Heinz Steinbring

Stochastik in der Lehrerfortbildung

**In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1984:
18. Bundestagung vom 13.3. bis 16.3.1984 in Oldenburg
S. 326-329**

Heinz STEINBRING, Bielefeld

Stochastik in der Lehrerfortbildung

"Ja, wenn die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ ist, mit zwei Würfeln die Augensumme 7 zu werfen, dann sollte doch, von 12oo Würfen ungefähr der 6te Teil dieses Ereignis liefern. Jetzt liegen wir ein ganz klein wenig über 12oo, d.h. wie groß muß eigentlich die Zahl der zu erwartenden Fälle für dieses Ereignis sein? Bitte? ... Ja, etwas über 2oo muß sie liegen, und was haben wir? 171! Ich bin also nicht ganz zufrieden mit dem Ergebnis; ich habe den Eindruck, daß einige das nicht genau gemacht haben. Ja, wenn ich dann höre, daß jemand sagt, ich habe von 12o Würfen 81 mal die 7 gehabt, dann stimmt da was nicht, ich hoffe nicht, daß das Ergebnis da eingegangen ist. ... So, daß ich den Eindruck habe, daß ihr nicht exakt genug gearbeitet habt ..." (Aus einem Unterrichtsgespräch zur Einführung der Wahrscheinlichkeitstheorie in einem 6. Schuljahr).

Handelt es sich noch um Mathematikunterricht, wenn über die Richtigkeit von Ergebnissen Zweifel entstehen können, die vom Lehrer nicht eindeutig aufzuklären sind? Führt der Stochastikunterricht nicht zu einem völlig anderen Bild von Mathematik?

So oder ähnlich außern auch Lehrer auf Fortbildungen ihr Unbehagen mit der Stochastik. Nicht nur, daß ihnen die Stochastik meist völlig neu ist, sie erscheint ihnen häufig auch ganz anderer Natur zu sein, als die traditionellen Stoffbereiche der Sekundarstufe I.

Was macht die spezifische Bedeutung der Stochastik aus? Die Stochastik hat eine merkwürdige Eigenschaft. Sobald man versucht, Begriffe, Regeln, Modelle usw., kurzum die (elementare) Stochastik eindeutig zu definieren und mathematisch festzulegen, sofort bleibt letztlich nichts Stochastisches mehr übrig. Die Zufälligkeit hat ausgespielt, man hat es nur noch mit wohlbestimmten mathematischen Modellen und fixierten Rechenabläufen zu tun. Was übrig bleibt ist: Mengenlehre oder Bruch- bzw. Prozentrechnung, kombinatorische Regeln und Zählverfahren, Aspekte der elementaren Geometrie sowie einfache Rechenalgorithmen usw.

Bei der Wahrscheinlichkeit hat man ein Problem, wie es sonst im Curriculum nie so scharf zutage tritt: Der Wahrscheinlichkeitsbegriff ist ein sog. theoretischer Begriff, seine Bedeutung erschöpft sich nicht in einer formalen mathematischen Definition.

Mit der Charakterisierung "theoretischer Begriff" ist keine Verwissenschaftlichung der Schulstochastik im Sinne einer fachwissenschaftlichen Systematisierung gemeint. Was kann dann "theoretischer Begriff" für die Schule bedeuten und wie läßt sich die Wahrscheinlichkeit unter dieser Vorstellung im Unterricht entwickeln?

Anstelle einer einmaligen formalen Begriffsdefinition, die schon alle möglichen Implikationen enthält, sollte der Wahrscheinlichkeitsbegriff im Unterricht durch den Kontext von Anwendungssituationen, operativen Techniken und mathematischen Darstellungsmitteln getragen und implizit definiert werden. Lokale und begrenzte Definitionen der Wahrscheinlichkeit, wie z.B. die Gleichwahrscheinlichkeit beziehen sich immer nur auf vorgegebene bestimmte Anwendungsbereiche. Durch die Ausweitung der Anwendungsfälle wird der Wahrscheinlichkeitsbegriff verallgemeinert und weiterentwickelt, jedoch in dem strikten Bewußtsein, dabei keine endgültige Begriffsdefinition zu erhalten. Was sich hier nur kurz andeuten läßt, dies kann man für den Wahrscheinlichkeitsbegriff im Detail nachweisen. Schon seine historische Analyse zeigt das enge Wechselspiel in der Zunahme der Anwendungsfelder und der Entwicklung des Begriffs. Ausgehend von dieser Grundidee haben wir in unserem Buch "Stochastik in der Sekundarstufe I" [vgl. 1] für den Wahrscheinlichkeitsbegriff eine didaktische Entwicklungslinie aufzuzeigen versucht, die gerade nicht, wie sonst allgemein üblich die Herausbildung von Wahrscheinlichkeit als einen Prozeß der Ablösung und der Trennung von den Anwendungen, sowie den operativ-experimentellen Mitteln und Techniken versteht, deren Höhepunkt dann gewissermaßen die Axiomatik Kolmogoroffs ist. Umgekehrt, jede weitere Entwicklungsstufe sollte als ein Zuwachs an operativen Möglichkeiten der Anwendung begriffen werden. Unter dieser Perspektive ist eine axiomatische Definition der entwickeltste Ausdruck für unsere These, daß der Wahrscheinlichkeitsbegriff nicht reduktiv, also rückwärtsgewandt definiert werden kann, sondern duch viele lokale Anwendungsbereiche mit inhältlichen Bedeutungen gefüllt und entwickelt werden sollte.

Ausgehend von dieser Grundorientierung läßt sich für den Mathematikunterricht die folgende These aufstellen: Für eine inhaltlich bedeutungsvolle Behandlung der Stochastik im Mathematikunterricht ist es unumgänglich, den Wahrscheinlichkeitsbegriff gleichzeitig auf einer experimentell-anwendungsbezogenen und einer mathematischen Modellebene zu entwickeln. Jede frühzeitige Entscheidung zugunsten einer einzigen der beiden Definitionen von Wahrscheinlichkeit und gegen die andere - als relative Häufigkeit oder als relativer Anteil - beinhaltet die Gefahr einer formalen Reduktion der Stochastik auf mathematische Techniken.

Bei dieser Vorgehensweise wird das Arbeiten in Beispielkontexten, Modellen und begrenzten Anwendungszusammenhängen gegenüber einer strukturmathematischen Behandlung in den Vordergrund gestellt.

Die hier getroffene Unterscheidung zwischen der <u>fachsystematischen Struktur</u> der Stochastik und einer <u>schulmathematischen Auffassung</u>, welche die Lernsituation der Schüler einbezieht, hat für den Mathematiklehrer zur Folge, die Schulstochastik unter der besonderen <u>Perspektive der Lehrertätigkeit</u>, welche unterrichtlich-methodische und fachlich-didaktische Bedingungen umfaßt, zu verstehen.

Genau wie für den Schüler besondere Analyse- und Darstellungsmittel der Stochastik eine Rolle spielen, so sind für die Lehrertätigkeit spezifische Mittel und Maßnahmen wichtig, beispielsweise: Aufgabenvariationen und Aufgabenschwierigkeiten, Differenzierungsmaßnahmen (innere und äußere) und Bewertungen von Schülerleistungen, unterschiedliche Unterrichtsführung (Gruppenarbeit, Lehrvortrag usw.), didaktische Analysen mathematischer Grundbegriffe, die Einordnung von Stoffbereichen in den Lehrplan der Sekundarstufe I. Diese Beispiele verdeutlichen den besonderen Kontext der Schulstochastik aus der Perspektive der Lehrertätigkeit.

Die hier geforderte Berücksichtigung spezifischer sozialer Kontexte (zum einen die Schüler, zum anderen die Lehrertätigkeit) hat für Ausbildungsmaterialien sowie Fortbildungen zur Stochastik zur Folge, daß immer ein Prinzip des exemplarischen und unterrichtspraktischen sowie gleichzeitig des systematisch-begründenden und theoretischen Vorgehens respektiert werden sollte. Auf diese Weise konzipiertes Material [vgl. 2, 3]

und inhaltlich organisierte Fortbildungen ermöglichen dem Mathematiklehrer, jederzeit eine unterrichtliche Perspektive zu gewinnen und das zu lernende Wissen auf die eigene Tätigkeit zu beziehen. Man muß davon ausgehen, daß erfahrene Lehrer nicht, wie etwa Studenten, neues Wissen als Vorratswissen erlernen, sondern unmittelbar nach berufsspezifischen Bedeutungen fragen und dann bei Umsetzung und Erprobung im eigenen Unterricht später die Notwendigkeit bestimmter allgemeiner Begründungen und systematischer Zusammenhänge erfahren.

Literatur

[1] v. Harten, G. / Steinbring, H.: Stochastik in der Sekundarstufe I, Köln 1984

[2] v. Harten, G. / Steinbring, H.: Handreichungen für die Gesamtschule (NRW), Mathematik: Stochastik 5/6, Soest 1984 (im Druck)

[3] Jäger, J. / Schupp, H.: Stochastik in der Hauptschule, Paderborn 1983