6. Messung digitaler Signale mittels heterodyner Mischung

Bisher wurden digitale Signale mittels der EKM immer unter Anwendung der Samplingtechnik (siehe Kapitel 2.4.2.) gemessen, während die heterodyne Mischtechnik (siehe Kapitel 2.4.1.) überwiegend zur Messung harmonischer Probenspannungen eingesetzt wurde. Die heterodyne Mischtechnik besitzt gegenüber der Samplingtechnik mehrere Vorteile. Zum einen muss die Signalform nicht zeitlich langsam abgerastert werden, so dass eine deutlich höhere Messgeschwindigkeit erreicht werden kann. Weiterhin hängt die Spannungsauflösung nicht von der Breite der Abtastpulse ab, womit gerade für Messungen mit extrem hochfrequenten Signalen, welche ultrakurze Abtastpulse erfordern, ein Empfindlichkeitsvorteil besteht. Außerdem erlaubt die Durchführung von Flächenrasterungen eine einfache Signalpfadverfolgung, während dies mit Samplingtechnik nicht ohne weiteres möglich ist. Aufgrund dieser Vorteile ist es wünschenswert, die heterodyne Mischtechnik auch zur Messung digitaler Signalfolgen nutzen zu können. In diesem Kapitel wird daher untersucht, inwiefern über die Messung harmonischer der Komponenten Probenspannung mittels der heterodynen Mischtechnik eine Aussage über die Bitkombination der digitalen Probenspannung möglich ist.

6.1. Theoretische Überlegungen

Mittels der heterodynen Mischtechnik können nur die Amplituden und Phasenwerte der harmonischen Komponenten in der Probenspannung bestimmt werden. Es muss daher versucht werden, über diese Informationen die Bitkombination der periodischen digitalen Probenspannung zu ermitteln. Dazu wird im Folgenden die Zusammensetzung der Amplituden- und Phasenwerte der dynamischen Komponenten einer beliebigen periodischen Bitfolge berechnet.

Zur Bestimmung der Amplituden und Phasen der Grundwelle sowie Oberwellen aus denen sich eine beliebige periodische Bitfolge $s_P(t)$ zusammensetzt, wird zunächst eine Bitfolge s_{B1} gleicher Periodendauer T_P und Bitlänge T_B betrachtet, bei der nur das erste Bit gesetzt ist. Nimmt man außerdem an, dass der Mittelpunkt des ersten Bits bei t=0 auf der Zeitachse liegt, so gilt für die Fourierreihe dieser Bitfolge der Zusammenhang [Stöcker 1999]:

$$s_{\rm B1}(t) = \hat{s} \left[\frac{T_{\rm B}}{T_{\rm P}} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \sin\left(\frac{i\pi T_{\rm B}}{T_{\rm P}}\right) \cdot \cos\left(\frac{2i\pi t}{T_{\rm P}}\right) \right]$$
(6.1-1)

Setzt man nun anstatt des ersten Bits das *n*-te Bit, so erhält man die dieser Bitfolge zugehörige Fourierreihe s_{Bn} über die zeitliche Verschiebung der mit Gl. 6.1-1 beschriebenen Folge s_{B1} um das (*n*-1)-Fache der Bitlänge T_B (siehe Bild 6.1-1).



Bild 6.1-1: Erzeugung der Bitfolge s_{Bn} mit n-tem gesetzten Bit aus der zeitlichen Verschiebung der Bitfolge s_{B1} mit erstem gesetzten Bit

Wird noch berücksichtigt, dass die Periodendauer T_P einer periodischen Bitfolge dem Produkt aus der Bitlänge T_B und der Anzahl Z der Bits pro Periode entspricht, kann für die Bitfolge mit *n*-ten gesetzten Bit die Fourierreihe wie folgt angegeben werden:

$$s_{\rm Bn}(t) = \hat{s} \left[\frac{1}{Z} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \sin\left(\frac{i\pi}{Z}\right) \cdot \cos\left(\frac{2i\pi \left[t - (n-1)T_{\rm B}\right]}{T_{\rm P}}\right) \right]$$
(6.1-2)

Aus Gl. 6.1-1 bzw.- 6.1-2 können der Gleichanteil A_0 sowie die Amplituden A_i der dynamischen Anteile der Einzelbitfolgen abgelesen werden:

$$A_0 = \frac{\hat{s}}{Z} \tag{6.1-3}$$

$$A_{i} = \frac{2\hat{s}}{i\pi} \sin\left(\frac{i\pi}{Z}\right) \qquad \text{mit:} i \in N^{+}$$
(6.1-4)

Setzt man Gl. 6.1-3/4 in Gl. Gl. 6.1-2 ein und verwendet die sich aus der Periodendauer T_P ergebende Kreisfrequenz ω_P der Grundwelle, vereinfacht sich Gl. 6.1-2 wie folgt:

$$s_{\rm Bn}(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \cos(i\omega_{\rm P}[t - (n-1)T_{\rm B}]) \quad \text{mit: } \omega_{\rm P} = \frac{2\pi}{T_{\rm P}}$$
 (6.1-5)

Eine periodische Bitfolge $s_P(t)$ mit beliebig gesetzten Bits kann durch die additive Überlagerung von zeitverschobenen Einzelbitfolgen s_{Bn} gleicher Periodendauer T_P und Bitlänge T_B erzeugt werden (siehe Bild 6.1-2).



*Bild 6.1-2: Erzeugung einer periodischen Bitfolge mit beliebig gesetzten Bits aus der additiven Überlagerung von zeitverschobenen Einzelbitfolgen s*_{Bn}

Zur mathematischen Beschreibung einer beliebigen periodischen Bitfolge wird der Bitvektor \vec{B} eingeführt. Dieser Vektor besitzt eine der Anzahl Z der Bits pro Periodendauer entsprechende Anzahl von Komponenten, welche nur die Werte 1 und 0 annehmen können und gibt an, welche Bits in der Bitfolge gesetzt sind. In Bild 6.1-3 ist die Zusammensetzung des Bitvektors für eine 8-Bit-Folge dargestellt. Jedes gesetzte Bit wird mit einer 1 bei der entsprechenden Komponente des Vektors berücksichtigt. Nicht gesetzte Bits gehen mit einer Null in den Vektor ein.



Bild 6.1-3: Bestimmung des Bitvektors B einer gegebenen 8-Bit-Folge

Mit Hilfe des Bitvektors können nun beliebige periodische Bitfolgen $s_P(t)$ aus der additiven Überlagerung von Einzelbitfolgen s_{Bn} beschrieben werden. Dazu wird jede mögliche Einzelbitfolge s_{Bn} mit der entsprechenden Komponente B_n des Bitvektors multipliziert. Anschließend werden die Produkte aus den Einzelbitfolgen und zugehörigen Komponenten des Bitvektors addiert und ergeben so die Bitfolge $s_{\rm P}(t)$. Mathematisch gilt damit für die Bitfolge $s_{\rm P}(t)$ die folgende Gleichung:

$$s_{\rm P}(t) = \begin{bmatrix} 1 & \cos(\omega_{\rm P}t) & \cos(2\omega_{\rm P}t) & \cdots \\ 1 & \cos(\omega_{\rm P}[t-T_{\rm B}]) & \cos(2\omega_{\rm P}[t-T_{\rm B}]) & \cdots \\ 1 & \cos(\omega_{\rm P}[t-2T_{\rm B}]) & \cos(2\omega_{\rm P}[t-2T_{\rm B}]) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ 1 & \cos(\omega_{\rm P}[t-(Z-1)T_{\rm B}]) & \cos(2\omega_{\rm P}[t-(Z-1)T_{\rm B}]) & \cdots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_2 \\ \vdots \\ A_{\infty} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ \vdots \\ B_Z \end{bmatrix} (6.1-6)$$

Im nächsten Schritt müssen aus Gl. 6.1-6 die Amplituden und Phasen der Grundwelle sowie Oberwellen von $s_P(t)$ ermittelt werden. Dafür wird zur Vereinfachung der weiteren Berechnungen Gl. 6.1-6 ins Komplexe transformiert:

$$\underline{s_{P}(t)} = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\omega_{P}t} & e^{2j\omega_{P}t} & \cdots \\ 1 & e^{j\omega_{P}[t-T_{B}]} & e^{2j\omega_{P}[t-T_{B}]} & \cdots \\ 1 & e^{j\omega_{P}[t-2T_{B}]} & e^{2j\omega_{P}[t-2T_{B}]} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 1 & e^{j\omega_{P}[t-(Z-1)T_{B}]} & e^{2j\omega_{P}[t-(Z-1)T_{B}]} & \cdots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{0} \\ A_{1} \\ A_{2} \\ \vdots \\ A_{\infty} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_{1} \\ B_{2} \\ B_{3} \\ \vdots \\ B_{Z} \end{bmatrix}$$
(6.1-7)

Betrachtet man Gl. 6.1-7, so fällt auf, dass in der Matrix der komplexen e-Funktionen jede Spalte immer nur Terme gleicher Frequenz enthält. Es ist daher einfach, eine Sortierung der Terme nach ihrer Frequenz vorzunehmen. Führt man diese Sortierung durch, so erhält man für die komplexe Bitfolge <u>sp(t)</u> den folgenden Zusammenhang:

$$\underline{s_{\mathrm{P}}(t)} = \sum_{i=0}^{\infty} \left[A_{i} \sum_{n=1}^{Z} B_{n} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}j\omega_{\mathrm{P}}(n-1)\mathrm{T}_{\mathrm{B}}} \right] \cdot e^{\mathrm{i}j\omega_{\mathrm{P}}t} = \sum_{i=0}^{\infty} \underline{A_{\mathrm{ges},i}} \mathrm{e}^{\mathrm{i}j\omega_{\mathrm{P}}t}$$
(6.1-8)

Aus Gl. 6.1-8 können nun der Gleichanteil und die Amplituden sowie Phasen der dynamischen Anteile der periodischen Bitfolge bestimmt werden. Diese ergeben sich aus dem Betrag und dem Argument der komplexen Zeiger $A_{\text{ges,i}}$.

$$A_{\text{ges},i} = \left| \underline{A}_{\text{ges},i} \right| = \mathbf{A}_{i} \sqrt{\left[\sum_{n=1}^{Z} B_{n} \cos(i[n-1]\omega_{\text{P}}T_{\text{B}}) \right]^{2} + \left[\sum_{n=1}^{Z} B_{n} \sin(i[n-1]\omega_{\text{P}}T_{\text{B}}) \right]^{2}} \quad (6.1-9)$$

$$\varphi_{\text{ges},i} = \arg(\underline{A}_{\text{ges},i}) = -\arctan\left[\frac{\sum_{n=1}^{Z} B_n \sin(i[n-1]\omega_P T_B)}{\sum_{n=1}^{Z} B_n \cos(i[n-1]\omega_P T_B)}\right]$$
(6.1-10)

Mit Hilfe der in Gl. 6.1-9 und 6.1-10 berechneten Amplituden- und Phasenwerte kann das reelle Signal $s_P(t)$ wie folgt angegeben werden:

$$s_{\rm P}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} A_{\rm ges,i} \cos(i\omega_{\rm P}t + \varphi_{\rm ges,i})$$
(6.1-11)

Jede beliebige periodische Bitfolge ist über die Amplituden $A_{ges,i}$ des Gleichanteils und der dynamischen Terme sowie den zugehörigen Phasenwerten $\varphi_{\text{ges,i}}$ eindeutig charakterisiert. Zur vollständigen Bestimmung des digitalen Signalverlaufs mittels der heterodynen Mischung müssten daher alle Amplituden- und Phasenwerte analysiert werden. Dies ist jedoch aufwands- und messtechnisch nicht praktikabel. Aufgrund der sinkenden Amplitude der dynamischen Terme mit steigender Frequenz (siehe Gl. 6.1-4) wird bei hochzahligen Oberwellen die Nachweisempfindlichkeit der EKM unterschritten. In vielen Fällen ist allerdings nicht die vollständige Bestimmung des Signalverlaufs vonnöten, sondern lediglich die Überprüfung der Bitkombination. Da die meisten Oberwellen zur Erzeugung der Flankensteilheit bei High-Low- bzw. Low-High-Wechseln innerhalb der Folge zuständig sind, ist zur Ermittlung der Bitkombination die Untersuchung nur weniger dynamischer Terme notwendig. Im folgenden Unterkapitel wird daher untersucht, inwieweit man über die Grundwellendetektion eine Aussage bezüglich der zugrunde liegenden Bitkombination treffen kann.

6.2. Grundwellendetektion periodischer digitaler Bitfolgen

Die Grundwelle einer periodischen digitalen Bitfolge wird durch den Summand mit i=1 in Gl. 6.1-11 beschrieben. Geht man davon aus, dass mittels der heterodynen Mischtechnik die Grundwelle einer digitalen Probenspannung ermittelt werden soll, so erhält man mit Gl. 2.4-9 und 6.1-11 für den detektierten Kraftterm den Zusammenhang:

$$F_{\rm el}(\omega_{\rm r}) = -k\hat{u}_{\rm S}A_{\rm ges,1}\cos(\omega_{\rm r}t + \varphi_{\rm ges,1} - \varphi_{\rm S})$$
(6.2-1)

Die Amplitude $A_{\text{ges},1}$ der Grundwelle des digitalen Signals ergibt sich aus Gl. 6.1-9. Berücksichtigt man noch, dass für das Produkt aus der Bitlänge T_{B} und der Kreisfrequenz ω_{P} der Grundwelle gilt: $T_{\text{B}}\omega_{\text{P}}=2\pi Z^{1}$, so berechnet sich die Amplitude $A_{\text{ges},1}$ der Grundwelle folgendermaßen:

$$A_{\text{ges},1} = \frac{2\hat{s}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{Z}\right) \cdot \sqrt{\left[\sum_{n=1}^{Z} B_n \cos\left(\frac{2\pi(n-1)}{Z}\right)\right]^2 + \left[\sum_{n=1}^{Z} B_n \sin\left(\frac{2\pi(n-1)}{Z}\right)\right]^2}$$
(6.2-2)

Entsprechend ergibt sich die Phase $\varphi_{ges,1}$ der Grundwelle der digitalen Probenspannung über Gl. 6.1-10 zu:

$$-\varphi_{\text{ges},1} = \arctan\left[\frac{\sum_{n=1}^{Z} B_n \sin[2\pi(n-1)Z^{-1}]}{\sum_{n=1}^{Z} B_n \cos[2\pi(n-1)Z^{-1}]}\right]$$
(6.2-3)

Für die folgenden Untersuchungen wird angenommen, dass die Phase $\varphi_{\rm S}$ der Messsondenspannung gleich Null ist und somit die im Messsignal auftretende Phasendifferenz $\varphi_{\rm ges,1}$ - $\varphi_{\rm S}$ genau der Phase $\varphi_{\rm ges,1}$ der Grundwelle entspricht.



Bild 6.2-1: EKM-Grundwellendetektion von verschiedenen periodischen, 10 Bit langen, digitalen Probenspannungen innerhalb einer Flächenrasterung über die 250 nm Teststruktur

Zur Berechnung der Grundwellenamplitude und –phase von beliebigen periodischen Bitfolgen wurde ein Simulationsprogramm entwickelt, welches auf Gl. 6.2-2 und 6.2-3 basiert. Mit Hilfe dieses Programms kann der Amplituden- und Phasenverlauf des EKM-Messsignals, welcher bei Messungen entsteht, in denen sich nach einiger Zeit die Bitkombination verändert, simuliert werden. Zur Verifizierung der zugrunde liegenden Berechnungen wurde eine 3 μ m x 3 μ m Flächenrasterung über eine der 250 nm Teststrukturen durchgeführt (siehe Bild 6.2-1). Dabei wurde an die Mittelleitung ein periodisches, 10 Bit langes, digitales Signal mit einem Signalhub \hat{s} von 1 V angelegt. Die Periodendauer T_P der digitalen Probenspannung entsprach der Periodendauer T_r der Resonanzfrequenz der Messsonde, so dass wie bei den meisten bisher präsentierten Messungen mit einer für die heterodyne Mischtechnik repräsentativen Messanordnung gearbeitet wurde. Während der Flächenrasterung wurden 20 verschiedene, willkürlich ausgewählte Bitkombinationen an die Mittelleitung angelegt und die Amplitude sowie Phase des Detektorausgangssignals $S_{el}(\omega_r)$ bei der Resonanzfrequenz ω_r der Messsonde aufgenommen. Da aus den 2dimensionalen Verteilungsbildern keine quantitativen Informationen über den Messsignalverlauf abgelesen werden können, wurde der Amplituden- und Phasenverlauf parallel zur *y*-Achse, entlang des in Bild 6.2-1 farblich markierten Weges, extrahiert und in Bild 6.2-2 den entsprechenden simulierten Verläufen gegenübergestellt. Dabei wurde die Amplitude auf den Maximalwert normiert. Der Vergleich zwischen Messung und Simulation ergibt eine sehr gute Übereinstimmung, so dass für das Simulationsprogramm der Nachweis der Aussagekräftigkeit erbracht worden ist und die Simulation für weitergehende Untersuchungen verwendet werden kann.



Bild 6.2-2: Gegenüberstellung von simulierten und aus Bild 6.1-1 extrahierten Amplituden- und Phasenverläufen des EKM-Messsignals

6.2.1. Untersuchung hinsichtlich Mehrdeutigkeit

Als erstes wird mittels des Simulationsprogramms untersucht, ob die Grundwellendetektion eindeutig ist. Es ist also zu klären, ob für jede Bitkombination einer periodischen Bitfolge eindeutige Amplituden- und Phasenwerte bestehen. Ist dies nicht der Fall, können mehrere Bitkombinationen dieselben Amplituden- und Phasenwerte besitzen und demnach nicht eindeutig identifiziert werden.

In Bild 6.2-3 ist der Amplituden- sowie Phasenverlauf für alle möglichen 5

Bitkombinationen dargestellt. Außer den ungültigen 00000 und 11111 Kombinationen, welche kein periodisches digitales Signal ergeben, ist für jede Bitkombination die Zusammensetzung des Amplituden- und Phasenwerts unterschiedlich, so dass eine eindeutige Zuordnung möglich ist. Betrachtet man dagegen die Amplituden- und Phasenwerte aller möglichen 4-Bitfolgen (siehe Bild 6.3-4), können für mehrere Folgen identische Amplituden-Phasenkombinationen festgestellt werden. So entsprechen sich u.a. die Amplituden-Phasenkombinationen der 0111 und der 0010 Bitfolge.



Bild 6.2-3: Amplitude und Phase der Grundwelle aller möglichen 5-Bitkombinationen



Bild 6.2-4: Amplitude und Phase der Grundwelle aller möglichen 4-Bitkombinationen

Bei den simulierten Amplituden- und Phasenwerten der 4-Bitfolgen fällt weiterhin auf, dass für bestimmte Bitkombinationen die Amplitude der Grundwelle zu Null wird. In diesem Fall ist also keine Grundwelle detektierbar. Ein Blick auf die zugehörigen Bitkombinationen macht deutlich, dass diese Bitfolgen eigentlich keine echten periodischen 4-Bitkombinationen darstellen, sondern periodische 2-Bitkombinationen sind. Aufgrund dessen ist die Periodendauer T_P der Grundwelle nur halb so lang wie die der wirklichen 4-Bitfolgen und kann nicht bei der Frequenz der 4-Bitgrundwelle detektiert werden.

Das Vorhandensein von Bitkombinationen mit höherfrequenten Grundwellen ist ein Nachweismerkmal für mehrdeutige Amplituden-Phasenkombinationen. Dies wird am Beispiel der 4-Bitkombinationen 0010 und 0111 mit Hilfe von Bild 6.2-5 erläutert. Die Grundwelle einer beliebigen periodischen Bitkombination ergibt sich aus der additiven Überlagerung der Grundwellen der zugehörigen Einzelbitfolgen (siehe Kapitel 6.1.). Im Fall der 0111 Bitkombination also aus der Addition der Grundwellen der 0001, der 0010 und der 0100 Einzelbitfolge. Löschen sich nun die Grundwellen mehrerer Einzelbitfolgen gegenseitig aus, ist Mehrdeutigkeit die Folge. Im Beispiel sind die Grundwellen der 0001 und der 0100 Bitfolge um 180° phasenverschoben und addieren sich somit zu Null. Es macht daher keinen Unterschied, ob diese Bits gesetzt sind oder nicht. Aufgrund dessen entspricht die Grundwelle der 0010 Bitkombination auch der 0111 Kombination.



Bild 6.2-5: Bestimmung der Grundwelle der 0111 Kombination; diese entspricht der Grundwelle der 0010 Kombination

Mehrdeutigkeit besteht immer dann, wenn sich die Bitfolge aus einer geraden Anzahl Z von Bits zusammensetzt. In diesem Fall kann die Bitfolge in 2 gleich große Blöcke aufgeteilt werden, welche um 180° phasenverschoben sind. Da sich bei Bitfolgen mit ungeradem Z nicht direkt eine Aussage bezüglich vorhandener Mehrdeutigkeit treffen lässt, wurden mit dem Simulationsprogramm alle Bitfolgen mit ungeradem Z für Z<16 untersucht. Dazu wurden die Grundwellenamplituden für alle möglichen Bitkombination der untersuchten Bitfolgen berechnet und auf den Nullwert hin geprüft. Ergibt sich für eine Bitkombination eine Nullamplitude, so bedeutet das eine Auslöschung der zugrunde liegenden Einzelbitfolgen. In diesem Fall sind für die Bitfolge mehrdeutige Bitkombinationen möglich. Die Simulationen ergaben, dass auch für Bitfolgen mit ungeradem Z Mehrdeutigkeit bestehen kann. Während bei Z=3,5,7,11,13 die Grundwellen immer eine eindeutige Zuordnung der zugehörigen Bitkombination zeigen, ist bei Z=9 und 15 Mehrdeutigkeit gegeben. Ursache für diese Mehrdeutigkeit ist die Tatsache, dass sich bei Z=9 und 15 die Bitfolge in 3 gleichgroße Blöcke aufteilen lässt, welche jeweils um 120° phasenverschoben sind. Addiert man drei jeweils um 120° phasenverschobene Grundwellen, so erhält man wiederum eine Auslöschung. Es kann daher festgehalten werden, dass es bei Bitfolgen, deren Anzahl Z von Bits keine Primzahl ist und sich damit in mehrere gleichgroße Blöcke aufteilen lässt, zu mehrdeutigen Ergebnissen kommen kann.



Bild 6.2-6: Bestimmung der 1. Oberwelle der 0111 Kombination aus der Überlagerung der Oberwellen der 0100, 0010 und 0001 Kombination

Auch wenn die Anzahl Z der Bits einer Bitfolge Mehrdeutigkeit zulässt, ist trotzdem nicht jede mögliche Bitkombination mehrdeutig. So sind bei den 4-Bitkombinationen u.a. die 1100, 0011 und die 1001 Kombination eindeutig. Es können daher mittels der Grundwellendetektion eine gewisse Anzahl Bitkombinationen von Bitfolgen, welche prinzipiell Mehrdeutigkeit zulassen, eindeutig bestimmt werden. Wird jedoch eine mehrdeutige Bitkombination gemessen, so kann nur über die zusätzliche Detektion von Oberwellen Klarheit über die angelegte Bitkombination gewonnen werden. Dies wird wieder am Beispiel der 0111 Bitkombination verdeutlicht. Die 0111 Bitkombination kann als Addition der 0101 und der 0010 Bitkombination aufgefasst werden. Da die 0101 Bitkombination eigentlich eine 2-Bitfolge ist, deren Grundwelle die doppelte Frequenz der 4-Bitfolge besitzt, tritt erst bei der 1. Oberwelle – also der Grundwelle der 2-Bitfolge - eine Abweichung zwischen der 0111 Bitkombination zusätzlich zur Grundwelle die erste Oberwelle

detektiert werden. In Bild 6.2-6 ist die Zusammensetzung der ersten Oberwelle der 0111 Bitkombination dargestellt. Da die ersten Oberwellen der 0100 und der 0001 Einzelbitfolgen um 360° phasenverschoben sind, löschen sie sich anders als die um 180° phasenverschobenen Grundwellen nicht aus. Eine Übereinstimmung zwischen der ersten Oberwelle der 0111 und der 0010 Bitkombination ist somit nicht möglich. Aufgrund dessen kann über die Messung der Grundwelle und der ersten Oberwelle eine eindeutige Bestimmung der 0111 Bitkombination erfolgen.

Es kann also festgehalten werden, dass mittels der Grundwellendetektion oftmals eine eindeutige Aussage bezüglich der angelegten Bitkombination getroffen werden kann. In einigen Fällen können sich jedoch auch mehrdeutige Amplituden-Phasenkombinationen ergeben. Hier ist dann über die zusätzliche Detektion von Oberwellen eine eindeutige Bestimmung der vorliegenden Bitkombination möglich.

6.2.2. Leistungsgrenzen

Da sich mit steigender Anzahl Z von Bits pro Periode die Anzahl der möglichen Bitkombinationen stark erhöht, müssen sich die Abstufungen zwischen den einzelnen Amplituden- und Phasenwerten der Grundwellen zwangsläufig verringern. Die Folge ist, dass ab einer bestimmten Anzahl Z von Bits pro Periode nicht mehr alle Abstufungen aufgelöst werden können. An diesem Punkt wird dann die Leistungsgrenze der Grundwellendetektion erreicht.

Wenn man sich nur auf die Einzelbitfolgen beschränkt, so kann das Verhalten der Amplitude sowie Phase der Grundwelle $s_{Bn}(\omega_P)$ in Abhängigkeit von der Anzahl Z der Bits pro Periode mit Hilfe von Gl. 6.1-2 berechnet werden:

$$s_{\rm Bn}(\omega_{\rm P}) = \frac{2\hat{s}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{Z}\right) \cdot \cos\left(\omega_{\rm P}t - \frac{2\pi(n-1)}{Z}\right)$$
(6.2-4)

Für die Amplitude A_1 der Grundwelle und die minimal auftretende Phasendifferenz $\Delta \varphi_{Bn,min}$ zwischen zwei Einzelbitfolgen ergeben sich damit die folgenden Beziehungen:

$$A_1 = \frac{2\hat{s}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{Z}\right)$$
 und: $\Delta \varphi_{\text{Bn,min}} = \frac{2\pi}{Z}$ (6.2-5/6)

In Bild 6.2-7 sind die nach Gl. 6.2-5/6 berechneten Verläufe der Grundwellenamplitude A_1 und der minimalen Phasendifferenz $\Delta \varphi_{Bn,min}$ in Abhängigkeit von Z dargestellt. Die Amplitude A_1 ist so normiert, dass der Wert 1 genau dem Signalhub \hat{s} des digitalen Signals entspricht, also der Differenz zwischen High- und Lowpegel. Bild 6.2-7 zeigt mit zunehmender Anzahl Z von Bits pro Periode

eine deutlich abnehmende Grundwellenamplitude A_1 der Einzelbitfolgen. Ebenso nimmt die minimale Phasendifferenz $\Delta \varphi_{Bn,min}$ mit steigendem Z ab. Dies hat zur Folge, dass aufgrund der begrenzten Spannungsauflösung der EKM ab einem gewissen Z-Wert die Grundwellenamplitude nicht mehr aus dem Hintergrundrauschen detektiert werden kann. Das gleiche gilt auch für die Phase. Ist das Phasenrauschen größer als die minimale Phasendifferenz $\Delta \varphi_{Bn,min}$, so ist es nicht mehr möglich zwei Einzelbitfolgen, deren gesetzte Bits nur um eine Bitlänge gegeneinander verschoben sind, getrennt aufzulösen. Nimmt man einen Signalhub von 1V und eine Spannungsauflösung der EKM von 10 mV an, so erhält man über Gl. 6.2-5 für die maximal erlaubte Anzahl von Bits pro Periode einen Wert von 200.



Bild 6.2-7: Berechneter Verlauf der Grundwellenamplitude A_1 sowie der minimalen Phasendifferenz $\Delta \varphi_{Bn,min}$ von Einzelbitfolgen in Abhängigkeit von der Anzahl Z der Bits pro Periodendauer

Geht man nun von den Einzelbitfolgen zu Folgen mit beliebigen Bitkombinationen über, so ergeben sich noch deutlich feinere Abstufungen bei den Amplituden- und Phasenwerten. Zur Untersuchung der Auflösungsgrenze bei der Grundwellendetektion wurde eine Messreihe mit unterschiedlich langen Bitfolgen durchgeführt. Dabei wurde die Grundwellenamplitude und -phase der ersten 20 Bitkombinationen für vier Bitfolgen gleicher Periodendauer $T_{\rm P}$ aufgenommen, welche sich hinsichtlich der Anzahl Z von Bits pro Periode unterschieden (siehe Bild 6.2-8 und 6.2-9). Der Signalhub \hat{s} der Bitfolgen betrug immer 1 V. Die Bilder zeigen, dass sich bei beliebigen Bitkombinationen deutlich geringere Abstufungen zwischen den Amplituden- bzw. Phasenwerten der Grundwellen ergeben als bei den Einzelbitfolgen. Betrachtet man z.B. die 8-Bitkombinationen, so beträgt bei den Einzelbitfolgen (siehe Bild 6.2-7) die minimale Phasendifferenz 45° und die Grundwellenamplitude liegt bei ungefähr einem Viertel des Signalhubs \hat{s} . Dagegen treten bei den ersten 20 9,7° Bitkombinationen der 8-Bitfolge Phasendifferenzen und von Amplitudendifferenzen von 3% des Signalhubs \hat{s} auf (siehe Bild 6.2-8 und 6.2-9).



Bild 6.2-8: Gemessene und simulierte Grundwellenamplitude der ersten 20 Bitkombinationen für verschieden lange Bitfolgen

Der Vergleich zwischen den gemessenen und den simulierten Amplituden- und Phasenverläufen in den Bildern 6.2-8/9 macht deutlich, dass für die verwendete Messanordnung die Grenze des Auflösungsvermögens spätestens bei 64 Bits pro Periode erreicht wird. Die Amplitudenwerte können zwar noch unterschieden werden, aber das Phasenrauschen liegt im Bereich der minimalen Phasendifferenz. Eine Erhöhung des Auflösungsvermögens ist über die Erhöhung der Messsondenspannung $u_{\rm S}$, die Verringerung des Messspitzen-Probenabstands z_0 sowie die Vergrößerung des Signalhubs \hat{s} der Bitfolge möglich.



Bild 6.2-9: Gemessene und simulierte Grundwellenphase der ersten 20 Bitkombinationen für verschieden lange Bitfolgen

Nachdem die Aussagekräftigkeit der Grundwellendetektion sowie deren Leistungsgrenzen erörtert worden sind, wird abschließend noch die praktische Realisierung diskutiert.

6.2.3. Realisierung der Grundwellendetektion

Auf den ersten Blick scheint mit Hilfe der quantitativen heterodynen Mischtechnik (siehe Kapitel 2.4.1.2.) die Bestimmung der Amplitude und der Phase der Grundwelle von digitalen Probenspannungen ohne weiteres möglich zu sein. Dies ist allerdings nicht der Fall. So bringt die Kenntnis des quantitativen Amplitudenwerts überhaupt nichts, wenn der Signalhub der digitalen Probenspannung unbekannt ist. Da die Grundwellenamplitude sowohl vom Signalhub als auch von den gesetzten Bits abhängig ist (siehe Gl. 6.2-2), kann bei unbekanntem Signalhub keine Aussage über die Bitkombination getroffen werden. Noch schwieriger gestaltet sich die Bestimmung der Grundwellenphase. Der das Detektorausgangssignal auswertende Lock-In-Verstärker gibt nämlich die Phase des Messsignals nur in Bezug auf das angelegte an. Referenzsignal und nicht auf die digitale Probenspannung Ist die Phasenverschiebung zwischen dem Referenzsignal und der Probenspannung bekannt, so kann die Grundwellenphase korrekt ermittelt werden. Dies ist aber nur bei sehr einfachen Teststrukturen, wie z.B. den in dieser Arbeit verwendeten Leitungsstrukturen möglich. Hier konnte aufgrund der rein ohmschen Impedanz zwischen dem Signalgenerator und der Leitungsstruktur ein zur Probenspannung phasengleiches Referenzsignal an den Lock-In-Verstärker gelegt werden. Für komplexe integrierte Schaltungen, an welchen die EKM ja eingesetzt werden soll, dürfte sich die Bestimmung der Phase der Testpunktspannung allerdings schwierig gestalten.

Im Prinzip ist es aufgrund der unbekannten Phase sowie des eventuell unbekannten Signalhubs der Testpunktspannung unmöglich, mit einer einzelnen Grundwellenmessung die Bitkombination der Testpunktspannung zu ermitteln. Eine Aussage über die Bitkombination kann daher nur über eine zusätzliche Referenzmessung erfolgen, bei der die Grundwelle einer bekannten Bitkombination detektiert wird. Das Amplitudenverhältnis sowie die Phasenverschiebung zwischen der Referenzmessung und der eigentlichen Messung geben dann Aufschluss über die unbekannte Bitkombination. In Bild 6.2-10 wird dies am Beispiel der 5-Bitfolgen demonstriert. Hier sind die Grundwellenamplituden A_{ges1} und -phasen $\varphi_{ges,1}$ aller Bitkombinationen in Bezug zur Amplitude A_1 und Phase φ_1 der ersten Einzelbitfolge s_{B1} dargestellt.

Da die Grundwellendetektion nur über die Verhältnisbildung zwischen 2 Messungen funktioniert, macht der Einsatz der quantitativen heterodynen Mischtechnik keinen Sinn. Aufgrund dessen kann die wesentlich einfacher zu realisierende qualitative heterodyne Mischtechnik verwendet werden. Nachteil der unbedingt notwendigen Verhältnisbildung ist die Abnahme des Signalrauschleistungsverhältnisses durch die Addition des unkorrelierten Rauschens aus beiden Messungen im Messergebnis.



Bild 6.2-10: Amplitudenverhältnis A_{ges1}/A_1 und Phasenverschiebung $\varphi_{ges,1}-\varphi_1$ zwischen der ersten Einzelbitfolge s_{B1} und allen anderen möglichen 5-Bitkombinationen

Eine Bestimmung der Bitkombination mittels der Grundwellendetektion ist nicht möglich, wenn keine Referenzmessung durchgeführt werden kann. Es existieren jedoch zweifelsohne Messanordnungen, bei denen kein Referenzsignal an den Testpunkt angelegt werden kann. Im nächsten Kapitel wird daher untersucht, ob über die gleichzeitige Detektion mehrerer dynamischer Terme auch ohne Referenzmessung ein Rückschluss auf die Bitkombination der periodischen, digitalen Probenspannung möglich ist.

6.3. Mehrwellendetektion periodischer digitaler Bitfolgen

Bei Messungen an Leitungen, welche mit einer unveränderlichen, periodischen Bitfolge belegt sind, kann die Bitkombination mit einigen Einschränkungen ermittelt werden, indem die Grundwelle als Referenzsignal verwendet wird. Über das Amplitudenverhältnis sowie die Phasenverschiebung zwischen den Oberwellen und der Grundwelle können dann Aussagen bezüglich der angelegten Bitkombination getroffen werden.

Für das Amplitudenverhältnis der *i*-ten Oberwelle zur Grundwelle ergibt sich unter Anwendung von Gl. 6.1-9 und Gl. 6.1-4 der Zusammenhang:

$$\frac{A_{\text{ges},i+1}}{A_{\text{ges},1}} = \frac{\sin\left(\frac{(i+1)\pi}{Z}\right) \cdot \sqrt{\left[\sum_{n=1}^{Z} B_n \cos\left(\frac{2\pi(i+1)(n-1)}{Z}\right)\right]^2 + \left[\sum_{n=1}^{Z} B_n \sin\left(\frac{2\pi(i+1)(n-1)}{Z}\right)\right]^2}}{(i+1)\sin\left(\frac{\pi}{Z}\right) \cdot \sqrt{\left[\sum_{n=1}^{Z} B_n \cos\left(\frac{2\pi(n-1)}{Z}\right)\right]^2 + \left[\sum_{n=1}^{Z} B_n \sin\left(\frac{2\pi(n-1)}{Z}\right)\right]^2}}$$
(6.3-1)



Bild 6.3-1: zeitlicher Verlauf der Grundwelle und der 1. Oberwelle der 0111 Bitkombination

Bei der Bestimmung der Phasenverschiebung ist zu beachten, dass eine Phasenverschiebung der Grundwelle um x° einer Phasenverschiebung der *i*-ten Oberwelle um (*i*+1) x° entspricht. Dies wird in Bild 6.3-1 am Beispiel der 0111 Bitkombination verdeutlicht. Berechnet man für diese Bitkombination die Phase der Grundwelle und der ersten Oberwelle, so ergibt sich für die Grundwelle ein Wert von 90° und für die Oberwelle ein Wert von 0° (siehe auch Kapitel 6.2.2.). Eine einfache Differenzbildung würde demnach eine Phasenverschiebung von -90° nach sich ziehen. Aus Bild 6.3-1 geht aber hervor, dass hier eine Phasenverschiebung von 180° vorhanden ist. Da sich die Phase der 1. Oberwelle doppelt so schnell verändert, wie die der Grundwelle, muss der doppelte Phasenwert der Grundwelle von der Phase der 1. Oberwelle abgezogen werden, um das richtige Ergebnis zu erzielen. Allgemein gilt somit für die Phasenverschiebung zwischen der *i*-ten Oberwelle und der Grundwelle die Beziehung:

$$\Delta \varphi_{i+1/1} = \varphi_{ges,i+1} - (i+1) \cdot \varphi_{ges,1}$$
(6.3-2)

Für die weiteren Untersuchungen der Mehrwellendetektion wurden Gl. 6.3-1 und 6.3-2 in das Simulationsprogramm eingearbeitet. Auf diese Weise können für Bitkombinationen mit Z < 16 die ersten 3 Amplitudenverhältnisse sowie die zugehörigen Phasenverschiebungen bestimmt werden.

6.3.1. Untersuchung hinsichtlich Mehrdeutigkeit

Im Gegensatz zur Grundwellendetektion, welche durch die Referenzmessung über einen festen zeitlichen Bezugspunkt verfügt, wird bei der Mehrwellendetektion die Grundwelle der zu bestimmenden Bitfolge als Bezugspunkt verwendet. Aufgrund dessen können Phasenverschiebungen der Grundwelle nicht registriert werden, und es kommt immer zu mehrdeutigen Messergebnissen. Bitkombinationen, welche sich durch Bitshifts ineinander überführen lassen, können somit nicht unterschieden werden. In Bild 6.3-2 wird dies am Beispiel der 0001 und der 0010 Bitkombination, die sich durch Verschiebung um ein Bit nach rechts bzw. links aufeinander abbilden lassen, demonstriert. Bei der Grundwellendetektion dient ein fester Zeitpunkt, hier t=0, als Bezugspunkt für die Phase der Grundwelle bzw. Oberwelle. Da sich durch die Verschiebung des gesetzten Bits beim Übergang von der 0001 zur 0010 Bitkombination die Phase der Grundwelle bezüglich dieses Zeitpunkts um 90° verändert, kann eine Unterscheidung der beiden Kombinationen erfolgen. Bei der Mehrwellendetektion dient die Grundwelle als Referenz. so dass nur Phasenverschiebungen zwischen der Grundwelle und der detektierten Oberwelle registriert werden können. Durch eine Verschiebung der kompletten Bitkombination um ein oder mehrere Bits nach rechts bzw. links findet jedoch keine Veränderung der Phasenbeziehungen zwischen den dynamischen Termen der Bitfolge statt, weil die digitale Signalform unverändert bleibt. In Bild 6.3-2 ist daher die Phasendifferenz zwischen der ersten Oberwelle und der Grundwelle für die 0001 und die 0010 Bitkombination dieselbe.



Bild 6.3-2: Grundwelle (schwarz) und Oberwelle (rot) der 0001 und der 0010 Bitkombination; Bezugspunkte bei Grund- und Mehrwellendetektion

Bei einer Bitfolge mit Z Bits gibt es für alle echten Bitkombination Z weitere Bitkombination, welche dieselbe Signalform besitzen. Im Fall der 0001 Bitkombination sind das die 0010, 0100 und die 1000 Bitkombination. Eine Unterscheidung dieser Bitkombinationen ist nicht möglich. Diese Mehrdeutigkeit ist allerdings kein spezielles Problem der EKM, sondern tritt auch bei jeder anderen Messtechnik auf, welche auf keinen festen Bezugspunkt zurückgreifen kann. Es kann daher bei Messungen ohne festen Bezugspunkt immer nur die Signalform, nicht aber die Phasenlage des periodischen digitalen Signals bestimmt werden.

Mit Hilfe des Simulationsprogramms wird nun die Mehrwellendetektion auf

Mehrdeutigkeit zwischen Bitkombinationen untersucht, welche sich nicht durch Bitshifts ineinander überführen lassen und somit unterschiedliche Signalformen besitzen Dazu wurden für alle möglichen 5-Bitkombinationen die Amplitudenverhältnisse sowie Phasenverschiebungen zwischen der 1. Oberwelle und der Grundwelle berechnet (siehe Tabelle 6.3-3). Abgesehen von der 00000 und der 11111 Kombination, die keine dynamischen Anteile besitzen, gibt es für jedes Amplitudenverhältnis-Phasenverschiebungspaar fünf zugehörige Bitkombinationen. Wie eben besprochen, befinden sich in diesen 5-er Blöcken jeweils die Bitkombinationen mit gleicher Signalform. In der ersten Reihe der Tabelle sind das z.B. alle Bitkombinationen mit zwei nebeneinander befindlichen, gesetzten Bits: 00011, 00110, 01100, 11000 und 10001. Da pro Amplitudenverhältnis-Phasenverschiebungspaar genau fünf Bitkombinationen vorhanden sind, also eine Signalform, kann über die Messung des Amplitudenverhältnisses und der Phasenverschiebung zwischen der 1. Oberwelle und der Grundwelle eine eindeutige Zuordnung der 5-Bitsignalform erfolgen.

Amplitudenverhältnis	Phasenverschiebung	zugehörige
$A_{ m ges,2}$ / $A_{ m ges,1}$	$arDelta arphi_{2/1}$	Bitkombinationen (dezimal)
0,309	0°	3-6-12-17-24
0,309	180°	7-14-19-25-28
0,809	0°	1-2-4-8-16
0,809	180°	15-23-27-29-30
2,118	0°	11-13-21-22-26
2,118	180°	5-9-10-18-20
-	-	0-31

Tabelle 6.3-3: Untersuchung der 5-Bitkombinationen auf Mehrdeutigkeit

Betrachtet man dagegen die 6-Bitfolgen, so ist es nicht für jede Signalform möglich, diese über das Amplitudenverhältnis und die Phasenverschiebung zwischen der ersten Oberwelle und der Grundwelle eindeutig anzugeben (siehe Tabelle 6.3-4). Für ein Amplitudenverhältnis von 0,866 und eine Phasenverschiebung von 0° ergeben sich z.B. zwei 6-er Blöcke Bitkombinationen, also zwei unterschiedliche Signalformen. Dasselbe gilt für ein Amplitudenverhältnis von 0,866 und eine Phasenverschiebung von 180°. In diesem Fall muss zur eindeutigen Bestimmung der Signalform zusätzlich das Amplitudenverhältnis und die Phasenverschiebung zwischen der 2. Oberwelle und der Grundwelle vorliegen.

Amplituden	Amplitudenverhältnisse Ph		chiebungen	zugehörige
A _{ges,2} / A _{ges,1}	Ages,3 / Ages,1	$\Delta \varphi_{2/1}$	$\Delta \varphi_{3/1}$	Bitkombinationen (dezimal)
0	0,333	-	180°	7-14-28-35-49-56
0,5	0	0°	-	3-6-12-24-33-48
0,5	0	180°	-	15-30-39-51-57-60
0,866	0,667	0°	0°	1-2-4-8-16-32
0,866	1,333	0°	180°	23-29-43-46-53-58
0,866	1,333	180°	180°	5-10-17-20-34-40
0,866	0,667	180°	0°	31-47-55-59-61-62
1,5	0,667	90°	0°	13-19-26-38-41-52
1,5	0,667	270°	0°	11-22-25-37-44-50
-	-	-	-	0-9-18-21-27-36-42-45-54-63

Tabelle 6.3-4: Untersuchung der 6-Bitkombinationen auf Mehrdeutigkeit

In der letzten Zeile von Tabelle 6.3-4 sind alle Bitkombinationen, welche keine echten periodischen 6-Bitfolgen darstellen, eingetragen. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass sie keinen dynamischen Anteil bei der Grundfrequenz der 6-Bitfolge besitzen. So ist z.B. die 011011 Bitkombination eigentlich eine 3-Bitfolge und hat somit die doppelte Grundfrequenz wie eine echte 6-Bitfolge. Die Grundfrequenz der 010101 Bitkombination besitzt sogar den 3-fachen Wert der Grundfrequenz einer 6-Bitfolge. Zur Analyse dieser Bitkombinationen kann daher nicht die Grundwelle der 6-Bitfolge als Referenz genutzt werden, sondern es muss die Grundwelle der zugrunde liegenden, echten Bitfolge (siehe Tabelle 6.3-5 und 6.3-6).

Amplitudenverhältnis A _{ges,4} / A _{ges,2}	Phasenverschiebung $\Delta \varphi_{4/2}$	zugehörige Bitkombinationen (dezimal)
0,5	0°	9-18-36
0,5	180°	27-45-52

Tabelle 6.3-5: Ermittlung der Signalform der 6-Bitkombinationen, denen eine 3-
Bitfolge zugrunde liegt

Amplitudenverhältnis A _{ges,9} / A _{ges,3}	Phasenverschiebung $\Delta \varphi_{9/3}$	zugehörige Bitkombinationen (dezimal)
0,333	0°	21-42

Tabelle 6.3-6: Ermittlung der Signalform der 6-Bitkombinationen, denen eine 2-
Bitfolge zugrunde liegt

Die durchgeführten Überlegungen und Berechnungen haben gezeigt, dass mittels der Mehrwellendetektion zwar keine eindeutige Bestimmung der vorliegenden Bitkombination möglich ist, wohl aber die eindeutige Ermittlung der Signalform des periodischen, digitalen Signals. Oftmals kommt man dabei mit der Betrachtung des Amplitudenverhältnisses und der Phasenverschiebung zwischen der ersten Oberwelle und der Grundwelle der Bitfolge aus. Bei einigen Signalformen ist es aber erforderlich, mehrere Oberwellen zu messen, um eine eindeutige Zuordnung der Signalform zu erreichen.

6.3.2. Leistungsgrenzen

Während bei der Grundwellendetektion die Leistungsgrenze relativ einfach über die Untersuchung der minimalen Amplituden- und Phasendifferenz zwischen 2 Bitkombinationen einer Z-Bitfolge ermittelt werden kann, ist dies bei der Mehrwellendetektion nicht so einfach möglich. Der Grund hierfür liegt in der Betrachtung von Amplitudenverhältnissen anstatt von Amplitudenwerten wie bei der Grundwellendetektion. Die Leistungsgrenze ist dann erreicht, wenn zwei unterschiedliche Amplitudenverhältnisse aufgrund des überlagerten Rauschens nicht mehr voneinander getrennt aufgelöst werden können. Allerdings ist es nicht möglich, einen festen Wert für die minimal auflösbare Differenz zwischen zwei Amplitudenverhältnissen anzugeben, da die Amplitudenverhältnisse nichts über den darin enthaltenen Rauschanteil aussagen. So kann in einem Amplitudenverhältnis ein sehr hoher Rauschanteil vorhanden sein, wenn beide Amplitudenwerte sehr niedrig sind. Das gleiche Amplitudenverhältnis kann sich aber auch für hohe Amplitudenwerte ergeben und enthält dann nur einen geringen Rauschanteil. Zur Feststellung, ob eine Signalform noch aus dem Rauschen detektierbar ist, müssen daher alle betrachteten dynamischen Terme auf ihren Rauschanteil hin untersucht werden.

Ein weiteres Hindernis bei der Ermittlung einer festen Leistungsgrenze für die Mehrwellendetektion ergibt sich aus der Tatsache, dass zur Auflösung aller Signalformen einer bestimmten Bitfolge je nach Länge der Folge unterschiedlich viele Oberwellen benötigt werden. Während z.B. zur Unterscheidung aller 10-Bitsignalformen 4 Oberwellen erforderlich sind, reicht bei 11-Bitsignalformen lediglich eine einzige Oberwelle aus. So kann es bei entsprechend geringem Signalhub \hat{s} passieren, dass gewisse 10-Bitsignalformen nicht mehr aufgelöst werden können, obwohl es noch möglich ist, sämtliche 11-Bitsignalformen voneinander zu trennen.

Die durchgeführten Überlegungen machen deutlich, dass die Leistungsgrenze der Mehrwellendetektion nicht ohne weiteres angegeben werden kann. Um wenigstens einige Aussagen bezüglich der Leistungsgrenze treffen zu können, werden nur die Amplituden der Einzelbitfolgen betrachtet. Die Abhängigkeit der Amplitude des *i*-ten dynamischen Terms einer Einzelbitfolge mit Z Bits pro Periode berechnet sich aus der Betragsbildung von Gl. 6.1-4:

$$A_i = \frac{2\hat{s}}{i\pi} \left| \sin\left(\frac{i\pi}{Z}\right) \right| \tag{6.3-3}$$

In Bild 6.3-6 sind die Amplituden der ersten fünf dynamischen Terme einer Einzelbitfolge in Abhängigkeit von der Anzahl Z der Bits pro Periode dargestellt. Dabei fällt auf, dass sich mit zunehmendem Z die Amplituden der Grundwelle und der Oberwellen immer mehr aneinander annähern. So beträgt die Abweichung zwischen der Amplitude der Grundwelle und der 1. Oberwelle bei Z=22 nur noch 1%. Zwischen der Grundwelle und der 4. Oberwelle wird dieser Wert bei Z=62 erreicht.



Bild 6.3-7: Abhängigkeit verschiedener dynamischer Terme periodischer Einzelbitfolgen von der Anzahl Z von Bits pro Periodendauer

Da sich für große Z-Werte die Amplituden der Oberwellen nur minimal von der Grundwellenamplitude unterscheiden, entsprechen sich die Leistungsgrenzen der Grundwellendetektion und der Mehrwellendetektion zumindest bei den Einzelbitfolgen. In Kapitel 6.2.3. wurde für die Grundwellendetektion bei einem Signalhub von 1V und einem Rauschen von 10 mV eine maximale Länge der Bitfolge von Z=200 errechnet. Dieser Wert gilt somit auch für die Mehrwellendetektion.

6.3.3. Realisierung der Mehrwellendetektion

Bei der Mehrwellendetektion müssen die Amplituden und Phasen der Grundwelle und je nach vorliegender Bitkombination einer oder mehrerer Oberwellen der periodischen, digitalen Probenspannung aufgenommen werden. Eine quantitative Messung ist nicht erforderlich, da immer Verhältnisse zwischen den Amplitudenwerten sowie Differenzen der Phasenwerte gebildet werden. Aufgrund dessen bietet sich für die Mehrwellendetektion die Anwendung der qualitativen heterodynen Mischtechnik an.

Zur Detektion der erforderlichen Kraftterme müssen an die Messsonde harmonische Spannungen mit unterschiedlichen Frequenzen angelegt werden. Diese Spannungen können entweder zeitlich nacheinander (Zeitmultiplex) oder gleichzeitig (Frequenzmultiplex) an die Messsonde geschaltet werden. Beim Zeitmultiplex (siehe Bild 6.3-8) besitzen die verwendeten Messsondenspannungen die Frequenz der zu messenden dynamischen Probenspannungsterme zuzüglich der Resonanzfrequenz $\omega_{\rm r}$ der Messsonde. Auf diese Weise wird immer ein niederfrequenter Kraftterm bei der Resonanzfrequenz der Messsonde erzeugt, welcher proportional zum gerade betrachteten dynamischen Term der digitalen Probenspannung ist. Vorteile dieser Methode sind die hohe Messempfindlichkeit, welche durch die Detektion bei der Resonanzfrequenz erreicht wird und der geringe gerätetechnische Aufwand. Außerdem können die Amplituden der unterschiedlichen dynamischen Terme direkt miteinander verglichen werden, da die elektrische Kraft immer bei derselben Frequenz ausgewertet wird. Die Frequenzabhängigkeit der Übertragungsfunktion der Messsonde kommt somit nicht zum Tragen. Nachteile des Zeitmultiplex sind die längere Messdauer und der zusätzliche Aufwand zur Synchronisation des Umschaltvorgangs bei der Messsondenbeschaltung mit den Umschaltern hinter den Lock-In-Verstärkerausgängen.



Bild 6.3-8: Messung mehrerer dynamischer Kraftterme per Zeitmultiplex.

Beim Frequenzmultiplex werden mehrere harmonische Spannungen additiv überlagert an die Messsonde gelegt (siehe Bild 6.3-9). Jede dieser Spannungen erzeugt einen niederfrequenten Kraftterm, welcher proportional zu jeweils einem bestimmten dynamischen Term der digitalen Probenspannung ist. Damit diese Kraftterme voneinander getrennt aufgelöst werden können, verwendet man unterschiedliche Differenzfrequenzen zwischen den dynamischen Termen der Probenspannung und den harmonischen Messsondenspannungen. Um zu verhindern, dass die Frequenzabhängigkeit der Messsondenübertragungsfunktion eine unterschiedliche Wichtung der einzelnen Kraftterme erzeugt, muss ein Frequenzbereich für die Differenzfrequenzen gewählt werden, in welchem die Übertragungsfunktion nahezu konstant bleibt. Damit sind Frequenzen in der Nähe der Resonanzfrequenz tabu. Der Vorteil einer hohen Messgeschwindigkeit wird daher beim Frequenzmultiplex mit einer geringeren Messempfindlichkeit sowie einem höheren gerätetechnischen Aufwand – pro Kraftterm ist ein Lock-In-Verstärker notwendig - erkauft.



Bild 6.3-9: Messung mehrerer dynamischer Kraftterme per Frequenzmultiplex.

6.4. Übersprechen

Da bereits in Kapitel 5. die Ursachen und Auswirkungen des Übersprechens im Messsignal bei Messungen an mehreren signalführenden Submikrometerleitungen ausführlich untersucht worden sind, wird an dieser Stelle nur kurz erläutert, wann es bei der Grund- und Mehrwellendetektion zu einem Übersprechen kommt und welche Möglichkeiten zur Bestimmung der Bitkombination aus dem verfälschten Messsignal bestehen.

Wird mittels der Grundwellendetektion eine Bitkombination betrachtet, deren Grundwelle keine Mehrdeutigkeit aufweist, so kann es nur dann zu einem Übersprechen im Messsignal durch eine weitere, in der Nähe des Messpunkts befindliche, signalführende Leitung kommen, wenn diese Leitung mit einer periodischen Bitfolge gleicher oder vielfacher Periodendauer beschaltet ist. In diesem Fall treten bei der benachbarten Probenspannung dynamische Terme bei der Grundfrequenz der interessierenden Probenspannung auf und verfälschen das Messergebnis. Bei Bitkombinationen, deren Grundwelle keine eindeutige Identifikation erlaubt, müssen weitere dynamische Terme ermittelt werden. Hier ergibt sich auch durch Spannungen, deren Periodendauer einer der betrachteten Oberwellen entspricht, eine Verfälschung der Messergebnisse durch Übersprechen.

Die Grundwellendetektion erfordert in jedem Fall eine Referenzmessung, d.h. die Bitkombination auf der interessierenden Leitung kann geändert werden. Legt man nun eine Bitkombination an, welche nur Einsen oder Nullen enthält, so werden keine dynamischen Terme durch die interessierende Probenspannung erzeugt. Das Messsignal enthält in diesem Fall nur das Übersprechen, welches somit quantitativ bestimmt werden kann. Bei den anschließenden Messungen kann das unverfälschte Messsignal durch Subtraktion des komplexen Zeigers des Kraftanteils durch das Übersprechen vom Zeiger der Gesamtkraft generiert werden (siehe auch Bild 5.6-4). Weitere Möglichkeiten zur Bestimmung des unverfälschten Signals bieten die modifizierte 2-Höhenmessung mit Differenzzeigerbildung (siehe Kapitel 5.6.) sowie der Einsatz des Berechnungsmodells (siehe Kapitel 5.1. und 5.6.). Bei letzterem muss allerdings die Bitkombination und der Signalhub \hat{s} auf der Nachbarleitung bekannt sein, um das Übersprechen berechnen zu können.

Bei der Mehrwellendetektion werden mindestens 2 dynamische Terme der interessierenden, digitalen Probenspannung benötigt. Es kann daher nicht nur durch benachbarte Leitungsspannungen gleicher oder vielfacher Periodendauer zu einem Übersprechen kommen, sondern auch durch Spannungen, deren Periodendauer einer der detektierten Oberwellen entspricht.

Da bei der Mehrwellendetektion keine Referenzmessung möglich ist, kann nicht wie bei der Grundwellendetektion über das Anlegen einer Nullfolge das Übersprechen quantitativ ermittelt werden. Falls die digitalen Spannungen der Nachbarleitungen unbekannt sind, bietet die modifizierte 2-Höhenmessung mit Differenzzeigerbildung die einzige Möglichkeit, das Übersprechen aus dem Messsignal zu eliminieren. Allerdings wird das Signal-Rauschleistungsverhältnis durch die 2-Höhenmessung deutlich reduziert, so dass eine Verschlechterung der Leistungsgrenze der Mehrwellendetektion die Folge ist. Bei Kenntnis der digitalen Spannungen auf den Nachbarleitungen kann mittels des Berechnungsmodells der durch diese Spannungen erzeugte Kraftanteil bestimmt und von der gemessenen Gesamtkraft abgezogen werden.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass bei digitalen Messungen mittels der heterodynen Mischtechnik immer dann die Gefahr der Messwertverfälschung durch Übersprechen besteht, wenn auf Nachbarleitungen ebenfalls periodische, digitale Spannungen auftreten, deren Grundfrequenz einem ganzzahligen Vielfachen der betrachteten Frequenzterme entspricht. Besonders einfach gestaltet sich die Ermittlung des Übersprechens, wenn an die interessierende Leitung eine Nullfolge angelegt werden kann. Ansonsten muss eine der in Kapitel 5.6. vorgestellten Methoden angewendet werden.

6.5. Diskussion

Die Vorteile einer hohen Messempfindlichkeit, einer einfachen Messanordnung und der Möglichkeit, schnelle 2-dimensionale Verteilungsmessungen durchführen zu können, machen einen Einsatz der heterodynen Mischtechnik zur Messung digitaler Probenspannungen wünschenswert. Es wurde daher in diesem Kapitel untersucht, inwiefern mit der heterodynen Mischtechnik periodische, digitale Probenspannungen ermittelt werden können.

Die heterodyne Mischtechnik erlaubt die Messung von Amplituden- und Phasenwerten harmonischer Probenspannungen. Da zur genauen Bestimmung des zeitlichen Verlaufs einer periodischen digitalen Probenspannung sehr viele Oberwellen gemessen werden müssen, macht ein Einsatz der heterodynen Mischtechnik zur Bestimmung der Flankensteilheit logischer Pegelwechsel wenig Sinn. Zur Ermittlung der vorliegenden Bitkombination sind jedoch oft nur wenige dynamische Terme der Probenspannung erforderlich, so dass sich hier ein Einsatzgebiet für die heterodyne Mischtechnik eröffnet.

Kann an die interessierende Signalleitung vor der eigentlichen Messung ein digitales Referenzsignal angelegt werden, so ist es möglich, Bitkombinationen mittels der Grundwellendetektion zu ermitteln. Die Untersuchungen zeigten, dass sich mehrdeutige Messergebnisse ergeben können, wenn die Anzahl von Bits pro Periodendauer keine Primzahl ist. Hier müssen dann zusätzlich zur Grundwellenmessung Oberwellen bestimmt werden, um eine eindeutige Zuordnung der Bitkombination zu erreichen. Eine Begrenzung der Leistungsfähigkeit der Grundwellendetektion ist durch die Länge der Bitfolge gegeben. Bei sehr langen Bitfolgen werden die Abstufungen zwischen den Grundwellenamplituden sowie phasen unterschiedlicher Bitkombinationen immer geringer, so dass bedingt durch die begrenzte Spannungsauflösung der EKM keine beliebig langen Bitkombinationen aufgelöst werden können. Mit dem vorhanden Messaufbau ist bei einem Signalhub von 1V ein Grenzwert von 64 Bits pro Periode ermittelt worden.

Muss die digitale Bitkombination ohne Referenzmessung bestimmt werden, so verwendet kann die Grundwelle als Referenzsignal werden. Über die sowie Phasenverschiebungen zwischen Amplitudenverhältnisse verschiedenen Oberwellen und der Grundwelle ist es dann möglich, Aussagen bezüglich der vorliegenden Bitkombination zu treffen. Mit dieser sogenannten Mehrwellendetektion kann aufgrund des fehlenden Bezugspunkts nur die Signalform der digitalen Probenspannung angegeben werden, nicht aber die genaue Bitkombination. In vielen Fällen reicht die Betrachtung der Grundwelle und der ersten Oberwelle aus. Ergeben sich mehrdeutige Messergebnisse, müssen weitere Oberwellen hinzu genommen werden. Da somit bei der Mehrwellendetektion in der Regel nur wenige dynamische Terme gemessen werden müssen, ist auch hier ein Einsatz der heterodynen Mischtechnik empfehlenswert.

Sowohl bei der Grundwellen- als auch bei der Mehrwellendetektion wird die qualitative heterodyne Mischtechnik angewendet. Da bei der Mehrwellendetektion mehrere dynamische Terme gemessen werden müssen, können entweder alle benötigten Frequenzanteile parallel bestimmt werden, oder aber zeitlich nacheinander. Die parallele Messung besitzt dabei den Vorteil eines sehr schnellen Messablaufs, während die zeitlich abgesetzte Messung eine höhere Messempfindlichkeit aufweist.

Eine Verfälschung der Messergebnisse ergibt sich immer dann, wenn neben der interessierenden Leitung weitere signalführende Leitungen vorhanden sind, die Signalanteile bei den detektierten Frequenztermen besitzen. Im Fall der Grundwellendetektion kann über das Anlegen einer Nullfolge der Anteil des Übersprechens im Messsignal sehr einfach ermittelt werden Bei der Mehrwellendetektion müssen dagegen die in Kapitel 5.6. vorgestellten Methoden wie z.B. die modifizierte 2-Höhenmessung angewendet werden.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass mittels der heterodynen Mischtechnik die Möglichkeit besteht, sehr einfach und schnell die Bitkombination von digitalen Probenspannungen zu bestimmen. Im Gegensatz zur Samplingtechnik können dabei ohne Probleme 2-dimensionale Verteilungsbilder aufgenommen werden, die eine Signalpfadverfolgung erlauben.