_p}^{(2)}$ und $\vec{e}_{h_p}^{(2)}$ des Kreuzhohlleiters lauten

$$\vec{e}_{e_q}^{(2)} = Q_{e_q} \vec{e}_z \times \nabla_t T_{e_q}^{(2)} \quad (5.93)$$

$$\vec{e}_{h_q}^{(2)} = Q_{h_q} \nabla_t T_{h_q}^{(2)} \quad (5.94)$$

mit den Normierungsgrößen Q_{e_p} , Q_{h_p} und den Eigenfunktionen $T_{e_p}^{(2)}$, $T_{h_p}^{(2)}$ aus den Gleichungen (5.85), (5.86) und den Tabellen 5.1, 5.2. Der Ansatz der spektralen Kontinuitätsgleichungen gemäß

$$\iint_{A_1} [-\vec{E}_t^{(1)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{e_\xi}^{(1)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_1} [-\vec{E}_t^{(2)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{e_\xi}^{(1)} dx dy \quad (5.95)$$

$$\iint_{A_1} [-\vec{E}_t^{(1)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(1)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_1} [-\vec{E}_t^{(2)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{h_\xi}^{(1)} dx dy \quad (5.96)$$

$$\iint_{A_2} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(1)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_2} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(2)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} dx dy \quad (5.97)$$

$$\iint_{A_2} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(1)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dx dy \stackrel{!}{=} \iint_{A_2} [\vec{e}_z \times \vec{H}^{(2)}(z=0)] \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dx dy \quad (5.98)$$

mit

$$\begin{aligned} A_1 &= \text{Querschnittsfläche des Rechteckhohlleiters} \\ A_2 &= \text{Querschnittsfläche des Kreuzhohlleiters} \end{aligned}$$

erfolgt abweichend zu den jeweiligen Formulierungen in den Abschnitten 5.2.1 und 5.2.2, da hier der Übergang vom größeren auf den kleineren Querschnitt erfolgt. Somit wird die Kontinuität des elektrischen Feldes auf der Basis der Strukturfunktionen des Rechteckhohlleiters und die des magnetischen Feldes auf der Basis der Strukturfunktionen des Kreuzhohlleiters gemäß den Gleichungen (5.95)–(5.98) erzwungen.

Die Koppeladmittanzen $Y_{\eta p}^{ee}$, $Y_{\eta p}^{eh}$, $Y_{\eta p}^{he}$ und $Y_{\eta p}^{hh}$ des resultierenden linearen Gleichungssystems (5.99)–(5.102) sind in Anhang A.5 explizit für die acht separaten Eigenwertprobleme des Kreuzhohlleiters angegeben.

$$a_{e\xi}^{(1)} - \sum_{q=1}^{\infty} a_{e_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{ee} - \sum_{q=1}^{\infty} a_{h_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{he} = -b_{e\xi}^{(1)} + \sum_{q=1}^{\infty} b_{e_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{ee} + \sum_{q=1}^{\infty} b_{h_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{he} \quad (5.99)$$

$$a_{h\xi}^{(1)} - \sum_{q=1}^{\infty} a_{e_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{eh} - \sum_{q=1}^{\infty} a_{h_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{hh} = -b_{h\xi}^{(1)} + \sum_{q=1}^{\infty} b_{e_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{eh} + \sum_{q=1}^{\infty} b_{h_q}^{(2)} Y_{q\xi}^{hh} \quad (5.100)$$

$$\sum_{p=1}^{\infty} a_{e_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{ee} + \sum_{p=1}^{\infty} a_{h_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{eh} + a_{e_\eta}^{(2)} = \sum_{p=1}^{\infty} b_{e_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{ee} + \sum_{p=1}^{\infty} b_{h_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{eh} + b_{e_\eta}^{(2)} \quad (5.101)$$

$$\sum_{p=1}^{\infty} a_{e_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{he} + \sum_{p=1}^{\infty} a_{h_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{hh} + a_{h_\eta}^{(2)} = \sum_{p=1}^{\infty} b_{e_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{he} + \sum_{p=1}^{\infty} b_{h_p}^{(1)} Y_{\eta p}^{hh} + b_{h_\eta}^{(2)} \quad (5.102)$$

mit

$$\begin{aligned} Y_{\eta p}^{ee} &= \frac{\sqrt{Z_{e_\eta}^{(2)}}}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \iint_{A_2} \vec{e}_{e_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} dx dy & Y_{\eta p}^{eh} &= \frac{\sqrt{Z_{e_\eta}^{(2)}}}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \iint_{A_2} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} dx dy \\ Y_{\eta p}^{he} &= \frac{\sqrt{Z_{h_\eta}^{(2)}}}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \iint_{A_2} \vec{e}_{e_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dx dy \equiv 0 & Y_{\eta p}^{hh} &= \frac{\sqrt{Z_{h_\eta}^{(2)}}}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \iint_{A_2} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{h_\eta}^{(2)} dx dy \end{aligned}$$

Auch hier lässt sich zeigen, dass TM-Wellen im Leiter mit kleinerer Querschnittsfläche keine TE-Wellen im angrenzenden Leiter größeren Querschnitts anregen. Der numerische Nachweis ist in Abb. 5.24 angegeben. Die Beträge der Elemente der Kopplungsmatrix \mathbf{Y} entsprechend

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}^{ee} & \mathbf{Y}^{eh} \\ \mathbf{Y}^{he} & \mathbf{Y}^{hh} \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{cccc|cccc} Y_{11}^{ee} & Y_{12}^{ee} & \cdots & Y_{188}^{ee} & Y_{11}^{eh} & Y_{12}^{eh} & \cdots & Y_{186}^{eh} \\ Y_{21}^{ee} & Y_{22}^{ee} & \cdots & Y_{288}^{ee} & Y_{21}^{eh} & Y_{22}^{eh} & \cdots & Y_{286}^{eh} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{281}^{ee} & Y_{282}^{ee} & \cdots & Y_{288}^{ee} & Y_{281}^{eh} & Y_{282}^{eh} & \cdots & Y_{286}^{eh} \\ \hline Y_{11}^{he} & Y_{12}^{he} & \cdots & Y_{188}^{he} & Y_{11}^{hh} & Y_{12}^{hh} & \cdots & Y_{186}^{hh} \\ Y_{21}^{he} & Y_{22}^{he} & \cdots & Y_{288}^{he} & Y_{21}^{hh} & Y_{22}^{hh} & \cdots & Y_{286}^{hh} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{121}^{he} & Y_{122}^{he} & \cdots & Y_{1288}^{he} & Y_{121}^{hh} & Y_{122}^{hh} & \cdots & Y_{1286}^{hh} \end{array} \right) \quad (5.103)$$

sind über ihrem Matrixraster dreidimensional aufgetragen. Die Kopplungsmatrix basiert auf einem Ansatz mit 174 Rechteckhohlleitermoden, zusammengesetzt aus der Summe von 88 TE- und 86 TM-Moden, sowie 40 Kreuzhohlleitermoden, die aus 28 TE- und 12 TM-Moden gebildet werden. Die Geometrie bestimmt sich aus einem Seitenverhältnis von $\frac{b}{a} = 0,77$ und die Frequenz wurde zu $f = 10$ GHz gewählt.

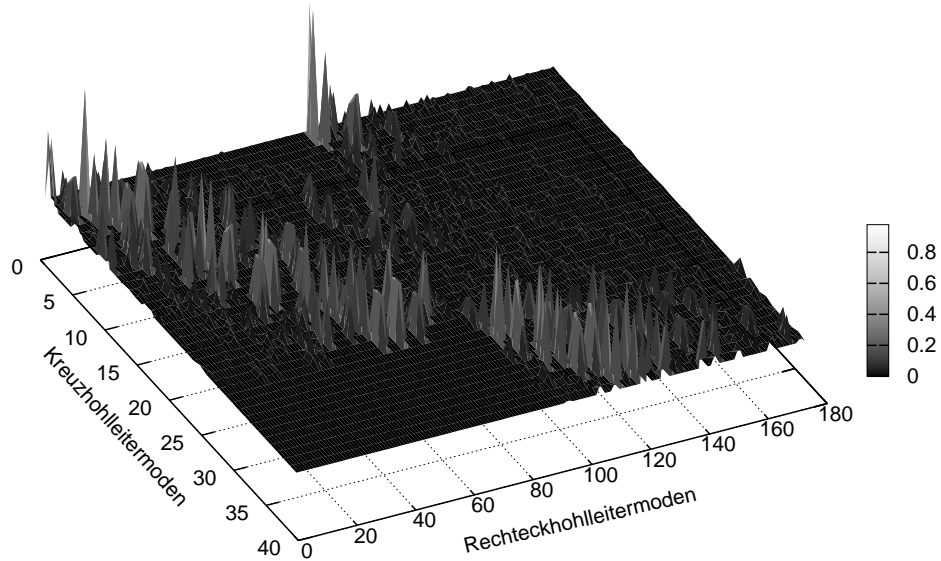


Abb. 5.24: Räumliche Darstellung der Kopplungsmatrix \mathbf{Y} eines Rechteck-Kreuzhohlleiterübergangs mit $a = 15,8$ mm, $b = 0,77a$; Ansatz mit 174 Moden im Rechteckhohlleiter (88 TE- + 86 TM-Moden) und 40 Moden im Kreuzhohlleiter (28 TE- + 12 TM-Moden) für $f = 10$ GHz

Deutlich zu erkennen ist der „ebene“, linke untere Bereich, der der Teilmatrix \mathbf{Y}^{he} entspricht und der folgerichtig nach Abschnitt A.2 eine Nullmatrix bilden muss. Die Zerklüftung der Matrix ist darauf zurückzuführen, dass, bedingt durch die hohe geometrische Symmetrie, nur eine vergleichsweise geringe Anzahl an Moden tatsächlich mit Moden des angrenzenden Wellenleiters koppelt. Anhand der relativ dünn besetzten oberen rechten Teilmatrix \mathbf{Y}^{eh} wird deutlich, dass diese Kopplungen überwiegend zwischen TE- bzw. zwischen TM-Moden stattfinden und nur wenige bzw. schwache Kopplungen zwischen den TM-Moden des Rechteckhohlleiters und den TE-Moden des Kreuzhohlleiters auftreten.

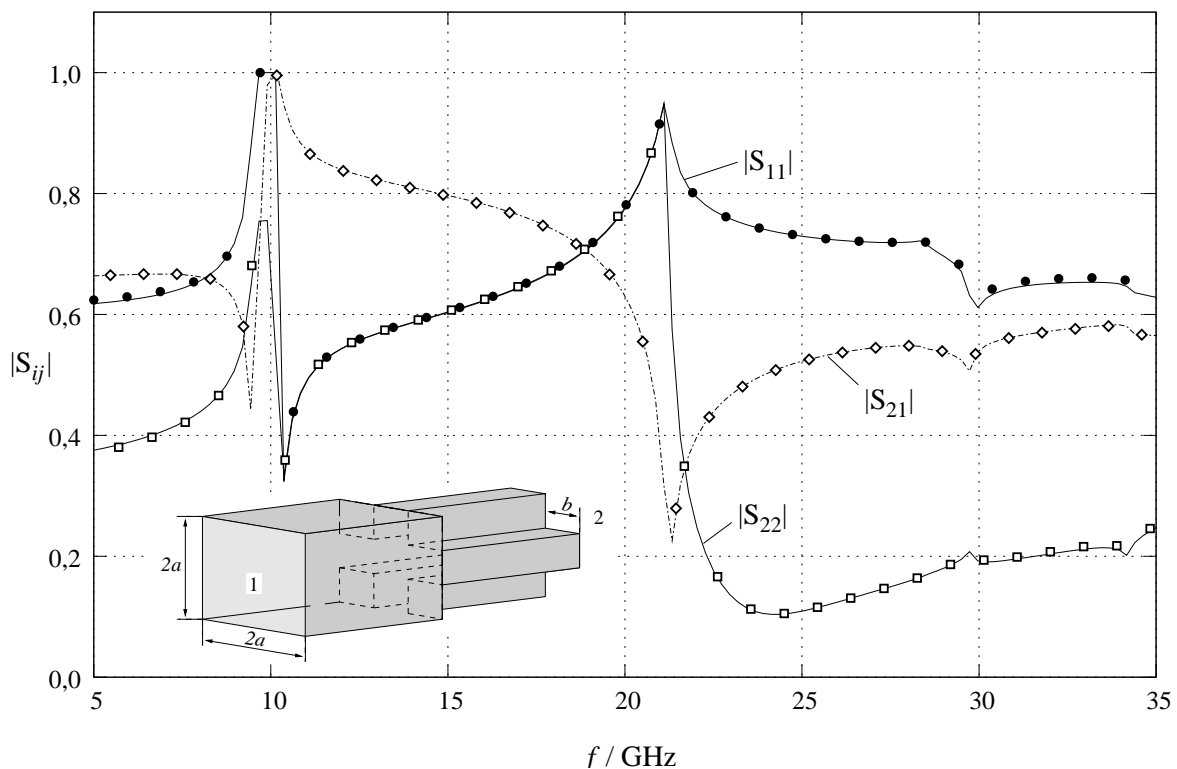


Abb. 5.25: Frequenzverlauf der Beträge der Streuparameter für einen Rechteck-Kreuzhohlleiterübergang mit $2a = 15,8$ mm, $b = 0,77a$, diskrete Werte (\bullet , \diamond , \square) Simulation mit μ Wave Wizard 5.0 [53]

Die Frequenzverläufe der Streuparameter eines Übergangs mit $2a = 15,8$ mm und $b = 0,77a$ wurden auf der Grundlage des beschriebenen Verfahrens simuliert und mit den Referenzwerten des Simulators μ Wave Wizard 5.0 verglichen. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.25 wiedergegeben und zeigen nahezu deckungsgleiche Verläufe, die lediglich im oberen Frequenzbereich ab ca. 30 GHz vernachlässigbar voneinander abweichen, die korrekte Funktion des Verfahrens aber bestätigen.

5.2.5 Freiraumkopplung

Formulierung des problembeschreibenden Gleichungssystems

Bei der quantitativen Erfassung des Abstrahlverhaltens von Hohlleitern in den freien Raum bzw. Halbraum wurde in frühen Arbeiten das elektromagnetische Feld in den strahlenden Aperturen häufig durch den Grundwellentyp der Apertur beschrieben [42], [17]. Nachfolgende Untersuchungen zeigten aber, dass diese Annahme nicht in der Lage war, messtechnisch nachweisbare Phänomene, wie z.B. die Existenz von Nullstellen in Strahlungsdiagrammen beim Scannen von Gruppenantennen, zu erfassen. Erst durch die Berücksichtigung höherer Wellentypen [22] gelang auch dieser theoretische Nachweis. Somit wurde herausgestellt, dass bei der Berechnung der Verkopplungen strahlender Elemente auch höhere Moden einen nennenswerten Beitrag leisten [47], [48], so dass ihre Vernachlässigung zugunsten eines reduzierten Berechnungsaufwands nicht gerechtfertigt erscheint. Dieser Aufwand kann allerdings für vergleichsweise einfache Strukturen (Abb. 5.26) deutlich reduziert werden, wie die folgende, an [8] und [9] angelehnte, Ableitung der Streuparameter einer Struktur nach Abb. 5.26 zeigt.

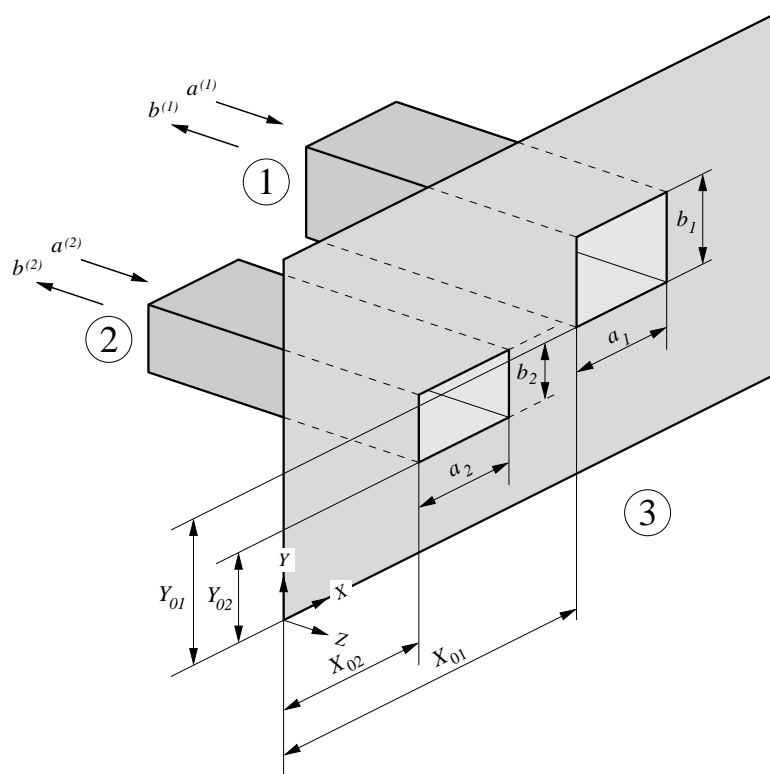


Abb. 5.26: Geometrie der Zweier-Kopplungsstruktur bestehend aus zwei in den freien, metallisch begrenzten Halbraum mündenden Rechteckhohlleitern

Das elektromagnetische Feld in beiden Hohlleitern wird erneut aus den Potentialansätzen (5.7) mit

$$T_{e_p}^{(i)} = \sqrt{\frac{\epsilon_{0m}\epsilon_{0n}}{a_i b_i k_{c_p}^{(i)2}}} \cos\left[m\frac{\pi}{a_i}(x - X_{0i})\right] \cos\left[n\frac{\pi}{b_i}(y - Y_{0i})\right] \quad (5.104)$$

$$T_{h_p}^{(i)} = \sqrt{\frac{\epsilon_{0m}\epsilon_{0n}}{a_i b_i k_{c_p}^{(i)2}}} \sin\left[m\frac{\pi}{a_i}(x - X_{0i})\right] \sin\left[n\frac{\pi}{b_i}(y - Y_{0i})\right] \quad (5.105)$$

$$\gamma^{(i)} = \sqrt{k_{c_p}^{(i)2} - k_0^2}, \quad k_{c_p}^{(i)} = \sqrt{\left(m\frac{\pi}{a_i}\right)^2 + \left(n\frac{\pi}{b_i}\right)^2}, \quad i \in [1, 2] \text{ Raumindex}$$

abgeleitet. Abweichend zu den Abschnitten 5.2.1–5.2.4 werden die anzupassenden Feldkomponenten in der nachstehenden Form mit Hilfe der Gl. (5.4), (5.5) bestimmt.

$$\vec{e}_z \times \vec{E}^{(i)}(z=0) = \sum_{p=1}^{\infty} \sqrt{Z_{e_p}^{(i)}} [a_{e_p}^{(i)} + b_{e_p}^{(i)}] \vec{h}_{e_p}^{(i)} + \sum_{p=1}^{\infty} \sqrt{Z_{h_p}^{(i)}} [a_{h_p}^{(i)} + b_{h_p}^{(i)}] \vec{h}_{h_p}^{(i)} \quad (5.106)$$

$$\vec{H}_{\text{tan}}^{(i)}(z=0) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(i)}}} [a_{e_p}^{(i)} - b_{e_p}^{(i)}] \vec{h}_{e_p}^{(i)} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(i)}}} [a_{h_p}^{(i)} - b_{h_p}^{(i)}] \vec{h}_{h_p}^{(i)} \quad (5.107)$$

$$H_z^{(i)}(z=0) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(i)}}} [a_{e_p}^{(i)} + b_{e_p}^{(i)}] h_{ze_p}^{(i)} \quad (5.108)$$

mit

$$\vec{h}_{e_p}^{(i)} = \nabla_t T_{e_p}^{(i)}, \quad \vec{h}_{h_p}^{(i)} = -\vec{e}_z \times \nabla_t T_{h_p}^{(i)}, \quad h_{ze_p}^{(i)} = \frac{1}{j\gamma_{e_p}^{(i)}} \nabla_t \cdot \vec{h}_{e_p}^{(i)}$$

Die korrespondierenden Feldgrößen in Raum 3 resultieren aus der in Abb. 5.27 skizzierten Ersatzanordnung nach Schelkunoff [18], bei der die Aperturen beider Rechteckhohlleiter (Abb. 5.27(a)) zunächst metallisch verschlossen werden, so dass als äquivalente Quellgrößen nur die magnetischen Oberflächenstromdichten $\vec{M}^{(1)} + \vec{M}^{(2)}$ anzusetzen sind (Abb. 5.27(b)). Auf Grund der nun homogenen Metallebene wird eine Entkopplung zwischen Halbraum und beiden Hohlleitern erzielt, die es erlaubt, eine separate Berechnung des abgestrahlten Halbraumfeldes durchzuführen. Die Spiegelung der Stromdichten an der Metallfläche führt letztlich zur äquivalenten Ersatzanordnung, bestehend aus einer in den freien Raum strahlenden magnetischen Quelle $\vec{M} = 2[\vec{M}^{(1)} + \vec{M}^{(2)}]$ (Abb. 5.27(c)). Das elektromagnetische Feld dieser Struktur lässt sich aus einem elektrischen Vektorpotential $\vec{F}^{(3)}$ ableiten

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

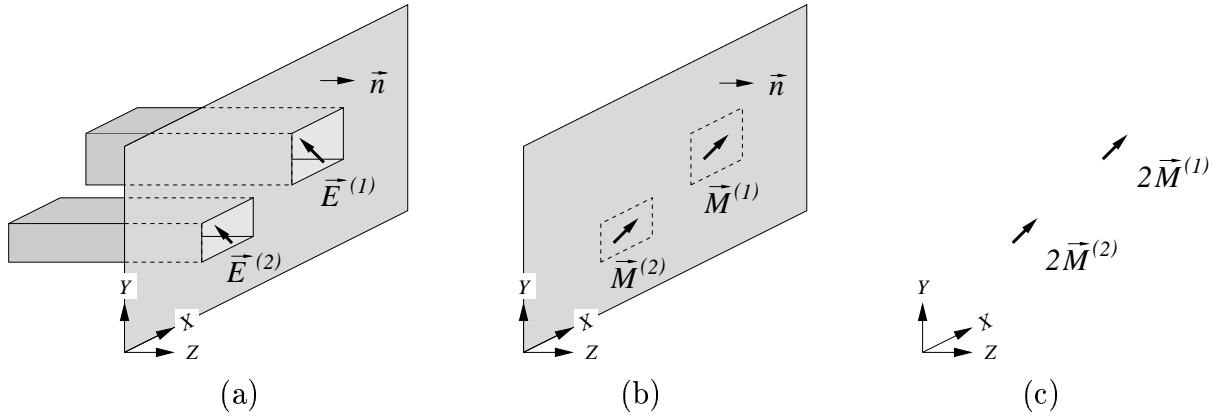


Abb. 5.27: Schelkunoff-Prinzip: freistrahkende, magnetische Quelle $\vec{M} = 2[\vec{M}^{(1)} + \vec{M}^{(2)}]$ als äquivalente Ersatzanordnung zweier Aperturen, die in den metallisch begrenzten Halbraum strahlen

$$\vec{E}^{(3)} = \nabla \times \vec{F}^{(3)} \quad (5.109)$$

$$\vec{H}^{(3)} = -\frac{1}{j\omega\mu_0} [k_0^2 + \nabla\nabla\cdot] \vec{F}^{(3)}, \quad (5.110)$$

das sich wiederum über die Greensche Funktion des freien Raums $G(\vec{r}, \vec{r}')$ und die magnetische Anregung $\vec{M}(\vec{r}')$ bestimmt.

$$\vec{F}^{(3)} = \iint_S \vec{M}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dS' \quad (5.111)$$

$$\text{mit } G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad \vec{M}(\vec{r}') = \vec{n} \times \vec{E}(\vec{r}')$$

\vec{n} = Normalenvektor der Ebene

Unter Berücksichtigung der Stetigkeit des elektrischen Feldes und der zu Grunde liegenden Geometrie gilt

$$\vec{M}(\vec{r}') = 2[\vec{e}_z \times \vec{E}^{(1)}(z' = 0) + \vec{e}_z \times \vec{E}^{(2)}(z' = 0)] \quad (5.112)$$

Einsetzen von Gl. (5.112) in Gl. (5.111) liefert das tangentielle magnetische Feld im Halbraum für $z' = 0$ in Abhängigkeit der Potentialkoeffizienten beider Hohlleiter.

$$\vec{H}_{\text{tan}}^{(3)}(z=0) = \frac{j2Y_0}{k_0} [k_0^2 + \nabla_t \nabla_t] \iint_S [\vec{e}_z \times \vec{E}^{(1)}(z'=0) + \vec{e}_z \times \vec{E}^{(2)}(z'=0)] G(\vec{r}, \vec{r}') dS' \quad (5.113)$$

Aus der spektralen Kontinuitätsforderung des tangentialen magnetischen Feldes

$$\iint_{S_1} \vec{H}_{\text{tan}}^{(1)}(z=0) \cdot \vec{h}_{e_p}^{(1)} dS \stackrel{!}{=} \iint_{S_1} \vec{H}_{\text{tan}}^{(3)}(z=0) \cdot \vec{h}_{e_p}^{(1)} dS \quad (5.114)$$

$$\iint_{S_1} \vec{H}_{\text{tan}}^{(1)}(z=0) \cdot \vec{h}_{h_p}^{(1)} dS \stackrel{!}{=} \iint_{S_1} \vec{H}_{\text{tan}}^{(3)}(z=0) \cdot \vec{h}_{h_p}^{(1)} dS \quad (5.115)$$

$$\iint_{S_2} \vec{H}_{\text{tan}}^{(2)}(z=0) \cdot \vec{h}_{e_q}^{(2)} dS \stackrel{!}{=} \iint_{S_2} \vec{H}_{\text{tan}}^{(3)}(z=0) \cdot \vec{h}_{e_q}^{(2)} dS \quad (5.116)$$

$$\iint_{S_2} \vec{H}_{\text{tan}}^{(2)}(z=0) \cdot \vec{h}_{h_q}^{(2)} dS \stackrel{!}{=} \iint_{S_2} \vec{H}_{\text{tan}}^{(3)}(z=0) \cdot \vec{h}_{h_q}^{(2)} dS \quad (5.117)$$

und unter Verwendung der Vereinfachung nach [7]

$$\begin{aligned} & \iint_S \left[\vec{h}_{e_p}(\vec{r}) \cdot \nabla_t \nabla_t \cdot \iint_S \vec{h}_{e_p'}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dS' \right] dS \\ &= - \iint_S \left[[\nabla_t \cdot \vec{h}_{e_p}(\vec{r})] \iint_S [\nabla_t' \cdot \vec{h}_{e_p'}(\vec{r}')] G(\vec{r}, \vec{r}') dS' \right] dS \end{aligned} \quad (5.118)$$

resultiert das problemspezifische Gleichungssystem zur Beschreibung der Reflexions- und Transmissionsvorgänge der betrachteten Kopplungsstruktur:

$$\begin{aligned} a_{e_p'}^{(1)} - b_{e_p'}^{(1)} &= \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(1)} + b_{e_p}^{(1)}] y_{11}^{ee}(p', p) + \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(1)} + b_{h_p}^{(1)}] y_{11}^{eh}(p', p) \\ &+ \sum_{q=1}^{\infty} [a_{e_q}^{(2)} + b_{e_q}^{(2)}] y_{12}^{ee}(p', q) + \sum_{q=1}^{\infty} [a_{h_q}^{(2)} + b_{h_q}^{(2)}] y_{12}^{eh}(p', q) \end{aligned} \quad (5.119)$$

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

$$\begin{aligned}
a_{h_{p'}}^{(1)} - b_{h_{p'}}^{(1)} &= \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(1)} + b_{e_p}^{(1)}] y_{11}^{he}(p', p) + \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(1)} + b_{h_p}^{(1)}] y_{11}^{hh}(p', p) \\
&+ \sum_{q=1}^{\infty} [a_{e_q}^{(2)} + b_{e_q}^{(2)}] y_{12}^{he}(p', q) + \sum_{q=1}^{\infty} [a_{h_q}^{(2)} + b_{h_q}^{(2)}] y_{12}^{hh}(p', q)
\end{aligned} \tag{5.120}$$

$$\begin{aligned}
a_{e_{q'}}^{(2)} - b_{e_{q'}}^{(2)} &= \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(1)} + b_{e_p}^{(1)}] y_{21}^{ee}(q', p) + \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(1)} + b_{h_p}^{(1)}] y_{21}^{eh}(q', p) \\
&+ \sum_{q=1}^{\infty} [a_{e_q}^{(2)} + b_{e_q}^{(2)}] y_{22}^{ee}(q', q) + \sum_{q=1}^{\infty} [a_{h_q}^{(2)} + b_{h_q}^{(2)}] y_{22}^{eh}(q', q)
\end{aligned} \tag{5.121}$$

$$\begin{aligned}
a_{h_{q'}}^{(2)} - b_{h_{q'}}^{(2)} &= \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(1)} + b_{e_p}^{(1)}] y_{21}^{he}(q', p) + \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(1)} + b_{h_p}^{(1)}] y_{21}^{hh}(q', p) \\
&+ \sum_{q=1}^{\infty} [a_{e_q}^{(2)} + b_{e_q}^{(2)}] y_{22}^{he}(q', q) + \sum_{q=1}^{\infty} [a_{h_q}^{(2)} + b_{h_q}^{(2)}] y_{22}^{hh}(q', q)
\end{aligned} \tag{5.122}$$

mit

$$y_{ij}^{ee}(p, p') = j2Y_0k_0 \sqrt{Z_{e_p}^{(i)}} \sqrt{Z_{e_{p'}}^{(j)}} \iint_{S_i} \left[\iint_{S_j} \vec{\Psi}_{e_p}^{(i)}(\vec{r}) \cdot \vec{\Psi}_{e_{p'}}^{(j)}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dS' \right] dS \tag{5.123}$$

$$y_{ij}^{eh}(p, p') = j2Y_0k_0 \sqrt{Z_{e_p}^{(i)}} \sqrt{Z_{h_{p'}}^{(j)}} \iint_{S_i} \left[\iint_{S_j} \vec{\Psi}_{e_p}^{(i)}(\vec{r}) \cdot \vec{\Psi}_{h_{p'}}^{(j)}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dS' \right] dS \tag{5.124}$$

$$y_{ij}^{he}(p, p') = y_{ji}^{he}(p', p) \tag{5.125}$$

$$y_{ij}^{hh}(p, p') = j2Y_0k_0 \sqrt{Z_{h_p}^{(i)}} \sqrt{Z_{h_{p'}}^{(j)}} \iint_{S_i} \left[\iint_{S_j} \vec{\Psi}_{h_p}^{(i)}(\vec{r}) \cdot \vec{\Psi}_{h_{p'}}^{(j)}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dS' \right] dS \tag{5.126}$$

$$\vec{\Psi}_{e_p}^{(i)} = \vec{h}_{e_p}^{(i)} + \frac{\gamma_{e_p}^{(i)}}{k_0} h_{ze_p}^{(i)} \vec{e}_z, \quad \vec{\Psi}_{h_p}^{(i)} = \vec{h}_{h_p}^{(i)}$$

Die Umstellung der Gl. (5.119)-(5.122) in die Form nach Gl. (5.12) führt letztlich zur gesuchten Systemmatrix.

Transformation der Admittanzgleichungen

Die Koppeladmittanzen $y_{ij}(p, q)$ sind in Gestalt der Gl. (5.123)–(5.126) nur mit erheblichem Aufwand zu berechnen. Eine vierfache Integration über eine oszillierende, nicht

separierbare Funktion stellt eine Problematik dar, deren Lösung hohe Ressourcen erfordert, so dass eine mehrfache Berechnung, bedingt durch Parameteränderungen, nicht als effiziente Verfahrensweise betrachtet werden kann. Die Transformation des Integranden in eine separierbare Form wurde von Lewin [43] vorgestellt und beruht auf einer geeigneten Substitution der Integrationsvariablen.

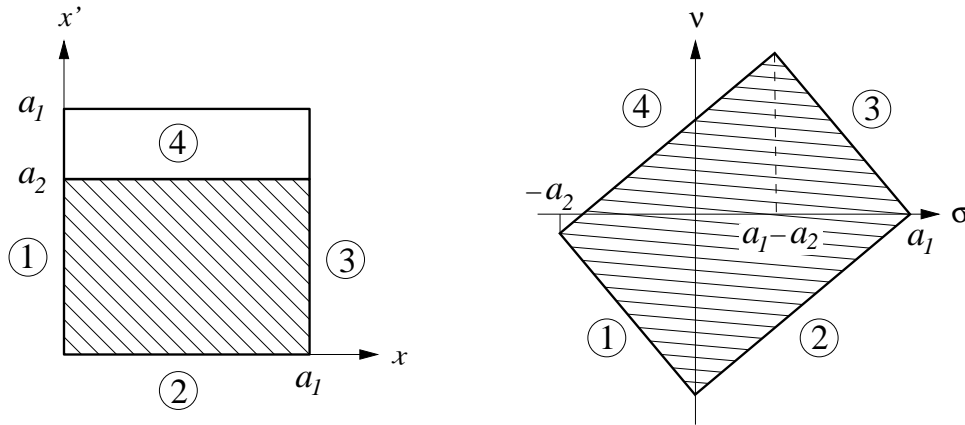


Abb. 5.28: Lewin-Transformation, $\sigma = x - x'$, $\nu = x + x' - a_1$

Die detaillierte Betrachtung der Admittanzgleichungen zeigt, dass sich das Kernproblem auf eine wiederholte Lösung des Integrals

$$I = \int_{x=0}^{x=a_1} \int_{y=0}^{y=a_2} F(x-x') \frac{\sin\left(m\frac{\pi}{a_1}x\right)}{\cos\left(m\frac{\pi}{a_1}x\right)} \frac{\sin\left(m'\frac{\pi}{a_2}x'\right)}{\cos\left(m'\frac{\pi}{a_2}x'\right)} dx' dx \quad (5.127)$$

reduzieren lässt. Eine Substitution gemäß $\sigma = x - x'$, $\nu = x + x' - a_1$, $dx dx' = \frac{1}{2} d\sigma d\nu$, die in Abb. 5.28 grafisch dargestellt ist, überführt Gl. (5.127) in die Operatorform

$$I = \frac{1}{2} \left[\int_{\sigma=-a_2}^{\sigma=0} \int_{\nu=-\sigma-a_1}^{\nu=\sigma-a_1+2a_2} d\nu d\sigma + \int_{\sigma=0}^{\sigma=a_1-a_2} \int_{\nu=\sigma-a_1}^{\nu=\sigma-a_1+2a_2} d\nu d\sigma + \int_{\sigma=a_1-a_2}^{\sigma=a_1} \int_{\nu=\sigma-a_1}^{\nu=-\sigma+a_1} d\nu d\sigma \right] F(\sigma) \frac{\sin\left[m\frac{\pi}{2a_1}(\nu+a_1+\sigma)\right]}{\cos\left[m\frac{\pi}{2a_1}(\nu+a_1+\sigma)\right]} \frac{\sin\left[m'\frac{\pi}{2a_2}(\nu+a_1-\sigma)\right]}{\cos\left[m'\frac{\pi}{2a_2}(\nu+a_1-\sigma)\right]} \quad (5.128)$$

Die Integrationen über ν sind analytisch leicht zu lösen und es ergibt sich schließlich

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

$$\begin{aligned}
 I = \pm & \left[\int_0^{a_2} \left[F(-\sigma) L_{\pm}(-\sigma, \sigma - a_1, -\sigma - a_1 + 2a_2) \right. \right. \\
 & \left. \left. + F(\sigma + a_1 - a_2) L_{\pm}(\sigma + a_1 - a_2, \sigma - a_2, -\sigma + a_2) \right] d\sigma \right. \\
 & \left. + \int_0^{a_1 - a_2} F(\sigma) L_{\pm}(\sigma, \sigma - a_1, \sigma - a_1 + 2a_2) d\sigma \right] \quad (5.129)
 \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
 L_{\pm}(\sigma, \nu_1, \nu_2) &= \pm \int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{\cos}{\sin} \left[m \frac{\pi}{2a_1} (\nu + a_1 + \sigma) \right] \frac{\cos}{\sin} \left[m' \frac{\pi}{2a_2} (\nu + a_1 - \sigma) \right] d\nu \\
 &= (\nu_2 - \nu_1) \left[\text{si} \left[\frac{\pi s_m}{2a_1} (\nu_2 - \nu_1) \right] \cos \left[\pi \left(s_m + \frac{\sigma d_m}{a_1} + \frac{s_m}{2a_1} (\nu_2 + \nu_1) \right) \right] \right. \\
 &\quad \left. \pm \text{si} \left[\frac{\pi d_m}{2a_1} (\nu_2 - \nu_1) \right] \cos \left[\pi \left(d_m + \frac{\sigma s_m}{a_1} + \frac{d_m}{2a_1} (\nu_2 + \nu_1) \right) \right] \right] \\
 s_m &= \frac{1}{2} \left(m + \frac{a_1}{a_2} m' \right), \quad d_m = \frac{1}{2} \left(m - \frac{a_1}{a_2} m' \right).
 \end{aligned}$$

Die konsequente Anwendung der Lewin-Transformation führt nach längerer Rechnung zu Koppeladmittanzen, die durch eine Summe aus Doppelintegralen darstellbar sind.

$$\begin{aligned}
 y_{ij}(p, p') &= -\frac{j\pi k_0 Y_0}{64} \alpha_p^{(i)} \alpha_{p'}^{(j)} \left\{ \right. \\
 &\quad \int_0^{a_2} \left[\int_0^{b_2} \left[T(-\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | -\lambda, \lambda_1, \lambda_2) + T(-\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | \lambda_3, \lambda_4, -\lambda_4) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + T(\sigma_3, \sigma_4, -\sigma_4 | -\lambda, \lambda_1, \lambda_2) + T(\sigma_3, \sigma_4, -\sigma_4 | \lambda_3, \lambda_4, -\lambda_4) \right] d\lambda \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^{b_1 - b_2} \left[T(-\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | -\lambda, \lambda_1, \lambda_2) + T(\sigma_3, \sigma_4, -\sigma_4 | \lambda, \lambda_1, \lambda_2) \right] d\lambda \right] d\sigma \\
 &+ \int_0^{a_1 - a_2} \left[\int_0^{b_2} \left[T(\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | -\lambda, \lambda_1, \lambda_2) + T(\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | \lambda_3, \lambda_4, -\lambda_4) \right] d\lambda \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^{b_1 - b_2} T(\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | \lambda, \lambda_1, \lambda_2) d\lambda \right] d\sigma \left. \right\} \quad (5.130)
 \end{aligned}$$

mit

$$T(\nu, \nu_1, \nu_2 | \mu, \mu_1, \mu_2) = G(\Delta X + \nu, \Delta Y + \mu) \left[c_x L_-(\nu, \nu_1, \nu_2) L_+(\mu, \mu_1, \mu_2) \right. \\ \left. + c_y L_+(\nu, \nu_1, \nu_2) L_-(\mu, \mu_1, \mu_2) \right. \\ \left. + c_z L_+(\nu, \nu_1, \nu_2) L_+(\mu, \mu_1, \mu_2) \right]$$

$$\begin{array}{llll} \sigma_1 = \sigma - a_1 & \sigma_3 = \sigma + a_1 - a_2 & \lambda_1 = \lambda - b_1 & \lambda_3 = \lambda + b_1 - b_2 \\ \sigma_2 = -\sigma - a_1 + 2a_2 & \sigma_4 = \sigma - a_2 & \lambda_2 = -\lambda - b_1 + 2b_2 & \lambda_4 = \lambda - b_2 \end{array}$$

	c_x	c_y	c_z	$Y_p^{(i)}$	$Y_{p'}^{(j)}$
$\Delta X = X_{01} - X_{02}$	$\frac{mm'}{a_1 a_2}$	$\frac{nn'}{b_1 b_2}$	$\frac{k_{c_p}^{(1)2} k_{c_{p'}}^{(2)2}}{\pi^2 k_0^2}$	$Y_0 \frac{\gamma_p^{(i)}}{k_0}$	$Y_0 \frac{\gamma_{p'}^{(j)}}{k_0}$
$\Delta Y = Y_{01} - Y_{02}$	$\frac{nn'}{b_1 b_2}$	$\frac{mm'}{a_1 a_2}$	0	$Y_0 \frac{k_0}{\gamma_p^{(i)}}$	$Y_0 \frac{k_0}{\gamma_{p'}^{(j)}}$
$\alpha_p^{(i)} = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 m \epsilon_0 n}{a_i b_i Y_p^{(i)} k_{c_p}^{(i)2}}}$	$-\frac{mn'}{a_1 b_2}$	$\frac{nm'}{b_1 a_2}$	0	$Y_0 \frac{\gamma_p^{(i)}}{k_0}$	$Y_0 \frac{k_0}{\gamma_{p'}^{(j)}}$
	$-\frac{nm'}{b_1 a_2}$	$\frac{mn'}{a_1 b_2}$	0	$Y_0 \frac{k_0}{\gamma_p^{(i)}}$	$Y_0 \frac{\gamma_{p'}^{(j)}}{k_0}$

Eine weitere Vereinfachung ist für den Fall der Selbstkopplung $i = j$ möglich. Durch Einführung der Polarkoordinaten $\sigma = r \cos \varphi$ und $\lambda = r \sin \varphi$ verschwindet die einfache Singularität für $r = 0$ und die Admittanzgleichung für y_{ii} lässt sich auf die Operatorform nach Gl. (5.131) bringen.

$$y_{ii}(p, p') = -j \frac{\pi k_0 Y_0}{16} \alpha_p^{(i)} \alpha_{p'}^{(j)} \left[\int_{\varphi=0}^{\varphi=\arctan \frac{b_i}{a_i}} \int_{r=0}^{r=\frac{a_i}{\cos \varphi}} dr d\varphi + \int_{\varphi=\arctan \frac{b_i}{\varphi=a_i}}^{r=\frac{\pi}{2}} \int_{r=0}^{r=\frac{b_i}{\sin \varphi}} dr d\varphi \right] \\ r T(\sigma', \sigma' - a_i, -\sigma' + a_i | \lambda', \lambda' - b_i, -\lambda' + b_i) \quad (5.131)$$

für $m + m' \wedge n + n'$ gerade, 0 sonst; mit $\sigma' = r \cos \varphi$, $\lambda' = r \sin \varphi$, $i \in [1, 2]$

Die Integrationen bezüglich r sind ohne großen Aufwand analytisch durchzuführen, da sich der Integrand im Wesentlichen aus dem Produkt einer Exponentialfunktion mit dem Produkt von vier trigonometrischen Funktionen zusammensetzt. Somit verbleibt eine Summe aus zwei einfachen Integrationen, deren numerische Lösung keine Probleme bereitet.

5.2. VOLLWELLENANALYSE DER ELEMENTE

Der Verlauf des Transmissionsfaktors S_{21} einer Kopplungsstruktur nach Abb. 5.26 mit $a_1 = b_1 = 20$ mm, ist in Abb. 5.29, Abb. 5.30 und Abb. 5.31 als Funktion der bezogenen Kantenlänge a_1/λ aufgetragen. Für beide strahlenden Wellenleiter werden jeweils 12 Moden berücksichtigt. Über die bezogene Kantenlänge a_2/λ erfolgt eine Parametrierung der Streuparameterkurven mit $a_2/\lambda \in [0,6; 0,8; 1,01; 1,2]$.

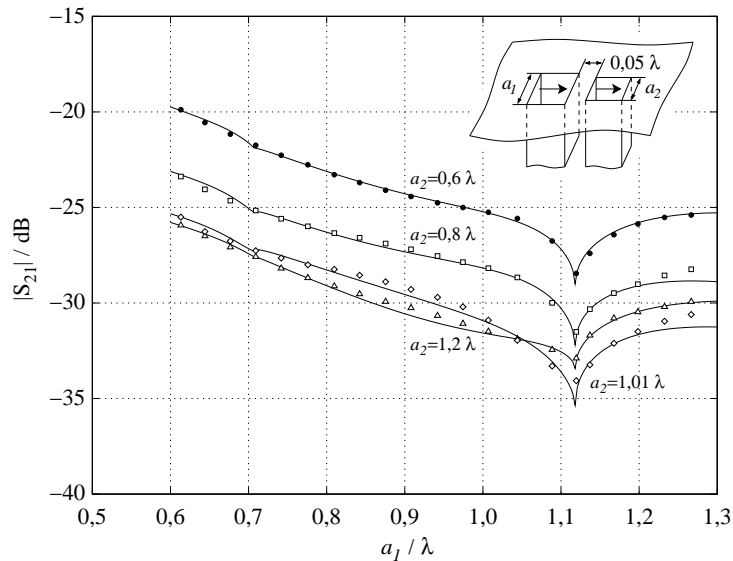


Abb. 5.29: Verlauf des Transmissionsfaktors $|S_{21}|$ als Funktion der bezogenen Kantenlänge a_1/λ , quadratischer Querschnitt mit $a_1 = 20$ mm, $a_2 \in [0,6\lambda; 0,8\lambda; 1,01\lambda; 1,2\lambda]$, Kopplung in E-Ebene

Die diskreten Werte in den Abbildungen 5.29-5.31 sind der Literatur [9] entnommen und bestätigen die berechneten Verläufe. Leichte Abweichungen lassen sich auf folgende Differenzen zurückführen:

- Ansatz mit unterschiedlicher Anzahl an Moden
- Berücksichtigung unterschiedlicher Modentypen (TE/TM)
- Numerisches Rauschen durch sehr hohe Dynamik des Wertebereichs von $|S_{21}|$
- Güte numerischer Integrationsresultate
- Fehler in Literatur (nachweisbar)
- abweichende Konditionszahlen der Systemmatrix auf Grund Sortierung der Moden in der Systemmatrix
- Rechnung mit Gleitkommazahlen unterschiedlicher Stellenzahl (8 Bit/16 Bit)

KAPITEL 5. PHYSIKALISCHE SEPARATION

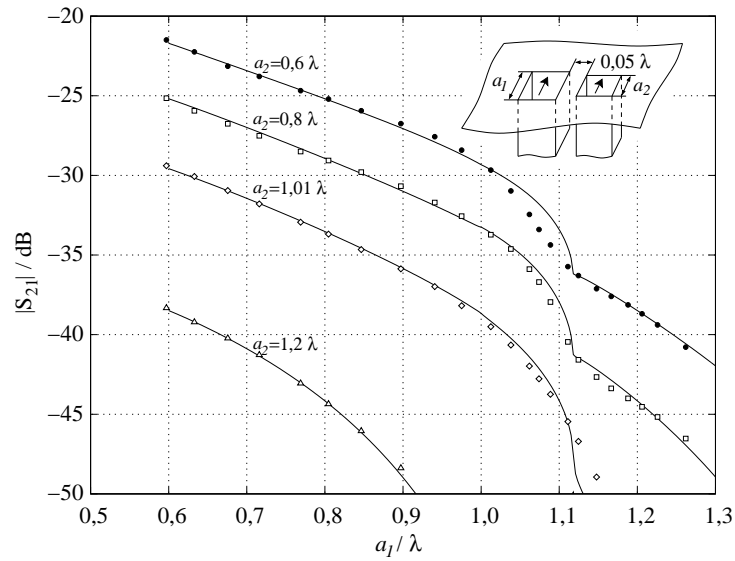


Abb. 5.30: Verlauf des Transmissionsfaktors $|S_{21}|$ als Funktion der bezogenen Kanallänge a_1/λ , quadratischer Querschnitt mit $a_1 = 20$ mm, $a_2 \in [0,6\lambda; 0,8\lambda; 1,01\lambda; 1,2\lambda]$, Kopplung in H-Ebene

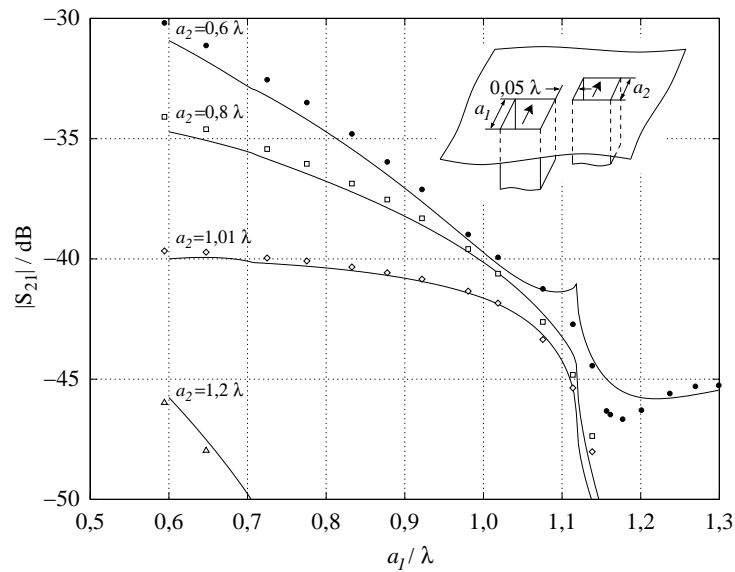


Abb. 5.31: Verlauf des Transmissionsfaktors $|S_{21}|$ als Funktion der bezogenen Kanallänge a_1/λ , quadratischer Querschnitt mit $a_1 = 20$ mm, $a_2 \in [0,6\lambda; 0,8\lambda; 1,01\lambda; 1,2\lambda]$, Kopplung in 45° -Ebene

5.3 Verkettung der Strukturen

Die Realisierung komplexer Strukturen, die aus der Verschaltung der vorgestellten Elemente gebildet werden können, erfordert die Verknüpfung der einzelnen Streumatrizen. Aus numerischer Sicht ist die Umwandlung der Matrizen in die zu diesem Zweck vorteilhafte Ketten- bzw. A-B-Form [61] nicht sinnvoll, da die Kettenparameter bei einzelnen Frequenzen Exponentialfunktionen mit positiven Argumenten enthalten, die auf die Existenz von Dämpfungsmoden gemäß des allgemeinen Streuparameterprinzips zurückzuführen sind. Um solche Funktionen zu unterdrücken und somit eine Zahlenbereichsüberschreitung zu vermeiden, sind die Streuparametergleichungen in ihrer direkten Form anzuwenden. Zudem erfordert die Umwandlung in die Kettenform eine Inversion der \mathbf{S}_{21} -Teilmatrix, die in aller Regel nicht quadratisch ist.

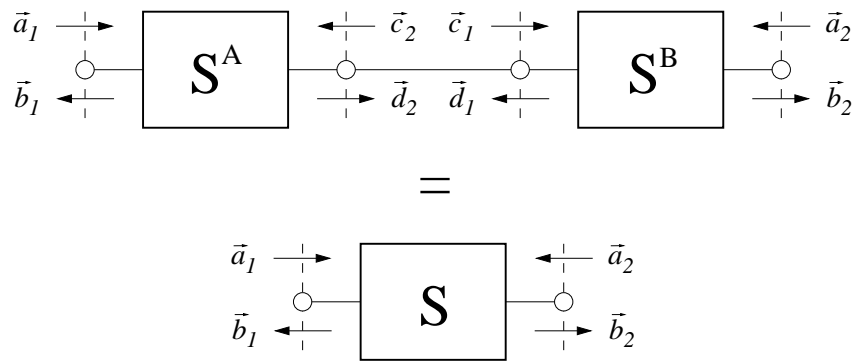


Abb. 5.32: Ersetzung der Verkettung zweier Streumatrizen $\mathbf{S}^A, \mathbf{S}^B$ durch die resultierende Matrix \mathbf{S}

Aus den Identitäten $\vec{c}_1 = \vec{d}_2$ und $\vec{c}_2 = \vec{d}_1$ nach Abb. 5.32 lässt sich die resultierende Streumatrix \mathbf{S} , wie nachstehend angegeben, berechnen:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11}^A + \mathbf{S}_{12}^A \mathbf{S}_{11}^B \mathbf{G} \mathbf{S}_{21}^A & \mathbf{S}_{12}^A \mathbf{S}_{12}^B + \mathbf{S}_{12}^A \mathbf{S}_{11}^B \mathbf{G} \mathbf{S}_{22}^A \mathbf{S}_{12}^B \\ \mathbf{S}_{21}^B \mathbf{G} \mathbf{S}_{21}^A & \mathbf{S}_{22}^B + \mathbf{S}_{21}^B \mathbf{G} \mathbf{S}_{22}^A \mathbf{S}_{12}^B \end{pmatrix} \quad (5.132)$$

$$\text{mit } \mathbf{G} = [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}^A \mathbf{S}_{22}^B]^{-1}, \quad \mathbf{I} = \text{Identitätsmatrix}$$

Die Ableitungen zur Verschaltung von Mehrportern verlaufen in völlig analoger Weise und sind z.B. in [68], [46] nachzulesen.

Als Demonstrationsstruktur wird an dieser Stelle die schlitzgekoppelte H -Ebenen T-Verzweigung aus Abb. 5.33 herangezogen, deren Streuparameterverläufe im X-Band mit Messwerten eines Networkanalyzer vom Typ *HP 8722C* von Hewlett Packard [52] in

Abb. 5.34 verglichen sind.

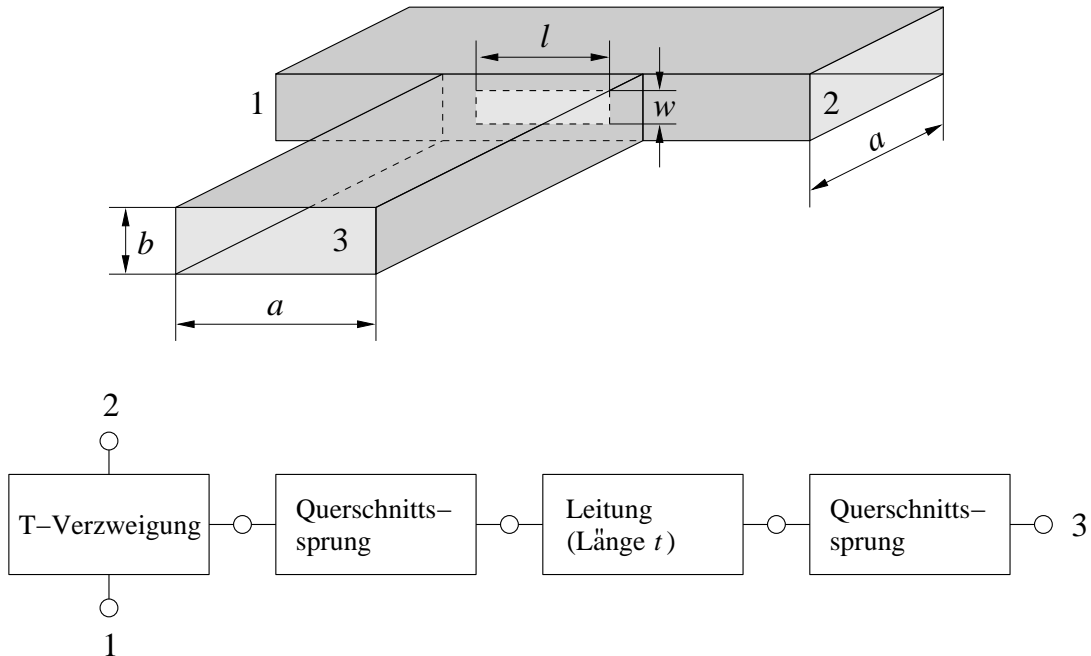


Abb. 5.33: Schlitzgekoppelte H -Ebenen T-Verzweigung zur Anwendung im X-Band und geometriebedingte Aufteilung in separate S-Parametermodule; $a = 22,86$ mm, $b = 10,16$ mm, $w = 0,8$ mm, $l = 16$ mm, Dicke des Koppelschlitzes (Wandstärke) $t = 1,27$ mm

Die bisher nicht angesprochene Streumatrix \mathbf{S}_L der einfachen Leitung wird lediglich durch eine $N \times N$ Diagonalmatrix in den Nebendiagonalmatrizen \mathbf{S}_{ij} repräsentiert, deren Elemente die Ausbreitungsfunktionen $e^{-\gamma z}$ der jeweiligen Moden beinhalten, während die Hauptdiagonalmatrizen \mathbf{S}_{ii} Nullmatrizen darstellen.

$$\mathbf{S}_L = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{S}_{21} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{S}_{21} = \begin{pmatrix} e^{-\gamma_1 z} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_2 z} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{-\gamma_N z} \end{pmatrix} \quad (5.133)$$

Die Kurvenverläufe in Abb. 5.34 entsprechen den Ergebnissen der Messung mit akzeptabler Genauigkeit. Zu berücksichtigen ist der Umstand, dass es sich bei der hier spezifizierten H -Ebenen T-Verzweigung um eine simulationstechnisch kritische Kopplungsstruktur handelt. Problematisch ist die Wahl der Anzahl der zu überlagernden Moden in den

5.3. VERKETTUNG DER STRUKTUREN

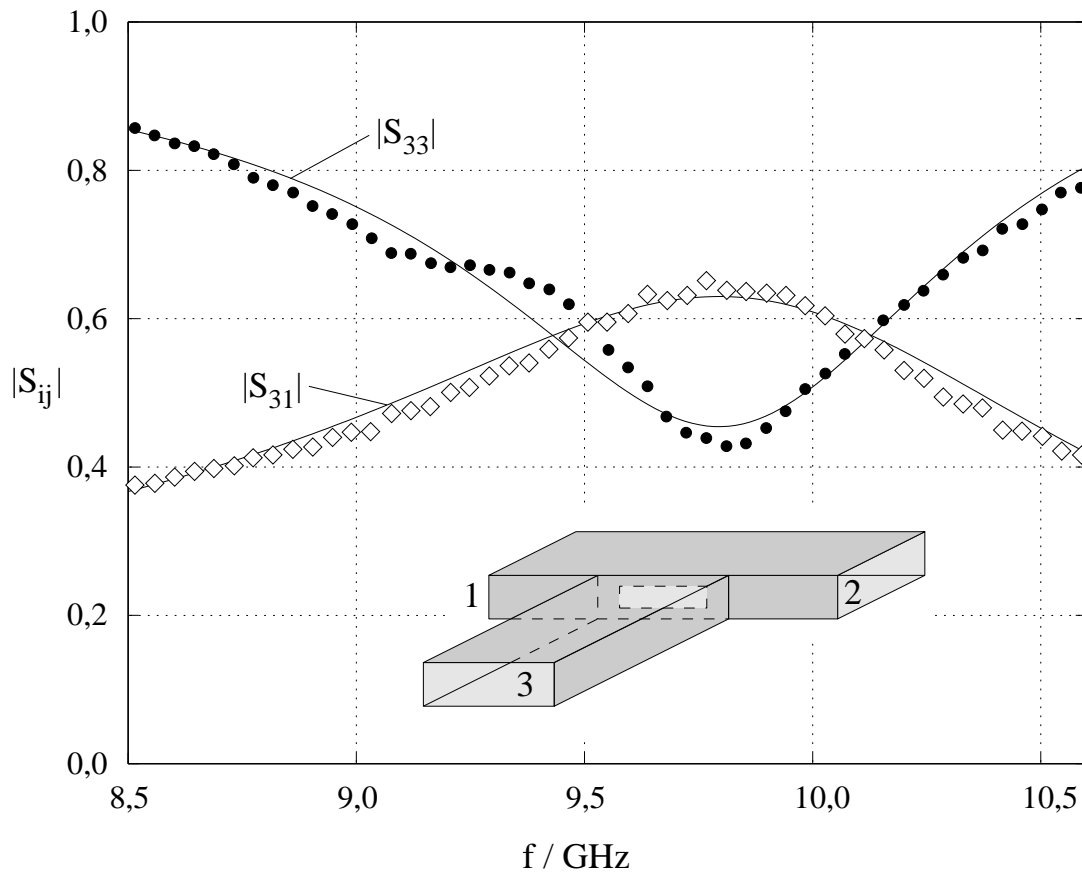


Abb. 5.34: Frequenzverläufe der Streuparameter einer H-Ebenen T-Verzweigung, durchgezogene Kurven – Simulation, diskrete Werte (●, ◇) – Messung

X-Band Hohlleitern. Auf Grund des relativ großen Geometriesprungs von $b = 10,16$ mm auf $w = 0,8$ mm ist eine hohe Modenzahl erforderlich, um das Auftreten von relativer Konvergenz zu vermeiden.

Vergleichssimulationen mit kommerziellen Vollwellensimulatoren liefern in dieser Hinsicht nicht in jedem Fall aussagekräftige Ergebnisse. So zeigt sich bei μ Wave Wizard 5.0 bei leichter Parametervariation eine Verschiebung des Maximums bzw. Minimums in Abb. 5.34 um bis zu 200 MHz, und nach Berechnung mit HFSS (Agilent) [51] ist eine Abweichung von bis zu 350 MHz zu beobachten. Messtechnisch sind diese Abweichungen allerdings nicht nachzuvollziehen.

KAPITEL 5. PHYSIKALISCHE SEPARATION

Kapitel 6

Verifikation einer Beispielstruktur

Nachdem im vorangegangenen Kapitel einzelne Komponenten abgeleitet und ihr Streuverhalten auf verschiedene Art und Weise verifiziert wurde, erfolgt in diesem Kapitel die Überprüfung einer komplexen Struktur unter Einbeziehung aller Komponenten.

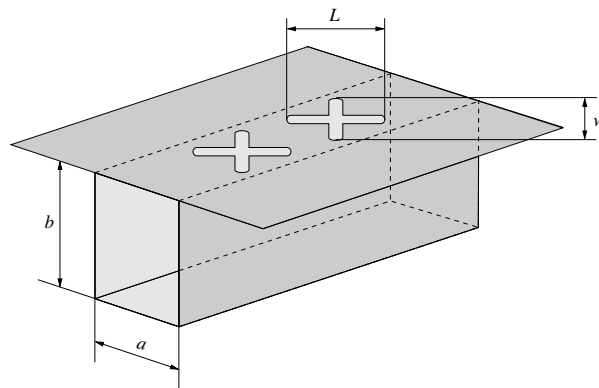


Abb. 6.1: K_a -Band-Wellenleiterstruktur mit zwei gleichen über den metallisch begrenzten Halbraum koppelnden Kreuzschlitzaperturen mit $a = 23$ mm, $b = 23$ mm, $L = 3,432$ mm, $w = 0,5$ mm

Als Beispiel wird zu diesem Zweck die bereits bekannte Hohlleiterstruktur aus Abb. 6.1 herangezogen, die als elementares Bestandteil einer realen Radarantenne interpretiert werden kann.

Ein Prototypmodul dieser Antenne zeigt das Foto in Abb. 6.2. Das Modul besteht aus ca. 30 Doppelkreuzschlitzen, die in die Schmalseite eines mäanderförmig aufgewickelten Rechteckhohlleiters gefräst sind (vgl. [76]). Die Abstrahlung erfolgt nicht direkt in den freien Raum, sondern zunächst in eine Parallelplattensektion, an die sich eine Hornsektion anschließt. Bedingt durch die Anordnung der Aperturen addieren sich

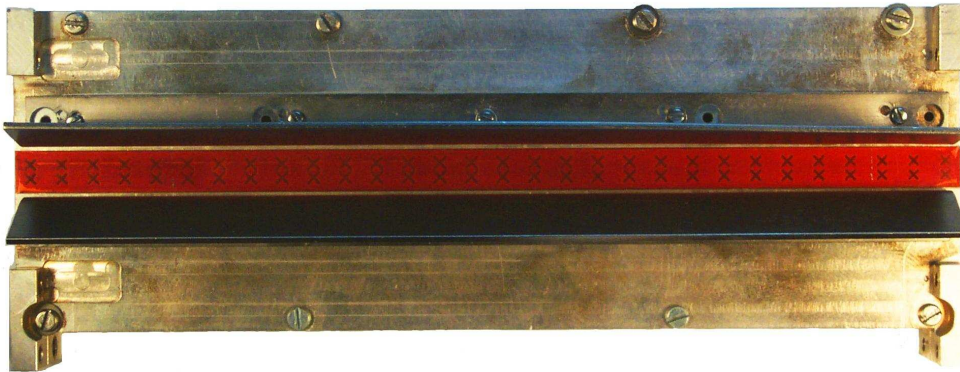
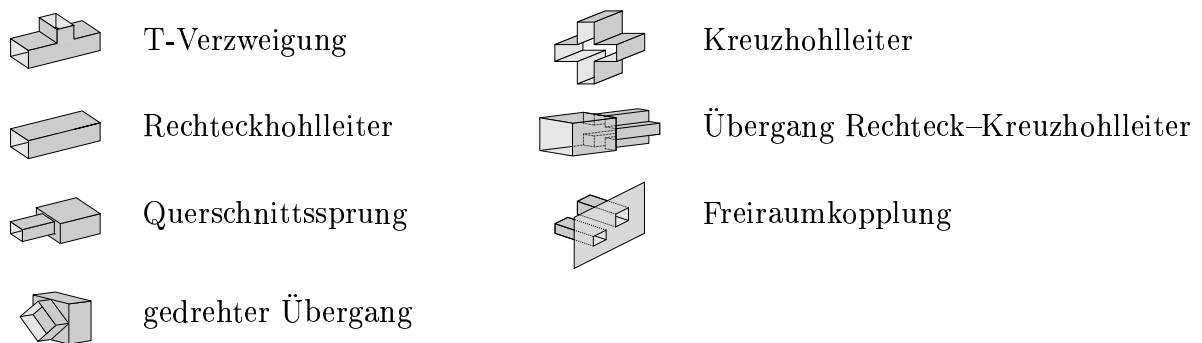


Abb. 6.2: Mäanderantenne für Radarbetrieb im K_a -Band

die einzelnen Feldbeiträge im Fernfeld zu einer elektromagnetischen Welle linearer Polarisation. Die Gesamtantenne setzt sich aus drei Modulen nach Abb. 6.2 zusammen und ist Bestandteil eines Landesystems der militärischen und zivilen Luftfahrt. Der Betriebsfrequenzbereich liegt im K_a -Band und beschränkt sich auf den Bereich zwischen 33,5 GHz und 35,1 GHz. Ein kontinuierlicher Sweep zwischen beiden Frequenzen resultiert in einem fortwährenden Schwenken der Hauptkeule in Richtung der äußeren Strahler.



Tab. 6.1: Darstellung der einzelnen Module des Antennenelements nach Abb. 6.3

Das Kernelement dieser Antenne, das Kreuzschlitzstrahlerpaar, gilt es nun zu modellieren und messtechnisch zu überprüfen. Hierzu enthält Tab. 6.1 eine übersichtliche Zusammenstellung aller zuvor abgeleiteten Komponenten, aus denen sich dieses Kernelement gemäß Abb. 6.3 konstruieren lässt. Nicht berücksichtigt werden die Einflüsse der Parallelplatten-

6.1. MESSERGEBNIS

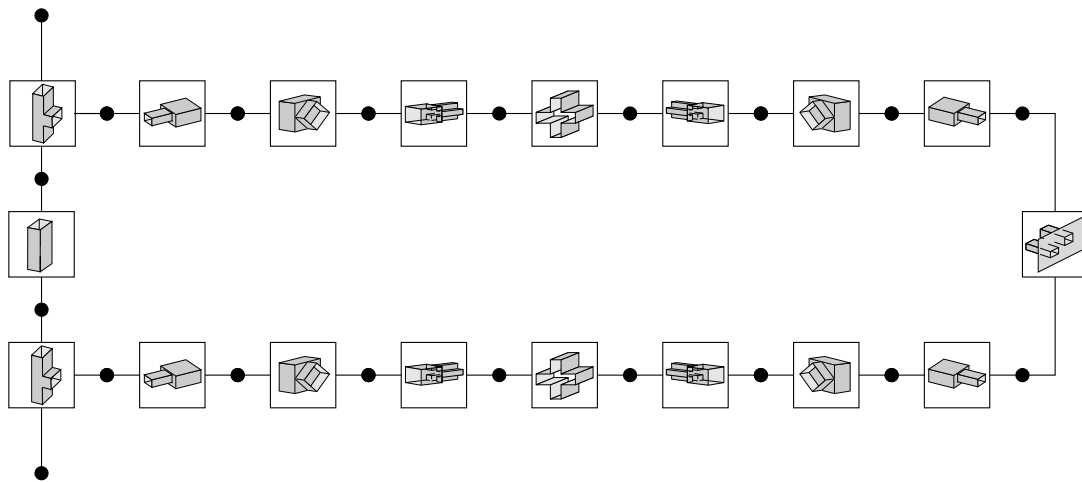


Abb. 6.3: Blockschaltbild des Kopplungsszenarios

und der Hornsektion, stattdessen erfolgt die Annahme eines metallisch begrenzten Halbraums.

Die zentralen Elemente bilden die beiden Kreuzhohlleiter mit einer Länge, die der Wandstärke des im Original verwendeten Hohlleiters entspricht. Sie sind um 45° gegenüber der Hohlleiterachse gedreht und koppeln auf der einen Seite in den freien metallisch begrenzten Halbraum, auf der anderen Seite über je eine T-Verzweigung in die schmale Seite des speisenden Hohlwellenleiters.

6.1 Messergebnis

Um den Frequenzverlauf des Antennenelements, dessen Abmessungen für das K_a -Band optimiert wurden, messtechnisch verifizieren zu können, erfolgt eine Skalierung der Geometrie derart, dass der Betriebsfrequenzbereich ins X-Band (8,2 GHz–12,5 GHz) transformiert wird und so weitgehend X-Band-Standardkomponenten verwendet werden können. Die Geometrie des Kreuzschlitzstrahlermoduls nach Abb. 6.1 ergibt sich unter diesen Voraussetzungen zu $a = 10,16$ mm, $b = 22,86$ mm, $L = 8,0$ mm, $w = 1,5$ mm. Die Wanddicke beträgt 1,2 mm und der Abstand der Mittelpunkte beider Strahlungsaperturen 9,06 mm.

Abb. 6.4 zeigt ein Foto des Messobjekts, das auf der Grundlage dieser Werte angefertigt wurde und dessen Streuparameter mit Hilfe eines Networkanalyzers vom Typ HP8510 über der Frequenz des X-Bandes aufgezeichnet wurden. Zur Nachbildung des metallisch begrenzten Halbraumes befindet sich der X-Band-Standardhohlleiter in einen Aluminiumblock. Die Außenabmessungen des Blocks betragen ca. 3 Freiraumwellenlängen (bezo-

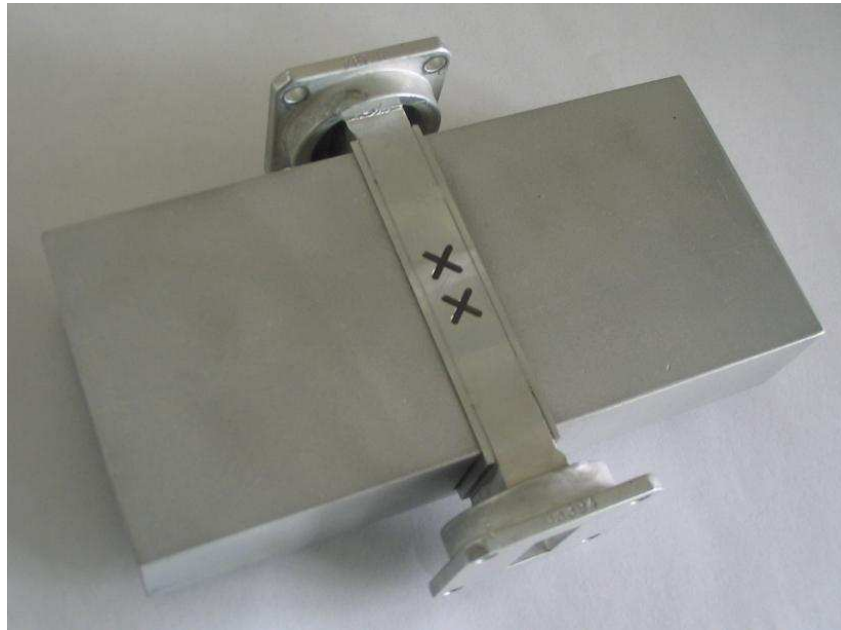


Abb. 6.4: Messobjekt zur Verifikation der numerisch ermittelten Streuparameter im X-Band

gen auf die X-Band-Mittenfrequenz) senkrecht zur Hohlleiterachse und ca. 1 Freiraumwellenlänge in Richtung der Hohlleiterachse. Das Resultat der Messung gibt Abb. 6.5 wieder.

Im Eindeutigkeitsbereich des H_{10} -Modes ist das Transmissionsverhalten des Antennenmoduls dargestellt. Zu erkennen ist ein stetig sinkender Energietransport, der auf die ausgekoppelte elektromagnetische Energie der beiden Kreuzschlitzaperturen in den Außenraum zurückzuführen ist. Unter Vernachlässigung einiger weniger Peaks ist eine deutliche Übereinstimmung beider Verläufe feststellbar.

Die gewonnenen Ergebnisse beruhen auf einem Simulationslauf mit einer räumlichen Auflösung von 40 überlagerten Moden im speisenden Rechteckhohlleiter und 12 Moden für die Berechnung der Kopplung über den Außenraum. Pro Frequenzpunkt ist eine Rechenzeit von ca. 2,5 Minuten auf einem AMD Athlon(tm) XP 1700 mit 512 MB RAM erforderlich. Etwa 95 % der Simulationsdauer entfallen hierbei auf die numerische Berechnung der Kopplungsintegrale für den Außenraum.

Das aus diesen Zahlen sehr deutlich zu Tage tretende Missverhältnis bzgl. der Verteilung der Berechnungszeiten auf die einzelnen Komponenten zeigt unmittelbar, an welcher Stelle Maßnahmen zur Optimierung anzusetzen sind. Es lassen sich sehr schnell die numerischen Berechnungen der Doppelintegrale des Freiraumkopplungsmoduls als Ursache identifizieren, da im vorliegenden Fall lediglich Standardverfahren bzgl. der Integrations-

6.2. MODELLMODIFIKATIONEN

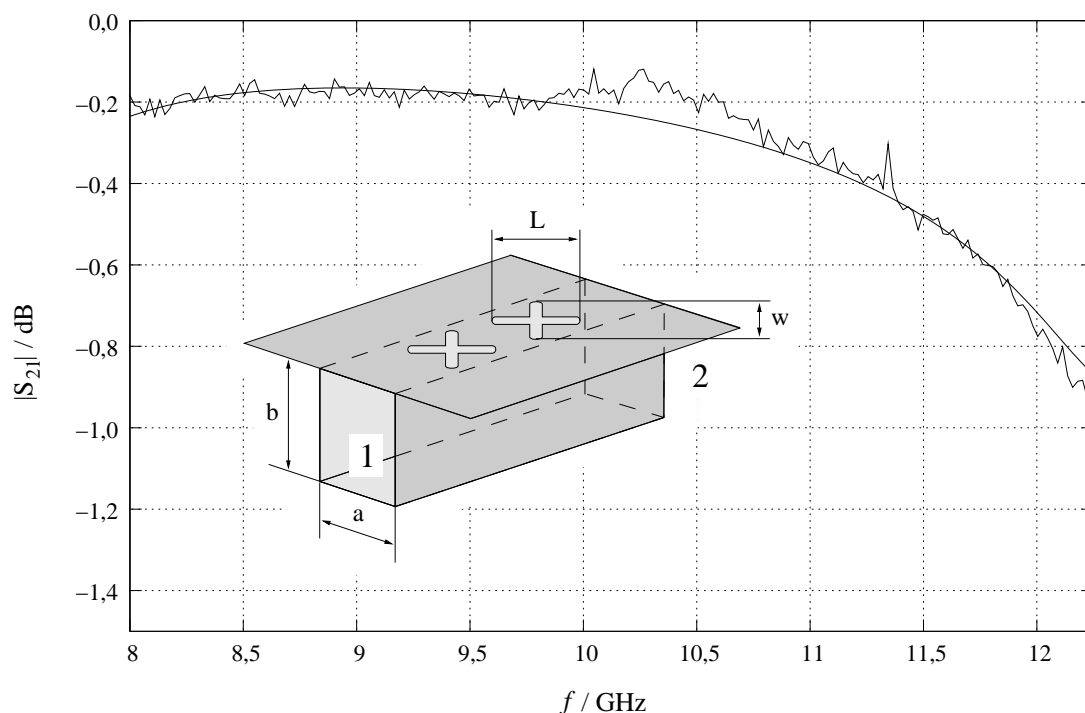


Abb. 6.5: Frequenzverlauf des Betrags des Streuparameters $|S_{21}|$ für die Kopplungsstruktur nach Abb. 6.1 mit $a = 10,16$ mm, $b = 22,86$ mm, $L = 8,0$ mm und $w = 1,5$ mm

operation eingesetzt werden [63]. Die Verwendung spezieller Verfahren (z.B. FFT) oder die Approximation mittels stochastischer Methoden (z.B. Monte-Carlo-Integration) lassen eine Effizienzsteigerung vermuten. Eine Untersuchung dieser Fragestellung war jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

6.2 Modellmodifikationen

Abschließend seien in loser Reihenfolge einige Anmerkungen zur simulationstechnischen Erfassung der vollständigen Antenne aus Abb. 6.2 genannt:

- Bei dieser Antenne handelt es sich klassisch um eine elektrisch große Antenne, die äußeren Abmessungen betragen ein Mehrfaches einer Wellenlänge. Die Simulation der vollständigen Geometrie mit einem (kommerziellem) Software-Tool, z.B. basierend auf der Methode der Finiten Elemente (FEM), ist nicht möglich, da die resultierenden FEM-Matrizen bzgl. ihrer Größe kaum noch handhabbar sind.

KAPITEL 6. VERIFIKATION EINER BEISPIELSTRUKTUR

- Die Verschaltung von N Kreuzschlitzpaaren über 180° -Leitungselemente wie sie Abb. 6.6 zeigt, stellt nur eine Näherung dar. Zum Einen gilt es, die allgemeinen Streuparametermatrizen der Leitungselemente zu bestimmen (Ein Ansatz hierzu findet sich in [88]), zum Anderen werden die gegenseitigen Einstreuungen der Aperturpaare nicht berücksichtigt. Um auch diesen Effekt erfassen zu können, ist eine Erweiterung des in Abschnitt 5.2.5 beschriebenen Freiraummoduls um zusätzliche Aperturen erforderlich. Die Einflüsse der Parallelplatten- und der Hornsektion sind allerdings nach wie vor nicht enthalten.
- Alternativ kann ein weiteres Modul verwendet werden, dass die beschriebene Antennenkomponente als ein Element eines unendlichen Arrays wirken lässt (vgl. Abb. 6.7). In diesem Fall strahlen die Elemente nicht länger in den metallisch begrenzten Halbraum, sondern in einen metallischen Rechteckhohlleiter unendlicher Länge. Der Metallcharakter der Seitenwände dieses Rechteckhohlleiters resultiert aus der Existenz der Parallelplattensektion (vgl. Abb. 6.2) sowie aus der Polarisation des aus den Kreuzschlitzen ausgekoppelten elektromagnetischen Feldes. Wie bereits in Kapitel 4 beschrieben, sind die Effekte unterschiedlicher Kreuzschlitzlängen, der Einfluss des Antennenrandes sowie die unterschiedlichen Speiserichtungen nicht erfassbar. Zudem setzt dieses Modell einen unendlich ausgedehnten Parallelplattenleiter voraus, so dass keine Berücksichtigung des Freiraums gegeben ist.
- Möglich und sinnvoll erscheint dagegen eine weitere Zerlegung der äußeren Geometrie in einen von N Aperturpaaren gespeisten Parallelplattenwellenleiter, an den eine Hornsektion und letztlich der Außenraum gekoppelt wird. Der analytische Entwicklungsaufwand der genannten zusätzlichen Module wird allerdings vergleichsweise hoch anzusetzen sein.

6.2. MODELLMODIFIKATIONEN

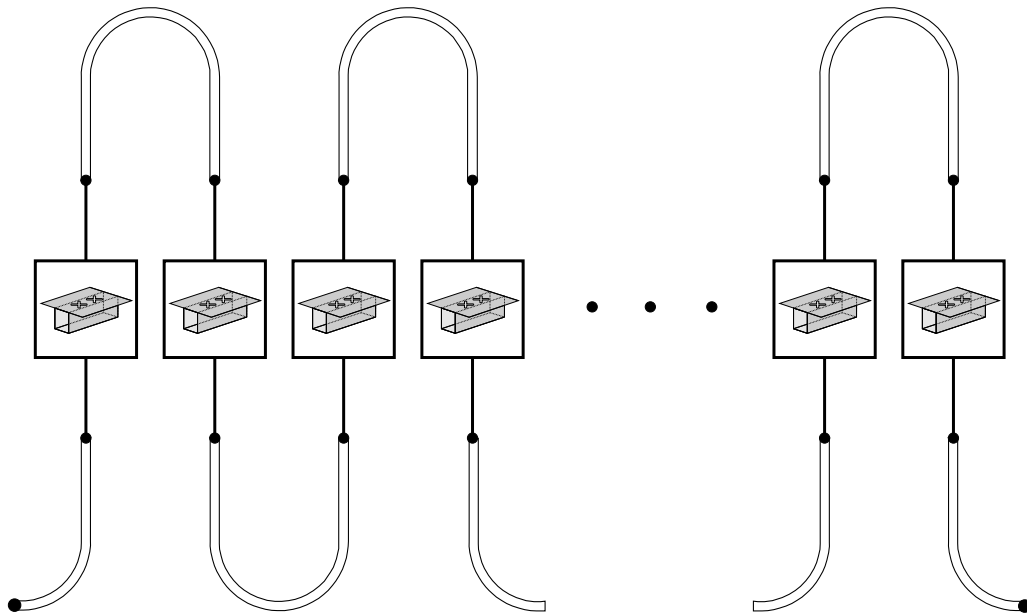


Abb. 6.6: Näherungslösung zum Aufbau der vollständigen Mäanderantenne nach Abb. 6.2

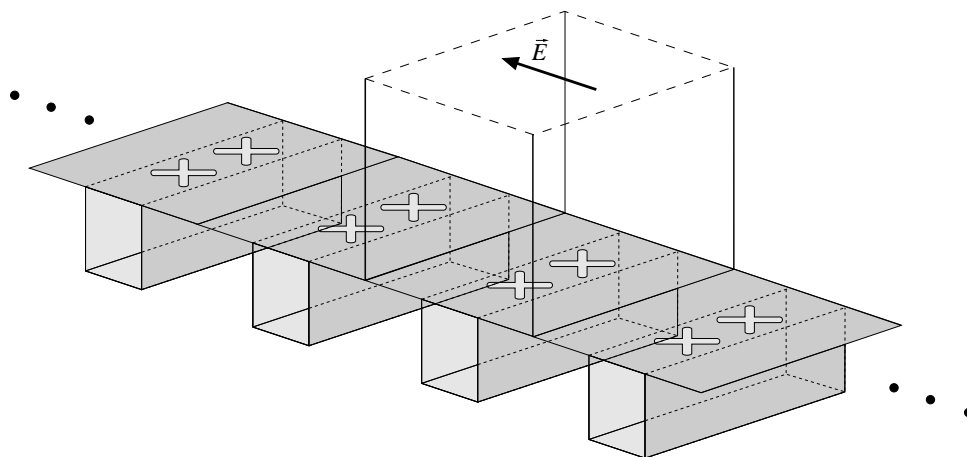


Abb. 6.7: Prinzipielle Modellvariation zur Simulation der Phased-Array-Antenne aus Abb. 6.2

KAPITEL 6. VERIFIKATION EINER BEISPIELSTRUKTUR

Kapitel 7

Zusammenfassung

Die Beschäftigung mit der Thematik des Kopplungsverhaltens von Aperturantennen macht schnell deutlich, dass der Aufwand zur Berechnung charakteristischer Größen grundsätzlich sehr hoch ist und mit zunehmender Komplexität der Aperturgeometrie nahezu beliebig anwachsen kann. Dennoch ist eine quantitative Erfassung dieser Größen unumgänglich, da eine einfache lineare Überlagerung der isoliert abgestrahlten elektromagnetischen Wellen in der Regel zu unzureichenden Resultaten führt.

Zunächst wurde das umfangreiche Feld der Aperturkopplung hinsichtlich verwendeter Verfahrensweisen und Geometrien untersucht, um diese zu klassifizieren und einen geeigneten Ansatz zu wählen, der die Erweiterung der gewöhnlichen Klasse der rechteck- und kreisförmigen Aperturen um Strahler, die eine kreuzförmige Geometrie aufweisen ermöglicht. Eine Vielzahl der angeführten Arbeiten basiert auf der numerischen Lösung gekoppelter Integralgleichungssysteme, die in der Regel auf eingeschränkte Aperturgeometrien zugeschnitten sind. Die publizierten Ergebnisse sind von überzeugender Qualität, so dass im ersten Schritt auch die dieser Arbeit zu Grunde liegende Fragestellung nach einer solchen Methodik angegangen wurde. Die Randbedingungen der zu untersuchenden Aperturgeometrien legten lediglich symmetrische, kreuzförmige Aperturen fest, die z.B. durch Einfräsungen in Seitenwände von Hohlleitern realisierbar sind. Die Quelle der Abstrahlung wird dabei durch den Grundmode des Wellenleiters gebildet, der Energie in Form elektromagnetischer Wellen durch die eingefrästen Aperturen in den unendlich ausgedehnten Halbraum auskoppelt. Es läßt sich hierbei nicht vermeiden, dass ein Teil der Energie von benachbarten Aperturen eingekoppelt wird, woraus eine verfälschte Strahlungscharakteristik resultiert.

Die Erfassung eben dieses Phänomens ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit, wobei keine Forderungen bezüglich der gegenseitigen Orientierung koppelnder Aperturen angesetzt wurden und das Verhältnis von Kreuzschlitzlänge zu Kreuzschlitzbreite keinen Einschränkungen unterlag. Die Berücksichtigung der genannten Freiheitsgrade zieht allerdings weitreichende Konsequenzen nach sich. So ist beispielsweise die Verwen-

dung der sogenannten Schmalschlitznäherung nicht mehr zulässig, was zum Einen in komplexeren Integralgleichungen resultiert und zum Anderen einen Wellenansatz voraussetzt, der alle Feldkomponenten in der Aperturebene berücksichtigt. Die beliebige Lage von Kreuzaperturen zueinander führt zudem zu aufwändigen Integranden bedingt durch Transformationen zwischen lokalen Koordinatensystemen und erfordert somit variable Integrationsgrenzen, die eine analytische Entkopplung geschachtelter Integrale ausschließen. Um dennoch einen Eindruck von der Leistungsfähigkeit der Integralgleichungsmethode zu erhalten ist es unumgänglich, zunächst restriktive Einschränkungen zu tolerieren mit der Absicht, diese nach und nach zu eliminieren.

Die Resultate eines Integralgleichungsverfahrens, dessen Lösung durch die magnetische Oberflächenstromdichte bzw. das elektrische Feld in der Aperturebene eines äquivalenten Problems dargestellt wird, zeigen eine deutliche Abhängigkeit von der Diskretisierung der Lösungsgröße in Form eines sehr schwach ausgeprägten Konvergenzverhaltens. Hinreichend bekannte Techniken zur Beschleunigung der Konvergenz wurden angewandt, ein verwertbarer Effekt konnte jedoch nicht beobachtet werden. Da der Verzicht auf jegliche Vereinfachung einen enormen Aufwandszuwachs bedeutet, wurde auf eine weitere Verwendung dieser Technik verzichtet und die Konzentration auf alternative Verfahren gerichtet, die auf der Grundlage der gegebenen Randbedingungen sinnvoll einsetzbar erscheinen. Ausgewählt wurde letztlich eine Vorgehensweise, die einer geometrischen Separation der Kopplungsstruktur entspricht, deren isolierte Elemente jeweils ein eigenständiges und vergleichsweise einfach zu simulierendes Kopplungsproblem bilden. Charakteristische Größen der Elemente werden auf Basis der Orthogonalreihenentwicklung angenähert und mit Hilfe des verallgemeinerten Streuparameterprinzips zu komplexen Strukturen verschaltet. Letztlich entspricht dies einer geometrischen Transformation der originalen Apertur auf eine mathematisch deutlich einfacher zu behandelnde Form mit nachfolgender Geometriekorrektur. Dabei wird eine zusätzliche komplexe Problemstellung in Form einer Kaskadierung zweier numerischer Verfahren impliziert. Statt direkt Integralgleichungen unter Verwendung problemspezifischer Greenscher Dyaden zu betrachten, ist nun zunächst das Eigenwertproblem eines Hohlleiters mit kreuzförmiger metallischer Berandung zu lösen, um eine gewichtete Überlagerung der angenäherten, vektoriellen Eigenfunktionen durchführen zu können. Sie werden anschließend einer numerischen Transformation unterworfen, um die Gewichtungskoeffizienten zu bestimmen.

Da die Berechnung der abgestrahlten elektromagnetischen Felder das eigentliche Kernproblem darstellt, bildet die beschriebene Technik nicht nur eine Variante bisheriger Verfahren, sondern erlaubt zusätzlich die Erfassung der Abstrahl- und Kopplungseigenschaften von kreuzförmigen Aperturen. Kennzeichnend ist weiterhin ein vollständiger Wellenansatz, der nicht nur Feldkomponenten in der dominierenden Richtung der Schlitzschenkel berücksichtigt, sondern auch die zugehörigen orthogonalen Komponenten mit einbezieht. Somit unterliegt im Gegensatz zum Eingangs behandelten Integralglei-

chungsverfahren weder die Orientierung der angesetzten Felder noch ihre Abhängigkeit von Raumkoordinaten einer Einschränkung.

Die vorgestellten Ergebnisse isolierter Komponenten entsprechen den in der Literatur angegebenen mit hoher Genauigkeit und konnten mit selbst durchgeführten Messungen bestätigt werden. Die Modellierung bekannter, komplexerer Strukturen auf der Grundlage des beschriebenen Verfahrens liefert ebenfalls Resultate, die bis auf Zeichengenauigkeit mit literarisch belegten übereinstimmen. Des Weiteren zeigte die messtechnische Verifikation der Simulation eines Radarantennenelements, dass die physikalische Separation eine Simulationsgrundlage bildet, um eine Berechnung grundlegender charakteristischer Strahlungs- und Kopplungsgrößen durchführen zu können. Deutlich wurde auch, an welchen Stellen Anpassungen zur Optimierung der Berechnungsdauer vorzunehmen sind, um eine weitere Effizienzsteigerung zu erzielen.

Die Beschränkung auf symmetrische Kreuzschlitze ist hierbei nicht zwingend und wurde lediglich wegen des geringeren analytischen Aufwands gewählt. Ebenso ist die Erweiterung auf zusätzliche Aperturformen grundsätzlich möglich, sofern die Lösung der zugehörigen Eigenwertprobleme bekannt bzw. berechenbar ist. Implizit mitbehandelt wurde im Rahmen dieser Arbeit die interne Kopplung von Strahlern, d.h. die Störung der isolierten Elementcharakteristik durch Streuprozesse im Innern des speisenden Hohlleiters, wie beispielsweise durch die Aperturöffnungen angeregte höhere Wellentypen, deren Einfluß im Falle nah beieinanderliegender Strahler zu berücksichtigen ist.

KAPITEL 7. ZUSAMMENFASSUNG

Anhang A

Anhang

A.1 Detailangaben zur Integralgleichung

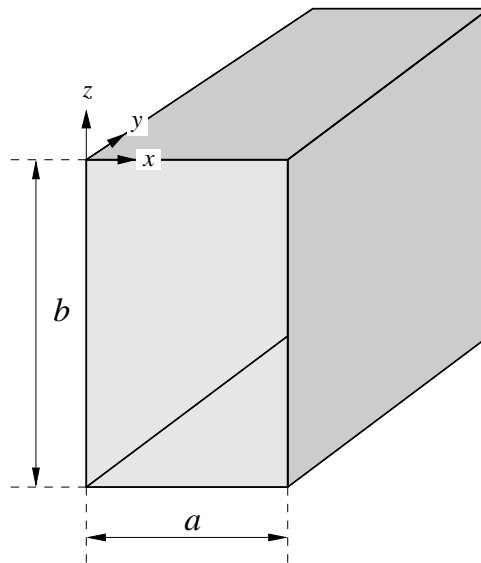


Abb. A.1: Geometrie des Rechteckhohlleiters und Orientierung des Koordinatensystems

A.1.1 Greensche Dyade des Rechteckhohlleiters

Die Ableitung der magnetischen Greenschen Dyade des Rechteckhohlleiters nach Abb. A.1 beruht auf [83]. Auf Grund der Zusammensetzung der Gesamtstruktur (vgl. Abb.

4.1) wurde ein Koordinatensystem in der linken oberen Ecke des Hohlleiters angesetzt und die Greensche Dyade \mathbf{G}_1 entsprechend modifiziert.

$$\mathbf{G}_1 = -\frac{\delta(\vec{r}' - \vec{r}')}{k_0^2} \hat{y} \hat{y} + \frac{j}{k_0^2 ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 - \delta_0}{k_y} e^{jk_g |y-y'|}$$

$$\begin{pmatrix} (k_0^2 - k_x^2) S_x S'_x C_z C'_z & \mp j k_g k_x S_x C'_x C_z C'_z & -k_x k_z S_x C'_x C_z S'_z \\ \pm j k_g k_x C_x S'_x C_z C'_z & k_c^2 C_x C'_x C_z C'_z & \pm k_g k_z C_x C'_x C_z S'_z \\ -k_x k_z C_x S'_x S_z C'_z & \mp j k_g k_z C_x C'_x S_z C'_z & (k_0^2 - k_x^2) C_x C'_x S_z S'_z \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

\pm für $y \gtrless y'$

mit

$$\begin{aligned} S_x &= \sin(k_x x) & C_x &= \cos(k_x x) & S'_x &= \sin(k_x x') & C'_x &= \cos(k_x x') \\ S_z &= \sin(k_z z) & C_z &= \cos(k_z z) & S'_z &= \sin(k_z z') & C'_z &= \cos(k_z z') \\ k_0 &= \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} & k_c &= \sqrt{k_x^2 + k_z^2} & k_x &= \frac{m\pi}{a} & k_z &= \frac{n\pi}{b} \end{aligned}$$

$$k_g = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - k_c^2} & \text{für } k_g^2 \geq 0 \\ j \sqrt{k_c^2 - k_0^2} & \text{für } k_g^2 \leq 0 \end{cases} \quad \delta_0 = \begin{cases} 1 & \text{für } m = 0 \vee n = 0 \\ 0 & \text{für } m \neq 0 \wedge n \neq 0 \end{cases}$$

A.1.2 Grundmode des Rechteckhohlleiters

Der Grundmode des Rechteckhohlleiters nach Abb. A.1 wurde nach [25], [49] abgeleitet und in Abhängigkeit der transportierten Leistung P formuliert. Für $z = 0$ existiert mit $m = 0$ und $n = 1$ aus Abschnitt A.1.1 lediglich eine y -Komponente des magnetischen Feldes:

$$\vec{H}_{\text{in}}(z = 0) = j \frac{2\pi}{b} \sqrt{\frac{Y_0 P}{k_0 k_g ab}} e^{jk_g y} \vec{e}_y \quad (\text{A.2})$$

A.2 Übergangskopplung zwischen TE- und TM-Moden

Das in Abschnitt 5.2.1 beschriebene Phänomen, dass bei einfallender TM-Welle keine TE- sondern nur TM-Wellen angeregt werden, beschränkt sich ausschliesslich auf den Hohlleiterübergang vom kleineren auf den größeren Querschnitt und wird durch das verschwindende Kopplungsintegral nach Gl. (A.3) wiedergegeben.

$$I := \iint_{A_1} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \cdot \vec{e}_{e_\eta}^{(2)} dx dy = \iint_{A_1} [\nabla_t T_{h_p}^{(1)}] \cdot [\vec{e}_z \times \nabla_t T_{e_\eta}^{(2)}] dx dy \equiv 0 \quad (\text{A.3})$$

Mit einem modifizierten Ansatz nach [18] und den Zusammenhängen nach Gl. (A.4)

$$\begin{aligned} \nabla_t \cdot [\vec{e}_z T_{e_\eta}^{(2)} \times \nabla_t T_{h_p}^{(1)}] &= [(\nabla_t \times \vec{e}_z T_{e_\eta}^{(2)}) \cdot \nabla_t T_{h_p}^{(1)} - \vec{e}_z T_{e_\eta}^{(2)} \cdot \nabla_t \times \nabla_t \times T_{h_p}^{(1)}] \\ &= - [\vec{e}_z \times \nabla_t T_{e_\eta}^{(2)}] \cdot \nabla_t T_{h_p}^{(1)} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

läßt sich Gl. (A.3) umformulieren in

$$I = - \iint_{A_1} \nabla_t \cdot [\vec{e}_z \times \nabla_t T_{e_\eta}^{(2)} \times \nabla_t T_{h_p}^{(1)}] dx dy \quad (\text{A.5})$$

Nach Anwendung des Oberflächen-Divergenz Theorems vereinfacht sich das Flächenintegral über den Querschnitt A_1 zu einem geschlossenen Randintegral über die Berandung Γ_{A_1} .

$$I = \oint_{\Gamma_{A_1}} [\vec{e}_z T_{e_\eta}^{(2)} \times \nabla_t T_{h_p}^{(1)}] \cdot \vec{n} d\Gamma = \oint_{\Gamma_{A_1}} [\vec{e}_z \times \nabla_t T_{h_p}^{(1)}] \cdot \vec{n} T_{e_\eta}^{(2)} d\Gamma \quad (\text{A.6})$$

In Abb. A.2 sind die Zusammenhänge beispielhaft in Form einer zweidimensionalen Skizze des Übergangsquerschnitts aus Abb. 5.9 dargestellt.

Der Term $\nabla_t T_{h_p}^{(1)}$ in Gl. (A.6) ist proportional zum tangentialen elektrischen Feld des TM-Modes im Querschnitt A_1 . Somit liegt die Größe $\vec{e}_z \times \nabla_t T_{h_p}^{(1)}$ parallel zur Berandung Γ_{A_1} und verschwindet bei Bildung des Skalarproduktes mit dem nach innen gerichteten Normalenvektor \vec{n} der Randkurve.

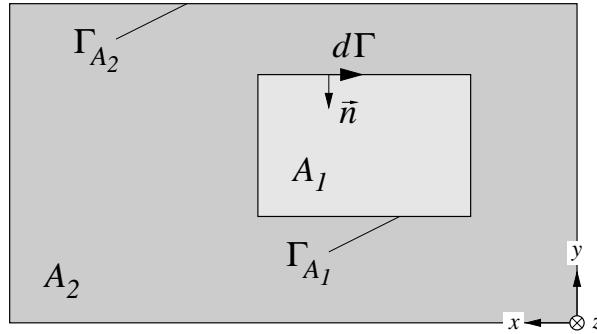


Abb. A.2: Schnitt der Übergangsebene des zweidimensionalen Querschnittsprungs

Bei Betrachtung der umgekehrten Richtung, d.h. bei Übergang vom größeren auf den kleineren Hohlleiterquerschnitt ist zu berücksichtigen, dass das Skalarprodukt im Integranden von Gl. (A.6) nicht länger verschwindet. Das Randintegral für diesen Kopplungsfall lautet

$$I = \oint_{\Gamma_{A_1}} [\vec{e}_z \times \nabla_t T_{h_p}^{(2)}] \cdot \vec{n} T_{e_\eta}^{(1)} d\Gamma \quad (\text{A.7})$$

Der Term $\vec{e}_z \times \nabla_t T_{h_p}^{(2)}$ in (A.7) entspricht nun einem Vektor, der parallel zur Randkurve Γ_{A_2} verläuft. Entlang Γ_{A_1} ist seine Orientierung beliebig und wird im Allgemeinen einen Kopplungsfaktor $I \neq 0$ bewirken, so dass beim Übergang vom größeren auf den kleinen Wellenleiter neben TM- auch TE-Moden angeregt werden.

A.3 Magnetische Komponenten in den Speiseebenen der T-Verzweigung

Analog zur Vorgehensweise in 5.2.3 lassen sich die Felder in den verbleibenden Teilresonatorbereichen 4.2 und 4.3 ableiten. Die zur Gewährleistung der Stetigkeitsbedingungen (5.61)–(5.66) erforderlichen Größen lauten

$$\begin{aligned}
\vec{e}_z \times \vec{H}^{(1)}(z = -\frac{b_3}{2}) &= \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(1)} - b_{e_p}^{(1)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \vec{e}_{e_p}^{(1)} + \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(1)} - b_{h_p}^{(1)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \\
\vec{e}_z \times \vec{H}^{(2)}(z = \frac{b_3}{2}) &= -\sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(2)} - b_{e_p}^{(2)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \vec{e}_{e_p}^{(1)} - \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(2)} - b_{h_p}^{(2)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \\
\vec{e}_y \times \vec{H}^{(3)}(y = \frac{b_1}{2}) &= -\sum_{q=1}^{\infty} [a_{e_q}^{(3)} - b_{e_q}^{(3)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_q}^{(3)}}} \vec{e}_{e_q}^{(3)} - \sum_{q=1}^{\infty} [a_{h_q}^{(3)} - b_{h_q}^{(3)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_q}^{(3)}}} \vec{e}_{h_q}^{(3)} \\
\vec{e}_z \times \vec{H}^{(4)}(z = -\frac{b_3}{2}) &= \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(1)} + b_{e_p}^{(1)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \coth(\gamma_{e_p}^{(1)} b_3) \vec{e}_{e_p}^{(1)} + \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(1)} + b_{h_p}^{(1)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \coth(\gamma_{h_p}^{(1)} b_3) \vec{e}_{h_p}^{(1)} \\
&- \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(2)} + b_{e_p}^{(2)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \frac{1}{\sinh(\gamma_{e_p}^{(1)} b_3)} \vec{e}_{e_p}^{(1)} - \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(2)} + b_{h_p}^{(2)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \frac{1}{\sinh(\gamma_{h_p}^{(1)} b_3)} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \\
&+ \sum_{q=1}^{\infty} [a_{e_q}^{(3)} + b_{e_q}^{(3)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_q}^{(3)}}} \frac{1}{\sinh(\gamma_{e_q}^{(3)} b_1)} \vec{e}_{e_q}^{(3)} + \sum_{q=1}^{\infty} [a_{h_q}^{(3)} + b_{h_q}^{(3)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_q}^{(3)}}} \frac{1}{\sinh(\gamma_{h_q}^{(3)} b_1)} \vec{e}_{h_q}^{(3)} \\
\vec{e}_z \times \vec{H}^{(4)}(z = \frac{b_3}{2}) &= \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(1)} + b_{e_p}^{(1)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \frac{1}{\sinh(\gamma_{e_p}^{(1)} b_3)} \vec{e}_{e_p}^{(1)} + \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(1)} + b_{h_p}^{(1)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \frac{1}{\sinh(\gamma_{h_p}^{(1)} b_3)} \vec{e}_{h_p}^{(1)} \\
&- \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(2)} + b_{e_p}^{(2)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \coth(\gamma_{e_p}^{(1)} b_3) \vec{e}_{e_p}^{(1)} - \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(2)} + b_{h_p}^{(2)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \coth(\gamma_{h_p}^{(1)} b_3) \vec{e}_{h_p}^{(1)} \\
&+ \sum_{q=1}^{\infty} [a_{e_q}^{(3)} + b_{e_q}^{(3)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_q}^{(3)}}} \frac{(-1)^j}{\sinh(\gamma_{e_q}^{(3)} b_1)} \vec{e}_{e_q}^{(3)} + \sum_{q=1}^{\infty} [a_{h_q}^{(3)} + b_{h_q}^{(3)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_q}^{(3)}}} \frac{(-1)^j}{\sinh(\gamma_{h_q}^{(3)} b_1)} \vec{e}_{h_q}^{(3)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \vec{e}_y \times \vec{H}^{(4)}(y = \frac{b_1}{2}) \\
 &= \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(1)} + b_{e_p}^{(1)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \frac{(-1)^n}{\sinh(\gamma_{e_p}^{(1)} b_3)} \vec{t}_{e_p}^{(1)} - \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(1)} + b_{h_p}^{(1)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \frac{(-1)^n}{\sinh(\gamma_{h_p}^{(1)} b_3)} \vec{t}_{h_p}^{(1)} \\
 &- \sum_{p=1}^{\infty} [a_{e_p}^{(2)} + b_{e_p}^{(2)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \frac{(-1)^n}{\sinh(\gamma_{e_p}^{(1)} b_3)} \vec{t}_{e_p}^{(2)} + \sum_{p=1}^{\infty} [a_{h_p}^{(2)} + b_{h_p}^{(2)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \frac{(-1)^n}{\sinh(\gamma_{h_p}^{(1)} b_3)} \vec{t}_{h_p}^{(2)} \\
 &- \sum_{q=1}^{\infty} [a_{e_q}^{(3)} + b_{e_q}^{(3)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{e_q}^{(3)}}} \coth(\gamma_{e_q}^{(3)} b_1) \vec{e}_{e_q}^{(3)} - \sum_{q=1}^{\infty} [a_{h_q}^{(3)} + b_{h_q}^{(3)}] \frac{1}{\sqrt{Z_{h_q}^{(3)}}} \coth(\gamma_{h_q}^{(3)} b_1) \vec{e}_{h_q}^{(3)}
 \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
 \vec{e}_{e_p}^{(2)} &= \vec{e}_{e_p}^{(1)} & \vec{t}_{e_p}^{(2)} &= \vec{t}_{e_p}^{(1)}|_{b_3 \rightarrow -b_3} & \vec{e}_{e_q}^{(3)} &= \vec{e}_y \times \nabla_t T_{e_p}^{(3)} \\
 \vec{e}_{h_p}^{(2)} &= \vec{e}_{h_p}^{(1)} & \vec{t}_{h_p}^{(2)} &= \vec{t}_{h_p}^{(1)}|_{b_3 \rightarrow -b_3} & \vec{e}_{h_q}^{(3)} &= \nabla_t T_{h_p}^{(3)}
 \end{aligned}$$

$$\vec{t}_{e_p}^{(1)} = \frac{\epsilon_m \epsilon_n}{\sqrt{A_1}} \begin{pmatrix} \frac{k_{c_p}^{(1)}}{\gamma_{e_p}^{(1)}} \cos[\frac{m\pi}{a_1}(x + \frac{a_1}{2})] \sinh[\gamma_{e_p}^{(1)}(z - \frac{b_3}{2})] \\ 0 \\ \frac{m\pi}{\gamma_{e_p}^{(1)} a_1} \sin[\frac{m\pi}{a_1}(x + \frac{a_1}{2})] \cosh[\gamma_{e_p}^{(1)}(z - \frac{b_3}{2})] \end{pmatrix}$$

$$\vec{t}_{e_q}^{(3)} = \frac{\epsilon_i \epsilon_j}{\sqrt{A_3}} \begin{pmatrix} \frac{k_{c_q}^{(3)}}{\gamma_{e_q}^{(3)}} \cos[\frac{i\pi}{a_1}(x + \frac{a_1}{2})] \sinh[\gamma_{e_q}^{(3)}(y + \frac{b_1}{2})] \\ \frac{i\pi}{\gamma_{e_q}^{(3)} a_1} \sin[\frac{i\pi}{a_1}(x + \frac{a_1}{2})] \cosh[\gamma_{e_q}^{(3)}(y + \frac{b_1}{2})] \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{t}_{h_p}^{(1)} = \frac{2}{A_1} \frac{n\pi}{k_{c_p}^{(1)} a_1} \sin[\frac{m\pi}{a_1}(x + \frac{a_1}{2})] \cosh[\gamma_{h_p}^{(1)}(z - \frac{b_3}{2})] \vec{e}_z$$

$$\vec{t}_{h_q}^{(3)} = \frac{2}{A_3} \frac{j\pi}{k_{c_q}^{(3)} a_1} \sin[\frac{i\pi}{a_1}(x + \frac{a_1}{2})] \cosh[\gamma_{h_q}^{(3)}(y + \frac{b_1}{2})] \vec{e}_y$$

Einsetzen in die Stetigkeitsgleichungen des tangentialen magnetischen Feldes liefert das nachstehende System bestehend aus sechs linear unabhängiger Gleichungen (A.8)–(A.13).

A.3. MAGNETISCHE FELDKOMPONENTEN DER T-VERZWEIGUNG

$$\begin{aligned}
& a_{e_\xi}^{(1)} [1 - \coth(\gamma_{e_\xi}^{(1)} b_3)] + a_{e_\xi}^{(2)} \frac{1}{\sinh(\gamma_{e_\xi}^{(1)} b_3)} + \sum_{q=1}^{\infty} a_{e_q}^{(3)} (-1)^l Y_{q\xi}^{ee} + \sum_{q=1}^{\infty} a_{h_q}^{(3)} (-1)^l Y_{q\xi}^{he} \\
& = b_{e_\xi}^{(1)} [1 + \coth(\gamma_{e_\xi}^{(1)} b_3)] - b_{e_\xi}^{(2)} \frac{1}{\sinh(\gamma_{e_\xi}^{(1)} b_3)} - \sum_{q=1}^{\infty} b_{e_q}^{(3)} (-1)^l Y_{q\xi}^{ee} - \sum_{q=1}^{\infty} b_{h_q}^{(3)} (-1)^l Y_{q\xi}^{he}
\end{aligned} \tag{A.8}$$

$$\begin{aligned}
& a_{h_\xi}^{(1)} [1 - \coth(\gamma_{h_\xi}^{(1)} b_3)] + a_{h_\xi}^{(2)} \frac{1}{\sinh(\gamma_{h_\xi}^{(1)} b_3)} + \sum_{q=1}^{\infty} a_{e_q}^{(3)} (-1)^l Y_{q\xi}^{eh} + \sum_{q=1}^{\infty} a_{h_q}^{(3)} (-1)^l Y_{q\xi}^{hh} \\
& = b_{h_\xi}^{(1)} [1 + \coth(\gamma_{h_\xi}^{(1)} b_3)] - b_{h_\xi}^{(2)} \frac{1}{\sinh(\gamma_{h_\xi}^{(1)} b_3)} - \sum_{q=1}^{\infty} b_{e_q}^{(3)} (-1)^l Y_{q\xi}^{eh} - \sum_{q=1}^{\infty} b_{h_q}^{(3)} (-1)^l Y_{q\xi}^{hh}
\end{aligned} \tag{A.9}$$

$$\begin{aligned}
& a_{e_\xi}^{(1)} \frac{1}{\sinh(\gamma_{e_\xi}^{(1)} b_3)} + a_{e_\xi}^{(2)} [1 - \coth(\gamma_{e_\xi}^{(1)} b_3)] - \sum_{q=1}^{\infty} a_{e_q}^{(3)} (-1)^{j+l} Y_{q\xi}^{ee} - \sum_{q=1}^{\infty} a_{h_q}^{(3)} (-1)^{j+l} Y_{q\xi}^{he} \\
& = -b_{e_\xi}^{(1)} \frac{1}{\sinh(\gamma_{e_\xi}^{(1)} b_3)} + b_{e_\xi}^{(2)} [1 + \coth(\gamma_{e_\xi}^{(1)} b_3)] + \sum_{q=1}^{\infty} b_{e_q}^{(3)} (-1)^{j+l} Y_{q\xi}^{ee} + \sum_{q=1}^{\infty} b_{h_q}^{(3)} (-1)^{j+l} Y_{q\xi}^{he}
\end{aligned} \tag{A.10}$$

$$\begin{aligned}
& a_{h_\xi}^{(1)} \frac{1}{\sinh(\gamma_{h_\xi}^{(1)} b_3)} + a_{h_\xi}^{(2)} [1 - \coth(\gamma_{h_\xi}^{(1)} b_3)] - \sum_{q=1}^{\infty} a_{e_q}^{(3)} (-1)^{j+l} Y_{q\xi}^{ee} - \sum_{q=1}^{\infty} a_{h_q}^{(3)} (-1)^{j+l} Y_{q\xi}^{he} \\
& = -b_{h_\xi}^{(1)} \frac{1}{\sinh(\gamma_{h_\xi}^{(1)} b_3)} + b_{h_\xi}^{(2)} [1 + \coth(\gamma_{h_\xi}^{(1)} b_3)] + \sum_{q=1}^{\infty} b_{e_q}^{(3)} (-1)^{j+l} Y_{q\xi}^{ee} + \sum_{q=1}^{\infty} b_{h_q}^{(3)} (-1)^{j+l} Y_{q\xi}^{he}
\end{aligned} \tag{A.11}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{p=1}^{\infty} a_{e_p}^{(1)} (-1)^n Y_{\xi p}^{ee} + \sum_{p=1}^{\infty} a_{h_p}^{(1)} (-1)^n Y_{\xi p}^{eh} - \sum_{p=1}^{\infty} a_{e_p}^{(2)} (-1)^{n+l} Y_{\xi p}^{ee} - \sum_{p=1}^{\infty} a_{h_p}^{(2)} (-1)^{n+l} Y_{\xi p}^{eh} \\
& + a_{e_\xi}^{(3)} [1 - \coth(\gamma_{e_\xi}^{(3)} b_1)] \\
& = -\sum_{p=1}^{\infty} b_{e_p}^{(1)} (-1)^n Y_{\xi p}^{ee} - \sum_{p=1}^{\infty} b_{h_p}^{(1)} (-1)^n Y_{\xi p}^{eh} + \sum_{p=1}^{\infty} b_{e_p}^{(2)} (-1)^{n+l} Y_{\xi p}^{ee} + \sum_{p=1}^{\infty} b_{h_p}^{(2)} (-1)^{n+l} Y_{\xi p}^{eh} \\
& + b_{e_\xi}^{(3)} [1 + \coth(\gamma_{e_\xi}^{(3)} b_1)]
\end{aligned} \tag{A.12}$$

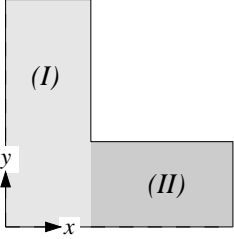
$$\begin{aligned}
 & \sum_{p=1}^{\infty} a_{e_p}^{(1)} (-1)^n Y_{\xi p}^{he} + \sum_{p=1}^{\infty} a_{h_p}^{(1)} (-1)^n Y_{\xi p}^{hh} - \sum_{p=1}^{\infty} a_{e_p}^{(2)} (-1)^{n+l} Y_{\xi p}^{he} - \sum_{p=1}^{\infty} a_{h_p}^{(2)} (-1)^{n+l} Y_{\xi p}^{hh} \\
 & + a_{h_\xi}^{(3)} [1 - \coth(\gamma_{h_\xi}^{(3)} b_1)] \\
 = & - \sum_{p=1}^{\infty} b_{e_p}^{(1)} (-1)^n Y_{\xi p}^{he} - \sum_{p=1}^{\infty} b_{h_p}^{(1)} (-1)^n Y_{\xi p}^{hh} + \sum_{p=1}^{\infty} b_{e_p}^{(2)} (-1)^{n+l} Y_{\xi p}^{he} + \sum_{p=1}^{\infty} b_{h_p}^{(2)} (-1)^{n+l} Y_{\xi p}^{hh} \\
 & + b_{h_\xi}^{(3)} [1 + \coth(\gamma_{h_\xi}^{(3)} b_1)]
 \end{aligned} \tag{A.13}$$

mit

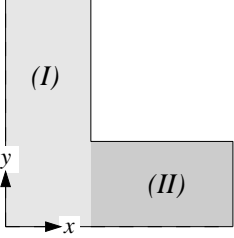
$$\begin{aligned}
 Y_{\xi p}^{ee} &= \frac{\sqrt{Z_{e_\xi}^{(3)}}}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \frac{1}{\sinh(\gamma_{e_p}^{(1)} b_3)} \iint_{A_3} \vec{e}_{e_\xi}^{(3)} \cdot \vec{t}_{e_p}^{(1)} dA, & Y_{\xi p}^{eh} &= \frac{\sqrt{Z_{e_\xi}^{(3)}}}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \frac{(-1)}{\sinh(\gamma_{h_p}^{(1)} b_3)} \iint_{A_3} \vec{e}_{e_\xi}^{(3)} \cdot \vec{t}_{h_p}^{(1)} dA \\
 Y_{\xi p}^{he} &= \frac{\sqrt{Z_{h_\xi}^{(3)}}}{\sqrt{Z_{e_p}^{(1)}}} \frac{1}{\sinh(\gamma_{e_p}^{(1)} b_3)} \iint_{A_3} \vec{e}_{h_\xi}^{(3)} \cdot \vec{t}_{e_p}^{(1)} dA, & Y_{\xi p}^{hh} &= \frac{\sqrt{Z_{h_\xi}^{(3)}}}{\sqrt{Z_{h_p}^{(1)}}} \frac{(-1)}{\sinh(\gamma_{h_p}^{(1)} b_3)} \iint_{A_3} \vec{e}_{h_\xi}^{(3)} \cdot \vec{t}_{h_p}^{(1)} dA
 \end{aligned}$$

A.4 Systemgleichungssysteme des Kreuzhohlleiters

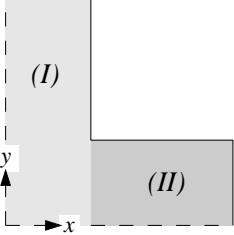
Im folgenden sind die Systemgleichungen des Kreuzhohlleiters, die die Lösung der einzelnen symmetriebedingten geometrievaren Eigenwertprobleme bilden, tabellarisch zusammengefasst.



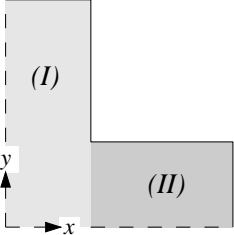
$$\begin{aligned}
 F_i^{(I)} S_i^{(I)} + \sum_{n=0}^{\infty} F_n^{(II)} S_n^{(II)} K_{in}^C &= 0 \\
 \sum_{m=0}^{\infty} F_m^{(I)} C_m^{(I)} K_{mj}^C - \left(1 - \frac{b}{a}\right) F_j^{(II)} C_j^{(II)} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{A.14}$$



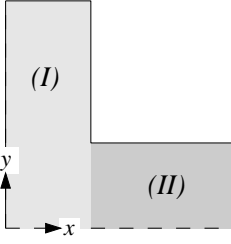
$$\begin{aligned}
 A_i^{(I)} S_i^{(I)'} - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(II)} S_n^{(II)'} K_{in}^S &= 0 \\
 \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(I)} C_m^{(I)} K_{mj}^S + \left(1 - \frac{b}{a}\right) A_j^{(II)} C_j^{(II)} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{A.15}$$



$$\begin{aligned}
 F_i^{(I)} C_i^{(I)} - \sum_{n=0}^{\infty} F_n^{(II)} S_n^{(II)} K_{in}^C &= 0 \\
 \sum_{m=0}^{\infty} F_m^{(I)} S_m^{(I)'} K_{mj}^C - \left(1 - \frac{b}{a}\right) F_j^{(II)} C_j^{(II)} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{A.16}$$



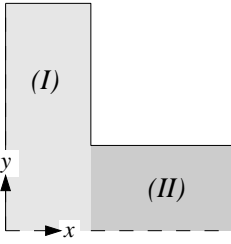
$$\begin{aligned}
 A_i^{(I)} C_i^{(I)} - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(II)} S_n^{(II)'} K_{in}^S &= 0 \\
 \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(I)} S_m^{(I)} K_{mj}^S - \left(1 - \frac{b}{a}\right) A_j^{(II)} C_j^{(II)} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{A.17}$$



$$F_i^{(I)} S_i^{(I)} + \sum_{n=0}^{\infty} F_n^{(II)} S_n^{(II)} K_{in}^C = 0$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} F_m^{(I)} C_m^{(I)} K_{mj}^C - \left(1 - \frac{b}{a}\right) F_j^{(II)} C_j^{(II)} = 0$$

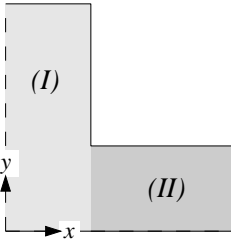
(A.18)



$$A_i^{(I)} S_i^{(I')} - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(II)} S_n^{(II')} K_{in}^S = 0$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(I)} C_m^{(I)} K_{mj}^S + \left(1 - \frac{b}{a}\right) A_j^{(II)} C_j^{(II)} = 0$$

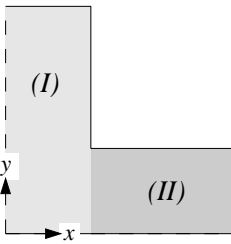
(A.19)



$$F_i^{(I)} C_i^{(I)} - \sum_{n=0}^{\infty} F_n^{(II)} S_n^{(II)} K_{in}^C = 0$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} F_m^{(I)} S_m^{(I')} K_{mj}^C - \left(1 - \frac{b}{a}\right) F_j^{(II)} C_j^{(II)} = 0$$

(A.20)



$$A_i^{(I)} C_i^{(I)} - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(II)} S_n^{(II')} K_{in}^S = 0$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(I)} S_m^{(I)} K_{mj}^S - \left(1 - \frac{b}{a}\right) A_j^{(II)} C_j^{(II)} = 0$$

(A.21)

mit

$$S_i^{(I)} = k_{x_i}^{(I)} \sin[k_{x_i}^{(I)}(a-b)] = \begin{cases} \sqrt{k_{x_i}^{(I)2}} \sin\left[\sqrt{k_{x_i}^{(I)2}}(a-b)\right] & \text{für } k_{x_i}^{(I)2} \geq 0 \\ -\sqrt{-k_{x_i}^{(I)2}} \sinh\left[\sqrt{-k_{x_i}^{(I)2}}(a-b)\right] & \text{für } k_{x_i}^{(I)2} < 0 \end{cases}$$

A.4. SYSTEMGLEICHUNGSSYSTEME DES KREUZHOHLLEITERS

$$S_i^{(I)'} = \frac{1}{k_{x_i}^{(I)}} \sin[k_{x_i}^{(I)}(a-b)] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{k_{x_i}^{(I)2}} \sin\left[\sqrt{i k_{x_i}^{(I)2}}(a-b)\right]} & \text{für } k_{x_i}^{(I)2} \geq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{-k_{x_i}^{(I)2}} \sinh\left[\sqrt{-k_{x_i}^{(I)2}}(a-b)\right]} & \text{für } k_{x_i}^{(I)2} < 0 \end{cases}$$

$$C_j^{(II)} = \cos[k_{x_j}^{(II)}(a-b)] = \begin{cases} \cos\left[\sqrt{k_{x_j}^{(II)2}}(a-b)\right] & \text{für } k_{x_j}^{(II)2} \geq 0 \\ \cosh\left[\sqrt{-k_{x_j}^{(II)2}}(a-b)\right] & \text{für } k_{x_j}^{(II)2} < 0 \end{cases}$$

Die Kopplungsintegrale K_{in}^C und K_{in}^S berechnen sich aus dem Integral entlang der gemeinsamen Grenze für $x = a - b$ über des Produkt zweier einfacher cos- bzw. sin-Funktionen. Die Wellenzahlen $k_{y_i}^{(I)}$ und $k_{y_n}^{(II)}$ sind Tab. 5.1 zu entnehmen.

$$K_{in}^C = \frac{1}{a} \sqrt{\epsilon_{k_{y_i}^{(I)}} \epsilon_{k_{y_n}^{(II)}}} \int_0^{a-b} \cos[k_{y_i}^{(I)}(a-y)] \cos[k_{y_n}^{(II)}(a-b-y)] dy$$

$$K_{in}^S = \frac{2}{a} \int_0^{a-b} \sin[k_{y_i}^{(I)}(a-y)] \sin[k_{y_n}^{(II)}(a-b-y)] dy$$

$$\epsilon_{k_{y_i}^{(I)}} = \begin{cases} 1 & \text{für } k_{y_i}^{(I)} = 0 \\ 2 & \text{für } k_{y_i}^{(I)} \text{ sonst} \end{cases} \quad \epsilon_{k_{y_n}^{(II)}} \quad \text{analog}$$

A.5 Koppelintegrale des Rechteck–Kreuzhohlleiter-Übergangs

Zur Vervollständigung des in Abschnitt 5.2.4 betrachteten Kopplungsproblems zwischen einem Rechteck– und einem Kreuzhohlleiter, sind nachstehend die Koeffizienten aller Systemgleichungen angegeben. Da die Anpassung auf einem vollständigen Wellenansatz mit TE– und TM-Wellen basiert, sind unter Berücksichtigung der geometrischen Separation auf Grund der verschiedenen Kombinationen der Randbedingungen (elektrische bzw. magnetische Wand) für $x = 0$ und $y = 0$ vier separate Problemstellungen zu behandeln.

Grundsätzlich lassen sich die Koppeladmittanzen $Y_{\eta p}^{ee}$, $Y_{\eta p}^{eh}$, $Y_{\eta p}^{he}$ und $Y_{\eta p}^{hh}$ nach Gl. (5.99) – Gl. (5.102) in die folgende Form überführen, deren einzelne Komponenten in den anschließenden Abschnitten A.5.1 – A.5.4 angegeben sind.

$$\begin{aligned}
 Y_{\eta p}^{ee} &= Y_o^{ee} \cdot Q_{e\eta} \cdot \left[\sum_{m=0}^{\infty} \frac{F_{m\eta}^{(I)}}{\sqrt{1 + \delta_m}} (k_{y\nu}^{(1)} k_{y_m}^{(I)} \cdot V_{e_m}^{(I)} + k_{x\tau}^{(1)} k_{x_m}^{(I)} \cdot V_{o_m}^{(I)}) \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F_{n\eta}^{(II)}}{\sqrt{1 + \delta_n}} (k_{y\nu}^{(1)} k_{y_n}^{(II)} \cdot V_{e_n}^{(II)} + k_{x\tau}^{(1)} k_{x_n}^{(II)} \cdot V_{o_n}^{(II)}) \right] \\
 Y_{\eta p}^{eh} &= Y_o^{eh} \cdot Q_{e\eta} \cdot \left[\sum_{m=0}^{\infty} \frac{F_{m\eta}^{(I)}}{\sqrt{1 + \delta_m}} (k_{x\tau}^{(1)} k_{y_m}^{(I)} \cdot V_{e_m}^{(I)} - k_{y\nu}^{(1)} k_{x_m}^{(I)} \cdot V_{o_m}^{(I)}) \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F_{n\eta}^{(II)}}{\sqrt{1 + \delta_n}} (k_{x\tau}^{(1)} k_{y_n}^{(II)} \cdot V_{e_n}^{(II)} - k_{y\nu}^{(1)} k_{x_n}^{(II)} \cdot V_{o_n}^{(II)}) \right] \\
 Y_{\eta p}^{he} &= Y_o^{he} \cdot Q_{h\eta} \cdot \left[\sum_{i=0}^{\infty} A_{i\eta}^{(I)} (k_{y\nu}^{(1)} k_{x_i}^{(I)} \cdot V_{e_i}^{(I)} - k_{x\tau}^{(1)} k_{y_i}^{(I)} \cdot V_{o_i}^{(I)}) \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{j=0}^{\infty} A_{j\eta}^{(II)} (k_{y\nu}^{(1)} k_{x_j}^{(II)} \cdot V_{e_j}^{(II)} - k_{x\tau}^{(1)} k_{y_j}^{(II)} \cdot V_{o_j}^{(II)}) \right] \\
 Y_{\eta p}^{hh} &= Y_o^{hh} \cdot Q_{h\eta} \cdot \left[\sum_{i=0}^{\infty} A_{i\eta}^{(I)} (k_{x\tau}^{(1)} k_{x_i}^{(I)} \cdot V_{e_i}^{(I)} + k_{y\nu}^{(1)} k_{y_i}^{(I)} \cdot V_{o_i}^{(I)}) \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{j=0}^{\infty} A_{j\eta}^{(II)} (k_{x\tau}^{(1)} k_{x_j}^{(II)} \cdot V_{e_j}^{(II)} + k_{y\nu}^{(1)} k_{y_j}^{(II)} \cdot V_{o_j}^{(II)}) \right]
 \end{aligned}$$

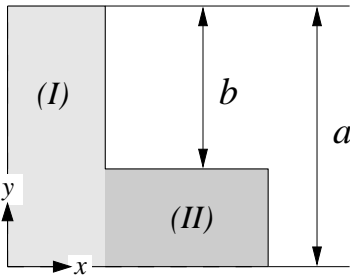
A.5. KOPPELINTEGRALE DES RECHTECK-KREUZHOHLLEITERÜBERGANGS

mit

$$\begin{aligned}
 Y_0^{ee} &= \frac{\sqrt{Z_{e\eta}^{(2)}}}{\sqrt{Z_{ep}^{(1)}}} \cdot \frac{4}{a k_{c_p}^{(1)} \sqrt{1 + \delta_\tau} \sqrt{1 + \delta_\nu}} & Y_0^{he} &= -\frac{\sqrt{Z_{h\eta}^{(2)}}}{\sqrt{Z_{ep}^{(1)}}} \cdot \frac{4}{a k_{c_p}^{(1)} \sqrt{1 + \delta_\tau} \sqrt{1 + \delta_\nu}} \\
 Y_0^{eh} &= \frac{\sqrt{Z_{e\eta}^{(2)}}}{\sqrt{Z_{hp}^{(1)}}} \cdot \frac{4}{a k_{c_p}^{(1)}} & Y_0^{hh} &= -\frac{\sqrt{Z_{h\eta}^{(2)}}}{\sqrt{Z_{hp}^{(1)}}} \cdot \frac{4}{a k_{c_p}^{(1)}} \\
 k_{x_\tau}^{(1)} &= \tau \frac{\pi}{2a} & k_{y_\nu}^{(1)} &= \nu \frac{\pi}{2a} & k_{c_p}^{(1)} &= \sqrt{k_{x_\tau}^{(1)2} + k_{y_\nu}^{(1)2}} \quad \tau, \nu \text{ Integer}
 \end{aligned}$$

Die verbleibenden, nicht spezifizierten Größen sind je nach Wahl des Wandcharakters (elektrisch oder magnetisch) unterschiedlich zu berechnen. Entsprechend Tabelle 5.2 erfolgt die Kennzeichnung der resultierenden vier Möglichkeiten über $TE_{ee}+TM_{ee}$, $TE_{em}+TM_{em}$, $TE_{me}+TM_{me}$ bzw. $TE_{mm}+TM_{mm}$.

A.5.1 $TE_{ee}+TM_{ee}$



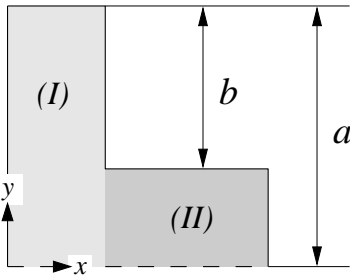
$$\begin{aligned}
 k_{y_m}^{(I)} &= m \frac{\pi}{a} & k_{x_m}^{(I)} &= \sqrt{k_{c_\eta}^2 - k_{y_m}^{(I)2}} \\
 k_{y_n}^{(II)} &= n \frac{\pi}{a-b} & k_{x_n}^{(II)} &= \sqrt{k_{c_\eta}^2 - k_{y_n}^{(II)2}} \\
 k_{y_i}^{(I)} &= (i+1) \frac{\pi}{a} & k_{x_i}^{(I)} &= \sqrt{k_{c_\eta}^2 - k_{y_i}^{(I)2}} \\
 k_{y_j}^{(II)} &= (j+1) \frac{\pi}{a-b} & k_{x_j}^{(II)} &= \sqrt{k_{c_\eta}^2 - k_{y_j}^{(II)2}}
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 V_{e_m}^{(I)} &= I_c(k_{x_m}^{(I)}, k_{x_\tau}^{(1)}, a-b, a) \cdot I_s(k_{y_m}^{(I)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a, 0) \\
 V_{o_m}^{(I)} &= I_s(k_{x_m}^{(I)}, k_{x_\tau}^{(1)}, a-b, a) \cdot I_c(k_{y_m}^{(I)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a, 0) \\
 V_{e_n}^{(II)} &= I_s(k_{y_n}^{(II)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a-b, b) \cdot I_c(k_{x_n}^{(II)}, k_{x_\tau}^{(1)}, b, 0) \\
 V_{o_n}^{(II)} &= I_c(k_{y_n}^{(II)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a-b, b) \cdot I_s(k_{x_n}^{(II)}, k_{x_\tau}^{(1)}, b, 0)
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{für } \tau \text{ gerade} \wedge \nu \text{ gerade;} \\ 0 \text{ sonst} \end{array}$$

$V_{e_i}^{(I)}, V_{o_i}^{(I)}, V_{e_j}^{(II)}, V_{o_j}^{(II)}$ analog

$$\begin{aligned}
 Q_{e_\eta}^{-2} &= a(a-b) \sum_{m=0}^{\infty} F_{m_\eta}^{(I)2} \left[k_{c_\eta}^2 - [k_{x_m}^{(I)2} - k_{y_m}^{(I)2}] \operatorname{si}[2k_{x_m}^{(I)}(a-b)] \right] \\
 &\quad + b(a-b) \sum_{n=0}^{\infty} F_{n_\eta}^{(II)2} \left[k_{c_\eta}^2 - [k_{x_n}^{(II)2} - k_{y_n}^{(II)2}] \operatorname{si}[2k_{x_n}^{(II)}b] \right] \\
 Q_{h_\eta}^{-2} &= a(a-b) \sum_{i=0}^{\infty} A_{i_\eta}^{(I)2} \left[k_{c_\eta}^2 + [k_{x_i}^{(I)2} - k_{y_i}^{(I)2}] \operatorname{si}[2k_{x_i}^{(I)}(a-b)] \right] \\
 &\quad + b(a-b) \sum_{j=0}^{\infty} A_{j_\eta}^{(II)2} \left[k_{c_\eta}^2 + [k_{x_j}^{(II)2} - k_{y_j}^{(II)2}] \operatorname{si}[2k_{x_j}^{(II)}b] \right]
 \end{aligned}$$

A.5.2 TE_{em}+TM_{em}



$$k_{y_m}^{(I)} = (2m+1) \frac{\pi}{2a}$$

$$k_{x_m}^{(I)} = \sqrt{k_{c_\eta}^2 - k_{y_m}^{(I)2}}$$

$$k_{y_n}^{(II)} = (2n+1) \frac{\pi}{2(a-b)}$$

$$k_{x_n}^{(II)} = \sqrt{k_{c_\eta}^2 - k_{y_n}^{(II)2}}$$

$$k_{y_i}^{(I)} = (2i+1) \frac{\pi}{2a}$$

$$k_{x_i}^{(I)} = \sqrt{k_{c_\eta}^2 - k_{y_i}^{(I)2}}$$

$$k_{y_j}^{(II)} = (2j+1) \frac{\pi}{2(a-b)}$$

$$k_{x_j}^{(II)} = \sqrt{k_{c_\eta}^2 - k_{y_j}^{(II)2}}$$

$$\left. \begin{aligned}
 V_{e_m}^{(I)} &= -I_c(k_{x_m}^{(I)}, k_{x_\tau}^{(1)}, a-b, a) \cdot I_s(k_{y_m}^{(I)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a, 0) \\
 V_{o_m}^{(I)} &= -I_s(k_{x_m}^{(I)}, k_{x_\tau}^{(1)}, a-b, a) \cdot I_c(k_{y_m}^{(I)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a, 0) \\
 V_{e_n}^{(II)} &= -I_s(k_{y_n}^{(II)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a-b, b) \cdot I_c(k_{x_n}^{(II)}, k_{x_\tau}^{(1)}, b, 0) \\
 V_{o_n}^{(II)} &= -I_c(k_{y_n}^{(II)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a-b, b) \cdot I_s(k_{x_n}^{(II)}, k_{x_\tau}^{(1)}, b, 0)
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{für } \tau \text{ gerade } \wedge \nu \text{ ungerade;} \\ 0 \text{ sonst} \end{array}$$

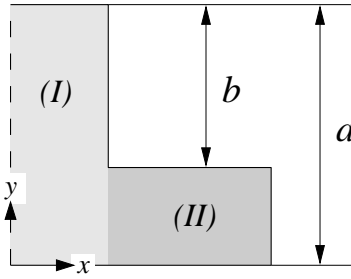
$V_{e_i}^{(I)}, V_{o_i}^{(I)}, V_{e_j}^{(II)}, V_{o_j}^{(II)}$ analog

$$\begin{aligned}
 Q_{e_\eta}^{-2} &= a(a-b) \sum_{m=0}^{\infty} F_{m_\eta}^{(I)2} \left[k_{c_\eta}^2 - [k_{x_m}^{(I)2} - k_{y_m}^{(I)2}] \operatorname{si}[2k_{x_m}^{(I)}(a-b)] \right] \\
 &\quad + b(a-b) \sum_{n=0}^{\infty} F_{n_\eta}^{(II)2} \left[k_{c_\eta}^2 - [k_{x_n}^{(II)2} - k_{y_n}^{(II)2}] \operatorname{si}[2k_{x_n}^{(II)}b] \right]
 \end{aligned}$$

A.5. KOPPELINTEGRALE DES RECHTECK-KREUZHOHLLEITERÜBERGANGS

$$Q_{h\eta}^{-2} = a(a-b) \sum_{i=0}^{\infty} A_{i\eta}^{(I)2} \left[k_{c\eta}^2 + [k_{x_i}^{(I)2} - k_{y_i}^{(I)2}] \text{si} [2k_{x_i}^{(I)}(a-b)] \right] \\ + b(a-b) \sum_{j=0}^{\infty} A_{j\eta}^{(II)2} \left[k_{c\eta}^2 + [k_{x_j}^{(II)2} - k_{y_j}^{(II)2}] \text{si} [2k_{x_j}^{(II)}b] \right]$$

A.5.3 TE_{me}+TM_{me}



$$k_{y_m}^{(I)} = m \frac{\pi}{a}$$

$$k_{y_n}^{(II)} = n \frac{\pi}{a-b}$$

$$k_{y_i}^{(I)} = (i+1) \frac{\pi}{a}$$

$$k_{y_j}^{(II)} = (j+1) \frac{\pi}{a-b}$$

$$k_{x_m}^{(I)} = \sqrt{k_{c\eta}^2 - k_{y_m}^{(I)2}}$$

$$k_{x_n}^{(II)} = \sqrt{k_{c\eta}^2 - k_{y_n}^{(II)2}}$$

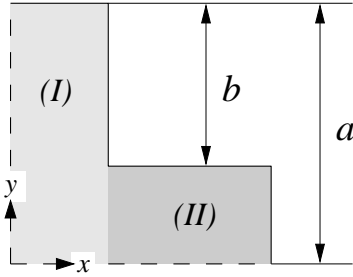
$$k_{x_i}^{(I)} = \sqrt{k_{c\eta}^2 - k_{y_i}^{(I)2}}$$

$$k_{x_j}^{(II)} = \sqrt{k_{c\eta}^2 - k_{y_j}^{(II)2}}$$

$$\left. \begin{aligned} V_{e_m}^{(I)} &= -I_{sc}(k_{x_m}^{(I)}, k_{x_\tau}^{(1)}, a-b, a) \cdot I_s(k_{y_m}^{(I)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a, 0) \\ V_{o_m}^{(I)} &= -I_{cs}(k_{x_m}^{(I)}, k_{x_\tau}^{(1)}, a-b, a) \cdot I_c(k_{y_m}^{(I)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a, 0) \\ V_{e_n}^{(II)} &= -I_s(k_{y_n}^{(II)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a-b, b) \cdot I_c(k_{x_n}^{(II)}, k_{x_\tau}^{(1)}, b, 0) \\ V_{o_n}^{(II)} &= -I_c(k_{y_n}^{(II)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a-b, b) \cdot I_s(k_{x_n}^{(II)}, k_{x_\tau}^{(1)}, b, 0) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{für } \tau \text{ ungerade } \wedge \nu \text{ gerade;} \\ 0 \text{ sonst} \end{array}$$

$V_{e_i}^{(I)}, V_{o_i}^{(I)}, V_{e_j}^{(II)}, V_{o_j}^{(II)}$ analog

$$Q_{e\eta}^{-2} = a(a-b) \sum_{m=0}^{\infty} F_{m\eta}^{(I)2} \left[k_{c\eta}^2 + [k_{x_m}^{(I)2} - k_{y_m}^{(I)2}] \text{si} [2k_{x_m}^{(I)}(a-b)] \right] \\ + b(a-b) \sum_{n=0}^{\infty} F_{n\eta}^{(II)2} \left[k_{c\eta}^2 - [k_{x_n}^{(II)2} - k_{y_n}^{(II)2}] \text{si} [2k_{x_n}^{(II)}b] \right] \\ Q_{h\eta}^{-2} = a(a-b) \sum_{i=0}^{\infty} A_{i\eta}^{(I)2} \left[k_{c\eta}^2 - [k_{x_i}^{(I)2} - k_{y_i}^{(I)2}] \text{si} [2k_{x_i}^{(I)}(a-b)] \right] \\ + b(a-b) \sum_{j=0}^{\infty} A_{j\eta}^{(II)2} \left[k_{c\eta}^2 + [k_{x_j}^{(II)2} - k_{y_j}^{(II)2}] \text{si} [2k_{x_j}^{(II)}b] \right]$$

A.5.4 TE_{mm}+TM_{mm}


$$k_{y_m}^{(I)} = (2m + 1) \frac{\pi}{2a}$$

$$k_{x_m}^{(I)} = \sqrt{k_{c_n}^2 - k_{y_m}^{(I)2}}$$

$$k_{y_n}^{(II)} = (2n + 1) \frac{\pi}{2(a - b)}$$

$$k_{x_n}^{(II)} = \sqrt{k_{c_n}^2 - k_{y_n}^{(II)2}}$$

$$k_{y_i}^{(I)} = (2i + 1) \frac{\pi}{2a}$$

$$k_{x_i}^{(I)} = \sqrt{k_{c_n}^2 - k_{y_i}^{(I)2}}$$

$$k_{y_j}^{(II)} = (2j + 1) \frac{\pi}{2(a - b)}$$

$$k_{x_j}^{(II)} = \sqrt{k_{c_n}^2 - k_{y_j}^{(II)2}}$$

$$\left. \begin{aligned} V_{e_m}^{(I)} &= I_{sc}(k_{x_m}^{(I)}, k_{x_\tau}^{(1)}, a - b, a) \cdot I_s(k_{y_m}^{(I)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a, 0) \\ V_{o_m}^{(I)} &= I_{cs}(k_{x_m}^{(I)}, k_{x_\tau}^{(1)}, a - b, a) \cdot I_c(k_{y_m}^{(I)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a, 0) \\ V_{e_n}^{(II)} &= I_s(k_{y_n}^{(II)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a - b, b) \cdot I_c(k_{x_n}^{(II)}, k_{x_\tau}^{(1)}, b, 0) \\ V_{o_n}^{(II)} &= I_c(k_{y_n}^{(II)}, k_{y_\nu}^{(1)}, a - b, b) \cdot I_s(k_{x_n}^{(II)}, k_{x_\tau}^{(1)}, b, 0) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{für } \tau \text{ ungerade} \wedge \nu \text{ ungerade;} \\ 0 \text{ sonst} \end{array}$$

$V_{e_i}^{(I)}, V_{o_i}^{(I)}, V_{e_j}^{(II)}, V_{o_j}^{(II)}$ analog

$$\begin{aligned} Q_{e_n}^{-2} &= a(a - b) \sum_{m=0}^{\infty} F_{m_n}^{(I)2} \left[k_{c_n}^2 + [k_{x_m}^{(I)2} - k_{y_m}^{(I)2}] \text{si}[2k_{x_m}^{(I)}(a - b)] \right] \\ &\quad + b(a - b) \sum_{n=0}^{\infty} F_{n_n}^{(II)2} \left[k_{c_n}^2 - [k_{x_n}^{(II)2} - k_{y_n}^{(II)2}] \text{si}[2k_{x_n}^{(II)}b] \right] \\ Q_{h_n}^{-2} &= a(a - b) \sum_{i=0}^{\infty} A_{i_n}^{(I)2} \left[k_{c_n}^2 - [k_{x_i}^{(I)2} - k_{y_i}^{(I)2}] \text{si}[2k_{x_i}^{(I)}(a - b)] \right] \\ &\quad + b(a - b) \sum_{j=0}^{\infty} A_{j_n}^{(II)2} \left[k_{c_n}^2 + [k_{x_j}^{(II)2} - k_{y_j}^{(II)2}] \text{si}[2k_{x_j}^{(II)}b] \right] \end{aligned}$$

Für die in den o.a. Gleichungen verwandten Funktionen I_c , I_s , I_{cs} und I_{sc} gilt:

$$\begin{aligned} I_c(a, b, c, d) &= \int_0^c \cos(at) \cos[b(d + t)] dt & I_s(a, b, c, d) &= \int_0^c \sin(at) \sin[b(d + t)] dt \\ I_{cs}(a, b, c, d) &= \int_0^c \cos(at) \sin[b(d + t)] dt & I_{sc}(a, b, c, d) &= \int_0^c \sin(at) \cos[b(d + t)] dt \end{aligned}$$

Literaturverzeichnis

- [1] L. Alatan, M. I. Aksun, K. Mahadevan, and M. T. Birand, “Analytical Evaluation of the MoM Matrix Elements,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 4, pp. 519–525, Apr. 1996.
- [2] N. Amitay, V. Galindo, and C. P. Wu, *Theory and Analysis of Phased Array Antennas*. New York: Wiley-Interscience, 1973.
- [3] F. Arndt, I. Ahrens, U. Papziner, U. Wiechmann, and R. Wilkeit, “Optimized E-Plane T-Junction Series Power Dividers,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 35, no. 11, pp. 1052–1059, Nov. 1987.
- [4] F. Arndt and G. U. Paul, “The Reflection Definition of the Characteristic Impedance of Microstrips,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 27, no. 8, pp. 724–731, Aug. 1979.
- [5] H. A. Bethe, “Theory of Diffraction by Small Holes,” *The Physical Review*, vol. 66, no. 7 and 8, pp. 163–182, Oct. 1944.
- [6] A. K. Bhattacharyya, *High-Frequency Electromagnetic Techniques*. New York: Wiley-Interscience, 1995.
- [7] T. S. Bird, “Mode Coupling in a Planar Circular Waveguide Array,” *Microwaves, Optics and Acoustics*, vol. 3, no. 5, pp. 172–180, Sept. 1979.
- [8] ———, “Mutual Coupling in Finite Coplanar Rectangular Waveguide Arrays,” *Electronic Letters*, vol. 23, no. 22, pp. 1199–1201, 1987.
- [9] ———, “Analysis of Mutual Coupling in Finite Arrays of Different-Sized Rectangular Waveguides,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 38, no. 2, pp. 166–172, Feb. 1990.
- [10] H. G. Booker, “Slot Aerials and their Relation to Complementary Wire Aerials (Babinet’s Principle),” *JIEE (London)*, vol. 93, pt. III A, pp. 620–626, 1946.

LITERATURVERZEICHNIS

- [11] J. Bornemann and F. Arndt, "Modal- S -Matrix Design of Optimum Stepped Ridged and Finned Waveguide Transformers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 35, no. 6, pp. 561–567, June 1987.
- [12] —, "Transverse Resonance, Standing Wave, and Resonator Formulation of the Ridge Waveguide Eigenvalue Problem and Its Application to the Design of E -Plane Finned Waveguide Filters," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 38, no. 8, pp. 1104–1113, Aug. 1990.
- [13] C. Brezinski, "Some New Convergence Acceleration Methods," *Math. Comput.*, vol. 39, pp. 133–145, 1982.
- [14] I. A. Bronstein and K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*. Frankfurt/Main: Verlag Harry Deutsch, 1989.
- [15] T. S. Chu, T. Itoh, and Y. C. Shih, "Comparative Study of Mode Matching Formulations for Microstrip Discontinuity Problems," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 33, no. 10, pp. 1018–1023, Oct. 1985.
- [16] P. J. B. Clarricoates, S. M. Tun, and C. G. Parini, "Effects of Mutual Coupling in Conical Horn Arrays," *IEE Proc. Microwaves, Opt. & Antennas*, vol. 131, Part H, pp. 165–171, 1984.
- [17] M. H. Cohen, T. H. Crowley, and C. A. Lewis, "The Aperture Admittance of a Rectangular Waveguide Radiating into a Halfspace," *Antenna Lab., Ohio State University Research Foundation, Columbus, Rept. 339-22*, Nov. 1951.
- [18] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, 2nd ed. New York: IEEE Press, 1991.
- [19] B. N. Das, A. Chakraborty, and N. V. S. N. Sarma, "S Matrix of Slot-Coupled H -Plane Tee Junction Using Rectangular Waveguide," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 38, no. 6, pp. 779–781, June 1990.
- [20] L. B. Felsen and N. Marcuvitz, *Radiation and Scattering of Waves*. New York: IEEE Press, 1994.
- [21] K. Forooghi, P.-S. Kildal, and S. R. Rengarajan, "Admittance of an Isolated Waveguide-Fed Slot Radiating Between Baffles Using a Spectrum of Two-Dimensional Solutions," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, no. 4, pp. 422–428, Apr. 1993.
- [22] J. G. F. Farrell and D. H. Kuhn, "Mutual Coupling Effects of Triangular-Grid Arrays by Modal Analysis," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 14, pp. 652–654, Sept. 1966.

LITERATURVERZEICHNIS

- [23] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 4th ed. New York: Academic Press, 1965.
- [24] R. C. Hansen, *Microwave Scanning Antennas Volume II Array Theory and Practice*. New York: Academic Press, 1966.
- [25] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*. New York: McGraw-Hill, 1961.
- [26] ———, *Field Computation by Moment Methods*. New York: The Macmillan Company, 1968.
- [27] F. B. Hildebrand, *Introduction to Numerical Analysis*, ser. Studies in Computational Mathematics 2. New York: McGraw-Hill, 1974.
- [28] T. Hirano, K. Hirokawa, and M. Ando, “Method of Moments Analysis of a Waveguide Crossed Slot by Using the Eigenmode Basis Functions Derived by the Edge-Based Finite-Element Method,” *IEE Proc.-Microw. Antennas Propag.*, vol. 147, no. 5, pp. 349–353, Oct. 2000.
- [29] L. Hongyu, F. Zhenghe, and Y. Qiji, “Analysis of an Offset Cross Slot in the Broad-wall of a Rectangular Waveguide Using the Galerkin Method,” *IEEE Ant. Prop. Soc. Int. Symp., National Radio Science Meeting (Cat. No. 98CH36194)*, vol. 3, pp. 1702–1705, June 1998.
- [30] P. Hsu and S. H. Chen, “Admittance and Resonant Length of Inclined Slots in the Narrow Wall of a Rectangular Waveguide,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 37, no. 1, pp. 45–49, Jan. 1989.
- [31] R. Ihmels and F. Arndt, “Rigorous Modal S -Matrix Analysis of the Cross-Iris in Rectangular Waveguides,” *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 2, no. 10, pp. 400–402, Oct. 1992.
- [32] T. Itoh, *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter Wave Passive Structures*. New York: Wiley Interscience, 1989.
- [33] C.-G. Jan, R. B. Wu, and P. Hsu, “Variational Analysis of Inclined Slots in the Narrow Wall of a Rectangular Waveguide,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 42, no. 10, pp. 1455–1458, Oct. 1994.
- [34] R. E. Jorgenson and R. Mittra, “Efficient Calculation of the Free-Space Periodic Green’s Function,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 38, no. 5, pp. 633–642, May 1990.

LITERATURVERZEICHNIS

- [35] L. G. Josefsson, "Analysis of Longitudinal Slots in Rectangular Waveguides," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 35, no. 12, pp. 1351–1357, Dec. 1987.
- [36] ———, "A Waveguide Transverse Slot for Array Applications," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, no. 7, pp. 845–850, July 1993.
- [37] A. I. Khalil, A. B. Yakovlev, and M. B. Steer, "Efficient Method-of-Moments Formulation for the Modeling of Planar Conductive Layers in a Shielded Guided-Wave Structure," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, no. 9, pp. 1730–1736, Sept. 1999.
- [38] N. Kinayman and M. I. Aksun, "Comparative Study of Acceleration Techniques for Integrals and Series in Electromagnetic Problems," *Radio Sci.*, vol. 30, no. 6, pp. 1713–1722, Dec. 1995.
- [39] H. D. Knetsch, "Beitrag zur Theorie sprunghafter Querschnittsveränderungen von Hohlleitern," *Arch. Elek. Übertragung*, vol. Band 22, no. Nr. 12, pp. 591–600, 1968.
- [40] K. Knopp, *Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen*, 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1964.
- [41] E. Kühn, "A Mode-Matching Method for Solving Field Problems in Waveguide and Resonator Circuits," *Arch. Elek. Übertragung*, vol. 27, no. 12, pp. 511–518, 1973.
- [42] L. Lewin, *Advanced Theory of Waveguides*. London: Iliffe & Sons, 1951.
- [43] ———, *Theory of Waveguides*. New York: Butterworth & Co Ltd, 1975.
- [44] F.-L. C. Lin, "Modal Characteristics of Crossed Rectangular Waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 25, no. 9, pp. 756–763, Sept. 1977.
- [45] R. W. Lyon and A. J. Sangster, "Efficient Moment Method Analysis of Radiating Slots in a Thick-Walled Rectangular Waveguide," *IEE Proceedings*, vol. 128(4), Part H, pp. 197–205, Aug. 1981.
- [46] Z. Ma, E. Yamashita, and S. Xu, "Transverse Scattering Matrix Formulation for a Class of Waveguide Eigenvalue Problems," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 41, no. 6/7, pp. 1044–1051, July 1993.
- [47] R. J. Mailloux, "First-Order Solutions for Mutual Coupling Between Waveguides Which Propagate Two Orthogonal Modes," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 17, no. 6, pp. 740–746, Nov. 1969.
- [48] ———, "Radiation and Near-Field Coupling Between Two Collinear Open-Ended Waveguides," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 17, no. 1, pp. 49–55, Jan. 1969.

LITERATURVERZEICHNIS

- [49] N. Marcuvitz, *Waveguide Handbook*. London: Peter Peregrinus Ltd, 1986.
- [50] B. J. Maxum, "Resonant Slots With Independent Control of Amplitude and Phase," *IRE Trans. Ant. Prop.*, vol. 8, no. 4, pp. 383–388, July 1960.
- [51] Agilent Technologies Inc., *Agilent High Frequency Structure Simulator 5.5*, 395 Page Mill Road, Palo Alto, CA 94304 U.S.A., Dec. 1999.
- [52] Hewlett-Packard Company, *HP 8719C, HP 8720C, HP 8722A/C Operating Manual*, U.S.A., Aug. 1991.
- [53] Mician GbR, *Manual μ Wave 5.0 Wizard*, Schlachte 21, D-28195 Bremen, Nov. 2003.
- [54] R. Mittra, C. H. Chan, and T. Cwik, "Techniques for Analyzing Frequency Selective Surfaces - a Review," *Proc. IEEE*, vol. 67, no. 12, pp. 1593–1615, Dec. 1988.
- [55] R. Mittra and S. W. Lee, *Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves*. New York: The Macmillan Company, 1971.
- [56] H. Patzelt, "Berechnung von Querschnittsprüngen im Rechteckhohlleiter, inhomogenen Rechteckhohlleitertransformatoren, Blenden endlicher Dicke im Rechteckhohlleiter und längsgekoppelten Rechteckhohlleiterfiltern mit der Methode der Orthogonalreihenentwicklung," Dissertation, Universität Bremen, 1978.
- [57] H. Patzelt and F. Arndt, "Double Plane Steps in Rectangular Waveguides and their Application for Transformers, Irises, and Filters," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 30, no. 5, pp. 771–776, May 1982.
- [58] C. Peterson and S. R. Rengarajan, "Rigorous Analysis of Weakly Excited Broadwall Slots," *Electronic Letters*, vol. 30, no. 12, pp. 921–922, 1994.
- [59] A. D. Poularikas, *The Transforms and Applications Handbook*, 2nd ed. Boca Raton, Florida: CRC Press LLC, 1999.
- [60] D. M. Pozar, "Scan Blindness in Infinite Phased Arrays of Printed Dipoles," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 32, pp. 602–610, June 1984.
- [61] —, *Microwave Engineering*, 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 2004.
- [62] V. V. S. Prakash, S. Christopher, and N. Balakrishnan, "Sidewall Inclined Slot in a Rectangular Waveguide: Theory and Experiment," *IEE Proc.-Microw. Antennas Propag.*, vol. 145, pp. 233–238, June 1998.
- [63] W. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling, *Numerical Recipes in C*. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.

LITERATURVERZEICHNIS

- [64] G. S. N. Raju, A. Chakraborty, and B. N. Das, "Studies on Wide Inclined Slots in the Narrow Wall of Rectangular Waveguide," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 38, no. 1, pp. 24–29, Jan. 1990.
- [65] S. R. Rengarajan, "Comments on "Analysis of Wide Inclined Slot Coupled Narrow Wall Coupler Between Dissimilar Rectangular Waveguides"," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 1, pp. 240–241, Jan. 1995.
- [66] A. J. Sangster, "A Generalized Analysis for a Class of Rectangular Waveguide Coupler Employing Narrow Wall Slots," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 2, pp. 283–290, Feb. 1996.
- [67] D. Satyanarayana and A. Chakraborty, "Analysis of Wide Inclined Slot Coupled Narrow Wall Coupler Between Dissimilar Rectangular Waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 42, no. 5, pp. 914–917, May 1994.
- [68] H. Schmiedel and F. Arndt, "Field Theory Design of Rectangular Waveguide Multiple-Slot Narrow-Wall Couplers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 34, no. 7, pp. 791–798, July 1986.
- [69] C. Scott, *The Spectral Domain Method in Electromagnetics*. Boston: Artech House, 1989.
- [70] K. R. Siarkiewicz and A. T. Adams, "Near and Far Field Thin Wire Coupling – Theory and Experiment," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 19, pp. 394–401, Nov. 1977.
- [71] S. Singh, W. F. Richards, J. R. Zinecker, and D. R. Wilton, "Accelerating the Convergence of Series Representing the Free Space Periodic Green's Function," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 38, no. 12, pp. 1958–1962, Dec. 1990.
- [72] S. Singh and R. Singh, "Efficient Computation of the Free-Space Periodic Green's Function," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 39, no. 7, pp. 1226–1229, July 1991.
- [73] —, "On the Use of ρ -Algorithm in Series Acceleration," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, no. 10, pp. 1514–1517, Oct. 1991.
- [74] —, "A Convergence Acceleration Procedure for Computing Slowly Converging Series," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, no. 1, pp. 168–171, Jan. 1992.
- [75] —, "On the Use of Chebyshev-Toeplitz Algorithm in Accelerating the Numerical Convergence of Infinite Series," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, no. 1, pp. 171–173, Jan. 1992.

LITERATURVERZEICHNIS

- [76] K. Solbach, "Below-Resonant-Length Slot Radiators for Traveling-Wave-Array Antennas," *IEEE AP-Magazine*, vol. 38, no. 1, pp. 7–14, Feb. 1996.
- [77] R. Sorrentino and T. Itoh, "Transverse Resonance Analysis of Finline Discontinuities," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 32, no. 12, pp. 1633–1638, Dec. 1984.
- [78] H. J. Stalzer Jr., M. D. Greenman, and F. G. Willwerth, "Modes of Crossed Rectangular Waveguide," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 24, pp. 220–223, Mar. 1976.
- [79] L. Stark, "Radiation Impedance of a Dipole in an Infinite Planar Phased Array," *Radio Sci.*, vol. 1, pp. 361–377, Mar. 1966.
- [80] A. F. Stevenson, "Theory of Slots in Rectangular Wave-Guides," *Journal of Applied Physics*, vol. 19, no. 3, pp. 24–38, Mar. 1948.
- [81] B. J. Strait and A. T. Adams, "Analysis and Design of Wire Antennas with Applications to EMC," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 12, pp. 45–54, May 1970.
- [82] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*. New York: McGraw-Hill, 1941.
- [83] C.-T. Tai, *Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory*, 2nd ed. New York: IEEE Press, 1993.
- [84] Q. C. Tham, "Modes and Cutoff Frequencies of Crossed Rectangular Waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 25, no. 7, pp. 585–588, July 1977.
- [85] R. Vahldieck and J. Bornemann, "A Modified Mode-Matching Technique and Its Application to a Class of Quasi-Planar Transmission Lines," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 33, no. 10, pp. 916–926, Oct. 1985.
- [86] W. H. Watson, *The Physical Principles of Waveguide Transmission and Antenna Systems*. Oxford: Clarendon Press, 1947.
- [87] R. C. Whaley and J. J. Dongarra. (2002, July) Automatically Tuned Linear Algebra Software (ATLAS). [Online]. Available: <http://math-atlas.sourceforge.net>
- [88] M. J. Wittich, "Erstellung und Optimierung eines Zweipolersatzschaltbildes bestehend aus passiven konzentrierten Elementen zur Beschreibung des Frequenzverhaltens eines 180°-Hohlleiterknicks im K-Band," Diplomarbeit, Universität Duisburg, Aug. 2001.

LITERATURVERZEICHNIS

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die durch ihre Unterstützung zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Besonderer Dank gebührt meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. K. Solbach für die interessante Fragestellung, die Betreuung insbesondere in schwierigen Situationen, den Freiraum und das Vertrauen in meine Person.

Bei Jutta Ervens, Maria Pardalopoulou und Dr. Thomas Bolz möchte ich mich für wertvolle Anregungen und Diskussionen bedanken, die auch über die Thematik meiner Arbeit hinausgingen. Als wissenschaftliche Kollegen am Fachgebiet Hochfrequenztechnik der Universität Duisburg–Essen haben Sie maßgeblich das sehr gute Arbeitsklima und die angenehme Büroatmosphäre mitgestaltet.

In diesem Zusammenhang möchte ich insbesondere Paul Lehmann und Rolf Küppers hervorheben, die als gute Seelen des Fachgebiets den Erfolg meiner Arbeit maßgeblich positiv beeinflusst haben, zu jeder Zeit für alle Belange ein offenes Ohr hatten und nie aufgehört haben, an den erfolgreichen Abschluss meiner Arbeit zu glauben.

Der mit Abstand größte Dank gilt jedoch meiner Frau Chantal, die es mir durch Ihre Geduld und Toleranz erst ermöglicht hat, das Thema unter den gegebenen beruflichen und familiären Bedingungen überhaupt weiter bearbeiten und letztlich auch fertigstellen zu können.