

II.3. Wahrscheinlichkeitsbegriff und statistische Mechanik

II.3.1. Ein Grundproblem: Das widersprüchliche Verhältnis von mechanischen zu wahrscheinlichkeitstheoretischen Aspekten

Orientiert an praktischen Problemen hat die bisherige Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie zum einen die besondere "zirkuläre" Form der Messung

$$P(|p-h_n| < \epsilon) > 1 - \eta,$$

wie sie sich erstmals in Bernoullis Theorem zeigte, zutage gebracht, und zum anderen wurden im Zusammenhang mit den Problemen der Fehlertheorie wechselseitig die spezifischen System-eigenschaften des wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstandes und der Begriff der Wahrscheinlichkeitsverteilung herausgearbeitet, auf deren Grundlage das Meßverfahren dann allgemeiner als eine wahrscheinlichkeitstheoretische Beschreibung des Systems charakterisiert werden konnte. In diesem Zusammenhang hatte sich eine relativ weit ausgearbeitete wahrscheinlichkeitstheoretische "Technik" etabliert. Zudem wurde immer deutlicher, daß in der alltäglichen, wissenschaftlichen Praxis auf die Wahrscheinlichkeitstheorie nicht "verzichtet" werden konnte; vor allem die große Anzahl zu behandelnder Parameter erforderte geradezu die Wahrscheinlichkeit als eine Theorie zur Bearbeitung von Massenerscheinungen. Es bestand jedoch die tendenzielle Auffassung, daß die Wahrscheinlichkeit letztlich eine "subjektive" Theorie ist, d.h. man hat es im Grunde mit mechanisch-deterministischen Gesetzmäßigkeiten zu tun, an welche man sich mit dem Hilfsmittel der Wahrscheinlichkeitsrechnung beliebig annähern kann.

In der bisher beschriebenen Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs trat somit folgende grundlegende Widersprüchlichkeit immer deutlicher hervor. Einerseits interpretierte man jedes Ereignis rein mechanisch bzw. deterministisch: Prinzipiell laufen alle Erscheinungen ausschließlich nach wohlbestimmten Ursache-Wirkung-Beziehungen ab. Andererseits behandelte man

jedoch gleichzeitig dieselbe Erscheinung ihrer großen Komplexität wegen rein statistisch: Ohne die Berücksichtigung jeglicher mechanischer bzw. kausaler Aspekte faßte man das Zustandekommen dieses Ereignisses als ausschließlich durch den Zufall bestimmt auf.

Dieser Widersprüchlichkeit konnte man im Grunde nur durch eine weitere Entgegensetzung begegnen: Indem man von einer Trennung zwischen objektiven und subjektiven Momenten im Erkenntnisprozeß ausging, wurde die Wahrscheinlichkeitstheorie ausschließlich der subjektiven Seite und die Mechanik bzw. der Determinismus der objektiven zugeordnet. Die Gegensätzlichkeit von mechanischen und statistischen Aspekten wurde somit "verständlich" auf dem Hintergrund der Entgegensetzung zwischen Erkenntnissubjekt und -objekt; von einer "Auflösung" dieses Widerspruchs kann jedoch nicht die Rede sein.

Die wahrscheinlichkeitstheoretischen Arbeiten von Laplace sind exemplarischer Ausdruck der hier skizzierten Situation. Neben der ungeheuren Vielfalt wahrscheinlichkeitstheoretischer Methoden und Verfahren zur Bearbeitung des so stark wie noch nie erweiterten Anwendungsbereichs steht auf der Grundlage des mechanischen Determinismus im Prinzip die alte kombinatorische Wahrscheinlichkeitsdefinition.

"Alle Ereignisse selbst die, welche wegen ihrer Geringfügigkeit nichts mit den großen Naturgesetzen zu tun zu haben scheinen, sind eine ebenso notwendige Folge derselben, als die Umläufe der Sonne"; so beginnt Laplace seinen "Essai philosophique sur les probabilités". Diese deterministische Sicht präzisiert er weiter unten: "Wir müssen ... den gegenwärtigen Zustand des Weltalls als die Wirkung seines früheren Zustandes und andererseits als die Ursache dessen, der folgen wird, betrachten. Eine Intelligenz, welche für einen gegebenen Augenblick alle Kräfte, von denen die Natur belebt ist, sowie die gegenseitige Lage der Wesen, die sie zusammensetzen, kennen würde, und überdies umfassend genug wäre, um diese gegebenen Größen einer Analyse zu unterwerfen, würde in derselben Formel die Bewegungen der

größten Weltkörper wie die des leichtesten Atoms ausdrücken: nichts würde für sie ungewiß sein und Zukunft wie Vergangenheit ihr offen vor Augen liegen. Der menschliche Geist bietet in der Vollendung, die er der Astronomie zu geben gewußt hat, ein schwaches Bild dieser Intelligenz. ... Alle ... Bemühungen beim Aufsuchen der Wahrheit zielen dahin ab, ihn unablässig der eben angenommenen Intelligenz näher zu bringen, der er aber immer unendlich ferne bleiben wird." (Laplace, 1810, 1886, S.4)

Sich der komplizierten mechanischen Wirklichkeit anzunähern, braucht der unwissende und unvollkommene Mensch die Wahrscheinlichkeitsrechnung. "Die von einem einfachen Luft- oder Dampf-molekül beschriebene Kurve ist in ebenso sicherer Weise geregelt wie die Planetenbahnen: Es gibt hierin keine Verschiedenheiten als diejenigen, die unsere Unwissenheit hineinlegt. Die Wahrscheinlichkeit bezieht sich zum Theil auf die Unwissenheit, zum Theil auf unsere Kenntnisse." (Laplace, 1886, S.6) Unter Zuhilfenahme des "Prinzips vom Unzureichenden Grunde" definiert nun Laplace die Wahrscheinlichkeit. "Die Theorie des Zufalls (des hazards) besteht darin, alle Ereignisse derselben Art auf eine gewisse Anzahl gleichmöglicher Fälle zurückzuführen; d.h. auf solche, über deren Existenz wir in gleicher Weise im Unklaren sind, und dann die Zahl der Fälle zu bestimmen, die dem Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit man sucht, günstig sind. Das Verhältniss dieser Zahl zu der aller möglichen Fälle ist das Maß dieser Wahrscheinlichkeit, die also nur ein Bruch ist, dessen Zähler die Zahl der günstigen Fälle, und dessen Nenner die Zahl aller möglichen Fälle ist." (Laplace, 1886, S.6)

Abhängig vom unterschiedlichen Wissensstand werden sich auch die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten unterscheiden, doch der unterliegende absolute mechanische Determinismus "garantiert" letztlich, daß diese sich bei Vermehrung des Wissens gegenseitig angleichen werden.

Die in der Laplaceschen Konzeption angelegten Vorteile und Schwierigkeiten werden deutlicher, wenn man versucht, die

logischen Grenzen des mechanischen Determinismus herauszuarbeiten. Zunächst läßt sich der Zusammenhang der idealen Gleichwahrscheinlichkeitskonzeption und des mechanischen Determinismus so interpretieren: Entsprechend der mechanischen Auffassung gleichwertiger Ursachen, welche letztlich das Auftreten eines Ereignisses entweder hervorrufen oder nicht, ist im Prinzip die Laplacesche Definition unter der Voraussetzung von gleichwahrscheinlichen Fällen gerechtfertigt. Ging Bernoulli von einem kombinatorisch-determinierten Weltbild aus, in welchem er grundsätzlich von "Anteilen für und gegen das Eintreten eines Ereignisses" sprechen konnte, so läßt sich die Laplacesche Definition der Gleichwahrscheinlichkeit auf die im mechanisch-deterministischen Weltbild angelegte Auffassung der Gleichwertigkeit aller Ursachen stützen. Beide konnten somit aufgrund des unterliegenden Determinismus an einer "prinzipiellen" a priori Gleichwahrscheinlichkeit festhalten. Eine Äußerung von Laplace verweist auf diesen Zusammenhang zwischen Wahrscheinlichkeit und gleichwertigen letzten Ursachen. Die Anwendung seiner Definition so Laplace, setzt voraus, daß die verschiedenen Fälle gleichmöglich sind. "Wenn sie es nicht sind, so wird man zuerst ihre beziehungsweisen Möglichkeiten bestimmen, deren richtige Abschätzung einer der heikelsten Punkte der Theorie des Zufalls ist. Dann wird die Wahrscheinlichkeit die Summe der Wahrscheinlichkeiten jedes günstigen Falles sein." (Laplace, 1886, S.9)

Zum einen werden zur Abschätzung dieser "beziehungsweisen Möglichkeiten" Grenzwertsätze verschiedener Form herangezogen; zum anderen könnte man jedoch, wie es Laplace auch für ein Beispiel andeutet, "die verschiedenen Fälle auf gleich mögliche Fälle zurückführen", (Laplace, 1886, S.11), was aber letztlich die Kenntnis aller elementaren letzten Ursachen voraussetzen würde.

Auf der Grundlage des mechanischen Determinismus erhält zudem auch das "Prinzip vom unzureichenden Grunde" eine quasi objektive Grundlage: Was sich nicht positiv bestimmen läßt, wird

negativ durch gleichmäßige Unwissenheit abgegrenzt. Die Schwierigkeit besteht darin, zu bestimmen, was "in gleicher Weise im Unklaren" in einem konkreten Falle ist; im mechanischen Determinismus hat dies zumindest im Prinzip eine Bedeutung, es sind die gleichwertigen Ursachen, die man jedoch nicht kennt.

Verdeutlicht man sich nun andererseits die Übertreibungen des mechanischen Determinismus, welche in der vermeintlichen universellen Anwendung der klassischen Mechanik auf das gesamte Weltall liegen, so treten die bisher allein von der mechanischen Sicht betrachteten Zusammenhänge zur Wahrscheinlichkeit noch deutlicher hervor: Wenn alles in diesem Weltbild mechanisch abläuft, wenn jede Ursache-Wirkung-Beziehung wohlbestimmt und rein mechanisch definiert ist, so ist damit gleichzeitig jedes spezielle Detail in diesem universellen mechanischen System absolut zufällig. Denn die Mechanik kann für dieses Detail nur sagen, wie es sich verhält und nicht, warum es sich gerade so verhält. Die Frage nach dem "Warum", nach der Entstehung und der Veränderung eines jeden speziellen Details liegt außerhalb einer rein mechanischen Beschreibung. Somit führt also letztlich ein absolut mechanisches Weltbild zu einem absoluten Zufall, es kippt um in das Bild, die Welt sei eine Urne. Dies ist der extremste Ausdruck für den Zusammenhang von mechanischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Aspekten in der Form der Identifikation beider, des beliebigen Austausches der einen durch die anderen.

Dies macht den Fortschritt deutlich und verweist gleichzeitig auf die Grenzen und negativen Momente dieses Konzepts. Der Fortschritt liegt darin, daß hier im Anschluß an die Anwendungen der Wahrscheinlichkeitstheorie durch die Fehlertheorie erstmals eine Gesamtkonzeption zum Zusammenhang von physikalisch-mechanischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Aspekten explizit sichtbar wird; ein Zusammenhang jedoch, der als Identität auch schon die negative Seite beinhaltet: die Identifikation von wahrscheinlichkeitstheoretischen und mechanischen, von

subjektiven und objektiven Momenten, hervorgerufen durch die Vorstellung, die Mechanik sei die universelle Theorie des ganzen Universums, erlaubt letztlich keine objektive Fixierung des relativen Erkenntnisstandes. Entweder muß man letztlich alles schon im mechanisch-deterministischen Sinne wissen, oder das Wissen ist absolut zufällig. Es gibt quasi kein "Mittelding" dazwischen, keine Möglichkeit, den begrenzten und relativen Entwicklungsstand seines Wissens etwa in Form von wechselseitig deterministischen und indeterministischen Aspekten innerhalb des absoluten mechanischen Weltbildes darzustellen.

Da der mechanische Determinismus von der absoluten Gegebenheit und Unveränderlichkeit des Universums ausgeht, sind in seinem Rahmen Entwicklungen unmöglich, und damit ist es auch sinnlos, hierin von den Differenzen zwischen Erkenntnisgegenstand und Erkenntnismitteln zu sprechen, wie sie in jeder Entwicklung auftreten, ja die notwendigen Momente der Entwicklung sind.

"Wenn diese Welt wirklich so beschaffen ist, daß sie ein Dämon - das heißt ein uns ähnliches Wesen, das über dieselbe Wissenschaft, doch über sehr viel schärfere Sinne und sehr viel größere Rechenfähigkeiten verfügt - ihre Zukunft und ihre Vergangenheit aufgrund der Beobachtungen eines Augenblickszustandes berechnen könnte, wenn tatsächlich die Wahrheit der Natur in der Dynamik liegt, und wenn nichts die einfachen Systeme, die wir beschreiben können qualitativ von den komplexeren unterscheidet, für die ein Dämon nötig wäre, dann ist diese Welt nichts anderes als eine riesige, ewige und willkürliche Tautologie, die in allen ihren Einzelheiten wie in ihrer Totalität ebenso notwendig wie absurd ist." (Prigogine/Stengers, 1979, S.90)

Die in der Laplaceschen Konzeption in zugespitzter Weise sichtbar werdende Identität von mechanischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen, von objektiven und subjektiven Momenten wird langsam im Verlaufe der weiteren Bearbeitung von

Problemen und Anwendungen der Wahrscheinlichkeitstheorie in der Physik aufgelöst und verändert sich in eine wechselseitig fruchtbare Beziehung.

Dazu wollen wir nun im folgenden Abschnitt eine für die Wahrscheinlichkeitstheorie neue und komplizierte Anwendungssituation analysieren, in welcher man weder auf die mechanischen, noch die statistischen Aspekte der Erklärung verzichten konnte, und man somit in gewisser Weise "gezwungen" war, einen Zusammenhang zwischen diesen Aspekten herzustellen und damit diese Identität in eine Wechselbeziehung umzuwandeln. Zudem gelangte man in der Bearbeitung dieses Problems zu einer Auffassung, die es erlaubte, mit dem relativen Entwicklungsstand des Wissens umzugehen, ja ihn in Form wahrscheinlichkeitstheoretischer Aussagen darzustellen.

Dieser neue Anwendungsgegenstand war die Gastheorie, und zwar konkret auf der Grundlage der Atomistik das Programm der mechanischen Erklärung der Thermodynamik. In diesem Zusammenhang spielte für die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs vor allem die Auseinandersetzung um die Interpretation des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik eine überaus wichtige Rolle. Dieser Satz beinhaltet das irreversible Anwachsen der Entropie eines Gassystems. Die Schwierigkeiten bei der atomistischen Erklärung dieses Theorems verdeutlichten immer stärker, daß mechanische und statistische Aspekte gleichzeitig benötigt wurden, und es nicht darum gehen konnte, die einen zugunsten der anderen zu vernachlässigen. Vor allem den Arbeiten Ludwig Boltzmanns, der sich gerade mit dem Problem des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik befaßte, kommt somit für die Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Entwicklung eine zentrale Bedeutung zu.

E. Nagel hebt die Bedeutung der neuen physikalischen Anwendungen im Vergleich zur Fehlertheorie zusammenfassend hervor. "Although the importance of the main ideas of the

mathematical theory of probability for systematizing measurements was quickly recognized in the sciences, the theory of probability was for a long time usually regarded as simply ancillary to the theoretical disciplines. Thus, it was commonly assumed in physics that its laws are storable in 'deterministic' form, such that the positions and velocities of elementary particles at one time are connected in precise ways with the positions and velocities at any other time. It is today a commonplace, however, that some of the most fruitful applications of the theory of probability occur within the theoretical framework of various sciences. ..."

Und weiter unten, nach einer kurzen Würdigung der Arbeiten Joules und Maxwells in der kinetischen Gastheorie, betont Nagel vor allem die Bedeutung der Boltzmannschen Untersuchungen für die Wahrscheinlichkeitstheorie: "... perhaps the greatest triumph of probability theory within the framework of nineteenth-century physics was Boltzmann's interpretation of the irreversibility of thermal processes; this he was able to do in terms of the most probable distribution of the energies of the molecules of a gas. In consequence, the second law of thermodynamics can be formulated as a theorem in probability, and irreversible processes turn out to be statistical phenomena." (Nagel, 1939, S.13/14)

II.3.2. Zur Entwicklung der atomistischen Wärmetheorie - Ein historischer Abriß

II.3.2.1 Zur Herausbildung atomistischer Vorstellungen in der Wärmetheorie

Atomistische Auffassungen von der Struktur der Materie reichen zurück bis zu den Griechen. Erste Ansätze einer kinetischen Gastheorie und somit Anfänge einer theoretischen Erklärung phänomenologischer Zustandsgrößen wie Wärme, Druck usw. auf der Grundlage der Atomistik finden sich im 17. Jhdt. Man war jedoch weit von einer einheitlichen Wärmetheorie entfernt und zudem fehlten der kinetischen Gastheorie die notwendigen mathematischen Mittel, um über das Anfangsstadium hinauszukommen.

So gab es gegen Ende des 18. Jhdts. im wesentlichen zwei Ansichten über die Natur der Wärme. Zum einen wurde Wärme als ein unzerstörbarer Stoff, das sog. Caloricum, aufgefaßt. ("Dieser muthmaßliche Stoff ist so feiner Art, daß er nicht ins Gewicht fällt und daher ein Körper kalt und warm gleichviel wiegt. Auch nicht eingeschlossen kann er erhalten werden, indem kein Körper für die Wärme undurchdringlich ist. Alle Körper werden durch sie ausgedehnt, am meisten die luftförmigen ..." (Brockhaus, 1841).)

Zum anderen betrachtete man die Wärme als die Bewegung der kleinsten Teilchen, nämlich der Atome; diese Bewegungen stellte man sich als Schwingungen um eine feste Ruhelage vor, nicht als die geradlinige Bewegung frei im Gasraum sich befindender Moleküle.

Beide Auffassungen wurden als miteinander verträglich empfunden; für jede sprachen gewisse Erfahrungen oder theoretische Prinzipien. Im Jahre 1784 referierten Laplace und Lavoisier über diese anerkannten Interpretationen der Wärme und merkten an, daß unter den Physikern keine Einigkeit bestünde und daß vielleicht beide Auffassungen irgendwie richtig seien.

Zu Beginn des 19. Jhdts. wurden dann mehr und mehr neue Argumente für und wider beide Ansichten vorgebracht. So sprachen

etwa gegen die Wärmestofftheorie vor allem die Experimente von B. Thomson, Graf von Rumford. Er hatte beim Bohren von Kanonenrohren zeigen können, daß man eine beliebige Menge von Wärme erzeugen kann. Diese war der Zeit, der Bohrgeschwindigkeit und der aufgewandten Kraft proportional. Da die spezifische Wärme von Bohrspänen und ungebohrtem Material gleich waren, mußte Wärme neu geschaffen worden sein und konnte somit kein Stoff sein.

Gestützt wurde die Wärmestofftheorie hingegen durch die sich entwickelnde mathematische Theorie der Wärmeleitung. Diese war mit der Vorstellung von Stoff verträglich, ja sie nutzte diese Anschauung in gewisser Weise aus und erbrachte wichtige Resultate, die auch experimentell verifiziert werden konnten.

Auch in die Theorie der Wärmekraftmaschinen, die es ja als Dampfmaschinen gab, ließ sich zunächst die Vorstellung von Wärme als Stoff ohne Schwierigkeiten integrieren. "Im Jahre 1824 veröffentlichte Sadi Carnot (1796-1824) seine berühmte Abhandlung 'Réflexions sur la puissance motrice du feu', in der er aus der Wärmestofftheorie und der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile das Prinzip hergeleitet hat, welches wir heute als ersten Hauptsatz der Thermodynamik bezeichnen. ... Er vervollständigte die Wärmestofftheorie und ging über sie hinaus, als er in seinem Notizbuch (erst 1878 veröffentlicht) aufzeichnete, was im Grunde eine Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalentes oder auch die Äquivalenz von Wärme und mechanischer Arbeit darstellte." (Brush, Bd.I, 1970, S.36)

Clapeyron und auch Joule führten Carnots Arbeiten fort und ihre Resultate wurden der Öffentlichkeit bekannt, bevor man die ähnlichen Überlegungen Carnots "wiederentdeckte".

Gerade die sich vermehrenden Argumente gegen die Wärmestofftheorie und die sich langsam dabei herausbildende Einsicht in die Äquivalenz von Wärme und mechanischer Arbeit (bzw. Energie) waren mit ein Anstoß für den um 1845 ganz allgemein "in der Luft liegenden" Satz von der Erhaltung der Energie. (vgl. Kuhn, 1977, Die Erhaltung der Energie als Beispiel gleichzeitiger Entdeckung). "Das Prinzip von der Erhaltung

der Energie (man sprach damals im allgemeinen von der 'Kraft') wurde zwischen 1842 und 1847 unabhängig voneinander von verschiedenen Wissenschaftlern vorgeschlagen. Im allgemeinen schreibt man seine Entdeckung in der Hauptsache dem deutschen Arzt Julius Robert Mayer (1814-1878) und dem britischen Experimentalphysiker James Prescott Joule (1818-1889) zu. Beide formulierten den allgemeinen Satz, daß Wärme, mechanische Arbeit, Elektrizität und andere äußerlich verschiedene Erscheinungen lediglich verschiedene Formen ein und derselben Sache, die man nunmehr mit 'Energie' bezeichnete, seien. Sie berechneten auch Näherungswerte für den Umrechnungsfaktor zwischen Wärme und mechanischer Arbeit. Mayer betonte nachdrücklich die philosophische Allgemeinheit des Prinzips, während Joule in verschiedenen Fällen die experimentelle Bestätigung erbrachte." (Brush, Bd. I, 1970, S.40)

Damit wurde endgültig die Ansicht fallen gelassen, die Wärme sei ein Stoff. Und nach dem Energieerhaltungssatz lag es nun auch nahe, Wärme als nichts anderes als mechanische Energie aufzufassen. Diese Auffassung mündete dann in die beiden folgenden Entwicklungen: Zum einen entstand die sog. "mechanische Wärmetheorie" oder wie man später sagte die "Thermodynamik", welche die Energie zum zentralen Begriff machte. Sie führte u.a. zur Energetik, einer physikalischen Schule, die jegliche physikalische Erscheinung auf den Energiebegriff zurückführen wollte.

Zum anderen wurden nun die alten kinetischen Gastheorien wieder aufgegriffen. Darin wurde Wärme als freie Bewegung (und zwar sowohl geradlinige Bewegung, Rotationsbewegung als auch Schwingungen) der kleinsten Teilchen erklärt. Diese Auffassung "erlaubte" es erst, die altbewährten mechanischen Bewegungsgesetze auch auf die Wärmeerscheinungen anzuwenden, und man versuchte hierüber, die beobachtbaren makroskopischen Gasparameter auf der Grundlage der Atomistik mechanisch zu erklären.

Beide Wärmetheorien entwickelten sich zunächst relativ eigenständig und unabhängig voneinander; sie standen quasi in friedlicher Koexistenz nebeneinander. Je konkretere Formen jedoch die kinetische Gastheorie annahm, je "realer" das Atom wurde - es wurden die Anzahl der Atome, ihre Gewichte und weitere Eigenschaften bestimmt -, desto heftiger wurde auch der Widerstand der Vertreter der neuen energetischen Schule.

In den 90er Jahren des letzten Jahrhunderts entbrannte so zwischen diesen und den Atomisten eine heftige Auseinandersetzung, die in der Kontroverse um die Existenz der Atome gipfelte.

Werden wir nun im weiteren vor allem die Rolle der Atomistik für die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie untersuchen, so muß jedoch auch auf die Bedeutung der Mechanik für die Physik im 19. Jahrhundert verwiesen werden. Das in diesem Zusammenhang deutlich werdende Verhältnis von diskreten zu kontinuierlichen Aspekten läßt eine Perspektive auf hiermit verbundene epistemologische Vorstellungen zu: Die Diskontinuität bzw. das Beharren auf der Vorstellung des Atomismus kann man eher als die konstruktive Seite der Erkenntnistätigkeit auffassen, während sich die kontinuierlich mechanischen Aspekte primär mit einer kontemplativen Auffassung von Erkenntnis, also einer beschreibend phänomenologischen Sicht von Wissenschaft verbinden lassen. Auf diesem Hintergrund läßt sich nun die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie in der statistischen Mechanik zum Teil als eine Art Synthese von deskriptiven und konstruktiven Aspekten verstehen; deutlich wird diese Synthese beispielhaft in den Erklärungsversuchen des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik, die gerade eine Beziehung zwischen diskreten und kontinuierlichen, zwischen atomistischen und mechanischen Vorstellungen erforderten.

II.3.2.2 Die Rolle der Mechanik in der Physik des 19. Jhdts. und in der atomistischen Wärmetheorie

Neben den atomistischen Vorstellungen spielte für die Herausbildung der kinetischen Gastheorie und ihre erfolgreiche Entwicklung und Anwendung die Mechanik eine überaus wichtige Rolle. Dies wird deutlicher, wenn man die wichtige Stellung der Mechanik für die gesamte Physik des 19. Jhdts. berücksichtigt.

In seiner Vorlesung "Über die Prinzipien der Mechanik" beschreibt Ludwig Boltzmann in dem folgenden Vergleich zusammenfassend die Bedeutung der mechanischen Weltanschauung für die vielen physikalischen Einzelgebiete: "Wenn eine Nation große Erfolge erzielt hat im Vergleich mit den in der Nachbarschaft wohnenden, so pflegt sie eine gewisse Hegemonie über die letzteren zu erlangen, ja sie geht nicht selten daran, sie zu unterjochen und sich dienstbar zu machen. Gerade so ergeht es auch mit den wissenschaftlichen Disziplinen. Die Mechanik erlangte bald die Hegemonie in der gesamten Physik. Zunächst unterwarf sich ihr naturgemäß und widerstandslos die Akustik. ... Dasselbe geschah auch mit der Optik. ... Den Feldzug in das Gebiet der Wärmetheorie eröffnete die Mechanik durch die Vorstellung, daß die Wärme eine Bewegung der kleinsten Teilchen der Körper sei. ... Elektrizität und Magnetismus wurden den mechanischen Gesetzen untergeordnet. ..." (Boltzmann, 1905, S.311/312) Im Anschluß hieran erläutert Boltzmann zudem Anwendungsversuche der Mechanik auf die "belebte Natur".

Was machte die Mechanik zu jener Zeit so erfolgreich und verschaffte ihr diese Universalität? Leopold Infeld beurteilt die Stellung der Mechanik so: "Es kann nicht überraschen, daß das 19. Jahrhundert eine mechanische Deutung auf alle Bereiche der Naturerscheinungen anzuwenden trachtete. Zu Newtons Zeit war die Mechanik der älteste, vertrauteste und erfolgreichste Zweig der Wissenschaft. Daher mußte man ein geeignetes mechanisches Bild erfinden, wenn man die Erscheinungen der Wärme, des Lichtes und der bewegten Flüssigkeiten erklä-

ren wollte. Das ist die Bedeutung der Behauptung, daß die mechanische Auffassung die Physik regierte. Bis ins 19. Jahrhundert stellte sich niemand vor, daß diese Herrschaft der Mechanik gestürzt werden könnte." (Infeld, 1953, S.19)

Es wird deutlich, daß erst die klassische Mechanik zusammen mit der Atomistik eine erfolgreiche kinetische Gastheorie ermöglichte. Mechanik und Atomistik bedingten sich dafür in gewisser Weise gegenseitig. Für die atomistischen Vorstellungen der Gastheorie "lieferte" die Mechanik erst ein theoretisches Instrumentarium. Und umgekehrt betont Einstein: "Es liegt in der natürlichen Tendenz der Mechanik, diese materiellen Punkte sowie die Gesetze der zwischen ihnen wirkenden Kräfte als unveränderlich anzunehmen, da ja eine zeitliche Änderung außerhalb einer theoretischen Deutbarkeit durch die Mechanik läge. Hieraus ersieht man, daß die klassische Mechanik notwendig zu einer atomistischen Konstruktion der Materie hinführt." (Einstein, 1979, S.77/8)

Atomistik und Mechanik stellten somit den grundlegenden Rahmen für die kinetische Gastheorie dar und waren gleichzeitig eine Herausforderung, ein Programm zur mechanischen Erklärung phänomenologischer thermodynamischer Parameter.

Im Vergleich zwischen Thermodynamik und atomistischer Gastheorie hebt Einstein die positive und überaus fruchtbare Rolle, welche die Mechanik für die gesamte Physik hatte, heraus: "Für sie (die "phänomenologische" Physik) (wie die Thermodynamik beispielsweise, H.St.) ist charakteristisch, daß sie sich möglichst erlebnisnaher Begriffe bedient, dafür aber auf Einheitlichkeit der Grundlagen weitgehend verzichtet. Wärme, Elektrizität und Licht werden durch besondere Zustandsvariablen und Material-Konstanten neben dem mechanischen Zustande beschrieben, und alle diese Variable in ihren gegenseitigen und zeitlichen Abhängigkeiten zu bestimmen, war ein in der Hauptsache nur auf empirischem Wege lösbares Problem. Viele Zeitgenossen von Maxwell sahen in einer solchen Darstellungsweise das Endziel der Physik, die sie wegen der relativen

Erlebnisnähe der gebrauchten Begriffe für rein induktiv aus den Erlebnissen ableitbar hielten. St. Mill und E. Mach vertraten erkenntnistheoretisch ungefähr diesen Standpunkt. Es ist nach meiner Ansicht die größte Leistung der Newtonschen Mechanik, daß ihre konsequente Anwendung zur Überwindung dieses (phänomenologischen) Standpunktes führte, und zwar auf dem Gebiete der Wärme-Erscheinungen. Dies geschah durch die kinetische Gas-Theorie und durch die statistische Mechanik überhaupt." (Einstein, 1979, S.79/80) Der Bezug auf den Gegenstand der Theorie - nämlich im Prinzip die Atome -, wie er durch die Mechanik zunächst ermöglicht und dann in Angriff genommen wurde, führte, so Einstein, letztlich zur Überwindung des Empirismus.

Insgesamt wird aus dem Gesagten deutlich, wie fruchtbar für die gesamte Physik des 19. Jhdts. die angestrebten mechanischen Erklärungen der Vielfalt neuartiger physikalischer Situationen waren. Die Mechanik stellte ein positives Forschungsprogramm dar.

In der unzulässigen "Übertreibung" des mechanischen Standpunktes, bei dem "sturen" Beharren auf der klassischen deterministischen Mechanik wurden dann jedoch auch die Grenzen dieses Programms sichtbar. Vor allem in den mechanischen Erklärungsversuchen in Elektrodynamik und Thermodynamik stieß man bald auf Probleme und Widersprüche.

Insbesondere was die Thermodynamik angeht, wo man zunächst der Meinung war, wenigstens in Ansätzen eine erfolgreiche mechanische Erklärung geliefert zu haben, zeigte sich schließlich im Verlaufe der Auseinandersetzung um die Stellung des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik, daß eine "rein" mechanische Deutung der Wärme nicht möglich ist. Dies führte dann in gewisser Weise zu einer Relativierung des deterministischen Weltbildes der klassischen Mechanik.

II.3.2.3 Die ersten Erfolge der kinetischen und statistischen Gastheorie

Das Programm der mechanischen Deutung thermodynamischer Erscheinungen auf der Grundlage der Atomistik erforderte mit den weiteren Fortschritten immer dringlicher die Einbeziehung wahrscheinlichkeitstheoretischer Methoden. Denn allein die Anzahl zu berücksichtigender Parameter, wie etwa die Geschwindigkeit und der Ort eines jeden Atoms, ist dermaßen groß, daß man gar nicht umhin kann, die Wahrscheinlichkeitstheorie zumindest in Form einer Art Hilfsmethode zu benutzen. Die atomistische Naturauffassung ermöglicht zum einen Ansätze einer mechanischen Deutung und führt zum anderen gleichzeitig zum notwendigen Gebrauch statistischer Methoden; in der atomistischen Wärmetheorie war somit eine Anwendungssituation gegeben, in welcher das Verhältnis von wahrscheinlichkeitstheoretischen zu mechanischen Aspekten, von zufälligen zu deterministischen zur Diskussion stand. War es möglich, dieses Verhältnis wie eingangs im klassischen Laplaceschen Determinismus formuliert auf einen der beiden Aspekte zu reduzieren und durch die strikte Trennung von subjektiven und objektiven Aspekten der Erkenntnis eine Auflösung zu liefern, in welcher dem prinzipiellen "objektiven" mechanischen Determinismus eine "subjektive" Wahrscheinlichkeitstheorie gegenübersteht?

Zu Beginn machte man in der atomistischen Gastheorie in gewisser Weise ernst mit dem Laplaceschen Determinismus: Die Wahrscheinlichkeitstheorie sollte nur die Funktion einer subjektiven Hilfsmethode übernehmen, die jedoch aus der Interpretation der mechanischen Resultate verschwinden könnte.

Mit einem solchen Ansatz wurden dann auch erste wichtige Erfolge in der statistischen und kinetischen Gastheorie erzielt, welche dieser noch recht jungen physikalischen Disziplin die notwendige Stabilität und Sicherheit gaben, sich später mit grundlegenden Problemen und Angriffen erfolgreich auseinandersetzen zu können. So führten beispielsweise

die ersten Versuche der Herleitung einfachster thermodynamischer Gesetze aus der Kinetik des Gassystems unter Zuhilfenahme statistischer Überlegungen zum Erfolg. Zu nennen sind hier vor allem die Arbeiten von R. Clausius und A. Krönig.

Im Jahre 1856 konnte Krönig z.B. das Boyle-Mariottische Gesetz in der Form

$$pV = RT$$

(Druck x Volumen = Konstante x absoluter Temperatur)

aus der Kinetik ableiten; und die Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeitstheorie wurde von ihm ganz im Sinne einer bloßen Hilfsmethode vorgenommen: "... die Bahn eines jeden Gasatoms muß ... eine so unregelmäßige sein, daß sie sich der Berechnung entzieht. Nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird man jedoch statt dieser vollkommenen Unregelmäßigkeit eine vollkommene Regelmäßigkeit annehmen dürfen." (Krönig, 1856, S.316) Mit dieser Begründung nimmt Krönig anstelle völlig unregelmäßiger und unverfolgbarer Bewegungen der Atome ein äußerst einfaches Bewegungsmodell zur Beschreibung des Systems und der Herleitung der Formel an: je ein Sechstel aller Atome bewegt sich mit gleicher Absolutgeschwindigkeit in positiver und negativer Richtung der drei Raumkoordinaten. (Für eine moderne Herleitung siehe Thompson, 1972, S.3f)

Clausius geht in seinen Arbeiten (veröffentlicht ab 1857) mit wesentlich kritischeren Annahmen zu Werke. Ein zentrales von ihm entwickeltes Konzept ist das der mittleren bzw. durchschnittlichen Länge des von einem Molekül zwischen zwei Zusammenstößen frei zurückgelegten Weges. (Mit Hilfe dieser statistischen Größe der mittleren Weglänge, die der Vielzahl der Partikel Rechnung trägt, konnte Josef Loschmidt im Jahre 1865 die durchschnittliche Anzahl der Moleküle pro Mol annähernd genau errechnen.) Bei Clausius finden sich zudem erste Formulierungen von Voraussetzungen für die erfolgreiche Benutzung wahrscheinlichkeitstheoretischer Methoden. "Hierher gehört ... der überaus wichtige Ansatz, den in der Hauptsache schon Clausius gegeben hat, für die Anzahl der Zusammenstöße, welche

im Zeitelement Δt zwischen zwei gegeneinander anlaufenden Gruppen von Molekülen stattfinden ..." (P. u. T. Ehrenfest, 1911, S.13). Auf diesen Stoßzahlansatz samt seiner wichtigen Bedeutung für die Herleitung des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik und damit für die statistische Interpretation der kinetischen Gastheorie werden wir ausführlicher weiter unten eingehen. Des weiteren benutzte Clausius in seinen Ansätzen neben Gleichhäufigkeits- und Gleichwahrscheinlichkeitsbetrachtungen vereinzelt auch qualitative Überlegungen betreffend "die relative Häufigkeit der verschiedenen Absolutgeschwindigkeiten der Moleküle ..." und gelangte zu der Vorstellung: "Im ruhenden Gas von vorgegebener Temperatur besitzen die Moleküle eine bestimmte, wenn auch unbekannte Geschwindigkeitsverteilung, und zwar eine solche, bei der die Absolutgeschwindigkeiten eine verhältnismäßig geringe Dispersion um den häufigsten Wert zeigen." (vgl. hierzu P. und T. Ehrenfest, 1911, S.13ff)

Diese qualitative Betrachtung erfährt 1859 eine erste quantitative Beschreibung bei Maxwell (1860). Er stellt die Geschwindigkeitsverteilung f eines Gassystems im Wärmegleichgewicht im wesentlichen aus den Annahmen auf, daß jede Richtung der Geschwindigkeit eines Moleküls im Raum gleichwahrscheinlich ist, und daß die drei Geschwindigkeitskomponenten in den Raumkoordinaten voneinander unabhängig sind. So gelangt Maxwell dann zu der Formel:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{\alpha \sqrt{\pi}^3} e^{-\frac{|\mathbf{x}|^2}{\alpha^2}}$$

mit $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ als Geschwindigkeitsvektor. (vgl. Maxwell, 1860, S.380f). Wie nun Maxwell selbst angibt, ist diese erste Herleitung der Geschwindigkeitsverteilung deutlich an der Gaußschen Deduktion des Fehlergesetzes orientiert: "It appears from this proposition that the velocities are distributed among the particles according to the same law as the errors are distributed among the observations in the theory of the 'method of least squares'." (Maxwell, 1860, S.382; zu dem

hier angesprochenen historischen Zusammenhang zwischen Fehlertheorie und statistischer Gastheorie vgl. vor allem E. Garber, 1973).

In den folgenden Jahren sind die Bedingungen, unter denen sich diese Geschwindigkeitsverteilung einstellt, verallgemeinert worden, und es wurden Präzisierungen bezüglich der bei der Herleitung getroffenen Annahmen und der Beschreibungen des Gassystems vorgenommen. So hat etwa Maxwell 1866 die erste Ableitung vor allem wegen der Annahme der Unabhängigkeit der Geschwindigkeitskomponenten als unzureichend verworfen und eine zweite Herleitung gegeben; er ersetzte diese Annahme im wesentlichen durch einen Spezialfall des Stoßzahlansatzes, nämlich der sog. Reziprozität: Im Gleichgewichtszustand eines Gassystems, "... werden in jedem Zeitelement in jedes Geschwindigkeitsgebiet ebenso viele Moleküle hineingeworfen, als aus ihnen herausgeworfen werden." (P. und T. Ehrenfest, 1911, S. 17/18)

Und Boltzmann gelangte in seiner Arbeit aus dem Jahre 1868 unter den allgemeineren Bedingungen, daß sich das betrachtete Gas aus mehratomigen Molekülen zusammensetzt und zudem unter dem Einfluß der Gravitation steht, zu einer Herleitung der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung.

Neben diesen beispielhaft vorgestellten Resultaten der ersten Phase, stützte vor allem ein weiteres wichtiges Ergebnis die atomistische Gastheorie, bei dem erstmals in gewisser Weise eine experimentelle Überprüfung eines komplizierteren und "anschaulich" zunächst nicht vorhersehbaren Zusammenhangs möglich wurde. "Die Vorhersage der Unabhängigkeit der Viskosität von der Dichte legte einen eindeutigen experimentellen Beweis für die Gültigkeit der kinetischen Theorie nahe, weil die statische Theorie im Gegensatz dazu eindeutig zur Auffassung führte, daß die Viskosität mit der Dichte zunehmen müßte (wie das tatsächlich bei tropfbaren Flüssigkeiten der Fall ist)." (Brush, Bd. I, 1970, S.52) Und Ludwig Boltzmann hob die Bedeutung dieser Resultate für die Begründung der

kinetischen Gastheorie hervor: "Ich brauche nicht zu erwähnen, daß ... mittels der atomistischen Hypothese die Vorausberechnung der Abhängigkeit der Reibungskonstante der Gase von der Temperatur, des absoluten und relativen Wertes der Diffusions- und Wärmeleitungs-konstante gelang, Vorhersagungen, welche sich gewiß der Berechnung der Existenz des Planeten Neptun durch Leverrier oder der Vorhersagung der konischen Refraktion durch Hamilton an die Seite stellen lassen." (Boltzmann, 1905, S.31)

Diese wichtigen frühen Resultate erklären zum einen die Stabilität, welche die atomistische Gastheorie relativ schnell errang samt der unumstürzlichen Überzeugung ihrer Vertreter von der Existenz der Atome.

Zum anderen sollten diese kurz dargestellten ersten atomistischen Erklärungsversuche thermodynamischer Erscheinungen deutlich machen, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie notwendig einbezogen werden mußte, sie aber zunächst primär unter dem Aspekt einer Hilfsmethode bei ansonsten "sicheren" und den Ergebnissen der Mechanik quasi "gleichwertigen" Erkenntnissen angesehen wurde.

Aus der Darstellung der Resultate, die zwar unter der Benutzung statistischer Methoden erzielt werden, glaubte man jedoch, jegliche statistische Interpretation eliminieren zu können, obwohl gerade in den Verteilungsgesetzen die grundsätzliche Bedeutsamkeit der Wahrscheinlichkeitstheorie immer offensichtlicher wurde. Denn etwa die Tatsache, daß man es "nur" mit Durchschnittswerten und nicht mit dem Gegenstand "direkt" zu tun hatte, erzwang immer mehr die Aufgabe eines zu naiven Empirismus. Auch die (gemachten) Ansätze, auf die man sich stützte, hielt man entweder einfach durch Plausibilitätsbetrachtungen für gerechtfertigt oder begründete sie durch mechanische Eigenschaften des Gasmodells. Der statistische Charakter vieler Annahmen, wie beispielsweise des Stoßzahlansatzes, wurde im weiteren Verlauf der Entwicklung erst nach vielfältigen Diskussionen offensichtlich.

Auf der Grundlage des bis hierher geschilderten Entwicklungsstandes der atomistischen Gastheorie wollen wir uns nun zentral der Auseinandersetzung um das Verhältnis der mechanischen zu den wahrscheinlichkeitstheoretischen Aspekten in der Erklärung von Wärmeerscheinungen zuwenden; im Mittelpunkt wird dabei die Auseinandersetzung um den 2. Hauptsatz der Thermodynamik stehen, dessen atomistische Beschreibung in gewisser Weise gleichzeitig beide Aspekte erfordert: sowohl die mechanischen als auch die statistischen.

II.3.2.4 Das Ausgangsproblem Boltzmanns: Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik auf der Grundlage der atomistischen Gastheorie - Schwierigkeiten und Ausblicke

Gegenüber den bisher vorgestellten Arbeiten zur kinetischen und statistischen Gastheorie, die sich vor allem mit der mathematischen Beschreibung eines Gassystems im Gleichgewichtszustand befaßten, wird im Zusammenhang mit dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik angestrebt, die thermodynamische "Bewegung" des gesamten Systems zum Gleichgewichtszustand hin, aus den Bewegungen der Moleküle zu erklären.

Man hat es also hierbei in gewisser Weise mit zwei verschiedenen Typen von Bewegungen zu tun, einmal mit einer ungeordneten mechanischen Bewegung der kleinsten Teilchen, die jedoch zum anderen gleichzeitig eine "gerichtete" Bewegung des gesamten Teilchensystems "im Großen" hervorrufen.

Läßt sich nun diese Gesamtbewegung theoretisch aus der Kinetik der Teilchen ableiten?

Die weitere Analyse wird die mit dieser Frage verbundenen Schwierigkeiten herausarbeiten und auf die Notwendigkeit der Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeitstheorie zu ihrer Beantwortung hinweisen.

Der bei der Bearbeitung des 2. Hauptsatzes notwendigerweise zu vollziehende Übergang von den ersten "statischen" Gleichgewichtsbetrachtungen zum "dynamischen" Verhalten des Systems spitzte die Probleme weiter zu und brachte die Widersprüchlichkeit und Wechselbeziehung zwischen den mechanischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Beschreibungen immer deutlicher zutage. Gerade dieses Verhältnis von Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie und seine Veränderung und Entwicklung interessiert uns im folgenden; durch die Atomhypothese in gewisser Weise "notwendig" geworden, treffen konkret in den Problemen der Herleitung und Interpretation des 2. Hauptsatzes Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie erstmals gegensätzlich aufeinander, ohne daß wie bisher eine reduktionistische Lösung möglich ist.

Die im folgenden ausgeführte Analyse steht auch z.T. beispielhaft für das allgemeine Verhältnis von deterministischen zu indeterministischen Aspekten der Erkenntnis und sagt somit etwas über die sich verändernde Rolle der Wahrscheinlichkeitstheorie in den Wissenschaften aus.

Ludwig Boltzmann (1844-1905) ist wohl der Physiker des letzten Jahrhunderts, der sich zentral mit dem Problem des 2. Hauptsatzes auseinandergesetzt hat. "Niemand, auch nicht Maxwell und Gibbs, hat so tief über die Einseitigkeit der Naturvorgänge und ihre wahrscheinlichkeitstheoretische Begründung nachgedacht wie Boltzmann. Ein Großteil seiner Arbeiten ist diesem Problem gewidmet." (Sommerfeld, 1944, S.26)

Leitender Gesichtspunkt der folgenden Untersuchung ist nun die Analyse der Boltzmannschen Arbeiten und Interpretationen zum 2. Hauptsatz. Neben der Originalliteratur und auch modernen fachwissenschaftlichen Arbeiten und Lehrbüchern zur Gastheorie werden wir uns vor allem auf historische und wissenschaftstheoretische Untersuchungen stützen. Anzumerken ist, daß die Boltzmannschen Arbeiten und die statistische Gastheorie gerade unter dem Aspekt der Bedeutung und Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der wissenschaftstheoretischen Diskussion verglichen mit der Quantenmechanik relativ wenig Berücksichtigung gefunden haben.

Unter der primär historisch ausgerichteten Literatur sind vor allem Brush (1970 und 1976), Klein (1972 und 1973) und Bernhardt (1966) zu erwähnen; was die wissenschaftstheoretische Diskussion betrifft, wollen wir uns vor allem auf die Arbeiten von Elkana (1974) und Krüger (1976) beziehen. Krügers Arbeit "Reduction versus elimination of theories" behandelt in Form einer historischen Fallstudie am Beispiel der statistisch-kinetischen Gastheorie das Reduktionsproblem der Thermodynamik auf die klassische Mechanik. Damit wird unter dem allgemeinen Problem der Theorienreduktion ein auch für uns zentraler Aspekt behandelt: das Verhältnis von mechanischen

zu Wahrscheinlichkeitstheoretischen Momenten. Die Fallstudie zeigt, daß die angestrebte Reduktion nicht erfolgreich war, sondern daß es zur Herausbildung einer "neuen" Theorie, der statistischen Mechanik gekommen ist, in welcher gerade das Wechselverhältnis von mechanischen und Wahrscheinlichkeitstheoretischen Momenten zum Ausdruck kommt. Weiter weist Krüger nach, daß die wirkliche historische Entwicklung bestimmt wird durch das Reduktionsprogramm der Thermodynamik auf die Mechanik, was unserem Zugang entspricht. Die dazu sorgfältig aufgelisteten verschiedenen Herangehensweisen an die Gastheorie samt den getroffenen Annahmen und den immer wieder gemachten Einwänden und die entlang diesen Wechselwirkungen beschriebene Entwicklung macht zudem Schwerpunkte und unterschiedliche Aspekte einzelner Entwicklungsstadien deutlich, auf die wir in der Analyse, soweit es Boltzmanns Arbeiten angeht, zurückkommen werden.

Elkanas Arbeit "Boltzmann's scientific research program and its alternatives" (1974) beinhaltet u.a. eine Fallstudie der Veränderungen in Boltzmanns Forschungsprogramm. Interessant ist hierbei die Kennzeichnung zweier Problemwechsel (problem shifts) in Boltzmanns Denken: Zum einen handelt es sich nach den vielen mechanischen Herleitungsversuchen im Anschluß an Loschmidts Umkehrerwand um die Akzeptierung der Wahrscheinlichkeitstheorie. "In his reply, Boltzmann introduced the first definite problem-shift in the hard core of his programme. He gave up his mechanistic reductionism and clung only to his atoms. He explained that though Loschmidt was correct in his considerations relating to the attempt to reduce the second law to mechanics, the truth was that the atomistic proof of the second law was not based on mechanics alone but relied on mechanics and statistical laws and said something about the actual behavior of the world." (Elkana, 1974, S.262)

Zum anderen ging es in vielen und heftigen Diskussionen um die Entwicklung der Boltzmannschen Theorieauffassung bzw. um das Theorie-Empirie-Verhältnis, und zwar konkret um die besondere

Beziehung der Physik (statistischen Mechanik) zur Wirklichkeit: "A second serious problem-shift in Boltzmann's RP¹ occurred in the late 1890's in the course of his long drawn-out battle against the mathematical phenomenologists and the phenomenology of the energeticists. These two critical dialogues were fundamentally philosophical-methodological and belong to what I called the cognitive influences (image of science) on the choices of problems and I shall deal with them further on." (Elkana, 1974, S.262/63)

Beide Übergänge sind Ergebnisse von harten Auseinandersetzungen: Mit dem ersten verbindet sich vor allem Loschmidts Umkehreinwand und mit dem zweiten ganz zentral Zermelos Wiederkehreinwand. In einer Art Vergleich beider "problem-shifts" wollen wir nun anhand der sich verändernden Boltzmannschen Positionen untersuchen, wie sich die Wahrscheinlichkeitstheorie weiterentwickelte.

Wichtig hierfür ist das Theorie-Gegenstand-Verhältnis bzw. die sich verändernden ontologischen Vorstellungen im Zusammenhang mit der Herausbildung der statistischen Mechanik. Konkret wollen wir dies anhand der Diskussion des 2. Hauptsatzes untersuchen und dabei die oben schon als bedeutsam herausgestellten Beziehungen

Atomistik - Mechanik

und

Atomistik - Wahrscheinlichkeitstheorie

und damit auch den Zusammenhang von Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie für die beiden Phasen analysieren und vergleichen. Dieser Vergleich wird uns zudem die Möglichkeit geben, einige Positionen Elkans kritisch zu beleuchten.

¹ Research Programme

II.3.3. Loschmidts Umkehreinwand: Die Herausbildung einer "rein" statistischen Erklärung des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik

II.3.3.1 Boltzmanns erste Arbeiten zur mechanischen Herleitung des 2. Hauptsatzes

Ganz im Geiste des frühen 19. Jahrhunderts hatte Boltzmann sich zu Beginn seiner wissenschaftlichen Laufbahn vorgenommen, eine mechanische Erklärung des 2. Hauptsatzes zu liefern. Die grundlegenden Momente seines Forschungsprogramms faßt Elkana zusammen: "The hard core of his programme was that atoms exist, that all seemingly continuum phenomena are explainable on an atomistic basis and that atomism and mechanistic reductionism are fundamentally equivalent." (Elkana, 1974, S.258)

Die Bedeutsamkeit von Atomistik und Mechanik samt ihres Zusammenhangs für die Entwicklung der Gastheorie sind schon deutlich geworden. Mit dem hier angesprochenen Problem des Verhältnisses von diskreten zu stetigen Aspekten wird auf der Grundlage des Atomismus notwendigerweise eine zusätzliche Schwierigkeit in diesem Zusammenhang sichtbar: Wie ist die Diskretheit der Atomistik mit den kontinuierlichen Gesetzmäßigkeiten der Mechanik in Einklang zu bringen? Schon in einer frühen Arbeit weist Boltzmann (1868) auf diesen Umstand hin; dieser Aspekt durchzieht alle seine Arbeiten und kann eigentlich erst im Zusammenhang mit der Wahrscheinlichkeitstheorie "verstanden" werden. Dugas hebt diesen wichtigen Punkt in Boltzmanns physikalischem Denken als einen grundsätzlichen heraus: "... Boltzmann est résolument finitiste, d'une façon plus précise, il révoque toute considérations d'un infini actuel et ne considère tout ensemble infini que comme la limite d'une collection d'individus en nombre très grand, mais fini." (Dugas, 1959, S.26)

Auf der Grundlage des hier skizzierten Programms macht Boltzmann sich 1866 in der Arbeit "Über die mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie" erstmals an die Bearbeitung seines Vorhabens: "Bereits längst ist die Iden-

tität des ersten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie mit dem Prinzip der lebendigen Kräfte bekannt; dagegen nimmt der zweite Hauptsatz eine eigentümliche exzeptionelle Stellung ein und wird sein Beweis auf hier und da nicht einmal sicheren, keinesfalls aber klar vor Augen liegenden Umwegen geführt.

Es soll nun der Zweck dieser Abhandlung sein, einen rein analytischen, vollkommen allgemeinen Beweis des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie zu liefern, sowie den ihm entsprechenden Satz der Mechanik aufzufinden." (Boltzmann, 1866, S.9)

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik, der sich wesentlich auf die Erfahrung stützt, daß "Wärme stets von einem wärmeren auf einen kälteren Gegenstand übergeht und nie umgekehrt", wurde von Rudolf Clausius, gestützt auf die Arbeiten Carnots, erstmals mit Hilfe der von ihm (1865) eingeführten thermodynamischen Größe der Entropie formuliert. Anschaulich gesprochen, besagt dieser Satz, daß in abgeschlossenen Systemen die Entropie nur anwachsen kann. Clausius gab ihm, bezogen auf das gesamte Weltall im Vergleich mit dem ersten Hauptsatz, die folgende einfache Form:

- " 1. Die Energie der Welt ist konstant.
- 2. Die Entropie der Welt strebt einem Maximum zu."

(Clausius, 1865, S.400; zur frühen Entwicklungsgeschichte des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik vgl. H. Bernhardt, 1966, S.36-43.)

Neben Boltzmann hatten mehrere Wissenschaftler, so z.B. Rankine und Clausius, eine Reduktion dieses bedeutsamen Theorems der Wärmelehre auf die Mechanik versucht. Zu allen diesen Anstrengungen, wie auch zu dem ersten Versuch Boltzmanns, ist zu sagen, daß sie sich auf sehr vereinfachte Modelle der Kinetik der Gasteilchen bezogen, und natürlich wahrscheinlichkeitstheoretische Annahmen und Betrachtungen machten. Hannelore Bernhardt

beurteilt diese Situation folgendermaßen: "Es zeigt sich also, daß bereits die ersten, zumindest teilweise erfolgreichen Versuche einer mechanischen Deutung des zweiten Hauptsatzes durch Boltzmann und auch durch Clausius nicht ohne gewisse zusätzliche statistische Annahmen auskommen, die nicht ohne weiteres - wenn überhaupt - aus der klassischen Mechanik der Massenpunktsysteme geschlußfolgert werden können." (Bernhardt, 1966, S.60) Daß die in diesem Zitat angesprochene Bedeutung der Statistik für die Herleitung des zweiten Hauptsatzes von den Wissenschaftlern jener Zeit noch nicht gesehen wurde, wird beispielhaft an der Beurteilung Boltzmanns zu seinem "mechanischen" Beweis deutlich: "Man sieht leicht, daß unsere Schlüsse von der Bedeutung der darin vorkommenden Größen in der Wärmelehre vollkommen unabhängig sind und daher zugleich ein Theorem der reinen Mechanik beweisen, welches dem zweiten Hauptsatze gerade in derselben Weise entspricht wie das Prinzip der lebendigen Kräfte dem ersteren. ..." (Boltzmann 1866, S.30)

Nach den Studien Boltzmanns zur Herleitung der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung unter allgemeineren Bedingungen (1868) wird nun im Jahre 1872 mit einer weiteren Arbeit Boltzmanns ein überaus wichtiger Abschnitt in den Reduktionsversuchen des zweiten Hauptsatzes eingeleitet. Bemerkenswert an dieser Arbeit "Weitere Studien über das Wärmegleichgewicht unter Gasmolekülen" (1872) sind für unser Problem des Verhältnisses von Wahrscheinlichkeit und Mechanik vor allem die beiden folgenden Punkte:

Zum einen weist Boltzmann auf die Notwendigkeit der Einbeziehung wahrscheinlichkeitstheoretischer Methoden in den Reduktionsversuch hin: "Lediglich dem Umstand, daß selbst die regellosesten Vorgänge, wenn sie unter denselben Verhältnissen vor

sich gehen, doch jedes Mal dieselben Durchschnittswerte liefern, ist es zuzuschreiben, daß wir auch im Verhalten warmer Körper ganz bestimmte Gesetze wahrnehmen. Denn die Moleküle der Körper sind ja so zahlreich und ihre Bewegungen so rasch, daß uns nie etwas anderes als jene Durchschnittswerte wahrnehmbar wird. ... Die Bestimmung der Durchschnittswerte ist Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung." (Boltzmann, 1872, S.316/17)

Zum anderen hebt Boltzmann nach der durchgeführten allgemeineren Herleitung des zweiten Hauptsatzes und dem Nachweis der Eindeutigkeit der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung ausdrücklich die mechanische Bedeutung dieses Satzes hervor: "Es ist somit strenge bewiesen, daß, wie immer die Verteilung der lebendigen Kraft zu Anfang der Zeit gewesen sein mag, sie sich nach Verlauf einer sehr langen Zeit immer notwendig der von Maxwell gefundenen nähern muß." Und weiter unten fährt er fort: "Es ist also hiermit ein analytischer Beweis des zweiten Hauptsatzes auf einem ganz anderen Weg angebahnt, als derselbe bisher versucht wurde." (Boltzmann, 1872, S.345)

Zwar wurde die notwendige Berücksichtigung wahrscheinlichkeitstheoretischer Methoden von Boltzmann betont, jedoch sah er noch nicht in dieser Arbeit, daß eigentlich auch der zweite Hauptsatz statistisch interpretiert werden mußte.

Die Herleitung des wichtigsten Resultats in dieser Arbeit, sein berühmtes H-Theorem, mit welchem er die Entropiezunahme glaubte mechanisch beschreiben zu können und mit dem er die Eindeutigkeit der Maxwell'schen Gleichgewichtsverteilung nachweisen konnte, beruhte im wesentlichen auf dem schon oben erwähnten Stoßzahlansatz. Da dieser wichtige Ansatz in der Diskussion der statistischen Natur des zweiten Hauptsatzes eine bedeutende Rolle spielte, wollen wir etwas ausführlicher auf ihn eingehen und seine Beziehung zum H-Theorem verdeutlichen.

II.3.3.2. Stoßzahlansatz und Boltzmann-Gleichung

Im Kern beinhaltet dieser Ansatz die folgende Aussage: Die Anzahl der Zusammenstöße zweier Gruppen von Molekülen innerhalb eines Zeitelements Δt ist dem Produkt der Anzahlen beider Molekülgruppen proportional. Diese "Produktaussage" erlaubt es u.a. in den durchzuführenden Rechnungen von den Geschwindigkeitsverteilungen der Molekülpaare zu denen der einzelnen Moleküle überzugehen und umgekehrt. Dieses Faktum, daß sich gewisse Verteilungen (im wesentlichen) als Produkt anderer darstellen lassen, bedeutet in der Wahrscheinlichkeitsrechnung nun nichts anderes, als daß die entsprechenden Zufallsvariablen statistisch unabhängig sind: "In a loose sense, one could say that this implies that the velocity of a molecule is uncorrelated with its position. Or, more precisely, the velocities of pairs of molecules are statistically independent." (Thompson, 1972, S.11)

Anfangs war man der Meinung, diese Annahme sei durch die Mechanik des Systems gerechtfertigt; nach vielen Einwänden und Diskussionen wurde ihr statistischer Charakter erst deutlich.

Auf der Grundlage des Stoßzahlansatzes gelang es Boltzmann, seine Gleichung herzuleiten, die eine erste mathematische Beschreibung des zweiten Hauptsatzes durch eine Differentialgleichung darstellt.

Martin J. Klein faßt die Ergebnisse dieser Arbeit (Boltzmann, 1872) kurz zusammen; zunächst stellt er die Boltzmann-Gleichung samt der Voraussetzung des Stoßzahlansatzes dar: "On the basis of what he called an 'exakte Betrachtung des Vorganges des Zusammenstoßes', Boltzmann derived the basic partial differential equation for the distribution function $f(x,t)$, where $f(x,t)dx$ represents the number of molecules per unit volume whose kinetic energies at time t lie in the interval x to $x+dx$. This equation, Boltzmann's first version of the Boltzmann Equation, took the form,

$$\frac{\partial f(x,t)}{\partial t} = \int_0^{x+x'} \int_0^0 \left[\frac{f(\xi,t)}{\xi} \frac{f(x+x'-\xi,t)}{\sqrt{x+x'-\xi}} - \frac{f(x,t)}{\sqrt{x}} \frac{f(x',t)}{\sqrt{x'}} \right] \cdot \sqrt{xx'} v(x,x',t) dx' d\xi. \quad (14)$$

The function $\psi(x, x', \xi)$ depends on the nature of the intermolecular force, and is defined by the equation giving the number of collisions dn in time τ in which a molecule A having energy between x and $x+dx$ collides with a molecule B having energy between x' and $x'+dx'$ to produce a situation where A has energy between ξ and $\xi+d\xi$,

$$dn = \tau f(x, t) dx f(x', t) dx' d\xi \psi(x, x', \xi) . \quad (15)$$

The unfamiliar square roots in the equation arise from Boltzmann's choice of energy rather than velocity as the basic variable." (M.J. Klein, 1973, S.66/67)

Und mit Hilfe seiner Gleichung konnte Boltzmann dann die Eindeutigkeit der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung nachweisen, indem er die Hilfsgröße E (der Entropie) betrachtete: "Boltzmann pointed out that the Maxwell distribution,

$$f(x, t) = f_0(x) = C \sqrt{x} \exp(-hx) \quad (16)$$

is indeed stationary in the sense that it makes $\partial f / \partial t$ vanish, according to equation (14). To demonstrate the uniqueness of the Maxwell distribution he introduced an auxiliary quantity E (which he later called H), defined by the equation

$$E \equiv \int_0^{\infty} f(x, t) \left(\ln \left[\frac{f(x, t)}{\sqrt{x}} \right] - 1 \right) dx . \quad (17)$$

By considering the symmetrical character of the collision process and the possibility of inverse collisions, Boltzmann proved that E could only decrease in time,

$$\frac{dE}{dt} \leq 0 . \quad (18)$$

Since E cannot go on decreasing to infinity, the distribution function $f(x, t)$ must approach a form for which E has its minimum value and the time derivative of E vanishes. This, he showed, can occur only for the Maxwell distribution." (M.J. Klein, 1973, S.66/67)

Soweit kurz die mathematischen Resultate in Boltzmann's Arbeit; sie verdeutlichen, in welcher Form diese Ergebnisse dargestellt werden: in Differentialgleichungen, den typischen mathematischen Beschreibungen der Mechanik. Mark Kac merkt hierzu an: "Since he seemingly used only the laws of mechanics, he could claim that at last he had derived the second law from mechanics." (Kac, 1974, S. 437) Zwar wurde die Wahrscheinlichkeit anfangs in die Überlegungen als Hilfsmethode einbezogen; die erzielten Resultate interpretierte Boltzmann jedoch rein mechanisch, ohne Rückgriff auf die Statistik.

Einige wichtige Anmerkungen zur Boltzmann-Gleichung seien dargelegt, um zu verdeutlichen, wie mit dem schwierigen Verhältnis Atomistik-Mechanik bzw. diskret-kontinuierlich umgegangen wird. Zunächst zur Rolle der Atome: Die in der Gleichung (14) erscheinende Funktion $\psi(x, x', \xi)$ ist das sogenannte Wirkungsgesetz zwischen den verschiedenen Atomgruppen und hängt von der Natur der Zusammenstöße bzw. dem zwischen den Molekülen geltenden Kraftgesetz ab. (x und x' sind die kinetischen Energievariablen beider Gruppen vor dem Stoß, entsprechend ξ und ξ' nachher; wegen der Erhaltung der kinetischen Energie gilt $x + x' = \xi + \xi'$, und deshalb benötigt man nur drei unabhängige Variablen.)

Zur Bedeutung dieses Wirkungsgesetzes merkt Boltzmann an: "Das Wirkungsgesetz der Kräfte, die während eines Zusammenstoßes wirksam sind, muß uns natürlich gegeben sein. Ich will aber bezüglich desselben gar keine beschränkende Annahme machen. Es kann uns gegeben sein, daß zwei Moleküle wie elastische Kugeln voneinander abprallen; es kann uns auch jedes beliebige andere Wirkungsgesetz gegeben sein. Bezüglich der Gefäßwände, welche das Gas umschließen, will ich jedoch voraussetzen, daß die Moleküle an denselben wie elastische Kugeln reflektiert werden. Es würde da auch jedes beliebige Wirkungsgesetz dieselben Formeln liefern." (Boltzmann, 1872, S. 320)

Man kann, wie es auch Boltzmann andeutet, einmal die Atome konkret als elastische Kugeln auffassen und zur Aufstellung des Wirkungsgesetzes aus ihrer Natur

heraus die Stoßgesetze samt Reflexionswinkeln usw. herleiten; dies erfordert eine im Grunde unzulässige, konkret anschauliche Vorstellung von Atomen. Demgegenüber ist es interessant zu sehen, wie Boltzmann in der Betonung der "allgemeinen Form" des Wirkungsgesetzes es vermeidet, zu konkretistische Vorstellungen über die Natur der Atome aussprechen zu müssen; woran er allein festhält, und was auch eine notwendige Grundlage der Stoßgleichung darstellt, ist ein mechanisches Wirkungsgesetz zwischen zwei individuellen Molekülen.

Wie wird es nun auf der Grundlage einer solchen Atomvorstellung und der zwischen diesen wirkenden mechanischen Gesetze möglich, die Stoßgleichung herzuleiten? Als wichtige Voraussetzung geht der schon mehrfach erwähnte Stoßzahlansatz ein, in welchem auch das Wirkungsgesetz ψ erscheint.

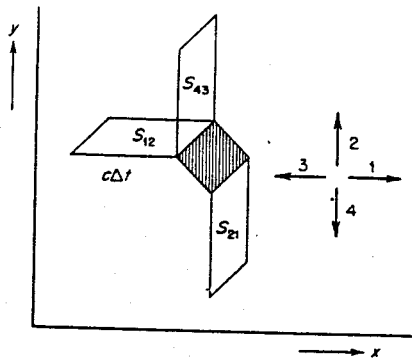
Um die auf der Grundlage des Stoßzahlansatzes vorgenommene mathematische Argumentation für die weitere Diskussion besser verstehen und einschätzen zu können, wollen wir im folgenden kurz anhand eines von P. und T. Ehrenfest (1911, S.19f) eingeführten einfachen Stoßmodells, den Zusammenhang von Stoßzahlansatz samt seiner statistischen Natur und der Eindeutigkeit der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung im Gleichgewichtszustand untersuchen. Dieses Modell verdeutlicht den Kern der Überlegungen, ohne dabei auf zu komplizierte mathematische Darstellungsprobleme eingehen zu müssen.

In der Zeichenebene seien pro Einheitsvolumen N P-Atome (Punkte) gegeben; diese P-Atome interagieren nicht miteinander. Sie kollidieren jedoch elastisch mit gegebenen Q-Atomen (Quadraten), die fest in der Ebene liegen und regellos verteilt sind. Zudem liegen die Diagonalen dieser Q-Atome parallel zur x- bzw. y-Achse; ihre Abstände seien darüber hinaus groß im Vergleich zur Seitenlänge ("verdünntes" Gas). Ihre durchschnittliche Verteilungsdichte sei n pro Volumeneinheit; dies ist eine wichtige Gleich-

wahrscheinlichkeitsannahme, auf die sich der Stoßzahlansatz stützt.

In diesem äußerst einfachen Modell haben die "Atome" eine simple geometrisch-konkrete Gestalt, so daß hieraus direkt das "Wirkungsgesetz" deutlich wird (im Grunde könnten auch hier, wie Boltzmann sagt, "keine beschränkenden Annahmen" darüber getroffen worden sein.).

Desweiteren mögen nun alle P-Atome die gleiche konstante Geschwindigkeit c besitzen und sich nur in den 4 Koordinatenrichtungen bewegen.



Die Geschwindigkeitsverteilung bezieht sich somit in diesem Modell ausschließlich auf die infrage kommenden 4 Richtungen.

Sei f_i = Anzahl der P-Atome in Bewegungsrichtung i , dann wird der Gleichgewichtszustand durch

$$f_i = \frac{N}{4} \quad i = 1, 2, 3, 4$$

gegeben.

Es soll nun die monotone Annäherung an den Gleichgewichtszustand für dieses Modell gezeigt werden.

Sei $N_{ij} \Delta t$ die Anzahl der P-Atome, die im Zeitelement Δt durch einen Zusammenstoß aus der Bewegungsrichtung i in die Richtung j geworfen werden. Diese Atome müssen also genau den beiden folgenden Bedingungen genügen:

- 1) sie besitzen die Richtung i , und
- 2) sie liegen in einem der Streifen S_{ij}

Es reicht somit nicht aus, die augenblickliche (zum Zeitpunkt t gegebene) Verteilung $(f_1, f_2, f_3, f_4) = f$ der Richtungen zu kennen, um daraus die "neue" Verteilung nach dem Stoß bestimmen zu können. Man benötigt eine zusätzliche Annahme, und zwar den Stoßzahlansatz. Er lautet für dieses Modell:

"Von den P-Molekülen jeder einzelnen Bewegungsrichtung entfällt auf die Streifen S ein solcher Bruchteil, als dem Verhältnis der Gesamtfläche aller S zur totalen freien Fläche entspricht." (Ehrenfest, S.20)

Dies bedeutet, daß die Bewegungsrichtung des P-Moleküls (statistisch) unabhängig von seiner Position ist; bzw. daß sie unabhängig davon ist, ob ein Q-Atom in dieser Richtung "vor" dem P-Atom liegt oder nicht.

Das Verhältnis der Gesamtfläche aller S zur totalen freien Fläche ist $S_{ij} \cdot n$ (immer pro Einheitsvolumen gesehen); damit drückt sich der Stoßzahlansatz mathematisch so aus

$$N_{ij} \cdot \Delta t = f_i \cdot S_{ij} \cdot n$$

Etwas unpräzise und anschaulich gesagt, heißt dies: Die Anzahl der Stöße bzw. die Anzahl von Paaren von P- und Q-Atomen, die zusammenstoßen, ist dem Produkt der einzelnen Atomanzahlen proportional: $f_i \cdot n \cdot S_{ij}$ (Dieser Proportionalitätsfaktor $S_{ij} = a \cdot c \cdot \Delta t$ hängt ab von der Geschwindigkeit c der P-Atome und dem Durchmesser $2a$ der Q-Atome; er beinhaltet quasi eine Form des Wirkungsgesetzes. Hier wird beispielhaft sichtbar, wie die Natur der Atome mit dem Wirkungsgesetz zusammenhängt.)

Im gleichen Zeitraum Δt werden

$$N_{ji} \Delta t = f_j \cdot S_{ji} \cdot n \quad \text{P-Atome von } j \text{ nach } i$$

geworfen. Durch Gegenüberstellung der beiden Gleichungen erhält man

$$|N_{ij} \Delta t - N_{ji} \Delta t| = |f_i - f_j| S \cdot n$$

$$(S = |S_{ij}| \text{ als Flächeninhalt}).$$

Bei den Stößen "verliert" das größere f an das kleinere f diese Anzahl an P-Atomen.

"Wenn bei der Berechnung der Zahlen $N_{12}, N_{21}, N_{23}, N_{32}$ etc. für jedes Zeitelement Δt immer wieder der Stoßzahlansatz zugrunde gelegt wird, so erhält man eine monotone Abnahme für die Unterschiede der Zahlen f_1, f_2, f_3, f_4 . (Einseitige Annäherung an die Maxwell-Verteilung: $f_i = \frac{N}{4}$)" P. und T. Ehrenfest, 1911, S.20).

Soweit die Darstellung des Ehrenfestschen Modells. Welche Aspekte unserer eingangs gestellten Probleme werden hieran verdeutlicht?

Da dieses Modell offenbar von äußerst einfacher Struktur ist, wird über das Problem der Natur bzw. Struktur der Atome wenig ausgesagt; jedoch gibt die konkret geometrische Atomvorstellung auch hier ansatzweise die Beziehung zum Wirkungsgesetz und damit das Verhältnis zwischen Atomvorstellung und Stoßzahlansatz wieder.

Richtig verständlich werden kann die Bedeutung des Stoßzahlansatzes jedoch erst, wenn man sich dem zweiten Problemaspekt, dem Verhältnis von Atomistik und Mechanik bzw. diskret zu kontinuierlich zuwendet. Hierzu gestattet das Ehrenfestsche Modell nun tieferliegende Einsichten.

Eine grundlegende Frage besteht darin, warum man dieses doch wohl zunächst rein mechanische Modell nicht auch rein mechanisch analysiert, indem etwa "exakt" die Bahnen der P-Atome verfolgt werden?

Zum einen lautet natürlich die Antwort, daß man es mit zu

vielen Parametern für eine mechanische Darstellung zu tun habe. Desweiteren kommt hinzu, daß ja eigentlich die exakten Positionen der P- und Q-Atome nicht bekannt seien, daß man es also nicht mit einem konkret mechanischen Modell, sondern mit einem zufälligen, bzw. zufällig aus einem Ensemble ausgewählten zu tun habe. Die Schwierigkeit liegt also darin, sich das vorliegende mechanische Modell als ein in gewissen Beziehungen statistisches vorzustellen. Und diese statistische Anforderung an das Modell wird durch den Stoßzahlansatz ausgedrückt: Er fordert eine gleichmäßige Durchmischung von P-Atomen derart, daß immer entsprechend jeder Bewegungsrichtung so viele P-Atome auf die S-Streifen entfallen, wie nach dem Flächenanteil zu erwarten ist. Dieser Stoßzahlansatz muß in einem vorliegenden Modell für jedes Zeitelement Δt wiederholbar sein, um die Annäherung ans Gleichgewicht zu gewährleisten. Andernfalls könnte das Modell beispielsweise so konstruiert sein, daß nach einer gewissen Zeitspanne alle P-Atome ins Unendliche davonfliegen, so daß im Rahmen der skizzierten Vorgehensweise keine weiteren Aussagen gemacht werden könnten.

Es wird also der permanente Eingriff des Stoßzahlansatzes für ein vorliegendes Gassystem deutlich, wie auch Boltzmann ihn letztlich in seinen Rechnungen durchführen mußte. "Die ausnahmslos einseitige Abnahme von H (ausnahmslos einseitige Annäherung an die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung) errechnet sich nur dadurch, daß im Kalkül des H-Theorems für jedes Δt ausnahmslos der Stoßzahlansatz wiederholt wird." (P. u. T. Ehrenfest, 1911, S. 23)

Kurz gesagt, die statistischen Aspekte des betrachteten Systems, ausgedrückt im Stoßzahlansatz sind nicht vernachlässigbar; die Wahrscheinlichkeitstheorie geht entgegen damaliger Vorstellungen grundsätzlich in die Behandlung ein. Hiermit wird zudem die Rolle der Diskretisierung, wie sie sich in der Betrachtung kleinster Zeitelemente Δt etwa zeigt, deutlich; und ganz im Rahmen seiner Anschauungen geht Boltzmann auf der Grundlage diskreter "Teile" mittelst

immer feinerer Unterteilung zum Grenzwert kontinuierlicher Darstellungen über.

Zur Diskussion um den Stoßzahlansatz ist noch hinzuzufügen, daß er in der bisher formulierten Form zu Widersprüchen führt, und daß man mit ihm so "zuviel" beweist (vgl. das Gegenbeispiel in P. und T. Ehrenfest, 1911, S. 23). Dies samt des auch sonst in diesem Ansatz formulierten statistischen Kriteriums an das System ist erst nach vielen Einwänden gegen Boltzmanns H-Theorem und damit gegen diesen Ansatz erkannt worden; es führte zu einer Präzisierung, in welcher die Stoßzahlen keine absoluten Größen, sondern quasi Zufallsvariablen sind.

II.3.3.3. Einwände gegen die "absolute" Gültigkeit des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik: Loschmidts Umkehrerwand

Zunächst standen alle vorgebrachten Einwände auf dem Boden der Atomistik; sie nutzten die mit der Vorstellung, daß sich alle Materie aus kleinsten Teilchen zusammensetze, gegebene Möglichkeit aus, Widersprüche zwischen den mechanischen Bewegungsgesetzen der Teilchen und der gerichteten Bewegung des Gesamtsystems zu konstruieren und so Abweichungen von der absoluten Gültigkeit des 2. Hauptsatzes nachzuweisen. Diese Einwände richteten sich nicht gegen die kinetisch-atomistische Gastheorie, vielmehr erbrachten sie Differenzierungen und Präzisierungen für diesen Ansatz.

Einer der ersten, der noch vor Boltzmanns Arbeit aus dem Jahre 1872 begann, sich Gedanken über den statistischen Charakter des 2. Hauptsatzes zu machen, war Maxwell.

"In 1867 began the correspondence with P.G. Tait leading to the concept of 'Maxwell's Demon'. Maxwell used this device to show, that the Second Law of Thermodynamics cannot be an absolute law of nature, since one can conceive of violating it by sorting out individual molecules into fast and slow categories. Thus the Second Law, according to Maxwell 'has

only statistical certainty' - it is valid only as long as we consider very large numbers of molecules which we cannot deal with individually." (Brush, 1976, S. 589)

Der Maxwellsche Dämon nutzt gerade die in der Geschwindigkeitsverteilung gegebenen Möglichkeiten aus, Abweichungen vom 2. Hauptsatz zu konstruieren: Es gibt immer einige, wenn auch der Verteilung entsprechend wenige, Moleküle mit sehr großen und sehr kleinen Geschwindigkeiten; die "Sortierung" dieser extremen Geschwindigkeiten ermöglicht die statistische Relativierung des 2. Hauptsatzes.

Zwar konnte später die "Unmöglichkeit" der Konstruktion eines Maxwellschen Dämons nachgewiesen werden (vgl. Brillouin, 1971, Kap. 13), jedoch war ein Anfang in der Diskussion um die Natur des 2. Hauptsatzes gemacht. Maxwell machte sich, so Brush, lustig über die Versuche der Deutschen, mechanische Analogien für den 2. Hauptsatz zu finden; er hielt diesen für essentiell statistischer Natur und argumentierte dementsprechend mit seinem Dämon.

Dieser Maxwellsche Einwand wurde von Thomson (später Lord Kelvin) aufgenommen und weiterdiskutiert. An den Rand des Briefes zwischen Maxwell und Tait, in welchem erstmals die Überlegungen zum statistischen Verhalten des 2. Hauptsatzes dargelegt wurden, schrieb Thomson: "Very good. Another way is to reverse the motion of every particle of the Universe and to preside over the unstable motion thus produced." (vgl. Knott, 1911, S.214) Hier findet sich also erstmals das sog. Umkehrparadox; in späteren Arbeiten argumentierte Thomson mit Hilfe einer ganzen Armee von Dämonen, die an der Trennwand zwischen zwei Behältern die Geschwindigkeitsrichtung bestimmter Moleküle umkehren sollten, gegen die Gültigkeit des 2. Hauptsatzes.

In den Diskussionen zwischen Maxwell, Tait und Thomson beginnt die Bedeutung der statistischen Aspekte im 2. Hauptsatz sich langsam durchzusetzen; ausgehend von einfachen Gedankenexperimenten, die im wesentlichen geschickt die durch die statistische Verteilung gegebene "Ungleichheit" der Geschwindigkeiten im Gleichgewichtszustand benutzten,

gelangte man über eher qualitative Argumente schließlich auch zu ersten einfachen quantitativen Aussagen.

Boltzmann hatte zwar für seinen mathematischen Beweis des 2. Hauptsatzes im Jahre 1872 noch die vermeintlich absolute mechanische Gültigkeit dieser Gesetzmäßigkeit betont, jedoch gab es inzwischen keine gemeinsame und einheitliche Überzeugung von mechanischen Interpretationen dieses Theorems mehr. Auf der Grundlage der oben diskutierten ersten Einwände mußte sich schließlich auch Boltzmann einem von seinem Kollegen Loschmidt vorgetragenen Einwand zu seinen Arbeiten stellen. Wie sehr die Diskussionen und Argumente gegen den 2. Hauptsatz um 1870 geradezu in der Luft lagen, zeigt die Tatsache, daß auch Loschmidt 1869, unabhängig von Maxwell ein ähnliches Gedankenexperiment wie dieser vorstellte, wenn auch mit einer völlig anderen Zielstellung. In seiner Arbeit: "Der zweite Satz der mechanischen Wärmetheorie" (1869) läßt Loschmidt die Abweichungen anstelle von einem "Dämon" durch eine Art "Ventil" in der Trennwand zwischen den beiden Behältern herbeiführen.

Mit Anmerkungen derart, "... daß, wenn alle Temperaturungleichheiten aufgehört hätten, auch keine intelligenten Wesen sich mehr bilden könnten." (Boltzmann, 1905, S.231), wandte sich Boltzmann zunächst gegen den Maxwellschen Dämon, und er war erst bereit, diese Einwände gegen die absolute Gültigkeit des 2. Hauptsatzes zu akzeptieren, als diesen nicht mehr eine so starke "Künstlichkeit" anhaftete und als dann in Form des Umkehreinwandes in einer geradezu grundsätzlichen Weise auf das Verhältnis von Mechanik und Thermodynamik abgezielt wurde. Die dabei zum Ausdruck kommende Problematik bezieht sich ganz allgemein, wie oben schon angedeutet, auf die Widersprüchlichkeit von einerseits mechanischer Reversibilität in den Bewegungsgleichungen der betrachteten Teilchen und andererseits der empirisch beobachtbaren Irreversibilität des im zweiten Hauptsatz formulierten Verhaltens des Gassystems.

Loschmidt war ein "überzeugter Atomist" (Klein); dies wird am deutlichsten aus seiner berühmten Arbeit "Zur Größe der Luftmoleküle" (1865) sichtbar, in welcher er erstmals die Anzahl der Moleküle pro Kubikzentimeter eines Gases unter normalen Bedingungen berechnete. Elkana hebt die klaren und konkret-anschaulichen Vorstellungen Loschmidts über die Natur der Atome hervor, als eine Grundlage für die vielen erfolgreichen Experimente, welcher dieser im Gegensatz zu anderen Physikern durchführte: "He (Loschmidt) did repeated experiments (which failed) to disprove the fatal conclusion that due to the irreversibility of most thermodynamic processes a dissipation of energy and the ensuing Wärmetod were inevitable. The considerations in these attempts are such that it is clear beyond doubt, that for Loschmidt molecules and atoms behaving according to classical mechanical laws are ultimate realities. Loschmidt's criticism of Boltzmann's statistical hypothesis ... was again motivated by his atomistic-realistic view which he thought attacked by Boltzmann's hypothesis." (Elkana, 1974, S. 260)

Enthalten ist der üblicherweise Loschmidt zugeschriebene Umkehrinwand in einer Folge von 4 Arbeiten unter dem Titel: "Über den Zustand eines Systems von Körpern mit Rücksicht auf die Schwerkraft". (1876/77) Er verfolgte hierin, wie schon im Zitat angedeutet wurde, das Ziel, eine Darstellung des 2. Hauptsatzes anzugeben, die jedoch entgegen den bisherigen Herleitungen die mit diesem verbundene schreckliche Konsequenz des Wärmetods vermeidet. Dazu wollte er nachweisen, daß die Temperaturen verschiedener Höhen in einem Gassystem im Gleichgewichtszustand unterschiedlich und nicht, wie von Boltzmann gezeigt, überall gleich sind. Die so gegebene Temperaturdifferenz hätte immer die Erzeugung mechanischer Arbeit gestattet. "Nun soll es eine Konsequenz der mechanischen Wärmetheorie sein, daß in einem System von Körpern, welches sich im Zustande des Wärmegleichgewichts befindet, die Temperatur in allen seinen

Teilen die gleiche sein müsse, was nach Obigem heißt: die mittlere lebendige Kraft der Atombewegung muß in allen seinen Teilen dieselbe sein. Da nun der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie gleich dem ersten ein Satz der analytischen Mechanik sein soll, so muß derselbe gültig sein, nicht allein unter den in der Natur vorkommenden Verhältnissen, sondern ganz allgemein, für Systeme mit beliebig geformten Molekülen unter Annahme beliebiger, sowohl intermolekularer als äußerer Kräfte

Im folgenden soll nun der Nachweis geliefert werden, daß es Systeme gebe, für welche dieser Satz gewiß keine Gültigkeit hat; dann soll wenigstens die Wahrscheinlichkeit dargethan werden, daß er auch für die in der Wirklichkeit vorkommenden Körper nicht gelten könne." (I, S.128/29)

So stellt Loschmidt sein Vorhaben dar; am Ende des ersten Teils wird dieses Anliegen nochmals sehr drastisch folgendermaßen formuliert: "Damit wäre auch der terroristische Nimbus des zweiten Hauptsatzes zerstört, welcher ihn als vernichtendes Prinzip des gesamten Lebens des Universums erscheinen läßt, und zugleich würde die tröstliche Perspektive eröffnet, daß das Menschengeschlecht betreffs der Umsetzung von Wärme in Arbeit nicht einzig auf die Intervention der Steinkohle oder der Sonne angewiesen ist, sondern für alle Zeiten einen unerschöpflichen Vorrat verwandelbarer Wärme zur Verfügung haben werde." (Loschmidt, 1876, I, S.135)

Im Grunde ganz neben seinem zentralen Vorhaben erwähnt Loschmidt in einem der von ihm oben angekündigten Beispiele spezieller Gassysteme in recht "dunkler" und nicht sofort zu erkennender Weise seinen Umkehrerwand. Hatte Boltzmann sich zunächst hauptsächlich mit dem Vorwurf Loschmidts auseinandergesetzt, seine Verallgemeinerung der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung sei unzutreffend, so erkennt erst dieser beim Studium der Loschmidtschen Arbeiten die wichtige Bedeutung dieser Anmerkung für die mechanische Interpretation des 2. Hauptsatzes.

Loschmidt hatte u.a. das folgende Beispiel eines vereinfachten Gasmodells vorgeschlagen, an welchem zudem seine konkret-realistischen Atomvorstellungen exemplarisch eindrucksvoll sichtbar werden: Man betrachte ein (zweidimensionales) rechteckiges Gefäß, auf dessen Boden sich n Atome in Ruhelage befinden. Ein weiteres Atom lasse man nun von oben auf die ruhenden Atome herabfallen, wodurch sich dann diese nach und nach infolge gegenseitiger Zusammenstöße in Bewegung setzen, bis sich schließlich der Gleichgewichtszustand einstellen wird. "... wenn wir im obigen Fall, nachdem eine zur Herstellung des stationären Zustandes vollkommen ausreichende Zeit τ verstrichen ist, plötzlich die Geschwindigkeiten aller Atome in entgegengesetzter Richtung annehmen, so würden wir damit am Beginn eines Zustandes stehen, dem ebenfalls der Charakter des Stationären zuzukommen scheinen würde. Für geraume Zeit wäre das wohl richtig, aber allmählich würde sich der stationäre Zustand gleichsam deteriorieren, und nach dem Verlaufe der Zeit τ wären wir unfehlbar wieder bei unserem Anfangszustande angekommen: ein einziges Atom m_1 hätte die gesamte lebendige Kraft des Systems absorbiert, und durch seine Erhebung zur oberen Gefäßwand in Spannkraft umgesetzt, während alle anderen regungslos auf ihren alten Plätzen am Boden liegen.

Offenbar muß ganz allgemein, in jedem beliebigen System, der gesamte Verlauf der Begebenheiten rückläufig werden, wenn momentan die Geschwindigkeiten aller seiner Elemente umgekehrt werden.

Das berühmte Problem, Geschehenes ungeschehen zu machen, hat damit zwar keine Lösung, doch eine einfache Formulierung erhalten, welche in der simplen Anweisung besteht, die momentanen Geschwindigkeiten aller Atome des Universums plötzlich umzukehren." (Loschmidt, 1876, I, S.139)

Nichts bringt so zugespitzt wie dieser hier vorgetragene Umkehrinwand den Widerspruch zwischen der mechanischen Deutung der Bewegung der kleinsten Teilchen und dem einseitig gerichteten Verhalten der Entropie des Gassystems zum Ausdruck. Die

in der rein mechanischen Interpretation steckende Umkehrbarkeit aller Bewegungsrichtungen widerspricht letztlich der absoluten Gültigkeit des 2. Hauptsatzes. Wie alle bisher formulierten Einwände erzwang auch dieser letztlich eine statistische Interpretation.

Das Umkehrargument richtete sich zentral gegen den Stoßzahlansatz: War bisher eine streng monotone Zunahme der Entropie hergeleitet worden, so wies der Umkehrinwand darauf hin, daß es auch zeitweilige Abnahmen dieser Systemgröße geben kann. Damit konnte jedoch der Stoßzahlansatz in dieser Form, welche für alle Anfangsbedingungen eine monotone Zunahme ergab, nicht gültig sein. "Something was wrong with Boltzmann's 'strict proof'; he had obviously proved too much." (Krüger, 1976, S. 300) Schließlich werden nach langen Diskussionen die folgenden Konsequenzen gezogen: Zum einen wird der Inhalt des Stoßzahlansatzes nur noch "statistisch" interpretiert und zum anderen wird auch das Verhalten des Entropiewachstums in statistischer Weise gedeutet.

II. 3.3.4. Boltzmanns Erwiderung: Konsequenz einer rein statistischen Deutung des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik

Wie schon angemerkt, hat im Grunde erst Boltzmann, wie kein anderer mit den Problemen der Herleitung des 2. Hauptsatzes vertraut, die grundlegende Bedeutung des Umkehrinwandes, wie er von Loschmidt dargestellt wurde, erkannt und zur Weiterentwicklung seiner Theorie auch ausgenutzt. In seiner Arbeit: "Bemerkungen über einige Probleme der mechanischen Wärmetheorie" (siehe 1877a) geht Boltzmann erstmals ausführlich hierauf ein. "In seiner Abhandlung über den Zustand des Wärmegleichgewichtes eines Systems von Körpern mit Rücksicht auf die Schwerkraft, hat Loschmidt einen Satz ausgesprochen, welcher ein Bedenken gegen die Möglichkeit eines rein mechanischen Beweises des 2. Hauptsatzes involviert. Da dasselbe äußerst scharfsinnig erdacht ist und mir für das richtige Verständnis des 2. Hauptsatzes von hoher Bedeutung zu sein scheint, an der bezeichneten Stelle aber eine mehr philosophische Einkleidung gefunden hat, in der es vielleicht manchem Physiker nur schwer verständlich sein wird, so will ich zunächst versuchen, es mit anderen Worten wiederzugeben." (Boltzmann, 1877a, S.116/17)

Hieran anschließend nimmt Boltzmann eine eingehende Analyse der mechanischen Deutung des 2. Hauptsatzes vor. Zunächst kennzeichnet er einen wichtigen Aspekt jedes mechanischen Gesetzes: "Will man den zweiten Hauptsatz mechanisch beweisen, so sucht man ihn immer aus der Natur des Wirkungsgesetzes der Kräfte, ohne jede Hinzuziehung der Anfangsbedingungen zu beweisen, über die man gar nichts weiß. Man sucht also zu beweisen, daß - wie immer die Anfangsbedingungen sein mögen - die Zustandsveränderungen der Körper immer so vor sich gehen, daß

$$\int \frac{dQ}{T} \leq 0." \text{ (Boltzmann 1877a, S. 117)}$$

(d.h. die Entropie nimmt monoton zu.)

Im folgenden entwickelt Boltzmann das von Loschmidt vorgebrachte Umkehrargument; hiermit zieht er für die Bedeutung der Anfangsbedingungen in der Herleitung des 2. Hauptsatzes

den Schluß: "Es ist klar, daß die materiellen Punkte (Atome) dieselben Zustände, die sie unter den früheren Anfangsbedingungen in direkter Weise durchliefen, jetzt in der verkehrten Weise durchlaufen werden. Den Anfangszustand, welchen sie früher zur Zeit Null hatten, nehmen sie jetzt erst nach Verlauf der Zeit t_1 an. Wenn also früher

$$\int \frac{dQ}{T} \leq 0$$

war, so ist es jetzt ≥ 0 . Über das Vorzeichen dieses Integrales kann also nicht aus dem Wirkungsgesetze der Kräfte, sondern bloß aus den Anfangsbedingungen ein Schluß gezogen werden.

... Jeder Versuch, aus der Natur der Körper und dem Wirkungsgesetze der zwischen ihnen tätigen Kräfte ohne Hinzuziehung der Anfangsbedingungen zu beweisen, daß

$$\int \frac{dQ}{T} \leq 0$$

ist, muß also vergeblich sein." (Boltzmann, 1877a, S. 118/19). Im Unterschied zu einer rein mechanischen Beschreibung verdeutlicht somit Loschmidts Argument die überaus wichtige Rolle der Anfangsbedingungen für den 2. Hauptsatz. Dem entspricht letztlich der Status des Stoßzahlansatzes, dessen statistischen Charakter und permanentes Einwirken wir anhand des Ehrenfest-schen Modells gezeigt haben. Loschmidts Umkehrreinwand zielt somit im Grunde auf eine "mangelhafte" Beschreibung des 2. Hauptsatzes. Wie kann diesen Mängeln theoretisch begegnet werden?

Ausgangspunkt der weiteren Argumentation Boltzmanns ist das folgende "Sophisma": Wenn ohne Hinzuziehung der Anfangsbedingungen nichts bewiesen werden kann, was könnte dann noch (auf der alten mechanischen Grundlage) überhaupt bewiesen werden? (Vgl. Boltzmann, 1877a, S. 119) Läuft die Einbeziehung der vielleicht gar ganz speziellen Anfangsbedingungen nicht darauf hinaus, auf jede theoretische, mechanisch-gesetzmäßige Beschreibung verzichten zu müssen?

Dieses Sophisma macht auf der mechanischen Grundlage die Grenzen mechanischen Erkennens deutlich und fordert letztlich eine Erweiterung und damit eine Relativierung der alten Vorstellung von Gesetzmäßigkeit. Wie Boltzmann sich die "Auflösung" des

Sophisma vorstellt, verdeutlicht er unter Einbeziehung der Wahrscheinlichkeitstheorie am Beispiel des Glücksspiels. Die Gasatome, als absolut elastische Kugeln aufgefaßt, seien in einem Gefäß zunächst ungleichförmig verteilt. "Das Sophisma ginge jetzt dahin, daß ohne Zuziehung der Anfangsbedingungen nicht bewiesen werden könne, daß sich die Kugeln mit der Zeit gleichförmig mischen werden." (Boltzmann, 1877a, S. 119) Dies fordert gerade das Umkehrargument. "Es ist dabei folgendes zu bedenken: Ein Beweis, daß nach Verlauf einer gewissen Zeit t_1 die Mischung der Kugeln mit absoluter Notwendigkeit eine gleichförmige sein müsse, wie immer die Zustandsverteilung zu Anfang der Zeit gewesen sein mag, kann nicht geliefert werden. Dies lehrt schon die Wahrscheinlichkeitsrechnung selbst; denn jede noch so ungleichförmige Zustandsverteilung ist, wenn auch in höchstem Grade unwahrscheinlich, doch nicht absolut unmöglich. Ja, es ist klar, daß jede einzelne gleichförmige Zustandsverteilung, welche über einen bestimmten Anfangszustand nach Verlauf einer bestimmten Zeit entsteht, gerade so unwahrscheinlich ist wie eine einzelne noch so ungleichförmige Zustandsverteilung, gerade so wie im Lottospiele jede einzelne Quinterne ebenso unwahrscheinlich ist wie die Quinterne 1,2,3,4,5. Nur daher, daß es vielmehr gleichförmige als ungleichförmige Zustandsverteilungen gibt, stammt die größere Wahrscheinlichkeit, daß die Zustandsverteilung mit der Zeit gleichförmig wird." (Boltzmann, 1877a, S. 120)

Die Wahrscheinlichkeitstheorie soll somit ermöglichen, das Problem der Anfangsbedingungen bei der Herleitung des 2. Hauptsatzes aufzunehmen; mit Hilfe der Wahrscheinlichkeit deutet Boltzmann eine "Lösung" des Sophismas an:

"Man kann also nicht beweisen, daß, wie immer die Positionen und Geschwindigkeiten der Kugeln zu Anfang gewesen sein mögen, nach Verlauf einer sehr langen Zeit die Verteilung immer gleichförmig sein muß, sondern bloß, daß unendlich vielmal mehr Anfangszustände nach Verlauf einer bestimmten längeren Zeit zu einer gleichförmigen, als zu einer ungleichförmigen Zustandsverteilung führen und daß auch im letzteren Falle nach Verlauf einer noch längeren Zeit die Zustandsverteilung wieder gleichförmig wird." (a.a.O., S. 120)

Darüber hinaus sieht Boltzmann die Notwendigkeit einer statistischen Interpretation des durch den 2. Hauptsatz beschriebenen Verhaltens der Entropieentwicklung. "Es scheint mir ... der Loschmidtsche Satz von großer Wichtigkeit zu sein, weil er zeigt, wie innig der zweite Hauptsatz mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung in Verbindung steht, während der erste von ihr ganz unabhängig ist. In allen Fällen, wo $\int dQ/T$ negativ sein kann; sind auch einzelne sehr unwahrscheinliche Anfangsbedingungen möglich, bei denen es positiv ist; und der Beweis, daß es fast immer negativ sein wird, kann nur durch Wahrscheinlichkeitsrechnung geführt werden." (Boltzmann, 1877a, S. 121) D.h. im Grunde, lokal betrachtet gibt es in jedem Zeitpunkt die Möglichkeit einer Zu- und Abnahme der Entropie, wobei die Zunahme jedoch eine sehr viel größere Wahrscheinlichkeit besitzt, als die Abnahme.

Diese Aussagen Boltzmanns sind der Beginn eines bewußten Gebrauchs der Wahrscheinlichkeitstheorie für den Beweis des 2. Hauptsatzes: Sie verdeutlichen, daß die Wahrscheinlichkeitsrechnung sowohl für die Herleitung des H-Theorems (Problem der Anfangsbedingungen) als auch für seine Interpretation (Verhalten der Entropieentwicklung) notwendig ist.

In einer der folgenden Abhandlungen (1877b) gibt Boltzmann dann, wie schon in dieser Arbeit angekündigt, eine Berechnung des Wärmegleichgewichts, die sich nur auf die Wahrscheinlichkeitstheorie stützt.

Er argumentiert in der neuen Arbeit "Über die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung respektive den Sätzen über das Wärmegleichgewicht" (1877b) etwa folgendermaßen: Er beginnt mit dem von ihm "favorisierten diskreten Modell" (M.J.Klein), d.h. einem System von N Partikeln, wobei jedem dieser Teilchen eine diskrete Energie aus der Menge:

$$\{0, \epsilon, 2\epsilon, \dots, p\epsilon\}$$

zukommt, mit ϵ als kleiner Energieeinheit und p als einer großen natürlichen Zahl. Die Gesamtenergie des Gassystems ist konstant $= \lambda \epsilon$.

Als "Finitist" (Dugas) geht Boltzmann entsprechend von der Vorstellung aus, daß sich für $\epsilon \rightarrow 0$ und $p \rightarrow \infty$ ein konstanter Wert $p \cdot \epsilon$ einstellt. "... it is evident from this why Boltzmann's method could so easily be taken over into quantum theory by Max Planck in 1900." (Brush, 1976, S.610)

Die molekulare Verteilung der einzelnen Energiewerte sei nun durch die Menge der Zahlen

$$w_0, w_1, w_2, \dots, w_p$$

gegeben, wobei w_r die Anzahl der Teilchen ist, welche die Energie $r\epsilon$ besitzen. (An Stelle des "diskreten Energiemodells" könnte auch ebenso gut ein "diskretes Geschwindigkeitsmodell" der Teilchen des Systems studiert werden.)

Entgegen seinem bisherigen Ansatz ist jetzt eine grundsätzlich andere Vorgehensweise bei Boltzmann festzustellen: "All previous studies of the molecular distribution had been based on an analysis of how it changed with time, that is to say, with how it was modified as a result of molecular collisions. In this paper, however, Boltzmann abandoned his kinetic approach. He set out to determine the probability of a distribution in a way"... ganz unabhängig davon, ob und wie eine Zustandsverteilung entstanden ist. (Boltzmann, 1877b, S.168) "The new method was to be a direct counting of the number of distinct ways in which the distribution could be realized, a combinatorical approach that completely bypassed all questions of kinetics or collision mechanisms." (Klein, 1973, S.78)

Das Problem besteht nun im Grunde darin, alle möglichen Zustände der Verteilungen "aufzuzählen" und so die Wahrscheinlichkeit (bzw. relative Häufigkeit oder das Verhältnis der möglichen zu allen Zuständen) zu berechnen. Die Anzahl der

Zustände bzw. der sog. "Komplexionen" für eine gegebene Verteilung:

$$w_0, w_1, \dots, w_p$$

ist

$$P = \frac{N!}{w_0! w_1! \dots w_p!}$$

Die Wahrscheinlichkeit W der gegebenen Verteilung ist zu P proportional:

$$W = \frac{P}{A},$$

wobei A die Anzahl aller möglichen Zustände aller Verteilungen ist, welche den Bedingungen:

$$\sum_{r=0}^p w_r = N \quad (i)$$

und

$$\sum_{r=0}^p r \epsilon w_r = \lambda \epsilon \quad (ii)$$

genügen.

Die wahrscheinlichste Verteilung ist nun die, für welche P am größten wird. "It is determined by finding the set $\{w_0, w_1, \dots, w_p\}$ which makes P a maximum subject to the restrictions expressed in equations ... (i) and (ii). When the numbers involved are large enough to justify using Stirling's approximation for the factorials the resulting most probable distribution can be adequately represented by an exponential; w_r is proportional to $\exp(-\beta r \epsilon)$ in the most probable distribution, where β is a parameter determined by the energy constraint." (M.J. Klein, 1973, S.80).

Dies ist im wesentlichen das zentrale Ergebnis des rein Wahrscheinlichkeitstheoretischen Ansatzes. Boltzmanns "basic result was that the most probable distribution is the Maxwell-Boltzmann distribution the already familiar description of the equilibrium state, now derived from a completely new starting point." (Klein, 1973, S.81) Die Voraussetzung zur

Herleitung dieses Resultats war die Annahme, daß alle "Komplexionen" gleichwahrscheinlich sind (die sogenannte "Maxwell-Boltzmann-Statistik"), worauf Boltzmann ausdrücklich hinwies. "... he believed that ... Liouville's theorem - that is: a purely mechanical theorem - provided a sufficient justification of the microcanonical distribution." (L. Krüger, 1976, S.301)

Bei der Durchführung der Rechnungen maximierte Boltzmann $\log P$ anstelle von P und gelangte so zu einer Gleichung:

$$\log P = - \sum_r w_r \log w_r + \text{constant}$$

die im Kern die berühmte Boltzmannsche Beziehung

$$S = k \log W$$

enthält, also einen Zusammenhang zwischen der Entropie S und der Wahrscheinlichkeit W des Systems darstellt. Hieran wird deutlich, daß dem "wahrscheinlichsten" Zustand des Systems die "größte" Entropie zukommt.

P.u.T. Ehrenfest kommentieren die Überlegungen und Rechnungen Boltzmanns in den Arbeiten von 1877 folgendermaßen: "Es handelt sich hier ersichtlich um Rechnungen, die denen des Bernoulli-schen Theorems parallel laufen." (P. und T. Ehrenfest, 1911, S.40); hiermit ist die von de Moivre durchgeführte Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung gemeint. Und M.J. Klein beurteilt den prinzipiellen Umschwung, der sich in dieser Boltzmannschen Arbeit zeigt, so: "A more profound reason why Boltzmann's ideas were not widely understood was the way in which he changed his point of view without informing his readers. We have already seen this in his response to Loschmidt. The remark also applies to the paper just discussed, in which Boltzmann made a major change in his use of the concept of probability. In his earlier studies he had always been concerned with the statistics of the molecule. The question had always been, what is the probability that a molecule has such

and such a property, with the answer determined by the molecular distribution function f . In his new analysis Boltzmann was concerned with the statistics of the gas as a whole. The question was now, what is the probability that the gas is in a state characterized by a certain distribution, and the answer was determined by the permutability measure P . This fundamental change in approach must have puzzled Boltzmann's contemporaries." (Klein, 1973, S.83/84)

Wurden in den Versuchen der mechanischen Deutung des 2. Hauptsatzes vor allem die geometrischen und stoßkinetischen Eigenschaften des betrachteten einzelnen Teilchens studiert, wobei diese Eigenschaften ("hilfsmäßig") durch statistische Mittelwerte ausgedrückt wurden, so wird nun das Gassystem unter völligem Verzicht auf irgendwelche mechanischen Erklärungen insgesamt rein statistisch durch eine Verteilungsfunktion charakterisiert. Damit gelang es Boltzmann zwar, die Widersprüchlichkeit zwischen mikroskopischer Reversibilität und makroskopischer Irreversibilität wahrscheinlichkeitstheoretisch "plausibel" zu machen, ja eine erste Erklärung dafür überhaupt zu geben, jedoch war in gewisser Weise diese rein wahrscheinlichkeitstheoretische Herleitung gegenüber der bis dahin ausschließlich mechanischen Deutung ein Schritt ins "andere Extrem".

"A circumstance, which Boltzmann did not at first see, yet which probably led him to nearly complete neglect of approach (3) (rein wahrscheinlichkeitstheoretische Begründung der Maxwell-Verteilung), was the fact that within this approach no dynamical reason could be given for the tendency of a system to approach equilibrium. A mere probabilistic plausibility consideration took its place, viz. that 'the system will move to more and more probable states, until it finally has reached the most probable one, that of equilibrium'. In a sense, Boltzmann has answered objection (e_1) (Loschmidts Umkehrwand), but had exposed his case to a new objection: (e_2) A physical (i.e. dynamical) description of irreversible processes is missing." (L. Krüger, 1976, S.301)

II. 3.3.5. Zusammenfassung des bisherigen Entwicklungsstandes

Sieht man sich die Entwicklung dieser ersten Phase zurückblickend an, so ist die Gegeneinandersetzung von Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie bei der Herleitung des 2. Hauptsatzes am auffälligsten: Ausgehend von der Absicht, einen "rein" mechanischen Beweis dieses Satzes geben zu wollen, gelangte Boltzmann schließlich, in der Reaktion auf den Umkehrreinwand Loschmidts zu einer rein statistischen Herleitung des Gleichgewichts.

Meines Erachtens ist diese Entwicklung jedoch nicht so zu interpretieren, als ob Boltzmann nun völlig auf seine mechanische Herleitung des H-Theorems verzichtet und diese einfach durch den wahrscheinlichkeitstheoretischen Zugang ersetzt hätte. Vielmehr wird gerade aus seinen ersten Äußerungen zu Loschmidts Argument deutlich, daß er die Wahrscheinlichkeitstheorie als eine notwendige Ergänzung betrachtete, die jedoch zunächst relativ unabhängig von den mechanischen Aspekten einfach "losgelöst" neben den bisherigen Resultaten stand. (Der Zusammenhang mechanischer und statistischer Aspekte, wie er sich in der von uns am Beispiel des Ehrenfest-Modells diskutierten Problematik des Stoßzahlansatzes zeigt, wird in der historischen Diskussion erst später gesehen.)

Boltzmann war letztlich von der Relevanz beider Aspekte, der mechanischen und der wahrscheinlichkeitstheoretischen überzeugt, er war jedoch zumindest zunächst nicht in der Lage, beide in einem gemeinsamen theoretischen Rahmen aufeinander zu beziehen und ihre wechselseitige Abhängigkeit zu verdeutlichen.

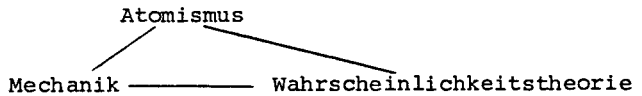
In dem anfangs unverbundenen Nebeneinander von Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie kommt somit primär der Gegensatz, die Unvereinbarkeit beider Seiten zum Vorschein, was sich am deutlichsten in dem nach außen so abrupt erscheinenden Sichtwechsel manifestierte, einem Wechsel von einer rein mechanischen Gegenstandsauffassung zu einem dann ausschließlich im Vergleich mit dem Glücksspiel reinen statistischen Gegenstand, einer statistischen Gesamtheit. Die Einbeziehung dieser beiden Seiten gleichzeitig, war eine erste wichtige Grundlage; darauf auf-

bauend konnte dann in der weiteren Auseinandersetzung ihr kompliziertes Wechselverhältnis diskutiert und analysiert werden.

Des weiteren ist für die folgende Entwicklung die von uns eingangs als Problem vorgestellte Auffassung vom Gegenstand, nämlich hier konkret die Interpretation der Atome im Verhältnis zur Mechanik bzw. Wahrscheinlichkeitstheorie wichtig. War es vielleicht zunächst auf der Basis einer vermeintlich rein mechanisch durchführbaren Wärmetheorie ausreichend und auch nützlich, von einem "konkret-realistischen Atomverständnis" (Elkana) auszugehen, d.h. sich etwa Atome konkret als völlig elastische Kugeln anschaulich vorzustellen, so zeigen die Schwierigkeiten im Zusammenhang mit dem Stoßzahlansatz, Boltzmanns Bereitschaft sich von allzu konkreten Atominterpretationen zu lösen. Mit welcher Vorsicht er dabei vorging, um allzu spekulative Äußerungen und Voraussetzungen über die Natur der Atome vermeiden zu können, zeigt vor allem seine Betonung der Allgemeinheit des Wirkungsgesetzes zwischen je zwei Atomen. Hier wird indirekt schon relativ früh bei Boltzmann eine Offenheit in der Atomvorstellung sichtbar, die nicht, wie Elkana hervorhebt, erst in der 2. Phase seines Schaffens sich einstellt. Das Problem besteht jedoch wiederum darin, daß es sich insofern um einen "keimhaften" und nur indirekt feststellbaren allgemeinen Ansatz in der Atomauffassung handelt, als Boltzmann sich zunächst noch nicht, wie er es jedoch später mehrfach getan hat, explizit von einem metatheoretischen Standpunkt zu dieser Frage äußert.

Insgesamt läßt sich festhalten, daß die bisherige Entwicklung alle wichtigen und grundlegenden Bestandteile hervorgebracht hat: Zum einen hat Loschmidts Umkehrinwand die Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeitstheorie bewirkt, was zum anderen in wechselseitigem Zusammenhang mit der sich ansatzweise "öffnen" Atomauffassung zu sehen ist, welche eine "Variabilität" in die zu "starre" Mechanik-Atomismus-Beziehung brachte und so die Einbeziehung der Wahrscheinlichkeitstheorie auch erst ermöglichte.

Diese Bestandteile bleiben jedoch noch recht isoliert voneinander. In der weiteren Diskussion geht es vor allem um ihren wechselseitigen Zusammenhang, d.h. um die Interpretation des "Dreiecks"



Diese Diskussion wird erst auf der Grundlage wissenschaftstheoretischer Überlegungen möglich; in der 2. Phase seines Schaffens hat Boltzmann sich zunehmend, wohl auch durch die konkreten Probleme seiner Theorie und die darauf erfolgten Reaktionen veranlaßt, mit Fragen der Wissenschaftstheorie und Epistemologie befaßt. Auf diese "meta"theoretischen Arbeiten Boltzmanns wollen wir zunächst eingehen; ohne diese ist u.E. die weitere Entwicklung nicht verständlich.

II. 3.4. Zermelos Wiederkehrereinwand: Die Interpretation des 2. Hauptsatzes als einer statistisch-mechanischen Gesetzmäßigkeit

II. 3.4.1. Boltzmanns wissenschaftstheoretische Arbeiten - Ihre Bedeutung für die Interpretation des 2. Hauptsatzes

"During the second half of his working life, Boltzmann's centre of interest shifted to philosophy. In his philosophy, he generalized his experience as a physicist and a protagonist of atomistics. He dealt with the essence of physical theories and the mechanism of their evolution." (Broda, 1973, S. 17) So umreißt Broda in seiner philosophischen Biographie Boltzmanns dessen teilweise recht wenig beachteten Arbeiten zur Philosophie und Erkenntnistheorie. Sieht man sich die "Populären Schriften" (1905) Boltzmanns an, so stellt man fest, daß bis auf eine Ausnahme aus dem Jahre 1873 in der Tat ab etwa 1885 eine intensive und vielfältige Auseinandersetzung Boltzmanns mit den zentralen kontroversen Problemen des damaligen Wissenschaftsverständnisses anfängt.

Diese bemerkenswerte Erweiterung seines Forschungsbereichs, die Einbeziehung metatheoretischer Fragestellungen, ist nur auf dem Hintergrund einer sich um diese Zeit allgemein herausbildenden erkenntnistheoretischen Diskussion um die Rolle der Atomistik zu verstehen. Die bisherigen Erfolge der atomistischen Gastheorie waren in gewisser Weise zu weitreichend, die vorgenommenen konkreten Beschreibungen von Atomen forderten immer stärker die Gegner heraus: "Before about 1870 there was little or no connection between the research that scientists were doing on atomic theories such as the kinetic theory of gases and the controversies among philosophers about the nature of matter, even though both were apparently discussing the properties and motions of atoms. The atom of the chemists and physicists, which was employed to express quantitative relationships between observable properties of matter, was

entirely distinct from the atom of the philosophers, which symbolized a doctrine about the real nature of matter. As long as both atoms remained entirely hypothetical and unobservable there did not need to be any conflict between them. But when William Thomson and others started to estimate numerical values for the size, mass, and charge of atoms as though atoms really existed and might some day be studied through an instrument, the situation changed. Many sensitive intellectuals were becoming alarmed at the whole tendency of physical and biological science since the middle of the century." (Brush, 1967, S. 523)

Boltzmann entwickelte auf der Grundlage seiner Arbeiten und Erfolge in der atomistischen Gastheorie seine wissenschaftstheoretischen Vorstellungen und Theorien vor allem in der harten Auseinandersetzung mit den sogenannten Energetikern und den Phänomenologen. Diese Arbeiten Boltzmanns sind jedoch nicht primär einfach als zusätzliche und relativ isoliert neben seinen physikalischen Forschungen stehend anzusehen; ein Eindruck, den einige Autoren (vgl. Broda, 1953 1973) und 1973) erwecken; gerade ihr Einfluß auf die Entwicklung in der Physik spielt eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Vor allem dieser Wechselbeziehung zwischen den metatheoretischen Reflexionen und den physikalischen Problemen wollen wir uns, bezogen auf das Grundproblem zuwenden. Dieses Grundproblem ist die Herleitung und Interpretation des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik auf der Grundlage des komplizierten Verhältnisses von Atomistik zu Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie.

Dabei geht es um die theoretische Explizierung der bisher in Boltzmanns Arbeiten nur ansatzweise implizit angelegten Auffassungen zu folgenden Problemen, wie:

- Rolle der Atomistik (Problem ontologischer Vorstellungen)
- Verhältnis Physik - Theorie - Realität
- Unterschied Physik - Mathematik
- Evolution von Theorien.

Diese Fragestellungen lassen sich auf dem Hintergrund der beiden Grundprobleme behandeln:

- a) Verhältnis Theorie - Empirie (bzw. Verhältnis von epistemologischen zu ontologischen Aspekten)

- b) Relativität des theoretischen Wissens (Entwicklungscharakter des Wissens, Verhältnis von subjektiven zu objektiven Aspekten einer Theorie).

Wir werden nun im folgenden die Vorstellungen Boltzmanns zu diesen Fragen charakterisieren; auf dieser Grundlage werden wir dann in den nächsten Abschnitten die weiteren Auseinandersetzungen um den 2. Hauptsatz untersuchen.

Unseres Erachtens sind die philosophischen Arbeiten Boltzmanns geradezu ein Ausdruck dafür, wie tiefgreifend und schwerwiegend insgesamt der Übergang von einer rein mechanischen zu einer komplementär mechanisch-wahrscheinlichkeitstheoretischen Interpretation des 2. Hauptsatzes war. Ja, ohne diese metatheoretischen Reflexionen ist dieser Übergang von der alten Theorie und ihrer methodologischen Vorstellung zu der grundlegend neuen statistischen Mechanik gar nicht erklärbar.

Der zentrale Kristallisationspunkt sowohl seiner physikalischen Forschungen als auch der metatheoretischen Reflexionen war ohne Zweifel das Atomkonzept. Wir haben schon früher herausgestellt, wie eng der Zusammenhang zwischen Boltzmanns Überlegungen zum H-Theorem etwa und den ersten Vorstellungen zur Atomauffassung war.

Letztlich bildete das Atom den eigentlichen Forschungsgegenstand; und in den Diskussionen um die Probleme der Atome und der Vorstellung von ihnen zeigt sich überaus deutlich die Widersprüchlichkeit, die in jedem Forschungsgegenstand relevant wird: Einerseits, da der Gegenstand neu ist, wird er unbekannt, noch "offen" sein; zum anderen muß er jedoch zur Steuerung der Erkenntnistätigkeit bekannt sein, auf schon bekannte Fakten beziehbar sein. Somit ist der Gegenstand der Untersuchung immer in gewisser Weise gleichzeitig bekannt und unbekannt.

In seiner "Erinnerung an Josef Loschmidt" (1895; in 1905) äußert Boltzmann sich sehr ausführlich über seine Ansichten zur Natur der Atome: "Eine der wichtigsten Fragen zur Zeit

der Vollkraft Loschmidts war die nach der Zusammensetzung der Materie. Sie ist es wohl auch noch heute; nur daß man die Fragestellung etwas anders stilisiert hat. Während man damals die letzten Elemente des Seienden, der Materie selbst suchte, so fragt man heute, aus welchen einfachen Elementen man die geistigen Bilder zusammensetzen muß, um die beste Übereinstimmung mit den Erscheinungen zu erzielen. Was man meint, ist wohl in beiden Fällen so ziemlich dasselbe; ..." (Boltzmann, 1905, S. 241)

Elkana sieht u.a. in dieser Äußerung Boltzmanns einen zentralen Aspekt im zweiten "problem-shift": die Ersetzung eines konkret-naiven Atomismus durch die Einführung des Konzepts eines (geistigen) Bildes von Atom: "Instead of atomism and probability as basic principles, which describe the world realistically, Boltzmann now introduces atomism as a mental picture, which is created independently of the phenomena and only afterwards compared to them. ... To formulate this problem-shift in simpler terms: Before his argument with the phenomenologists, Boltzmann would have answered the question 'do atoms exist?' in the affirmative. The fundamental shift is, that afterwards Boltzmann does not consider the question an important one any more. The proper question for him is: 'Is atomism as a mental picture fruitful as the hard core of an scientific research programme?'" (Elkana, 1974, S. 268) Diese Beurteilung Elkanas scheint uns einen wichtigen Aspekt in Boltzmanns philosophisch-erkenntnistheoretischen Arbeiten zu treffen, diesen aber in unzulässiger Überbetonung zu vereinsamen und damit auch zu verfälschen. Zwar führt Boltzmann mit seinem Konzept "geistiges Bild" eine Differenz bzw. Variabilität in die bis dahin starre bzw. absolute Beziehung zwischen theoretischen und gegenstandsspezifischen Aspekten ein; weiterhin wird somit auch, wie in Elkanas Aussage angedeutet, das Kriterium der "Fruchtbarkeit einer Theorie" wichtig; jedoch wäre es u.E. falsch, die pragmatische Seite der Theorie in Boltzmanns Denken einseitig überzubetonen, indem "geistiges Bild" ausschließlich als ein methodisches Hilfsmittel und Theorie nur bzgl. ihrer Nützlichkeit gesehen und dabei völlig

von den Fragen nach einer die Wirklichkeit in Aspekten real beschreibenden Theorie abgesehen wird. Neben der Nützlichkeit von Theorie bzw. geistigen Bildern ist Boltzmann weiterhin daran interessiert, die Wirklichkeit selbst zu beschreiben, ist er weiter überzeugt von der Existenz der Atome. So äußert sich Boltzmann dazu etwa so: "Die Bedeutung der Loschmidtschen Zahl reicht also weit über die Gastheorie hinaus, sie bietet den tiefsten Einblick in die Natur selbst, die Antwort auf die Frage nach der Kontinuität der Materie. Wenn wir einen Wassertropfen vom Volumen eines Kubikmillimeters haben, so lehrt die Erfahrung, daß wir ihn in zwei Teile teilen können, von denen jeder wieder ganz die Natur des Wassers hat. Es kann auch jeder wieder in zwei solche Teile geteilt werden usf. Die Loschmidtsche Zahl zeigt uns nun die Grenzen dieser Teilbarkeit; wenn wir den genannten Tropfen in eine Trillion gleicher Teile geteilt haben, so hört die Möglichkeit der Teilung in gleiche Teile auf. Wir erhalten Individuen, über deren genauere Beschaffenheit wir freilich sehr wenig wissen. Wir werden sie uns wohl noch weiter teilbar denken, die Art der Teilbarkeit aber wird dann eine andere. Die Teile sind nicht mehr gleichartig dem früher gegebenen Wasser. (Boltzmann, 1905, S. 245) ... Phantastischer Spekulationen über die nähere Beschaffenheit der Atome müssen wir uns enthalten; aber, daß gewisse Diskontinuitäten im inneren Bau der Materie vorhanden sind, das wird für immer eine der wichtigsten Tatsachen der Naturwissenschaft bleiben, und eine der größten wissenschaftlichen Entdeckungen, die der Größenordnung der Dimensionen, an welche diese Diskontinuitäten gebunden sind, ist von niemand anderem als unserem Loschmidt gemacht worden. Daran läßt sich einmal nichts mäkeln."

(Boltzmann, 1905, S. 248)

Dies drückt deutlich aus, daß Boltzmann auch weiterhin, wie eh und je, die Frage nach der Existenz der Atome, die Frage nach dem materiellen Gehalt theoretischer Überlegungen interessiert; da jedoch der Forschungsgegenstand Atom neu und "unbekannt" ist, muß man geradezu ein Bild einführen, in welches mögliche Aspekte aufgenommen werden. Es geht dabei nicht um ein entweder "geistiges Bild" oder "konkrete

Atome", es geht um ein angemessenes Verhältnis von geistigem Bild zu Atom.

Die Herausarbeitung und Beschreibung dieses Verhältnisses ist für Boltzmanns wissenschaftstheoretisches Denken zentral; von ihm aus lassen sich die anderen Probleme besser verstehen. So ist das Verhältnis Bild-Atom in gewisser Weise exemplarisch für das Verhältnis Theorie - Empirie. An einer Stelle merkt Boltzmann hierzu an: "Ich habe selbst wiederholt gewarnt, einer Ausdehnung unserer Gedankenbilder über die Erfahrung hinaus zu sehr zu vertrauen und erinnert, daß man darauf gefaßt sein muß, daß sich die Bilder der heutigen Mechanik und besonders die Auffassung der kleinsten Teilchen der Körper als materielle Punkte, als provisorisch herausstellen werden." (Boltzmann, 1897, S.583). Dies drückt am besten die wechselseitige Beziehung zwischen Bild und Atom aus; ja man kann sagen, Boltzmann faßt damit das Atom, den unbekanntem Forschungsgegenstand nicht einfach als empiristisches Ding auf, sondern er versteht ihn gewissermaßen als einen theoretischen Begriff, in dem sich gerade die schwierige Wechselbeziehung manifestiert. Wie in diesem Zitat angesprochen, schenkt Boltzmann dem Theorie-Empirie-Verhältnis besondere Aufmerksamkeit.

Seine Auffassung wird in den Auseinandersetzungen mit den Phänomenologen und Energetikern deutlich.

"Der Energiebegriff gilt der neuen Lehre als der einzig richtige Ausgangspunkt der Naturforschung. Die Zerlegbarkeit in zwei Faktoren und ein sich daran schließender Variationssatz als das Fundamentalgesetz der gesamten Natur. Jede mechanische Versinnlichung, warum die Energie gerade diese kuriosen Formen annimmt und in jeder derselben zwar ähnlichen, aber doch wieder wesentlich anderen Gesetzen folgt, halten sie für überflüssig, sogar schädlich, und die Physik, ja die ganze Naturwissenschaft der Zukunft ist ihnen eine bloße Beschreibung des Verhaltens der Energie in allen ihren Formen, eine Naturgeschichte der Energie, was freilich, wenn man unter Energie überhaupt alles Wirksame versteht, zum Pleonasmus wird." (Boltzmann, 1905, S. 218) So kritisiert Boltzmann diese Richtung, welche er an anderer Stelle auch energetische Phänomenologie nannte; durch die unzulässige Überstrapazierung des Energiebegriffs wird letztlich der Zusammenhang zwischen Theorie und Empirie so starr, daß man eigentlich nichts lernen kann, da "alles"

Energie ist. In ihrer Absolutheit wird die Energetik somit zu einer "willkürlichen" Lehre. In seinem Aufsatz "Ein Wort der Mathematik an die Energetik" hat Boltzmann die Unhaltbarkeit dieser Auffassung für die Mechanik demonstriert. Elkana hebt an der Kontroverse mit den Energetikern hervor: "What interests us is that Boltzmann's reaction to the energeticists' monism was a theoretical-methodological pluralism which is a definite problem-shift in his SRP¹. Not only is he ready to add probability principles to the hard core of his programme, abandoning mechanistic reductionism, but on the way towards the development of his methodology of mental pictures, he introduces the idea that fruitfulness and not truth is the relevant question about methodologies and hypotheses and he becomes a theoretical pluralist." (Elkana, 1974, S. 266)

Es ist richtig, daß Boltzmann einzelnen dogmatischen Lehren gerade die Theorienvielfalt gegenüberstellt, jedoch betont er dabei immer den Zusammenhang zwischen Theorie und Realität und er warnt ausdrücklich vor den "Hypothesenschmieden, welche hoffen, mit geringer Mühe eine, die ganze Natur erklärende Hypothese zu finden, ..." (Boltzmann, 1905, S. 147) und merkt an: "Jeder Nächstbeste fühlte sich berufen, einen Bau von Atomen, Wirbeln und Verkettungen derselben zu erinnern, und glaubte damit, dem Schöpfer dessen Plan definitiv abgesehen zu haben." (Boltzmann, 1905, S. 218)

Die Phänomenologen charakterisiert Boltzmann so: "Die Differentialgleichungen der mathematisch-physikalischen Phänomenologie sind offenbar nichts als Regeln für die Bildung und Verbindung von Zahlen und geometrischen Begriffen, diese aber sind wieder nichts anderes als Gedankenbilder, aus denen die Erscheinungen vorhergesagt werden können. Genau dasselbe gilt auch von den Vorstellungen der Atomistik, so daß ich in dieser Beziehung nicht den mindesten Unterschied zu erkennen vermag. Überhaupt scheint mir von einem umfassenden Tatsachengebiete niemals eine direkte Beschreibung, stets nur ein Gedankenbild möglich. Man darf daher nicht

¹ Scientific Research Programme.

mit Ostwald sagen, du sollst dir kein Bild machen, sondern nur, du sollst in dasselbe möglichst wenig willkürliches aufnehmen.

Die mathematisch-physikalische Phänomenologie verbindet manchmal die Voranstellung der Gleichungen mit einer gewissen Geringschätzung der Atomistik. Ich glaube nun, daß die Behauptung, Differentialgleichungen gingen weniger über die Tatsachen hinaus, als die allgemeinste Form atomistischer Ansichten, auf einem Zirkelschlusse beruhen würde. Wenn man schon von vornherein der Ansicht ist, daß unsere Wahrnehmungen durch das Bild eines Kontinuums dargestellt werden, dann gehen allerdings nicht die Differentialgleichungen, wohl aber die Atomistik über die vorgefaßte Ansicht hinaus. Ganz anders, wenn man atomistisch zu denken gewohnt ist; dann kehrt sich die Sache um, und die Vorstellung des Kontinuums scheint über die Tatsachen hinauszugehen." (Boltzmann, 1905, S. 142/3)

Ganz auf der Grundlage seiner "finitistischen" Denkweise kritisiert Boltzmann die unbegründete Voranstellung der kontinuierlichen Differentialgleichungen; zudem wird deutlich, was für die Phänomenologie insbesondere gilt, daß sie ausschließlich von empirischen Fakten ausgeht und ihren Zusammenhang in Form von Differentialgleichungen erklären will.

"Wenn die Phänomenologie glaubte, die Natur darstellen zu können, ohne irgendwie über die Erfahrung hinauszugehen, so halte ich das für eine Illusion. Keine Gleichung stellt irgend welche Vorgänge absolut genau dar, jede idealisiert sie, hebt Gemeinsames heraus und sieht von Verschiedenem ab, geht also über die Erfahrung hinaus. Daß dies notwendig ist, wenn wir irgend eine Vorstellung haben wollen, die uns etwas Künftiges voraussagen erlaubt, folgt aus der Natur des Denkprozesses selbst, der darin besteht, daß wir zur Erfahrung etwas hinzufügen und ein geistiges Bild schaffen, welches nicht die Erfahrung ist und darum viele Erfahrungen darstellen kann." (Boltzmann, 1905, S. 122)

Ja, die Notwendigkeit, Bilder zu konstruieren, die Differenz zwischen Theorie und Wirklichkeit zu beachten und damit auch für die Entwicklung der Erkenntnis fruchtbar zu machen, ergibt sich letztlich aus der Unmöglichkeit, mit der gesamten Realität quasi in einem Schlage umgehen zu können. Die "Theorie kann kein Inventar in dem Sinne sein, daß jede einzelne Tatsache mit einem besonderen Zeichen bezeichnet wäre; es wäre ja dann ebenso umständlich, sich darin zurechtzufinden, als die Tatsachen alle zu erleben. Sie kann also, wie die heutige Atomistik, bloß eine Anweisung sein, sich ein Weltbild zu konstruieren." (Boltzmann, 1905, S. 156)

Man kommt am Unterschied zwischen Theorie und Empirie nicht vorbei; man muß "geistige Bilder" konstruieren, ohne jedoch zuviel Willkürliches in diese aufzunehmen. "Natürlich ist die Forderung berechtigt, daß man nicht mehr Willkürliches (das möglichst allgemein zu halten ist) hinzufüge, als zur Beschreibung größerer Erscheinungsgebiete unumgänglich notwendig ist, daß man stets bereit sei, das Bild abzuändern, ja die Möglichkeit im Auge behalte, einmal zu erkennen, daß an Stelle des Bildes besser ein neues, grundverschiedenes treten müsse." (Boltzmann, 1905, S. 152)

"Zum Schlusse möchte ich noch weitergehend, mich fast bis zur Behauptung versteigen, daß es in der Natur des Bildes liege, daß dasselbe gewisse willkürliche Züge behufs der Abbildung beifügen muß, und daß man strenge genommen, jedesmal über die Erfahrung hinausgehe, sobald man aus einem gewissen Tatsachen angepaßten Bilde auch nur auf eine einzige neue Tatsache schließt." (Boltzmann, 1905, S. 152)

"Ganz verfehlt scheint es mir ..., wenn man sicher behauptet, daß Bilder, wie die spezielle mechanische Wärmetheorie oder die Atomtheorie des Chemismus und der Kristallisation, einmal aus der Wissenschaft verschwinden müßten. Es kann nur gefragt werden, ob die Übereilung, welche in der Kultivierung solcher Bilder liegt, oder die zu große Vorsicht, welche empfiehlt, sich derselben zu enthalten, für die Wissenschaft unvorteilhafter wäre." (Boltzmann, 1905, S. 155) "Ohne ein, wenn auch nur geringes Hinausgehen über das direkt wahrge-

nommene gibt es keine Theorie, ja nicht einmal eine übersichtlich zusammenfassende zur Vorhersagung künftiger Erscheinungen taugliche Beschreibung der Naturtatsachen." (Boltzmann, 1905, S. 347)

Aus all' diesen Äußerungen wird überaus deutlich, wie Boltzmann, ausgehend von der Notwendigkeit der Differenz zwischen Theorie und Realität, das letztlich theoretisch-spekulative Moment der Wissenschaft, welches Erkenntnisse bzw. Prognosen erst erlaubt, auf dem Hintergrund der Wechselbeziehung zwischen Bild und Gegenstand betont. Das Spekulative ermöglicht den Fortschritt, es ist jedoch immer auch an die Erfahrung gebunden. Nur so ist gewissermaßen die Auflösung des Widerspruchs eines gleichzeitig bekannten und unbekanntes Forschungsgegenstandes zu verstehen: in der Entwicklung, ermöglicht durch die Differenz zwischen Bild (Begriff) und Gegenstand.

An anderer Stelle betont Boltzmann nochmals diesen Aspekt in der Analyse der je unterschiedlichen Theorievorstellung der induktiven und deduktiven Darstellung. Beide sind Extreme; die eine geht ausschließlich von theoretischen Grundprinzipien aus und überprüft erst später die Übereinstimmung der Resultate mit der Wirklichkeit, demgegenüber betont die andere die einzig zulässige Anbindung an die Tatsachen der Beobachtung. Letztlich sind in jedem Erkenntnisprozeß beide Seiten beteiligt, geht es um den Zusammenhang, so Boltzmann, von induktiven und deduktiven Momenten. Auch hier wird deutlich, nicht die Übertreibung und Verabsolutierung einer Vorgehensweise wird der realen Situation gerecht, es sind immer gleichzeitig und wechselseitig bedingt theoretisches Wissen und praktische Erfahrung notwendig.

Auf der Grundlage der skizzierten Theorieauffassung Boltzmanns wollen wir im folgenden ergänzende Anmerkungen zur Frage der Theorieentwicklung und dem besonderen Verhältnis von Physik zur Realität anfügen.

Boltzmann war ein Anhänger der Darwinschen Evolutionstheorie:

"Nach meiner Ansicht ist alles Heil für die Philosophie zu erwarten von der Lehre Darwins." (Boltzmann, 1905, S. 396)

Die Sichtweise der Evolutionstheorie bezog Boltzmann in seinen Überlegungen auf die verschiedensten Bereiche; nichts lag aufgrund seines Theorieverständnisses näher, die Entwicklung der Theorie von diesem Standpunkt aus zu betrachten: "Betrachten wir den Entwicklungsgang der Theorie näher, so fällt zunächst auf, daß derselbe keineswegs so stetig erfolgt, als man wohl erwarten würde, daß er vielmehr voll von Diskontinuitäten ist und wenigstens scheinbar nicht auf dem einfachsten, logisch gegebenen Wege erfolgt. Gewisse Methoden ergaben oft noch soeben die schönsten Resultate, und mancher glaubte wohl, daß die Entwicklung der Wissenschaft bis ins Unendliche in nichts anderem, als ihrer stetigen Anwendung bestehen würde. Im Gegensatze hierzu zeigen sie sich plötzlich erschöpft, und man ist bestrebt, ganz neue, disparate, aufzusuchen. Es entwickelt sich dann wohl ein Kampf zwischen den Anhängern der alten Methoden und den Neueren. Der Standpunkt der ersteren wird von ihren Gegnern als ein veralteter, überwundener bezeichnet, während sie selbst wieder die Neuerer als Verderber der echten klassischen Wissenschaft schmähnen."

Es ist dies übrigens ein Prozeß, der keineswegs auf die theoretische Physik beschränkt ist, vielmehr in der Entwicklungsgeschichte aller Zweige menschlicher Geistestätigkeit wiederzukehren scheint." (Boltzmann, 1905, S. 201)

Dieses Konzept der Theorieentwicklung beinhaltet in Ansätzen so etwas wie "wissenschaftliche Revolutionen"; aufgrund der relativen Abgeschlossenheit und Übereinstimmung der Bilder (Theorie) mit Aspekten der Wirklichkeit hat man zunächst eine stetige Entwicklung ("normalwissenschaftliche" Phasen), die jedoch in Diskontinuitäten (Revolutionen) übergehen, sobald die Differenz zwischen theoretischen Methoden und Wirklichkeit zu groß wird. Wie im Zitat schon angedeutet, bezieht Boltzmann den Standpunkt der Evolution auch konsequenterweise auf die Entwicklung des menschlichen Denkens selbst; auf der Grundlage einer im Sinne der Darwinschen Theorie in Aspekten skizzier-

ten Beschreibung der Phylogenese (vgl. Boltzmann, 1905, S. 49/50), und auch teilweise diskutierter Anmerkungen zur Ontogenese (vgl. Boltzmann, 1905, S. 258), wendet sich Boltzmann den Denkgesetzen selbst zu: "Wie wird es jetzt um das stehen, was man in der Logik Denkgesetze nennt? Nun, diese Denkgesetze werden im Sinne Darwins nichts anderes sein als ererbte Denkgewohnheiten. Die Menschen haben sich allmählich gewöhnt, die Worte, mit denen sie sich verständigen und die sie beim Denken still vor sich hin sagen, deren Gedächtnisbilder, und alles was an inneren Vorstellungen zur Bezeichnung der Dinge verwendet wird, so festzustellen und zu verbinden, daß sie dadurch befähigt wurden, jedesmal in die Erscheinungswelt in der beabsichtigten Weise einzugreifen und andere zu veranlassen, in der beabsichtigten Weise einzugreifen, d.h. sich mit ihnen zu verständigen. Diese Eingriffe werden durch das Aufbewahren und zweckmäßige Ordnen der Erinnerungsbilder und das Erlernen und die Einübung des Sprechens sehr gefördert, welche Förderung das Kriterium der Wahrheit ist.

Diese Methode, die Vorstellungsbilder und die still und laut gesprochenen Worte zusammenzustellen, hat sich immer mehr und mehr vervollkommen und sich so vererbt, daß sich feste Gesetze des Denkens entwickelt haben. Es ist ganz richtig, daß, wenn wir diese Denkgesetze nicht mitbringen würden, jedes Erkennen aufhören würde und die Wahrnehmungen ohne jeden Zusammenhang wären.

Man kann diese Denkgesetze aprioristisch nennen, weil sie durch die vieltausendjährige Erfahrung der Gattung dem Individuum angeboren sind. Jedoch es scheint nur ein logischer Schnitzer von Kant zu sein, daß er daraus auch auf ihre Unfehlbarkeit in allen Fällen schließt.

Nach der Darwinschen Theorie ist dieser Schnitzer vollkommen erklärlich. Nur das, was sicher war, hat sich vererbt. Was unrichtig war, ist abgestoßen worden. So erhielten diese Denkgesetze einen derartigen Anschein von Unfehlbarkeit, daß man sogar die Erfahrung vor ihren Richterstuhl stellen zu dürfen

glaubte. Da sie nun aprioristisch genannt wurden, schloß man, daß alles aprioristische unfehlbar, vollkommen sei. Ebenso hat man früher angenommen, daß unser Ohr, unser Auge auch absolut vollkommen seien, weil sie wirklich sich zu staunenswürdigem Vollkommenheit entwickelt haben. Heute weiß man, daß es ein Irrtum ist, daß sie nicht vollkommen sind." (Boltzmann, 1905, S. 397/8)

Desweiteren ging Boltzmann soweit, den Evolutionsgesichtspunkt auch zur Deutung der Herausbildung ethischer Normen zu benutzen. Dies verdeutlicht, wie eng Boltzmann den Zusammenhang zwischen subjektiven und objektiven Aspekten des Erkenntnisprozesses sieht; die Entwicklung des Wissens ist abhängig von der Herausbildung der menschlichen Denkgesetze, die jedoch umgekehrt selbst an den jeweiligen Wissensstand gebunden sind. Somit verweist Boltzmann auf ganz allgemeiner Ebene auf die wechselseitige Beziehung von Erkenntnissubjekt und -objekt; ja er führt in gewisser Weise so etwas wie Lebewesen in die physikalische Theoriediskussion ein. So ist beispielsweise die Entgegnung Boltzmanns gegen Loschmidts "winzige intelligente Wesen, welche instände wären, die einzelnen Gasmoleküle zu sehen, ... und so, ... Temperaturdifferenzen zu schaffen, ...", daß, "... wenn alle Temperaturungleichheiten aufgehört hätten, auch keine intelligenten Wesen sich mehr bilden könnten." (Boltzmann, 1905, S.231, vgl.auch II.3.3.3) nicht nur ein guter Scherz, sondern drückt u.E. in geradezu prägnanter, ja übertriebener Weise Boltzmanns Gesamtsicht auf die gegebene Situation aus, eine Sicht, die immer auf den Zusammenhang von theoretischen Möglichkeiten und realen Bedingungen, die Abhängigkeit von Erkenntnis-mitteln und Erkenntnissituation gerichtet ist.

"Clearly Boltzmann was an evolutionist not only because Darwin had put forward a powerful theory for a most important area of science that was not Boltzmann's. Rather, Boltzmann considered Darwin's methods as the key for the understanding of truth or falsehood of scientific theories." (Broda, 1973, S. 39) Sich auf einen Entwicklungsstandpunkt

zu stellen bedeutet jedoch gleichzeitig, sich der Relativität der Erkenntnis, ihrer Abhängigkeit von der konkreten Situation bewußt zu sein; daraus wird schon deutlich, daß Boltzmann nie einen absoluten und damit unveränderlichen Standpunkt in Fragen der Theoriebedeutung eingenommen hat.

Vor allem bezogen auf die Physik, und dabei später insbesondere die statistische Physik hat Boltzmann immer die enge Wechselwirkung mit der Realität und ihren konkreten Bedingungen betont; in der Auseinandersetzung mit Zermelo wird dies in drücklicher Weise deutlich.

In seinen "Populären Schriften" finden sich eher allgemeine Äußerungen, die vor allem im Vergleich mit der Mathematik diese Besonderheit der Physik aus seiner Sicht hervorheben. "Ich nannte die Theorie ein rein geistiges inneres Abbild, und wir sahen, welch hoher Vollendung dasselbe fähig ist. Wie sollte es da nicht kommen, daß man bei fortdauernder Vertiefung in die Theorie das Bild für das eigentlich Existierende hielte? In diesem Sinne soll schon Hegel bedauert haben, daß die Natur sein philosophisches System in dessen ganzer Vollkommenheit nicht zu verwirklichen vermöge.

So kann es dem Mathematiker geschehen, daß er, fortwährend beschäftigt mit seinen Formeln und geblendet durch ihre innere Vollkommenheit, die Wechselbeziehungen derselben zu einander für das eigentlich Existierende nimmt und von der realen Welt sich abwendet." (Boltzmann, 1905, S. 80)

Hieran wird nochmals Boltzmanns zentrales Anliegen seiner philosophisch-erkenntnistheoretischen Reflexionen deutlich: Die Entwicklung einer angemessenen Theorieauffassung, in welcher gleichzeitig der Zusammenhang und die Differenz zwischen Theorie und Realität wirksam wird. Diese Herausarbeitung der zentralen metatheoretischen Positionen Boltzmanns soll uns nun zu einem besseren Verständnis der in der Diskussion um die Bedeutung des 2. Hauptsatzes sich konzentrierenden Probleme dienen.

II. 3.4.2. Zufälligkeit und spezifische Wärme - Die Neuaufnahme grundlegender Probleme der statistischen Gastheorie

Historisch gesehen, stellte Boltzmanns H-Theorem, wenn auch in vieler Hinsicht unzureichend, die erste erfolgversprechende Behandlung des Ungleichgewichtszustandes bzw. der zeitlichen Entwicklung zum Gleichgewichtszustand dar. Und so ist es nicht verwunderlich, daß gerade dieser schwierige und gleichzeitig interessante Fall der mathematischen Behandlung des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik mit der ihm anhaftenden problematischen "Mischung" mechanischer und wahrscheinlichkeitstheoretischer Aspekte immer wieder aufgegriffen wurde.

So wurde um 1890 in England von neuem die Diskussion um das Problem der Irreversibilität und der Zufälligkeit in der Interpretation des 2. Hauptsatzes aufgenommen. (Vgl. hierzu vor allem Brush, 1976, S. 616-625) Diese Auseinandersetzung diente Boltzmann u.a. dazu, seine impliziten Auffassungen zu diesen Fragen zu explizieren und dabei auch zu präzisieren und weiterzuentwickeln.

Ausgangspunkt und Rahmen dieser Diskussion war die Problematik des Equipartitionstheorems. Bevor wir auf die uns hauptsächlich interessierende Analyse der zufälligen Aspekte im H-Theorem eingehen, möchten wir zunächst kurz die hiermit verbundenen Schwierigkeiten schildern, da sie über interne physikalische Aspekte hinaus Bedeutung für die Auffassung über die Natur der Atome haben.

"There was another difficulty that interfered with general acceptance of the whole kinetic theory of gases, and this one had nothing to do with the problems of reading and understanding Boltzmann. I refer to the uncertain status of the theorem of the equipartition of energy, a result anticipated by Clausius and developed by both Maxwell and Boltzmann. One consequence

of this theorem is that c_v , the molar heat capacity of a gas measured at constant volume, should have the value

$$c_v = \frac{1}{2} n R,$$

where R is the gas constant and n an integer equal to the number of quadratic terms in the expression for the energy of a single molecule. (Anzahl der Freiheitsgrade eines Moleküls.) This means that the ratio γ of the heat capacity at constant pressure to that at constant volume would also have to be determined by n ,

$$\gamma = \frac{n+2}{n}.$$

For a molecule which is a simple particle γ should be $\frac{5}{3}$, whereas a rigid molecule with six degrees of freedom should have γ equal to $\frac{4}{3}$." (Klein, 1973, S. 84/5)

Wie der Name besagt, fordert das Equipartitionstheorem im Durchschnitt die Gleichverteilung der Energie eines Moleküls auf alle seine Bewegungsarten bzw. -richtungen, den sogenannten Freiheitsgraden. Zu den drei Freiheitsgraden, die durch die Translationsbewegung in den drei Dimensionen des Raumes gegeben ist, kommen noch sogenannte innere hinzu, durch Schwingungen und Rotationen etwa, die von der Struktur der Moleküle abhängig sind. Als eine Konsequenz dieses Theorems ergab sich auch, daß γ allein durch die Anzahl der Freiheitsgrade bestimmbar sein sollte. "The trouble came in trying to reconcile the experimentally determined values of n with any reasonable picture of molecular structure. As Maxwell put it in a lecture in 1875. 'And here we are brought face to face with the greatest difficulty which the molecular theory has yet encountered.' For, if the molecules were simply material points, n would have to be 3, corresponding to the three independent translations which are the only motions a point can carry out. If, on the other hand, the molecule is an extended structure, n should be at least 6, since there would be three possible independent rotations in addition to the translational motion. 'But', as Maxwell added, 'the spectroscopist tells us that some molecules can execute a great many different kinds of vibrations. They must

therefore be systems of a very considerable degree of complexity, having far more than six variables.' The experimental values of n , determined from heat capacities, simply did not fit this picture. A whole series of common diatomic gases including oxygen, hydrogen, nitrogen and hydrogen chloride, had heat capacities corresponding to n equal to 5, too small for even a rigid structure and apparently irreconcilable with the internal motions suggested by spectroscopic evidence." (Klein, 1972, S. 109)

Diese Schwierigkeiten weisen somit auf die Grenzen der Anwendbarkeit der kinetischen Gastheorie; und indirekt geben sie Aufschluß über die Vorläufigkeit jeder zu konkreten Atomvorstellung.

Boltzmann zieht aus diesen Problemen, ganz im Sinne seiner erkenntnistheoretischen Vorstellungen die Konsequenz: "Der Vorstellung über die Natur der Moleküle aber wird man den weitesten Spielraum lassen müssen. So wird man die Theorie des Verhältnisses der Wärmekapazitäten nicht aufgeben, weil sie noch nicht allgemein anwendbar ist; denn die Moleküle verhalten sich nur bei den einfachsten Gasen und auch bei diesen nicht bei höchsten Temperaturen und nur hinsichtlich ihrer Zusammenstöße wie elastische Körper; über ihre nähere, gewiß enorm komplizierte Beschaffenheit aber hat man noch keine Anhaltspunkte; man wird vielmehr solche zu gewinnen suchen." (Boltzmann, 1905, S. 226)

Hier wird insgesamt beispielhaft deutlich, daß Boltzmanns "geistige Bilder" nicht bloß ein methodologischer "Trick" waren, sondern entsprechend den konkreten Problemen eine angemessene und "richtige" Konzeption darstellen, die es erlaubten, den so komplexen und unbekanntem Forschungsgegenstand Atom in den Rahmen der Forschungstätigkeit einzubeziehen. Das Konzept des "geistigen Bildes" kann gewissermaßen als ein exploratives Modell interpretiert werden; auftretende Abweichungen sind ohne das "Bild" nicht feststellbar, d.h. Differenzen zwischen Theorie und Empirie werden erst in diesem Bild darstellbar.

Die weitere Diskussion um diese Krise der kinetischen Gastheorie führte erst mit Hilfe der Quantentheorie zu Beginn des

20. Jahrhunderts zu einer Lösung des Problems. "In der kinetischen Theorie der Gase wurden die Molekeln als Gebilde geringer Kompressibilität angesehen. Die Molwärmen der Gase, $mc_v = \frac{3R}{2}, \frac{5R}{2}, \frac{6R}{2}$ für 1-, 2- und mehratomige, waren in der statistischen Mechanik nur zu verstehen, wenn man die Molekeln als absolut starr und glatt ansah, was aus anderen Gründen nicht wohl anging. Lord Rayleigh schloß daraus: die kinetische Theorie ist auf das Innere der Molekeln nicht anwendbar - wie, ist später durch die Quantentheorie gezeigt worden." (Hund, 1972, S. 334/5)

Die statistische und kinetische Gastheorie bezieht sich also nicht unmittelbar auf die Struktur der Moleküle, dafür ist gewissermaßen die Atomtheorie "zuständig"; sie hat es vielmehr in erster Linie mit den (teilweise mechanischen und teilweise statistischen) Beziehungen und Wechselwirkungen einer großen Anzahl von Molekülen untereinander zu tun. Dies heißt nun nicht, man könnte sozusagen völlig von den Molekülen absehen; von Boltzmann werden sie gerade als geistige Bilder berücksichtigt, damit ihre Wechselbeziehungen studiert werden können. Dies verdeutlicht und gibt Hinweise darauf, wie man auf Grund des Programms der mechanisch-atomistischen Erklärung von Wärmeerscheinungen die alten ontologischen Vorstellungen der klassischen Mechanik (materieller Punkt etc.) überwindet und zu einer neuen allgemeineren und "variablen" Vorstellung ontologischer Aspekte gelangte. U.E. spielen somit neben den epistemologischen Beziehungen zwischen der neuen statistisch-mechanischen Wärmetheorie und der klassischen Mechanik auch die sich ändernden ontologischen Vorstellungen und ihre gemeinsamen Aspekte eine wichtige Rolle. Gerade die neuartige und grundsätzliche Bedeutung der Wahrscheinlichkeitstheorie für die Gastheorie (und die Physik insgesamt) wird man ohne die sich verändernden ontologischen Vorstellungen nur unzureichend einschätzen können; die Vorstellung, daß der Gegenstand der Untersuchung die Wechselbeziehungen zwischen einer Vielzahl von Partikeln und nicht primär ihre innere Struktur ist, verdeutlicht zumindest teilweise diese Bedeutsamkeit der Wahrscheinlichkeitstheorie (vgl. hierzu Krüger, 1976, S. 304).

Wenden wir uns nun der Anfang der neunziger Jahre in England stattfindenden Diskussion um die Bedingungen der Ableitung des H-Theorems zu. Wie schon angemerkt, war der Ausgangspunkt das Equipartitionstheorem. Hierbei führte das Studium früherer Arbeiten von Clausius, Boltzmann und Maxwell zur Wiederentdeckung des Umkehrparadoxons. Die zunächst von E.P. Culverwell (vgl. Brush, 1976, S. 616) vorgetragenen Bedenken gegen die völlig allgemeine Gültigkeit des 2. Hauptsatzes führten 1890 u.a. zur Einsetzung eines Komitees: "Responding to the widespread interest in such problems, the British Association appointed a committee, consisting of J. Larmor and G.H. Bryan, to investigate 'the present state of our knowledge of Thermodynamics, specially with regard to the Second Law', ..." (Brush, 1976, S. 617).

Bryans langer Bericht wurde in zwei Teilen vorgestellt; einer 1891, der zweite 1894. "The first report covered the various attempts to relate the second law to the principles of dynamics, which included the early work of Boltzmann and Clausius as well as the later statistical theories. Bryan also analyzed the monocycle analogies introduced by Helmholtz in 1884 and discussed and generalized at length by Boltzmann. Bryan's second report, on 'The Laws of Distribution of Energy and Their Limitations' was presented to the British Association at its annual meeting which, in 1894, was held at Oxford. Boltzmann himself was there, presenting two short papers and taking part in the discussion which followed Bryan's report. He must have enjoyed himself immensely. He had an audience that was really interested in the kinetic theory of gases and generally sympathetic to his point of view. Many of its members were well prepared to argue technical details as well as general principles, and generally to carry on a vigorous debate. No wonder Boltzmann referred to it as 'the unforgettable meeting of the British Association at Oxford'." (M.J. Klein, 1973, S.86/87)

Der zweite Teil dieses Berichts und die Diskussion hierum haben wohl vor allem das Problembewußtsein bezüglich des Verhältnisses von Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie bzw. von deterministischen und zufälligen Aspekten geschärft. Nach der Tagung wurde diese Diskussion in der Zeitschrift Nature weitergeführt; gerade der zweite wichtige Punkt dieser Auseinandersetzung, die Frage nach den Bedingungen und Voraussetzungen zur mathematischen Herleitung des 2. Hauptsatzes ist für uns interessant.

In gewisser Weise eingeleitet wurde sie durch Aussagen Culverwells zu Boltzmanns H-Theorem, die wesentlich auf zentrale Schwierigkeiten zielten: "I do not know Boltzmann's proof, but while I suppose it is all right, I find it very hard to understand how any proof can exist." Und am Schluß verdeutlicht Culverwell sein Anliegen nochmals: "Will some one say exactly what the H-theorem proves?" (Culverwell, 1894, S. 617)

U.E. ist hiermit konzentriert die Frage nach den Voraussetzungen, die die mathematische Deduktion des 2. Hauptsatzes "erlauben", gestellt; der mathematische Beweis, als eine tautologische Kette von Argumenten aufgefaßt, fordert geradezu auf, die eingehenden Voraussetzungen samt Bedingungen, auf welche sich die (vermeintlich) erfolgreiche mathematisch deduzierte Beschreibung des 2. Hauptsatzes stützt, herauszuarbeiten und zu analysieren.

Erkannt wurde hierbei im wesentlichen, daß man in jedem Zeitpunkt der Entwicklung des Gassystems den "Zufall" einbeziehen muß; die Anwendung des Stoßzahlansatzes in jeder Zeiteinheit Δt (vgl. den Abschnitt über das Ehrenfestsche Windbaum-Modell) erfordert, daß nicht nur die anfangs "unbekannte" Verteilung der Molekülgeschwindigkeiten (subjektiv) zufällig ist, sondern daß man es immer mit der Zufälligkeit grundsätzlich zu tun hat.

Sobald diese bisher impliziten Annahmen explizit bewußt geworden sind, stellte man ein sogenanntes Axiom der Zufälligkeit auf. Burbury gibt in seiner Antwort auf Culverwell etwa als Beispiel die folgende Version: "If the collision coordinates be taken at random, then the following condition

holds viz.: - For any given direction of R (relative velocity vector of two colliding spheres) before collisions, all directions offer collision are equally probable. Call that condition A." Nach der Herleitung des H-Theorems unter dieser Bedingung fährt er fort: "Thus we have proved that if condition A be satisfied, then if all directions of the relative velocity for given V are not now equally likely, the effect of collisions is to make H diminish.

The objection that I understand to be made is that if you reverse all the velocities after collisions, the system will retrace its course with H increasing - which is supposed to be contrary to the thing proved.

The objection is wrong because in your reverse motion condition A is not fulfilled. The proof (is not wrong but) ceases to be applicable by failure of the condition on which it is based." (Burbury, 1894, S. 78)

Damit ist im Zusammenhang mit der Suche nach den Voraussetzungen des H-Theorems auch erstmals deutlich ausgesprochen worden, daß für die durch eine Umkehrung hervorgerufene Entwicklung des Gassystems diese den Zufall betreffenden Annahmen, wie auch beispielsweise der Stoßzahlansatz, keine Gültigkeit haben. Damit stellt sich die Frage danach, wie solche Ansätze zu modifizieren sind, um auch mit ihrer Hilfe die Beschreibung der "umgekehrten Richtung" zu ermöglichen?

Zu erklären bzw. zumindest plausibel zu machen versuchte Burbury sein Axiom der Zufälligkeit durch die Unmöglichkeit der Konstruktion eines völlig isolierten Systems.

"Somebody may perhaps say that by this explanation I save the mathematics only by sacrificing the importance of the theorem because I must (it will be said) admit that there are, after all, as many cases in which H increases as in which it diminishes. I think the answer to this would be that any actual material system receives disturbances from without the effect of which coming at haphazard, is to produce that very distribution of coordinates which is required to make H diminish. So there is a general tendency

for H to diminish although it may conceivably increase in particular cases. Just as in matters political, change for the better is possible, but the tendency is for all change to be from bad to worse." (Burbury, 1894; vgl. hierzu auch Borel, 1965, Kap. 6.)

Dem Axiom der Zufälligkeit und der sich daraus ergebenden Fragestellung trug im folgenden auch Boltzmann Rechnung; gerade diese Arbeit von Burbury zitierte er später, so Brush, (vgl. 1976, S.621) als den Beginn seiner Annahme der molekularen Unordnung. T.u.P. Ehrenfest verdeutlichen diese Hypothese der molekularen Unordnung, auf welche Boltzmann in späteren Arbeiten, etwa seiner "Gastheorie" (1896) mehr oder weniger nur hinweist, bezogen auf den Stoßzahlansatz folgendermaßen.

"Bei Benützung der Wahrscheinlichkeitsterminologie lassen sich Boltzmanns Andeutungen etwa folgendermaßen zusammenfassen: 1) Der Stoßzahlansatz gebe für jedes Zeitelement Δt nur die 'wahrscheinlichsten' Werte der Stoßzahlen an.

(Entsprechend liefere dann das H-Theorem für jedes Δt nur den wahrscheinlichsten Wert der H-Änderung.)

2) Die wirkliche Zahl der Stöße (und wirkliche H-Änderung) schwanke um diesen wahrscheinlichsten Wert nach Maßgabe der zwar viel kleineren, aber doch von Null verschiedenen Wahrscheinlichkeit auch anderer Werte." (P. und T. Ehrenfest, 1911, S. 48)

Durch die hierbei vorgenommene Berücksichtigung der statistischen "Schwankungen" um den wahren Wert auf der molekularen Ebene konnten, wie T.u.P. Ehrenfest weiter unten anmerken, die gemachten Einwände zurückgewiesen werden: "Aber wenn auch die Formulierung der 'molekularen Unordnungshypothese' noch viele Lücken aufweist, jedenfalls scheint klargestellt zu sein: der Umkehr- und Wiederkehrerwand richten sich nur gegen die ursprüngliche Fassung des Stoßzahlansatzes, deren Unhaltbarkeit sie in der Tat nachweisen. Die statistische Weiterbildung des Stoßzahlansatzes trägt hingegen schon allen Forderungen Rechnung, die aus jenen Einwänden erfließen." (P. und T. Ehrenfest, 1911, S.51)

Insgesamt führte diese intensive Diskussion zwischen den englischen Physikern und Boltzmann mit der Einführung des Axioms der Zufälligkeit zu der von mehreren Seiten gleichzeitig geäußerten Einsicht, daß der Beweis des H-Theorems nicht richtig sein kann, wenn nicht irgendwo Annahmen über Durchschnitte, Wahrscheinlichkeiten oder Zufälligkeiten eingeführt werden. (vgl. Brush, 1976, S.622-25)

Auch Ludwig Boltzmann, der sich 1866 der Aufgabe stellte, "einen rein analytischen, vollkommen allgemeinen Beweis des 2. Hauptsatzes der Wärmetheorie zu liefern, sowie den ihm entsprechenden Satz der Mechanik aufzufinden ...", betont 1895 in einem in der Zeitschrift Nature veröffentlichten Diskussionsbeitrag unter Bezugnahme auf seine in den Arbeiten aus dem Jahre 1877 vorgestellten, wahrscheinlichkeitstheoretischen Überlegungen zum 2. Hauptsatz, die grundlegende Bedeutung der Wahrscheinlichkeitstheorie für die kinetische Gastheorie: "The Second Law can never be proved mathematically by means of the equations of dynamics alone." (Boltzmann, 1895, S.539)

Die durch die Frage nach der Bedeutung und Möglichkeit eines mathematischen Beweises des 2. Hauptsatzes begonnene Suche nach den hierfür relevanten Annahmen und deren Analyse hatte zumindest bei den an der Diskussion beteiligten Physikern die Überzeugung gestärkt, daß in der komplizierten Beziehung zwischen den statistischen und mechanischen Aspekten, wie sie sich in der Bearbeitung der kinetischen Gastheorie zeigten, die Wahrscheinlichkeit nicht mehr, wie zunächst angenommen, nur "subjektive" Hilfsfunktion besitzt, und eigentlich auf sie prinzipiell verzichtbar ist, sondern daß ihr eine grundlegende Bedeutung zur Analyse der physikalischen Realität zukommt: "A purely dynamical proof of the H-theorem is impossible, but it can be proved by making certain probabilistic assumptions." (Brush, 1976, S.623)

Während der Diskussion ist auch eine erste Vorstellung der sogenannten H-Kurve entwickelt worden zur Modellierung des zeitlichen Verhaltens der Entropie des Systems. Die Schwierigkeit liegt nun darin, das statistische Schwanken

dieser Entwicklung angemessen zu beschreiben. In Anlehnung an einen Hinweis von Culverwell hat Boltzmann einzelne aufeinanderfolgende Punkte der H-Kurve jeweils mit einem "umgekehrten Baum" verglichen. "... a tree turned upside down with an infinite number of branches passing through each point of the trunk. If you start from any point above the bottom, there are more paths leading down than up, since every upward branch finally turns downward; whereas if you start at the bottom you are more likely to choose a branch running upwards to the trunk. In this way it can be seen how, starting from any value of H above the minimum, $\frac{dH}{dt}$ is more likely to be negative than positive." (Brush, 1976, S. 624)

Boltzmann betrachtet zudem unterschiedlich große Bäume in jedem Punkt. "Almost all these trees are extremely low, and have branches very nearly horizontal. Here H has nearly the minimum value. Only very few trees are higher, and have branches inclined to the axis of abscissae, and the improbability of such a tree increases enormously with its height." (Boltzmann, 1895a, S.545)

Man erkennt die ersten Ansätze zur Modellierung des in jedem Augenblick der zeitlichen Entwicklung zu berücksichtigenden statistischen Verhaltens; zudem wird weiterhin deutlich, daß nun unabhängig vom jeweiligen Anfangszustand der Stoßzahlansatz in seiner wahrscheinlichkeitstheoretischen Version zum "richtigen" Resultat führt, da ja auch lokale Abweichungen, d.h. Zunahmen von H "erlaubt" sind. In der Diskussion mit den Engländern hatte Boltzmann dies explizit so ausgedrückt: "It can only be deduced from the laws of probability, that if the initial state is not specially arranged for a certain purpose, but haphazard governs freely, the probability that H decreases is always greater than that it increases." (Boltzmann, 1895, S. 540)

Die Kompliziertheiten und scheinbaren Widersprüchlichkeiten der H-Kurve waren zentraler Punkt der Auseinandersetzung mit Zermelo, die zur Klärung wichtiger Aspekte beitrug.

II. 3.4.3. Zermelos Wiederkehrinwand: Der statistische Charakter des 2. Hauptsatzes und die Existenz der Atome

In der Auseinandersetzung um die rein mechanische oder statistisch-kinetische Deutung des 2. Hauptsatzes hat Boltzmann als konsequenter Atomist letztlich eindeutig die Rolle der Wahrscheinlichkeitstheorie betont. Ausgehend von dem Glauben an die Existenz der Atome hat er im Anschluß an viele Einwände und Diskussionen die mechanische Gültigkeit des 2. Hauptsatzes relativiert, indem er ihm "nur statistische" Sicherheit zusprach und somit versuchte, den fundamentalen Widerspruch zwischen mikroskopischer Reversibilität und makroskopischer Irreversibilität aufzuheben. Nicht alle Zeitgenossen Boltzmanns zogen aus dieser Problematik die gleiche Konsequenz wie er. Zumal berücksichtigt werden muß, daß bis dahin kein Atom "gesehen" wurde. Ja, die Atomistik wurde gegen Ende des 19. Jahrhunderts um so mehr zum eigentlichen Konflikt in der Auseinandersetzung, je konkretere Formen sie annahm. Mark Kac beschreibt einige Ursachen dieser Kontroverse so: "The price for the atomistic view was thus a rejection of determinism and an acceptance of a statistical approach, and to the scientific establishment of the nineteenth century it was too high a price to pay. It was too high especially since no one has ever 'seen' atoms or molecules and there were no known violations of the second law." (Kac, 1974, S. 439/40)

Neben den Vertretern der sogenannten energetischen Schule Ostwald, Helm, Mach und z.T. auch Planck (vgl. Hiebert, 1971 und 1968) war insbesondere Ernst Zermelo einer der bekanntesten Gegner der Atomistik, welche Boltzmann so vehement vertrat. Im Anschluß an Arbeiten von H. Poincaré hatte Zermelo, zu der Zeit Assistent von Planck, sich mit Boltzmann auf der Grundlage des Wiederkehrinwandes sehr heftig auseinandergesetzt. Poincaré hatte 1890 seinen Wiederkehrsatz

bewiesen, der, bezogen auf ein abgeschlossenes mechanisches System mit endlich vielen Teilchen, aussagt, daß sich dieses System quasi-periodisch verhält. Dh., das System kehrt mit fast sicherer Wahrscheinlichkeit in endlicher, wenngleich möglicherweise sehr langer Zeit, beliebig nahe an seinen Ausgangszustand zurück. Dieser Einwand richtete sich wiederum gegen die absolute Gültigkeit des zweiten Hauptsatzes, worauf schon Poincaré selbst in seiner Arbeit "Mechanistische Weltauffassung und Erfahrung" (1893) hingewiesen hat. (Interessant ist, daß der so formulierte Wiederkehrsatz selbst statistischer Natur ist.)

Hatte Boltzmann anlässlich anderer Einwände die Konsequenz einer statistischen Interpretation gezogen, so richteten sich Poincaré und dann vor allem Zermelo mit ihren Einwänden gerade gegen die atomistische Weltauffassung. "Poincaré und Zermelo ... kamen im Endergebnis für die Perspektiven der Physik zu einem genau entgegengesetzten Schluß. ... Sie sagten: Da die Atomistik und die auf ihr beruhende statistische Mechanik - das hieß für sie die materialistische Naturerklärung - dazu führt, daß der zweite Hauptsatz der Thermodynamik keine exakte Gültigkeit haben kann, so sind die Atomistik (und damit die materialistische Naturerklärung) grundsätzlich falsch oder unzureichend. Zermelo argumentierte daher in einer heftigen Polemik mit Boltzmann gegen die Atomistik und schließlich gegen die Existenz von Atomen."

(Treder, 1971, S. 26/27) Dies verdeutlicht den Kern der Auseinandersetzung. Das Atom wurde zwar schon in der Antike eingeführt und seit langem auch zur Erklärung von Wärmeerscheinungen herangezogen; weiterhin muß berücksichtigt werden, daß "in der Chemie ... sich die Atomistik seit Dalton vollkommen durchgesetzt ... (hatte)", jedoch "machte sich nur ein Teil der Physiker die Atomlehre zu eigen." (Vgl. Broda, 1955, S. 36) Wesentlich war, daß das Atom im Grunde kein eigener physikalischer Forschungsgegenstand war; das Atom diente ausschließlich als Erklärungsmodell, dem ansonsten anscheinend keine Realität zukam. Und die im Rahmen der Atomlehre gegebenen

statistisch-mechanischen Erklärungen für die thermodynamischen Erscheinungen waren übermäßig kompliziert, so die Meinung vieler Physiker. "Why exchange classical simplicity and elegance of thermodynamics for a discipline full of difficulties, uncertainties and paradoxes?" (Kac, 1974, S. 440)

Soweit der allgemeine Problemhintergrund, vor dem Zermelo und Boltzmann sich anhand konkreter Fragen und Auffassungen stritten. Insbesondere die von beiden je verschieden vorgenommene Interpretation der H-Kurve, also einer graphischen Veranschaulichung des Entropieverhaltens stand im Mittelpunkt; hierbei spielte zudem das mit der Atomhypothese zusammenhängende problematische Verhältnis von einerseits mechanisch-kontinuierlichen gegenüber den statistisch-diskreten Gesetzmäßigkeiten eine wichtige Rolle.

So betonte Zermelo schon in seiner ersten Abhandlung (1896), in welcher er den Wiederkehrerwand darstellte, auf der Grundlage seiner mit der klassischen Mechanik verbundenen Vorstellung von der kontinuierlichen Veränderlichkeit aller physikalischen Größen, daß es sich bei dem Verhalten der Entropie um eine "eindeutige und stetige Funktion der Zustandsgröße ..." handeln müsse. Boltzmann reagierte auf diese Arbeit Zermelos mit Argumenten, die denen in der Diskussion mit den Engländern ähnlich wären. Vor allem sind zwei Punkte für unsere Frage nach der Rolle der Wahrscheinlichkeitstheorie von besonderem Interesse. Zum einen verwies Boltzmann ausdrücklich auf die Bedeutung der Wahrscheinlichkeitstheorie für die Herleitung des H-Theorems und zum anderen auf die hiermit verbundenen besonderen Probleme der Anwendung einer solchen (statistischen) Theorie auf die Wirklichkeit.

"Ich habe besonders oft und so deutlich als mir möglich war betont, daß das Maxwell'sche Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung unter Gasmolekülen keineswegs wie ein Lehrsatz der gewöhnlichen Mechanik aus den Bewegungsgleichungen allein bewiesen werden kann, daß man vielmehr nur beweisen kann, daß dasselbe weitaus die größte Wahrscheinlichkeit hat und bei einer großen Anzahl

von Molekülen alle übrigen Zustände damit verglichen so unwahrscheinlich sind, daß sie praktisch nicht in Betracht kommen. An derselben Stelle habe ich auch betont, daß der zweite Hauptsatz vom molekulartheoretischen Standpunkt ein bloßer Wahrscheinlichkeitssatz ist. ...

Der von Hrn. Zermelo zu Anfang auseinandergesetzte Satz Poincarés ist selbstverständlich richtig, aber dessen Anwendung auf die Wärmetheorie ist es nicht." (Boltzmann, 1896, S. 567/8) Denn in seiner Anwendung wird nicht auf die besondere "statistische" Situation Rücksicht genommen, dieser Satz wird im Sinne der klassischen Mechanik angewendet.

Diese beiden Punkte, der statistische Charakter des 2. Hauptsatzes und die Besonderheit der Anwendungen statistischer Theorien bilden den Kern der Auseinandersetzung mit Zermelo in beiden Papieren Boltzmanns.

Verdeutlich werden sie an der H-Kurve, einem Konzept, das aus Boltzmanns Sicht u.a. der klaren und einfachen Darstellung seiner Argumente dienen sollte, jedoch bei Zermelo auf die heftigste Gegenwehr stieß. Das gerade auch Boltzmanns zeitlich unterschiedliche Definitionen der H-Kurve zu Mißverständnissen führten, haben P. und T. Ehrenfest betont: "Boltzmann hat die Bezeichnung 'H-Kurve' in schwankender Bedeutung gebraucht:

- a) für die Treppenkurve,
- b) für die auf ihr herausgegriffene diskrete Punktfolge
- c) für gewisse 'ausgeglättete' stetige Interpolationskurven von a) und b) und hat auch vielleicht nicht immer genügend scharf den Gegensatz von 'H-Kurve' und 'Kurve des H-Theorems' ... betont.

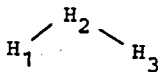
Boltzmanns Ausdrucksweise erweckt sehr leicht die durchaus falsche Vorstellung, als sollte ... unter 'H-Kurve' gerade die glatte Interpolationskurve verstanden werden.

Im speziellen unterstützte er dieses Mißverständnis dadurch, daß er Spitzenmaxima der H-Kurven immer als 'Buckel' bezeichnete, wobei man fast notwendig an ein Maximum mit horizontaler Tangente denkt.

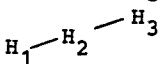
Sobald man unter H-'Kurve' ausschließlich und konsequent die diskrete Punktfolge versteht und beachtet, daß alle ihre höheren Punkte fast ausschließlich Spitzenmaxima bilden, fällt jedes Bedenken gegen die geometrische Zulässigkeit der Aussagen ... weg." (P. und T. Ehrenfest, 1911, S.43)

Die hier angesprochenen "Aussagen" beziehen sich auf die geometrische Beschreibung der H-Kurve unter einer wahrscheinlichkeitstheoretischen Perspektive, was in der Tat für eine rein "funktionsmäßige", mechanisch-kontinuierliche Interpretation unverständlich, ja unzulässig ist. Betrachtet man die H-Kurve als eine diskrete Punktfolge und untersucht man für drei aufeinanderfolgende Zeiteinheiten die vier möglichen Konfigurationen der Werte H_1, H_2, H_3 :

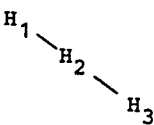
1) Spitzenmaximum :



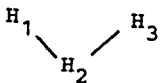
2) monotoner Anstieg :



3) monotoner Abstieg :



4) Minimum :



so gelangt man u.a. zu der Aussage, daß die 1. Konfiguration der Spitzenmaxima, die mit der allergrößten Wahrscheinlichkeit im Verhältnis zu allen anderen ist, wenn man sich weit vom Gleichgewichtszustand entfernt befindet (vgl. P. und T. Ehrenfest, 1911, S.42f und M. Kac, 1959, S.78f).

Daß man es somit "fast immer" mit Spitzenmaxima zu tun hat, ist in der Tat eine mit kontinuierlichen mechanischen Vorstellungen unvereinbare Tatsache; dies setzt geradezu den statistisch-diskreten Standpunkt voraus. Es handelt sich bei der sog. H-Kurve somit um einen ganz anderen als den hergebrachten Funktionsbegriff; die neu hinzugezogenen wahrscheinlichkeitstheoretischen Aspekte erlauben erst die angemessene Interpretation und Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Entropie.

Es wird verständlich, daß Zermelo aufgrund seiner mechanisch-kontinuierlichen Vorstellungen sich mit solch' einer "Kurve" nicht abfinden konnte; für ihn als Mathematiker konnte solch' eine Funktion gar nicht existieren, d.h. mathematisch herleitbar sein; eine Funktion, deren Graph aus lauter Spitzenmaxima besteht, mußte mathematischer Unsinn sein.

Anhand der H-Kurve konnte Boltzmann die "Lösung" des Wiederkehrparadoxon geben: "Die Wahrscheinlichkeitsrechnung führt daher ... zu dem Resultate, daß eine Wiederkehr des ursprünglichen Zustandes durchaus nicht mathematisch ausgeschlossen ist, ja daß dieselbe sogar zu erwarten ist, wenn die Zeit der Bewegung genügend lange ausgedehnt wird, da die Wahrscheinlichkeit eines dem Anfangszustande sehr naheliegenden Zustandes sehr klein, aber nicht unendlich klein ist. Die Konsequenz des Poincaréschen Satzes, ... steht daher in vollstem Einklange mit meinen Lehrsätzen." (Boltzmann, 1896, S. 571)

Boltzmann ist sogar in der Lage, mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie die ungeheuer lange Zeit der Wiederkehr abzuschätzen. Und er merkt an, daß Zermelo nur bei einem real beobachtbaren Widerspruch zum zweiten Hauptsatz, das hieße aber, die dafür benötigte Wiederkehrzeit müßte viel kürzer sein, berechtigt sei, die Theorie aufzugeben. Dies beinhaltet letztlich eine Relativierung des Irreversibilitätskonzepts, als nun dieses nicht mehr "absolut", sondern nur bezogen auf die Wiederkehrzeit definiert wird.

Wie schon angemerkt, polemisiert Zermelo in seiner Antwort

(1897) vor allem gegen die H-Kurve. Zudem macht Zermelo auf den aus seiner Sicht unverständlichen Gegensatz zwischen dem ersten und zweiten Hauptsatz aufmerksam. Entsprechend seiner Auffassung eines strikten Gegensatzes zwischen mechanischen (sicheren) und statistischen (zufälligen) Aspekten betont er: "Hr. Boltzmann dagegen, der an der herkömmlichen mechanischen Auffassung gar nichts geändert wissen will, verwandelt den zweiten Hauptsatz in einen 'bloßen Wahrscheinlichkeits-satz' von zeitlich beschränkter Gültigkeit; er hält aber diese Abänderung, deren prinzipielle Bedeutung er selbst nicht verkennen wird, für durchaus unbedenklich, ja unwesentlich, denn 'praktisch' seien beide Fassungen 'völlig gleichbedeutend'." (Zermelo, 1897, S. 292) Hatte Boltzmann vielleicht zu stark die Vergleichbarkeit der statistisch-mechanischen Änderung der Entropie mit den Gesetzen der klassischen Mechanik, was "praktische" Aspekte betrifft, betont, so hebt Zermelo gerade die Unvereinbarkeit von statistischen und mechanischen Aspekten hervor: "Aus den großen Erfolgen der kinetischen Gastheorie in der Erklärung von Zustandsbeziehungen darf ihre völlige Durchführbarkeit, ihre Anwendbarkeit auch auf zeitliche Vorgänge nicht gefolgert werden, denn beides sind getrennte Gebiete; gibt sie uns auch auf dem einen ein in vielen Beziehungen zutreffendes und darum wertvolles Bild, so muß sie doch auf dem anderen, wo es sich vor allem um die Erklärung irreversibler Vorgänge handelt, ohne ganz neue Annahmen, das ist noch jetzt meine Überzeugung, notwendig versagen." (Zermelo, 1897, S. 299/300)

In Boltzmanns Antwort werden nochmals die beiden zentralen Gesichtspunkt präzisiert. Es handelt sich bei dem H-Theorem um eine statistisch-mechanische Gesetzmäßigkeit und somit erhält die Anwendung dieses statistischen Theorems eine ganz neue Qualität: "Die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitstheorie auf einen bestimmten Fall kann natürlich niemals exakt bewiesen werden. ...

Ganz unbegreiflich ... ist es mir, wie man darin eine Widerlegung der Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung

sehen kann, wenn irgendwelche andere Betrachtungen zeigen, daß innerhalb Äonen hin und wieder Ausnahmen eintreten müssen, denn gerade das lehrt ja die Wahrscheinlichkeitsrechnung ebenfalls." (Boltzmann, 1897, S. 580/1)

An früherer Stelle hatte Boltzmann ganz im Sinne dieser Äußerungen Zermelo schon einmal vorgehalten: "Wenn daher Hr. Zermelo aus der theoretischen Notwendigkeit, daß in einem Gase der Anfangszustand wiederkehren muß, ohne zu berechnen, nach wie langer Zeit dies geschehen muß, den Schluß zieht, daß die Hypothesen der Gastheorie verlassen oder im Fundamente verändert werden müssen, so gleicht er einem Würfelspieler, welcher berechnet hat, daß die Wahrscheinlichkeit, 1000mal hintereinander ein Auge zu werfen, nicht gleich Null ist, und nun schließt, daß seine Würfel falsch sein müssen, weil ihm dieser Fall noch nie vorgekommen ist." (Boltzmann, 1896, S.572/73)

Der sich zwischen Boltzmann und Zermelo zeigende Widerspruch ist kein logischer, und es läßt sich dementsprechend keine logische Entscheidung für oder gegen den einen bzw. anderen herbeiführen. Der Widerspruch drückt vielmehr aus, daß Boltzmann und Zermelo sich jeweils unterschiedlicher Grundannahmen bzw. Voraussetzungen über die "Wirklichkeit" bedienen und daher zu verschiedenen, gegensätzlichen Ergebnissen und Interpretationen gelangen müssen.

Zermelo argumentierte im gesamten Verlauf der Diskussion ausschließlich von dem ihm einzig als zulässig erscheinenden Standpunkt der hergebrachten klassischen mechanischen Weltauffassung und versuchte dementsprechend zu zeigen, daß hiermit die Atomhypothese samt der statistischen Beschreibung unverträglich ist.

Demgegenüber ging Boltzmann als überzeugter Atomist von der statistischen Sicht als einer grundlegenden Position aus, und betonte die Möglichkeit der einheitlichen Behandlung von mechanischer Reversibilität und statistischer Irreversibilität aufgrund dieser wahrscheinlichkeitstheoretischen Auffas-

sung. Dies wird deutlich daran, wie im Verlaufe der gegensätzlichen Diskussionen um die Interpretation des H-Theorems immer stärker die Vorstellung von statistischer Gesetzmäßigkeit expliziert wird und sich im "Modell" der H-Kurve beispielhaft manifestiert. Damit verbunden ist die besondere und komplizierte Anwendung dieser Theorie; Boltzmann sieht als Physiker deutlicher den Zusammenhang zwischen den theoretischen Mitteln und den Bedingungen der konkreten Situation. Die Wahrscheinlichkeitstheorie eröffnet ihm geradezu die Möglichkeit, mit der konkreten Situation besser umgehen zu können, als es etwa die klassische Mechanik erlaubt. Diese Sicht auf das Theorie-Empirie-Verhältnis wird noch deutlicher, erinnert man sich Boltzmanns allgemeiner erkenntnistheoretischer Äußerungen hierzu.

Man könnte kurz die Essenz der gegensätzlichen Argumentation zwischen Zermelo und Boltzmann so darstellen: Zermelo stellt sich (wie dies Boltzmann anfangs auch getan hat) auf den "alten" mechanischen Standpunkt und folgert aus den Widersprüchen zwischen der (statistischen) Interpretation des 2. Hauptsatzes und deren Unvereinbarkeit mit der Mechanik die Unzulässigkeit der Atomistik. Boltzmann hingegen stellt sich (nach langen Auseinandersetzungen und Weiterentwicklungen) bewußt auf den "neuen" Standpunkt der Statistik bzw. statistischen Mechanik und der Atomistik, und dies ermöglicht es ihm umgekehrt, die mechanischen Aspekte der kinetischen Gastheorie bzw. des 2. Hauptsatzes auf der Grundlage der statistischen Mechanik neu zu sehen.

Nicht aus altem Wissen ist neues vollständig ableitbar, erst das neue Wissen kann umgekehrt das alte erklären.

Bevor es jedoch in der Entwicklung der statistischen Gastheorie letztlich dazu kommen konnte, mußte sich in der gesamten Physik das Atom als ein eigenständiger und realer Forschungsgegenstand herausbilden. Einen wichtigen Beitrag stellte hierfür vor allem die mathematische Analyse der Brownschen Bewegung durch A. Einstein (1905) und M. von Smo-

luchowski (1906) dar (vgl. Brush, 1976, Kap.15). Es handelt sich hierbei um die Erklärung der erstmals 1827 von dem englischen Botaniker R. Brown beobachteten "Zick-Zack"-Bewegungen von in eine Flüssigkeit suspendierten Teilchen.

A. Einstein beschreibt seine diesbezüglichen Überlegungen so: "Nicht vertraut mit den früher erschienenen und den Gegenstand tatsächlich erschöpfenden Untersuchungen von Boltzmann und Gibbs entwickelte ich die statistische Mechanik und die auf sie gegründete molekular-kinetische Theorie der Thermodynamik. Mein Hauptziel dabei war es, Tatsachen zu finden, welche die Existenz von Atomen bestimmter endlicher Größe möglichst sicher stellten. Dabei entdeckte ich, daß es nach der atomistischen Theorie eine der Beobachtung zugängliche Bewegung suspendierter mikroskopischer Teilchen geben müsse, ohne zu wissen, daß Beobachtungen über die 'Brownsche Bewegung' schon lange bekannt waren." (Einstein, 1970, S.46)

Indem geradezu der so umstrittene Aspekt "statistische Gesetzmäßigkeit" ernst genommen wurde, man also von vorhandenen Schwankungen ausging, war es möglich, später die von Einstein und Smoluchowski erarbeitete Theorie der Brownschen Bewegung experimentell zu überprüfen.

"Jean Perrin quickly attempted to establish Einstein's theory by experimental tests of the displacement formula and of another formula for the vertical distribution of particles in a fluid. Perrin also claimed that the confirmation of Einstein's theory proved the real existence of the atom, previously considered a merely hypothetical entity. He was remarkably successful in putting over this argument, and in fact the anti-atomistic 'Energetics' movement never recovered from this blow." (Brush, 1976, S.656)

Ähnlich beurteilt Einstein die Bedeutung der Brownschen Bewegung: "Die Übereinstimmung dieser Betrachtung mit der wahren Molekülgröße aus dem Strahlungsgesetz (für hohe Temperaturen) überzeugte die damals zahlreichen Skeptiker (Ostwald, Mach) von der Realität der Atome. Die Abneigung dieser Forscher

gegen die Atomtheorie ist ohne Zweifel auf ihre positivistische philosophische Einstellung zurückzuführen. Es ist dies ein interessantes Beispiel dafür-, daß selbst Forscher von kühnem Geist und von feinem Instinkt durch philosophische Vorurteile für die Interpretation von Tatsachen gehemmt werden können. Das Vorurteil - welches seither keineswegs ausgestorben ist - liegt in dem Glauben, daß die Tatsachen allein ohne freie begriffliche Konstruktion wissenschaftliche Erkenntnis liefern könnten und sollten. Solche Täuschung ist nur dadurch möglich, daß man sich der freien Wahl von solchen Begriffen nicht leicht bewußt werden kann, die durch Bewährung und langen Gebrauch unmittelbar mit dem empirischen Material verknüpft zu sein scheinen." (Einstein, 1970, S.48)

Ganz im Geiste der Äußerung Einsteins: "Erst die Theorie entscheidet darüber, was man beobachten kann." (Heisenberg, 1973, S. 80), gelangte man durch das "Ausnutzen" der statistischen Aspekte im 2. Hauptsatz zu einer Theorie der Brownschen Bewegung, welche dann zu beobachtbaren und überprüfbaren Konsequenzen führte, die die Existenz der Atome garantierten; zudem war nun offensichtlich, was im Grunde jahrelang abgestritten wurde: Es gibt "Verletzungen" und "Abweichungen" vom 2. Hauptsatz, dieser kann nicht "absolute" mechanische Gültigkeit beanspruchen.

II.3.5. Zur Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie in der atomistischen Wärmetheorie - Schlußfolgerungen

II.3.5.1. Das komplizierte Verhältnis von Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Die leitende Problemsicht der bisherigen Darstellung der Entwicklung der atomistischen Gastheorie war das komplizierte Verhältnis zwischen Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie. Zunächst haben wir ausschließlich auf diese Problemdimension bezogen Boltzmanns Arbeiten studiert und andere Herangehensweisen (etwa Ergoden- und Ensembletheorie samt ihrer Stellung) außer Acht gelassen.

Als wichtige Übergänge in der Veränderung haben wir für diese Entwicklung die Auseinandersetzungen mit Loschmidt einmal und Zermelo das andere Mal hervorgehoben. Diese Diskussionen führten zur Explizierung grundlegender neuer Auffassungen über den Zusammenhang von

Mechanik - Atomistik - Wahrscheinlichkeitstheorie.

Vergleicht man nun die "Ergebnisse" beider Phasen, so lassen sich schlagwortartig folgende wichtige Unterschiede herausstellen:

- Der Loschmidtsche Umkehrreinwand führte zur "bewußten" Einbeziehung der Wahrscheinlichkeitstheorie in die Interpretation des 2. Hauptsatzes neben der Mechanik; dabei bleiben zunächst mechanische und statistische Aspekte relativ unabhängig voneinander, ja sie erscheinen, bezogen auf den 2. Hauptsatz, widersprüchlich zueinander. Demgegenüber erbringen die Diskussionen um den Wiederkehrreinwand Zermelos (und davor) eine größere Bewußtheit von der Notwendigkeit des Zusammenhangs zwischen den mechanischen und statistischen Aspekten und führen zudem in Form einfacher Modelle (wie etwa die H-Kurve) zum Versuch, diesen Zusammenhang ansatzweise theoretisch zu explizieren.
- Nochmals deutlich wird dieser Übergang in der je verschiedenen Diskussion um die Rolle der Anfangsbedingungen und des Stoßzahlansatzes.

In der ersten Phase erkennt man die Besonderheiten der Anfangsbedingungen im Vergleich zur Mechanik: Es gibt nicht nur einen "Typ" solcher Bedingungen, die zudem nicht in die mechanische Theorie eingehen; Loschmidts Einwand verweist auf die "beiden" Arten: einmal Anfangsbedingungen, die zum Gleichgewicht hin und zum anderen die, welche hiervon weg führen. Damit gewinnt das Verhältnis, ja die "Statistik" beider Arten von Anfangsbedingungen Bedeutung, und zudem müssen sie explizit in die theoretischen Betrachtungen einbezogen werden.

Weiterhin wird in dieser Diskussion um den Stoßzahlansatz und seine Stellung für die Herleitung des H-Theorems dann der Zusammenhang zwischen mechanischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Aspekten geklärt: Zum einen ist dieser Ansatz eine statistische Unabhängigkeitsannahme, zum anderen bezieht er sich mittels des "Wirkungsgesetzes" auf mechanische Aspekte. Das heißt, er berücksichtigt die Stöße gleichzeitig in wahr-scheinlichkeitstheoretischer und mechanischer Weise. Darüber hinaus läßt sich der Stoßzahlansatz "lokal", d.h. für ein kleines Zeitelement Δt primär in der klassischen Weise interpretieren, während beim Übergang zur globalen Beschreibung die statistischen Aspekte hervortreten: dauernder Eingriff dieses Ansatzes in jedes diskrete Zeitelement, statistische Charakterisierung des Stoßzahlansatzes usw.

Die Rolle der sich verändernden Anfangsbedingungen macht deutlich, daß die neue Theorie, die statistische Mechanik, es nicht mit einem einmaligen Gegenstandsbezug zu tun hat; der Gegenstandsbezug ist ein permanenter, in dem sich die besonders "enge" Beziehung zwischen Theorie und Realität zeigt. Im Gegensatz zur klassischen Mechanik, die davon ausgeht, unabhängig von den Anfangsbedingungen ein System "total" und "endgültig" zu beschreiben, bedarf eine Beschreibung, die auf die Entwicklung und Veränderung des Systems abhebt, welche sich nicht in der hergebrachten klassisch-mechanischen Theorie bewerkstelligen lassen, in grundsätzlicher Weise der Anfangsbedingungen, in welchen quasi die "Geschichte" des Systems steckt.

Dabei wird davon ausgegangen, daß die Anfangsbedingungen, das heißt somit auch die "Geschichte" des Systems, nie insgesamt und ein für allemal, sondern nur teilweise, in Aspekten "bekannt" sind.

- Im Übergang von der ersten Diskussionsphase zur zweiten wird im Unterschied zu einer "rein" statistischen Interpretation in Ansätzen eine Auffassung von statistischer Gesetzmäßigkeit entwickelt, die auch die mechanischen Aspekte berücksichtigt. Die Problematik des 2. Hauptsatzes erfordert nun, daß die statistische Interpretation in gewisser Weise auch als solche "ernstgenommen" wird; d.h. eine statistische Beschreibung bzw. Gesetzmäßigkeit stellt nicht bloß eine (subjektivistische) Annäherung an eine mechanische dar; das statistische "Schwanken" bzw. das Problem der "Abweichungen" und die Frage nach "kleinen" Wahrscheinlichkeiten sind grundsätzlicher Art. In der Diskussion um den statistischen Charakter der Entropiefunktion z.B. taucht letztlich wie schon bei Bernoulli die Zirkularität in der Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie auf; die besondere Art und Weise, wie die Wahrscheinlichkeitstheorie selbst Einfluß auf ihre Anwendungen nimmt, indem sie ihnen "nur" statistische Gültigkeit verleiht (vgl. Boltzmanns Äußerungen hierzu), ist von grundsätzlicher Natur. Gerade in der Diskussion mit Zermelo wird dieser Aspekt der Wahrscheinlichkeitstheorie, daß sie eine "Theorie ihrer eigenen Anwendung" ist, besonders deutlich. Im Unterschied zur Entwicklungsphase bei Bernoulli, in welcher dieser Aspekt der Selbstanwendung auf der Grundlage einer "rein" statistischen Anwendungssituation diskutiert wird, steht dieses Problem nun im Zusammenhang mit dem Wechselverhältnis von Mechanik und Statistik.

Damit werden im Übergang der Diskussionen von Loschmidt zu Zermelo insgesamt die beiden Problemdimensionen der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie behandelt: Einmal der besondere Typ der Wahrscheinlichkeitstheorie, als einer Theorie ihrer eigenen Anwendung bzw. als eine "Theorie 2. Stufe", in der auch die besonders enge Verbindung zwischen Theorie und Gegen-

stand zum Ausdruck kommt. Diese Problematik ist schon bei der Diskussion des Theorems von Bernoulli behandelt worden; weiterhin ist in der Fehlertheorie exemplarisch der Versuch der Transformation dieser Theorie 2. Stufe in eine Theorie 1. Stufe untersucht worden. Indem man zum System der (unabhängigen etc.) statistischen Parameter übergeht und dieses mittels geeigneter Verteilungen beschreibt, entfällt in gewisser Weise das Problem der wahrscheinlichkeitstheoretisch-reflexiven Anwendungen. Ähnliche Vorgehensweisen gibt es in der statistischen Gastheorie in Form der Ergoden- und Ensembletheorie, deren Stellung wir im nächsten Abschnitt untersuchen wollen.

Bisher haben wir zentral das zweite Problem, das historisch neuartige Wechselverhältnis von Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie in seiner Entwicklung in der atomistischen Gastheorie verfolgt. Dies hatte zur Konsequenz, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie letztlich keine "reine" Theorie ist, d.h. sie besitzt keinen rein-statistischen Gegenstand. Jeder von ihr untersuchte Gegenstand hat zufällige, statistische und mechanische, deterministische Aspekte gleichzeitig. Exemplarisch wurde in der bisherigen Diskussion herausgestellt, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie eine "angekoppelte" Theorie ist, eine Theorie, die nicht in absoluter Weise allein benutzt und angewandt werden kann, sondern letztlich immer in einer Art Wechselwirkung an andere Theorien gekoppelt ist; hier war dies gerade die Mechanik.

Diese komplementäre Ankoppelung ermöglicht eine flexiblere und variabelere theoretische Behandlung komplizierter Zusammenhänge und verdeutlicht auch den engen Zusammenhang zwischen Theorie und konkretem Gegenstand.

Damit es möglich wurde, im beschriebenen Übergang diese beiden wichtigen Aspekte der Wahrscheinlichkeitstheorie, nämlich "Theorie ihrer eigenen Anwendung" und "angekoppelte Theorie" bzw.

"Theorie der Anwendung anderer Theorien", bezogen auf die Probleme der Gastheorie fruchtbar zu diskutieren und weiterzuentwickeln, war eine Veränderung in einem zu strikten Gegenstandsverständnis notwendig. Die Atome konnten nicht mehr einfach im Sinne einer klassischen Mechanik als ideale materielle Punkte

aufgefaßt werden; sie waren der eigentliche unbekannte Forschungsgegenstand, über den Wissen in Erfahrung gebracht werden sollte. Die sich durch Loschmidts Einwand ergebende notwendige Einbeziehung der Wahrscheinlichkeitstheorie in den bis dahin relativ strikten Zusammenhang von Atomismus und Mechanik und die damit verbundenen "Lockerungen" in diesem Zusammenhang forderten geradezu dazu auf, sich zur Veränderung ontologischer (hier konkret atomistischer) Vorstellungen Gedanken zu machen. Boltzmann explizierte dementsprechend immer deutlicher in den Auseinandersetzungen während der 2. Phase seine Gegenstandsauffassungen, die vorher zwar "offen" und damit nützlich; jedoch implizit waren. Hiermit einher ging notwendigerweise im Unterschied zur ersten Phase eine ausgedehnte erkenntnistheoretische und metatheoretische Diskussion Boltzmanns. Wir haben diese "neue" Ontologie, in der der Gegenstand als gleichzeitig unbekanntes und bekanntes Objekt der Forschung in seiner widersprüchlichen Form gekennzeichnet ist, anhand der Boltzmannschen Darstellung von "geistigem Bild" diskutiert. Diese Weiterentwicklung des Gegenstandsverständnisses, in welcher mehr und mehr der Blick von der konkreten Natur der Atome weg und stärker auf die strukturellen Beziehungen der unzähligen Atome untereinander ging, war für die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie in der Gastheorie wichtig; sie ist Beispiel für den Zusammenhang zwischen Gegenstandsauffassung und Theorieentwicklung. Zum Problem des Verhältnisses von Wahrscheinlichkeitstheorie und Atomistik merkt Chincin an: "Die Tatsache, daß die in der statistischen Mechanik untersuchten Systeme den allgemeinen Gesetzen der Mechanik gehorchen, verleiht diesen noch keine besonderen Eigenschaften; es wurde schon gesagt, daß die allgemeinen Gesetze jede beliebige Bewegung von Materie beherrschen, gleichgültig, ob diese Bewegung eine Beziehung zur statistischen Mechanik hat oder nicht. Der besondere Charakter der in der statistischen Mechanik untersuchten Systeme besteht hauptsächlich darin, daß diese eine sehr große Zahl von Freiheitsgraden besitzen. Dies bedeutet methodisch, daß der Standpunkt der statistischen Mechanik nicht durch die mechanische Natur der Systeme bestimmt wird, sondern durch den Aufbau der Materie

aus Atomen. Man könnte fast sagen, es sei der Zweck der statistischen Mechanik, zu sehen, wie weitreichend die Folgerungen der Hypothese von der atomistischen Struktur der Materie sind - wobei man von der Natur der Atome und den Gesetzen ihrer Wechselwirkung absieht." (Chincin, 1964, S.16)

Deutlich wird hier in der Betonung der statistischen Charakterisierung eines Systems von Atomen, daß es nicht um die innere Natur, sondern um die Struktur, hier Freiheitsgrade der Vielzahl der Teilchen geht. Jedoch dürfen für ein angemessenes Verständnis von nicht-stationärem Verhalten, wie der Entropiezunahme beim 2. Hauptsatz, die Gesetze der Wechselwirkung nicht vernachlässigt werden. Es ist gerade dieser Zusammenhang von mechanischen und statistischen Aspekten hier wichtig. Und an anderer Stelle bringt Chincin diesen grundlegenden Zusammenhang von Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie in dem folgenden Paradoxon auch zum Ausdruck: "Wir wollen ... mit einem Hinweis abschließen, daß die Zerlegung eines Systems in Komponenten zu einem spezifischen methodischen Paradoxon führt, wie dies schon oft bemerkt wurde. Wie wir schon ... erwähnten, wird trotz der Allgemeinheit und Abstraktheit der Hypothesen der statistischen Mechanik doch stets angenommen, daß die Teilchen der Materie in einem Zustand intensiver energetischer Wechselwirkung sind, wobei die Energie eines Teilchens auf ein anderes übertragen wird (beispielsweise durch Stöße). ... Wenn wir jedoch die Teilchen, die zu einem bestimmten physikalischen System gehören, als Komponenten in dem oben definierten Sinne auffassen, schließen wir die Möglichkeit energetischen Wechselwirkung zwischen ihnen aus." (Chincin, 1964, S.48)

V
Sackov kommentiert dies so: "Die Objektsysteme, deren Untersuchung den Ausgangspunkt zum Aufbau der statistischen Mechanik bildete, besitzen eine sehr wesentliche Besonderheit: die Wechselwirkungen zwischen den Objekten, die ihren Systemzusammenhang bewirken, sind ihrer Größe nach relativ unbedeutend, so daß man sie bei Rechnungen vernachlässigt. Aus diesem Grunde sagt man auch, die statistische Physik ginge von der Untersuchung von Systemen nichtwechselwirkender (unverbundener,

'freier') Teilchen aus. Das bedingt ein gewisses methodologisches Paradoxon: die Existenz von Wechselwirkungen zwischen den Elementen der untersuchten Systeme wird in der statistischen Mechanik sowohl anerkannt als auch nicht anerkannt." (Sačkov, 1969, S.53)

U.E. beinhaltet dieses Paradoxon geradezu die "widersprüchliche" Beziehung von Statistik und Mechanik, wie sie hier in Form von gleichzeitiger statistischer Unabhängigkeit (keine Wechselwirkung) und mechanischer Abhängigkeit (Wechselwirkung vorhanden) der Teilchen des Systems zum Ausdruck kommt; zugleich beleuchtet dieses Paradoxon das komplizierte Verhältnis zwischen Theorie und Gegenstand, zwischen Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie einerseits und Atom andererseits: den Atomen "haften" quasi beide gegensätzliche Aspekte an; man muß in der theoretischen Behandlung und Untersuchung des Atoms bzw. der Systeme von Atomen beide berücksichtigen. Damit kann jedoch der Gegenstand nicht "fertig" vorgegeben sein und die Theorie sich an ihm "ausrichten"; vielmehr zwingen die unbekanntes und auch im Erkenntnisprozeß "widersprüchlichen" Aspekte des Gegenstandes dazu, im dauernden Wechsel mit der Theorie das Wissen über den Gegenstand zu entwickeln, ihn zu erkennen.

Hiermit ist auch der Gesichtspunkt angesprochen, daß Erkenntnis niemals total und umfassend in einem absoluten Sinne ist, sondern immer relativ und sich nur auf Ausschnitte der Wirklichkeit bezieht. In der Theorienkonzeption Sneeds drückt sich dies darin aus, daß er die Wichtigkeit verschiedener Anwendungen einer Theorie betont und so etwas wie eine universelle, die gesamte Wirklichkeit umfassende Anwendung verneint. Gerade die Wahrscheinlichkeitstheorie ist in zugespitzter Weise Beispiel für diese Relativität der Erkenntnis, und zwar sowohl was die "Ausgliederung" der von ihr betrachteten Wirklichkeit als auch die "Gültigkeit" der von ihr gemachten Aussagen betrifft; ja die Wahrscheinlichkeitstheorie trägt als angekoppelte Theorie diesen Standpunkt der relativen Erkenntnis geradezu in andere Theorien hinein.

Damit verbunden ist die Rolle des Subjekts im Erkenntnisprozeß. Wurde zunächst in alternativer Gegeneinandersetzung der Wahrscheinlichkeitstheorie ausschließlich eine subjektive Funktion zugeordnet, während die Mechanik in objektiver Weise die Realität beschreibt, so bringt die Auseinandersetzung um den 2. Hauptsatz auch in dieses Verhältnis neue Gesichtspunkte. Dabei kann es jedoch nicht darum gehen, die Bedeutung und Funktion der Wahrscheinlichkeitstheorie einfach zu "verobjektivieren", indem jegliche subjektiven Aspekte negiert werden.

Boltzmann war sich auf allgemeiner Ebene der Bedeutung des Zusammenhangs zwischen Erkenntnissubjekt und -objekt durchaus bewußt. Wir haben dies an seinen Äußerungen zur Entwicklung sowohl des Wissens als auch der Gesetze der Erkenntnis verdeutlicht.

In weiteren Diskussionen zur statistischen Interpretation des 2. Hauptsatzes wird ganz konkret für die Wahrscheinlichkeitstheorie diese Subjekt-Objekt-Beziehung sichtbar.

So arbeitet beispielsweise Max Born einen "Zirkel" als Konsequenz des 2. Hauptsatzes heraus, der einen unauflösbaren Zusammenhang zwischen Erkenntnisinstrument, Experiment usw. und Erkenntnisobjekt, zwischen subjektiven und objektiven Aspekten beinhaltet. "But beyond this physical result, Einstein's theory of Brownian motion had a most important consequence for scientific methodology in general. The accuracy of measurement depends on the sensitivity of the instruments, and this again on the size and weight of the mobile parts and the restoring forces acting on them. Before Einstein's work it was tacitly assumed that progress in this direction was limited only by experimental technique. Now it became obvious that this was not so. If an indicator, like the needle of a galvanometer, became too small or the suspending fibre too thin, it would never be at rest but perform a kind of brownian movement. This has in fact been observed." (Born, 1964, S.63/64)

Glaubte man zunächst noch, die sich hier ergebende Schwierigkeit umgehen zu können, indem man etwa die Messungen bei möglichst niedriger Temperatur vornimmt, so wird im Zusammenhang mit der Entwicklung der Quantenmechanik auf den grundlegenden Aspekt dieses Problems verwiesen. Die Heisenbergsche Unschärferelation stellt letztlich einen "Zirkel" vom gleichen Typ dar.

Borns Aussagen machen schlagartig klar, daß das im 2. Hauptsatz beschriebene statistische Schwanken, daß die Abweichungen Ausdruck der prinzipiellen Differenz zwischen Theorie und Realität sind; sie beinhalten quasi diesen Unterschied, ja die "Reibung" zwischen Theorie und Realität und erfordern somit auch immer eine Einschätzung über den Zusammenhang von Theorie und Realität. Diese Beurteilung der Güte einer theoretischen Prognose im Vergleich mit der Realität kann nur z.T. von der Theorie selbst "erledigt" werden; sie ist darüber hinaus von der konkreten Situation und ihren Bedingungen und damit auch einer subjektiven Bewertung abhängig. Daß die Wahrscheinlichkeitstheorie eine Theorie 2. Stufe ist, daß sie es als Theorie mit ihren eigenen Anwendungen zu tun hat und daß der statistische Charakter ihrer Gesetzmäßigkeiten von prinzipieller Natur ist, bedeutet gerade, daß auch subjektive Bewertungen mit eingehen. Ob etwa eine Wahrscheinlichkeit vernachlässigbar klein ist, um eine statistisch-theoretische Prognose als einigermaßen mit der Realität vergleichbar ansehen zu können, bedarf eben neben objektiven auch einem Maß an subjektiven Aspekten der Bewertung.

In der konkreten Anwendungssituation wird somit die wechselseitige Beziehung von subjektiven und objektiven Aspekten im Erkenntnisprozeß sichtbar.

Des weiteren wird die subjektive Seite des Erkenntnisprozesses in der Diskussion des Zeitproblems im Zusammenhang mit dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik relevant. Üblicherweise wird dem 2. Hauptsatz vielfach zuerkannt, die erste physikalische Gesetzmäßigkeit zu sein, in welcher die Zeit wegen der Irreversibilität thermodynamischer Vorgänge im Gegensatz zur reversiblen

Mechanik eine grundlegende Rolle spielt. Es stellt sich nun die Frage, ob dieser Zeitbegriff in gewisser Weise aus dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik "ableitbar" ist, oder ob man nicht umgekehrt von der Zeit "vorher" Gebrauch machen muß, um den 2. Hauptsatz deuten zu können.

Bezogen auf die statistische Interpretation des 2. Hauptsatzes mittels des Boltzmannschen H-Theorems hat v. Weizsäcker (1939) auf unannehmbare Konsequenzen für die Anwendung des H-Theorems auf die Vergangenheit hingewiesen. Als erster hatte Gibbs davor gewarnt: "Man darf nicht vergessen, daß, wenn unsere Gesamtheiten die Wahrscheinlichkeiten für Vorgänge der wirklichen Welt erläutern sollen, zwar die Wahrscheinlichkeiten späterer Ereignisse oft aus den Wahrscheinlichkeiten früherer Ereignisse bestimmt werden können, aber nur selten Wahrscheinlichkeiten von früheren Ereignissen aus denen der späteren; denn wir sind selten berechtigt, auf die Betrachtung der vorhergehenden Wahrscheinlichkeit früherer Ereignisse zu verzichten." (Gibbs, 1905, S. 153/54)

Der Kern der Argumentation v. Weizsäckers läßt sich so darstellen: "Die statistische Interpretation erlaubt mit größter Wahrscheinlichkeit, wenn zur Zeit t_0 ein $H_0 > H_{\min}$ vorliegt, für $t_0 + \tau$ ein $H_{t_0 + \tau} < H_0$ zu erschließen. Derselbe Schluß ergibt aber auch für $t_0 - \tau$ ein $H < H_0$. Der Grund hierfür liegt in der geringen Häufigkeit größerer Abweichungen von H_{\min} , so daß ein H_{\min} noch wesentlich häufiger eine Spitze in der Schwankungskurve von H darstellt als einen mittleren Wert auf einem aufsteigenden oder abfallenden Ast.

Wenn man also von einem Zeitentwurf ausgeht, bei dem alle Punkte der Zeitachse gleichartig sind, d.h. nicht nach vergangenen und zukünftigen unterschieden werden, so ist es nicht möglich, für H ein monoton abfallendes Verhalten in einer Richtung der Zeitachse zu erschließen. Man bleibt im Grunde bei Aussagen über die Schwankungskurve von H stehen. Hebt man dagegen einen Zeitpunkt als den der Messung heraus, so ist damit über alle Zeitpunkte bis zur Messung entschieden, und was zu diesen Zeit-

punkten vorlag, ist Gegenstand der Rekonstruktion, während die andere Hälfte der Zeitachse Zeitpunkte darstellt, die als zukünftige durch einen von den gemessenen Werten als Anfangswerten ausgehenden Prozeß bestimmbar sind." (Böhme, 1966, 78/9) (Vgl. hierzu auch die frühere Anmerkung, daß ein "Spitzenmaximum" der H-Kurve die überaus wahrscheinlichste Konfiguration darstellt.)

Kurz, vom statistischen Standpunkt gesehen, ist bei Fragen nach vergangenen Zeitpunkten ein (unwahrscheinlicherer) Zustand mit größerem H (negative Entropie) weniger häufig zu erwarten als ein aufgrund der bestehenden statistischen Schwankungen (wahrscheinlicherer) Zustand mit kleinerem H. D.h. also, auch in diesem Kontext liegt das Problem darin, zwischen realen Zuständen und statistischen Schwankungen um diese Zustände zu unterscheiden bzw. diese zu bewerten.

v.Weizsäcker folgert auf Grund seines Arguments: "Der statistische Schluß auf die Vergangenheit führt also auch im Rahmen des Boltzmannschen Bildes zu absurden Konsequenzen." (v.Weizsäcker, 1936, S.473)

Krüger beurteilt diese Tatsache, daß der Zeitbegriff eine Voraussetzung und nicht eine Konsequenz der statistischen Interpretation des 2. Hauptsatzes ist, so: "C.F. von Weizsäcker has discussed this idea carefully and shown that its acceptance leads to the more general conclusion that in physics one cannot always disregard the existence of the physicist himself, especially not of his consciousness of time." (Krüger, 1976, S.302)

Ein dem v.Weizsäckerschen in der Struktur ähnliches Argument trägt Wiener vor; selbst in der Newtonschen Mechanik, so Wiener, muß man die Asymmetrie der Zeit letztlich beachten, da man nie absolut exakte Werte, sondern im Grunde nur statistische Verteilungen solcher Werte beobachten kann. Mit diesen Verteilungen treten nun auch Schwankungen auf, die eine Umkehrung des durchgeführten Vorganges oder Experimentes nicht erlauben. "Kurzum wir sind zeitlich gerichtet, und unsere Beziehungen

zur Zukunft unterscheiden sich von unseren Beziehungen zur Vergangenheit. Alle unsere Fragen und alle unsere Antworten sind gleicherweise durch diese Asymmetrie bedingt."

(Wiener, 1969, S.57) Damit sind die subjektiven Aspekte in der Erkenntnis nicht eliminierbar.

Bisher haben wir entsprechend dem problematischen Verhältnis von mechanischen zu wahrscheinlichkeitstheoretischen Aspekten in der Diskussion um die Entwicklung des 2. Hauptsatzes uns unter dieser Perspektive mit weiteren Fragen wie dem Gegenstand-Methode-Verhältnis und der Subjekt-Objekt-Beziehung befaßt; im Vordergrund standen also Probleme des Wahrscheinlichkeitsbegriffs im Zusammenhang mit der Kennzeichnung einer "angekoppelten Theorie". Im nächsten Abschnitt sollen nun kurz die in Form der Ergoden- und Ensembletheorie vorgenommenen Versuche der Transformation dieser Theorie zweiter Stufe in eine Theorie erster Stufe dargestellt werden; zentral geht es hierbei um die Entwicklung eines angemessenen theoretischen Objektverständnisses für die Wahrscheinlichkeit.

II.3.5.2 Die Transformation einer Theorie 2. Stufe in eine Theorie 1. Stufe, diskutiert am Beispiel der Ergoden- und Ensembletheorie

Ähnlich dem Übergang von den Glücksspielbetrachtungen zur Fehlertheorie, in dem das einzelne Zufallsereignis durch ein System zahlreicher solcher Zufallselemente "ersetzt" wird, sind in der Entwicklung der atomistischen Gastheorie von Anfang an Bestrebungen festzustellen, durch die Wahl "geeigneter" Systeme von Zufallsparametern bzw. Ensembles, die Theorie zu "vereinfachen" und den anstehenden Problemen besser gerecht zu werden. Stellt sich dieser Übergang bei der Fehlertheorie primär unter dem Aspekt der einfachen und geschickten "Ersetzung" eines komplizierten Gegenstandes durch einen geeigneteren dar, so wird in den Arbeiten zur Gastheorie ein zusätzlicher Aspekt deutlich: Hier ist nicht von vornherein klar, was der Untersuchungsgegenstand ist bzw. was Element des Systems und was System ist. Ist z.B. ein Gasmolekül Element des Gassystems, oder wird es den Problemen gerechter, das konkrete Gassystem selbst als Element eines statistischen Ensembles aufzufassen?

Damit wird stärker auf die Beziehung Element - System abgehoben, auf die wechselseitige Betrachtung von Teil und Ganzem, und nicht einfach die Ablösung des Teils durch das Ganze in den Vordergrund gestellt.

Ein Grundanliegen dieser Bestrebungen war es letztlich, die besonderen Schwierigkeiten, welche mit der Wahrscheinlichkeitstheorie hineinkamen, die etwa in dem Problem der "Selbstanwendung" liegen, in gewisser Weise zu eliminieren. Wie in der Fehlertheorie sollte mit der Einführung einer neuen Betrachtungsweise des Gegenstandes und der Beschreibung durch Verteilungen diese neue Theorie dem alten "mechanischen" Theorientyp vergleichbar gemacht werden. Beim Übergang zur Fehlertheorie haben wir zudem darauf hingewiesen, daß diese Bestrebungen auch Resultat der allgemeinen Arbeitsteilung waren: Die "reine" Wahrscheinlichkeitstheorie hat es mit den Verteilungen zu tun, die angewandte Theorie, die Statistik mit dem

Problem, diese Verteilungen für den je konkreten Einzelfall zu interpretieren.

In der Gastheorie sind in dieser Hinsicht die Ergoden- und die Ensembletheorie zu nennen.

Der Grundgedanke der Ergodentheorie ist folgender: Das Gas-system mit seiner sehr großen Anzahl von Teilchen wird in einen hochdimensionalen (Anzahl der Freiheitsgrade des Systems) Raum, den sog. Γ -Raum transformiert, wobei nun das Verhalten des gesamten Systems durch die Bewegung eines Punktes in diesem Raum beschrieben wird. Eine mechanische Grundgleichung, die sog. Hamilton-Funktion bestimmt nun die Bewegung dieses Systems!

(Zur ausführlichen Darstellung vgl. vor allem P. und T. Ehrenfest, 1911, Kap. 10; M. Kac, 1959, Kap. 5; A. Münster, 1959.)

Die Vorgehensweise der Ergodentheorie stand zunächst stark unter einer rein mechanischen Perspektive und auch Boltzmann meinte anfangs, so einen mechanischen Beweis des 2. Hauptsatzes liefern zu können. "Boltzmann had already in 1868 admitted that the ergodic hypothesis led to a much simpler treatment of the kinetic theory of heat than collision theory; but - at least as long as he had not yet recognized the problems involved in the Stoßzahlansatz - he preferred the more complex procedure, in which he found a 'strict proof', which was 'free from all hypotheses' of the nature of thermal phenomena." (L. Krüger, 1976, S.300)

Die im Verlaufe der Entwicklung dieser Theorie sich zeigenden Probleme, vor allem die Frage nach der Gültigkeit der sog. Ergodenhypothese und die Schwierigkeiten der Existenz des ergodischen Limes, ließen eine rein mechanische Behandlung der atomistischen Gastheorie immer unwahrscheinlicher erscheinen; zudem mußten immer stärker wahrscheinlichkeitstheoretische Betrachtungen einbezogen werden.

Die Ergodentheorie stellt einen Versuch dar, und dies sollte deutlich werden durch eine neue Sichtweise auf den Gegenstand

und hierbei vor allem mittels eines grundlegenden mechanischen Standpunktes, in den alle mechanischen Parameter im Prinzip aufgenommen sind, den Schwierigkeiten der Mechanik eines Gassystems besser gerecht zu werden.

Im Zusammenhang mit der Ergodentheorie werden auch erste Versuche in der Ensembletheorie unternommen; diese interessieren uns insofern stärker, da hier von vornherein dem Gesichtspunkt der Wahrscheinlichkeitstheorie eine grundlegendere Bedeutung zuerkannt wird.

Im Verlaufe seiner Überlegungen zur Ergodentheorie hat Boltzmann die Betrachtung eines einzelnen Systems durch die Behandlung einer statistischen Gesamtheit (Ensemble) gleichartiger verschiedener Systeme (heute würde man sagen: verschiedene Realisierungen eines Systems) ersetzt.

"Den Ausgangspunkt bildete die Überlegung, daß ein nur durch makroskopische Parameter charakterisiertes System vom Standpunkt einer molekularen Theorie nur ganz unvollständig beschrieben ist und daher nur durch eine statistische Gesamtheit repräsentiert werden kann, welche alle mit den Werten der makroskopischen Parameter vereinbaren und dem Originalsystem zugänglichen mechanischen Zustände umfaßt." (Münster, 1959, S.209) Man betrachtet gleichzeitig eine Vielzahl von Exemplaren des Originalsystems und deren Verteilung bzw. Dichte auf der Energiefläche Ω . Historisch ist diese Herangehensweise von Maxwell und Boltzmann erstmals durchgeführt worden. "Die ... skizzierte Boltzmannsche Überlegung (nämlich die Ergodenhypothese) macht zum ersten Male (1871) Gebrauch von statistischen Gesamtheiten und bezeichnet daher eigentlich den Beginn der modernen statistischen Mechanik. Allerdings wird die Ensembletheorie hier nur als mathematischer Trick eingeführt." (Münster, 1959, S.188/89)

Einen ersten systematisch-theoretischen Ansatz der zunächst hilfsmäßig von Boltzmann eingeführten Ensembles gab J.W. Gibbs, indem er diese zur Grundlage des Aufbaus seiner Theorie machte. U.a. geht es hierbei um das Problem, welche Verteilung man dem betrachteten Ensemble geben sollte. Hatte Boltzmann einfach eine konstante Verteilung zugrunde gelegt (mikrokanonisches Ensemble), so ergeben sich bei Variation von Energie und dann auch Anzahl der Partikel der vielen Einzelsysteme weitere Verteilungen (kanonisches Ensemble, groß kanonisches Ensemble), die ähnlich den wahrscheinlichkeitstheoretischen Überlegungen Boltzmanns zur Herleitung der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung aufgestellt werden. Der Zusammenhang bzw. der Übergang dieser verschiedenen Verteilungen ineinander konnte gezeigt werden; jedoch ist in jedem Falle letztlich die Annahme einer speziellen Verteilung der Systeme, also einer Dichte, für ein vorgegebenes System nicht "exakt" begründbar, sondern von wahrscheinlichkeitstheoretischen "a priori" Entscheidungen abhängig.

Zur Einschätzung der Ergodentheorie einerseits und der Ensembletheorie andererseits läßt sich vielleicht anmerken, daß sie jeweils in gewissem Sinne Ausdruck des Grundproblems zwischen Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie sind; und zwar insofern, als in der Ergodentheorie stärker die mechanischen und in der Ensembletheorie stärker die statistischen Aspekte repräsentiert sind.

Anders läßt sich dies so darstellen: Die zentralen Fragen der atomistischen Gastheorie sind die Beschreibung des Gleichgewichtszustandes einerseits und die zeitliche Entwicklung zum Gleichgewichtszustand hin andererseits; beide Probleme sind voneinander abhängig. Dieser komplizierte Zusammenhang läßt sich an den Untersuchungen Boltzmanns und Gibbs beispielhaft diskutieren. "Die Erkenntnisinteressen von Boltzmann einerseits und Gibbs andererseits lassen sich schlagwortartig so kennzeichnen: Zentrales Erkenntnisinteresse von Boltzmann war die zeitliche Entwicklung von sehr großen Partikelsystemen. Die Boltzmannsche Gleichung ist ein großer

Schritt voran im Verständnis dieser Zeitentwicklung, jedoch kein abschließender, weil ihre Herleitung unkontrollierbare Approximationen und ernsthafte konzeptionelle Probleme beinhaltet.

Das zentrale Thema des Gibbs'schen Denkens war die Beschreibung der Gleichgewichtszustände sehr großer Partikelsysteme durch die wohlbekannten Ensembles. Die Rechtfertigung dieser Ensembles durch Ergodizität oder etwas Analoges - dies bedeutet in der Tat wieder Zeitentwicklung - ist auch heute noch nur in einigen einfachen Fällen möglich. Die Tatsache, daß die Ensembles ein Gleichgewicht beschreiben, wird heute nicht mehr bezweifelt, und die mathematischen Probleme, die in der Theorie dieser Ensembles auftauchen (thermodynamischer Limes, Äquivalenz von Ensembles etc.) sind entweder gelöst oder werden ziemlich gut verstanden." (Zessin, 1977, S.13)

Dies verdeutlicht nochmals den wechselseitigen Zusammenhang von Mechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie, wie er in der Behandlung der Probleme der kinetischen Gastheorie gefordert wird: Der Gleichgewichtszustand des Systems ist zwar primär mit den Mitteln der Wahrscheinlichkeitstheorie zu charakterisieren, aber letztlich ist etwa die Eindeutigkeit etc. dieses Zustandes nicht ohne die zeitliche Entwicklung und damit die Dynamik des Systems zu verstehen. Und andererseits benötigt auch die mechanische Beschreibung der zeitlichen Entwicklung zum Gleichgewicht eine statistische "Korrektur".

In der Herangehensweise der modernen statistischen Mechanik sind die hier beschriebenen Ansätze aufgenommen worden. Den statistischen "Anteilen" des Gegenstandes wird man gerecht, indem man vom einzelnen konkreten Gassystem zu einem Ensemble übergeht; so wird es möglich, die mechanischen Aspekte des Systems davon relativ unabhängig etwa mittels Betrachtungen der Ergodentheorie zu analysieren. Anstatt etwa die statistisch-mechanische Entwicklung der Entropiezunahme eines Gassystems zu beschreiben, betrachtet man ein Ensemble von Systemen und studiert quasi die mechanische Entwicklung der Verteilung dieses Ensembles.

Schon 1904 umriß Boltzmann die Aufgabe der statistischen Mechanik: "Da in den Differentialgleichungen der Mechanik selbst absolut nichts dem zweiten Hauptsatze Analoges existiert, so kann derselbe nur durch Annahmen über die Anfangsbedingungen mechanisch dargestellt werden. Um die hierzu tauglichen Annahmen zu finden, müssen wir bedenken, daß wir behufs Erklärung kontinuierlich scheinender Körper voraussetzen müssen, daß von jeder Gattung von Atomen oder allgemeiner, mechanischen Individuen außerordentlich viele in den mannigfaltigsten Anfangslagen befindliche vorhanden sein müssen. Um diese Annahme mathematisch zu behandeln, wurde eine eigene Wissenschaft erfunden, welche nicht die Aufgabe hat, die Bewegungen eines einzelnen mechanischen Systems, sondern die Eigenschaften eines Komplexes sehr vieler mechanischer Systeme zu finden, die von den mannigfaltigsten Anfangsbedingungen ausgehen. Das Verdienst, diese Wissenschaft in ein System gebracht, in einem größeren Buche dargestellt und ihr einen charakteristischen Namen gegeben zu haben, gebührt einem der größten amerikanischen Gelehrten, was reines abstraktes Denken, rein theoretische Forschung anbelangt, vielleicht dem größten, Willard Gibbs, dem kürzlich verstorbenen Professor vom Yale College. Er nannte diese Wissenschaft die statistische Mechanik. Sie zerfällt in zwei Teile. Der erste untersucht die Bedingungen, unter welchen sich die äußerlich bemerkbaren Eigenschaften eines Komplexes sehr vieler mechanischer Individuen gar nicht ändern, trotz lebhafter Bewegung der Individuen, diesen ersten Teil möchte ich statistische Statik nennen. Der zweite Teil berechnet die allmählichen Änderungen dieser äußerlich sichtbaren Eigenschaften, wenn jene Bedingung nicht erfüllt ist. Er mag die statistische Dynamik heißen. Auf die weite Perspektive, welche sich uns eröffnet, wenn wir an eine Anwendung dieser Wissenschaft auf die Statistik der belebten Wesen, der menschlichen Gesellschaft, der Soziologie usw. und nicht bloß auf mechanische Körperchen denken, mag hier nur mit einem Worte hingewiesen werden."

(Boltzmann, 1905, S.360/61)

Damit ist jedoch zunächst nur ein Forschungsprogramm formuliert, in dem große Probleme, wie etwa die "Lösung" der allgemeinen Boltzmannschen H-Gleichung, noch auf ihre erfolgreiche Bearbeitung warten.

Mit diesen Ansätzen von Ensemble- und Ergodentheorie sind jedoch gewisse Änderungen im Verständnis der statistischen Gastheorie vollzogen worden; indem man hier zu einem komplexeren Gegenstand, nämlich dem Ensemble, übergeht, lassen sich mechanische und wahrscheinlichkeitstheoretische Aspekte voneinander "trennen"; man studiert gewissermaßen die "Mechanik der Wahrscheinlichkeitsverteilungen". Deutlich wird diese Sicht der statistischen Mechanik in Borns Frage: "How is it possible that probability considerations can be superimposed upon the deterministic laws of mechanics without a clash?

These laws connect the state at a time t to the initial state, at time t_0 , by definite equations. They involve, however, no restriction on the initial state. This has to be determined by observation in every concrete case. But observations are not absolutely accurate; the results of measurements will suffer scattering according to Gauss's rules of experimental errors. In the case of gas molecules, the situation is extreme; for owing to the smallness and excessive number of the molecules, there is almost perfect ignorance of the initial state.

The only facts known are the geometrical restriction of the position of each molecule by the walls of the vessel, and some physical quantities of a crude nature, like the resultant pressure and the total energy: very little indeed in view of the number of molecules (about 10^{19} per c.c.).

Hence it is legitimate to apply probability considerations to the initial state, for instance the hypothesis of molecular chaos. The statistical behaviour of any future state is then completely determined by the laws of mechanics. This is in particular the case for 'statistical equilibrium', when the observable properties are independent of time; in this case any later state must have the same statistical properties as the initial state (e.g. it must also satisfy the condition

of molecular chaos)." (Born, 1964, S.48)

Die moderne statistische Mechanik entwickelt also folgende theoretische Sichtweise: Indem man die ursprüngliche Theorie 2. Stufe in ein Modell einer Theorie 1. Stufe transformiert, hebt man die vielen Besonderheiten der konkret vorgegebenen Situation quasi in einer statistischen Verteilung auf. Der statistische Charakter des behandelten Problems wird in den Begriff der Verteilung gesteckt; die Permanenz des Gegenstandsbezugs und seine Vielfalt wird in Form der Verteilung über ein Ensemble quasi einmalig aufgenommen; so wird etwa aus den "besonderen" Anfangsbedingungen nun durch die Verteilung eine neue "mechanische" Art der Anfangsbedingung gemacht.

Man formt die statistisch-mechanische Gastheorie zu einem "mechanischen" Theorientyp; dabei wird das Anwendungsproblem in der Verteilung über das Ensemble aufgehoben und auch aus der neuen Theorie, der statistischen Mechanik gewissermaßen ausgesondert (ähnlich wie bei der modernen Wahrscheinlichkeitstheorie, wo die Anwendungen durch die Statistik untersucht werden.)

Die spezifischen Besonderheiten der Anwendungen und des Gegenstandsbezugs der Wahrscheinlichkeitstheorie wurden in der modernen statistischen Mechanik zwar "ausgeblendet"; jedoch dürfen diese Besonderheiten nicht völlig aus dem Blick geraten, denn sonst wird aus der angestrebten Transformation der Theorie 2. Stufe in die Theorie 1. Stufe letztlich ein Reduktionismus. Vielmehr erlaubt diese Transformation gerade eine Arbeitsteilung in eher theoretische und stärker anwendungsspezifische Probleme, und damit eine effektivere Bearbeitung der Schwierigkeiten; dafür ist es jedoch notwendig, bezogen auf eine allgemeine Perspektive, den Zusammenhang zwischen den Fragen der Anwendung und der Theorie, ja die Besonderheiten des hier so engen Gegenstandsbezugs der Theorie im Auge zu behalten.

Insgesamt hat die historische Analyse des Wahrscheinlichkeitsbegriffs unter der Perspektive des Anwendungsbezugs auf zwei grundlegende Problemdimensionen aufmerksam gemacht:

1. Das Verhältnis einer Theorie 2. Stufe zur Transformation dieser Theorie in eine Theorie 1. Stufe.

Hiermit sind die besonderen und engen Beziehungen zwischen der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihren Anwendungen angesprochen; es geht also um die Entwicklung eines angemessenen theoretischen Objektverständnisses, welches der Teil-Ganze-Problematik gerecht wird.

2. Das Verhältnis zwischen Wahrscheinlichkeitstheorie und Mechanik (bzw. zwischen statistischen und deterministischen Aspekten).

Nicht die alternative Gegenübersetzung von mechanischen ("objektiven") und wahrscheinlichkeitstheoretischen ("subjektiven") Aspekten, sondern ihr wechselseitiger Zusammenhang erlauben eine angemessene Bearbeitung der Anwendungen. Es gibt in gewisser Weise keinen rein wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegenstand, immer spielen mechanisch-kausale und statistisch-zufällige Momente zusammen eine Rolle; die Wahrscheinlichkeitstheorie ist eine "angekoppelte" Theorie. Dies wirft zudem ein neues Licht auf das Subjekt-Objekt-Verhältnis; es verändert den Gegensatz in eine wechselseitige Beziehung von subjektiven und objektiven Aspekten der Erkenntnis.

Im nächsten Kapitel wollen wir unter logisch-systematischen Gesichtspunkten diese beiden Probleme und ihren Zusammenhang untersuchen.