III. ZUM ZUSAMMENHANG VON ZUFALL UND GESETZMÄSSIGKEIT - ASPEKTE EINER LOGISCHEN ENTWICKLUNGSSTRUKTUR DES WAHRSCHEINLICHKEITSBEGRIFFS

III.1. Zum Problem der Herausbildung eines angemessenen wahrscheinlichkeitstheoretischen Objektverständnisses - Resumeé der historischen Analyse

"Eine der ersten Fragen, die man beim Herantreten an einen neuen Wissenszweig zu stellen pflegt, ist die nach seinem Gegenstand. Es wäre nicht leicht, auf diese Frage, wenn sie bezüglich der Wahrscheinlichkeitsrechnung gestellt wird, eine kurze und doch verständliche Antwort zu geben. Der Grund hierfür liegt darin, daß sinnliche und nicht-sinnliche Erscheinungen jeder Art unter gewissen Umständen Gegenstand der Wahrscheinlichkeitsrechnung sein können, und daß das Verhältnis, in welches die Mathematik zu diesem unermeßlichen Kreise der heterogensten Objekte sich stellt, wegen des hohen Grades von Allgemeinheit mit wenigen Worten nicht gekennzeichnet werden kann. Von mathematischer Seite allein ist überhaupt nicht Auskunft zu erlangen; es spielen auch physikalische und philosophische Erwägungen mit, wie denn die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung stets und namentlich häufig in neuerer Zeit den Gegenstand philosophischer Forschung bildeten." (Czuber, 1902, S.1) So beginnt Czuber sein bekanntes Lehrwerk "Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichung, Statistik und Lebensversicherung." Die von ihm ganz allgemein aufgeworfene Frage nach dem Gegenstand der Wahrscheinlichkeitsrechnung hat auch uns zentral in unserer historischen Analyse geleitet; ja wir sind in gewisser Weise vom Primat des Gegenstandes, von der Bedeutung realer Anwendungen ausgegangen, um so in der Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs Probleme und Gegensätze verstehen und untersuchen zu können.

Konkret analysiert haben wir dazu die Übergänge von Glücksspielen zu allgemein zufälligen Ereignissen, von einzelnen Zufallserscheinungen zu Systemen von Zufallsgrößen und die Erweiterung des Anwendungsbereichs auf relevante physikalische Situationen.

Als allgemeine Orientierung und in Ansätzen erster Erklärungsrahmen für eine systematische Charakterisierung der Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs kann nun die von J.D. Sneed (1971) entwickelte Konzeption der Theorienentwicklung herangezogen werden. Wir beziehen uns hierzu vor allem auf die Arbeit von Jahnke (1978), der die Konzeption Sneeds gerade im Hinblick auf die Entwicklungsdynamik von Theorien aufgreift, interpretiert und für ein besseres Verständnis der Entwicklung mathematischer Begriffe, insbesondere auch unter einer didaktischen Perspektive allgemein fruchtbar zu machen versucht. Wir streben jedoch keine formal logische Übertragung der Sneedschen Konzeption auf die Wahrscheinlichkeitstheorie an; vielmehr soll diese uns vor allem dazu dienen, eine erste wichtige "Grundstruktur" zentraler Konzepte und ihrer wechselseitigen Beziehungen zu identifizieren. Dabei ist zu beachten, daß eine Interpretation der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie auf der Grundlage der Theorienentwicklung nach Sneed gerade der besonderen Probleme der Wahrscheinlichkeitstheorie wegen auch umgekehrt Veränderungen und Differenzierungen in einigen Aspekten der Konzeption von Sneed mit sich bringen wird. So gesehen ist eine detaillierte "Übersetzung" zunächst also gar nicht wünschenswert.

Im folgenden wollen wir kurz die Hauptmerkmale der Sneedschen Konzeption skizzieren; für eine ausführliche Darstellung sei auf die Literatur verwiesen (Sneed, 1971; Jahnke, 1978; Stegmüller, 1973).
Das Hauptproblem, welches Sneed in seiner Arbeit behandelt, ist das der "theoretischen Terme". In kritischer Auseinandersetzung mit der Diskussion in der analytischen Wissenschaftstheorie nimmt er eine völlig neue Definition vor, die uns auch für die Analyse des Wahrscheinlichkeitsbegriffs nützlich zu sein scheint. "Theoretische Terme sind solche Begriffe einer Theorie, die sich nicht in Abhängigkeit von Observablen definieren lassen und dennoch innerhalb der Theorie eine wichtige erklärende Funktion erfüllen." (Jahnke, 1978, S.277) Theoretische Terme sind also solche Begriffe, die nicht unabhängig von der infragestehenden Theorie gemessen werden können.

Im Beispiel der klassischen Mechanik, die Sneed in seiner Arbeit ausführlich behandelt, sind insbesondere die Begriffe der Masse und der Kraft theoretische Terme. Man muß nämlich für die konkrete Messung der Größe 'Kraft' etwa die Gültigkeit der zweiten Newtonschen Gleichung "F = m·a" samt spezieller Annahmen über die jeweilige Form der Kraftfunktion voraussetzen.

"In der Begründung einer Theorie droht hier also ein Zirkel: Einerseits wird die Bedeutung der theoretischen Terme und damit die Art und Weise ihrer Messung offenbar erst durch die gesamte Theorie festgelegt, andererseits sind der Inhalt und die Anwendbarkeit dieser Theorie durch die theoretischen Terme bestimmt. Ein Beispiel dieses drohenden Zirkels ist die häufig diskutierte Frage, ob die zweite Newtonsche Grundgleichung ... eine Definition für die Begriffe der Kraft und der Masse darstellt oder ein Naturgesetz." (Jahnke/Otte, 1979, S.228) Und für den Wahrscheinlichkeitsbegriff verweist Stegmüller auf ein ähnliches Paradoxon:"Der Begriff des statistischen Datums schließt nicht nur sogenannte 'Beobachtungsdaten' ein, sondern stets auch ein 'background knowledge' in Gestalt akzeptierter statistischer Oberhypothesen. Die Notwendigkeit einer solchen Einbeziehung ergibt sich daraus, daß man keine statistischen Hypothesen überprüfen kann, ohne andere statistische Hypothesen als gültig vorauszusetzen. Dieser scheinbar paradoxe Sachverhalt wird verständlicher, wenn man zu der von R.N. Giere, benützten Analogie greift, bei der es sich ebenfalls um eine theoretische Größe handelt: Es dürfte in der Physik nicht möglich sein, den Wert einer bestimmten Kraft zu bestimmen, ohne irgendwelche Annahmen über andere Kräfte zu machen." (Stegmüller, 1973a, S.2/3)
Auch Emile Borel betont in der Diskussion um die zirkulären Aspekte expliziter Definitionsversuche der Wahrscheinlichkeit ganz allgemein die Unumgänglichkeit solcher Zirkel.
"It is customary to define probability as the ratio of the number of favorable cases to the total number of cases, provided that all cases may be regarded as equally probable. This definition gives the impression of a vicious circle; after all,

how can one know, whether all cases are equally probable when one does not know their probabilities? Actually, there is no vicious circle in assuming that one has a primitive notion about the meaning of 'equally probable' when one defines the mathematically precise meaning of the word 'probability'. Logicians who pretend to construct logical systems without vicious circles forget that it is impossible not to use ordinary language. This is not only in the definition of scientific terms; ordinary language must be looked upon as a universal acquisition of each individual, an acquisition which presupposes many vicious circles." (Borel, 1965, S.16)

Die "Lösung" des zirkelhaften "Problems der theoretischen Terme" besteht letztlich in einer dynamischen Sichtweise auf die Beziehung von Theorie zu Empirie. Dementsprechend wird Sneed zu einer dualistischen Interpretation von Theorie geführt: Diese wird als ein Paar <K, I> aufgefaßt, dem sog. Strukturkern K, welcher grob gesagt den mathematischen Apparat umfaßt und der Menge I der intendierten Anwendungen. Die bewußte Einbeziehung dieser beiden Ebenen, einer eher theoretischen und einer stärker empirischen bedeutet nun, daß eine Theorie nicht mehr einfach als ein System von Aussagen betrachtet wird. Hiermit wird der sog. "statement-view" von Theorien aufgegeben. Aussagen beziehen sich immer auf eine Vielfalt empirischer Sachverhalte. So werden mit Hilfe des mathematischen Strukturkerns K empirische Aussagen über die intendierten Anwendungen formuliert.

Die Bezeichnung 'intendierte Anwendungen' soll nun ausdrücken, daß es sich bei der Menge infrage kommender Anwendungsgegenstände nicht um eine wohlbestimmte und fest fixierte handelt, sondern daß hiermit gerade die Offenheit, die "Intention" vieler möglicher und im Verlaufe der weiteren Entwicklung noch einzubeziehender Anwendungen angesprochen wird. Ja, die Entwicklung der Theorie wird immer durch die intendierten Anwendungen vorangetrieben; diese geben die neuen Impulse. Um aber überhaupt den Entwicklungsgang einer Theorie charakterisieren zu können, ist es notwendig, auch Unterscheidungen zwischen

Anwendungen vorzunehmen. Mit einer Auffassung von einer alle Anwendungen auf einmal umfassenden Theorie, einem universellen Anwendungsbezug steht man dageqen ratlos vor der Frage nach der Entstehung, und der Entwicklung dieser Theorie.

"Die Idee, die Sneed entwickelt, um mit der Tatsache, daß eine Theorie verschiedene Anwendungen hat, umzugehen, ist, daß er den Begriff der Nebenbedingungen ('Constraints') einführt, die den (theoretischen und nicht-theoretischen) Termen auferlegt werden. Die Einführung von 'Constraints' bringt zum Ausdruck, daß die verschiedenen Anwendungen einer Theorie nicht unabhängig voneinander erfolgen. ..." (Jahnke, 1978, S.83)
Die "Constraints" stellen eine Beziehung zwischen den einzelnen intendierten Anwendungen und dem Strukturkern her; ja, sie sind eine Perspektive auf den Zusammenhang der verschiedenen Gegenstände und erlauben so erst, mit diesen theoretisch umzugehen; sie spiegeln fundamentale Invarianten des Objektbereichs wider.

So bestehen beispielsweise in der Mechanik die 'Constraints' etwa in der Konstanz der Masse eines Körpers in verschiedenen Anwendungen oder der Invarianz gewisser Kraftgesetze.
"... die 'Constraints' (hängen) besonders eng mit dem vortheoretischen Objektverständnis (zusammen). In der Tat bilden die 'Constraints' besonders starke Annahmen über <u>Invarianten</u> auf der Ebene der Gegenstände, darüber, 'wie die Welt beschaffen ist', die eine unabdingbare Voraussetzung sind, um die theoretischen Begriffe überhaupt anwenden zu können. Demgegenüber scheint der mathematische Formalismus weit eher offen für Modifikationen und Veränderungen zu sein, die durch Versuche der Anwendung bzw. durch die Empirie möglicherweise erzwungen werden." (Jahnke, 1978, S.113)

Die Entwicklung einer Theorie läuft nun entsprechend ihrer Interpretation als Paar $\langle K,I \rangle$ auf zwei Ebenen ab: einmal auf der Ebene des mathematischen Apparats etwa durch die Einführung spezieller Gesetze und zum anderen auf der Ebene der intendierten Anwendungen, auf der durch Einbeziehung immer neuerer Objekte die Bestimmtheit des Anwendungsbereichs präzisiert und die Theorieentwicklung weiter vorangetrieben wird. Jahnke stellt zusammenfassend die zentralen Merkmale von Sneeds Konzept so dar:"Am Anfang der Theorieentwicklung steht ein Paradox, eine Erfahrung oder ein Sachverhalt, der vom Standpunkt des alten Wissens nicht erklärbar ist. Der nächste Schritt besteht darin, dieses Paradox bzw. das noch Unbekannte in Form einer Definition zur Grundlage der neuen Theorie zu machen. Es werden theoretische Terme eingeführt und die Nebenbedingungen ('Constraints') expliziert, die das invariante Objektverständnis zum Ausdruck bringen. Dann wird die Theorie angewandt. Die ursprünglich nur durch gewisse funktionelle Eigenschaften charakterisierten theoretischen Terme erhalten strukturelle Bestimmtheit. Die innere Struktur der theoretischen Begriffe wird zunehmend aufgeklärt. Der ganze Prozeß ist nur verstehbar, wenn man den hierbei wirksamen Prozeß der Selbstregulation des Begriffs im Auge behält, nicht im Sinne einer'Selbstbewegung der Idee', aber doch als Projektion des Verhältnisses von Regulation zu Selbstregulation in der gegenständlichen Tätigkeit auf der Ebene der Theorie." (Jahnke, 1978, S.114/15)

Soweit zur kurzen Skizzierung der für unsere Arbeit wichtigsten Aspekte der Sneedschen Theorienkonzeption. In einem ersten Schritt wollen wir nun versuchen, mit Hilfe dieser Begrifflichkeit die allgemeine Form der historischen Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie zu beschreiben und zu analysieren: danach sollen die spezifischen Züge der Wahrscheinlichkeitstheorie dargestellt werden, die sich mit Hilfe der Sneedschen Konzeption nicht beschreiben lassen, ist diese doch ursprünglich nur für Theorien vom Typ der Newtonschen Mechanik formuliert worden.

Was zunächst aufgrund der historischen Analyse im Kapitel II ins Auge fällt, ist die wichtige Rolle, welche der sich stetig ausweitende Anwendungsbezug für die rasche Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie spielt. Wir haben deshalb versucht, gewisse Markierungen bzw. Etappen der Entwicklung nach möglichen Aspekten der jeweils in Betracht gezogenen Anwendungsgegenstände vorzunehmen. Die Bestimmung dieser Gegenstände

hängt natürlich von der jeweils zur Verfügung stehenden Theorie ab; Strukturkern K und Bereich intendierter Anwendungen I bestimmen und präzisieren sich im Verlaufe dieses Prozesses wechselseitig.
Als ein weiteres in der Sneedschen Konzeption enthaltenes Strukturmerkmal taucht auch von Anfang an in der Wahrscheinlichkeitstheorie das "Problem der theoretischen Terme" auf. Man steht gleich zu Beginn vor dem Paradoxon der Theorieabhängigkeit des Wahrscheinlichkeitsbegriffs, der Notwendigkeit also immer schon andere wahrscheinlichkeitstheoretische Voraussetzungen vornehmen zu müssen, um den Wahrscheinlichkeitsbegriff selbst begründen zu können. Dieses Problem wird in der Diskussion unter den verschiedensten Erscheinungen als "schlechter Zirkel" aufgegriffen: So wird etwa dem Begriff der Gleichwahrscheinlichkeit entgegengehalten, daß hier zur Grundlegung von Wahrscheinlichkeit schon die Definition von gleichwahrscheinlich mit Hilfe von gleichmöglich vorausgesetzt wird. (vgl. das Zitat von Borel)
Dieser "schlechte Zirkel" in den verschiedenen expliziten Definitionsversuchen von Wahrscheinlichkeit ist geradezu Ausdruck des theoretischen Charakters dieses Begriffs.

Entsprechend der dynamischen Vorgehensweise in der "Auflösung" dieses Zirkels wird auch in der Wahrscheinlichkeitstheorie das Paradoxon in einem permanenten Entwicklungprozeß angegangen: Theoretische Aspekte und empirische Objekte bzw. Daten erklären und kontrollieren sich wechselseitig.

Der Zusammenhang zwischen der theoretischen Ebene und den Anwendungsgegenständen, sowie die Beziehung der verschiedenen Anwendungsgegenstände untereinander gewährleistet auf einer ganz allgemeinen Ebene der Begriff der (stochastischen) Unabhängigkeit in dem folgenden Sinne. Unter der Voraussetzung, daß die grundlegende Wahrscheinlichkeitsverteilung konstant ist und die Bedingungen des betrachteten Zufallsexperimentes "gleichartig" bleiben werden, wird die weitere Annahme der (physikalisch intuitiven) Unabhängigkeit einzelner Experimente gemacht, welche dann in Form einer "Multiplikationsregel" in den wahrscheinlichkeitstheoretischen Kalkül übertragen wird. Der Begriff der Unabhängigkeit fungiert also als "constraint" der Wahrscheinlichkeitstheorie.

Der Unabhängigkeitsbegriff stellt somit zum einen eine intuitiv empirische Sicht auf die Gegenstände der Wahrscheinlichkeitstheorie dar, zum anderen ermöglicht die im Unabhängigkeitskonzept zum Tragen kommende formale Relation der Multiplikation der Wahrscheinlichkeiten voneinander unabhängiger Ereignisse erst den "Anschluß" der Empirie an die Theorie, nämlich die theoretische Bearbeitung eines Zufallsexperiments.

Kolmogoroff schreibt diesem Begriff in seiner bekannten Abhandlung "Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung" (1933) eine zentrale Position zu. "In der Tat haben wir schon gesehen, daß die Wahrscheinlichkeitsrechnung vom mathematischen Standpunkte aus als eine spezielle Anwendung der allgemeinen Theorie der additiven Mengenfunktionen betrachtet werden kann. Man kann sich natürlich fragen, wie ist es dann möglich, daß die Wahrscheinlichkeitsrechnung sich in eine große, ihre eigenen Methoden besitzende selbständige Wissenschaft entwickelt hat? .....

Geschichtlich ist die Unabhängigkeit von Versuchen und zufälligen Größen derjenige mathematische Begriff, welcher der Wahrscheinlichkeitsrechnung ihr eigenartiges Gepräge gibt.
Die klassischen Arbeiten von Laplace, Poisson, Tchebycheff, Markoff, Liapounoff, v. Mises und Bernstein sind in der Tat im wesentlichen der Untersuchung von Reihen unabhängiger Größen gewidmet. Wenn man in den neueren Untersuchungen (Markoff, Bernstein usw.) öfters die Forderung der vollständigen Unabhängigkeit ablehnt, so sieht man sich immer gezwungen, um hinreichend inhaltliche Resultate zu erhalten, abgeschwächte analoge Forderungen einzuführen. ... Man kommt also dazu, im Begriffe der Unabhängigkeit wenigstens den ersten Keim der eigenartigen Problematik der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erblicken... ."
(Kolmogoroff, 1933, S.8)

Der Unabhängigkeitsbegriff steht also nur beispielhaft für ein ganzes Spektrum abgestufter Abhängigkeiten zwischen "vollständiger" Unabhängigkeit und strikter Abhängigkeit; in dieser exemplarischen Bedeutung, in welcher Kolmogoroff ihn charakterisiert, wollen auch wir im folgenden immer nur kurz von Unabhängigkeit sprechen.

Darüber hinaus klingt in der Beschreibung Kolmogoroffs die grundlegende Bedeutung der Unabhängigkeit an; sie macht gerade die Besonderheit der Wahrscheinlichkeitstheorie im Verhältnis zur Maßtheorie aus (vgl. hierzu auch Kap. IV.2.3) und ermöglicht den großen Fortschritt, also die Vielfalt unterschiedlicher Anwendungen dieser Theorie. Damit erscheint es gerechtfertigt, den Unabhängigkeitsbegriff vorläufig im Sinne eines "Constraint" aufzufassen; daß gerade in diesem schwierigen "Kopplungsmechanismus" der Unabhängigkeit neuartige Probleme zutage treten, werden wir später ausführlich aufgreifen müssen.

Zunächst haben wir die drei wichtigen und grundlegenden Strukturmerkmale benannt, welche eine permanente "Auflösung" des theoretischen Zirkels, eine sich dauernd entwickelnde Erklärung des theoretischen Begriffs "Wahrscheinlichkeit" ermöglichen: theoretisch-mathematischer Apparat, intendierte Anwendungen und den "Constraints" in Form des Unabhängigkeitsbegriffs (zusammen mit seinen Differenzierungen).

Die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs läßt sich nun in "erster Annäherung" auf der Grundlage des Sneedschen Theorienkonzepts inhaltlich charakterisieren. Die permanente Erweiterung des Anwendungsbereichs treibt den Entwicklungsprozeß voran. Der ideal-symmetrische Würfel ist die "Keimzelle" der Entwicklung: als "ideales" Modellobjekt ist er imstande, wichtige Aspekte des theoretischen Apparates zu vergegenständlichen, gleichzeitig rechtfertigt er die Verwendung des realen Würfels als konkreten Zufallsoperator und repräsentiert so die gegenständlich-empirische Ebene der Anwendung. Das Konzept der Unabhängigkeit steckt intuitiv und implizit sowohl in den konkreten Zufallsexperimenten selbst als auch in der theoretischen Vorstellung über die Kombination mehrerer idealer Würfel etwa.

Beim Übergang von den ideal-symmetrischen Gegenständen zu den zufälligen Ereignissen, wie er ansatzweise zuerst von Bernoulli vollzogen wurde, beginnt langsam ein permanenter Prozeß der Differenzierung zwischen Modell- und Gegenstandsebene, zwischen Strukturkern K und Bereich intendierter Anwendungen I. Beide Seiten werden stärker expliziert und gegeneinander abgehoben, der Zusammenhang zwischen ihnen wird komplizierter. Dazu gewinnt der Unabhängigkeitsbegriff erste deutlichere theoretische Konturen in Form von abhängigen Ereignissen (etwa bei de Moivre); zudem wird diese schwierige Beziehung von theoretischen zu empirischen Aspekten ausdrücklich in Bernoullis Theorem ersichtlich (welches sich letzlich auf den Unabhängigkeitsbegriff stützt).

In dem darauf folgenden Übergang von einzelnen Zufallsereignissen zur expliziteren Betrachtung von Systemen von Zufallserscheinungen wird die Wechselbeziehung zwischen theoretischem Apparat und konkreten Anwendungsgegenständen weiter präzisiert; die gegenseitige Eigenständigkeit und auch Abhängigkeit, der dialektische Zusammenhang, wird immer offensichtlicher. Wir haben dazu ausführlich das Beispiel der Fehlerrechnung untersucht; die Tatsache, daß vorhandene Fehler "unbekannt" sind und auch immer bleiben, führt zu einer bewußt modellmäßig-hypothetischen Herangehensweise, also einer expliziten Trennung von theoretischen und empirischen Aspekten. Vor allem die Entwicklung des Begriffs der (Wahrscheinlichkeits)-Verteilung ermöglichte es, mit diesen Problemen umzugehen; zudem wurde gerade im Zusammenhang mit der sog. Normalverteilung die fundamentale Rolle des Unabhängigkeitsbegriffs immer deutlicher. Ja, es stellte sich letztlich heraus, daß im wesentlichen die Unabhängigkeit von Zufallsereignissen bzw. Zufallsgrößen (samt einiger weiterer Bedingungen; vgl. II.2) die Grundlage für "statistisch-geordnetes" Verhalten (wie es beispielhaft in der

Normalverteilung zum Ausdruck kommt) darstellt. Mit anderen Worten, es ist die Unabhängigkeit, die gleichzeitig erst eine theoretische Vorstellung von der konkreten Zufallssituation liefert und so ein Herangehen an diese ermöglicht, und die andererseits in Form der formalen Multiplikation von Wahrscheinlichkeiten den theoretischen Rahmen "aufbaut". Die besondere Bedeutung des Unabhängigkeitskonzepts, wie Kolmogoroff es betont, wird immer stärker sichtbar.

Im dritten beispielhaft untersuchten Anwendungsbereich haben wir uns dann den ersten "echten" Anwendungen der Wahrscheinlichkeitstheorie in der Physik zugewandt; von der Sneedschen Konzeption her betrachtet stellt dies zunächst einfach ein weiteres Beispiel der Anwendung der Theorie dar.

Soweit zu unserer anschaulichen Skizze der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie auf der Grundlage der Sneedschen Konzeption der Theorienentwicklung; sie stellt, wie schon angemerkt, nur einen ersten Versuch zur Erfassung der für die Entwicklung und Beschreibung der Theorie wichtigen Merkmale dar. Zentral ist die Rolle der intendierten Anwendungen für die Dynamik des Entwicklungsprozesses. "... die Sneedsche Konzeption (macht) in besonderem Maße deutlich, daß in der neuzeitlichen Wissenschaft 'Begründen' nicht mehr heißen kann, neues Wissen auf altes zurückzuführen, sondern umgekehrt, erklärt die neue Theorie die alte. Die allgemeinere Theorie erklärt die weniger allgemeine, das weniger Bekannte erklärt das Bekannte. Dieser hypothetische Vorgriff auf den möglichen, intendierten Anwendungsbezug einer Theorie, der so charakteristisch für das operative Wissenschaftsverständnis ist, läßt sich im Rahmen des Sneedschen Formalismus besonders prägnant durch den Begriff der 'Menge I der intendierten Anwendungen' zum Ausdruck bringen." (Jahnke, 1978, S. 278)

Die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs besitzt nun jedoch neue Aspekte, die über die Sneedsche Konzeption hinausweisen; und zwar neben spezifisch wahrscheinlichkeitstheoretischen auch solche, die man als allgemeine Merkmale der Entwicklung von Theorien interpretieren kann.

Als ein erster wichtiger Unterschied zu der von Sneed vorgestellten Konzeption, die er am Beispiel der klassischen Newtonschen Mechanik ausgeführt hat, fällt in der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie auf, wie kompliziert, ja geradezu problematisch sich der Anwendungsbezug in Form des "Gesetzes der großen Zahlen" oder auch der "Grenzwertsätze" darstellt. Neben der sich in diesen Theoremen zeigenden komplexen Struktur des Anwendungsbezuges wird dieses Problem ganz allgemein darin überdeutlich sichtbar, daß die Statistik mit der Vielfalt und Uneinheitlichkeit ihrer Anwendungsverfahren und -regeln einen eigenständigen theoretischen Bereich der Anwendungen der Wahrscheinlichkeitstheorie umfaßt.

Dies alles weist darauf hin, daß man es in der Wahrscheinlichkeitstheorie insgesamt neben dem Zirkel in der Begründung des Begriffs zusätzlich mit einem Zirkel im Anwendungsbezug zu tun hat. Zusammenfassend lautet eine unserer wichtigsten Thesen somit: In der Wahrscheinlichkeitstheorie stellt sich nicht nur das "Problem der theoretischen Terme", hinzu kommt weiter ein "Problem des Anwendungsbezuges". Diese zentrale These wollen wir im folgenden genauer untersuchen, sie in Form verschiedener "Teil"-Thesen erläutern und in unterschiedlichen Aspekten beispielhaft zu belegen versuchen.

Zunächst ist schon an dieser Stelle anzumerken, daß vom "Problem des Anwendungsbezuges" und der Vielfalt und Unterschiedlichkeit seiner jeweiligen Formen her die wahrscheinlichkeitstheoretischen "Constraints" in neuem Licht erscheinen. Das Unabhängigkeitskonzept stellt nicht einfach eine fixierte und universelle Grundlage für den wahrscheinlichkeitstheoretischen Anwendungsbezug dar, sondern wird selbst durch die Entwicklung der Anwendungen erweitert und vertieft. Darüber hinaus sind in jeder Anwendungssituation spezifische lokale Bedingungen relevant; so etwa die Frage, wieviel Versuche aus welchen speziellen Gründen auch immer durchführbar sind, welches Signifikanzniveau gewählt werden muß, welche zusätzlichen Annahmen in diesem Kontext sinnvoll erscheinen, welche mathematische Darstellungsform des betrachteten Zufallsphänomens am geeignetsten ist usw. Diese Vielfalt zu berücksichtigender spezifischer und situationsbedingter Parameter zeigt, wie breit das Spektrum möglicher und für die jeweilige konkrete Anwendung unterschiedlicher Beschreibungsformen des Anwendungsbezuges ist. So gesehen wird für die Rolle der Unabhängigkeit deutlich, daß sie gewissermaßen gleichzeitig eine relativ universelle und allgemeine Grundlage für jede wahrscheinlichkeitstheoretische Anwendung spielt, jedoch jeweils unterschiedliche inhaltliche Bedeutungen erfährt und durch bereichsspezifische Beschreibungen des jeweiligen Anwendungsbezuges zu ergänzen ist. Das Unabhängigkeitskonzept ist in seiner doppelten Erscheinungsform als einerseits physikalisch-intuitiver Unabhängigkeit und andererseits mathematischer Multiplikationsregel in einem ähnlichen Sinne wie das Konzept der Variablen zu interpretieren: Syntaktisch, in Form der Regel, ist die Unabhängigkeit von universeller und eindeutiger Struktur, die jedoch semantisch "offen" für die verschiedensten inhaltlichen Ausprägungen ist. (vgl. auch Kap. IV.2.3.)

Diese Variabilität der wahrscheinlichkeitstheoretischen Constraints ist im Vergleich zum Beispiel der klassischen Mechanik neu. Verständlich wird dies auf dem Hintergrund unserer Kennzeichnung, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie ganz allgemein als eine "Theorie der Anwendung" aufgefaßt werden kann. Will man etwa versuchen, eine "Theorie der Anwendung" im Rahmen des Sneedschen Formalismus ansatzweise zu erklären, so wird plausibel, daß das für die jeweiligen "Einzel"-Theorien wichtige und relativ absolute Konzept der Anwendung dieser Theorie, nämlich die "Constraints", in der "Theorie der Anwendung", also quasi einer Meta-Theorie dieser Einzel-Theorien nun variabel und so zum zentralen Problem der Analyse werden muß.

Auf der Grundlage dieser allgemeinen Überlegungen zum "Problem des Anwendungsbezuges" in der Wahrscheinlichkeitstheorie werden wir nun entlang einer resumierenden Betrachtung der historischen Etappen konkrete Aspekte dieser Problematik zu klären versuchen; die Besonderheiten der Wahrscheinlichkeitstheorien im Vergleich zu klassisch-mechanischen Theorien werden wir dann in einigen zentralen Thesen zusammenfassen.

Erstmals explizit sichtbar wurde das Problem des Anwendungsbezuges in Form einer "Zirkularität" in Bernoullis Theorem: Der Zusammenhang von empirischen und theoretischen Aspekten unterliegt in der Wahrscheinlichkeitstheorie einem probabilistischen Urteil; die hier thematisierte Beziehung ist selbst von statistischer Natur. Somit beinhaltet die Wahrscheinlichkeitstheorie selbst theoretische Möglichkeiten zur Behandlung des eigenen Anwendungsbezuges; sie ist gewissermaßen eine Theorie ihrer eigenen Anwendung.

Dagegen erlaubt die klassische Mechanik keine derartige Differenzierung in ihrem Anwendungsbezug. Hier wird im Grunde pragmatisch mit dem Verhältnis von theoretisch-prognostizierten zu empirisch-beobachteten Fakten umgegangen. Innerhalb der Theorie, etwa mit den Mitteln der klassischen Mechanik selbst, kann dieser Zusammenhang nicht weiter analysiert oder detailliert werden: Er wird entweder einfach akzeptiert oder als unzutreffend verworfen; es gibt keine Möglichkeit, eine "theoretische Variabilität" einzuführen.

In der zweiten von uns untersuchten historischen Etappe wird nun erstmals in den Problemen der Astronomie die Wahrscheinlichkeitstheorie und die klassische Mechanik auf einen gemeinsamen Gegenstand bezogen. Dies ist ein wichtiger Entwicklungsschritt, wenn auch zunächst wahrscheinlichkeitstheoretische und mechanische Untersuchungen "nebeneinander" stehen und relativ alternative Betrachtungsweisen des gemeinsamen Gegenstandes darstellen.

Der in der Fehlertheorie vollzogene Übergang zu Systemen von Zufallsgrößen beinhaltet nun für die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie (implizit) die Tendenz, die spezifischen Probleme des wahrscheinlichkeitstheoretischen Anwendungsbezuges zu "umgehen". Ja, man kann eine Bestrebung feststellen, die darauf hinausläuft, die Wahrscheinlichkeitstheorie zu einem Wissenschaftstyp umzuformen, der dem der klassischen Mechanik ähnlich ist.

Durch die Entwicklung eines neuen Gegenstandsverständnisses, nämlich der Systemauffassung anstelle eines einzelnen Ereignisses, wurde es möglich, die sich im Bernoullischen Theorem zeigenden Schwierigkeiten einheitlich zu behandeln. Diese Weiterentwicklung brachte technische und begriffliche Verbesserungen mit sich: So wird der Systemgesichtspunkt besser der Tatsache gerecht, daß theoretische Begriffe sich nicht direkt auf Gegenstände, sondern auf die Beziehungen zwischen Gegenständen beziehen; zudem wird hierbei mit der Alternative wissenschaftlichen Vorgehens Schluß gemacht, die entweder die völlige analytisch-vorgenommene Isolation des einzelnen Untersuchungsobjekts fordert oder im anderen Extrem den unauflöslichen Zusammenhang aller in der Wirklichkeit vorkommenden strukturellen Beziehungen sieht. Das "System" ist gleichzeitig ein ausgegrenztes einzelnes Untersuchungsobjekt und es enthält für die jeweiligen Erkenntnisinteressen notwendiges strukturelles Beziehungsgefüge wichtiger theoretischer Aspekte.
Des weiteren brachten vor allem die neuartigen Methoden im Zusammenhang mit dem Verteilungsbegriff einen technischen Fortschritt.

Neben diesen positiven Entwicklungen birgt eine Verabsolutierung des Systemgesichtspunktes auch Gefahren; in der Ersetzung eines isolierten Einzelereignisses durch ein entsprechendes (und genügend "groß" gewähltes) System von Zufallsgrößen und durch die Darstellung des komplizierten Theorie-Empirie-Verhältnisses mit Hilfe einer Verteilungsfunktion werden die grundsätzlichen Schwierigkeiten nicht einfach eleminiert. Sie bleiben letztlich bestehen, aufgehoben in einer anderen Darstellungsform.

Im Verlaufe der historischen Entwicklung der statistischen Mechanik haben wir dieses Problem unter dem Stichwort "Transformation einer Theorie 2. Stufe in eine Theorie 1. Stufe" diskutiert. Das Bestreben einer solchen Transformation, zumindest in Ansätzen, ist schon in der Fehlertheorie festzustellen: Sie brachte Fortschritte und effektivere Anwendungsmöglichkeiten; damit verbunden war zudem die Möglichkeit einer Trennung in eine "reine" und eine "angewandte" Wahrscheinlichkeitstheorie.

Die Verabsolutierung der Systemauffassung, die Vorstellung letztlich im "System" den der Wahrscheinlichkeitstheorie angemessenen Gegenstand gefunden zu haben, kann dazu führen, nun die Wahrscheinlichkeitstheorie als eine Theorie der 1. Stufe, quasi als eine "mechanische" Theorie zu verstehen. Scheinbar ist man mit dem Begriff der Wahrscheinlichkeitsverteilung, die bisherigen Schwierigkeiten der Anwendungen, zumindest wissenschaftstheoretisch gesehen, losgeworden.

Der Systemgesichtspunkt ermöglicht u.E. jedoch nicht einfach die Elimination des "Problems des Anwendungsbezuges", er erlaubt es vielmehr, dieses noch bewußter und expliziter anzugehen. Ja, gerade die hiermit in Gang gesetzte Trennung in reine Wahrscheinlichkeitstheorie und angewandte Statistik ist Ausdruck der Notwendigkeit, den besonderen Schwierigkeiten der wahrscheinlichkeitstheoretischen Anwendungen besser gerecht zu werden. Es ist nicht damit getan, mit Hilfe geschickter Darstellungsformen zu operieren; die problematische Anwendungsbeziehung wird zwar immer präziser bearbeitet werden können, das in ihr steckende Grundproblem des Verhältnisses vom einzelnen Zufallsereignis zum System von Zufallsgrößen bleibt jedoch bestehen. Die Besonderheit des wahrscheinlichkeitstheoretischen Anwendungsproblems erfordert auch eine besondere Behandlung.

Zusammenfassend läßt sich für diese Etappe der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie feststellen, daß sie es in besonderer Weise auf Grund des Verhältnisses von Einzelfall zu System mit dem folgenden <u>Beschreibungsproblem</u> zu tun hat: Im Gegensatz zu mechanisch-deterministischen Theorien wird vom Systemstandpunkt her deutlich, daß in der wahrscheinlichkeitstheoretischen Beschreibung immer das Bezogensein auf Verhältnisse und Systeme explizit erscheint, während sich etwa die Beschreibungen mechanischer Gesetzmäßigkeiten auf einen allgemeinen <u>Einzel</u>fall beziehen. Ja, wir haben betont, daß dieses Verhältnis von Einzelfall zu System in der Wahrscheinlichkeitstheorie gewissermaßen nicht eliminiert werden kann, etwa durch eine Reduktion zugunsten des Einzelfalles oder des Systems, das dann als ein komplexer neuer Einzelfall aufgefaßt werden könnte. Dies darf nun jedoch nicht so verstanden werden, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie im Gegensatz zur Mechanik als eine "Theorie der Massenerscheinungen" an sich charakterisiert werden könnte; denn auch die Mechanik muß sich wie jede Theorie, die verallgemeinerbare Erkenntnisse gewinnen will, auf "Massenerscheinungen", auf Systeme und nicht auf isolierte einzelne Dinge beziehen. Nicht auf der Ebene konkreter Gegenstandsbearbeitungen, sondern auf der Ebene der Beschreibung theoretischer Erkenntnisse wird der Unterschied von System und Einzelfall für die Charakterisierung der Besonderheiten der Wahrscheinlichkeitstheorie relevant.

In der Epoche, in der sich die Anwendungen der Wahrscheinlichkeitstheorie hauptsächlich in der Anwendung der Fehlertheorie manifestierten, standen statistische und mechanische Aspekte des Anwendungsproblems ziemlich unverbunden nebeneinander. Das hatte zur Folge, daß der Bereich des Zufalls, als Domäne der Wahrscheinlichkeitstheorie, ontologisch strikt getrennt wurde vom streng determinierten Bereich der Mechanik. Erst in der dritten von uns betrachteten Epoche wird in der kinetischen Gastheorie der komplementäre Zusammenhang statistischer und mechanischer Aspekte herausgearbeitet, und so eine einheitliche Ontologie für beide Bereiche formuliert.

Die statistische Mechanik ist das erste Beispiel "echter" Anwendungen der Wahrscheinlichkeitstheorie in der Physik insofern, als die Diskussionen um die Deutung des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik deutlich machen, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie nicht einfach separat "neben" anderen Theorien steht. Vielmehr bezieht sie sich quasi indirekt auf alle gegenständlichen Aspekte des Problems. Die Analyse der Arbeiten von Boltzmann (vgl. Kap. II.3.) hat folgende Ergebnisse in dieser Hinsicht erbracht: Gegenüber einer primär statischen Beschreibung von Systemen von Zufallsvariablen erzwang die Problematik des 2. Hauptsatzes darüber hinaus die Berücksichtigung der dynamischen Bewegung der Entropie des Systems. In

diesem Beispiel wird also erstmals über eine statistisch-deskriptive Beschreibung hinaus die "mechanisch"-dynamische Bewegung des Systems mit Mitteln der Wahrscheinlichkeitstheorie in neuartiger Weise behandelt.
Die Tatsache, daß bestimmte gegenständliche Merkmale nicht mehr isoliert und vereinzelt, sondern in ihren variablen Veränderungen auftreten, bewirkt, daß deren Beziehung zur wahrscheinlichkeitstheoretischen Analyse sichtbar wird. In der Interpretation des 2. Hauptsatzes interessiert nicht nur die statistische Beschreibung des einzelnen Zustandes, etwa des Gleichgewichtszustandes des Gassystems, vielmehr soll gerade die "Bewegung" durch alle möglichen Zustände zum Gleichgewicht mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie untersucht werden.
Diese Notwendigkeit in der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie, in ihrem Rahmen zunächst nur indirekt erscheinende gegenstandsspezifische Aspekte bewußt aufzunehmen, wie es sich in den langen und äußerst kontroversen Diskussionen der statistischen Mechanik an einem konkreten Beispiel gezeigt hat, läßt sich vielleicht folgendermaßen verdeutlichen.
Wie, so könnte man sich fragen, lassen sich die neuen Erkenntnisse aus der statistischen Mechanik im Hinblick auf das Verständnis der Wahrscheinlichkeitstheorie auf das elementare Beispiel des Würfels übertragen? Ein möglicher Ansatz besteht etwa in der Annahme, daß die Schwerpunktlage des Würfels Auswirkungen auf die jeweilige Wahrscheinlichkeitsverteilung der Elementarereignisse haben wird.
Von dieser Hypothese ausgehend, die den Würfel in bezug auf die Variation des Schwerpunktes zu einem "allgemeinen" Würfel macht, wird man versuchen, durch statistische Experimente diesen Zusammenhang nachzuweisen. Die Veränderung bestimmter inhaltlicher Parameter, hier der Lage des Würfelschwerpunktes, bewirkt eine "statistische" Veränderung der Verteilung der Ausfälle. In diesem Sinne verweist Richter darauf, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie eine "Verallgemeinerung" des strikt deterministischen Kausalitätsprinzips erlaubt: "Das intuitive Kausalitätsprinzip war in der klassischen Physik in die spezielle Gestalt gebracht worden, daß

durch die Ursache S_o die Wirkung S_v eindeutig festgelegt ist. Statt dessen fordern wir nun, daß die den möglichen Wirkungen S_v zugehörigen Wahrscheinlichkeitswerte durch die Ursache S_o bestimmt sind. Das allgemeine Schema Ursache - Wirkung wird damit nicht aufgegeben, sondern nur eine spezielle mathematische Formulierung desselben. .....
Aus dem deterministischen Postulat ergab sich als Forschungsdirektive, daß wir nach verschiedenen Ursachen suchen sollen, wenn wir verschiedene Wirkungen feststellen. Das wird nun durch die Direktive ersetzt, daß wir eine Änderung in S_v annehmen sollen, wenn die zu den S_o gehörenden Wahrscheinlichkeiten ihre Werte ändern. .....
Damit dürfte wohl deutlich sein, daß wir mit der Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes die Kausalität nicht aufheben, sondern ihr nur eine neue naturwissenschaftliche Fassung geben, die uns genauso wie die deterministische Formulierung zur Suche nach Ursachen verpflichtet." (Richter, 1966, S.70)

Auf diese Weise gewinnt das Verhältnis von spezifisch inhaltlichen (in der statistischen Mechanik gerade mechanischen) Aspekten zur Wahrscheinlichkeitstheorie eine neue Qualität. Dies zeigt, daß letztlich keine ontologischen Differenzen zwischen mechanischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Interpretationen bestehen, ja, daß in dem hier beschriebenen Verständnis von Wahrscheinlichkeitstheorie diese zu einer allgemeineren und umfassenderen Theorie wird und so die klassische Mechanik erst "erklärt", indem sich beide auf einen ontologisch einheitlichen Bereich beziehen.

Über eine Theorie der <u>eigenen</u> Anwendung hinaus, so könnte man zusammenfassend das Ergebnis dieser dritten historischen Etappe in Form eines Programms formulieren, wird die Wahrscheinlichkeitstheorie zu einer Theorie der Anwendung überhaupt, d.h. der Anwendung auch anderer Theorien. Im Falle der statistischen Mechanik wird die Wahrscheinlichkeitstheorie beispielsweise zu einer Theorie der Anwendung der Mechanik.

Die in der Diskussion dieser drei historischen Perioden sich zeigenden Besonderheiten der Wahrscheinlichkeitstheorie im Vergleich zu klassisch mechanisch-deterministischen Theorien lassen sich unter der Perspektive des in der letzten Etappe sichtbar gewordenen allgemeinen erkenntnistheoretischen Standpunktes in den folgenden Thesen kurz und prägnant zusammenfassen:

1.) Die Spezifität der Wahrscheinlichkeitstheorie ist nicht in epistemologischen (etwa als "Theorie der Massenerscheinungen") noch in ontologischen (Zufall als Gegensatz zur Gesetzmäßigkeit) Unterscheidungen zu suchen.

2.) Auch im Hinblick auf die Anwendung der Theorien gibt es keine Unterschiede. Im Prinzip ist das Anwendungsproblem als ein eigenständiges theoretisches Problem für alle Theorien von statistischer Natur. Seine generelle Lösung auch für mechanisch-deterministische Theorien, geschieht im Ernstfall immer durch ein Zurückspielen auf die stärkeren statistischen Theorien.

3.) Dementsprechend geht es somit zentral darum, Regeln und Verfahren für den statistischen Anwendungsprozeß zu entwickeln.

4.) Die besondere Schwierigkeit des wahrscheinlichkeitstheoretischen Anwendungsproblems liegt darin, daß auf Grund der Tatsache "Theorie der Anwendung aller Theorien" zu sein, dieser Anwendungsbezug nie in universeller Art gelöst, sondern immer nur relativ und kontext- bzw. gegenstandsabhängig hergestellt werden kann.

5.) Auf dieser Grundlage wird nun deutlich, warum in der Wahrscheinlichkeitstheorie ein so starker Gebrauch vom Modellbegriff gemacht wird; und zwar deshalb, weil nur gegenstandsbezogene Regeln der Anwendung für lokale Situationen möglich sind, wie sie relativ einheitlich und beispielhaft in Form von stochastischen Modellen darstellbar sind.
(Zur weiteren Diskussion des fünften Punktes vgl. Kap.IV.2.4 und insgesamt Kap. IV.2.2 und IV.2.3.)

Diese fünf Thesen bringen kurz zusammengefaßt die beiden folgenden wichtigen Tatsachen zum Ausdruck. Zum einen verweisen (insbesondere die beiden ersten) Thesen darauf, daß das Anwendungsproblem des theoretischen Wissens in der wahrscheinlichkeitstheoretischen Form seine allgemeinste und relativ umfassendste Darstellung erlangt; dies bedeutet, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie als die allgemeinere Theorie sich "selbst" erklären muß und beispielsweise nicht auf die Mechanik zurückgeführt werden kann. Zum zweiten wird im wahrscheinlichkeitstheoretischen Anwendungsproblem das folgende komplizierte Verhältnis identifiziert: Einerseits ist die Tendenz einer theoretischen Allgemeinheit und Universalität bezüglich der Lösungen des Anwendungsproblems festzustellen, welche jedoch andererseits in den konkreten Anwendungssituationen immer wieder auf gegenstandsabhängige Besonderheiten und spezifische Bedingungen trifft. Historisch explizit wird diese Schwierigkeit in einer quasi "widersprüchlichen" Auffassung des wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstandes. So erfordert die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie unter der Perspektive einer angemessenen Gegenstandsauffassung einerseits die Herausbildung eines relativ eigenständigen, eines "reinen" Gegenstandes, wie dies historisch das Glücksspiel und später das Fehlersystem gewesen sind; andererseits muß man jedoch gleichzeitig diesen wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstand immer in relativ komplexen, konkreten Zusammenhängen belassen, d.h. ihn zugleich unter seinen gegenstandsspezifischen (mechanischen, psychologischen, sozialen usw.) Aspekten sehen, wie es beispielhaft in der statistischen Mechanik durchgeführt wurde.

Das hier angesprochene komplizierte Verhältnis von stochastischen zu inhaltlichen Aspekten des wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstandes spiegelt gewissermaßen die Kompliziertheit des Zusammenhanges von Zufall und Gesetzmäßigkeit wider. Die historische Entwicklung und die obige Diskussion um die Charakterisierung des wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstandes zeigen, daß es zu einer Wechselbeziehung zwischen beiden kommt. Das Problem besteht darin, daß man einerseits eine

Vorstellung von eigenständiger statistischer Gesetzmäßigkeit bezüglich einem eigenständigen wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstand entwickeln und diese jedoch gleichzeitig mit anderen, etwa mechanischen Aspekten von Gesetzmäßigkeit in Verbindung bringen muß. Der neue Typ von Gesetzmäßigkeit ist ein Zusammenspiel von zufälligen und deterministischen Momenten und erfordert somit eine präzise Konzeption von statistischer Gesetzmäßigkeit, die gleichzeitig eine komplementäre Anbindung an Typen mechanischer Gesetzmäßigkeiten darstellt.

Zusammenfassend läßt sich die historische Entwicklung des wahrscheinlichkeitstheoretischen Anwendungsproblems folgendermaßen in ihren zentralen Aspekten umreißen. Auf der Grundlage der ausführlichen historischen Analyse des wahrscheinlichkeitstheoretischen Anwendungsbezuges hat die bisherige Diskussion der Systematik des wahrscheinlichkeitstheoretischen Entwicklungsprozesses in Anlehnung an die Sneedsche Theorienkonzeption und in Konfrontation mit ihr auf die beiden folgenden Problemdimensionen hingewiesen, die der Wahrscheinlichkeitstheorie in besonderer Weise zu eigen sind: In der einen Dimension, der man die Kennzeichnung "Entwicklung des Theorientypes" geben kann, geht es um die Probleme, welche mit dem Verhältnis von Theorie 2. Stufe zu Theorie 1. Stufe und ihrer Transformation ineinander verbunden sind. Die andere Dimension, mit "Entwicklung der Epistemologie" beschrieben, behandelt den schwierigen Zusammenhang von Wahrscheinlichkeitstheorie zu anderen Theorien. Man könnte entsprechend konstatieren, daß in der waagerechten Problemdimension die Entwicklung des Anwendungsbezuges der Wahrscheinlichkeitstheorie in eher allgemein theoretischer Hinsicht verfolgt wird, während in der senkrechten Dimension die lokalen Besonderheiten und gegenstandsabhängigen Bedingungen der Anwendung relevant werden.
Diese beiden Problemdimensionen ermöglichen die Darstellung der Entwicklung des neuartigen "Problems des Anwendungsbezuges" in der Wahrscheinlichkeitstheorie und stellen einen Bezugsrahmen dar, in dem die wichtigsten Aspekte der drei diskutierten

Etappen und ihre Veränderungen schematisch deutlich werden.

		"Entwicklung des Theorientyps"	
		Theorie 2. Stufe	Verhältnis von Theorie 2. Stufe zu Theorie 1. Stufe
"Entwicklung der Epistemologie"	strikt eigenständig statistische Analyse	Bernoulli (Problem der Selbstanwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie)	Fehlertheorie (Fehlersystem und Verteilungsfunktion)
		statistische Physik 2. Hauptsatz der Thermodynamik als rein statistisches Gesetz	Ensemble- und Ergodentheorie
	Zusammenhang von statistischen und mechanischen Aspekten	2. Hauptsatz der Thermodynamik als statistisch-mechanische Gesetzmäßigkeit	(statistische Mechanik)

Dieses Schema bringt zum Ausdruck, daß die Entwicklung des Anwendungsproblems der Wahrscheinlichkeitstheorie in den von uns ausführlich untersuchten historischen Etappen zunächst unter primär "einseitig" statistischen Interpretationen verlief, was der damaligen Auffassung von einer konsequent eigenständigen ontologischen Deutung der Zufälligkeit entspricht; zudem beinhaltet der Übergang von Bernoulli zur Fehlertheorie in der Tendenz Bestrebungen, die Wahrscheinlichkeitstheorie als einen hergebrachten Wissenschaftstyp zu erklären. Dieser

Übergang wird nochmals in der Entwicklung der statistischen Mechanik durchgeführt; hinzu kommt hierbei das grundlegende Problem der Differenz und des Zusammenhangs von wahrscheinlichkeitstheoretischen und mechanischen Aspekten. Dieses Verhältnis samt dem anhand der Ensemble- und Ergodentheorie diskutierten Verhältnis einer Theorie zweiter zu einer Theorie erster Stufe bringen letztlich die Neuartigkeit der Wahrscheinlichkeitstheorie zum Ausdruck, und zwar sowohl was ihren "Gegenstand" in seiner Komplexität als auch den durch sie theoretisch explizierten besonderen Typ von Gesetzmäßigkeit betrifft.

In einer ersten Annäherung kann man nun die von uns identifizierten beiden Problemdimensionen mit bestimmten allgemeinen epistemologischen Kategorien zur Beschreibung der Entwicklung theoretischen Wissens in Verbindung bringen. So läßt sich die waagerechte Dimension unter der Perspektive der Entwicklung eines (wahrscheinlichkeits-)theoretischen Objektverständnisses auffassen, die von einer eher konkret-empiristischen zu einer systemtheoretischen Kennzeichnung des Gegenstandes führt.

Die senkrechte Dimension bezieht sich demgegenüber auf die Stellung und Rolle des Subjekts im Erkenntnisprozeß, bzw. auf den Status, welches das theoretische Wissen hat.
Wird zunächst das wahrscheinlichkeitstheoretischen Wissen "rein" subjektiv interpretiert (hier ist anzumerken, daß eigentlich an diesem Punkt der Entwicklung letztlich ein Maßstab zur Beurteilung dieses Status' fehlt; genauso gut könnte man die Wahrscheinlichkeitstheorie auch absolut objektivistisch auffassen (vgl. die Diskussion zu Laplace, II.3.)), so gewinnt es im weiteren Entwicklungsprozeß mehr und mehr objektiven Charakter. Anders ausgedrückt: Ist die Situation zunächst durch die Vorstellung einer prinzipiell durchführbaren Trennung von Erkenntnissubjekt und -objekt gekennzeichnet, so setzt sich langsam die Auffassung durch, daß das Subjekt in nicht eliminierbarer Weise in den gesamten Erkenntnisprozeß und -zusammenhang involviert ist. Das Verhältnis von subjektiven zu objektiven Aspekten gewinnt verstärkt an Bedeutung.

Über die hier vorgenommene Kennzeichnung unserer beiden Problemdimensionen als "Entwicklung des theoretischen Objektverständnisses" und als "Subjekt-Objekt-Dialektik" hinaus ist vom wahrscheinlichkeitstheoretischen "Problem des Anwendungsbezuges" her anzumerken, daß es in diesen beiden Dimensionen nicht einfach um die Ablösung alter und unzureichender Gegenstands- bzw. Wissensvorstellungen durch neue, umfassendere Konzeptionen geht. Da es sich jeweils um eine wechselseitige Beziehung von einer Theorie 2. Stufe zu einer Theorie 1. Stufe bzw. von statistischen zu kausalen Aspekten handelt, wird deutlich, daß verstärkt der Unterschied und Zusammenhang von theoretischem Objektverständnis zu empirischem Gegenstand und von Wissen (als"subjektiver" epistemologischer Kategorie) zu Objekt reflektiert wird.
In der Dimension "wahrscheinlichkeitstheoretisches Objektverständnis" ist entsprechend den jeweiligen wahrscheinlichkeitstheoretischen Besonderheiten auch die Beziehung zum empirischen Gegenstand thematisiert, während in der Dimension "Subjekt-Objekt-Dialektik" das Verhältnis von "subjektiven" Wissens- und "objektiven" Gegenstandsaspekten formuliert wird.

Diese Differenzen zwischen theoretischem Objektverständnis und empirischem Gegenstand und zwischen Subjekt und Objekt sind nun nicht etwa noch zu behebende "Mängel" der Wahrscheinlichkeitstheorie; sie sind vielmehr das Ergebnis einer von realen Anwendungsproblemen in Gang gesetzten Entwicklung, die gezeigt hat, daß gerade keine ideale Identifikation von theoretischen und empirischen Aspekten möglich ist, sondern daß man ihr kompliziertes (etwa statistisches) Wechselverhältnis dauernd beachten muß. Dementsprechend ermöglichen es diese Differenzen, die Beziehung von Theorie zu Empirie sowohl in ihrer eher theoretisch-objektiven als auch in der stärker theoretisch-subjektiven Komponente eine große Vielfalt von unterschiedlichen Anwendungssituationen in einer Weise fruchtbar zu machen, die weit über die Möglichkeiten einer quasi einmaligen absoluten Identifikation von theoretischer und empirischer Ebene hinausreichen. Diese ständig mit in Betracht gezogenen Differenzen verleihen der Wahrscheinlichkeitstheorie gerade erst ihre große Variabilität und die Möglichkeit, in spezifischer

Weise mit konkreten Gegenständen zu operieren.

Bei jeder theoretischen Erklärung empirischer Fakten steht man letztlich vor dem Dilemma, daß die allgemeine Theorie Aussagen über individuelle und spezifische Aspekte behandelter Anwendungsgegenstände treffen soll. In einer Theorie vom Newtonschen Typ wird nun diese Schwierigkeit dadurch sichtbar, daß die betrachteten Gegenstände in gewisser Weise "austauschbar" sind, daß also keine stärker gegenstandsspezifischen Voraussetzungen von der Theorie gemacht werden können. Demgegenüber erlaubt es die Wahrscheinlichkeitstheorie mit diesem Dilemma besser umzugehen, ohne es jedoch gleich vollständig lösen zu können. Die Beachtung der besonderen Komplexität wahrscheinlichkeitstheoretischer Anwendungen ermöglicht eine gegenstandsangemessenere Vorgehensweise. Durch die in der Wahrscheinlichkeitstheorie notwendige theoretische Einbeziehung weiterer gegenständlicher Aspekte (wie etwa der mechanischen, sozialen usw.) in vorgegebenen konkreten Situationen und die gleichzeitige Berücksichtigung subjektiver Momente des Erkenntnisprozesses wird es möglich, sich auch theoretisch den Besonderheiten des Gegenstandes stärker anzunähern. Die subjektiven Faktoren des Erkenntnisprozesses werden in der Wahrscheinlichkeitstheorie objektiv bearbeitbar. Im Gegensatz zur klassischen Mechanik, wo das Anwendungsproblem samt der involvierten subjektiven Aspekte nur pragmatisch gehandhabt werden kann, gewinnt hier die Subjektivität ansatzweise objektive Bestimmtheit und wird theoretisch handhabbar.

Die bisher dargestellte Konzeption der Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs wollen wir nun im folgenden mit einigen Problemen und Fragen aus der wissenschaftstheoretischen Diskussion um die Wahrscheinlichkeit konfrontieren, um so zusätzliche Erläuterungen und Präzisierungen im Hinblick auf das zentrale "Problem des Anwendungsbezuges" der Wahrscheinlichkeitstheorie zu gewinnen, wie wir es in unseren Thesen zusammengefaßt haben.

III.2. Anmerkungen zur erkenntnistheoretischen Kontroverse um den Wahrscheinlichkeitsbegriff

Selbst wenn man das wohl bekannteste Problem "subjektive vs. objektive Wahrscheinlichkeit" ausklammert, ist die wissenschaftstheoretische Diskussion, die sich auf den Begriff der Wahrscheinlichkeit konzentriert, von einer ungeheuren Vielfalt und Differenziertheit gekennzeichnet. Deshalb ist es nun nicht möglich, und wir haben auch nicht die Absicht, in umfassender Weise diese Diskussion aufzugreifen. Vielmehr wollen wir nur beispielhaft unsere Konzeption einigen andeanderen gegenüberstellen. Dies soll zum einen den Anschluß an wichtige Probleme dieser Auseinandersetzung ermöglichen und zum anderen zur Klärung unserer Darstellung beitragen. Entsprechend der von uns entwickelten Herangehensweise wollen wir nun die vier folgenden Problembereiche ausführlicher in kritischer Auseinandersetzung mit beispielhaften Arbeiten zur Stellung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs untersuchen:

1. Wahrscheinlichkeitstheorie und mechanischer Wissenschaftstyp
2. Wahrscheinlichkeitstheorie und Systemauffassung
3. Die Verbindung von Zufall und Gesetzmäßigkeit - Zur Problematik des wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstandes
4. Anmerkungen zur Kontroverse um die objektive oder subjektive Wahrscheinlichkeitsauffassung.

II.2.1. Wahrscheinlichkeitstheorie und mechanischer Wissenschaftstyp

In seinem Buch "An objective theory of probability" (1973) entwickelt Gillies eine "philosophische Theorie der Wahrscheinlichkeit" (vgl. Gillies, 1973, S. IX). Nach eigener Aussage betrachtet er die Wahrscheinlichkeitstheorie als eine mathematische Wissenschaft, ähnlich der Newtonschen Mechanik oder

der Elektrodynamik und dem Begriff der Wahrscheinlichkeit gibt er eine "objektive" Bedeutung wie den meßbaren Begriffen der Kraft, der Masse oder der Ladung. Die Wahrscheinlichkeitstheorie wird somit als eine "objektive" (natur-)wissenschaftliche Theorie aufgefaßt im Gegensatz zu den subjektiven (personalistischen und teilweise auch logischen) Ansätzen.
Ist Gillies auch mit von Mises einer Meinung, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie als eine objektive (Natur-)Wissenschaft angesehen werden sollte, so verwirft er jedoch dessen zentralen Begriff der "Wahrscheinlichkeit als Grenzhäufigkeit". Hier, in dieser letzlich operationalistischen Begriffs-Definition zeigen sich große Schwierigkeiten, die auch auf den theoretischen Charakter des Wahrscheinlichkeitsbegriffs (im Sinne Sneeds) verweisen. Wahrscheinlichkeit, so Gillies, sollte ein primitiver, undefinierter (bzw. implizit definierter) mathematischer Begriff sein, wie er etwa beispielhaft durch die Kolmogoroffschen Axiome gegeben wird. Damit steht man nun vor dem Problem des Zusammenhangs zwischen Theorie und Realität. Wird bei von Mises die empirisch feststellbare Tatsache der "Stabilität relativer Häufigkeiten" zum grundlegenden Ausgangspunkt der Theorie erklärt, wird also mittels einer "Grunddefinition" eine direkte Identifikation von empirischen und theoretischen Aspekten angestrebt, so wird demgegenüber durch die axiomatische Grundlegung der Wahrscheinlichkeit zunächst bewußt eine Trennung zwischen Theorie und Realität eingeführt.
Wie sollte jedoch nun der Zusammenhang zwischen der "Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Welt realer Experimente" hergestellt werden? "My suggested resolution of this difficulty is that the link between theory and experience should be established <u>not</u> by a definition but rather by an application of Popper's concept of falsifiability." (Gillies, 1973, S. IX)

So soll aus einer entsprechend "erweiterten" axiomatischen Theorie mit Hilfe einer für die Wahrscheinlichkeitstheorie modifizierten Falsifikationsregel die Stabilität der Grenzhäufigkeit, wie sie in dem Misesschen Konzept als Grundlage fungiert, abgeleitet und darüber der Bezug des axiomatischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs zur Praxis hergestellt werden. Programmatisch formuliert Gillies sein Vorhaben kurz so: "To sum up then, von Mises tried to develop probability theory as one of the special sciences using as background the philosophy of Mach and the mathematics of such then current writers as Markov. I am attempting the same task but with the philosophy of Popper and the mathematics of Kolmogoroff." (Gillies, 1973, S. 34)

In der Bearbeitung seines Programms dient Gillies vielfach der Vergleich mit Entwicklungen und erkenntnistheoretischen Auffassungen, wie sie in der Mechanik eine Rolle spielten, als wichtiger heuristischer Bezugspunkt; und zwar gilt dies sowohl in kritischer Analyse falscher Positionen als auch für die einfache Übernahme von Vorgehensweisen der Mechanik auf die Wahrscheinlichkeitstheorie.

Im ersten Kapitel "Von Mises' Philosophy of Science: Its Machian Origins" diskutiert und kritisiert Gillies die operationalistische Wissenschaftsauffassung von Mach, welche in geradezu direkter Weise die Grundlage der Misesschen Wahrscheinlichkeitskonzeption darstelle. In einer ausführlichen Analyse werden die Ursprünge der Misesschen Philosophie aus der Position Machs herausgearbeitet. (Vgl. Gillies, 1973, S. 39ff) Uns interessiert hieran vor allem die Kritik, welche Gillies in konkreter Diskussion mehrerer Beispiele aus der Physik an der operationalistischen Philosophie formuliert.

"My main disagreement here is that we regard concepts as acquiring meaning <u>not</u> through operational definitions, but through their position in a nexus of theories. An account of the logical relations of these theories and of the way we handle them in practice would give us the significance of the concept. Thus a concept can indeed be extended, <u>not</u> by acquiring new operational definitions, but rather by

becoming involved in a series of new and more general theories. If we accepted the operationalist view, we could not suddenly postulate a new theory with new concepts. The new concepts would only have meaning after they had been operationally defined. An operationalist must therefore check the laws on which his definitions are to be based <u>before</u> introducing the concept. ...
The second difficulty in operationalism was the question of how the operationalist could give an account to the correction and improvement of methods of measurement. We often, for example, speak of 'discovering a more accurate method of measuring a concept' but if the previous method was the <u>definition</u> of the concept how is any more accurate method of measuring it possible?" (Gillies, 1973, S. 64)

Soweit die Kritik von Gillies an den operationalistischen Vorstellungen zur Begriffsdefinition; sie machen die Probleme einer <u>empiristischen</u> Begriffsauffassung deutlich und verweisen implizit auf das von uns diskutierte "Problem der theoretischen Terme". Auch Gillies sieht letztlich die Notwendigkeit, den Wahrscheinlichkeitsbegriff als einen theoretischen Begriff zu interpretieren; er formuliert dies zwar nicht explizit so, doch seine Ablehnung einer empiristischen Begriffsdefinition und die Betonung einer axiomatischen Grundlegung dieses Begriffs (etwa nach Kolmogoroff) drückt dies implizit und beispielhaft aus.
Nun ergibt sich die Frage, wie erlangen Begriffe empirische Bedeutung? "How can new concepts acquire empirical meaning? If they are not defined in terms of observables or by means of the methods used to measure them, how <u>do</u> they acquire meaning? This I shall call 'the problem of conceptual innovation'." (Gillies, 1973, S. 47)

Dieses Problem der begrifflichen Innovation wird am Übergang der Mechanik von Kepler zu Newton diskutiert; diese Situation soll gewissermaßen als Vorlage für die Wahrscheinlichkeitstheorie dienen. In diesem Übergang geht es sowohl um die Erweiterung alter Begriffe, als auch um die Ablösung alter erkenntnistheoretischer Positionen durch neue. Läßt sich Keplers Position, kurz gesagt, als eine stärker empirisch orientierte Begriffsauffassung interpretieren, so setzt sich mit Newtons Mechanik implizit eine mehr theoretisch ausgerichtete Begriffsdeutung durch. In der wissenschaftstheoretischen Diskussion dieses Überganges wird gerade die zweite Newtonsche Grundgleichung 'Kraft = Masse x Beschleunigung' zum Anlaß heftiger Auseinandersetzungen, ob es sich hierbei um ein Naturgesetz oder eine Definition handelt; dieser "Zirkel" ist Ausdruck der Theoretizität der Begriffe 'Kraft' und 'Masse'.

In der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie sieht Gillies nun einen analogen Prozeß in der Ablösung des von Misesschen Wahrscheinlichkeitsbegriffs durch die Axiomatik Kolmogoroffs; auch hier wird eine operationalistisch-empiristische Begriffsdefinition (auf der Grundlage von Machs Philosophie) durch eine theoretische ersetzt.

In beiden Fällen stellt sich nun das Problem, wie gewinnt die neue Theorie empirische Bedeutung und was rechtfertigt überhaupt ihre Anerkennung? "We are now in a position to examine how Newton's theory was checked against experience prior to its acceptance. In doing so we must not fall into the error of supposing that we can test out Newton's laws separately. ... Essentially the theory was checked against experience by showing that all previous results in mechanics, i.e. Keplers laws, Galileo's laws etc., could be shown to hold in a high degree of approximation if the theory were true. We must now examine how the concepts of 'force' and 'mass' were used in this deduction." (Gillies, 1973, S. 51/52)

Für die betrachtete Anwendungssituation läßt sich Newtons Theorie durch die beiden folgenden Grundgleichungen zusammenfassen:

$$K = m \cdot b$$

und

$$G = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Bezogen auf einen Planeten mit der Masse m_p, welcher die Sonne (Masse m_s) in der Umlaufzeit T auf einer Ellipse (mit großer Halbachse a) umkreist, läßt sich daraus die Gleichung herleiten:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma(m_s + m_p)}{4\pi^2} \quad .$$

Nehmen wir nun an, daß die Sonnenmasse sehr viel größer als die des Planeten ist, daß gilt $m_s >> m_p$, so erhalten wir das dritte Keplersche Gesetz:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma m_s}{4\pi^2} = \text{const.}$$

Die getroffene Annahme: $m_s >> m_p$ ist, so Gillies, die Lösung unseres Problems. Es wird hier kein operationalistischer Gebrauch vom Massebegriff gemacht, vielmehr wird die neue Theorie gegenüber den alten Gesetzen mit einer neuartigen und qualitativen physikalischen Annahme, einer intuitiv-begrifflichen Vor-Stellung von Masse, überprüft.
In einem weiteren Beispiel wird mit Hilfe einer ähnlichen Annahme über das Verhältnis des Erdradius R zur Höhe h eines auf die Erde herabfallenden Steines, nämlich: R >> h, von Gillies aus Newtons Gleichungen das Fallgesetz von Galilei abgeleitet. Selbst Newton benutzte zur Überprüfung seiner Theorie Annahmen solcher Art; beispielsweise ging er in seinem berühmten Mondtest u.a. vom Stillstand des Mondes aus.

Gillies macht deutlich, daß die Newtonsche Mechanik zwar in begrenzten Fällen und unter gewissen begründeten Annahmen ziemlich genau, etwa mit den Keplerschen Gesetzen übereinstimmt, daß sie aber im Grunde diese korrigieren und verbessern; ja, ganz strikt aufgefaßt, widerspricht sie ihnen letztlich, indem sie diese als eine Erweiterung der alten Position aufhebt. Einerseits stimmt die neue Theorie teilweise mit der alten überein, andererseits auf einer allgemeineren Ebene widersprechen sie sich beide. Neue Theorien sind eben nicht, entsprechend der operationalistischen Auffassung, daß Wissenschaft bloß Ökonomie des Denkens sei, einfache Zusammenfassungen verschiedener alter; sie sind darüber hinaus gleichzeitig etwas anderes, weisen auf Neues.

Mag die am Beispiel der Mechanik herausgearbeitete methodologische Regel auch von relativ spezieller Natur sein, so zeigt sie doch beispielhaft die "Zirkularität" theoretischer Begriffe in der Mechanik. So muß in den untersuchten Beispielen eine pragmatische Vor-Entscheidung darüber getroffen werden, ob gewisse Größen als vernachlässigbar klein angesehen werden können oder nicht, bevor dann die eigentliche Messung selbst durchgeführt werden kann.
Diese Überlegungen dienen Gillies als eine zentrale Orientierung für die Analyse des entsprechenden Übergangs in der Wahrscheinlichkeitstheorie.
Wir wollen im folgenden nicht ausführlich auf die detaillierte Analyse der von Gillies dargestellten wahrscheinlichkeitstheoretischen Probleme, wie sie sich innerhalb der Machschen Erkenntnistheorie ergeben, eingehen, sondern uns ganz auf die von Gillies angestrebte "Lösung" konzentrieren. Leitgedanke für die Herausarbeitung der gesuchten methodologischen Regel, mit deren Hilfe die Verbindung zwischen Theorie und Empirie geschaffen werden soll, ist die gängige "statistische Praxis". Hierbei gilt es, in verschiedensten Anwendungssituationen kleine Wahrscheinlichkeiten zu vernachlässigen.

"We cannot derive the results we want about relative frequencies from these axioms alone. We need some further rule to enable us to carry out this task, though it is not difficult to see what this rule must be. The point is that in order to test statistical hypotheses using frequency evidence it is necessary to neglect certain small probabilities in certain circumstances; and this is indeed just what statisticians do." (Gillies, 1973, S. 104)

Ausgearbeitet wird nun diese Regel im Prinzip auf dem Hintergrund des komplexen strukturellen Zusammenhangs, wie er sich schon im Bernoullischen Theorem zeigte:

$$P(|h_n - p| < \varepsilon) > 1 - \eta$$

Mit Worten: Die Tatsache, daß (unter gewissen Bedingungen) die "gesuchte" Wahrscheinlichkeit p von der beobachteten relativen Häufigkeit h_n um ε differiert, hängt selbst von der Wahrscheinlichkeit $P > 1 - \eta$ ab. Die strukturellen Probleme dieses Zusammenhangs von Anzahl n, Sicherheit η und Exaktheit ε haben wir ausführlich bei der Analyse des Bernoulli-Theorems behandelt (vgl. II.1).
Gillies macht sich nun quantitative Abschätzungen dieses Zusammenhangs, wie sie etwa die Tschebyscheffsche Ungleichung oder der zentrale Grenzwert darstellen, zunutze , um so eine erste praktisch handhabbare Form seiner Regel zu erhalten. Der quantitative Zusammenhang erlaubt für vorgegebene Sicherheit η und Exaktheit ε die Anzahl n von notwendigen Versuchen zu bestimmen. Erst auf dieser Grundlage kann die Regel eingreifen: Kleine Unsicherheiten (von 5% bzw. 1%) werden in gewissen Situationen vernachlässigt. Dann kann, so Gillies, die berechnete relative Häufigkeit mit der gesuchten Wahrscheinlichkeit identifiziert werden.
Diese Regel basiert letztlich auf der sogenannten "Cournotschen Brücke". "Nach Cournot kann man ... den Schluß auf die Stabilität einer Folge von relativen Häufigkeiten aus dem Theorem von Bernoulli nur mit Hilfe der zusätzlichen Annahme ziehen, daß Ereignisse, denen ein sehr kleines Maß P(A) zu-

geordnet ist, auch bei einer großen Zahl von Versuchen fast nie - d.h. also nur mit einer sehr geringen Häufigkeit - auftreten." (Hengst, 1971, S. 78)

Da auch Gillies zunächst auf der Grundlage einer relativ anschaulich-intuitiven Form seiner methodologischen Regel die zentralen Probleme seiner Arbeit behandelt, genügt es auch für unsere weitere Diskussion, die bisher nur in ihrer Grundstruktur dargestellte Regel zu verwenden. Im letzten Teil seines Buches wird dann von Gillies abschließend eine detaillierte Analyse verschiedener problematischer Gesichtspunkte im Zusammenhang mit dieser Regel vorgenommen. So muß etwa darauf geachtet werden, nicht einfach von absoluten kleinen Wahrscheinlichkeiten auszugehen, sondern diese immer bezüglich der insgesamt größtmöglichen Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses aus dem Ereignisraum zu betrachten. Mit Hilfe des Begriffs der Verteilung formuliert Gillies zudem schließlich seine ausführliche Version der sogenannten "Falsifying rule for probability statements" (F.R.P.S.). (Bezüglich technischer Details sei auf das Kapitel 8 in Gillies, 1973, verwiesen.)

Wie steht es nun mit dem Vergleich zwischen Wahrscheinlichkeitstheorie und klassischer Mechanik? "It must be admitted that the parallel is remarkably close. In the case of Newtonian mechanics we have a system of axioms involving the new concepts of 'force' and 'mass'. This system was tested out by deriving from it certain well-known laws (Kepler's and Galileo's laws) which did not involve 'force' and 'mass'. The derivation was accomplished by neglecting one mass in comparison with another. In the case of probability theory ... we have a system of axioms, involving the new concepts 'probability' and 'independence'. This system is tested out by deriving from it the well-known 'law of stability of statistical frequencies' which does not involve the new concepts. The derivation is accomplished by neglecting one probability in comparison with another. So far there is an exact correspondence.

It is now time to point out a couple of differences. The first one is not very important. Newtonian mechanics showed itself to be a deeper theory by correcting Kepler's laws while explaining them. Probability theory does not correct the law of stability of statistical frequencies ..., but does render it more precise while explaining it. ...
The second difference is a more genuine one. The approximation, mass (planet) + mass (sun) = Constant, used in Newtonian mechanics was based on the physical assumption that mass (sun) >> mass (planet). Now it was perhaps necessary to make this assumption in order to test Newtonian theory initially. However, at a later stage it could be replaced by a different and more precise assumption which would lead to a more accurate approximation. The situation in probability theory is rather different. To begin with the decision to neglect a certain probability is not based on a physical assumption. <u>From the theory itself</u> we can calculate the size of the probability we are neglecting (say 5 per cent). Further there is little chance of this approximation being replaced by a better one. The reason is simple. Probability statements are always (or nearly always) tested by frequency evidence. To carry out such a test we must infer from the probability statement a statement about frequencies and then compare this prediction with the actual frequencies observed. In order to make the inference mentioned here we must agree to neglect a small probability. ...

In effect, whenever the probability calculus is applied we have to bind ourselves by a methodological rule telling us to neglect such and such small probabilities in such and such circumstances." (Gillies, 1973, S. 107/8)

Interessant ist nun nicht die Tatsache, daß in der Wahrscheinlichkeitstheorie <u>ständig</u> von einer solchen methodologischen Regel im Gegensatz zur Mechanik Gebrauch gemacht werden muß, wichtiger sind unseres Erachtens die auch im Zitat teilweise angedeuteten Unterschiede dieser Regel in den je verschiedenen theoretischen Zusammenhängen. So ist es beispielsweise in den Messungen von Wahrscheinlichkeiten nicht einfach mit der Vernachlässigung von kleinen Wahrscheinlichkeiten (Unsicherheiten usw.) getan; sind kleine Wahrscheinlichkeiten einmal außer acht gelassen, so muß man dann noch zusätzlich kleine Ungenauigkeiten vernachlässigen. Man muß gewissermaßen zweimal die betrachtete methodologische Regel einsetzen.

Der wichtigste Unterschied ist jedoch, wie auch Gillies ansatzweise anmerkt, daß es in der Wahrscheinlichkeitstheorie einen theoretischen Zusammenhang zwischen den verschiedenen "zu vernachlässigenden" Parametern gibt; dieser theoretisch-strukturelle Zusammenhang erlaubt es, anders als in den Beispielen der Mechanik, in differenzierterer und präziserer Weise diese neuartige methodologische Regel zur Herstellung des empirischen Bezuges einzusetzen.

Der wahrscheinlichkeitstheoretische Charakter wahrscheinlichkeitstheoretischer Aussagen, dieser Selbstanwendungsaspekt, weist über die eher formale und rein pragmatische Verwendung der Regel in der Mechanik hinaus. Die Wahrscheinlichkeitstheorie stellt quasi Mittel zur Verfügung über diesen stark formalen Aspekt hinaus, sich "theoretisch" mit dem Anwendungsbezug auseinanderzusetzen. Zwar ist in der Wahrscheinlichkeitstheorie der Gebrauch der Cournotschen Brücke auch von pragmatischen Gesichtspunkten bestimmt - was kleine Wahrscheinlichkeiten sind, hängt stark von der jeweiligen praktischen Situation ab -, jedoch anders als in der Mechanik wird in der Wahrscheinlichkeitstheorie mit Methoden dieser Theorie selbst der Gebrauch dieser Regel verstärkt reguliert. Daß die Wahrscheinlichkeitstheorie, wie wir es formuliert haben, eine Theorie der eigenen Anwendung ist, drückt sich geradezu in dem zirkulären Charakter dieser methodologischen Regel aus.

Demgegenüber neigt Gillies zu einer eher "mechanischen" Erklärung der Wahrscheinlichkeitstheorie. Er sieht den Gebrauch der methodologischen Regel im Vergleich zur Mechanik zwar modifiziert, jedoch nicht <u>grundsätzlich</u> in der Wahrscheinlichkeitstheorie verändert. Ja seine Arbeit ist geradezu ein Versuch, auf der Grundlage von Poppers Falsifikationskonzept den empirischen Bezug für die Wahrscheinlichkeitstheorie herzustellen. Und gerade gegenüber der Wahrscheinlichkeitstheorie hatte Popper Zweifel an der Möglichkeit einer strikten Falsifizierbarkeit, im Gegensatz zu anderen Theorien geäußert. "Wenig geklärt sind ... die Beziehungen zwischen Wahrscheinlichkeit und Erfahrung. Die Untersuchung dieser Frage scheint zunächst einen kaum zu überwindenden Einwand gegen die von uns vertretene erkenntnistheoretische Auffassung zu liefern: Die empirischwissenschaftlich so bedeutungsvollen Wahrscheinlichkeitsaussagen erweisen sich als grundsätzlich niemals streng falsifizierbar. (Aber gerade ein solcher 'Stein des Anstoßes' kann ein Prüfstein für unsere Theorie werden, eine Gelegenheit, sich zu bewähren.)" (Popper, 1976, S. 106) Dieses Zitat stellt Gillies seiner Arbeit als Leitmotiv voran.

Was er unter "Falsifikation" versteht, erläutert Popper an anderer Stelle:" Diese .... Prüfung soll feststellen, ob sich das Neue, das die Theorie behauptet, auch praktisch bewährt, etwa in wissenschaftlichen Experimenten oder in der technisch-praktischen Anwendung. Auch hier ist das Prüfungsverfahren ein deduktives: Aus dem System werden (unter Verwendung bereits anerkannter Sätze) empirisch möglichst leicht nachprüfbare bzw. anwendbare singuläre Folgerungen ('Prognosen') deduziert und aus diesen insbesondere jene ausgewählt, die aus bekannten Systemen nicht ableitbar sind bzw. mit ihnen in Widerspruch stehen. Über diese - und andere - Folgerungen wird nun im Zusammenhang mit der praktischen Anwendung, den Experimenten usw. entschieden. Fällt die Entscheidung positiv aus, werden die singulären Folgerungen anerkannt, verifiziert, so hat das System die Prüfung vorläufig bestanden; wir haben keinen Anlaß, es zu verwerfen. Fällt eine Entscheidung negativ aus, werden Folgerungen falsifiziert, so trifft ihre Falsifikation auch das System, aus dem sie deduziert wurden." (Popper, 1976, S. 8)

Seine sogenannte "Falsifikationsregel für Wahrscheinlichkeitsaussagen" glaubt Gillies durch die folgenden drei Überlegungen begründet. (Vgl. Gillies, 1973, S. 186ff) Als erstes führt er die Übereinstimmung mit der Intuition an; diese stützt sich vor allem auf den Gebrauch der Regel, wie er in der Mechanik vorgenommen wurde. Dann wird diese Regel vor allem durch ihren praktischen Erfolg gerechtfertigt. "This, I believe yields the strongest and most convincing arguments in favour of the rule." (Gillies, 1973, S. 187)

Bei der dritten Begründung zeigen sich nun die Schwachstellen einer direkten Übernahme dieser Falsifikationsregel auf die Wahrscheinlichkeitstheorie: dem Nachweis der "Konsistenz" dieser Regel. "Vollständige" Konsistenz kann deshalb nicht nachgewiesen werden, da es immer eine, wenn auch nur sehr kleine, Wahrscheinlichkeit der falschen Zurückweisung einer richtigen Hypothese gibt. "Of course in the case of probability theory and the F.R.P.S. we are not concerned with a purely logical inconsistency but with a kind of practical inconsistency. However the analogy with inconsistencies in set theory shows that the inconsistency need not prove fatal provided we proceed with care. An important difference is that the inconsistency in the F.R.P.S. cannot, as far as I see, be removed; but because it is an inconsistency which arises only in applications of the theory it is correspondingly less serious. After all, whenever we apply mathematical theories to real situations, there are

always numerous possible sources of error, and the inconsistency in the F.R.P.S. only adds one more to this number." (Gillies, 1973, S. 189/90)
Somit versucht Gillies gewissermaßen die Besonderheit der Wahrscheinlichkeitstheorie, wie sie sich im Problem der Inkonsistenz der Falsifikationsregel zeigt, "herunterzuspielen" und dementsprechend behält letztlich die wichtige "methodologische Regel" ihren "mechanischen" Status.
Dies zeigt vor allem der zu schematische Gebrauch, den Gillies von der "Wahrscheinlichkeitstheretischen" Regel macht, anstatt das Zusammenspiel von je verschiedenen inhaltlichen Bedingungen und statistischen Aspekten als besonders wesentlich hervorzuheben.

Die Feststellung nun, daß in der Wahrscheinlichkeitstheorie keine logische, sondern eine praktische Inkonsistenz vorliege, ist gegenüber der Mechanik letztlich nichts Neues. Auch hier kann nicht auf einer rein logischen Ebene eine Falsifikation vorgenommen werden. So belegt etwa gerade die von Gillies beispielhaft in der Mechanik herausgearbeitete "methodologische Regel", daß zusätzliche Aspekte bei einer Falsifikation eine wichtige Rolle spielen. Denn auch in der Mechanik könnte ja ein Widerspruch so zustande gekommen sein, daß eine falsche Annahme im Hinblick auf die methodologische Regel getroffen wurde, was nun eine "rein" logische Falsifikation unmöglich macht. Diese Kritik, daß das Poppersche Falsifikationskonzept nicht rein logisch, sondern im Hinblick auf die jeweilige Theorie auch unter pragmatischen Aspekten eingesetzt wird, ist vielfach geäußert worden.
Dagegen hat die Wahrscheinlichkeitstheorie theoretische Methoden und Verfahrensweisen der Beurteilung des Zusammenhangs von Theorie und Empirie entwickelt, die über rein pragmatische Rezepte weit hinausgehen. Das heißt, die auftretenden Inkonsistenzen sind nicht einfach nur als pragmatische zu bewerten und in praktischer Hinsicht zu behandeln, sondern sie müssen in systematischer Weise im Hinblick auf die Neuartigkeit der Wahrscheinlichkeitstheorie ernstgenommen werden. Der Unter-

schied der Wahrscheinlichkeitstheorie zur Mechanik besteht gerade darin, erstmals über bloß pragmatische Beurteilungen hinaus einen theoretisch-systematischen Ansatz zur Durchdringung dieses Theorie-Empirie-Zusammenhanges zu entwickeln.
Erinnert man sich an die Thesen zum Anwendungsproblem in der Wahrscheinlichkeitstheorie (vgl. III.1.), macht die Diskussion dieses Vergleichs von Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie deutlich, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie als allgemeinere, "stärkere" Theorie zur allgemeinen Theorie des Messens wird. (vgl. These 2). Nicht die naiv vorgenommene mechanische Messung ist die Erklärungsgrundlage für die Natur der Wahrscheinlichkeit, sondern umgekehrt werden vom allgemeineren Standpunkt der Wahrscheinlichkeitstheorie her erst die Einseitigkeiten des mechanischen Messens sichtbar.

Aus der Sicht dieser Auffassung läßt sich bezüglich der Interpretation der Falsifikationsregel die folgende Konsequenz ziehen. Wahrscheinlichkeitstheoretische "Falsifikationsregeln" können nicht nur "pragmatisch" gehandhabt und in "naiver" Weise von außen an die Beurteilung des Theorie-Empirie-Zusammenhanges herangetragen werden; die Wahrscheinlichkeitstheorie steuert selbst in teilweise systematischer Weise die "Entscheidungen über den Zusammenhang von Folgerungen der Theorie mit den praktischen Anwendungen" (Popper). Damit dreht sich die Problemstellung um: Nicht der Poppersche Falsifikationismus, beispielhaft an der Mechanik erläutert, ist die Grundlage zur Erklärung des empirischen Gehalts der Wahrscheinlichkeitstheorie; umgekehrt, die Besonderheiten des wahrscheinlichkeitstheoretischen (Selbst-) Anwendungsbezug entwickeln das Konzept der Falsifikation weiter, indem sie auf den <u>theorieabhängigen und theoriegesteuerten</u> Charakter von Falsifikation und so anders als Popper es sieht, auf die enge Wechselbeziehung empirischer und theoretischer Aspekte während des <u>gesamten</u> Entwicklungsprozesses der Theorie hinweisen. In der Tat wird die Wahrscheinlichkeitstheorie so zu einem "Prüfstein" der Popperschen erkenntnistheoretischen Auffassung.

III.2.2. Wahrscheinlichkeitstheorie und Systemauffassung

Wie wir in der historischen Analyse beispielhaft gesehen haben, spielt die Systemvorstellung für die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie eine wichtige Rolle. Sowohl der Übergang von Bernoulli zur Fehlertheorie, als auch vor allem die im Zusammenhang mit den Atomvorstellungen in Gang gesetzten Untersuchungen der statistischen Physik bezogen immer stärker Systemgesichtspunkte ein. Gerade über die Atomistik gelangte der Systembegriff in weitere naturwissenschaftliche Bereiche und wurde schließlich zu einer allgemeinen erkenntnistheoretischen Konzeption. "Die Objekte der wissenschaftlichen Forschung stellen heute unter bestimmten Gesichtspunkten verschiedenartige Systeme dar. In der Physik sind das beispielsweise Gase, Flüssigkeiten, Festkörper, Kristalle, Plasmen, Atomkerne. Auch die Objekte chemischer Forschung - beispielsweise Polymere - stellen Systeme dar. Das gilt ebenso für die Objekte der Biologie ..., der Ökonomie ... die Soziologie. Selbst in jenen Fällen, in denen scheinbar Eigenschaften unabhängiger (einzelner, individueller) materieller Objekte erforscht werden, zeigt sich sehr schnell, daß solche Objekte Elemente bestimmter Systeme sind und daß erst ihre Erforschung aus dem Blickwinkel dieser Systeme vollständige Erkenntnisse über ihre Eigenschaften und Gesetzmäßigkeiten liefert." (Sačkov, 1978, S. 43/4) Und gerade auch aufgrund des historisch engen Zusammenhangs von Wahrscheinlichkeitstheorie und Atomismus wird für die Analyse des Wahrscheinlichkeitsbegriffs der Systemvorstellung eine wichtige Funktion zuerkannt. "Eine Analyse der Zusammenhänge der Wahrscheinlichkeitsidee mit den Vorstellungen über Struktur und Systeme trägt dazu bei, den Inhalt des Wahrscheinlichkeitsbegriffs selbst vollständiger zu klären." (Sačkov, 1969, S. 49) und an anderer Stelle äußert Sačkov sich so: "Festzuhalten gilt es ..., daß die Analyse des Wahrscheinlichkeitskonzepts philosophisch an die Entwicklung der Auffassungen zur Materiestruktur vor allem im Zusammenhang mit der Entwicklung der Vorstellungen über komplizierte selbstregulierende Systeme zu koppeln ist." (Sačkov, 1978, Uns interessiert hierbei nun zentral das in der historischen Analyse schon mehrfach angeklungene Problem, ob "System" nur eine besonders geeignete Gegenstandsvorstellung für die Wahrscheinlichkeitstheorie repräsentiert, also eine besonders passende und den speziellen Problemen gerecht werdende Technik darstellt, oder ob hierin auch grundlegende Fragen der wahrscheinlichkeitstheoretischen Erkenntnis aufgehoben sind. Mit anderen Worten: Werden durch eine systemtheoretische Herangehensweise wahrscheinlichkeitstheoretische Probleme, wie etwa die Besonderheit der Selbstanwendung eliminiert? Wird auf diese Weise eine Transformation einer Theorie 2. Stufe in eine Theorie 1. Stufe durchführbar?

In seinem Buch "Wahrscheinlichkeit und Struktur" (1978) unternimmt Sačkov den Versuch, die oben formulierte Aufgabe, eine Analyse des Wahrscheinlichkeitsbegriffs im Zusammenhang mit dem Systemkonzept, durchzuführen. Nach ausführlichen Darstellungen sowohl wahrscheinlichkeitstheoretisch-philosophischer Probleme und technischer Fragen als auch allgemeiner Erläuterungen zur Systemtheorie stellen vor allem die historischen Beispiele der Quantentheorie und der auch von uns diskutierten statistischen Mechanik eine wichtige Grundlage für die Behandlung der in Frage stehenden Problematik dar. Diese Beispiele machen exemplarisch deutlich, daß die hier betrachteten "Systeme" durch spezielle strukturelle Charakteristika gekennzeichnet sind. Man hat es hierbei jeweils mit zwei verschiedenen Arten von Systemparametern zu tun, den sogenannten Mikro- und den Makroparametern. "Die Unterschiede zwischen diesen Klassen von Begriffen liegen vor allem in der Nähe zu den unmittelbar im physikalischen Experiment gegebenen Daten. Die ersten sind eher äußere Charakteristika der Mikroobjekte, während die zweiten tiefere, innere Charakteristika dieser Objekte darstellen. Die ersten gestatten es, Quantenprozesse zu individualisieren; die zweiten sind von allgemeinerem Charakter. Die ersten stehen den klassischen Begriffen näher, während die zweiten die Spezifik von Quantenerscheinungen aus-machen. Die ersten sind mehr mit der Erscheinung, die zweiten mehr mit dem Wesen verbunden, obwohl klar ist, daß das Wesen erscheint und die Erscheinung wesentlich ist." (Sačkov, 1978, S. 140)

Wie verhalten sich diese beiden Ebenen im allgemeinen zueinander, wie wird ihr Zusammenhang theoretisch hergestellt? "Eine derartige Situation ist für alle Fälle typisch, in denen die Wahrscheinlichkeitstheorie zur Erkenntnis und zur Darstellung von Eigenschaften und Gesetzmäßigkeiten der materiellen Welt benutzt wird. In all diesen Fällen werden die Charakteristika (Parameter) von Forschungsobjekten in zwei Klassen eingeteilt, die eigentlich zwei verschiedenen Strukturebenen ihrer Organisation zugehören. Die Charakteristika der ersten, der Ausgangsebene, sind die, die ständig und unabhängig ihre Werte beim Übergang von einem Element der zu erforschenden Massenerscheinung zu einem anderen verändern. Dabei ist jeder dieser Werte als zufälliges Ereignis anzusehen. Die Charakteristika des tieferen Niveaus sind mit bestimmten Gesetzmäßigkeiten, mit Regelmäßigkeiten verbunden, die in der Gesamtheit von zufälligen Ereignissen gelten. Dabei ist wesentlich, daß die Charakteristika beider Ebenen relativ autonom, also voneinander unabhängig sind. Die Charakteristika der zweiten Ebene, die den Typ der Verteilung charakterisieren, bestimmen keinesfalls jede konkrete zufällige Erscheinung. Die Charakteristika des höheren Niveaus bestimmen also nur in allgemeiner Form, integral die Charakteristika des niederen Niveaus. Die Zusammenhänge zwischen den Charakteristika des höheren Niveaus hingegen aber sind starr determiniert. Die Möglichkeit einer Koexistenz verschiedener Klassen von Charakteristika bei der Abbildung von Eigenschaften eines Forschungsobjektes wird dadurch erreicht, daß die entsprechenden Gesetzmäßigkeiten in der Sprache der Verteilungen der Zusammenhänge zwischen ihnen und ihren Eigenschaften formuliert werden.
Die sehr allgemeine Form der Charakteristika des höheren Niveaus macht ihren Zusammenhang mit den Charakteristika

des Ausgangsniveaus außerordentlich geschmeidig. Identischen Werten auf dem höheren Niveau kann ein sehr breites Wertespektrum auf dem niederen Niveau entsprechen. Deshalb ist es relativ leicht möglich, die verschiedenen Stufen der Veränderlichkeit und Beweglichkeit der einzelnen Niveaus in der strukturellen Organisation der Welt theoretisch zu erfassen und widerzuspiegeln." (Sačkov, 1978, S. 140/41) Soweit die ausführliche Wiedergabe der von Sačkov vorgenommenen allgemeinen Charakterisierung der Besonderheiten der von der Wahrscheinlichkeitstheorie bearbeiteten Systeme. Die hier herausgehobenen beiden Ebenen der Parameter erinnern an die Widersprüchlichkeit von mechanischer Mikro- und thermodynamischer Makroebene und auch an den Unterschied von Elementar- und Totalfehler. Die Wahrscheinlichkeitstheorie ermöglicht es in Form des Verteilungsbegriffs einen Zusammenhang zwischen diesen Ebenen herzustellen. "Jener Fakt, daß die Methoden der Wahrscheinlichkeitstheorie strenge theoretische Mittel an die Hand geben, Gesetzmäßigkeiten von Objekten zu erforschen, die über zwei voneinander abgehobene relativ autonome Ebenen in ihrem Aufbau und ihrer Organisation verfügen, macht vor allen Dingen das Geheimnis des Erfolges des Wahrscheinlichkeitskonzepts bei der Erforschung der realen Welt aus." (Sačkov, 1978, S. 146) Dies kann jedoch nicht heißen, daß die Widersprüche zwischen Mikro- und Makroebene mittels der Wahrscheinlichkeitstheorie etwa ein für allemal eliminiert werden könnten. Vielmehr hat gerade die Analyse der historischen Entwicklung der statistischen Mechanik in prägnanter Weise auf den fundamentalen Charakter dieses Gegensatzes aufmerksam gemacht. Die qualitative Unterscheidung von Mikro- und Makroebene, wie sie sich in den Schwierigkeiten des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik exemplarisch in der Widersprüchlichkeit von mechanischer Reversibilität und thermodynamischer Irreversibilität zeigte, beinhaltet für die Wahrscheinlichkeitstheorie geradezu ein charakteristisches Merkmal in dem Sinne, daß der Wahrscheinlichkeitsbegriff erst in grundlegender und nicht-reduzierbarer Weise eine Handhabung dieses Widerspruchs, eine theoretische "Be-

ziehung" zwischen den beiden Hierarchieebenen des Systems ermöglicht.
Diese Wechselbeziehung von Wahrscheinlichkeitstheorie und statistischer Mechanik als beispielhaftem Ausdruck des Problems der Hierarchieebenen faßt Sačkov bezüglich ihrer historischen Entwicklung so zusammen: "Historisch ging der Erarbeitung der statistischen Gastheorie einerseits die Schaffung der Grundlagen der Thermodynamik voraus und andererseits die Erarbeitung der Theorie mechanischer Bewegung einfacher Objekte der klassischen Mechanik. Die Entwicklung des Atomismus setzte in der makroskopischen thermodynamischen Theorie der Gase die Frage nach einer spezifischen Vereinigung makroskopischer Gesetze mit den Gesetzen der mechanischen Bewegung der einzelnen Atome auf die Tagesordnung. Zur Realisierung einer solchen Synthese benötigte man die Gesetze der Wahrscheinlichkeitstheorie. Damit wurde das Wahrscheinlichkeitskonzept zu jenem Programm, das erstmalig auf strenger mathematischer Grundlage zwei grundlegende und voneinander unabhängige Forschungsrichtungen der Systemuntersuchungen zu vereinigen gestattete. Das ist einerseits die Forschungsrichtung, die von den Systemeigenschaften zu den Elementeigenschaften kommt, und das ist andererseits die Forschungsrichtung, die umgekehrt von den Elementeigenschaften zu den Systemeigenschaften kommt." (Sačkov, 1978, S. 148)

Hier zeigt sich ansatzweise, daß es bei dem Problem der Hierarchieebenen um mehr als die "Aufhebung" ihres Widerspruchs geht; dahinter steht letztlich das Problem des Teil-Ganze-Verhältnisses, die schon mehrfach angesprochene Schwierigkeit, individuelle Erkenntnisobjekte in relativer struktureller Einbindung in einen Gesamtzusammenhang untersuchen zu müssen. In der Wahrscheinlichkeitstheorie betrachtet man speziell nicht miteinander wechselwirkende Elemente vom Standpunkt der Massenhaftigkeit. Die Einführung des Systemkonzepts geschieht nun nicht einfach als einer neuen und technisch angemessenen Gegenstandsvorstellung, vielmehr

besteht die Bedeutung der Systemtheorie unseres Erachtens vor allem darin, daß sie essentielle Probleme dieses Teil-Ganze-Verhältnisses festhält.
In seinem Aufsatz "Probleme einer allgemeinen Systemtheorie als einer Metatheorie" (1974) diskutiert Sadovsky insgesamt sechs Paradoxien der Systemtheorie. Wichtig für die Wahrscheinlichkeitstheorie sind unseres Erachtens vor allem die beiden "direkten" Paradoxa, einmal das "Paradox der hierarchischen Beschaffenheit" und zum anderen das "Paradox der Ganzheit."

"<u>Paradox I (Paradox der hierarchischen Beschaffenheit).</u>
Eine theoretische Beschreibung eines bestimmten Systems läßt sich nur dann geben, wenn man es als Komponente eines größeren Systems beschreiben kann. Umgekehrt läßt sich nur dann eine theoretische Beschreibung eines bestimmten Systems als Komponenten eines größeren Systems geben, wenn man es als System beschreiben kann." (Sadovsky,1974, S. 31)
Noch deutlicher wird das hier anklingende Problem des Teil-Ganze- bzw. des System-Subsystem-Verhältnisses im folgenden Paradox:
"<u>Paradox II (Paradox der Ganzheit)</u>.Es liegt auf der Hand, daß die Erkenntnis eines Systems als einer Ganzheit erfordert, daß man in es 'hinein'schaut, d.h. seine Komponenten analysiert. Eine langwierige historisch- philosophische Tradition bezeugt, daß es grundsätzlich zwei einander entgegengesetzte Methoden der Zerlegung eines Ganzheitssystems in seine Teile gibt: Bei der einen gelangen wir zu Komponenten oder Teilen, denen die Ganzheitseigenschaften des ursprünglichen Systems nicht zukommen; bei der anderen gelangen wir dagegen zu <u>Teilen eines Ganzheitssystems</u>, d.h. zu elementaren Komponenten, welche die Ganzheitseigenschaften des untersuchten Systems in einer spezifischen Form beibehalten. Wir wollen diese zweite Methode einer Systemzerlegung mit Vorbehalt als eine 'ganzheitsbezogene' Aufspaltung des Systems in seine Teile bezeichnen. Nun sind wir in der Lage, das Paradox der Ganzheit zu formulieren.

Eine theoretische Beschreibung eines bestimmten Systems als einer Ganzheit läßt sich nur dann geben, wenn man das System 'ganzheitsbezogen' in seine Teile zerlegen kann. Umgekehrt läßt sich das System nur dann 'ganzheitsbezogen' in seine Teile zerlegen, wenn man eine theoretische Beschreibung dieses Systems als einer Ganzheit geben kann." (Sadovsky, 1974, S. 31/32)
Beispiel eines solchen Ganzheitssystems ist etwa das Fehlersystem: einerseits der individuelle Elementarfehler, andererseits der Totalfehler; beiden kommen Ganzheitseigenschaften zu, da sie jeweils ein Zufallssystem zusammen mit einer Verteilung darstellen.

Wie lassen sich die in den Paradoxa steckenden "logischen Zirkel" (Sadovsky) interpretieren? "Man sollte besonders darauf hinweisen, daß wir von dem paradoxen Charakter des Systemdenkens als von dem widersprüchlichen Wesen des sich in der Zeit entwickelnden Prozesses sprechen. Ein Versuch, die hier erörterten Paradoxe als statisch zu deuten, d.h. so, daß sie auf eine Systemerkenntnis anwendbar sind, die nicht in bezug auf ihre Entwicklung betrachtet wird, führt unausweichlich zu dem Schluß, daß das Systemdenken unmöglich ist. ... Die Systemparadoxe sind unlösbar in einem absoluten Sinne (und ähneln hierin den logischen Paradoxien); jedoch liefert der Entwicklungsverlauf des Systemdenkens eine partielle Lösung." (Sadovsky, 1974, S. 34)
Jahnke betont im Zusammenhang der Sadovskyschen Systemparadoxien: "Weil jedes Problem, das sich z.B. auf die hierarchische Beschaffenheit von Systemen bezieht, nur dadurch gelöst werden kann, daß man sich auf eine hypothetische bzw. vorläufige Beschreibung des Systems als Teilsystem eines größeren stützt und umgekehrt jede solche Beschreibung davon ausgeht, daß das betreffende System auf der Grundlage vorläufiger und unvollständiger Daten als System gekennzeichnet wurde, ergibt sich, daß das Prinzip von der Relativität der Erkenntnis im Falle der Systemtheorie nicht nur ein allgemein-philosophisches Prinzip der Interpretation wis-

senschaftlicher Ergebnisse im allgemeinen ist, sondern ein konkret einzelwissenschaftliches Forschungsprinzip wird. Im Rahmen der Systemtheorie müsse man von einer 'grundlegenden Relativität jeglicher Beschreibung eines Systems sprechen.' (Sadovsky)" (Jahnke, 1978, S. 105)

Für unser angeführtes Beispiel der Fehlertheorie heißt dies etwa, daß Elementarfehler (-system) und Totalfehler (-system) sich abhängig voneinander bestimmen, daß, wie wir in Kapitel II.2 ausführlich analysiert haben, die Annahme einer den Elementarfehlern zugrundeliegenden Verteilung es ermöglicht, die des Totalfehlers zu ermitteln und so dann umgekehrt die hypothetischen Annahmen wiederum zu korrigieren. Die "Auflösung" dieses zirkelhaften, voneinander abhängigen Zusammenhangs von System und Subsystem wird auch hier, wie von Sadovsky gefordert, mittels einer dynamischen Perspektive, mittels einer permanenten Entwicklung dauernd "lokal aufgelöst".

Die Gegenüberstellung von zentralen Aspekten der von Sačkov angestrebten systemtheoretischen Analyse der Wahrscheinlichkeitstheorie und der von Sadovsky formulierten Systemparadoxien haben, gerade auch auf dem Hintergrund der diskutierten historischen Beispiele deutlich gemacht, daß "System" nicht einfach als ein "Ersatz" für den wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstand im Verlaufe der Entwicklung angesehen werden kann. Ähnlich wie die (ideale) Urne als stochastisches Modell sorgfältig vom konkreten wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstand unterschieden werden muß, und mit ihm nicht einfach identifiziert werden darf (vgl. hierzu die Überlegungen im didaktischen Kapitel IV), so ist "System" nicht einfach ein Prototyp des wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstandes, sondern stellt eine theoretische Kennzeichnung wichtiger Aspekte des wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstands dar. Die Relevanz der Systemtheorie für die Wahrscheinlichkeitstheorie besteht darin, daß sie wichtige fundamentale Probleme des Teil-Ganze Verhältnisses thematisiert.

Dies weist ganz im Sinne unserer Thesen zum Anwendungsproblem in der Wahrscheinlichkeitstheorie darauf hin, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie in Form des Systemkonzeptes keinen spezifischen ontologischen Bereich besitzt. Die wahrscheinlichkeitstheoretische Kennzeichnung des Objektes mit Hilfe des Systembegriffs ist nur "eine Seite" der Beschreibung, die letztlich auch unterschiedliche situationsbedingte inhaltliche Aspekte aufnehmen und berücksichtigen muß. Somit ist auch das Systemkonzept als eine "Variable" zu verstehen, die eine relativ feste theoretisch-syntaktische Form erlangt, jedoch inhaltlich für vielfältige unterschiedliche Anwendungssituationen und ihre spezifischen Besonderheiten "offen"bleibt. Die Paradoxien, ja logischen Zirkel in der Systemauffassung sind Ausdruck dafür, daß nur bei Berücksichtigung der jeweils besonderen lokalen Bedingungen der Anwendung samt einer dynamischen Perspektive auf den wechselseitigen Zusammenhang von (system-) theoretischen zu konkret gegenständlichen Aspekten eine "Auflösung" dieser Probleme möglich wird.

Für das Anwendungsproblem in der Wahrscheinlichkeitstheorie bedeutet dies, daß es immer um das Verhältnis von universellen Methoden und Verfahren der Anwendung auf der einen Seite und der Beachtung lokaler und konkret situationsabhängiger Aspekte des Anwendungsgegenstandes auf der anderen Seite geht. Daher stellt die systemtheoretische Kennzeichnung des wahrscheinlichkeitstheoretischen Anwendungsgegenstandes zwar einen Fortschritt im Hinblick auf eine systematische Bearbeitung des Anwendungsproblems dar. Bezüglich unserer Überlegungen zum Verhältnis einer Theorie 2. Stufe zu einer Theorie 1. Stufe heißt dies jedoch nicht, daß die Systemauffassung die besonderen Schwierigkeiten der Anwendung eliminieren und ausschließlich universelle Verfahren bereitstellen könnte. Die notwendige Einbeziehung konkret gegenständlicher Bedingungen eines jeden Anwendungszusammenhanges wird auch hier letztlich unumgänglich bleiben. Ausdruck hierfür ist das für die Systemauffassung charakterische und gleichzeitig unlösbare Teil-Ganze-Problem. Die Systemperspektive löst also die individuellen Schwierigkeiten eines Anwendungsproblems nicht auf, sie stellt sie aber, und darin liegt der Fortschritt, in einen allgemeineren Rahmen, in dem sie differenzierter bearbeitet werden können.

III.2.3. Die Verbindung von Zufall und Gesetzmäßigkeit - Zur Problematik des wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstandes

Die große Schwierigkeit der rationalen Rekonstruktion der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie liegt vor allem in der Identifizierung des wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstandes. Das Problem besteht darin, daß über eine theoretische Kennzeichnung dieses Gegenstandes etwa in Form des Systemkonzeptes hinaus die verschiedenen möglichen gegenstandsspezifischen Aspekte vom Standpunkt der Wahrscheinlichkeitstheorie nur "indirekt", also vermittelt, aufzunehmen sind. Dennoch kommt ihnen eine bedeutsame Rolle für die Wahrscheinlichkeitstheorie sowohl in ihren vielfältigen Anwendungen, als auch für ihre philosophische Interpretation zu. Ja, die zunehmende Bedeutung des wechselseitigen Zusammenhanges von zufälligen und kausalen, von statistischen und gegenstandsspezifischen Momenten ging eng einher mit der Überwindung der Laplaceschen Philosophie des absoluten mechanischen Determinismus, welcher in zugespitzter Form den Gegensatz dieser beiden Momente zum Ausdruck brachte.

Zur weiteren Klärung dieses Problembereichs ist es hilfreich, sich mit einigen Aspekten der wahrscheinlichkeitstheoretischen Arbeit von Antoine-August Cournot (1801-1877) auseinanderzusetzen. Cournot war einer der ersten mathematisch orientierten Wirtschaftswissenschaftler, ein bekannter Philosoph und Mathematiker und zudem mit Bildungs- und Erziehungsproblemen inhaltlich und administrativ vertraut. Deshalb würden sein Werk insgesamt und auch seine Arbeiten zur Wahrscheinlichkeitstheorie gerade auf dem Hintergrund seiner praktischen anwendungsbezogenen Orientierungen und seiner philosophischen Überlegungen eine ausführlichere Analyse erfordern, die jedoch weit über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen würde, weshalb wir uns auf einige zentrale Punkte beschränken, die für unsere Fragestellung interessant sind.

Das Verhältnis von Zufall und Gesetzmäßigkeit ist in den unterschiedlichsten Formen und zu den verschiedensten Zeiten Gegenstand philosophischer Reflexion gewesen. Was es uns als gerechtfertigt erscheinen läßt, gerade Cournots Überlegungen hierzu in einigen Aspekten exemplarisch zu studieren, ist die außerordentliche Bedeutung, die ihm aus heutiger Sicht für die Erkenntnistheorie des 19. Jahrhunderts zuerkannt wird. "Die Cournotsche Betrachtung hätte die französischen Philosophen von Renouvier bis Bergson vom eitlen Duell befreien können, sich mit den Phantomen des Szientismus und des Determinismus abzuschlagen. Es gab im 19. Jahrhundert keine zweite philosophische Reflexion, die die Erkenntnis einer derart radikalen Kritik aussetze: dieser kritische Radikalismus wird von der Bewegung eines theoretischen Denkens ausgerichtet, das sich dadurch vertieft hat, daß es dem Rhythmus der wissenschaftlichen Erkenntnis folgte." (Verdenal, 1975, S.33)

Kurz gesagt, ging es Cournot im Anschluß an Laplace u.a. um eine neue philosophische Begründung der Wahrscheinlichkeitstheorie. "Counot a entrepris de concilier, l'îdee du hasard avec celle d'un enchaînement rationnel et d'un déterminisme rigoureux." (Darbon, 1911, S. 1) Diese Bestrebungen, Zufälligkeit und Determinismus miteinander zu "versöhnen", haben einen wichtigen Einfluß auf seine Überlegungen zur Statistik, zu den <u>inhaltlichen</u> Problemen der Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie in wirtschaftlichen und sozialen Bereichen.

In dem Buch: "Exposition de la théorie des chances et des probabilités" (1843) (deutsche Übersetzung: "Die Grundlehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung" (1849)), gibt Cournot einen Gesamtaufbau der Wahrscheinlichkeitstheorie sowohl in Hinsicht auf die theoretische Grundlegung als auch auf praktische Anwendungen. Die ersten drei Kapitel behandeln die Kombinatorik, die Grundregeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Grundlage der Laplaceschen Definition und das Theorem von Bernoulli.
Im vierten Kapitel: "Vom Zufalle, der physischen Möglichkeit und Unmöglichkeit" befaßt Cournot sich mit dem Problem der Beziehung zwischen der Wahrscheinlichkeit und den "Erscheinungen der wirklichen Welt."
"Es handelt sich nun aber darum, zu wissen, ob diese ganze Theorie ein bloßes Spiel theoretischer Spekulationen ist, oder ob sie vielmehr auf wichtige und allgemeine Gesetze der wirklichen Welt führen kann. Der Übergang von dem Begriffe eines abstrakten Verhältnisses zu dem eines wirklichen Gesetzes der reellen Erscheinungen und der Welt kann aber nicht durch rein mathematische Betrachtungen, welche auf einer Reihe von Identitäten beruhen, bewerkstelligt werden; sondern es sind vielmehr dazu ganz andere Begriffe und Erkenntnisprinzipien, kurz es ist dazu die philosophische Kritik erforderlich." (Cournot, 1849, S. 60)

Ausgehend vom "Prinzip der Kausalität": "Jedes Ereignis hat seine Ursache, und dieses ist das oberste leitende Prinzip des menschlichen Verstandes bei der Erforschung der Erscheinungen der wirklichen Welt." (Cournot, 1849, S. 60), betrachtet Cournot das Aufeinanderfolgen von Ursachen und Wirkungen quasi in Form unendlicher Reihen, worin Wirkungen wiederum Ursachen für weitere Wirkungen sind. Solche "Ketten" können nebeneinander herlaufen oder sich auch durchkreuzen; das Zustandekommen eines Ereignisses kann ein ganzes System verschiedenartiger Ursachen zur Voraussetzung haben. "Jede Erscheinung kann nämlich als von einer Menge verschiedener Ursachen herrührend betrachtet werden, und es scheint sogar

dem allgemeinen Plane der Natur gemäß zu sein, wenn man in den meisten Fällen von der Diskontinuität zu der Kontinuität übergeht, in dem man die Anzahl der bei einer Erscheinung zusammenwirkenden Ursachen als unendlich groß annimmt." (Cournot, 1849, S. 62)
Ursache-Wirkungs-Ketten können unabhängig und ohne gegenseitige Bedingungen nebeneinander bestehen oder auch voneinander abhängig sein und aufeinander einwirken. Das Konzept des Zufalls wird somit folgendermaßen definiert: "Die Erscheinungen aber, welche durch ein Zusammentreffen oder durch eine Vereinigung mehrerer hinsichtlich der Kausalität voneinander unabhängiger Erscheinungen hervorgebracht werden, nennt man zufällige Erscheinungen oder Wirkungen des Zufalles." (Cournot, 1849 , S. 63)
Allein auf dieser Grundlage soll der Zufall erklärt werden, nämlich mittels der "Idee der gegenseitigen Unabhängigkeit der Reihen von Ursachen ..." (Cournot, 1849, S. 66), und er soll nicht mit der umgangssprachlichen Gleichsetzung von "zufällig" und "selten" vermischt werden. Denn seltene Ereignisse sind nur insofern zufällig, "weil der Zufall sie unter vielen anderen herbeiführt, welche ebenso leicht hätten stattfinden können." (Cournot, 1849, S. 65) Damit gelangt man zum Begriff der Möglichkeit. Erst wenn viele Möglichkeiten für verschiedene Ausfälle eines Ereignisses vorhanden sind, kann auch bei seltenen Ereignissen von Zufall gesprochen werden. Im weiteren unterscheidet Cournot zwischen physikalischer Unmöglichkeit und mathematischer bzw. logischer Möglichkeit. Beispielsweise ist es physikalisch unmöglich, einen schweren Kegel auf seine Spitze zu stellen oder ganz exakt den Mittelpunkt eines Kreises zu finden. So wird man etwa bei dem letzten Beispiel Meßwerte in einer kleinen Umgebung um den "wirklichen" Mittelpunkt erhalten und umso näher an diesen herankommen, desto präziser die Instrumente sind. Den Mittelpunkt jedoch genau zu treffen, wäre mit einer unendlich kleinen Wahrscheinlichkeit vergleichbar.

"Ein physisch unmögliches Ereignis ist also dasjenige, dessen mathematische Wahrscheinlichkeit unendlich klein ist, ..." Und weiter: "Das physisch unmögliche Ereignis wird als mathematisch oder logisch möglich gedacht; allein in der Wirklichkeit findet es nicht statt, weil kein Grund vorhanden ist, warum die zufällige Verbindung von einander unabhängiger Erscheinungen oder Ursachen, ... eher stattfinden sollte als unendlich viele andere mögliche Verbindungen." (Cournot, 1849, S. 67/68) Deshalb sollte man auch bei physischer von wirklicher oder faktischer Unmöglichkeit und bei mathematischer von absoluter Unmöglichkeit sprechen. Definiert man "die mathematische Wahrscheinlichkeit als das Maß der physischen Möglichkeit" (Cournot, 1849, S. 69), "... so schließt sich die ganze Lehre von der mathematischen Wahrscheinlichkeit an den Begriff der physischen Unmöglichkeit an und die mathematische Wahrscheinlichkeit ist nicht mehr ein abstraktes Verhältnis, welches von unserer Ansicht abhängt, sondern der Ausdruck eines Verhältnisses, welches durch die Natur der Sache selbst bestimmt und durch die Beobachtung erhalten wird, ..." (Cournot, 1849, S. 68/69). Diese Verbindung zur "Natur der Sache" samt dem Bezug von Wahrscheinlichkeit zu physischer Möglichkeit verleiht diesem Begriff objektive Bedeutung; er bleibt nicht wie bei Laplace ein subjektives Hilfsmittel für den unvollkommenen Menschen. Man darf den objektiven Charakter, so Cournot, nicht mit dem subjektivistischen Sinn der Wahrscheinlichkeit vermischen, wie dies etwa im absoluten Determinismus geschieht. "Zufall deutet ohne Zweifel keine substanzielle Ursache, sondern eine Idee an, nämlich die Idee der Verbindung mehrerer Systeme von Ursachen oder Erscheinungen, welche unabhängig voneinander stattfinden." Eine höhere Intelligenz, etwa der Laplacesche Dämon, würde sich somit vom Menschen nur dadurch unterscheiden, daß er besser die komplexen Zusammenhänge zwischen vorhandenen Ursachen und Wirkungen übersehen könnte. So könne er etwa bei einem unfairen Würfel von vornherein die diesem eigenen Besonderheiten und Verhältnisse des Erscheinens einzelner Ausfälle analysieren und dementsprechend

abschätzen; der Zufall selbst bliebe jedoch als Tatbestand bestehen.
Auf der Grundlage seiner Vorstellung von Ursache-Wirkungs-Ketten gelingt es Cournot also, in Ansätzen den strikten Gegensatz von Zufall und Kausalität aufzuheben und beide miteinander fruchtbar zu verbinden; zudem erhält so der Wahrscheinlichkeitsbegriff objektive Bedeutung. Cournot unterscheidet zwar im folgenden strikt zwischen subjektiver und objektiver Wahrscheinlichkeit, er analysiert diesen Zusammenhang dieser beiden Seiten nicht auf dem Hintergrund der Subjekt-Objekt-Dialektik jeglicher Erkenntnistätigkeit, jedoch ist mit seinen Überlegungen ein Anfang in der Auflösung der bisher so strikten Alternative gemacht.
Innerhalb dieses erkenntnistheoretischen Kontextes verweist Cournot nun auf die "Eigenständigkeit" der Wahrscheinlichkeitstheorie, d.h. auf ihre besonderen Aspekte, und ansatzweise klingt bei ihm eine Vorstellung an, die Wahrscheinlichkeit sei von höherer Abstraktion als andere Theorien, was an unsere Kennzeichnung einer Theorie 2. Stufe erinnert.
"Die Erscheinungen, welche uns die lebenden Wesen in intellektueller und moralischer Beziehung darbieten, lassen sich bei dem gegenwärtigen Zustande unserer Kenntnisse auf keine Weise durch die Prinzipien der Mechanik und Geometrie erklären; und wir behaupten dreist, daß dieses auch zu keiner Zeit der Fall sein wird. Diese Erscheinungen fallen also nicht in geometrischer, oder in mechanischer Beziehung in das Gebiet der Zahlenwissenschaft, sondern nur insofern, als die Begriffe der Kombination, der Wahrscheinlichkeit, der Ursache und des Zufalls in Beziehung auf Abstraktion von einer höheren Ordnung sind als die der Geometrie und Mechanik und sowohl auf die Erscheinungen der lebenden Natur, der intellektuellen und moralischen Welt, wie auf die Erscheinungen anwendbar sind, welche durch die Bewegungen der leblosen Materie hervorgebracht werden." (Cournot, 1849, S. 71)

Nach Anwendungsbeispielen der Wahrscheinlichkeitstheorie auf wirtschaftliche Bereiche und dem Ausbau statistischer Methoden wendet sich Cournot im 9. Kapitel "Von der Statistik im allgemeinen und der experimentellen Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten" dem Problem des Gegenstandsbezugs der Wahrscheinlichkeitstheorie zu. "Wir verstehen unter Statistik die Wissenschaft, deren Objekt darin besteht: zahlreiche beobachtete Tatsachen oder Erscheinungen irgendeiner Art zu sammeln und so zu koordinieren, daß man Zahlenverhältnisse erhält, welche nahezu konstant oder von den Anomalien des Zufalls unabhängig sind und auf die Existenz regelmäßiger Ursachen hinweisen, welche sich mit unregelmäßigen Ursachen verbinden." (Cournot, 1849, S. 147) Regelmäßige, bzw. permanente Ursachen sind solche, die in einer Reihe von Versuchen sich ständig gleich auswirken, während sich die unregelmäßigen bzw. zufälligen Ursachen immer in anderer Weise verschieden auswirken. So ist beispielsweise die Unsymmetrie eines Würfels, welche vielleicht eine Schwerpunktverlagerung zugunsten des Ereignisses "5" beinhaltet, eine permanente Ursache. Dagegen ist das Würfeln selbst mit seinen vielfältig verschiedenen Anfangsbedingungen, Kräften, Reibungen usw. eine zufällige Urache bzw. ein System solcher Ursachen, welche sich mit den regelmäßigen verbindet. "Die Elimination der zufälligen Ursachen, oder vielmehr ihres Einflusses, und die Auffindung der permanenten oder regelmäßigen Ursachen ist das Hauptobjekt aller statistischen Untersuchungen." (Cournot, 1849, S. 149)
Diese permanenten Ursachen sind indirekte Hinweise auf die dem Objekt eigenen gegenstandsspezifischen Aspekte. Die Suche regelmäßiger Ursachen ist auch Anliegen anderer, "deterministischer" Wissenschaften, wie beispielsweise der Mechanik. Jedoch werden hier zunächst die zufälligen von den regelmäßigen Ursachen (in idealer Weise) getrennt und dann wird die zwischen

den ausschließlich regelmäßigen Ursachen und ihren Auswirkungen bestehende Gesetzmäßigkeit analysiert. In der Statistik hat man es demgegenüber immer mit "unauflöslichen" Verbindungen von zufälligen mit permanenten Ursachen zu tun und man muß also die Anteile des Ursache-Systems bestimmen, welche regelmäßig sind, ohne davon die unregelmäßigen ablösen zu können. Dabei gerät der Statistiker, so Cournot, in die widersprüchliche Situation entscheiden zu müssen, ob eine vermeintlich festgestellte Regelmäßigkeit wirklich eine Regelmäßigkeit ist, oder ob sie vielleicht im Rahmen noch möglicher Zufälligkeiten eine "extreme" Unregelmäßigkeit darstellt. Ausschließlich vom wahrscheinlichkeitstheoretischen Kalkül her ist dieser Widerspruch nicht zu lösen; er erfordert darüber hinaus gegenstandsspezifische Annahmen und Voraussetzungen.
Wie dies zu verstehen ist, wie der indirekte Gegenstandsbezug in der Wahrscheinlichkeitstheorie sich auswirkt, verdeutlicht Cournot an Beispielen. So weisen unterschiedliche Geburtsverhältnisse von Jungen zu Mädchen in Land- oder Stadtbezirken unter Umständen auch auf gegenständliche Aspekte, beispielsweise soziale Ursachen hin; diese Unterschiede können nicht immer nur als rein zufällig interpretiert werden (vgl. Cournot, 1849, S. 154ff). Desweiteren erläutert Cournot detailliert Probleme statistischer Methoden. So weist er darauf hin, daß in statistischen Untersuchungen eigentlich viele unterschiedliche Klasseneinteilungen vorgenommen werden sollten, um somit sicherer Unterschiede herausarbeiten zu können. Beispielsweise könnte man nämlich feststellen, daß an ungeraden Tagen mehr Jungen als Mädchen geboren werden. Soll dies nun als ein Zufall oder eine Regelmäßigkeit interpretiert werden? Hier stößt man, so Cournot, auf folgendes Problem: Will man dieses Ereignis als Regelmäßigkeit auffassen, so wird man (da im vorliegenden Material ja offensichtlich Differenzen vorliegen) entsprechend vorhandener Rechenverfahren auch eine fast sichere Wahrscheinlichkeit dafür erhalten, daß die Unterschiede in Geburten zwischen geraden und ungeraden Tagen "real" sind, also außerhalb zu erwartender Genauigkeitsgrenzen liegen. Auf diese Weise erhält

man also Regelmäßigkeit.
Faßt man diese Differenz jedoch als Zufälligkeit auf, so wird man eine Vielzahl möglicher Einteilungen des Jahres in verschiedene Klassen vornehmen und die Abweichungen dieser Wahrscheinlichkeiten der Klassen untereinander berechnen und anschließend feststellen, so Cournot, daß die beobachtete Abweichung von Jungengeburten an geraden und ungeraden Tagen innerhalb der Wahrscheinlichkeit der möglichen Abweichungen aller Klasseneinteilungen liegt. Die konkret vorhandene Abweichung mag zwar stark sein, liegt jedoch als eine Ausnahme noch im wahrscheinlichen Rahmen aller möglichen Abweichungen und ist demnach zufällig. Man erhält somit Zufälligkeit.

Aus den vorhandenen Daten und ihrer wahrscheinlichkeitstheoretischen Behandlung allein kann also kein Schluß gezogen werden. "Hieraus folgt, daß unser Wahrscheinlichkeitsurteil: eine beobachtete Differenz oder Abweichung könne nicht von den Anomalien des Zufalls herrühren, von zwei Elementen abhängt. Das eine, welches sich mit mathematischer Schärfe definieren läßt, ist das bisher mit P bezeichnete Verhältnis zwischen der Anzahl der zufälligen Kombinationen, welche eine geringe Abweichung geben für eine zufällig gewählte Einteilung, und der Anzahl aller möglichen Kombinationen. Das andere Element besteht in einem vorangegangenen Urteil, vermöge dessen wir die Einteilung, welche die beobachtete Abweichung gegeben hat, als eine von denen betrachten, welche man ganz natürlich unter der unendlichen Anzahl möglicher Einteilungen versuchen muß, und nicht als eine von denen, welche nur vermöge der beobachteten Abweichung die Aufmerksamkeit auf sich ziehen." (Cournot, 1849, S. 157/58)
Neben statistisch-präzisen Verfahren sind somit auch gegenstands-spezifische Urteile notwendig; denn ob eine Einteilung "ganz natürlich" ist, hängt nun tatsächlich mit der Natur des Gegenstandes selbst zusammen.

Soweit zu Cournots wahrscheinlichkeitstheoretisch-philosophischen Ausführungen. Ihm war es nur möglich, vom Standpunkt der Anwendungsprobleme der Statistik auf indirekte Weise die Bedeutsamkeit des Gegenstandsbezugs der Wahrscheinlichkeitstheorie hervorzuheben. Erst die statistische Mechanik vermochte ein "positives" Beispiel einer Theorie des Zusammenhanges von Mechanik und Statistik zu liefern.

Auf der Grundlage von Begriffen und Methoden, wie sie in der statistischen Mechanik entwickelt wurden, hat Chincin in seiner Arbeit "Die Methode der willkürlichen Funktionen und der Kampf gegen den Idealismus in der Wahrscheinlichkeitsrechnung" (1954) anhand einer positiven Hervorhebung des objektiven Gegenstandsbezuges der Wahrscheinlichkeitstheorie versucht, bisherige idealistische bzw. empiristische Philosophien der Wahrscheinlichkeitstheorie zu kritisieren und in Beispielen konkret auf die Bedeutung des Gegenstandsbezuges für die Interpretation des Wahrscheinlichkeitsbegriffs aufmerksam zu machen. "Wenn wir materialistisch denken, so werden wir von der festen Gewißheit ausgehen, daß dem Versuchsergebnis, das wir ständig erhalten, ganz bestimmte Ursachen in der objektiven Natur, in den Gesetzmäßigkeiten, die den Verlauf des Vorgangs beherrschen, zugrunde liegen und daß das Ergebnis bei hinreichender Entwicklung der Wissenschaft vollständig erklärt werden kann und erklärt werden wird, wenn wir von den Eigenschaften dieser Gesetzmäßigkeiten ausgehen. Wenn die klassische Theorie einen Mißerfolg zu verzeichnen hatte, als sie versuchte, auf diesem Wege voranzukommen, so kann dies keinesfalls den Weg, der vom Standpunkt der materialistischen Erkenntnistheorie aus der einzig richtige bleibt, in Mißkredit bringen. Der Mißerfolg der klassischen Theorie spricht nur dafür, daß sie mit ziemlich primitiven Mitteln an die Lösung der gestellten Aufgabe herangegangen ist." (Chincin, 1954, S.267). Inzwischen, so Chincin, sind erste theoretische Mittel, sich diesem Problem zu nähern, geschaffen worden. Zu nennen ist vor allem die von Poincaré entwickelte "Methode der willkürlichen Funktionen", welche später Eingang in die Ergodentheorie fand und zur Lösung des Ergodensatzes beitrug. (vgl. Freudenthal/Steiner, 1966, S.192f)

Chincin behandelt nun mit Hilfe dieser theoretischen Mittel ein vereinfachtes Schema des Roulettspiels. "Historisch war dies die erste Aufgabe, die nach der neuen Methode erfolgreich gelöst wurde; ihre Einfachheit beruht darauf, daß dem Vorgang, hier ein mechanisches System mit nur einem Freiheitsgrad zugrunde liegt.
Ein materieller Punkt (die 'Kugel') bewegt sich auf einem Kreis, dessen Länge wir der Einfachheit halber gleich 1 annehmen wollen. Die Bewegung beginnt in einem bestimmten Punkt O und verläuft immer in derselben Richtung; die Anfangsgeschwindigkeit v kann bei den verschiedenen Versuchen aber verschieden groß sein. Die Reibung und andere Energie zerstreuende Faktoren vernachlässigen wir, so daß die Geschwindigkeit v während des ganzen Versuchs konstant bleibt. Nach Ablauf einer gewissen (langen) Zeit t wird die Kugel plötzlich angehalten." (Chincin, 1954, S.267). Soweit die Formulierung des Problems. Ohne weiter auf die technischen Details einzugehen (hierzu sei auf Chincin, 1954, S.268-270 verwiesen), kann nun in der Tat mittels der Methode der willkürlichen Funktionen mathematisch berechnet werden, daß die Wahrscheinlichkeit von "rot" sich gegen $\frac{1}{2}$ nähert. "Wir sind also zu dem Ergebnis gekommen, daß die gestellte Aufgabe völlig befriedigend löst: Wir haben uns davon überzeugt, daß die Häufigkeit des Ereignisses A für große t einen Wert nahezu von $\frac{1}{2}$ haben wird, wie auch das Verteilungsgesetz der Anfangsgeschwindigkeiten beschaffen sein mag (wenn es nur absolut stetig ist.). Das Verfahren, nach dem wir soeben das Rouletteproblem gelöst haben, erhielt die Bezeichnung Methode der willkürlichen Funktionen; denn ihm liegt der Gedanke zugrunde, ausgehend von einer willkürlichen Verteilungsfunktion für die Anfangsdaten, zu zeigen, daß hieraus die Stabilität und der Zahlenwert der Häufigkeit eines gewissen Ereignisses in einer langen Versuchsserie aus objektiven Besonderheiten des Vorganges selbst festgestellt werden können, und zwar hängt der Wert der Häufigkeit nicht von der willkürlichen Anfangsfunktion ab." (Chincin, 1954, S.270)

Man hat hier also ein elementares Beispiel, in dem gegenständliche, in diesem Fall speziell mechanische Aspekte und statistische in Form der Anfangsverteilung zusammen den Ausgang des Experimentes in langen Versuchsreihen bestimmen und die sich auf Grund erster einfacher und idealer Annahmen theoretisch ermitteln lassen. Dies erinnert an die statistische Mechanik, in deren Rahmen es in der Tat ein einfaches Beispiel darstellt. "Die Erfolge der Methode der willkürlichen Funktionen bedeuten praktisch, daß es möglich ist, die Wahrscheinlichkeitsrechnung endgültig von idealistischen Tendenzen zu befreien, die immer noch nicht völlig überwunden sind." (Chincin, 1954, S.273)

Insgesamt ist in der Auseinandersetzung mit den Überlegungen Cournots die Bedeutung des Gegenstandsbezuges, der vom Standpunkt der Wahrscheinlichkeitstheorie nur <u>indirekt</u> aufgenommen werden konnte, deutlich geworden; das Beispiel von Chincin formulierte <u>positiv</u> diesen wichtigen Zusammenhang von gegenständlichen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Aspekten. Die Problematik des relativ "reinen" statistischen Gegenstandes, der gleichzeitig in komplexeren gegenständlichen Situationen belassen werden muß, die wechselseitige Beziehung von zufälligen <u>und</u> kausalen Aspekten, die sich in solch einem Gegenstandsverständnis zeigt, ist hier nochmals deutlich geworden, und sowohl für die statistische Praxis, als auch in Ansätzen für die erkenntnistheoretische Diskussion hat sich die Notwendigkeit und auch Fruchtbarkeit eines solch' entwickelten metatheoretischen Standpunktes herausgestellt.

Abschließend möchten wir nun in einigen ersten Anmerkungen die hier ausgearbeitete epistemologische wahrscheinlichkeitstheoretische Konzeption, wie sie sich in dem Verhältnis von konkret gegenständlich abhängigen und allgemein universellen Aspekten im Anwendungsproblem ausdrückt, der Kontroverse um die objektive oder subjektive Wahrscheinlichkeit gegenüberstellen, ohne jedoch anzunehmen, damit dieses Problem insgesamt lösen zu können.

III.2.4. Anmerkungen zur Kontroverse um die objektive oder subjektive Wahrscheinlichkeitsauffassung

In der Analyse der drei bisherigen Problembereiche wurde nochmals das der Wahrscheinlichkeitstheorie eigene "Problem des Anwendungsbezuges" in seiner Kompliziertheit deutlich. Es hat sich gezeigt, daß das Verhältnis von Theorie und Gegenstand in der Wahrscheinlichkeitstheorie hinsichtlich zweier Gesichtspunkte besonders sorgfältig beachtet werden muß.
Zum einen steuert die Wahrscheinlichkeitstheorie als "Theorie der Anwendung" diese Beziehung selbst in systematischer und teilweise universeller Art; zum anderen wird der jeweilige Gegenstand gleichzeitig in seiner wahrscheinlichkeitstheoretischen Kennzeichnung notwendig durch spezifisch gegenstandsabhängige Aspekte bestimmt. Im Abschnitt III.1. haben wir diese beiden Probleme entlang den Dimensionen "Entwicklung des Theorientyps" und "Entwicklung der Epistemologie" in ihrer wahrscheinlichkeitstheoretischen Ausprägung mit den Beschreibungen "Verhältnis von Theorie 2. Stufe zu Theorie 1. Stufe" und "Zusammenhang von statistischen und gegenständlichen Aspekten" charakterisiert.

Auf dem Hintergrund dieser Probleme läßt sich nun u.E. das Theorie-Gegenstands-Verständnis als ein erstes und relativ allgemeines Kriterium dazu benutzen, den Gegensatz von objektiver und subjektiver Wahrscheinlichkeit zu beurteilen.
Es zeigt sich nämlich, daß beide Positionen sich je verschiedener Einseitigkeiten hinsichtlich des Theorie-Gegenstand-Verständnisses schuldig machen.

U.E. beurteilen etwa die sogenannten Objektivisten dieses Verhältnis einseitig vom Gegenstand her, während bei den Subjektivisten vor allem die Sicht von der Theorie, dem (subjektiven) Wissen her, betont wird.

Will man die "typische Situation" von einerseits subjektiver und andererseits objektiver Vorgehensweise kurz charakterisieren, so kann man sagen, daß für die objektive Wahrscheinlichkeit der (objektive) Zufallsmechanismus steht: Das Urnemodell, die Münze, das Roulett usw. produzieren entsprechend bestimmter Wahrscheinlichkeitsverteilungen beobachtbare Ereignisse. "Grundlegend ... ist der Begriff des Zufallsexperiments, d.h. eines Experimentes, dessen Ergebnis vom Zufall abhängt. ... Die in der Praxis auftretenden Zufallsexperimente sind in der Regel beliebig oft wiederholbar, und zwar so, daß das Ergebnis einer Realisation des Experiments von den Ergebnissen anderer Realisationen des gleichen Experiments unabhängig ist." (Pfanzagl, 1974, S. 9)
Für die subjektive Wahrscheinlichkeit gewissermaßen ist die Wettsituation paradigmatisch:"Im Vorstellungsbereich der subjektiven Wahrscheinlichkeit denkt man sich Personen, die in der Lage sind, ihre Erwartungshaltung bzgl. des Eintreffens von Ereignissen in einem bestimmten Sinn konsistent zu fixieren. Man stellt sich vor, daß eine solche Person für jedes Ereignis A die Frage beantwortet, welchen Betrag P(A) sie einsetzen würde für die Aussicht im Falle des Eintretens von A den Betrag 1 zu erhalten und den Betrag O im Falle des Nichteintretens von A." (Dinges, 1976, S. 91)

Beispiel einer "objektiven" Position ist das Buch von Richard v. Mises: "Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit" (1972). Er will hierin die Wahrscheinlichkeit als physikalische Theorie begründen. Der Gegenstand dieser Theorie ist das sogenannte "Kollektiv", das sich entsprechend der Machschen Philosophie aus den beiden Urphänomenen ergibt, welche in idealisierter Form eine Definition darstellen sollen: Einmal der empirischen Tatsache der Konvergenz von relativen Häufigkeiten, zum anderen die Feststellung, daß beobachtete Merkmale in den Experimenten unregelmäßig auftreten. Dies faßt Mises so zusammen: "Von Wahrscheinlichkeit kann erst gesprochen werden, wenn ein wohlbestimmtes, genau umgrenztes Kollektiv vorliegt.

Kollektiv ist eine Massenerscheinung oder ein Wiederholungsvorgang, der zwei Forderungen erfüllt, nämlich: es müssen die relativen Häufigkeiten der einzelnen Merkmale bestimmte Grenzwerte besitzen und diese müssen ungeändert bleiben, wenn man durch willkürliche Stellenauswahl einen Teil der Elemente aus der Gesamtheit heraushebt.
Das Erfülltsein der letzteren Forderung bezeichnen wir als das Prinzip der Regellosigkeit oder Prinzip vom ausgeschlossenen Spielsystem." (v. Mises, 1972, S. 33/34) Gerade gegen logische Widersprüche im Kollektivbegriff ist vielfältige Kritik geäußert worden (vgl. beispielsweise Chinchin:"Die Häufigkeitstheorie R. v. Mises und die modernen Ideen der Wahrscheinlichkeitstheorie" (1939-1944)).

Uns interessiert hier vor allem auf der Grundlage des Misesschen Kollektivbegriffs seine Auffassung zum Theorie-Gegenstandsverhältnis der Wahrscheinlichkeit.
"Eine besondere 'Theorie' darüber, wie eine Theorie auf die Beobachtungen anzuwenden sei, d.h. ein aus Sätzen, Ableitungen, Beweisen usf. bestehendes System, das neben der Sachtheorie die Lösung des 'Anwendungsproblems' bildet, gibt es nicht. Der Zusammenhang zwischen Erfahrungswelt und Theorie wird durch die Ausgangssätze, die man gewöhnlich Axiome nennt, hergestellt." (v. Mises, 1972, S. 101) v. Mises geht also davon aus, daß die Verbindung zwischen Theorie und Gegenstand vom Beginn an durch die Axiome geleistet wird; das Kollektiv als Prototyp des wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstandes enthält alle spezifischen Probleme. (Vgl. hierzu die Diskussion um den Systembegriff) Allein dieser objektive Gegenstand bestimmt, was Wahrscheinlichkeit ist.

Demgegenüber betonen die Subjektivisten, zunächst auch zu recht, daß in jeder wahrscheinlichkeitstheoretischen Anwendung ein subjektives Moment steckt, indem sie sich letztlich auf den zirkelhaften Charakter jeder wahrscheinlichkeitstheoretischen Anwendung beziehen. Dieser Aspekt der <u>subjektiven</u> Beurteilung einer statistischen Situation wird jedoch vielfach überbetont

und als alleiniger Ausgangspunkt zur Interpretation der Wahrscheinlichkeit genommen. So sagt etwa de Finetti, ein bekannter Vertreter der subjektiven Wahrscheinlichkeitstheorie: "Probability does not exist." Wahrscheinlichkeit besteht nur in den Köpfen der Menschen.
Und im Anschluß an eine Kritik verschiedener objektiver Konzepte fährt er fort: "It follows that all three proposed definitions of 'objective' probability, although useless per se, turn out to be useful and good as valid auxiliary devices when included as such in the subjective theory." (de Finetti, 1974, S. XII) Er definiert diesen Begriff der subjektiven Wahrscheinlichkeit an anderer Stelle so: "Subjective probability is one's degree of belief in an outcome based on an evaluation making the best use of all the information available to him and his own skill." (de Finetti, 1974a, S.16)

Und ausführlicher erläutert er: "(a) Probability is always a subjective notion, inasmuch as it is the measure of uncertainty felt by a given person facing a given event. 'Objective' probability is a meaningless notion; however, subjective probability has the following two objective requirements. (b) Objective rules of coherence (the axioms and theorems of probability theory) must be strictly obeyed in any subjective probability evaluation. Coherence is necessary to prevent substantial contradictions, such as the possibility of incurring sure losses as a result of an action.
(c) objective data - the available objective evidence - must be carefully collected and considered to the extent judged relevant in the field under consideration. This step is necessary to take most reasonably into account all objective elements available.
Although any probability evaluation is a subjective syntheses based only partially on objective data, it is in a sense reasonably objective." (de Finetti, 1974a, S.2)

Die hier thematisierte "Koherenz" ist vielfach als objektiver Bestandteil einer doch angeblich ausschließlich subjektiven Theorie kritisiert worden. (Vgl. Gillies, 1973, S. 16ff) Zudem klingt in den letzten Bemerkungen des Zitats wiederum die beliebige Austauschbarkeit von subjektiven und objektiven Standpunkten an; wie wir dies bei Laplace schon angetroffen haben.

Uns interessiert hier jedoch wieder vor allem die Frage nach dem Zusammenhang von Theorie und Gegenstand. Gesteuert und in Gang gesetzt wird diese Beziehung, so de Finetti, ausschließlich vom Subjekt, welches sich jedoch widerspruchsfrei verhalten muß. Einen wichtigen Bestandteil zur Präzisierung des Zusammenhangs stellt die Bayessche Formel dar, die ein "Lernen aus Erfahrung" beinhalten soll. (Vgl. hierzu II.1). Ausgehend von einer beliebigen, subjektiv gewählten Anfangsverteilung soll diese Regel durch dauernde Anwendung im Verlaufe der Versuchsreihe sich immer mehr dem"wahren"Wert annähern und anfängliche persönliche Abweichungen ausgleichen. "Voneinander mehr oder weniger stark abweichende persönliche Überzeugungen haben die Tendenz, sich unter dem Gewicht der Tatsachen einander zu nähern. Diese Deutung von Objektivität als Meinungskonvergenz entspricht die subjektivistische Deutung des empiristischen Schlagwortes, daß man 'die Fakten allein sprechen lassen' müsse: Für den Subjektivisten kann dies nicht heißen, daß man vollkommen unvoreingenommen, d.h. ohne jegliche Vormeinung an die empirischen Daten heranzutreten habe, um dann alle erforderlichen Informationen aus diesen Fakten herauszuholen. Vielmehr muß es als Aufforderung zu der Bereitschaft interpretiert werden, unsere vorhandenen Vormeinungen im Licht der empirischen Daten zu modifizieren." (Stegmüller, 1973a, S.125)
Wie wir schon in der Analyse des Bayesschen Theorems (vgl. Kap. II.1) dargestellt haben, liegt die Schwierigkeit des "Lernens aus Erfahrung" darin, daß aufgrund der zu Beginn des Lernprozesses getroffenen subjektiven Beurteilung der Ausgangswahrscheinlichkeiten im weiteren Verlaufe nur inner-

halb der anfangs angestellten Hypothesen eine Modifikation der Beurteilung, jedoch keine grundsätzliche Neuinterpretation vorgenommen werden kann. Die Bayessche Regel ermöglicht nur immer die Adaption neuer empirischer Fakten auf der Grundlage der schon einmal getroffenen subjektiven Entscheidung, ohne diese selbst jedoch grundsätzlich in Frage stellen zu können. Und das ist es, was Hacking (1965) zentral kritisiert: Das Bayessche Theorem wird nicht mit dem Problem der "unerwarteten Hypothese" fertig; eine völlig "außerhalb" bisheriger Überlegungen, welche die Grundlage der subjektiven Wahl der Ausgangswahrscheinlichkeiten darstellen, liegende Hypothese kann nicht in dem einmal verfolgten Rahmen berücksichtigt, ja nicht einmal "erkannt" werden. (Vgl. Hacking, 1965, S. 221ff)

Die "subjektive" Auffassung geht, wie das "Lernen aus Erfahrung" anhand der Bayesschen Regel zeigt, von einer zu direkten Verbindung zwischen (subjektiv) theoretischen und empirischen Aspekten aus. Es wird keine bewußte Unterscheidung von einerseits (hypothetisch-)idealen Annahmen und theoretischen Begriffen und andererseits empirisch-zufälligen Erscheinungen getroffen; beide Seiten sind in jedem Augenblick der Erkenntnis quasi miteinander auf Grund eines rein subjektiven Urteils direkt verbunden.
D.h. also, daß auch in der subjektiven Interpretation der Wahrscheinlichkeit eine verkürzte Auffassung über die Kompliziertheit des Theorie- Gegenstandsverhältnisses vorherrscht.

Die Schwäche beider Positionen, sowohl der objektiven als auch der subjektiven und auch ihre scheinbar strikte Gegensätzlichkeit liegen in der zu "einfachen" Sicht auf die Theorie-Empirie-Beziehung. Beide gehen letztlich von einer Identifikation aus, wobei die einen eher vom (objektiven) Gegenstand und die anderen vom (subjektiven) Wissen her urteilen; dies macht zudem deutlich, daß eigentlich kein grundsätzlicher Unterschied zwischen beiden Positionen besteht, d.h. ein "absolut" subjektiver Standpunkt läßt sich nicht von einem "rein" objektivistischen unterscheiden.

Wir haben demgegenüber gerade die Bedeutung und Kompliziertheit der Theorie-Gegenstandsbeziehung in der Wahrscheinlichkeitstheorie hervorgehoben; ja, erst auf der Grundlage einer bewußten Unterscheidung von theoretischer und empirischer Ebene und der Berücksichtigung ihres komplizierten (theoretischen) Zusammenhangs wird es möglich, anhand der Vielfalt wahrscheinlichkeitstheoretischer Anwendungen auch einen Erklärungsrahmen für die Beurteilung der Kontroverse "subjektiver vs. objektiver Charakter der Wahrscheinlichkeit" zu gewinnen.