Computersimulationen zum Depinning – Übergang in ungeordneten magnetischen Systemen

Von der Fakultät für Naturwissenschaften der
Gerhard – Mercator – Universität Duisburg
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften genehmigte Dissertation

von

Lars Roters

aus

Oberhausen

Referent:	Prof. Dr. K. D. Usadel
Korreferent:	Prof. Dr. D. Wolf
Tag der mündlichen Prüfung:	3. Dezember 2002

Inhalt der Arbeit

In der vorliegenden Arbeit wird die Dynamik getriebener Grenzflächen im Zufallsfeld – Ising – Modell (RFIM) durch Monte – Carlo – Simulationen untersucht. Im Zufallsfeld – Ising – Modell trennen Grenzflächen räumliche Bereiche entgegengesetzter Magnetisierung. Durch Anlegen eines äußeren Feldes wird eine der beiden Magnetisierungsrichtungen energetisch bevorzugt, wodurch eine Grenzflächenbewegung herbeigeführt werden kann. Diese Bewegung wird durch die Zufallsfelder gehemmt.

In Abwesenheit thermischer Fluktuationen ($T = 0$) tritt aufgrund der Konkurrenz zwischen dem Zufallsfeld und dem treibenden Feld ein sogenannter Depinning – Übergang auf. Eine dauerhafte Grenzflächenbewegung findet nur statt, wenn das treibende Feld H eine kritische Stärke H_c überschreitet. Am Depinning – Übergang verschwindet die Grenzflächengeschwindigkeit im allgemeinen kontinuierlich und kann durch einen Exponenten β charakterisiert werden. Die in den Dimensionen $d = 3, 4, 5, 6$ bestimmten Werte von β im RFIM sind konsistent mit der Annahme, daß der Depinning – Übergang im RFIM in der sogenannten Edwards – Wilkinson Universalitätsklasse liegt.

Bei endlichen Temperaturen können die im RFIM auftretenden Energiebarrieren, die bei $T = 0$ zum Pinning der Grenzfläche führen, durch thermische Fluktuationen überwunden werden, was zu einer permanenten Grenzflächenbewegung führt. Im Grenzfall kleiner treibender Felder tritt im RFIM eine durch thermische Aktivierung hervorgerufene Kriechbewegung der Grenzfläche auf, die in anderen Systemen von phänomenologischen Theorien, funktionellen Renormierungsgruppenrechnungen und Experimenten gefunden wird. Die Feldabhängigkeit der Energiebarriere wird im RFIM in $d = 2, 3$ bestimmt und die Ergebnisse mit der Literatur verglichen.

Weiterhin wird der Frage nachgegangen, ob sich der Einfluß der Temperatur auf den Depinning – Übergang im Rahmen der Theorie kritischer Phänomene verstehen läßt. Hierzu wird geprüft, ob sich die Grenzflächengeschwindigkeit in der Nähe des Übergangspunktes ($H = H_\mathrm{c} \,|\, T = 0$) bezüglich Temperatur und treibendem Feld als verallgemeinert homogene Funktion darstellen läßt. Diese Vermutung wird durch Simulationen in $d = 3, 4, 6$ bestätigt, die auf das Verhalten $v(H = H_\mathrm{c}) \sim T^{1/\psi}$ mit einem Exponenten $\psi > 0$ schließen lassen. Die Formulierung der Grenzflächengeschwindigkeit als verallgemeinert homogene Funktion wird durch Untersuchungen an dünnen Filmen bestätigt, aus denen auch geschlossen werden kann, daß der Depinning – Übergang in dünnen Filmen durch die Exponenten des zweidimensionalen Modells charakterisiert wird.

Bei Untersuchungen des fünfdimensionalen Modells werden logarithmische Korrekturen gefunden, aus deren Auftreten geschlossen werden kann, daß $d_\mathrm{c} = 5$ die obere kritische Dimension des Depinning – Übergangs im RFIM ist.

Abstract

The dynamics of driven interfaces in the random – field Ising model (RFIM) is investigated by the use of Monte Carlo simulations. Interfaces in the RFIM separate regions of opposite spin orientation. By applying an external field one orientation is energetically favored. This may yield an interface motion which is hindered by the random – field.

Without thermal fluctuations the competition between the driving field and the random – field leads to a so – called depinning transition. A permanent interface motion is found only if the driving field exceeds a threshold field H_c. At the transition point the interface velocity vanishes continuously, characterized by a critical exponent β. The values of β found in the RFIM for the dimensions $d = 3, 4, 5, 6$ support the assumption that the depinning transition in the RFIM belongs to the universality class of the Edwards – Wilkinson equation with quenched disorder.

The energy barriers which cause a pinning of the interface at temperature $T = 0$ can be overcome due to the energy provided by thermal fluctuations. This yields a permanent interface motion. For sufficient small driving fields a so – called creep regime is found in the random – field Ising model. This creep regime is predicted by phenomenological theories, functional renormalization group calculations, and has been observed in experiments. The field dependence of the energy barrier in the RFIM is investigated and the results are compared with those known in the literature.

Furthermore, it is investigated whether the influence of temperature on the depinning transition can be understood within the theory of critical phenomena. It is assumed that the interface velocity can be expressed as a generalized homogenous function in the vicinity of the transition point $(H = H_c \,|\, T = 0)$. This assumption is supported by the results of simulations in the dimensions $d = 3, 4, 6$, yielding an algebraic decay $v(H = H_c) \sim T^{1/\psi}$ with an exponent $\psi > 0$. The assumption of the interface velocity being a generalized homogenous function is also validated by simulations of magnetic films. From these simulations it can additionally be concluded that the depinning transition in magnetic films is characterized by the two dimensional exponents.

The investigations of the five dimensional model show the occurrence of logarithmic correction revealing that $d_c = 5$ is the upper critical dimension of the depinning transition in the RFIM.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis **8**

1 Einleitung **13**

2 Simulationen getriebener Wände im Zufallsfeld – Ising – Modell **19**

2.1 Definition des Modells 19

2.2 Monte – Carlo – Simulationen 20

2.3 Grenzflächenbewegung, Nukleation und antiperiodische Randbedingungen 23

3 Grundlegende Betrachtungen zur Grenzflächendynamik **27**

3.1 Orientierung der Grenzfläche im Gitter 27

3.2 Abbildung auf ein getriebenes Gittergas 31

3.3 Überhänge und Lawinenprozesse 33

3.4 Thermische Fluktuationen 35

3.5 Phasendiagramm 35

4 Depinning – Übergang im dreidimensionalen Modell **37**

4.1 Analyse ohne thermische Fluktuationen 37

4.2 Analyse mit thermischen Fluktuationen 43

5 Depinning – Übergang in höheren Dimensionen **49**

5.1 Grenzflächendynamik in vier Dimensionen 49

5.2 Die obere kritische Dimension 52

5.3 Molekularfeldanalyse 57

6 Crossover – Skalenverhalten getriebener Grenzflächen 61

7 Grenzfall kleiner treibender Felder 67

7.1 Kriechbewegung im zweidimensionalen Modell 68

7.2 Kriechbewegung im dreidimensionalen Modell 73

8 Verallgemeinert bimodal verteilte Zufallsfelder 79

9 Zusammenfassung und Diskussion 85

Literaturverzeichnis 93

Danksagung 99

Abbildungsverzeichnis

Kap. 2 Simulationen getriebener Wände im Zufallsfeld – Ising – Modell **19**

2.1 Konzept der antiperiodischen Randbedingungen 26

Kap. 3 Grundlegende Betrachtungen zur Grenzflächendynamik **27**

3.1 Skizze einer normal zur [01] – Richtung eines sc – Gitters orientierten Grenzfläche 28

3.2 Skizze einer normal zur [11] – Richtung eines sc – Gitters orientierten Grenzfläche und Abbildung auf den *Asymmetric Simple Exclusion Process* 29

3.3 Abhängigkeit der Grenzflächengeschwindigkeit vom treibenden Feld für $\Delta < 1$ 30

3.4 Vergleich zwischen den Geschwindigkeiten im $2d$ – Zufallsfeld – Ising – Modell und im *Asymmetric Simple Exclusion Process* . . 32

3.5 Dynamik der Grenzflächenbewegung für $\Delta > 1$ 34

3.6 Einfluß thermischer Fluktuationen auf die Grenzflächendynamik 35

3.7 Zustandsdiagramm der Grenzflächendynamik für verschiedene treibende Felder und Unordnungsstärken 36

Kap. 4 Depinning – Übergang im dreidimensionalen Modell **37**

4.1 Bestimmung des Exponenten ν in $d = 3$ 38

4.2 Grenzflächenkonfiguration bei $T = 0$ 40

4.3 Numerische Bestimmung der Wandgeschwindigkeit 41

4.4 Bestimmung des Exponenten β der Wandgeschwindigkeit 42

4.5 Einfluß thermischer Fluktuationen auf den Depinning – Übergang 43
4.6 Skalenanalyse zum Einfluß der thermischen Fluktuationen (i) . . 44
4.7 Skalenanalyse zum Einfluß der thermischen Fluktuationen (ii) . 45

Kap. 5 Depinning – Übergang in höheren Dimensionen 49

5.1 Wandgeschwindigkeiten des vierdimensionalen Modells ($T = 0$) . 50
5.2 Skalenanalyse zum Einfluß thermischer Fluktuationen in $d = 4$. 51
5.3 Wandgeschwindigkeiten des vierdimensionalen Modells ($T = 0$) . 53
5.4 Der effektive Exponent β_{eff} in den Dimensionen $d = 2, 3, 4, 5, 6$. 53
5.5 Wandgeschwindigkeiten des fünfdimensionalen Modells ($T = 0$) 55
5.6 Skalenanalyse zum Einfluß thermischer Fluktuationen in $d = 5$. 56
5.7 Wandgeschwindigkeiten des sechsdimensionalen Modells ($T = 0$) 58
5.8 Skalenanalyse zum Einfluß thermischer Fluktuationen in $d = 6$. 59

Kap. 6 Crossover – Skalenverhalten getriebener Grenzflächen 61

6.1 Momentaufnahme einer Grenzflächenkonfiguration in einem Film 62
6.2 Wandgeschwindigkeiten für verschiedene treibende Felder und Schichtdicken 63
6.3 Crossover – Skalierung der Wandgeschwindigkeiten 64

Kap. 7 Grenzfall kleiner treibender Felder 67

7.1 Grenzflächengeschwindigkeit unterhalb des Übergangspunktes für verschiedene Temperaturen und treibende Felder in $d = 2$ . . 69
7.2 Werte der effektiven Energiebarriere in $d = 2$ 70
7.3 Referenzdarstellung zur Bestimmung der effektiven Energiebarriere 71
7.4 Test der effektiven Energiebarriere nach Chauve *et al.* (1998) . 72
7.5 Test einer logarithmischen Feldabhängigkeit der effektiven Energiebarriere 73
7.6 Grenzflächengeschwindigkeit unterhalb des Übergangspunktes für verschiedene Temperaturen und treibende Felder in $d = 3$ . . 74
7.7 Werte der effektiven Energiebarriere in $d = 3$ 75
7.8 Referenzdarstellung zur Bestimmung der effektiven Energiebarriere 75

7.9 Test einer logarithmischen Feldabhängigkeit der effektiven Energiebarriere 77
7.10 Test einer algebraischen Feldabhängigkeit der effektiven Energiebarriere 77

Kap. 8 Verallgemeinert bimodal verteilte Zufallsfelder 79

8.1 Lokale Verteilung der Zufallsfelder an der Grenzfläche 80
8.2 Darstellung der verallgemeinert bimodalen Verteilungsfunktion . 83
8.3 Grenzflächengeschwindigkeit bei verallgemeinert bimodal verteilter Unordnung 83
8.4 Reskalierung der Grenzflächengeschwindigkeiten 84

Kap. 9 Zusammenfassung und Diskussion 85

9.1 Vergleich der gefundenen Werte von ν 86
9.2 Vergleich der gefundenen Werte von $\beta(d = 3)$ 87
9.3 Für $\beta(d)$ und $\psi(d)$ gefundene Werte 88

Einleitung

Der sogenannte Depinning – Übergang wird in Systemen beobachtet, die einen Übergang von einem bewegten in einen unbewegten Zustand aufweisen. Hervorgerufen wird der Depinning – Übergang im allgemeinen durch eine Konkurrenz zwischen einer treibenden Kraft und der Unordnung, durch welche die Bewegung gehemmt wird. Ein aus der klassischen Mechanik bekanntes System, das ein solches Verhalten zeigt, wird von Barabási und Stanley (1995) sowie Kardar (1998) genannt. Es handelt sich dabei um die Bewegung einer Punktmasse, die einer treibenden Kraft F und einer Reibungskraft unterworfen ist. Die Reibungskraft $F_{\mathrm{R}} = F_{\mathrm{c}} + \alpha\, v$ besitzt einen statischen Anteil F_{c} und einen geschwindigkeitsabhängigen Anteil $\alpha\, v$ ($\alpha > 0$). Die Newton'sche Bewegungsgleichung führt auf den Zusammenhang

$$m\,\dot{v} = F - F_{\mathrm{c}} - \alpha\, v. \tag{1.1}$$

Im Grenzfall $t \to \infty$ existiert ein stationärer Bewegungszustand, der durch die zeitunabhängige Teilchengeschwindigkeit

$$v(t \to \infty) = \begin{cases} |F - F_{\mathrm{c}}|^{\beta} \,/\, \alpha & : \quad |F| \geq |F_{\mathrm{c}}| \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases} \tag{1.2}$$

mit einem Exponenten $\beta = 1$ beschrieben wird. Am Übergangspunkt F_{c} verschwindet die Grenzflächengeschwindigkeit mit abnehmender treibender Kraft linear.

In vielen physikalischen Systemen, die einen Depinning – Übergang aufweisen, beschreibt die charakteristische Geschwindigkeit v nicht die Bewegung eines einzelnen Teilchens, sondern die eines Ensembles. Zwischen den Freiheitsgraden des betreffenden Ensembles existiert dann im allgemeinen eine elastische Koppelung, die nach Kardar (1998) grundlegend für das Auftreten eines kontinuierlichen Depinning – Übergangs ist. Beispiele solcher Systeme sind das Pinning von Fluß – Linien in Typ – II Supraleitern (Blatter *et al.*, 1994), von Kontaktlinien (P. G. de Gennes, 1985), der Depinning – Übergang getriebener Ladungsdichtewellen (Fisher, 1983, 1985; Grüner, 1988; Middleton, 1992) und die Dynamik getriebener Grenzflächen in ungeordneten Medien (Feigel'man, 1983;

Bruinsma und Aeppli, 1984; Koplik und Levine, 1985; Nattermann *et al.*, 1992; Amaral *et al.*, 1994; Kardar, 1998). In allen genannten Beispielen kann der Bewegungszustand des Ensembles durch eine für das betreffende System charakteristische Geschwindigkeit in Abhängigkeit eines Kontrollparameters beschrieben werden. Im Falle getriebener Ladungsdichtewellen z. B. wird deren Phasengeschwindigkeit durch ein anliegendes elektrisches Feld bestimmt; in magnetischen Systemen wird die Geschwindigkeit einer Domänenwand durch ein anliegendes Magnetfeld bestimmt.

Die Abhängigkeit zwischen der charakteristischen Geschwindigkeit und dem Kontrollparameter entsteht aus der Konkurrenz zwischen dem treibenden Feld und der Unordnung. Für hinreichend starke treibende Felder wächst die Geschwindigkeit im allgemeinen linear mit dem treibenden Feld an. Mit abnehmendem treibendem Feld treten aufgrund der Unordnung zunehmend Abweichungen von diesem Verhalten auf, bis die charakteristische Geschwindigkeit am Übergangspunkt schließlich kontinuierlich verschwindet. Zur Analyse der Dynamik von Grenzflächen in ungeordneten Systemen beschreiben Feigel'man (1983) sowie Bruinsma und Aeppli (1984) die Grenzfläche in einem $d-$dimensionalen magnetischen System durch ein Höhenprofil $z(\underline{x}, t)$ mit einem $(d-1)-$dimensionalen Vektor $\underline{x}$. Unter der Annahme, daß die Grenzfläche als elastische Membran beschrieben werden kann, finden Bruinsma und Aeppli (1984) für die Energie der Grenzfläche den Ausdruck

$$\mathcal{H} = \frac{J}{2} \int \mathrm{d}^{d-1}\underline{x}\, |\nabla z|^2 + 2 \int \mathrm{d}^{d-1}\underline{x} \int \mathrm{d}\xi\, z(\underline{x}) h(\underline{x}, \xi). \tag{1.3}$$

In Gl. (1.3) führt der erste Summand zu einer Glättung der Grenzfläche. Der zweite Summand beschreibt eine Koppelung der Grenzflächenposition $z(\underline{x})$ an die Zufallsfelder $h(\underline{x}, z)$, durch die die Unordnung realisiert wird. Unter Verwendung der Bewegungsgleichung $\partial z/\partial t = H - \delta\mathcal{H}/\delta z$ finden Bruinsma und Aeppli (1984) für die Zeitabhängigkeit der Grenzflächenposition $z(\underline{x}, t)$ die Beziehung

$$\tau \frac{\partial z}{\partial t} = \gamma \nabla^2 z(\underline{x}, t) + H + h(\underline{x}, z) \quad \text{mit} \quad z = z(\underline{x}, t), \tag{1.4}$$

die einen Spezialfall einer von Feigel'man (1983) untersuchten Bewegungsgleichung darstellt. Der Ausdruck Gl. (1.4) wird in Anlehnung an die von Edwards und Wilkinson (1982) gefundene Gleichung als Edwards – Wilkinson Gleichung mit eingefrorener Unordnung bezeichnet (QEW – Gleichung; siehe z. B. Amaral *et al.*, 1995).

In Gl. (1.4) wird die Grenzflächenbewegung durch das treibende Feld H unterstützt. Das Zufallsfeld h, durch das die Bewegung gehemmt wird, wird im

allgemeinen als räumlich unkorreliert angenommen, d. h.

$$\langle h(\underline{x}, z)\, h(\underline{x}', z')\rangle = \hat{h}^2\, \delta^{d-1}(\underline{x} - \underline{x}')\, \delta(z - z'). \tag{1.5}$$

In einem Ausschnitt $0 \leq |\underline{x}| < l$ der Grenzfläche sind die elastischen Kräfte von der Ordnung γl^{d-3} und die von den Zufallsfeldern ausgeübte Kraft von der Ordnung $\langle h(\underline{x}, z)\, h(\underline{x}', z')\rangle^{1/2} \sim \hat{h}\, l^{(d-1)/2}$. Beide Kräfte sind auf der Skala der sogenannten Larkin – Länge

$$l_{\text{Larkin}} \sim \left(\frac{\gamma}{\hat{h}}\right)^{2/(5-d)} \tag{1.6}$$

von derselben Größenordnung (siehe z. B. Larkin, 1970; Bruinsma und Aeppli, 1984; Nattermann *et al.*, 1992; Leschhorn *et al.*, 1997, und dortgenannte Referenzen). Dem Zusammenhang Gl. (1.6) entnimmt man, daß in $d > 5$ auf Längenskalen deutlich oberhalb der Larkin – Länge die elastischen Kräfte dominieren und zu einer im statistischen Sinne glatten Grenzfläche führen. Für $d < 5$ hingegen wird die Grenzfläche rauh, und ihre Morphologie paßt sich dem inhomogenen Charakter der Zufallsfelder an. Diese Eigenschaft legt den Schluß nahe, daß $d = 5$ als obere kritische Dimension der QEW – Gleichung interpretiert werden kann.

Ausgehend von Gl. (1.4) kann der Exponent β der mittleren Wandgeschwindigkeit $v = \langle \partial z/\partial t\rangle$ im Rahmen einer ϵ – Entwicklung in $\epsilon = 5 - d$ bestimmt werden (Nattermann *et al.*, 1992; Chauve *et al.*, 2001). Chauve *et al.* (2001) finden

$$\beta_{\text{QEW}} = 1 - \frac{1}{9}\,\epsilon - 0.040123\,\epsilon^2 + \mathcal{O}\left(\epsilon^3\right). \tag{1.7}$$

Neben dem Exponenten der Wandgeschwindigkeit können weitere Exponenten der QEW – Gleichung in $\mathcal{O}(\epsilon)$ (Nattermann *et al.*, 1992) bzw. $\mathcal{O}(\epsilon^2)$ (Chauve *et al.*, 2001) bestimmt werden, die u. a. die Divergenz der Korrelationslängen parallel und senkrecht zur getriebenen Wand charakterisieren.

Aufgrund der eingefrorenen Unordnung treten unterhalb des Übergangspunktes effektive Energiebarrieren auf, durch die eine dauerhafte Grenzflächenbewegung verhindert wird. Das treibende Feld beeinflußt die Höhe der Energiebarrieren, aber unterhalb des Depinning – Übergangs wird die Grenzfläche bei der Temperatur $T = 0$ in einem metastabilen Zustand gepinnt. Bei endlichen Temperaturen $T > 0$ kann die Grenzfläche die effektiven Energiebarrieren aufgrund thermischer Fluktuationen überwinden. Dies führt dazu, daß bei endlichen Temperaturen kein gepinnter Zustand auftritt. Im Grenzfall kleiner treibender Felder tritt eine sogenannte Kriechbewegung auf, in der die charakteristische Geschwindigkeit v einem Arrhenius – Gesetz folgt und exponentiell von der Temperatur T

und der effektiven Energiebarriere $E(H)$ abhängt

$$v(H \ll H_c) \sim \exp\left[-\frac{E(H)}{T}\right]. \tag{1.8}$$

Der Ausdruck Gl. (1.8) wird durch phänomenologische Theorien,[1] Renormierungsgruppenrechnungen (Chauve *et al.*, 1998, 2000), Experimente (Lemerle *et al.*, 1998) und Simulationen (Kap. 7) bestätigt.

Der Zusammenhang Gl. (1.8) besteht für treibende Felder weit unterhalb des Depinning – Übergangs. Für $H \approx H_c$ legt eine von Fisher (1985) durchgeführte Molekularfeldanalyse nahe, daß die charakteristische Geschwindigkeit getriebener Ladungsdichtewellen in der Nähe des Übergangspunktes als verallgemeinert homogene Funktion von Temperatur T und reduziertem treibenden Feld h dargestellt werden kann

$$v(h,T) = T^{1/\psi}\,\hat{v}\left(h\,T^{-1/(\beta\psi)}\right) \quad \text{mit} \quad h = \frac{H - H_c}{H_c}\,. \tag{1.9}$$

Die in Gl. (1.9) auftretende Funktion $\hat{v}(x)$ ist nichtuniversell, wird für $x \to -\infty$ exponentiell klein und besitzt die Asymptotik $\hat{v}(x \to \infty) \sim x^\beta$ (Fisher, 1985). Für den Exponenten β erhält Fisher (1983, 1985) aus der Bewegungsgleichung den Wert $\beta = 3/2$. Am kritischen Punkt führt Gl. (1.9) auf die Beziehung

$$v(h = 0, T) \sim T^{1/\psi} \tag{1.10}$$

mit einem nach Middleton (1992) möglicherweise nichtuniversellen Exponenten ψ, für den Fisher (1985) im Rahmen des von ihm betrachteten Modells getriebener Ladungsdichtewellen den Wert $\psi = 1$ findet.

Ein weiteres Beispiel, bei dem der Einfluß thermischer Fluktuationen auf den Depinning – Übergang nicht vernachlässigt werden kann, sind magnetische Systeme, in denen eine Domänenwand Phasen entgegengesetzter Magnetisierung voneinander trennt. Durch ein anliegendes Magnetfeld wird eine der beiden Phasen gegenüber der anderen energetisch bevorzugt, was im allgemeinen zu Domänenwandbewegung und Nukleation führen kann. Kleinefeld *et al.* (1994) und Valentin *et al.* (1996) finden durch Experimente an $Co_{28}Pt_{72}$ – Filmen, daß der Ummagnetisierungsprozeß in hinreichend dünnen Filmen durch Domänenwandbewegung dominiert wird. Nowak *et al.* (1997) messen für diesen Fall Domänenwandgeschwindigkeiten im Bereich $v \approx 0.1 \ldots 2\,\mu\text{m/s}$ und finden eine signifikante Feld – und Temperaturabhängigkeit.

[1] Ioffe und Vinokur (1987); Nattermann (1987); Feigel'man *et al.* (1989); Lemerle *et al.* (1998); Chauve *et al.* (2000); Nattermann und Scheidl (2000); und dortgenannte Referenzen.

Der Skalenansatz Gl. (1.9) wird durch Simulationen getriebener Domänenwände im zweidimensionalen Zufallsfeld – Ising – Modell bestätigt, in denen Nowak und Usadel (1998) für den in Gl. (1.10) eingehenden Exponenten einen Wert $\psi = 5.0 \pm 0.3$ finden. Für die QEW – Gleichung ist der Wert des Temperatur – Exponenten ψ zur Zeit nicht bekannt und Gegenstand aktueller Untersuchungen (Tang und Stepanow, 1998; Stepanow, 2001). Anknüpfend an die Untersuchungen des zweidimensionalen Modells (Nowak und Usadel, 1998) wird in der vorliegenden Arbeit die Dynamik getriebener Grenzflächen im Zufallsfeld – Ising – Modell (RFIM) mit und ohne Temperatur in verschiedenen Dimensionen untersucht.

In Kap. 2 dieser Arbeit wird zunächst das RFIM selbst sowie die in den Simulationen verwendete Glauber – Dynamik und die antiperiodischen Randbedingungen beschrieben. Das RFIM ist auf einem diskreten Gitter definiert, und die hierdurch entstehenden, für den Depinning – Übergang getriebener Grenzflächen relevanten Effekte werden in Kap. 3 diskutiert.

In Kap. 4 wird das Skalenverhalten der Grenzflächengeschwindigkeit in der Nähe des Depinning – Übergangs im dreidimensionalen Modell untersucht. Der von Fisher (1985) vorgeschlagene Ansatz [Gl. (1.9)] wird in Kap. 4 mit Hilfe der in der Theorie der kritischen Phänomene etablierten Annahme abgeleitet, daß es sich beim Depinning – Übergang um einen skaleninvarianten Punkt handelt. Aus dieser Annahme wird ein zweiter, zu Gl. (1.9) physikalisch äquivalenter Skalenansatz hergeleitet, dessen Gültigkeit im $3d$ – RFIM untersucht wird.

Die die Wandgeschwindigkeit charakterisierenden Exponenten β und ψ [Gl. (1.2) und Gl. (1.10)] werden in Kap. 4 und 5 in den Dimensionen $d = 3, 4, 5, 6$ bestimmt. Die im Rahmen der Analyse gefundenen Werte $\beta(d)$ des RFIM werden mit jenen der QEW – Gleichung [Gl. (1.7)] verglichen (siehe auch Kap. 9). Weiterhin läßt die durchgeführte Analyse Rückschlüsse auf die obere kritische Dimension d_c im RFIM zu, da zum einen die Werte kritischer Exponenten auf und oberhalb von d_c im allgemeinen dimensionsunabhängig sind, und zum anderen sogenannte logarithmische Korrekturen für $d = d_c$ erwartet werden können (Kap. 5.2).

Bei kontinuierlichen Phasenübergängen in magnetischen Filmen tritt bei Annäherung an den Übergangspunkt im allgemeinen ein Crossover von drei – zu zweidimensionalem Verhalten auf. Die entsprechende Crossover – Skalenanalyse wird in Kap. 6 durchgeführt.

In Kap. 7 wird die Grenzflächendynamik unterhalb des Depinning – Übergangs bei kleinen aber endlichen Temperaturen untersucht. In diesem Fall zeigen phänomenologische Theorien, Renormierungsgruppenrechnungen und Experimente, daß die Abhängigkeit der Wandgeschwindigkeiten von der Temperatur durch ein Arrhenius – Gesetz beschrieben werden kann.

In Kap. 8 wird die lokal an der getriebenen Grenzfläche auftretende Unordnungsverteilung und ihr Einfluß auf die Wandgeschwindigkeit untersucht. Die entsprechenden Schlußfolgerungen werden für eine spezielle Wahl der Unordnungsverteilung bestätigt und ermöglichen die Bestimmung des Exponenten β der Wandgeschwindigkeit im Falle bimodalverteilter Unordnung.

Abschließend erfolgt in Kap. 9 eine Diskussion der Ergebnisse und ein Vergleich mit der Literatur.

Simulationen getriebener Wände im Zufallsfeld – Ising – Modell

In der vorliegenden Arbeit wird die Dynamik getriebener Grenzflächen im Zufallsfeld – Ising – Modell (RFIM, „random – field Ising model“) untersucht. In Kap. 2.1 wird das Modell beschrieben. Simulationen des Modells sind auf eine einfache Weise möglich, weil es auf einem Gitter definiert ist. Weiterhin kann der Einfluß der Temperatur auf die Grenzflächendynamik im RFIM mit Hilfe gut etablierter Methoden untersucht werden. Eine dieser Methoden ist die Monte – Carlo – Simulation (Kap. 2.2), die in der vorliegenden Arbeit verwendet wird. In Kap. 2.3 wird auf spezielle Details eingegangen, die für die Simulation getriebener Grenzflächen von Bedeutung sind.

2.1 Definition des Modells

Das Zufallsfeld – Ising – Modell, im folgenden als RFIM bezeichnet, basiert auf dem von Ising (1925) veröffentlichtem Modell zur Beschreibung von magnetischen Phänomenen, bei denen das magnetische Moment in eine von zwei entgegengesetzen Richtungen zeigt, und Wechselwirkungen zwischen magnetischen Momenten „mit der Entfernung rasch abklingen“ (Ising, 1925). Ising nahm an, daß man die Wechselwirkungen in erster Näherung auf benachbarte Spins $S_i = \pm 1$ beschränken könne. Die Hamiltonfunktion dieses Modells lautet $\mathcal{H}_{\text{Ising}} = -\frac{J}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i \, S_j$, wobei die Summation auf nächste Nachbarn beschränkt ist, und die Stärke der Wechselwirkung mit J bezeichnet wird.

Das Zufallsfeld – Ising – Modell (RFIM) stellt eine Verallgemeinerung des Ising – Modells im äußeren Feld dar, in dem die Stärke des äußeren Feldes durch ein lokales Zufallsfeld modifiziert wird (Imry und Ma, 1975). Sowohl für analytische als auch für numerische Untersuchungen ist es im allgemeinen zweckmäßig, die Hamiltonfunktion in Einheiten der Wechselwirkungskonstanten anzugeben ($\mathcal{H} \to \mathcal{H}/J$). In diesem Fall lautet die Hamiltonfunktion des RFIM

$$\mathcal{H}_{\text{RFIM}} = -\frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i \, S_j - \sum_i (H + h_i) \, S_i. \tag{2.1}$$

In Gl. (2.1) bezeichnet H bzw. h_i das mit J reskalierte äußere Feld bzw. Zufallsfeld. Zur Simulation von Wandbewegung in ungeordneten Medien verwendet man eingefrorene Zufallsfelder mit Mittelwert $\langle h_i \rangle = 0$, deren räumliche Korrelationen durch $\langle h_i h_j \rangle = \langle h_i^2 \rangle \, \delta_{ij}$ bestimmt sind. Zur vollständigen Spezifizierung der Zufallsfelder ist zusätzlich die Festlegung ihrer Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(h_i)$ erforderlich. In dieser Arbeit beschränke ich mich auf symmetrische Unordnungsverteilungen $[p(h_i) = p(-h_i)]$, bei denen zwischen beschränkten und unbeschränkten Verteilungen unterschieden werden kann. Bei einer beschränkten Unordnungsverteilungen besitzt der Abschneideparameter $\Delta = \max_i |h_i|$ einen endlichen Wert. Beispiele sind die verallgemeinert bimodale Verteilung

$$p(h_i) = \begin{cases} (4\,S)^{-1} & : \quad \Big| |h_i| - |\eta| \Big| < S \\ 0 & : \quad \text{sonst,} \end{cases} \tag{2.2}$$

die im Grenzfall $S \to 0$ gegen die bimodale Verteilung

$$p(h_i) = \frac{1}{2} \left[\, \delta(h_i - \Delta) \, + \, \delta(h_i + \Delta) \, \right] \tag{2.3}$$

konvergiert, und die gleichförmige Verteilung

$$p(h_i) = \begin{cases} (2\Delta)^{-1} & : \quad |h_i| < \Delta \\ 0 & : \quad \text{sonst,} \end{cases} \tag{2.4}$$

die aus Gl. (2.2) durch Wahl von $\eta = S$ hervorgeht. Zu den unbeschränkten Unordnungsverteilungen gehört die Gauß – Verteilung

$$p(h_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{h_i}{\sigma} \right)^2 \right] . \tag{2.5}$$

Die Stärke der Unordnung wird durch den Parameter σ bzw. Δ bestimmt. Während im Falle der Gauß – Verteilung dem Betrage nach beliebig große Zufallsfelder auftreten können, ist $|h_i|$ im Falle der bimodalen und der gleichförmigen Verteilung durch den Parameter Δ beschränkt. Die hierdurch auftretenden Konsequenzen für die Bewegung von Domänenwänden im RFIM werden in Kap. 3 diskutiert. Soweit im folgenden nicht anders angegeben, werden die in dieser Arbeit diskutierten Simulationen mit gleichförmig verteilter Unordnung [Gl. (2.4)] durchgeführt.

2.2 Monte – Carlo – Simulationen

Monte – Carlo – Simulationen werden sowohl für Untersuchungen an getriebenen Systemen als auch im thermischen Gleichgewicht benutzt. Im Falle getriebener

Systeme werden sie z. B. für Untersuchungen der Brown'schen Bewegung von Makromolekülen, der Diffusion an Oberflächen, der spinodalen Entmischung und von Nukleationsprozessen eingesetzt [siehe z. B. Binder und Heermann (1997) und dortgenannte Referenzen]. Ein weiteres Beispiel sind getriebene Grenzflächen in ferromagnetischen Systemen. In allen diesen Beispielen wird die Monte – Carlo – Simulation dazu benutzt, die stochastische Dynamik des Systems fernab vom thermischen Gleichgewicht zu simulieren. Grundlage hierfür ist eine dynamische Interpretation der durch Monte – Carlo – Simulationen erhaltenen Zustände des betreffenden Systems im Sinne einer Master – Gleichung. Im folgenden werden die der Monte – Carlo – Methode zugrunde liegenden Ideen skizziert. Für eine vollständigere Darstellung sei auf Binder (1976), Binder und Heermann (1997) und Ohno *et al.* (1999) sowie die dort enthaltenen Referenzen verwiesen.

Im thermischen Gleichgewicht können thermodynamische Größen, wie z. B. die Magnetisierung eines Ferromagneten, durch Integration bzw. Summation über den gesamten Phasenraum, d. h. über alle Spinkonfigurationen $\underline{S} = (S_1, S_2, ..., S_N)$, bestimmt werden. Für den Erwartungswert $\langle m \rangle$ der Magnetisierung eines Ferromagneten führt dies beispielsweise auf den Zusammenhang

$$\langle m \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{\{\underline{S}\}} m(\underline{S}) \, \exp\left(-\frac{\mathcal{H}(\underline{S})}{T}\right). \tag{2.6}$$

In Gl. (2.6) bezeichnen $Z = \sum_{\{\underline{S}\}} \exp(-\mathcal{H}(\underline{S})/T)$ die zur Normierung benutzte Zustandsumme, $\mathcal{H}(\underline{S})$ die Energie der Spinkonfiguration und T die mit der Boltzmann-Konstanten reskalierte Temperatur. Drückt man die Hamiltonfunktion wie in Gl. (2.1) in Einheiten der Wechselwirkungskonstanten J aus, so ist die Temperatur zusätzlich mit J zu reskalieren.

Da die Summation Gl. (2.6) im allgemeinen nicht exakt ausgeführt werden kann, werden zur Bestimmung des Erwartungswertes $\langle m \rangle$ Näherungsverfahren und numerische Methoden herangezogen, zu denen die Monte – Carlo – Simulation gehört. Bei der Monte – Carlo – Simulation wird nicht über alle Zustände $\{\underline{S}\}$ summiert, sondern über eine endliche Zahl geeignet ausgewählter Zustände $\underline{S}$. Beim sogenannten „importance sampling“ werden die verschiedenen Zustände mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit $P(\underline{S})$ generiert. Ausgehend von Gl. (2.6) erhält man die Beziehung

$$\langle m \rangle \approx \frac{\sum_{i=1}^{M} m(\underline{S}_i) \, \exp\left(-\mathcal{H}(\underline{S}_i)/T\right) \, / \, P(\underline{S}_i)}{\sum_{i=1}^{M} \exp(-\mathcal{H}(\underline{S}_i)/T) \, / \, P(\underline{S}_i)}. \tag{2.7}$$

Eine häufig verwendete Wahl ist $P(\underline{S}_i) \propto \exp(-\mathcal{H}(\underline{S}_i)/T)$, wodurch sich

Gl. (2.7) auf den Ausdruck

$$\langle m \rangle \approx \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} m(\underline{S}_i) \tag{2.8}$$

reduziert. Um die Zustände mit der Wahrscheinlichkeit $P(\underline{S}_i)$ zu generieren, kann ein Markov Prozeß benutzt werden, in dem der Zustand $\underline{S}_{i+1}$ aus dem vorherigen Zustand $\underline{S}_i$ konstruiert wird. Bei geeigneter Wahl der Übergangswahrscheinlichkeiten $W(\underline{S}_i \to \underline{S}_{i+1})$ konvergiert die Verteilung $P(\underline{S}_i)$ der erzeugten Zustände für $i \to \infty$ gegen die im thermischen Gleichgewicht auftretende Verteilung

$$P_{\mathrm{eq}}(\underline{S}) = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{\mathcal{H}(\underline{S})}{T}\right) . \tag{2.9}$$

Eine für die Konvergenz hinreichende Bedingung (Binder und Heermann, 1997) lautet

$$W(\underline{S} \to \underline{S}')\, P_{\mathrm{eq}}(\underline{S}) \;=\; W(\underline{S}' \to \underline{S})\, P_{\mathrm{eq}}(\underline{S}') . \tag{2.10}$$

Gleichung (2.10) wird als detailliertes Gleichgewicht bezeichnet. Zusammen mit Gl. (2.9) ergibt sich der Zusammenhang

$$\frac{W(\underline{S} \to \underline{S}')}{W(\underline{S}' \to \underline{S})} = \exp\left(-\frac{\delta\mathcal{H}}{T}\right) \quad \text{mit} \quad \delta\mathcal{H} = \mathcal{H}(\underline{S}') - \mathcal{H}(\underline{S}). \tag{2.11}$$

Durch Gl. (2.11) sind die Übergangswahrscheinlichkeiten noch nicht eindeutig festgelegt. Eine häufig in der Literatur benutzte Wahl (Müller-Krumbhaar und Binder, 1973) ist der sogenannte Wärmebad – Algorithmus

$$W(\delta\mathcal{H}, T) = \frac{1}{\tau} \frac{1}{1 + \exp(\delta\mathcal{H}/T)} . \tag{2.12}$$

Zur Konstruktion der Zustände $\underline{S}_t$ über den Markov Prozeß [Gl. (2.14)] gibt es verschiedene Varianten, die hier nicht im Detail diskutiert werden. In der vorliegenden Arbeit wird ein *random – sequentiell update* verwendet, bei dem ein zufällig herausgegriffener Spin S_i versuchsweise gedreht wird $[(-S_i) \to S_i]$ und die Änderung mit der Übergangsrate Gl. (2.12) akzeptiert wird. Für Simulationen bei $T = 0$ wird

$$\lim_{T \to 0} W(\delta\mathcal{H}, T) = \begin{cases} 1/\tau & : \quad \delta\mathcal{H} < 0 \\ 1/2\tau & : \quad \delta\mathcal{H} = 0 \\ 0 & : \quad \delta\mathcal{H} > 0 \end{cases} \tag{2.13}$$

verwendet. Wird die Änderung nicht akzeptiert, so ist $\underline{S}_{i+1} = \underline{S}_i$. Die durch den Markov Prozeß erzeugten Konfigurationen

$$\underline{S}_i \rightarrow \underline{S}_{i+1} \rightarrow \underline{S}_{i+2} \rightarrow \ldots \tag{2.14}$$

sind nicht unabhängig voneinander und es liegt nahe, die nacheinander erzeugten Konfigurationen als zeitliche Entwicklung des Systems im Sinne einer Master – Gleichung zu interpretieren (siehe z. B. Binder, 1976). Die Länge eines Zeitschrittes ist dadurch definiert, daß in einem aus N Spins bestehenden System in einem Zeitschritt die Stellung $N\,\tau^{-1}$ zufällig ausgewählter Spins nach dem oben beschriebenen Verfahren aktualisiert wird. Die Einheit dieser Zeitskala lautet „MCS“ („Monte Carlo step“). Eine häufige Wahl, die auch in dieser Arbeit benutzt wird, ist $\tau = 1\,\mathrm{MCS}$.

2.3 Grenzflächenbewegung, Nukleation und antiperiodische Randbedingungen

Im RFIM trennt eine Grenzfläche Phasen entgegengesetzter Magnetisierung. Durch ein zeitunabhängiges treibendes Feld H wird eine der beiden Phasen energetisch bevorzugt, so daß bei hinreichend starken treibenden Feldern im allgemeinen entweder Grenzflächenbewegung oder Nukleation auftreten kann.

Im Falle einer beschränkten Unordnungsverteilung sind Nukleationsprozesse für $H < z\,J - \Delta$ und $T = 0$ aus energetischen Gründen nicht möglich (z bezeichnet die Zahl nächster Nachbarn). In Simulationen in der Nähe des Depinning – Übergangs bei endlichen Temperaturen finden Nowak und Usadel (1998) für das zweidimensionale RFIM, daß während der Simulation keine Nukleation auftritt. Aus einer Analyse der Übergangswahrscheinlichkeiten folgern die Autoren, daß die Zeitskalen, auf denen Nukleation bzw. Grenzflächenbewegung stattfinden, bei hinreichend tiefen Temperaturen $T \neq 0$ und in endlichen Systemen getrennt sind. In höheren Dimensionen $d \geq 3$ verbessert sich die Trennung der Zeitskalen mit zunehmender Zahl nächster Nachbarn eines Spins. Für die in dieser Arbeit diskutierten Feld – und Temperaturbereiche wird die Trennung der Zeitskalen von Nukleation und Wandbewegung bestätigt; innerhalb der Simulationszeit, die typischerweise $2 \times 10^4\,\mathrm{MCS}$ und in Einzelfällen mehr als $10^5\,\mathrm{MCS}$ beträgt, tritt keine Nukleation auf.

Um eine Domänenwand in das RFIM einzubauen, stellt man alle Spins gegen das treibende Feld. Lediglich die Spins in der untersten Reihe werden gegen das Feld gestellt. Man verwendet periodische Randbedingungen in allen Richtungen, die senkrecht zur Bewegungsrichtung der Grenzfläche liegen, und hält außerdem die unterste sowie die oberste Reihe von Spins fest. Diese Realisation, die u. a.

von Ji und Robbins (1991), Drossel und Dahmen (1998) sowie Nowak und Usadel (1998) verwendet wird, ist numerisch jedoch aus zwei Gründen numerisch aufwendig.

Zum einen ist für die Berechnung eines Unordnungsmittels ein mehrfaches Simulieren der Relaxationsphase erforderlich, was mit einer nicht erwünschten Erhöhung der Rechenzeit verbunden ist. Der Anstieg der benötigten Rechenzeit wird durch eine Divergenz der Relaxationszeit für $H \to H_c$ verstärkt [„critical slowing down“, siehe z. B. Binder und Heermann (1997), Schwabl (2000)]. Zum anderen wird die benötigte Rechenzeit auch von der Größe des Systems beeinflußt. Während der Bestimmung der Wandgeschwindigkeit v legt die Wand in etwa die Strecke

$$\Delta r \;\approx\; v\,\tau \,+\, l_{\text{relax}} \gg w_\perp \tag{2.15}$$

zurück. In Gl. (2.15) bezeichnet v die Grenzflächengeschwindigkeit im stationären Zustand, τ die zur Bestimmung von v benötigte Zeit, und l_{relax} die während der Relaxationsphase zurückgelegte Distanz. Die charakteristischen Fluktuationen der Wandposition um ihren Mittelwert sind mit $w_\perp$ bezeichnet. Hält man, wie oben beschrieben, die oberste und unterste Reihe von Spins fest, so muß die zur Bestimmung von v benötigte Ausdehnung $L_\perp$ des Systems in Bewegungsrichtung der Wand mindestens von der Ordnung Δr sein.

Eine Alternative (Hucht und Lübeck, 1998) stellen antiperiodische Randbedingungen dar, bei deren Verwendung die mindestens benötigte Systemgröße $L_\perp$ nicht von Δr [Gl. (2.15)] sondern von den Fluktuationen $w_\perp$ der Grenzflächenposition um ihren räumlichen Mittelwert bestimmt wird.

Für die Implementierung der antiperiodischen Randbedingungen hält man die unterste und oberste Reihe von Spins ($S_{\underline{x},z=0}$ bzw. $S_{\underline{x},z=L_\perp-1}$) nicht fest, sondern verbindet sie mit einer negativen Koppelungskonstanten $J_{0,L_\perp-1} < 0$. Mit dieser Koppelung wird keine weitere Wand erzeugt, da die im ersten Summanden der Hamiltonfunktion (2.1) zusätzlich auftretenden Terme

$$J_{0,L_\perp-1}\, S_{\underline{x},z=0}\, S_{\underline{x}',z=L_\perp-1} \tag{2.16}$$

stets positiv sind. Abbildung 2.1 (oben links) zeigt eine Momentaufnahme einer Grenzfläche. Dargestellt ist ein Schnitt senkrecht zur [010] – Richtung eines bcc – Gitters ($d = 3$). Aufgrund der negativen Koppelungskonstanten $J_{0,L_\perp-1} < 0$ werden beim Durchgang durch die antiperiodischen Randbedingungen die Spinstellungen invertiert, weshalb das Vorzeichen des treibenden Feldes in geeigneter Weise, d. h. ortsabhängig, gewählt werden muß: $H(\underline{x}, z) = \pm|H|$ mit $|H| = \text{const}$. Wegen der nicht auftretenden Nukleation bleibt die Grenzflächendynamik unbeeinflußt, wenn man den Vorzeichenwechsel weit entfernt von der Grenzfläche durchführt. Bei der in Abb. 2.1 gezeigten Implementation wird nach

einem Spin – Flip bei $i = (\underline{x}, z)$ das Vorzeichen von H am Ort $i' = (\underline{x}, z')$ mit $|z - z'| = L_\perp/2$ nachgeführt (Teilbild oben rechts). Neben dem Update des treibenden Feldes muß auch das Zufallsfeld h_i an die antiperiodischen Randbedingungen angepaßt werden, weil die Grenzfläche im Laufe einer Simulation mehrmals dieselbe räumliche Position $(\underline{x}, z)$ durchläuft. Das notwendige Unordnungsmittel kann durch ein Zeitmittel realisiert werden, wenn man nach einem Spin – Flip bei i den Wert des eingefrorenen Zufallsfeldes $h_{i'}$ am Ort i' durch einen neuen Wert $h_{i'}^{(\mathrm{neu})}$ ersetzt. Die Dynamik des Gesamtsystems bleibt unter der Transformation $h_{i'} \rightarrow h_{i'}^{(\mathrm{neu})}$ unverändert, weil im Rahmen der Simulation die homogene Magnetisierung am Ort i' weitab der Grenzfläche erhalten bleibt. Neben der hier beschriebenen Implementation für bcc – Gitter lassen sich antiperiodischen Randbedingungen auch auf [111] – Grenzflächen in sc – Gittern (Hucht und Lübeck, 1998; Roters *et al.*, 1999, 2001a) und [001] – Grenzflächen in Diamantgittern anwenden.

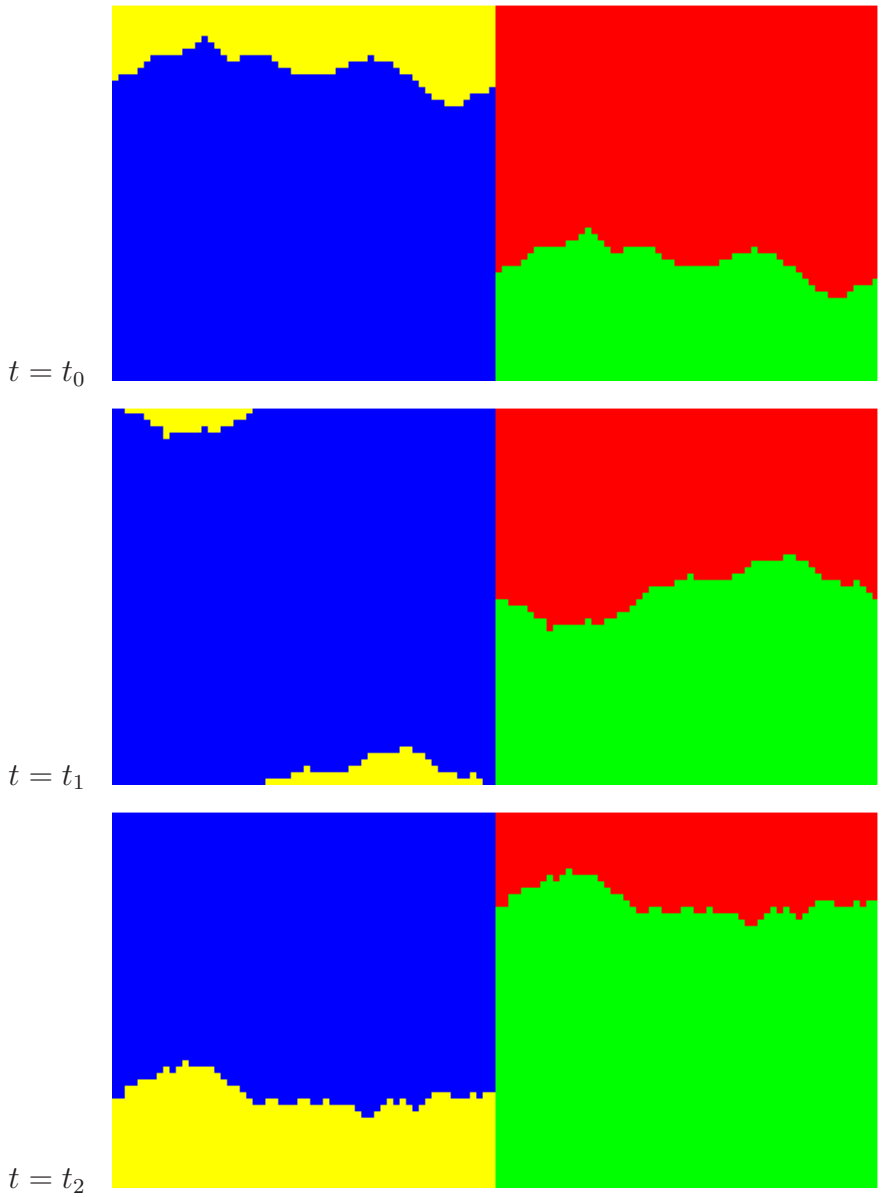


Abbildung 2.1: Grenzfläche beim Durchgang durch antiperiodische Randbedingungen. Im linken Teilbild sind Spins mit $S_i = +1$ ($S_i = -1$) blau (bzw. gelb) dargestellt. Das rechte Teilbild zeigt die aufgrund der antiperiodischen Randbedingungen vorhandene Ortsabhängigkeit des treibenden Feldes H ($H > 0$ in rot und $H < 0$ in grün). Die Dynamik der Grenzfläche wird durch den Vorzeichenwechsel von H nicht beeinflußt, da während der Simulation keine Nukleation auftritt (siehe Text).

Grundlegende Betrachtungen zur Grenzflächendynamik

Die gesamte Grenzflächenbewegung im RFIM basiert auf Spin – Flip Prozessen, die, außer von Feld und Temperatur, auch von der Symmetrie des Gitters in Bezug auf die Grenzfläche und der Unordnungsverteilung abhängen. Diese Spin – Flip Prozesse werden im vorliegenden Kapitel diskutiert.

In Kap. 3.1 wird der Einfluß der Grenzflächenorientierung im Gitter auf die Grenzflächengeschwindigkeit am Beispiel des sc – Gitters ($d = 2$) diskutiert. Für beschränkte Unordnung ist eine Unterscheidung zwischen den Fällen $\Delta < 1$ und $\Delta > 1$ sinnvoll. Für $\Delta < 1$ treten im RFIM in Bereichen oberhalb des Übergangspunktes keine Überhänge auf, und die Grenzflächendynamik des zweidimensionalen Modells kann auf den *Asymmetric Simple Exclusion Prozess* abgebildet werden (Kap. 3.2). Für $\Delta > 1$ basiert die Grenzflächenbewegung auf der Existenz von Überhängen und Lawinenprozessen, die in Kap. 3.3 für die Temperatur $T = 0$ diskutiert werden. Bei endlichen Temperaturen kann eine Grenzfläche im RFIM nicht gepinnt werden (Kap. 3.4). In Kap. 3.5 wird ein Phasendiagramm vorgestellt, das die Ergebnisse zusammenfaßt.

3.1 Orientierung der Grenzfläche im Gitter

In diesem Kapitel wird der Einfluß des Abschneideparameters Δ auf die Grenzflächendynamik untersucht. Aus Gründen der Übersichtlichkeit beschränke ich mich auf den Fall $T = 0$, in dem keine Spin – Flips möglich sind, die die Energie des Gesamtsystems erhöhen. Mit den Übergangsraten Gl. (2.13) findet man, daß ein Spin – Flip möglich ist, wenn für die daraus resultierende Energieänderung $(\delta\mathcal{H})_i$ des Gesamtsystems

$$0 \geq (\delta\mathcal{H})_i = -2S_i\,(\sigma_i + H + h_i) \quad \text{mit} \quad \sigma_i = \frac{1}{S_i} \sum_{j=\mathrm{nn}(i)} S_i\,S_j \tag{3.1}$$

gilt. In Gl. (3.1) ist der Parameter σ_i ein Maß für die Zahl gebrochener Koppelungen zwischen dem Spin S_i und seinen Nachbarn S_j und kann die Werte

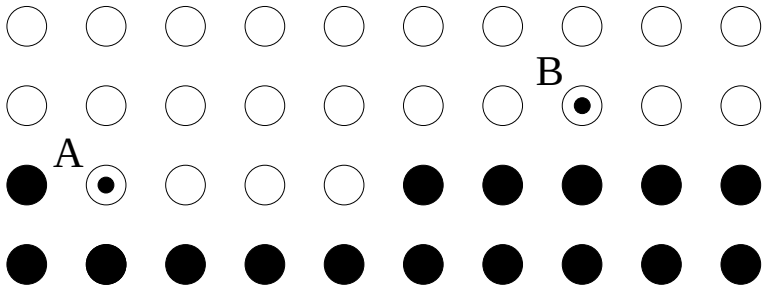


Abbildung 3.1: Teil einer Grenzfläche, die normal zur [01] – Richtung eines Quadratgitters orientiert ist. Die verschiedenen Orientierungen der Spins S_i sind durch ausgefüllte Kreise (energetisch durch das treibende Feld bevorzugt) und nicht ausgefüllte Kreise bezeichnet. Spins mit Summe über ihre nächsten Nachbarn $\sigma_i = 0$ [Gl. (3.1)] werden als Typ A und Spins mit $\sigma_i = -2$ als Typ B bezeichnet.

$\sigma_i = 0, \pm 2, \pm 4, ..., \pm z$ annehmen. Mit $S_i \neq 0$ erhält man als Bedingung für das Drehen von S_i

$$H + h_i \geq -\sigma_i. \tag{3.2}$$

Aus Gl. (3.2) läßt sich eine untere Grenze H_0 für das kritische Feld abschätzen, bei dem der Depinning – Übergang stattfindet. Der Wert der unteren Grenze wird durch die Symmetrie des Gitters in Bezug auf die Grenzfläche beeinflußt, wie am Beispiel des Depinning Übergangs in $d = 2$ deutlich wird. In den Abb. 3.1 und Abb. 3.2 sind Momentaufnahmen von Grenzflächen skizziert, die normal zur [01] – bzw. zur [11] – Richtung eines sc – Gitters orientiert sind. Die Orientierung normal zur [01] – Richtung wurde von verschiedenen Autoren verwendet (z. B. Ji und Robbins, 1991; Amaral *et al.*, 1994; Drossel und Dahmen, 1998).

Für eine dauerhafte Grenzflächenbewegung müssen mindestens einige Spins vom Typ B flippen können. Bei beschränkter Unordnung ($\Delta = \max_i |h_i| < \infty$, siehe Kap. 2.1) stellt

$$H_0 = z - 2 - \Delta \tag{3.3}$$

deshalb eine untere Grenze für das kritische Feld H_c dar, bei dem der Depinning – Übergang stattfindet. Für gleichförmig verteilte Unordnung und $\Delta < 1$ in $d = 2$ bzw. $\Delta < \tilde{\Delta}$ ($\tilde{\Delta} \approx 2.42$) in $d = 3$ finden Ji und Robbins (1991, 1992), daß der Übergangspunkt durch $H_c(\Delta) = H_0$ gegeben ist. Die über Gl. (3.3) gefundene Beziehung $\mathrm{d}H_c/\mathrm{d}\Delta < 0$ legt die Interpretation nahe, daß die Grenzflächenbewegung durch die Unordnung Unterstützung findet, was von Amaral *et al.*

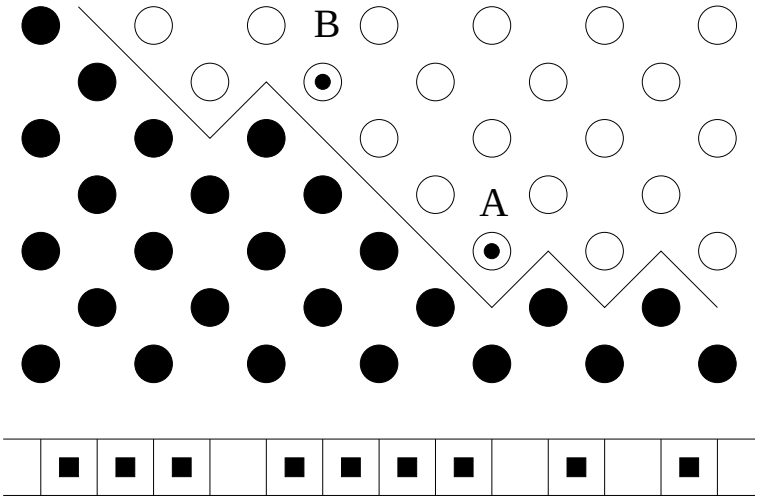


Abbildung 3.2: Teil einer Grenzfläche, die in [11] Richtung eines Quadratgitters orientiert ist (oberes Teilbild). Die Bezeichnungen A und B sind identisch mit der in Fig. 3.1 verwendendeten Nomenklatur. Wenn Spins vom Typ B nicht flippen können, kann die Grenzfläche auf ein Gittergas abgebildet werden [unteres Teilbild, siehe Gl. (3.6)].

(1995) mit Gittereffekten in Zusammenhang gebracht wird. Auch für Gauß–verteilte Unordnung existieren im RFIM Parameterbereiche, in denen H_c mit zunehmender Unordnungsstärke abnimmt (Koiller und Robbins, 2001). Von anderen Modellen des Depinning–Übergangs, wie z. B. der QEW–Gleichung, wird dieser Effekt jedoch nicht reproziert (Nattermann *et al.*, 1992; Leschhorn, 1992).

Im RFIM kann die Beziehung $\mathrm{d}H_c/\mathrm{d}\Delta > 0$ bei geeigneter Orientierung der Grenzfläche für verschiedene Gitter reproduziert werden. Mögliche Kombinationen sind z. B. das einfach kubische Gitter mit einer normal zur [11...1]–Richtung orientierten Grenzfläche und das kubisch raumzentrierte Gitter, wenn die Grenzfläche normal zur [00...1]–Richtung orientiert ist. Beide Kombinationen besitzen die Eigenschaft, daß eine glatte Wand so in das System eingebaut werden kann, daß für jeden Spin mit gebrochen Bindungen die Summe über seine nächsten Nachbarn identisch 0 ist.

Abbildung 3.2 (oberes Teilbild) zeigt die Implementation am Beispiel des sc–Gitters in $d = 2$, die von Nowak und Usadel (1998) verwendet worden ist. Alle Spins vom Typ A können flippen, wenn $H \geq H_A$ mit $H_A = \Delta$. Einige Spins vom Typ B können flippen, sobald $H \geq H_B$ mit $H_B = 2 - \Delta$. Für die Analyse

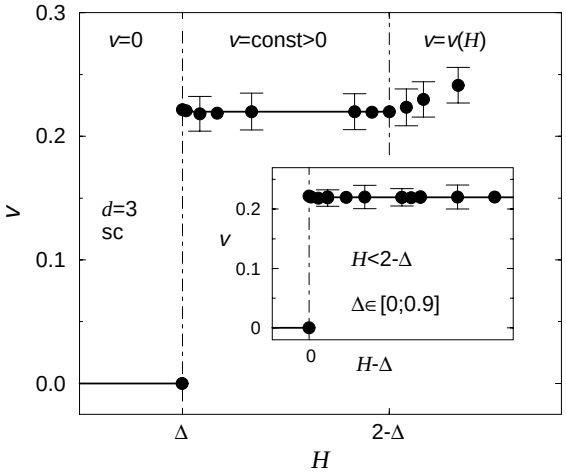


Abbildung 3.3: Abhängigkeit der Grenzflächengeschwindigkeit vom treibendem Feld für $\Delta = 0.7$. Grenzflächenbewegung setzt oberhalb des kritischen Feldes $H_c = \Delta$ ein. Die Grenzflächengeschwindigkeit hängt jedoch weder vom treibenden Feld H noch von Δ ab, solange keine Überhänge auftreten.

der Grenzflächendynamik ist es naheliegend, zwischen den Fällen

$$H_A < H_B \quad \Leftrightarrow \quad \Delta < 1 \qquad \text{und} \qquad H_A > H_B \quad \Leftrightarrow \quad \Delta > 1 \tag{3.4}$$

zu unterscheiden. Für $\Delta < 1$ ist $H_c = \Delta$, weil für $H > \Delta$ alle Spins vom Typ A flippen können, was für eine dauerhafte Wandbewegung ausreichend ist. Zusätzlich flippen alle Spins vom Typ A mit gleicher Wahrscheinlichkeit, sobald sie aufgrund des *random – sequentiell updates* an die Reihe kommen. Solange Spins vom Typ B nicht flippen können, ist die Grenzflächengeschwindigkeit daher unabhängig von H und Δ, so daß die Dynamik im RFIM für $\Delta < H < 2 - \Delta$ identisch mit der eines geordneten Systems $[p(h_i) = \delta(h_i)]$ ist.

In Abb. 3.3 und Abb. 3.4 (S. 32) sind numerisch bestimmte Wandgeschwindigkeiten in einem sc – Gitter ($d = 3, 2$) dargestellt, die diese Analyse im Rahmen der dargestellten Fehlerbalken bestätigen. Da in den untersuchten Systemen keine Nukleation auftritt, wurde die in den Abbildungen dargestellte Grenzflächengeschwindigkeit

$$v = \frac{1}{2\,|S_i|} \left\langle \frac{\mathrm{d}M(t)}{\mathrm{d}t} \right\rangle \tag{3.5}$$

aus der Zeitabhängigkeit der Magnetisierung $M(t)$ bestimmt, wobei $\langle ... \rangle$ das mit Hilfe der antiperiodischen Randbedingungen realisierte Unordnungsmittel

bezeichnet (vgl. Kap. 2.3). Signifikante finite – size Effekte, die z. B. bei kontinuierlichen Phasenübergängen im allgemeinen vorhanden sind (vgl. Kap. 4.1), treten bei dem in Abb. 3.3 und Abb. 3.4 dargestellten Übergang nicht auf.

3.2 Abbildung auf ein getriebenes Gittergas

Für die in Abb. 3.2 dargestellte Grenzflächenkonfiguration finden Plischke *et al.* (1987) im Fall des geordneten Systems eine Abbildung auf ein Gittergas. Über die Steigung $h'(x_i) = g\sqrt{2}\,[h(x_i) - h(x_{i-1})]$ läßt sich mit Hilfe der Gitterkonstanten g des sc – Gitters die Besetzungsfunktion $\rho(x_i)$

$$\rho(x_i) = \begin{cases} 1 & : \quad h'(x_i) = -1 \\ 0 & : \quad h'(x_i) = +1 \end{cases} \tag{3.6}$$

definieren. Abbildung 3.2 zeigt unter der Grenzflächenkonfiguration den dazugehörenden Zustand des Gittergases nach Gl. (3.6). Die Beziehung besteht, solange keine Überhänge auftreten, d. h. für $H < 2 - \Delta$. Umgekehrt läßt sich aus der Konfiguration des Gittergases die Grenzflächenkonfiguration bestimmen

$$h(x_i) = h(x_0) + \frac{1}{g\sqrt{2}} \sum_{j=0}^{i} \left[2\,\rho(x_j) - 1\right], \tag{3.7}$$

siehe z. B. Plischke *et al.* (1987). Der Flip des Spins A in Abb. 3.2 entspricht im Gittergas der Bewegung eines Teilchens um einen Gitterplatz nach rechts. Die Dynamik des Gittergases ist äquivalent zur Dynamik der Domänenwand im RFIM, wenn man im Gittergas unter Benutzung periodischer Randbedingungen als Übergangswahrscheinlichkeit für den Sprung nach rechts $w(\bullet\circ \rightarrow \circ\bullet) = 1$ verwendet und Sprünge nach links verbietet $[w(\circ\bullet \rightarrow \bullet\circ) = 0]$. Wegen der periodischen Randbedingungen $[\sum_i h(x_i) = 0]$ und Gl. (3.7) findet man für die globale Teilchendichte im Gittergas $\rho_{\text{global}} = 1/2$.

Das so definierte Modell ist äquivalent zum sogenannten *Asymmetric Simple Exclusion Process* (ASEP) mit einem *random – sequentiell update* und periodischen Randbedingungen. Die Äquivalenz besteht, solange Spins vom Typ B nicht flippen können, d. h. solange im RFIM keine Überhänge auftreten. Die Geschwindigkeitskonstante v_0 im RFIM kann dann mit Hilfe des ASEP bestimmt werden, der im Falle offener Randbedingungen exakt gelöst werden kann (Derrida *et al.*, 1993). Im RFIM erhält man offene Randbedingungen, wenn man nicht das gesamte in Abb. 3.2 dargestellte System $x = 0, ..., L-1$, sondern nur einen Ausschnitt $x = 0, ..., l-1$ mit $1 \ll l \ll L$ betrachtet. Teilchen, die in das Teilsystem hineinfließen, werden am Ort x_0 mit einer Wahrscheinlichkeitsrate α erzeugt. Der Ausfluß aus dem Teilsystem geschieht bei x_{l-1} und

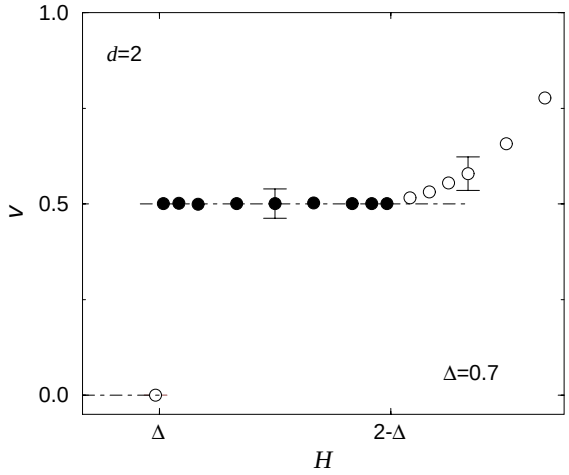


Abbildung 3.4: Vergleich zwischen der Geschwindigkeiten im RFIM und im ASEP. Für $\Delta < H < 2 - \Delta$ stimmt die Wandgeschwindigkeit im RFIM (•) im Rahmen der Fehlerbalken mit der mitteleren Teilchengeschwindigkeit (unterbrochene Linie) überein. Für $H > 2 - \Delta$ ist die Abbildung der Grenzflächendynamik des RFIM auf den ASEP nicht mehr gültig (∘).

tritt mit der Rate β auf. Wegen der globalen Teilchendichte $\rho_{\text{global}} = 1/2$ ist $\alpha = \beta = 1/2$. Im ASEP mit offenen Randbedingungen finden Derrida *et al.* (1993) für $\alpha = \beta = 1/2$ als mittlere Besetzungszahl eines Gitterplatzes weitab der Ränder $\langle \rho_{\text{bulk}} \rangle_l = 1/2$, wobei $\langle ... \rangle_l$ ein Konfigurationsmittel in einem endlichen System der Größe l bezeichnet.

Im allgemeinen können im ASEP mit offenen Randbedingungen Korrekturen zur mittleren Besetzungszahl auftreten, die algebraisch mit dem Abstand zum Rand abfallen. Für $\alpha = \beta = 1/2$ treten diese Korrekturen jedoch nicht auf, und die mittlere Besetzungszahl in der Nähe des Randes ist durch $\langle \rho_{l-1-n} \rangle_l = \langle \rho_{\text{bulk}} \rangle_l$ mit $n \in \{0, 1, 2\}$ gegeben (Derrida *et al.*, 1993). Mit Hilfe des Teilchenflusses $j = 1/4$ (Derrida *et al.*, 1993) läßt sich hieraus die mittlere Teilchengeschwindigkeit bestimmen

$$v = \frac{j}{\langle \rho(x_i) \rangle_l} = \frac{1}{2}. \tag{3.8}$$

In Abb. 3.4 sind numerisch bestimmte Wandgeschwindigkeiten im RFIM für einen willkürlich ausgewählten Wert $\Delta < 1$ dargestellt, die diese Analyse im Rahmen der Fehlerbalken bestätigen.

		gesamtes anliegendes Feld	Spin-Flip möglich, wenn
●	$\Uparrow\downarrow$	$-2 < H + h_i < 0$	$z/2+1$
●	$\Uparrow\downarrow$	$0 < H + h_i < 2$	$z/2$
●	$\Uparrow\downarrow$	$2 < H + h_i < 4$	$z/2-1$
●	$\Uparrow\uparrow$	(beliebig)	(Spin ist geflippt)
			nächste Nachbarn parallel zu H zeigen

Tabelle 3.1: Die in diesem Kapitel verwendete Farbkodierung (●,●,●,●). Kodiert ist die Orientierung der Spins ($\downarrow$ bzw. $\uparrow$) relativ zum Feld H ($\Uparrow$) für verschiedene lokale Zufallsfelder h_i. Die rechte Spalte gibt an, wieviele der z nächsten Nachbarn mindestens parallel zu H zeigen müssen, damit ein Spin-Flip ermöglicht wird.

3.3 Überhänge und Lawinenprozesse

Im Fall $\Delta > 1$ tritt der Depinning–Übergang nicht bei $H_c = \Delta$ auf, sondern bei einer kritischen Feldstärke $H_c < \Delta$, wie man anhand der folgenden Überlegung verstehen kann: Für $\Delta > 1$ können ab einer bestimmten Feldstärke bereits einige Spins vom Typ B (vgl. Abb. 3.2) flippen, obwohl noch nicht alle Spins vom Typ A flippen können. Eine Auswertung der Spin–Flip Bedingung Gl. (3.2) zeigt, daß Spins vom Typ A bzw. Typ B ein lokales Feld $H + h_i \in [0, 2)$ bzw. $H + h_i \in [-2, 0)$ besitzen und daß an einem Spin vom Typ B eine Lawine entstehen kann, wie sie in Abb. 3.5 illustriert ist (Farbkodierung siehe Tab. 3.1). Spins, die in Abb. 3.5 rot markiert sind, besitzen ein Zufallsfeld, das die Relation $H + h_i < 0$ erfüllt, und können aus energetischen Gründen [siehe Gl. (3.2)] erst dann flippen, wenn $z/2 + 1$ nächste Nachbarn parallel zum treibenden Feld orientiert sind. Beim Spin $S_{\bullet}$, der die Grenzfläche berührt (Abb. 3.5), sind jedoch nur $z/2$ der nächsten Nachbarn parallel zu H ausgerichtet. Ein Lawinenprozeß, durch den weitere Nachbarn von $S_{\bullet}$ gedreht werden, wird durch einen Spin mit „günstigem“ Zufallsfeld ausgelöst. In Abb. 3.5 sind solche Spins grün dargestellt. Die zeitliche Entwicklung der Spinkonfiguration ist in der Abbildung skizziert. Durch die Lawine wird ein dritter Nachbar von $S_{\bullet}$ parallel zu H eingestellt, wodurch auch $S_{\bullet}$ flippen kann. Im Gegensatz zum Fall $\Delta < 1$ basiert die Grenzflächenbewegung für $\Delta > 1$ auf der Existenz von Überhängen (Roters *et al.*, 1999).

Neben dem in Abb. 3.5 dargestellten Lawinenprozess können weitere Spin–Flip–Prozesse auftreten. Für Felder $2\,n > H + h_i > 2\,(n+1)$, $n \in \mathcal{Z}$ findet man in Übereinstimmung mit Drossel und Dahmen (1998), daß sich der Spin S_i erst drehen kann, wenn $z/2 + n$ seiner nächsten Nachbarn gedreht sind. Sol-

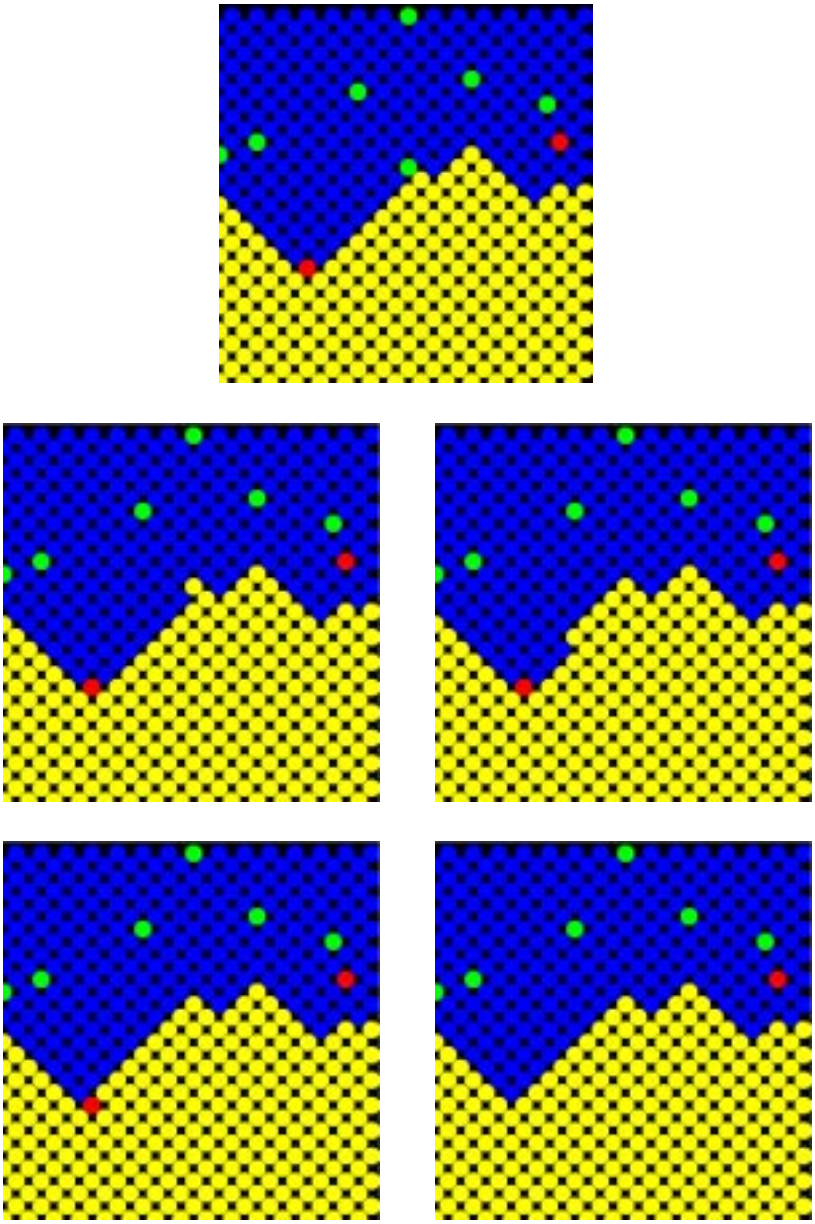


Abbildung 3.5: Grenzflächenkonfigurationen für gleichverteilte Unordnung und $\Delta = 1.02$. Bereits ummagnetisierte Bereiche sind gelb (●) dargestellt. In Bereichen, in denen H und S_i antiparallel ausgerichtet sind, bezeichnet die Farbkodierung die Stärke des Zufallsfeldes (Tab. 3.1).

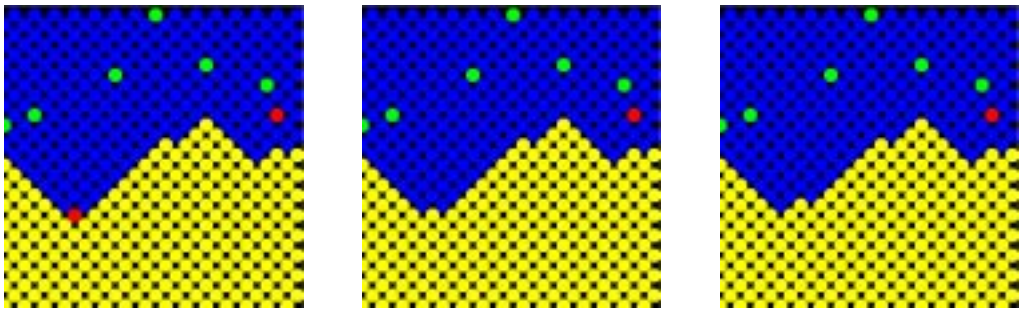


Abbildung 3.6: Beispiel zum Einfluß thermischer Fluktuationen auf die Grenzflächendynamik. Die zum Flippen des Spins $S_{\bullet}$ benötigte Energie $\delta\mathcal{H} > 0$ kann durch thermische Fluktuationen bereitgestellt werden. Die so erhaltene Konfiguration kann durch das Flippen eines nächsten Nachbarn von $S_{\bullet}$ nachträglich stabilisiert werden.

che Spin – Flip – Prozesse treten für hinreichend große Δ oder für unbeschränkte Zufallsfeldverteilungen auf.

3.4 Thermische Fluktuationen

Bei $T = 0$ ($\Delta > 1$) basiert die Grenzflächenbewegung auf den Lawinenprozessen, die anhand von Abb. 3.5 diskutiert worden sind. Bei endlichen Temperaturen gibt es weitere Spin – Flip – Prozesse, die das Vorhandensein thermischer Fluktuationen ausnutzen und Spin – Flips beinhalten, die mit einer Energieerhöhung verbunden sind. Bei dem in Abb. 3.6 dargestellten Spin – Flip Prozeß dreht z. B. der Spin $S_{\bullet}$, obwohl dies mit einer Energieerhöhung verbunden ist. Der Spin – Flip wird nachträglich durch den Flip eines Nachbarn $S_{\bullet}$ stabilisiert. Weitere Kombinationen sind für alle endlichen Temperaturen möglich und führen dazu, daß eine Grenzfläche im RFIM bei $T > 0$ nicht gepinnt werden kann (Nowak und Usadel, 1998; Roters *et al.*, 1999, 2001a). Diese Aussage gilt auch für andere Modelle, wie z. B. für die QEW – Gleichung (Chauve *et al.*, 1998, 2000, 2001) und für Ladungsdichtewellen (Fisher, 1985; Middleton, 1992).

3.5 Phasendiagramm

Die bisherigen Überlegungen lassen sich in einem Phasendiagramm (Roters *et al.*, 1999) zusammenfassen, das in Abb. 3.7 dargestellt ist. Für $\Delta < 1$ setzt

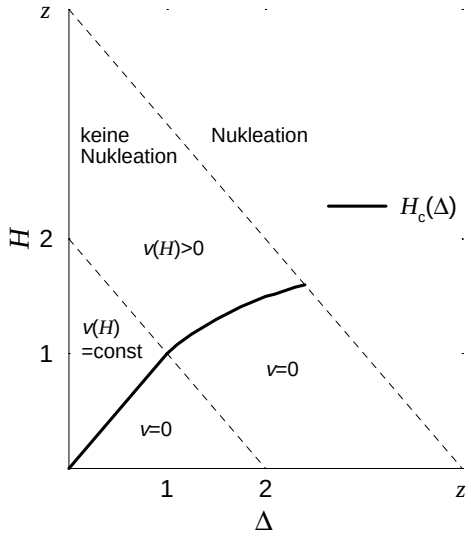


Abbildung 3.7: Abhängigkeit des Ummagnetisierungsprozesses von dem treibendem Feld H, der Stärke der Unordnung Δ. Die Dimension des Systems geht nur über die Zahl der nächsten Nachbarn z ein. Die fette Linie bezeichnet die Abhängigkeit des kritischen Feldes H_c von Δ. Für $\Delta < 1$ gilt $H_c = \Delta$, während für $\Delta > 1$ der Verlauf $H_c(\Delta)$ nur qualitativ wiedergegeben wird. Die gestrichelten Linien trennen die Regionen, in denen verschiedene Ummagnetisierungsprozesse auftreten können, voneinander ab.

die Grenzflächenbewegung bei $H = \Delta$ ein und in der Nähe des Übergangspunktes können keine Überhänge auftreten. Für $\Delta > 1$ basiert die Grenzflächenbewegung auf der Existenz von Überhängen und der Depinning Übergang tritt bei einem Feld $H_c < \Delta$ auf. Wenn $H + \Delta$ die Zahl z der nächsten Nachbarn überschreitet, tritt außerdem Nukleation auf, durch die die Grenzfläche zerstört wird. Der in Abb. 3.5 dargestellte Lawinenprozeß tritt auch in anderen Dimensionen als $d = 2$ und auf anderen Gittern auf. Unabhängig von d beobachtet man ihn z. B. bei Grenzflächen, die sich in [11...1] Richtung eines sc – Gitters bzw. in [00..1] eines bcc – Gitters bewegen bewegen. In allen diesen Fällen ist das in Abb. 3.7 Phasendiagramm gültig.

Depinning – Übergang im dreidimensionalen Modell

In diesem und den folgenden Kapiteln wird der Depinning – Übergang untersucht, bei dem es sich im RFIM bei der hier untersuchten beschränkten Unordnungsverteilung für $\Delta > 1$ um einen kontinuierlichen Phasenübergang handelt. Zur Charakterisierung des Übergangs (Kap. 4.1) können z. B. die kritischen Exponenten der Korrelationslänge und der Wandgeschwindigkeit, aber auch nicht-universelle Größen, wie das kritische Feld H_c, bei dem der Depinning – Übergang stattfindet, herangezogen werden.

Um den Einfluß thermischer Fluktuationen auf den Depinning – Übergang im RFIM zu verstehen, wird von der in der Physik des thermischen Gleichgewichtes etablierten Annahme ausgegangen, daß die Grenzflächengeschwindigkeit am Depinning – Übergang eine verallgemeinert homogene Funktion von Temperatur und treibendem Feld ist. Dieser Ansatz kann durch Simulation bei endlichen Temperaturen verifiziert werden (Kap. 4.2). Verschiedene Parameter, wie z. B. das kritische Feld H_c, lassen sich durch Simulation bei endlichen Temperaturen und Extrapolation auf den Grenzfall $T \to 0$ bestimmen und mit den bei $T = 0$ gefundenen Werten vergleichen.

4.1 Analyse ohne thermische Fluktuationen

Im ersten Schritt der Analyse sollen finite – size Effekte in der Umgebung des Depinning – Übergangs untersucht werden. Legt man an eine ursprünglich glatte Wand ein Feld $H < H_c$, so beobachtet man, daß die Wand nicht unmittelbar gepinnt wird, sondern eine gewisse Strecke zurücklegt, bis sie in den gepinnten Zustand übergeht. Da keine Nukleation auftritt, kann die von der mittleren Wandposition zurückgelegte Strecke

$$z(t \to \infty) = \frac{M(t \to \infty) - M(t = 0)}{2\,|S_i|} \tag{4.1}$$

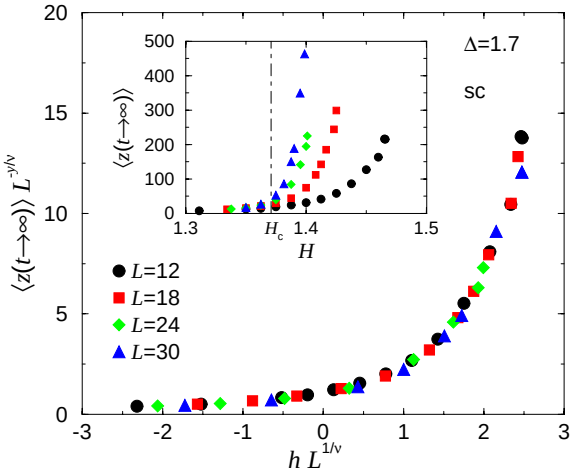


Abbildung 4.1: Skalenanalyse nach Gl. (4.1). Dargestellt ist die mittlere Strecke $\langle z(t \to \infty)\rangle$, die eine ursprüngliche glatte Grenzfläche unterhalb des Depinning – Übergangs zurücklegt, bis sie gepinnt wird. Den reskalierten Daten entnimmt man $1/\nu = 1.31 \pm 0.07$, $y/\nu = 0.98 \pm 0.4$ und $H_c = 1.371 \pm 0.003$.

aus der Änderung der Magnetisierung M zwischen dem Ausgangszustand (glatte Wand) und dem Endzustand (gepinnte Grenzfläche) bestimmt werden. Die nach Gl. (4.1) bestimmte mittlere Wandposition $z(t \to \infty)$ hängt von der Realisation der Unordnung ab. Um ein aussagekräftiges Unordnungsmittel ($\langle ... \rangle$) zu erhalten, ist es ausreichend, für jede untersuchte Kombination aus Feld und Systemgröße über etwa 1000 Realisationen der Unordnung zu mitteln.

Im thermodynamischen Grenzfall kann $\langle z(t \to \infty)\rangle$ oberhalb des Depinning – Übergangs keine endlichen Werte annehmen, während es für $H < H_c$ auf endliche Werte beschränkt ist. Deshalb divergiert $\langle z(t \to \infty)\rangle$ bei H_c. Zusätzlich sei angenommen, daß $\langle z(t \to \infty)\rangle$ bei Annäherung an den skaleninvarianten Punkt algebraisch divergiert

$$\langle z(t \to \infty)\rangle \sim |h|^{-y} \quad \text{mit} \quad h = \frac{H - H_c}{H_c} < 0. \tag{4.2}$$

Im Einschub von Abb. 4.1 ist $\langle z(t \to \infty)\rangle$ für verschiedene treibende Felder aufgetragen. Man erkennt, daß $\langle z(t \to \infty)\rangle$ deutlich von Gl. (4.2) abweicht und eine signifikante Systemgrößenabhängigkeit zeigt, die z. B. durch sogenannte finite – size Effekte hervorgerufen werden kann. Finite – size Effekte entstehen, wenn charakteristische Längenskalen ξ des Systems, die im thermodynamischen Grenzfall am Übergangspunkt divergieren ($\xi \sim |H - H_c|^{-\nu}$), in endlichen Syste-

men durch die Systemgröße L begrenzt werden. Mit Hilfe der Skalenhypothese [siehe z. B. Binder und Heermann (1997) und dortgenannte Referenzen] findet man

$$\langle z(t \to \infty) \rangle = L^{y/\nu}\, \hat{z}\left(h\, L^{1/\nu}\right) \tag{4.3}$$

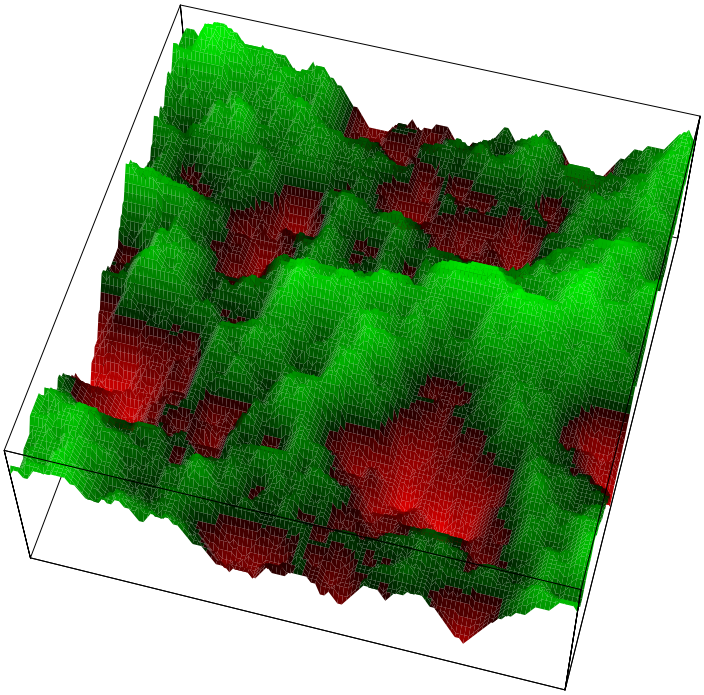
und $\hat{z}(x) \sim |x|^{-y}$ im Grenzfall $x \to -\infty$. Ein Skalenplot der Daten nach Gl. (4.3) ist in Abb. 4.1 gezeigt. Man findet $H_\mathrm{c} = 1.371 \pm 0.003$, $1/\nu = 1.31 \pm 0.07$ und $y/\nu = 0.98 \pm 0.4$. Die im Skalenplot dargestellte Funktion $\hat{z}(x)$ [Gl. (4.3)] divergiert bei einem Wert $x^\star > 0$. Über die Beziehung $x^\star = [H_\mathrm{c}(L) - H_\mathrm{c}]\, L^{1/\nu}/H_\mathrm{c}$ läßt sich ein systemgrößenabhängiges kritisches Feld $H_\mathrm{c}(L)$ definieren, welches mit abnehmender Systemgröße zu Feldern oberhalb des Depinning–Übergangs hin verschoben wird $[H_\mathrm{c}(L) > H_\mathrm{c}(L \to \infty)]$. Bei Analysen oberhalb des Depinning–Übergangs, z. B. bei der Bestimmung der Wandgeschwindigkeit, kann die Wand deshalb bereits für Felder $H > H_\mathrm{c}(L \to \infty)$ mit endlicher Wahrscheinlichkeit durch finite–size Effekte gepinnt werden.

Der Ursprung solcher finite–size Effekte wird in Abb. 4.2 (oberes Teilbild) deutlich, in der eine Momentaufnahme einer Grenzflächenkonfiguration dicht oberhalb des Depinning–Übergangs ($T = 0$, bcc–Gitter, [001]–Orientierung der Grenzfläche) dargestellt ist. Im unteren Teilbild ist das auf die x–y–Ebene projizierte Höhenprofil der Grenzfläche einschließlich periodischer Fortsetzungen gezeigt. Bereiche, die unterhalb der mittleren Grenzflächenposition liegen, sind rot gekennzeichnet. Für $H \to H_\mathrm{c}$ wächst die räumliche Ausdehnung dieser Bereiche an, bis sie schließlich die Größenordnung der Systemgröße erreicht. Die hierdurch auftretenden finite–size Effekte bewirken z. B. eine Abhängigkeit der Grenzflächengeschwindigkeit

$$v_L = \left\langle \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \right\rangle_L \quad \text{mit} \quad t \gg \tau \tag{4.4}$$

von der Systemgröße L, wobei $\langle ... \rangle_L$ ein repräsentatives Unordnungsmittel in einem endlichen System und τ eine geeignet gewählte Relaxationszeit bezeichnet.

In Abb. 4.3 ist das in dieser Arbeit verwendete Verfahren zur Bestimmung der Wandgeschwindigkeit dargestellt [$\Delta = 1.7$, $(H - H_\mathrm{c})/H_\mathrm{c} \approx 3 \times 10^{-2}$]. Nach einem Übergangsbereich, in dem die im Einschub dargestellte Kurve eine endliche Krümmung aufweist, fluktuiert die Ableitung $\mathrm{d}z/\mathrm{d}t$ um einen zeitunabhängigen Mittelwert. In hinreichend großen Systemen können finite–size Effekte gegenüber statistischen Fluktuationen vernachlässigt werden, und die durch Simulation bestimmte Grenzflächengeschwindigkeit entspricht in guter Näherung der des thermodynamischen Grenzfalles. Die Güte dieser Näherung kann durch Bestimmung der Grenzflächengeschwindigkeit in Systemen verschiedener



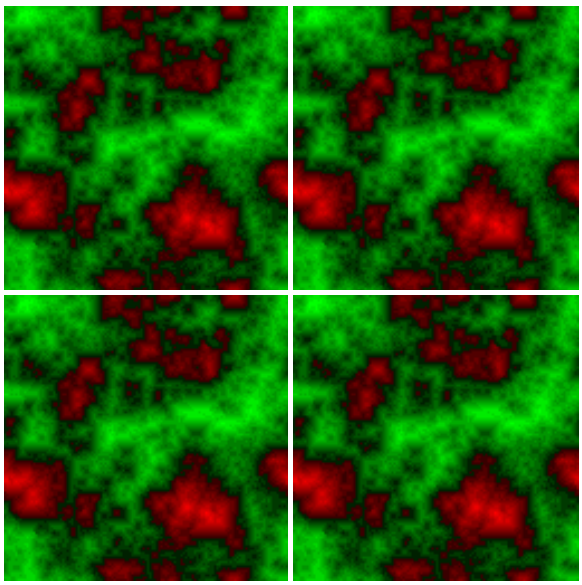


Abbildung 4.2: Das obere Teilbild zeigt die Momentaufnahme einer Grenzflächenkonfiguration (bcc – Gitter, $L = 128$, $H = 1.37$, $v > 0$). Um die Randbedingungen zu verdeutlichen, ist im unteren Teilbild das auf die $x - y$ – Ebene projizierte Höhenprofil der Grenzfläche einschließlich periodischer Fortsetzungen gezeigt.

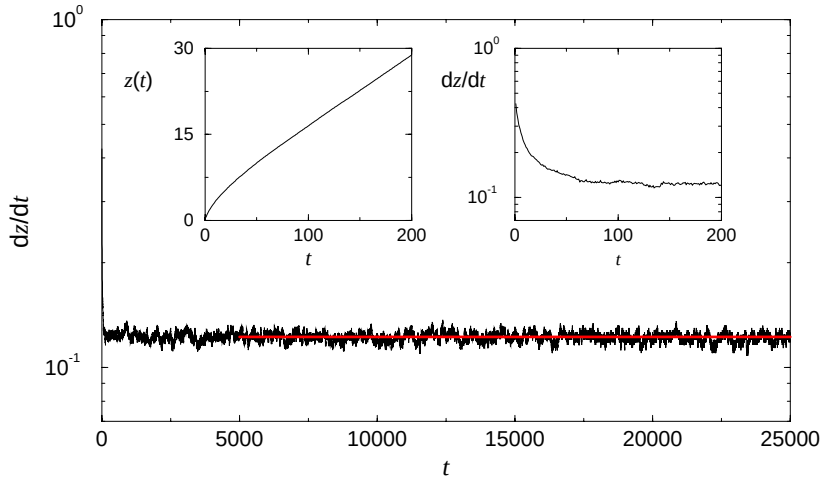


Abbildung 4.3: Bestimmung der Wandgeschwindigkeit (bcc – Gitter, $H = 1.4$ und $L = 300$). Im linken Einschub ist für hinreichend große Zeiten eine lineare Abhängigkeit der mittleren Grenzflächenposition $z(t)$ von der Zeit t (in MCS) zu erkennen. Die rote Linie markiert die mittlere Grenzflächengeschwindigkeit (siehe Text).

Größe überprüft werden. Die aus Abb. 4.3 bestimmte Grenzflächengeschwindigkeit wird z. B. durch Simulation eines kleineren Systems mit der Kantenlänge $L = 250$ bestätigt (nicht dargestellt). Die in Abb. 4.3 dargestellte rote Linie markiert die aus den Daten bestimmte mittlere Grenzflächengeschwindigkeit, wobei die in dieser Arbeit typischerweise verwendete Relaxationszeit $\tau = 5000$ MCS zugrunde gelegt wurde. Im Rahmen der so durchgeführten Analyse wird die Grenzfläche für Felder $H > H_c(L \to \infty)$ nicht gepinnt, und das notwendige Unordnungsmittel kann durch ein Zeitmittel realisiert werden. Gute Ergebnisse erzielt man z. B. für Mittelungen über 10000...20000 MCS, wobei in Einzelfällen auch mehr als 10^5 MCS simuliert werden.

Die durch Gl. (4.4) definierte Grenzflächengeschwindigkeit v verschwindet für $\Delta > 1$ und gleichverteilte Unordnung kontinuierlich bei H_c und kann als Ordnungsparameter des Depinning – Übergangs interpretiert werden. Für das asymptotische Skalenverhalten bei $T = 0$ erwartet man in diesem Fall

$$v(h) = A\,h^{\beta} \quad \text{mit} \quad h = \frac{H - H_c}{H_c} \geq 0. \tag{4.5}$$

Der Vorfaktor A ist eine nichtuniverselle Konstante, die dazu benutzt werden kann, Ergebnisse des Falles $T = 0$ mit denen des nächsten Kapitels zu vergleichen.

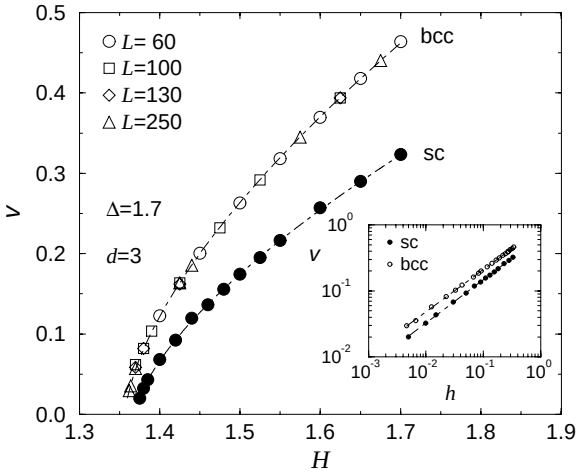


Abbildung 4.4: Abhängigkeit der Grenzflächengeschwindigkeit v vom treibenden Feld H auf einem sc bzw. bcc – Gitter ($d = 3$). Um finite – size Effekte in guter Näherung vernachlässigen zu können, wird für $H \to H_c$ in beiden Gittern die Systemgröße L systematisch erhöht. Für das sc bzw. bcc – Gitter wurden Systemgrößen $42 \leq L \leq 162$ bzw. $60 \leq L \leq 250$ untersucht.

In Abb. 4.4 sind Wandgeschwindigkeiten aufgetragen, die für verschiedene treibende Felder und Systemgrößen in sc und bcc Gittern gefunden wurden. Bei Annäherung an den Depinning – Übergang wird die Systemgröße systematisch erhöht, damit finite – size Effekte, wie oben beschrieben, in guter Näherung vernachlässigt werden können. Von den so bestimmten Wandgeschwindigkeiten wird angenommen, daß ihr Skalenverhalten bei Annäherung an den kritischen Punkt durch Gl. (4.5) gegeben ist. Für die Auswertung der Daten wird das kritische Feld H_c variiert, bis die Wandgeschwindigkeiten für hinreichend kleine Werte von h in einer doppeltlogarithmischen Auftragung in guter Näherung auf einer geraden Linie liegen. Für die in Abb. 4.4 dargestellten Wandgeschwindigkeiten des dreidimensionalen Modells erhält man $H_c^{(sc)} = 1.37 \pm 0.01$ bzw. $H_c^{(bcc)} = 1.357 \pm 0.001$. Einer Regressionsanalyse der im Einschub dargestellten Wandgeschwindigkeiten für sc – bzw. bcc – Gitter entnimmt man $\beta^{(sc)} = 0.66 \pm 0.04$ und $\beta^{(bcc)} = 0.653 \pm 0.026$. Für das sc – Gitter wird zusätzlich der nichtuniverselle Vorfaktor $A^{(sc)} = 0.825 \pm 0.03$ bestimmt.

Die gefundenen Werte des Exponenten β stimmen im Rahmen der Fehlerbalken mit früheren Untersuchungen von Amaral *et al.* (1994, 1995) überein. Sie sind konsistent mit der Annahme, daß der Depinning – Übergang einer getriebenen Grenzfläche im dreidimensionalen RFIM in der Universalitätsklasse der QEW –

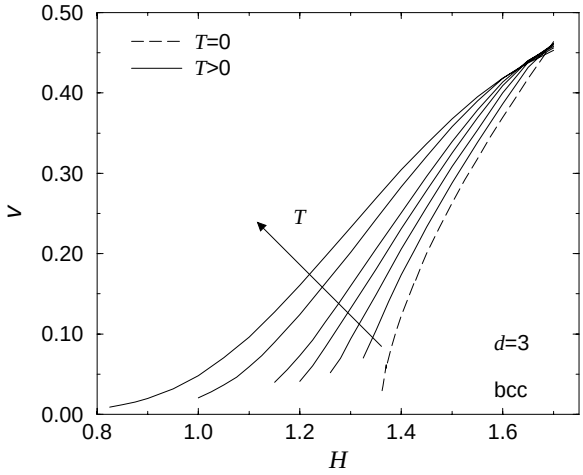


Abbildung 4.5: Einfluß thermischer Fluktuationen auf den Depinning – Übergang für $T = n/40$ mit $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$. Effektive Energiebarrieren, durch die die Grenzfläche für $T = 0$ gepinnt wird, können aufgrund thermischer Fluktuationen überwunden werden, so daß die Grenzfläche bei endlichen Temperaturen nicht gepinnt werden kann.

Gleichung [Gl. (1.4)] liegt. Diese Annahme wird sowohl durch eine von Amaral *et al.* (1994, 1995) durchgeführte Variationsanalyse als auch durch den direkten Vergleich der Werte von β im RFIM mit jenen der QEW – Gleichung [Gl. (1.7)] bestätigt. Die Werte des Exponenten β in Dimensionen $d > 3$ werden in Kap. 5 bestimmt.

4.2 Analyse mit thermischen Fluktuationen

In diesem Abschnitt soll der Einfluß der Temperatur auf den Depinning – Übergang untersucht werden. Bei $T = 0$ treten für $H \leq H_c$ Energiebarrieren auf, die eine dauerhafte Grenzflächenbewegung unmöglich machen. Die Feldabhängigkeit dieser Energiebarrieren wird in Kap. 7 detailliert untersucht. Bei endlichen Temperaturen können die Energiebarrieren jedoch unabhängig von ihrer Stärke durch thermische Fluktuationen überwunden werden, so daß eine getriebene Grenzfläche im RFIM bei endlichen Temperaturen nicht gepinnt werden kann (vgl. Kap. 3.4). In der Umgebung des Depinning – Übergangs führt dies im allgemeinen zu einer Erhöhung der Wandgeschwindigkeit $v(H, T)$ mit zunehmender Temperatur, die in Abb. 4.5 dargestellt ist. Wie auch bei den in Abb. 4.4 ge-

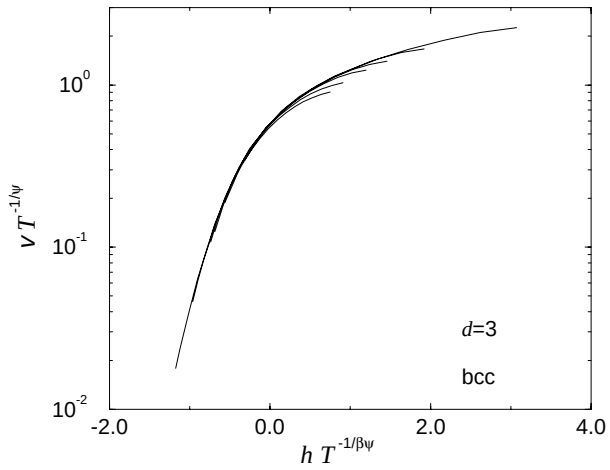


Abbildung 4.6: Abhängigkeit der Grenzflächengeschwindigkeit vom treibenden Feld H für unterschiedliche Temperaturen T. Die Daten sind identisch mit denen, die in Abb. 4.5 für $T > 0$ gezeigt sind und nach Gl. (4.7) reskaliert.

zeigten Daten wurde durch Berechnung der Grenzflächengeschwindigkeit in Systemen verschiedener Größe überprüft, daß die dargestellten Geschwindigkeiten keine signifikante Systemgrößenabhängigkeit aufweisen.

Im thermischen Gleichgewicht und einer Umgebung eines skaleninvarianten Punktes kann die Abhängigkeit eines Ordnungsparameters mit Hilfe der Skalenhypothese verstanden werden. In magnetischen Systemen z. B. bestimmen die Magnetisierung, die Temperatur und das treibende Feld die magnetische Zustandsgleichung. Dieser Zugang kann auch auf getriebene Grenzflächen im RFIM angewandt werden, der am Übergangspunkt aufgrund der algebraisch divergierenden Korrelationslänge Skaleninvarianz zeigt (siehe z. B. Ji und Robbins, 1992; Nowak und Usadel, 1998, und Analyse zu Gl. (4.2)). In einer Umgebung des skaleninvarianten Punktes kann der Ordnungsparameter im allgemeinen als verallgemeinert homogene Funktion dargestellt werden. Dies führt auf die Beziehung

$$v(h,T) = \lambda\, v\left(\lambda^{-1/\beta}\, h, \lambda^{-\psi}\, T\right). \tag{4.6}$$

Für $\lambda = T^{1/\psi}$ reproduziert dieser Ansatz die von Fisher (1985) gefundene Skalenform Gl. (1.9)

$$v(h,T) = T^{1/\psi}\, f_T\left(h\, T^{-1/\beta\psi}\right). \tag{4.7}$$

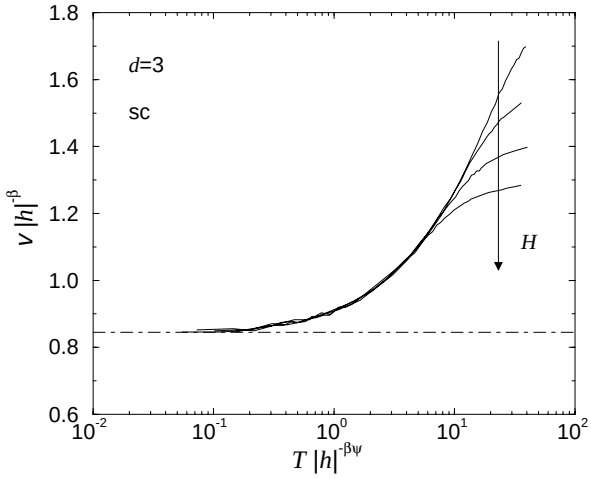


Abbildung 4.7: Wandgeschwindigkeiten, die nach Gl. (4.7) reskaliert sind. Die horizontale Linie markiert den Wert $v\,|H - H_c|^\beta = 0.825$ (siehe Text). Für hinreichend große Werte von $T\,h^{-\beta\psi}$ wird der skalenrelevante Bereich verlassen.

Um H_c bzw. die Exponenten β und ψ mit Hilfe der Skalenform Gl. (4.7) bestimmen zu können, werden die numerisch bestimmten Wandgeschwindigkeiten (Abb. 4.5) reskaliert, und $v\,T^{-1/\psi}$ über $h\,T^{-1/\beta\psi}$ aufgetragen. In dieser Darstellung werden die Werte von H_c, β und ψ variiert, bis die Wandgeschwindigkeiten $v(H,T)$ zu einer einzigen Kurve zusammenfallen (Abb. 4.6). Der Analyse entnimmt man $\beta = 0.63 \pm 0.07$, $\psi = 2.38 \pm 0.2$ und $H_c = 1.36 \pm 0.01$. Zur Bestimmung der Fehlerbalken werden H_c, β und ψ erneut variiert. Nach einer kleinen Änderung in H_c werden z. B. die Werte von β und ψ nachgeführt. Dies führt zu einem Datenkollaps, der weniger überzeugend ist. Der Parameterbereich, in dem ein noch hinreichend überzeugender Datenkollaps auftritt, definiert die oben genannten Fehlerbalken.

Der Skalenansatz Gl. (4.7) beschreibt das asymptotische Verhalten der Grenzflächengeschwindigkeit in der Nähe des Übergangspunktes. Mit zunehmender Entfernung vom Übergangspunkt treten Korrekturen zum asymptotischen Verhalten auf, die in Abb. 4.6 rechts zu erkennen sind und für die Analyse ohne Bedeutung sind. Der Skalenansatz Gl. (4.7) trifft auch auf getriebene Wände in sc – Gittern zu. Hier findet man im dreidimensionalen Modell die in Tab. 4.1 (S. 45tab:d3-exponents) aufgeführten Exponenten und $H_c = 1.375 \pm 0.01$.

Eine zu Gl. (4.7) äquivalente Skalenform erhält man über Gl. (4.6) durch die

$\beta_{T=0}$	$\beta_{T>0}$	ψ	Ansatz	Gitter	
0.653 ± 0.026	0.63 ± 0.03	2.33 ± 0.2	Gl. (4.7)	bcc	Abb. 4.6
0.66 ± 0.04	0.67 ± 0.03	2.55 ± 0.37	Gl. (4.8)	sc	Abb. 4.7
0.66 ± 0.04	0.63 ± 0.07	2.38 ± 0.2	Gl. (4.7)	sc	(nicht dargestellt)

Tabelle 4.1: Vergleich der Werte von β und Bestimmung des Exponenten ψ für verschiedene Gitter und Skalenansätze.

Substitution $\lambda = |h|^\beta$

$$v(h,T) = |h|^\beta \, f_h^{(\pm)} \left(T \, |h|^{-\beta\psi} \right) \quad \text{mit} \quad f_h(x \to 0) = A. \tag{4.8}$$

Variiert man, wie oben beschrieben, die Werte von H_c, β und ψ, erhält man bei treibenden Feldern oberhalb des Depinning – Übergangs den in Abb. 4.7 dargestellten Skalenplot, dem man $\beta = 0.67 \pm 0.03$, $\psi = 2.55 \pm 0.37$ und $H_\mathrm{c} = 1.37 \pm 0.05$ entnimmt. Ohne weitere Anpassungen liest man aus Abb. 4.7 zusätzlich den Wert des Vorfaktors A ab, der durch Gl. (4.5) definiert ist. Man findet $A = v\, h^{-\beta} = 0.845 \pm 0.03$. Für hinreichend große Temperaturen und treibende Felder wird der skalenrelevante Bereich verlassen, so daß signifikante Korrekturen zum Ansatz Gl. (4.8) auftreten. Die in Abb. 4.7 dargestellten Daten legen nahe, daß der skalenrelevante Bereich mit zunehmendem Feld bei immer tieferen Temperaturen verlassen wird.

Die in diesem Abschnitt durchgeführten Analysen basieren auf der Annahme, daß die Grenzflächengeschwindigkeit in einer Umgebung des kritischen Punktes eine verallgemeinert homogene Funktion ihrer Parameter ist [Gl. (4.6)]. Mit dieser Annahme läßt sich der Exponent β bei endlichen Temperaturen bestimmen. Die gefundenen Werte stimmen im Rahmen der Fehlerbalken mit den bei $T = 0$ durchgeführten Analysen überein (vgl. Tab. 4.1). Zusätzlich kann der Exponent ψ bestimmt werden, der im Rahmen der Fehlerbalken unabhängig von der Wahl der Skalenform Gl. (4.7) bzw. (4.8) ist (eine grafische Darstellung erfolgt in Abb. 9.2 auf S. 87). Weiterhin stimmen die im sc – Gitter gefundenen nichtuniversellen Werte von H_c und A im Rahmen der Fehlerbalken mit den Werten überein, die bei $T = 0$ gefunden werden [siehe Gl (4.5)]. Deshalb kann davon ausgegangen werden, daß Gl. (4.6) eine zuverlässige Beschreibung für den Einfluß thermischer Fluktuationen auf den Depinning – Übergang im RFIM darstellt und im Rahmen der Fehlerbalken eine Bestimmung des für das RFIM und die QEW – Gleichung unbekannten Exponenten ψ ermöglicht (siehe auch Kap. 9).

Im thermischen Gleichgewicht beschreiben die zu Gln. (4.6, 4.7) analogen Skalenansätze im allgemeinen die Abhängigkeit des Ordnungsparameters von seinem Kontrollparameter und dem zum Ordnungsparameter konjugierten Feld. Obwohl die Temperatur nach Gl. (4.6) in Bezug auf den Depinning – Übergang ein (für $\psi > 0$) relevantes Skalenfeld darstellt, ist sie nicht identisch mit dem konjugierten Feld. Das zum Ordnungsparameter des Depinning – Übergangs konjugierte Feld würde die Grenzflächenbewegung unabhängig von seiner Stärke unterstützen. Starke thermische Fluktuationen hingegen zerstören die Grenzfläche. Deshalb muß der Wert des Exponenten ψ im Hinblick auf eine mögliche Abhängigkeit seines Wertes von mikroskopischen Eigenschaften des untersuchten Modells bzw. der experimentell untersuchten Probe vorsichtig interpretiert werden.

Depinning – Übergang in höheren Dimensionen

Zur Untersuchung des Depinning – Übergangs in den Dimensionen $d = 4, 5, 6$ werden bcc – Gitter verwendet, in die normal zur [00...1] – Richtung orientierte Grenzflächen einfach zu implementieren sind. In jeder Dimension wird zunächst der Grenzfall $T = 0$ untersucht, um den Exponenten β und das kritische Feld H_c zu bestimmen. Anschließend wird die Grenzflächendynamik bei endlichen Temperaturen untersucht, und die Ergebnisse beider Analysen miteinander verglichen. Im vier – und sechsdimensionalen Modell verschwindet die Grenzflächengeschwindigkeit am Übergangspunkt algebraisch (Kap. 5.1 bzw. Kap. 5.3). Dagegen wird im fünfdimensionalen Modell das reine Potenzgesetzverhalten sowohl bei $T = 0$ als auch bei endlichen Temperaturen durch logarithmische Korrekturen modifiziert (Kap. 5.2). Dies deutet darauf hin, daß $d = 5$ die sogenannte obere kritische Dimension des Depinning – Übergangs im Zufallsfeld – Ising – Modell ist.

5.1 Grenzflächendynamik in vier Dimensionen

Um die Exponenten der Wandgeschwindigkeit eines vierdimensionalen RFIM zu erhalten, werden Wandgeschwindigkeiten in bcc – Gittern in Systemen mit einer Kantenlänge $L \leq 96$ bestimmt, die Ld Einheitszellen ($2 \times L^d \approx 1.7 \times 10^8$ Spins für $L = 96$) enthalten. Eine weitere Erhöhung der Kantenlänge ist aufgrund der begrenzten Computer – Kapazitäten in hyperkubischen Systemen derzeit nicht sinnvoll. Jedoch sind die Fluktuationen der Grenzflächenposition um ihren Mittelwert deutlich geringer als die Ausdehnung $L_\perp = 96$ des Systems in Bewegungsrichtung der Grenzfläche. Für die in diesem Abschnitt diskutierten treibenden Felder ist es daher möglich, gestauchte Systeme zu betrachten, die aus $L_\perp \times L_\parallel^{d-1}$ mit $L_\parallel = 120, 140$ und $L_\perp = 30$ Einheitszellen ($\approx 2.3 \times 10^{10}$ Spins für $L_\parallel = 140$) bestehen. Die Bestimmung der Wandgeschwindigkeit erfolgt nach dem in Kap. 4.1 beschrieben Verfahren, d. h. nach einer Relaxationsphase fluktuiert die Zeitableitung $\mathrm{d}z/\mathrm{d}t$ der mittleren Grenzflächenposition um einen zeitunabhängigen Mittelwert, der als unordnungsgemittelte Grenzflächen-

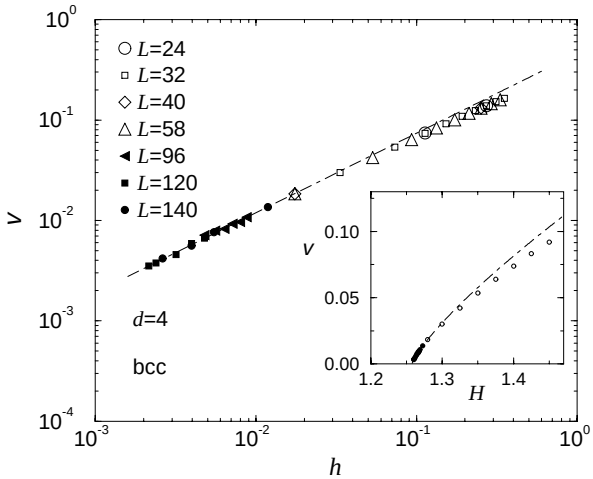


Abbildung 5.1: Wandgeschwindigkeiten v des vierdimensionalen Modells. Bei hinreichend kleinen treibenden Feldern beobachtet man ein Potenzgesetz $v \sim h^{\beta}$. In der Regressionsanalyse (unterbrochene Linie) werden nur jene Daten verwendet, die durch ausgefüllte Symbole bezeichnet sind. Man findet $\beta = 0.8 \pm 0.06$ und $H_{\mathrm{c}} = 1.256 \pm 0.015$.

geschwindigkeit v interpretiert wird. Nach dieser Methode werden Systeme verschiedener Größe simuliert, um die Daten auf finite – size Effekte zu testen. Bei den gestauchten Systemen wird zusätzlich in einer unabhängigen Simulation sichergestellt, daß die Ergebnisse nicht vom Verhältnis $L_{\perp}/L_{\parallel}$ abhängen.

Die für $T = 0$ gefundenen Wandgeschwindigkeiten sind im Einschub von Abb. 5.1 dargestellt. Für die Bestimmung des Exponenten β wird angenommen, daß die Wandgeschwindigkeit für hinreichend kleine treibende Felder algebraisch abfällt: $v \sim h^{\beta}$ [Gl. (4.5)]. Dieses asymptotische Verhalten beobachtet man für $H_{\mathrm{c}} = 1.256 \pm 0.002$ (Abb. 5.1). Unterhalb eines Übergangsbereiches, der sich in der logarithmischen Auftragung durch eine Krümmung der $v(h)$ – Kurve auszeichnet, kann der Exponent β durch Regression bestimmt werden, und man findet $\beta = 0.8 \pm 0.06$.

Zur Bestimmung des Temperatur – Exponenten ψ wird der Skalenansatz Gl. (4.7) verwendet, der im dreidimensionalen Modell im Rahmen der Numerik zu einer genaueren Bestimmung von ψ führt als die physikalisch äquivalente Alternative Gl. (4.8) [vgl. Tab. 4.1 auf S. 46]. Zur Bestimmung von ψ wird die Grenzflächengeschwindigkeit in der Umgebung des Übergangsfeldes für verschiedene Temperaturen $T = 0.025\,n$ mit $n \in \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ bestimmt. Wie in der Analyse des dreidimensionalen Systems werden β, ψ und H_{c} variiert, bis

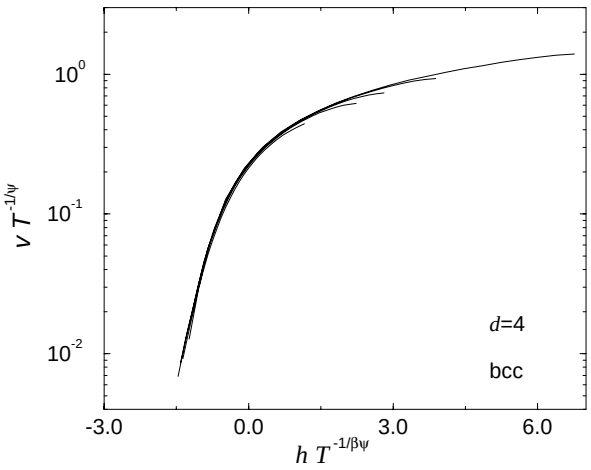


Abbildung 5.2: Einfluß thermischer Fluktuationen auf den Depinning – Übergang in $d = 4$. Der Einschub zeigt Wandgeschwindigkeiten v für verschiedene Temperaturen $T = 0.025\,n$ mit $n \in \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ und treibende Felder H. Durch Reskalieren der Daten nach Gl. (4.7) findet man $\beta = 0.73 \pm 0.13$, $H_\mathrm{c} = 1.256 \pm 0.015$ und $\psi = 1.72 \pm 0.27$.

man einen überzeugenden Datenkollaps erhält (Abb. 5.2). In Übereinstimmung mit der bei $T = 0$ durchgeführten Analyse findet man $\beta = 0.73 \pm 0.13$ und $H_\mathrm{c} = 1.256 \pm 0.015$. Für den Exponenten der thermischen Fluktuationen ergibt die Skalenanalyse $\psi = 1.72 \pm 0.27$.

5.2 Die obere kritische Dimension

Für die Untersuchungen des fünfdimensionalen Modells werden Systeme simuliert, die aus $L^d = 10^5 \ldots 30^5$ Einheitszellen eines kubisch raumzentrierten Gitters bestehen, und es werden Wandgeschwindigkeiten für verschiedene Werte des treibenden Feldes bestimmt (Abb. 5.3). Da bereits im vierdimensionalen Modell Korrekturen zum asymptotischen kritischen Verhalten gefunden wurden, wird zunächst das Konvergenzverhalten der Grenzflächengeschwindigkeit für $h \to 0$ untersucht. Um Korrekturen zum asymptotischen Verhalten quantitativ erfassen zu können, ist es zweckmäßig, die logarithmische Ableitung

$$\beta_{\text{eff}}(h) = \frac{\partial \ln v(h)}{\partial \ln h} \quad \text{mit} \quad \lim_{h\to 0} \beta_{\text{eff}}(h) = \beta \tag{5.1}$$

der Wandgeschwindigkeit nach dem treibenden Feld zu betrachten, die als effektiver Exponent bezeichnet wird. Zwischen dem feldabhängigen, effektiven Exponenten und dem kritischen Exponenten der Wandgeschwindigkeit besteht der Zusammenhang $\beta = \lim_{h\to 0} \beta_{\text{eff}}(h)$. Wenn die Wandgeschwindigkeit für $h \to 0$ einem reinen Potenzgesetzt folgt, zeigt β_{eff} eine Sättigung für $h \to 0$. In Abb. 5.4 ist β_{eff} für die in dieser Arbeit untersuchten Dimensionen $d = 3, 4, 5, 6$ aufgetragen. Der Exponent des sechsdimensionalen Modells wurde aus den in Kap. 5.3 diskutierten Wandgeschwindigkeiten berechnet. Zusätzlich wurde der effektive Exponent des zweidimensionalen Modells aus den von Nowak und Usadel (1998) durch Simulation gefundenen Wandgeschwindigkeiten berechnet. Im Falle des zwei–, drei– und vierdimensionalen Modells bestätigen die in der Abbildung dargestellten Daten, daß die erwartete Sättigung innerhalb der durch Simulation zugänglichen Werten von h stattfindet. Für das sechsdimensionale Modell zeigen die in Abb. 5.4 dargestellten Daten mögliche Anzeichen einer Sättigung, die Sättigung selbst ist jedoch aufgrund der begrenzten Rechenleistung zur Zeit numerisch nicht zugänglich. Auch die Daten des fünfdimensionalen Modells zeigen keine Sättigung. Obwohl dies prinzipiell an der begrenzten zur Verfügung stehenden Rechenleistung, d. h. den untersuchten Werten von h liegen kann, ist auch eine andere Ursache möglich.

In der Theorie kritischer Phänomene kann das Skalenverhalten an kritischen Punkten mit Hilfe der Renormierungsgruppentheorie verstanden werden (siehe z. B. Wegner, 1976; Brézin *et al.*, 1976; Pfeuty und Toulouse, 1994). Für $d > d_c$ wird das kritische Verhalten durch den Gauß'schen Fixpunkt mit klassischen Molekularfeldexponenten bestimmt, wie u. a. am Beispiel des Ginzburg – Landau – Wilson – Funktionals gezeigt werden kann (Schwabl, 2000, und dortgenannte Referenzen). Für $d < d_c$ zeigen die Flussgleichungen des Ginzburg – Landau – Wilson – Funktionals, daß der Gauß'sche Fixpunkt instabil ist und das kritische Verhalten durch einen zweiten Fixpunkt bestimmt wird. Auf der oberen kritischen Dimension sind beide Fixpunkte identisch und marginal

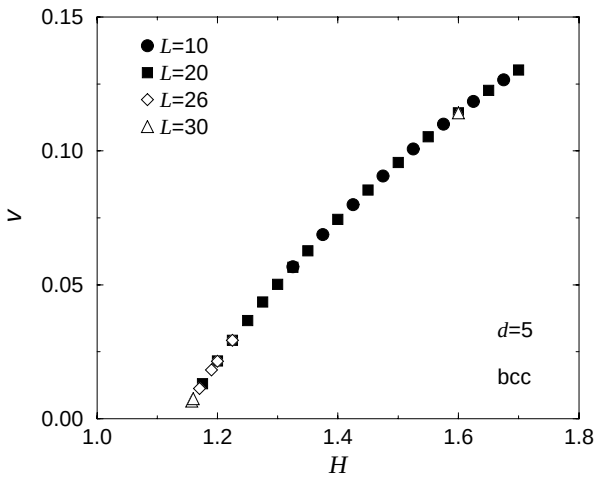


Abbildung 5.3: Abhängigkeit der Wandgeschwindigkeit v vom treibenden Feld H für verschiedene Systemgrößen L.

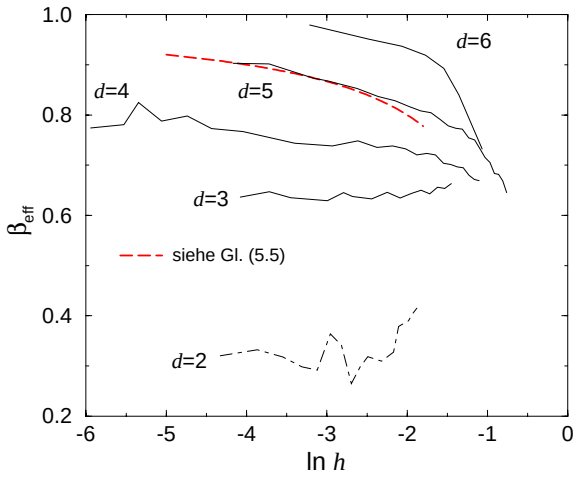


Abbildung 5.4: Die effektiven Exponenten β_{eff} als Funktion von $\ln h$ für verschiedene Dimensionen ($d = 2, 3, ..., 6$). Die Feldabhängigkeit des Exponenten in $d = 5$ stimmt in guter Näherung mit der Annahme überein, daß die Wandgeschwindigkeit durch logarithmische Korrekturen modifiziert wird (siehe Text). Die zu $d = 2$ gehörenden Daten wurden von Nowak und Usadel (1998) veröffentlicht.

stabil. In diesem Fall stimmen die kritischen Exponenten mit denen des Falles $d > d_c$ überein, das Skalenverhalten wird jedoch durch zusätzliche logarithmische Korrekturen modifiziert.

Für die spontane Magnetisierung M eines Ferromagneten mit $O(n)$ – Symmetrie z. B. finden verschiedene Autoren (siehe Brézin *et al.*, 1976, und dortgenannte Referenzen) in führender Ordnung

$$M \sim (-t)^{\beta_{\mathrm{MF}}} \, (-\ln|t|)^{\mathrm{B}} \tag{5.2}$$

mit dem Molekularfeldexponenten $\beta_{\mathrm{MF}} = 1/2$ [$M \sim (-t)^{\beta_{\mathrm{MF}}}$ für $d > d_c$] und einem Exponenten $\mathrm{B} = 3/(n+8)$, der ausschließlich von der Zahl n der für die Symmetrie des Modells relevanten Spin – Komponenten abhängt. Der universelle Charakter des Exponenten B wird für $n = 1$ durch Experimente an $LiTbF_4$ (Griffin *et al.*, 1977) und TbF_3 (Brinkmann *et al.*, 1978) für $d_c = 3$ bestätigt.

Für den Depinning – Übergang von Modellen der Edwards – Wilkinson Universalitätsklasse ist die obere kritische Dimension $d_c = 5$, wie mit Hilfe der Larkin Länge [Gl. (1.6)] abgeschätzt werden kann. Unter der Annahme, daß logarithmische Korrekturen in $d = 5$ auch am Depinning – Übergang des RFIM auftreten, liegt es nahe, für die Grenzflächengeschwindigkeit in führender Ordnung die Beziehung

$$v(h, T = 0) \sim h^{\beta_{\mathrm{MF}}} \, (-\ln h)^{\mathrm{B}} \tag{5.3}$$

zu erwarten. Als Wert des Molekularfeldexponenten β_{MF} für getriebene Grenzflächen wird in der Literatur von verschiedenen Autoren der Wert $\beta_{\mathrm{MF}} = 1$ angegeben (Leschhorn, 1992; Nattermann *et al.*, 1992; Kardar, 1998; Chauve *et al.*, 2001), so daß $v(h)/h$ als Funktion von $\ln h$ analysiert werden kann. Unter der Annahme, daß außerhalb des Grenzfalles $h \to 0$ Korrekturen zum asymptotischen Verhalten Gl. (5.3) auftreten, erwartet man

$$[v(h)/h]^{1/\mathrm{B}} = F\,(-\ln h) \quad \text{mit} \quad F(x \to \infty) \sim x. \tag{5.4}$$

Um die numerischen Daten mit dem Ansatz Gl. (5.4) auszuwerten, werden die Wandgeschwindigkeiten (Abb. 5.3) nach Gl. (5.4) reskaliert und $\beta_{\mathrm{MF}} = 1$ festgehalten. Anschließend werden die Werte von B und H_c variiert, bis die Daten die erwartete Asymptotik $F(x \to \infty) \sim x$ zeigen. Überzeugende Ergebnisse findet man für $\mathrm{B} = 0.40 \pm 0.09$ und $H_c = 1.14235 \pm 0.001$ (Abb. 5.5). Die in der Abbildung dargestellten Daten zeigen unterhalb von $\ln h \approx -2.5$ signifikante Korrekturen zum asymptotischen Verhalten $v \sim h^{\beta_{\mathrm{MF}}} |\ln h|^{\mathrm{B}}$. Unter Vernachlässigung dieser Korrekturen ist es möglich, die auf Gl. (5.3) basierende Feldabhängigkeit des effektiven Exponenten

$$\beta_{\mathrm{eff}}(h) = \beta_{\mathrm{MF}} \left(1 - \frac{\mathrm{B}}{\beta_{\mathrm{MF}}} \frac{1}{|\ln h|}\right) \tag{5.5}$$

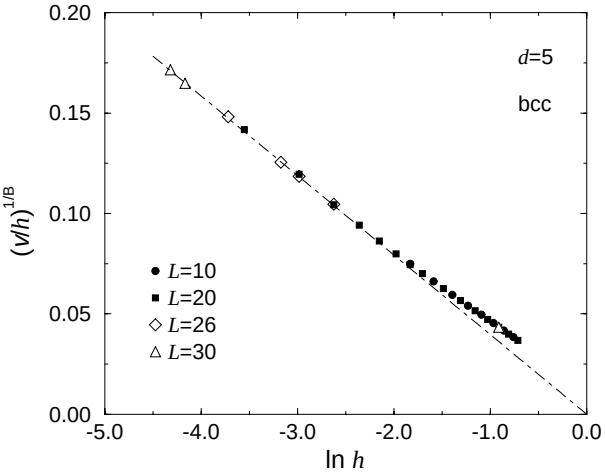


Abbildung 5.5: Die reskalierten Wandgeschwindigkeiten als Funktion des treibenden Feldes. Um die logarithmisches Korrekturen darzustellen, ist $(v/h)^{1/\mathrm{B}}$ über $-\ln h$ aufgetragen. Das rein aysmptotische Verhalten [Gl (5.3)] ist durch eine gestrichelte Linie dargestellt.

zu berechnen [vgl. Gl. (5.1)]. Die entsprechende Kurve ist in Abb. 5.4 für $\beta_{\mathrm{eff}} = 1$ und $H_{\mathrm{c}} = 1.14235$ dargestellt und zeigt unterhalb von $\ln h \approx -2.5$ eine gute Übereinstimmung mit der aus den Simulationen bestimmten Feldabhängigkeit von β_{eff}.

Auch bei endlichen Temperaturen kann die Grenzflächendynamik im RFIM mit Hilfe logarithmischer Korrekturen beschrieben werden. Wie bei der Analyse unterhalb von d_{c} wird angenommen, daß die Grenzflächengeschwindigkeit in der Umgebung des kritischen Punktes eine verallgemeinert homogene Funktion von Temperatur und treibendem Feld ist. Aufgrund der logarithmischen Korrekturen trifft der bisher benutzte Skalenansatz Gl. (4.6) jedoch für $d = d_{\mathrm{c}}$ nicht zu. In Anlehnung an das kritische Verhalten von magnetischen Systemen im thermischen Gleichgewicht liegt die Vermutung nahe, daß die Wandgeschwindigkeit in führender Ordnung durch die Beziehung

$$v(h,T) \;=\; \lambda\,|\ln\lambda|^{x}\,\tilde{v}\left(\lambda^{-1/\beta_{\mathrm{MF}}}\,|\ln\lambda|^{y}\,h,\lambda^{-\psi_{\mathrm{MF}}}\,|\ln\lambda|^{z}\,T\right) \tag{5.6}$$

gegeben ist. Ansätze, die mit Gl. (5.6) korrespondieren, können für $O(n)$–Spinmodelle mit Hilfe der Renormierungsgruppentheorie berechnet werden (Brézin *et al.*, 1976), führen auf die finite–size Skalenfunktion des vierdimensionalen Ising–Modells (Atekin, 2001) und beschreiben das kritische Verhalten getriebener Gittergase (Lübeck, 2002). Durch Wahl von $\lambda^{-\psi_{\mathrm{MF}}}\,|\ln\lambda|^{z}\,T = 1$

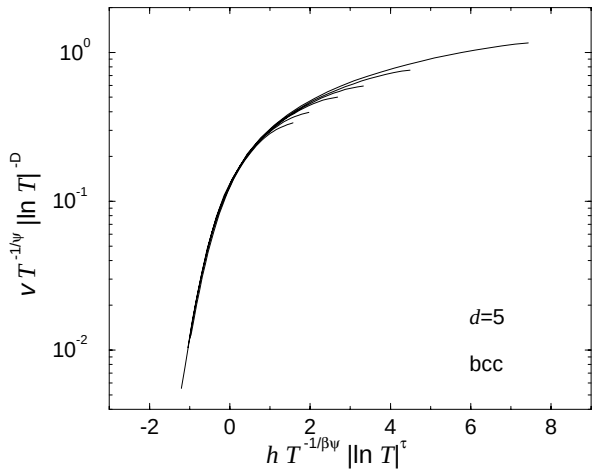


Abbildung 5.6: Wandgeschwindigkeiten des fünfdimensionalen Modells für verschiedenen treibende Felder und Temperaturen. Einen Datenkollaps findet man nur bei Berücksichtigung von logarithmischen Korrekturen [Gl. (5.8)]. Man findet $\mathrm{B} = 0.22 \pm 0.16$ und $\tau = 0.19 \pm 0.12$.

erhält man

$$\lambda = (1/\psi_{\mathrm{MF}})\, T^{1/\psi_{\mathrm{MF}}}\, |\ln T|^{z/\psi_{\mathrm{MF}}} \left| 1 + \left(\left| \frac{\ln\, |\ln \lambda|^{z/\delta}}{(1/\psi_{\mathrm{MF}})\, \ln T} \right| \right) \right|^{z/\psi_{\mathrm{MF}}} \tag{5.7}$$

und durch Einsetzen der führenden Ordnung von Gl. (5.7) in Gl. (5.6)

$$v(h,T) \sim T^{1/\psi_{\mathrm{MF}}}\, |\ln T|^{\mathrm{D}}\, \tilde{v}\left(h\, T^{-1/(\beta_{\mathrm{MF}}\psi_{\mathrm{MF}})}\, |\ln T|^{\tau} \right) \tag{5.8}$$

mit $\tau = (\mathrm{B} - \mathrm{D})/\beta_{\mathrm{MF}}$, $\mathrm{B} = \beta_{\mathrm{MF}} y + x$ und $\mathrm{D} = z/\psi_{\mathrm{MF}} + x$.

In Gl. (5.8) treten fünf freie Parameter auf. Um die Genauigkeit der Analyse im Hinblick auf die logarithmischen Korrekturen zu erhöhen, werden nicht alle Parameter variiert; β_{MF} und H_{c} werden auf die aus der $T = 0$ – Analyse bekannten Werte $\beta_{\mathrm{MF}} = 1$ bzw. $H_{\mathrm{c}} = 1.14235$ gesetzt. Außerdem wird für ψ_{MF} der durch Simulation des sechsdimensionalen Modells (siehe Kap. 5.3) gefundene Mean – Field Wert $\psi_{\mathrm{MF}} = 1.49$ verwendet. Numerisch bestimmte Wandgeschwindigkeiten für verschiedene Temperaturen $T = 0.025\, n$ mit $n \in \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ werden nach Gl. (5.8) reskaliert und die Parameter D und τ variiert, bis man einen überzeugenden Datenkollaps erhält. Man findet $\mathrm{D} = 0.22 \pm 0.16$ und $\tau = 0.19 \pm 0.12$ (siehe Abb. 5.6). Zusammen mit dem bei $T = 0$ gefundenen Wert $\mathrm{B} \approx 0.4$ ergibt

sich $(\mathrm{B}-\mathrm{D})/\beta_{\mathrm{MF}} \approx 0.18 \approx \tau$, was aufgrund der auftretenden Fehlerbalken jedoch nicht als Bestätigung dieser auf analytischem Wege gefundenen Beziehung gewertet werden kann.

Aus dem Auftreten von logarithmischen Korrekturen im fünfdimensionalen Modell kann gefolgert werden, daß $d_{\mathrm{c}} = 5$ die obere kritische Dimension des Depinning – Übergangs im RFIM ist. Dieses Ergebnis legt nahe, daß die kritischen Exponenten des Depinning – Übergangs für $d > d_{\mathrm{c}}$ dimensionsunabhängig sind. Eine detaillierte Diskussion erfolgt am Ende des Kapitels auf S. 59 und in Kap. 9.

5.3 Molekularfeldanalyse

Die Existenz logarithmischer Korrekturen im fünfdimensionalen Modell [Gln. (5.3, 5.8)] legt nahe, daß das Skalenverhalten des sechsdimensionalen Modells in der Umgebung des Depinning – Übergangs durch die Molekularfeldexponenten $\beta_{\mathrm{MF}} = 1$ und einem noch zu bestimmenden Exponenten ψ_{MF} charakterisiert wird. Danach müßte die Grenzflächengeschwindigkeit asymptotisch, d. h. für $h \to 0$, linear mit dem reduzierten treibenden Feld h abfallen

$$v(h, T = 0) \sim h^{\beta_{\mathrm{MF}}} \quad \text{mit} \quad \beta_{\mathrm{MF}} = 1. \tag{5.9}$$

In Abb. 5.7 ist die Grenzflächengeschwindigkeit im RFIM für verschiedene treibende Felder und Systemgrößen $L^d \leq 14^6$ Einheitszellen aufgetragen. Bei hinreichend großen Wandgeschwindigkeiten beobachtet man eine deutliche Krümmung der $v(H)$ – Kurve. Ein näherungsweise lineares Verhalten tritt nur für hinreichend kleine Wandgeschwindigkeiten auf, d. h. die Daten zeigen nicht das rein asymptotische Verhalten von Gl. (5.9). Dieses Ergebnis wird durch die Analyse des effektiven Exponenten β_{eff} bestätigt, der aus den in Abb. 5.7 dargestellten Wandgeschwindigkeiten berechnet werden kann (siehe Abb. 5.4 auf S. 53).

Die in der Abbildung dargestellte $\beta_{\mathrm{eff}}(h)$ – Kurve ist konsistent mit einem asymptotischen Verhalten nach Gl. (5.9) [$\beta_{\mathrm{eff}}(h \to 0) = 1$]. Um das erwartete lineare Verhalten $v \sim h$ [Gl. (5.9)] beobachten zu können, wären Simulationen bei Feldern $H < 1.2$ erforderlich. Die hierfür erforderlichen Systemgrößen $L^d > 14^6$ sind aufgrund der begrenzten Computerleistung zur Zeit jedoch numerisch nicht zugänglich.

Eine mögliche Alternative besteht darin, die Korrekturen zum asymptotischen Skalenverhalten zu analysieren und anzunehmen, daß sie von der Form

$$v(h, T = 0) = v_1\, h \;+\; v_2\, h^2 \;+\; \mathcal{O}(h^3) \tag{5.10}$$

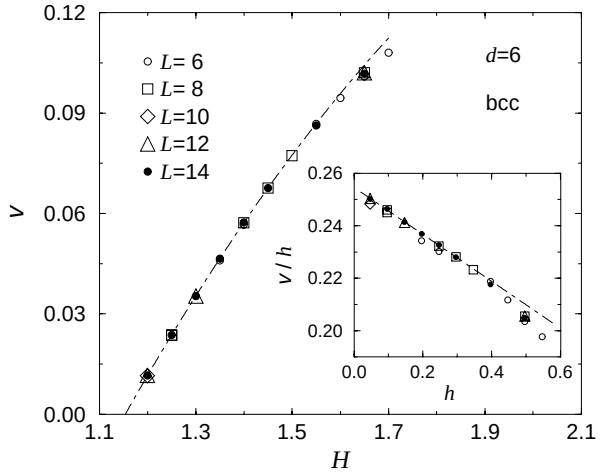


Abbildung 5.7: Die Grenzflächengeschwindigkeit und ihre Abhängigkeit vom treibenden Feld im sechsdimensionalen Modell ($T = 0$). Zusätzlich eingezeichnet ist das Ergebnis einer Regressionsanalyse nach Gl. (5.10) (gestrichelte Linie). Um die quadratischen Korrekturen zum asymptotischen Verhalten $v \sim h$ darzustellen, ist im Einschub $v(h)/h$ über h aufgetragen.

sind. Der Ansatz Gl. (5.10) besitzt für $h \to 0$ das gleiche Skalenverhalten wie Gl. (5.9). Paßt man die Parameter H_c, v_1 und v_2 an die numerisch bestimmten Wandgeschwindigkeiten (Abb. 5.7) an, so findet man eine gute Übereinstimmung für $v_1 = 0.2546$, $v_2 = -0.0895$ und $H_c = 1.1537 \pm 0.003$. Die entsprechende Ausgleichskurve ist ebenfalls in Abb. 5.7 dargestellt. Die in Gl. (5.10) angenommen quadratischen Korrekturen zum asymptotischen Verhalten Gl. (5.9) können durch die Auftragung

$$\frac{v(h)}{h} = G(h) \tag{5.11}$$

bestätigt werden. In dieser Auftragung führt der Ansatz Gl. (5.10) zu einem linearen Verhalten $G(h) \sim h$ für $h \to 0$, das von den reskalierten Wandgeschwindigkeiten reproduziert wird (Einschub in Abb. 5.7).

Auch im sechsdimensionalen Modell wird die Grenzflächengeschwindigkeit durch thermische Fluktuationen beeinflußt. Im Rahmen der Theorie kritischer Phänomene wird erwartet, daß das Skalenverhalten an kritischen Punkten, die durch die Molekularfeldtheorie beschrieben werden, durch eine verallgemeinert homogene Funktionen der Form

$$v(h,T) = T^{1/\psi_{\mathrm{MF}}}\, f\left(h\, T^{-1/(\beta_{\mathrm{MF}}\, \psi_{\mathrm{MF}})}\right) \tag{5.12}$$

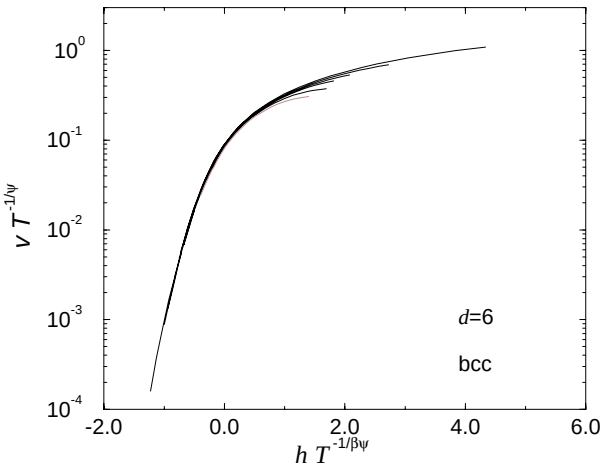


Abbildung 5.8: Skalenplot nach Gl. (4.7) für das sechsdimensionale Modell. Durch Simulation bei verschiedenen Temperaturen $T = 0.025\,n$ mit $n \in \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ findet man $\psi_{\mathrm{MF}} = 1.49 \pm 0.15$ und $H_{\mathrm{c}} = 1.153 \pm 0.02$.

dargestellt werden kann [vgl. Gl. (4.7) auf S. 44].

Zur Bestimmung des Molekularfeldexponenten ψ_{MF} werden Wandgeschwindigkeiten für verschiedene treibende Felder und Temperaturen ($T = 0.025\,n$ mit $n \in \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$) bestimmt und nach dem Ansatz Gl. (5.12) reskaliert. Durch Variation von H_{c} und ψ_{MF} bei festgehaltenem $\beta_{\mathrm{MF}} = 1$ erhält man einen überzeugenden Datenkollaps für $\psi_{\mathrm{MF}} = 1.49 \pm 0.15$ und $H_{\mathrm{c}} = 1.153 \pm 0.02$, der in Abb. 5.8 dargestellt ist.

In allen bisher untersuchten Dimensionen treten zusätzlich zum asymptotischen Verhalten mit zunehmender Entfernung vom kritischen Punkt Korrekturen nichtführender Ordnung auf. Im Gegensatz zu $d < 6$ ist die Form dieser Korrekturen im sechsdimensionalen Modell jedoch bekannt [siehe Gl. (5.10)], so daß nicht – algebraische Korrekturen und insbesondere logarithmische Korrekturterme ausgeschlossen werden können, was $d_{\mathrm{c}} = 5$ als obere kritische Dimension des Depinning – Übergangs im RFIM bestätigt. Diese Schlußfolgerung wird dadurch unterstützt, daß die Exponenten des Depinning – Übergangs in Übereinstimmung mit der Theorie kritischer Phänomene in den Dimensionen $d = d_{\mathrm{c}}$, $d_{\mathrm{c}} + 1$ im Rahmen der Fehlerbalken durch den dimensionsunabhängigen Wert β_{MF} bzw. ψ_{MF} gegeben sind.

Crossover – Skalenverhalten getriebener Grenzflächen

Die Untersuchungen der beiden vorangegangen Kapitel legen nahe, daß das Skalenverhalten in der Nähe des Depinning – Übergangs im Rahmen der Theorie kritischer Phänomene verstanden werden kann. In der Theorie kritischer Phänomene können neben der Temperatur und dem treibenden Feld im allgemeinen weitere Skalenfelder auftreten, durch die das kritische Verhalten möglicherweise geändert wird. Dieses Phänomen wird als Crossover bezeichnet. Bekannte Beispiele in der Physik des thermischen Gleichgewichtes sind Dipolwechselwirkungen in magnetischen Systemen (Fisher, 1974), räumliche Anisotropien in Heisenberg – Modellen (Fisher, 1974) oder räumliche Beschränkungen der Probenform, die z. B. in dünnen Filmen vorhanden sind (siehe z. B. Capehart und Fisher, 1976, und dortgenannte Referenzen).

Der Crossover in einem magnetischen Film wird durch konkurrierende Längenskalen hervorgerufen. Solange die Längenskala, auf der die magnetischen Korrelationen zerfallen, klein im Vergleich zur Filmdicke ist, verhält sich die Probe bis auf Oberflächeneffekte dreidimensional. Bei Annäherung an den skaleninvarianten Punkt nimmt die Korrelationslänge zu, bis sie schließlich die Größenordnung der Filmdicke erreicht. Bei einer weiteren Annäherung an den skaleninvarianten Punkt wird die Komponente der Korrelationslänge senkrecht zu den Ebenen des Filmes durch die Filmdicke begrenzt, so daß das kritische Verhalten dem eines zweidimensionalen Systems entspricht.

In der Grundlagenforschung werden magnetische Filme beispielsweise zur Messung von Grenzflächengeschwindigkeiten verwendet (z. B. Nowak *et al.*, 1997; Lemerle *et al.*, 1998). In beiden genannten Experimenten wird die ortsaufgelöste Magnetisierung und damit auch die Position von Domänenwänden mit Hilfe des magneto – optischen Kerr – Effektes in Momentaufnahmen festgehalten. Für hinreichend dünne Filme läßt sich aus diesen Aufnahmen die Grenzflächengeschwindigkeit v bestimmen. Lemerle *et al.* (1998) untersuchen die bereits in Kap. 1 erwähnten $Si/Si_3Ni_4/Pt(6.5\,nm)/Co(0.5\,nm)/Pt(3.4\,nm)$ – Schichtsysteme, die eine starke senkrechte Anisotropie aufweisen und sich in guter Näherung als Ising – System beschreiben lassen. Aufgrund der geringen

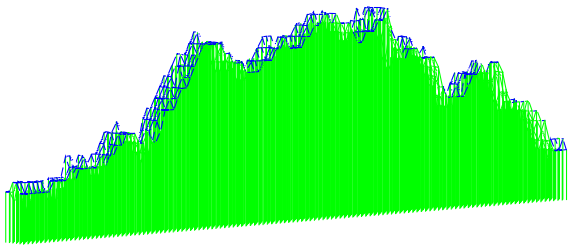


Abbildung 6.1: Momentaufnahme einer Grenzflächenkonfiguration in einem aus 6 Schichten bestehenden Film. Im grün skizzierten Bereich unterhalb der Grenzfläche sind die Spins parallel zum treibenden Feld orientiert ($S_i H > 0$). Spins oberhalb der Grenzfläche ($S_i H < 0$) sind nicht dargestellt. Überhänge, deren räumliche Ausdehnung klein gegen die Fluktuation der Wandposition um ihren Mittelwert ist, sind nicht dargestellt.

Filmdicke l entschlossen sich die Autoren im Zuge ihrer Auswertung, die l–Abhängigkeit der Wandposition zu vernachlässigen und die Wand nicht als zweidimensionale Grenzfläche sondern als eindimensionale Linie zu behandeln. Mit zunehmender Schichtdicke trifft diese Annahme im allgemeinen jedoch nicht zu, wenn die Korrelationslänge kleiner oder von der Größenordnung der Schichtdicke ist. In diesem Fall erwartet man aufgrund der konkurrierenden Längenskalen einen Crossover hin zu dreidimensionalem Verhalten.

Zur Untersuchung des Depinning – Übergangs in magnetischen Filmen werden Systeme simuliert, die aus bis zu $l \times L^2 = 8 \times 1024^2$ Einheitszellen eines bcc – Gitters bestehen. Bei festgehaltener Filmdicke l wird die Systemgröße L variiert, um sicherzustellen, daß die Wandgeschwindigkeiten in guter Näherung denen des thermodynamischen Grenzfalles $L \to \infty$ entsprechen. Die in den letzten beiden Kapiteln diskutierten Ergebnisse wurden für gleichverteilte Unordnung [Gl. (2.4) auf S. 20] mit der Stärke $\Delta = 1.7$ gefunden. Um die Filmdickenabhängigkeit $v(l)$ der Wandgeschwindigkeit im RFIM zu analysieren, ist es aus numerischen Gründen vorteilhaft, einen größeren Wert von Δ zu benutzen, da mit zunehmenden Δ tendenziell kleinere Systemgrößen L ausreichend sind, um das erwartete Crossover – Skalenverhalten zu simulieren.

In Abb. 6.1 ist die Momentaufnahme einer Grenzfläche dargestellt. Für den in den Abbildungen dargestellten Fall $H = 1.8$ und $\Delta = 3.0$ beträgt die Grenzflächengeschwindigkeit etwa 0.15 Gitterkonstanten/MCS. Die Abhängigkeit der Wandgeschwindigkeit von der Filmdicke und dem treibenden Feld ist in Abb. 6.2 dargestellt. Wie in den vorangegangenen Kapiteln wird für die quantitative Auswertung der dargestellten Wandgeschwindigkeiten angenommen, daß sich die

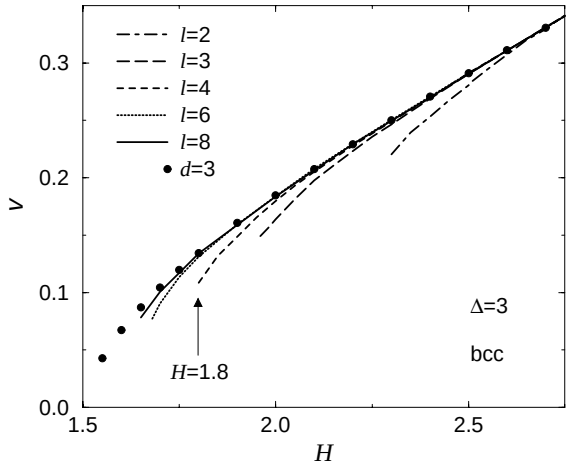


Abbildung 6.2: Wandgeschwindigkeiten v für verschiedene treibende Felder H und Schichtdicken l. Der vertikale Pfeil markiert den Wert des treibenden Feldes, bei dem die in Abb. 6.1 dargestellte Grenzflächenkonfiguration aufgenommen ist.

Grenzflächengeschwindigkeit als verallgemeinert homogene Funktion darstellen läßt. In Anlehnung an die Theorie kritischer Phänomene führt eine Verallgemeinerung von Gl. (4.6) auf die Beziehung

$$v\left(h,\, T,\, l^{-1}\right) = \lambda\, \tilde{v}\left(\lambda^{-1/\beta_{3d}}\, h,\, \lambda^{-\psi_{3d}}\, T,\, \lambda^{-a_l}\, l^{-1}\right). \tag{6.1}$$

In einem dreidimensionalen System ($l \to \infty$) reduziert sich dieser Ausdruck auf Gl. (4.6), die in den vorangegangenen Kapiteln bestätigt worden ist. Der Ansatz Gl. (6.1) führt durch Wahl von $T = 0$ und $\lambda^{-a_l}\, l^{-1} = 1$ auf den Zusammenhang

$$v(h,\, T = 0,\, l) = l^{-1/a_l}\, \tilde{v}\left(l^{1/(\beta_{3d} a_l)}\, h,\, 0,\, 1\right). \tag{6.2}$$

Bei Gleichgewichtsphasenübergängen wird der in Gl. (6.2) auftretende Exponent a_l im allgemeinen aus der Annahme bestimmt, daß die Thermodynamik des Filmes von dem Verhältnis ξ/l der Korrelationslänge ξ zur Schichtdicke l bestimmt wird. Diese Annahme kann auch für den Depinning – Übergang gemacht werden. Über die Divergenz der Korrelationslänge in einem dreidimensionalen System, $\xi \sim h^{-\nu_{3d}}$ mit $h = (H - H_c^{3d})/H_c^{3d}$, findet man

$$v(h,\, l) = l^{-\beta_{3d}/\nu_{3d}}\, f\left(h\, l^{1/\nu_{3d}}\right) \quad \text{mit} \quad f(x \to \infty) \sim x^{\beta_{3d}}. \tag{6.3}$$

Mit Hilfe des Skalenansatzes Gl. (6.3) können daher durch Simulation von Filmen unterschiedlicher Dicke die Exponenten β_{3d}, ν_{3d} und das kritische Feld H_c^{3d}

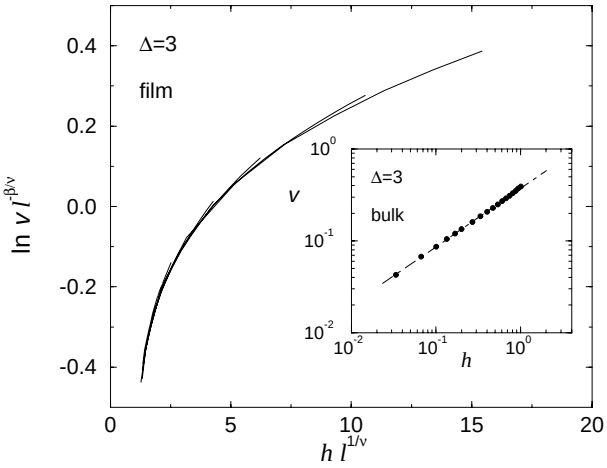


Abbildung 6.3: Skalenplot der in Abb. 6.2 für verschiedene treibende Felder h und Filmdicken l nach Gl. (6.3). Man erhält $\beta_{3d} = 0.677 \pm 0.07$, $\nu_{3d} = 0.763 \pm 0.03$ und $H_c^{3d} = 1.491 \pm 0.02$. Im Einschub sind Wandgeschwindigkeiten eines dreidimensionalen Systems für $\Delta = 3$ aufgetragen. Der Darstellung entnimmt man $\beta^{\text{bulk}} = 0.64 \pm 0.05$ und $H_c^{\text{bulk}} = 1.5 \pm 0.015$.

des dreidimensionalen Systems bestimmt werden. Im Grenzfall $l \to \infty$ stimmt der Wert von $H_c(l)$, bei dem der Depinning – Übergang stattfindet, mit dem eines dreidimensionalen Systems überein. Bei endlichen Werten von l kann die Schichtdickenabhängigkeit des Überhangspunktes $H_c(l)$ durch den Ansatz Gl. (6.3) bestimmt werden. Über das Kriterium $f(x = x^\star) = 0$ erhält man die Beziehung

$$\frac{H_c(l) - H_c^{3d}}{H_c^{3d}} \sim x^\star \, l^{-1/\nu_{3d}} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} H_c(l) > H_c^{3d} & : \quad x^\star > 0 \\ H_c(l) < H_c^{3d} & : \quad x^\star < 0 \\ H_c(l) = H_c^{3d} & : \quad \text{sonst.} \end{cases} \tag{6.4}$$

Aus den in Abb. 6.2 gezeigten Daten wird deutlich, daß die Wandgeschwindigkeiten mit abnehmender Schichtdicke systematisch voneinander abweichen. Diese Abweichung wird im folgenden als der erwartete Crossover von drei – zu zweidimensionalen Verhalten interpretiert. An den in der Abbildung dargestellten Daten erkennt man, daß die Grenzflächengeschwindigkeit mit zunehmender Filmdicke hin zu größeren Werten verschoben wird, was die Beziehung $H_c(l) > H_c^{\text{bulk}}$ für endliche Werte von l nahelegt. Reskaliert man die in der Abbildung gezeigten Daten nach Gl. (6.3), so erhält man $\beta_{3d} = 0.677 \pm 0.07$, $\nu_{3d} = 0.763 \pm 0.03$ und $H_c^{3d} = 1.491 \pm 0.02$ (Abb. 6.3). Man erkennt, daß die in der Abbildung darge-

stellte Funktion $f(x)$ [Gl. (6.3)] bei einem Wert $x^\star > 0$ verschwindet, wodurch $H_\mathrm{c}(l) > H_\mathrm{c}^{3d}$ bestätigt wird. Um die von Gl. (6.3) vorhergesagte Asymptotik $f(x \to \infty) \sim x^{\beta_{3d}}$ zu bestätigen, können über den Ansatz $v \sim h^\beta$ der Wert des kritischen Feldes $H_\mathrm{c}^\mathrm{bulk}$ und der Exponent β^bulk in einem kubischen System für $\Delta = 3$ bestimmt werden. Führt man die entsprechende Analyse, die auf S. 41 beschrieben wird, durch, so findet man $\beta^\mathrm{bulk} = 0.64 \pm 0.05$ und $H_\mathrm{c}^\mathrm{bulk} = 1.5 \pm 0.015$ (Einschub in Abb. 6.3). Dieser Wert stimmt im Rahmen der Fehlerbalken mit der auf Gl. (6.1) basierenden Crossover – Skalenanalyse überein.

Wegen der Gültigkeit von Gl. (6.3) und $h\, l^{1/\nu_{3d}} = (\xi/l)^{-1/\nu_{3d}}$ kann vom Crossover – Skalenverhalten bei $H > H_\mathrm{c}(l)$ auf das kritische Verhalten bei $H = H_\mathrm{c}(l)$ geschlossen werden. Ein kubisches System entspricht dem Grenzfall $l^{-1} = 0$, so daß am skaleninvarianten Punkt $\xi/l = 0$ ist. In einem Film hingegen findet der Depinning – Übergang bei endlichen Werten von l statt, so daß das Verhältnis ξ/l bei Annäherung an den Übergangspunkt divergiert. Das kritische Verhalten eines Filmes unterscheidet sich deshalb von dem eines dreidimensionalen Systems.

Diese in der Theorie der Phasenübergänge etablierte Schlußfolgerung wird durch Simulationen des zweidimensionalen Modells unterstützt, in denen die Werte $\beta_{2d} \approx 0.31 \neq \beta_{3d}$ und $\nu_{2d} \approx 1 \neq \nu_{3d}$ gefunden worden sind (Amaral *et al.*, 1994; Nowak und Usadel, 1998). Die aus der Crossover – Skalenanalyse gewonnen universellen und nichtuniversellen Größen β, ν und $H_\mathrm{c}(\Delta = 3)$ stimmen, wie von Gl. (6.1) vorhergesagt, im Rahmen der Fehlerbalken mit den Werten eines dreidimensionalen Systems überein. Diese Übereinstimmung bestätigt die Darstellung der Grenzflächengeschwindigkeit als verallgemeinert homogene Funktion und damit den Ansatz Gl. (6.1) bzw. Gl. (4.6), der in der vorliegenden Arbeit zur Bestimmung von ψ verwendet wird. Ohne weitere Simulationen findet man deshalb, daß der Wert des Exponenten ψ für den Depinning – Übergang im Film durch den Exponenten $\psi_{2d} \approx 5$ des zweidimensionalen Modells gegeben ist (Wert nach Nowak und Usadel, 1998).

Grenzfall kleiner treibender Felder

Die vorangegangenen Untersuchungen zur Grenzflächendynamik konzentrieren sich auf den Depinning – Übergang. Am kritischen Punkt ($H = H_c \,|\, T = 0$) lassen sich thermische Fluktuationen wegen des Exponenten $\psi > 0$ [Gl. (1.10)] als relevantes Skalenfeld interpretieren, durch welches das bei $T = 0$ gefundene kritische Verhalten $v \sim h^\beta$ aufgehoben wird. Bei endlichen Temperaturen hingegeben tritt ein gepinnter Zustand nicht auf. Dieser Punkt wird durch Experimente an Pt/Co/Pt – Schichtsystemen bestätigt. Lemerle *et al.* (1998) messen bei Zimmertemperatur Grenzflächengeschwindigkeiten für verschiedene treibende Felder. Aus dieser Messung extrapolieren die Autoren ein kritisches Feld von $H_c \approx 692\,\mathrm{Oe}$ und finden auch deutlich unterhalb des Übergangspunktes im Grenzfall kleiner treibender Felder keine gepinnte Phase sondern von Null verschiedene Grenzflächengeschwindigkeiten [z. B. $v(H \approx 0.07\,H_c) = 7\,\mathrm{nm/s}$].

Der Grenzfall hinreichend kleiner treibender Felder und Temperaturen wird im allgemeinen als Kriechfall bezeichnet, in dem die Grenzflächenbewegung durch auftretende Energiebarrieren behindert wird. Bei endlichen Temperaturen können diese Energiebarrieren mit Hilfe thermischer Fluktuationen überwunden werden. Es wird im allgemeinen erwartet, daß die Grenzflächengeschwindigkeit in diesem Fall einem Arrhenius – Gesetz

$$v(H,T) \propto \mathrm{e}^{-E(H)/T} \tag{7.1}$$

folgt (siehe z. B. Ioffe und Vinokur, 1987; Nattermann, 1987; Chauve *et al.*, 1998; Lemerle *et al.*, 1998, und dortgenannte Referenzen). Die über Gl. (7.1) definierte Größe $E(H)$ wird in der vorliegenden Arbeit als effektive Energiebarriere bezeichnet.

Zur Berechnung der effektiven Energiebarriere gibt es in der Literatur verschiedene Ansätze. Zu diesen Ansätzen gehören die sogenannte quasistatische Näherung, bei der die Grenzfläche für $H \to 0$ mit Hilfe der Gleichgewichtsphysik beschrieben wird, und Renormierungsgruppenrechnungen (siehe z. B. Chauve *et al.*, 1998, 2000; Lemerle *et al.*, 1998; Nattermann und Scheidl, 2000, und dortgenannte Referenzen). Für $H \to 0$ führen beide Ansätze zu einer algebraischen Divergenz der effektiven Energiebarriere $E(H) \sim (H_c/H)^\mu$ mit einem Exponenten $\mu > 0$ [vgl. Gl. (7.7)]. In den folgenden Abschnitten

wird die Feldabhängigkeit der effektiven Energiebarriere im zwei– und dreidimensionalen RFIM (Kap. 7.1 bzw. Kap. 7.2) mit den genannten Ansätzen verglichen, und der durch Gl. (7.1) definierte Proportionalitätsfaktor $C(H,T) = v(H,T)\,\exp[E(H)/T]$ bestimmt.

7.1 Kriechbewegung im zweidimensionalen Modell

Für die Analyse der Kriechbewegung wird die Grenzflächenbewegung bei endlichen Temperaturen und treibenden Feldern unterhalb des Depinning–Übergangs simuliert. In diesem Bereich ist die Grenzflächengeschwindigkeit deutlich geringer als oberhalb des Depinning–Übergangs, und für eine zuverlässige Bestimmung des Mittelwertes $\langle v(t)\rangle$ sind im allgemeinen längere Simulationsdauern als die in den vorangegangenen Kapiteln typischerweise verwendeten 2×10^4 MCS erforderlich.

Auf der anderen Seite können bei treibenden Feldern $H < H_\mathrm{c}/2$ die finite–size Effekte des kritischen Punktes ($H = H_\mathrm{c}\,|\,T = 0$) in guter Näherung vernachlässigt werden (Roters *et al.*, 2001a). Eine zuverlässige Bestimmung der Grenzflächengeschwindigkeit im zweidimensionalen Modell erreicht man bei den hier untersuchten Werten von T und H z. B. durch Simulation von Systemen der Größe $L = 128^2$ und Mittelung über 10^5 MCS. Die durchgeführten Simulationen konzentrieren sich auf eine Stärke der Unordnung ($\Delta = 1.2$). Die wesentlichen Ergebnisse wurden aber stichprobenartig durch Simulationen bei $\Delta \neq 1.2$ verifiziert.

Um die effektive Energiebarriere $E(H)$ des Arrhenius–Gesetzes

$$v(H,T) = C(H,T)\,\mathrm{e}^{-E(H)/T} \tag{7.2}$$

mit Hilfe von numerisch bestimmten Wandgeschwindigkeiten analysieren zu können, muß zuerst der Vorfaktor $C(H,T)$ bestimmt werden. Für $C(H,T)$ gibt es in der Literatur verschiedene Ansätze: Nattermann und Scheidl (2000) setzen $C \sim H$; Lemerle *et al.* (1998) nehmen für die Analyse ihrer experimentellen Daten an, daß C keinen feldabhängigen Anteil besitzt; Chauve *et al.* (1998) finden durch Renormierungsgruppenrechnungen $C(H,T) \sim TH\,(H/H_\mathrm{c})^\mu$, während in späteren Arbeiten (Chauve *et al.*, 2000) die Auffassung vertreten wird, daß der Vorfaktor nicht zuverlässig bestimmt werden kann.

Alle genannten Varianten lassen sich in der Form

$$C(H,T) = c(H)\,T^{-x} \tag{7.3}$$

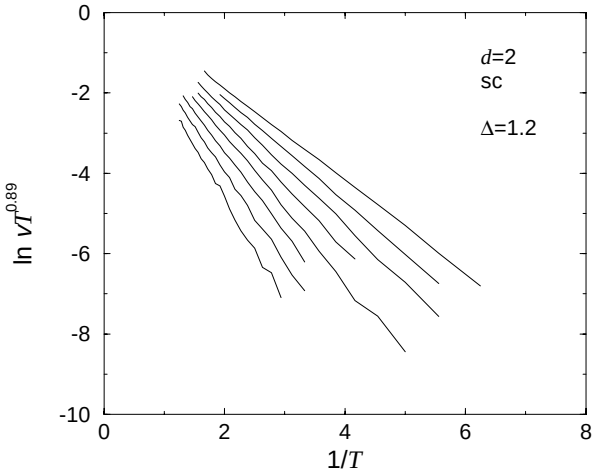


Abbildung 7.1: Die Grenzflächengeschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Temperatur T für verschiedene treibende Felder ($H \in \{0.25, 0.3, 0.35, ..., 0.6\}$, von oben nach unten) und $\Delta = 1.2$. Bezugnehmend auf Gl. (7.4) ist $\ln vT^x$ über $1/T$ dargestellt. Der Analyse entnimmt man $x = 0.89 \pm 0.17$ (siehe Text).

darstellen, wobei es für die folgende Analyse es nicht notwendig ist, Annahmen über den feldabhängigen Anteil $c(H)$ zu machen. Zusammen mit dem Arrhenius – Ansatz [Gl. (7.2)] findet man, daß $\ln(v\,T^x)$ eine lineare Funktion in der Variablen $1/T$ ist

$$\ln(v\,T^x) = -\frac{E(H)}{T} + \ln c(H). \tag{7.4}$$

Um Gl. (7.4) zu verifizieren, werden numerisch bestimmte Wandgeschwindigkeiten für verschiedene Temperaturen und treibende Felder in einer Arrhenius – Auftragung, d. h. $\ln(v\,T^x)$ über $1/T$ dargestellt. Anschließend wird der Exponent x variiert, bis man in guter Näherung ein lineares Verhalten findet. Im zweidimensionalen Modell ist dies für $x = 0.89 \pm 0.17$ der Fall (Abb. 7.1). Durch die in der Abbildung dargestellte Auftragung läßt sich die Gültigkeit von Gl. (7.4) ohne Annahmen über $E(H)$ bzw. $c(H)$ verifizieren (Roters *et al.*, 2001a).

Die in Abb. 7.1 gezeigten Kurven brechen sowohl bei hohen als auch bei tiefen Temperaturen ab (in der Abbildung nicht dargestellt). Bei zu hohen Temperaturen verläßt man das creep Regime und findet Abweichungen vom Arrhenius – Verhalten Gl. (7.2), was in Abb. 7.1 zu einer signifikanten Abweichung vom linearen Verhalten führt. Bei tiefen Temperaturen ist der Abbruch auf eine Zunahme der statistischen Fluktuationen der momentanen Wandgeschwindigkeit um ih-

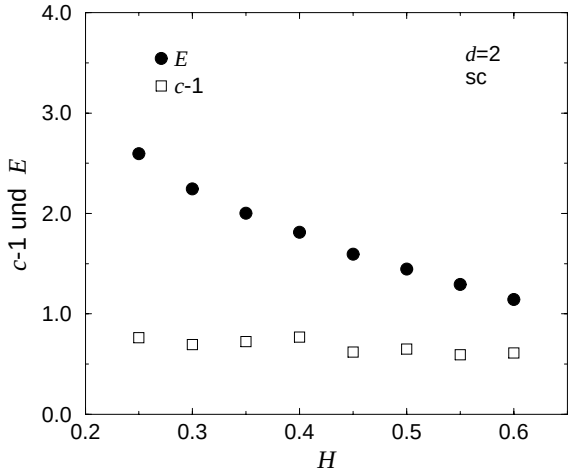


Abbildung 7.2: Die effektive Energiebarriere $E(H)$ und die Feldabhängigkeit des Vorfaktors [aus Gründen der Übersichtlichkeit $c(H) - 1$] zu den in Abb. 7.1 gezeigten Daten. Während die effektive Energiebarriere mit steigendem Feld abnimmt, zeigt der Vorfaktor c keine signifikante Feldabhängigkeit.

ren Mittelwert $\langle v \rangle$ zurückzuführen. Bei hinreichend tiefen Temperaturen ist es in endlichen Systemen möglich, daß die gesamte Grenzfläche auf einen oder wenige, durch thermische Fluktuationen hervorgerufene Spin – Flips warten muß. Die durch dieses „stop and go“ – Verhalten hervorgerufenen zeitlichen Fluktuationen der Grenzflächengeschwindigkeit um ihren Mittelwert würden in der Auftragung Abb. 7.1 mit abnehmender Temperatur zu Fluktuationen um das lineare Verhalten führen, wodurch eine Auswertung nach Gl. (7.4) erschwert wird. Eine Verringerung der Fluktuationen ist prinzipiell durch Simulation größerer Systeme möglich, wobei man jedoch an die Grenze der verfügbaren Rechenzeit stößt. Die entsprechenden Daten sind in Abb. 7.1 nicht dargestellt und wurden in die folgende Analyse nicht miteinbezogen.

Aus den in Abb. 7.1 gezeigten Daten lassen sich die effektive Energiebarriere $E(H)$ des RFIM und der Vorfaktor $c(H)$ über Gl. (7.4) durch eine Regressionsanalyse bestimmen. Die entsprechenden Ergebnisse sind in Abb. 7.2 dargestellt. Im Gegensatz zu $c(H)$ zeigt die effektive Energiebarriere $E(H)$ eine signifikante Feldabhängigkeit und verringert sich, wie erwartet, mit zunehmendem treibenden Feld. Für die Analyse des Vorfaktors $c(H)$ ist es zweckmäßig, $\ln(v\,T^x)$ über $E(H)/T$ aufzutragen, wobei $E(H)$ den durch Simulation im RFIM gefundenen Wert der Energiebarriere bezeichnet. In dieser Auftragung (Abb. 7.3) fallen die in Abb. 7.1 dargestellten Daten auf einer

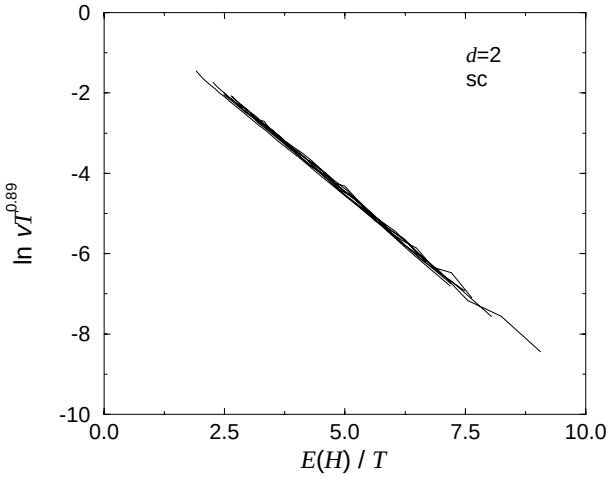


Abbildung 7.3: Die reskalierten Grenzflächengeschwindigkeiten aus Abb. 7.1. Die für die Energiebarriere $E(H)$ benutzten Werte wurden durch eine Regressionsanalyse bestimmt und sind in Abb. 7.2 aufgetragen.

einzigen Kurve zusammen, woraus $c(H) = \text{const}$ gefolgert werden kann [vgl. Gl. (7.4)].

Neben der Bestimmung des Faktors c kann die in Abb. 7.3 dargestellte Auftragung dazu benutzt werden, die Feldabhängigkeit der effektiven Energiebarriere $E(H)$ zu untersuchen und mit analytischen Ansätzen bzw. Ergebnissen zu vergleichen. Chauve *et al.* (1998) z. B. finden durch Renormierung der QEW–Gleichung bei endlichen Temperaturen eine effektive Energiebarriere $E(H)$

$$E(H) \sim \left(\frac{H_\mathrm{c}}{H}\right)^{\mu} - 1 \quad \text{mit} \quad \mu > 0. \tag{7.5}$$

Wenn Gl. (7.5) eine zutreffende Beschreibung des Kriechfalles im RFIM darstellt, findet man durch Auftragen von $\ln(v\,T^x)$ über $E(H)/T$ einen überzeugenden Skalenplot analog zu Abb. 7.3. Um die Zahl der freien Parameter gering zu halten, wird das in Gl. (7.5) eingehende kritische Feld H_c in einer unabhängigen Analyse über den Ansatz $v \sim h^\beta$ [Gl. (4.5) auf S. 41] bestimmt. Im zweidimensionalen Modell findet man $H_\mathrm{c} = 1.12 \pm 0.02$ bei $\Delta = 1.2$ (Roters *et al.*, 2001a).

Während der Skalenanalyse werden die Kurven aus Abb. 7.1 reskaliert, $\ln(v\,T^x)$ über $E(H)/T$ dargestellt und H_c auf den Wert 1.12 fixiert. In dieser Darstellung müssen die verschiedenen Kurven bei geeigneter Wahl von μ auf einer einzigen Kurve zusammenfallen, wenn der Ansatz Gl. (7.5) die Feldabhängigkeit der ef-

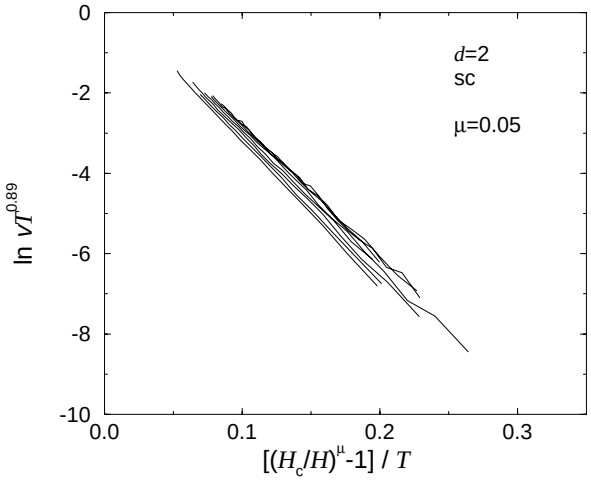


Abbildung 7.4: Die reskalierten Wandgeschwindigkeiten für $E \sim (H_c/H)^\mu - 1$ und $\mu = 0.05$. Durch Variation von μ findet man, daß die verschiedenen Kurven für $\mu \to 0$ zunehmend besser zusammenfallen.

fektiven Energiebarriere im RFIM zutreffend beschreibt. Während der Analyse findet man, daß es nicht möglich ist, durch Variation von μ zu einem Datenkollaps wie in Abb. 7.3 zu gelangen. Für $\mu \to 0$ beobachtet man jedoch, daß die verschiedenen Kurven mit abnehmendem μ besser zusammenfallen. Abb. 7.4 zeigt die reskalierten Wandgeschwindigkeiten exemplarisch für einen willkürlich ausgewählten Wert $\mu = 0.05$. Die effektive Energiebarriere $E(H)$ [Gl. (7.5)] läßt sich im Grenzfall $\mu \to 0$ entwickeln, und man findet (Roters *et al.*, 2001a)

$$E(H) \sim \ln\left(\frac{H_c}{H}\right). \tag{7.6}$$

In Gl. (7.6) treten wegen der unabhängigen Bestimmung von H_c keine freien Parameter auf. Wenn man man die numerisch bestimmten Wandgeschwindigkeiten (Abb. 7.3) nach dem Ansatz $E(H) \sim \ln(H_c/H)$ reskaliert, findet man ohne weitere Anpassungenden in Abb. 7.5 dargestellten Datenkollaps. Die Analyse des Kriechfalles im RFIM legt deshalb nahe, daß die effektive Energiebarriere im zweidimensionalen Modell eine logarithmische Abhängigkeit vom treibenden Feld zeigt (Roters *et al.*, 2001a).

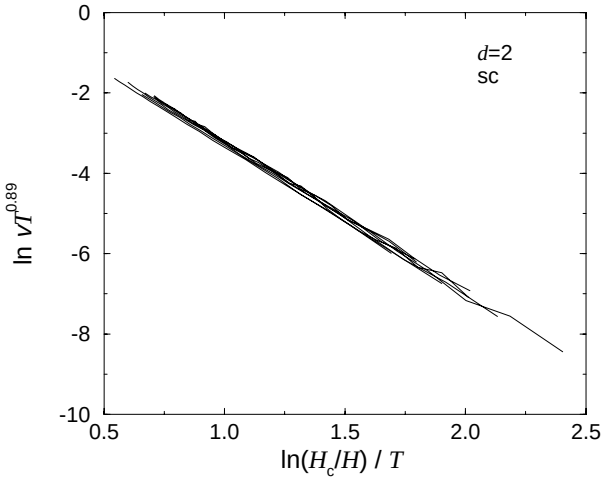


Abbildung 7.5: Nach Gl. (7.6) reskalierte Grenzflächengeschwindigkeiten. Die Annahme, daß die effektive Energiebarriere logarithmisch vom treibenden Feld abhängt, führt zu einem überzeugenden Datenkollaps.

7.2 Kriechbewegung im dreidimensionalen Modell

Im dreidimensionalen Modell wird die Analyse der Grenzflächenbewegung nicht, wie in $d = 2$, für eine feste Systemgröße durchgeführt. Um die verfügbare Rechenzeit optimal auszunutzen, wird die Systemgröße L mit abnehmender Wandgeschwindigkeit systematisch von $L = 36$ nach $L = 102$ erhöht. Die gefundenen Wandgeschwindigkeiten werden durch Stichproben an kleineren Systemen überprüft.

Simuliert wird ein sc – Gitter mit der Unordnungsstärke $\Delta = 1.7$. Für diesen Fall ist das kritische Feld, bei dem der Depinning – Übergang stattfindet, bekannt: $H_c = 1.37 \pm 0.01$ (Roters *et al.*, 1999, vgl. Kap. 4.1). Wie bei der Analyse des zweidimensionalen Modells wird im ersten Schritt die Feld – und Temperaturabhängigkeit des Vorfaktors C [Gl. (7.2)] untersucht. Um den Ansatz $C(H,T) = c(H)\,T^{-x}$ [Gl. (7.3)] im dreidimensionalen Modell zu verifizieren, werden die numerisch bestimmten Wandgeschwindigkeiten $v(H,T)$ reskaliert und $\ln vT^{-x}$ über $1/T$ aufgetragen. In dieser Darstellung wird der Exponent x variiert, bis die reskalierten Wandgeschwindigkeiten in guter Näherung ein lineares Verhalten zeigen (Abb. 7.6). Man findet $x = 0.79 \pm 0.09$ (Roters *et al.*, 2001a). Aus den in Abb. 7.6 dargestellten Daten können die effektive Energiebarriere $E(H)$ im RFIM und der Vorfaktor $c(H)$ über Gl. (7.4) [S. 69] über eine lineare Regression bestimmt werden. Die Ergebnisse sind in Abb. 7.7

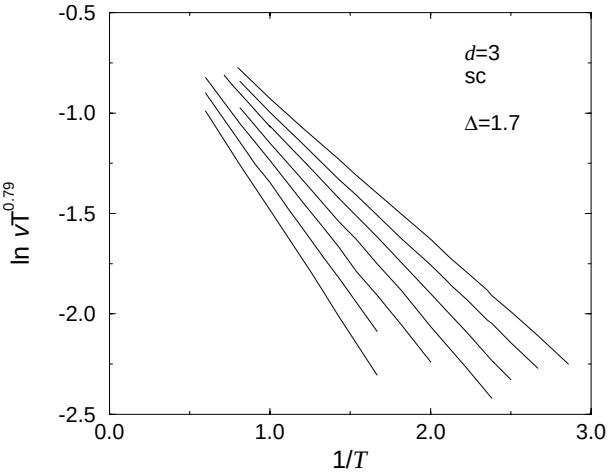


Abbildung 7.6: Grenzflächengeschwindigkeiten im dreidimensionalem Modell für verschiedene Temperaturen und Magnetfelder (von oben oben nach unten: $H = 0.3, 0.35, 0.4, ..., 0.6$) Durch Variation von x erhält man in guter Näherung gerade Linien für $x = 0.79 \pm 0.09$.

dargestellt. Wie im zweidimensionalem RFIM nimmt die effektive Energiebarriere $E(H)$ mit steigendem Feld ab, und der Vorfaktor $c(H)$ weist keine signifikante Feldabhängigkeit auf. In Abb. 7.8 sind die reskalierten Grenzflächengeschwindigkeiten [$\ln vT^{-x}$ über $E(H)/T$] dargestellt. Man erkennt einen überzeugenden Datenkollaps, aus dem sich $c(H) = \text{const}$ folgern läßt (Roters *et al.*, 2001a).

Im nächsten Schritt der Analyse wird der Ansatz $E(H) \sim (H_c/H)^{\mu} - 1$ [Gl. (7.5)] auf die numerisch bestimmten Wandgeschwindigkeiten angewendet. Setzt man das kritische Feld auf den Wert $H_c = 1.37$ (s. o.), so stellt man fest, daß es durch Variation von μ nicht möglich ist, zu einem Datenkollaps wie in Abb. 7.8 zu gelangen. Dies gilt auch bei einer zusätzlichen Variation von H_c. Dies bestätigt die bereits im zweidimensionalen Modell gefundene logarithmische Abhängigkeit der Energiebarriere vom treibenden Feld. Mit dem Ansatz $E(H) \sim \ln(H_c/H)$ [Gl. (7.6)] findet man ohne freie Parameter den in Abb. 7.9 gezeigten Skalenplot.

Im Gegensatz zum zweidimensionalem Modell beobachtet man in $d = 3$ jedoch, daß auch andere Ansätze für die effektive Energiebarriere $E(H)$ möglich sind. Verschiedene Autoren berechnen $E(H)$ im Rahmen einer sogenannten quasistatischen Näherung. Die quasistatische Näherung beruht auf der Annahme, daß die effektive Energiebarriere für $v \to 0$ mit Hilfe der Gleichgewichtsphysik abgeschätzt werden kann (siehe z. B. Lemerle *et al.*, 1998; Chauve *et al.*, 2000, und dortgenannte Referenzen). Mit dieser Annahme können die auftretenden

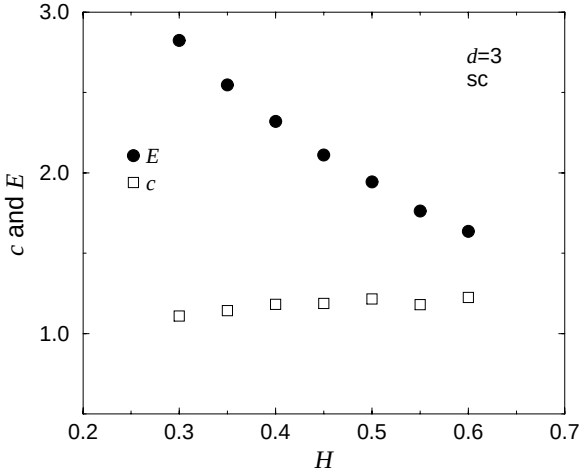


Abbildung 7.7: Die Feldabhängigkeit der effektiven Energiebarriere $E(H)$ und des Vorfaktors $c(H)$ [Gl. (7.2) und (7.3)].

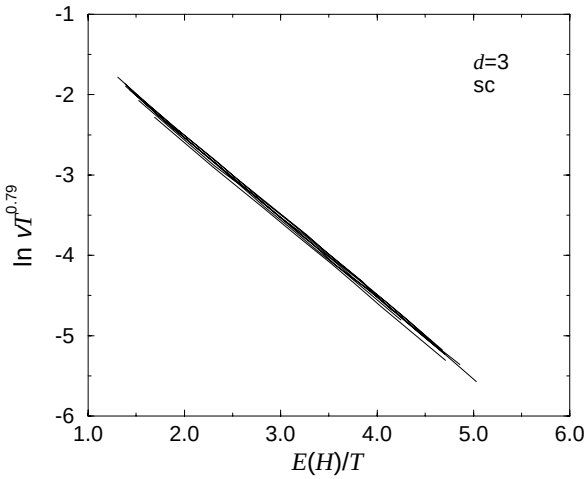


Abbildung 7.8: Die Abbildung zeigt die reskalierten Grenzflächengeschwindigkeiten aufgetragen über $E(H)/T$ mit der in Abb. 7.7 dargestellten Energiebarriere $E(H)$.

Energiebarrieren berechnet werden. Wegen des Arrhenius – Ansatzes Gl. (7.1) wird die Grenzflächengeschwindigkeit für $v \to 0$ von den höchsten auftretenden Energiebarrieren

$$E(H) \sim \left(\frac{H_\mathrm{c}}{H}\right)^{\mu} \quad \text{mit} \quad \mu = \frac{2\,\zeta_\mathrm{eq} + d - 3}{2 - \zeta_\mathrm{eq}} \tag{7.7}$$

bestimmt. In Gl. (7.7) bezeichnen ζ_eq den Rauhigkeitsexponenten einer Grenzfläche im thermischen Gleichgewicht und d die Dimension des Systems, durch das sich die Grenzfläche bewegt.

Stellt man die numerisch bestimmten Wandgeschwindigkeiten mit dem Ansatz Gl. (7.7) in der Auftragung $\ln vT^{-x}$ über $E(H)/T$ dar, setzt H_c auf den Wert 1.37 (s. o.) und variiert μ, so findet man einen überzeugenden Datenkollaps für $\mu = 0.825 \pm 0.1$ (Abb. 7.10). Durch einen Vergleich der in Abb. 7.9 und Abb. 7.10 dargestellten Daten ist es nicht möglich, auf die korrekte Form der Energiebarriere $E(H)$ im RFIM zu schließen.

Die in den Kapiteln 4 – 6 durchgeführten Analysen sind konsistent mit der Annahme, daß der Depinning – Übergang einer getriebenen Grenzfläche im RFIM in der Universalitätsklasse der QEW – Gleichung liegt (vgl. Kap. 9). Es liegt deshalb nahe, den in Gl. (7.7) eingehenden Exponenten μ zu berechnen und mit dem hier gefundenen Ergebnis zu vergleichen. Über $\zeta_\mathrm{eq} = (5-d)/3$ (Chauve *et al.*, 2001) findet man unabhängig von der betrachteten Dimension $\mu = 1$, was im Rahmen der Fehlerbalken nicht mit dem hier gefundenen Wert übereinstimmt. Weiterhin sind zum einen die hier untersuchten treibenden Felder $H = 0.3 \ldots 0.6$ von derselben Größenordnung wie das kritische Feld $H_\mathrm{c} \approx 1.37$, während die Gültigkeit von Gl. (7.7) auf den Grenzfall $H \ll H_\mathrm{c}$ beschränkt ist. Zum anderen beschreibt Gl. (7.7) nicht die Feldabhängigkeit des zweidimensionalen Modells. Dies gilt für die in $d = 2$ untersuchten Felder $H = 0.25 \ldots 0.6$ und beliebige Werte des Exponenten μ.

Im Gegensatz hierzu besitzt die hier untersuchte logarithmische Feldabhängigkeit $E \sim \ln(H_\mathrm{c}/H)$ der Energiebarriere [Gl. (7.5)] keine unbekannten bzw. anpaßbaren Parameter und beschreibt die Kriechbewegung im zwei – und dreidimensionalen Modell.

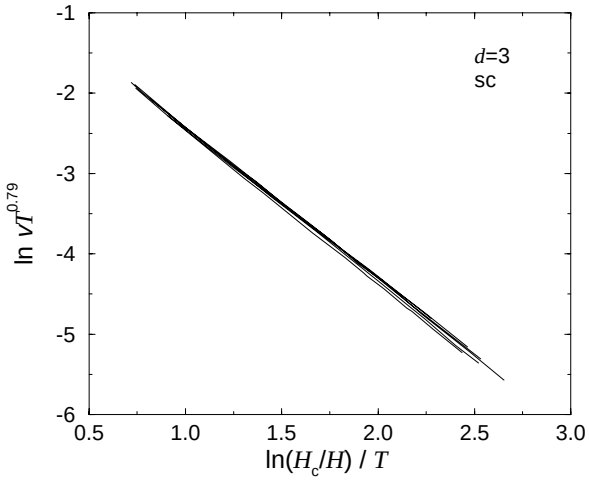


Abbildung 7.9: Reskalierte Wandgeschwindigkeiten des dreidimensionalen Modells unter der Annahme, daß $E(H) \sim \ln(H_c/H)$.

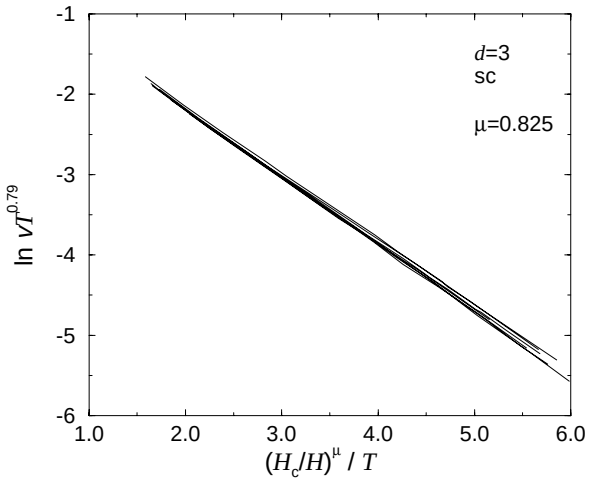


Abbildung 7.10: Reskalierte Wandgeschwindigkeiten des dreidimensionalen Modells unter der Annahme, daß $E(H) \sim (H_c/H)^\mu$. Aus dem Skalenplot erhält man $\mu = 0.825 \pm 0.1$.

Verallgemeinert bimodal verteilte Zufallsfelder

Im allgemeinen können im RFIM auch andere Unordnungsverteilungen als die bisher untersuchte gleichförmig verteilte Unordnung auftreten, was im RFIM im thermischen Gleichgewicht zu unterschiedlichen Phasendiagrammen führen kann (siehe z. B. Aharony, 1978). Beispiele anderer Unordnungsverteilungen sind die Gauß – Verteilung und die bimodale Verteilung.

In Bezug auf den Depinning – Übergang findet Kardar (1998), daß die Universalitätsklasse des betreffenden Modells davon abhängt, ob das Zufallsfeld $h(\underline{x}, z)$ in z – Richtung stetig ist. Dies ist bei Ladungsdichtewellen [Gl. (1.9)] der Fall, für dir Fisher (1983) in Molekularfeldnäherung $\beta_{\text{MF}} = 3/2$ findet. Ein nichtstetiges Zufallsfeld führt nach Kardar (1998) zu einem Molekularfeldexponenten $\beta_{\text{MF}} = 1$. Für die QEW – Gleichung, mit der in den vorangegangen Kapiteln bereits mehrmals verglichen worden ist, finden Nattermann *et al.* (1992) sowie Chauve *et al.* (2001) für eine gaußverteilte und Leschhorn (1992) für bimodalverteilte Unordnung in Molekularfeldnäherung $\beta_{\text{MF}} = 1$.

Ziel dieses Kapitels ist es, den Einfluß einer speziellen Wahl der Unordnungsverteilung auf die Grenzflächendynamik im RFIM zu untersuchen. Hierzu werden zunächst einige allgemeine Überlegungen durchgeführt, deren Ergebnis [Gl. (8.11)] auf eine verallgemeinert bimodale Unordnungsverteilung angewendet wird.

Wie bei den bisher durchgeführten Untersuchungen werden das treibende Feld, die Temperatur, die globale Verteilungsfunktion $p(h_i)$ der Zufallsfelder, die Orientierung der Grenzfläche in Bezug auf das Gitter und die Dimension ($d = 3$) vorgegeben. Durch Wahl dieser Parameter wird die Grenzflächengeschwindigkeit im stationären Zustand der Grenzflächenbewegung eindeutig festgelegt. Aufbauend auf den in Kap. 3 diskutierten Spin – Flip – Prozessen kann angenommen werden, daß die Grenzflächengeschwindigkeit für beliebige Unordnungsverteilungen für $t \to \infty$ und $T = 0$ durch die relativen Häufigkeiten $w_-^{(\text{lok})} = n(S_{\color{red}\bullet})$, $w_0^{(\text{lok})} = n(S_{\color{blue}\bullet})$ und $w_+^{(\text{lok})} = n(S_{\color{green}\bullet})$ bestimmt wird, mit der die Spins $S_{\color{red}\bullet}$, $S_{\color{blue}\bullet}$ und $S_{\color{green}\bullet}$ an der Grenzfläche auftreten (vgl. Abb. 3.5 auf S. 34).

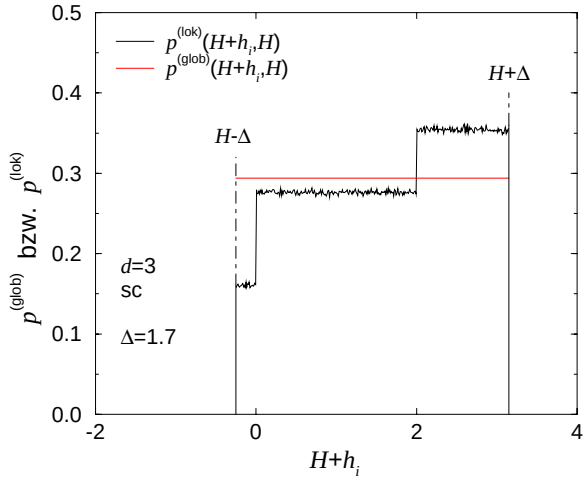


Abbildung 8.1: Vergleich zwischen der globalen Feldverteilung $p^{(\mathrm{glob})}(H+h_i, H)$ und der lokalen Verteilungsfunktion $p^{(\mathrm{lok})}(H+h_i, H)$ in $d=3$ für einen willkürlich gewählten Parametersatz ($H=1.45$, $\Delta=1.7$, $d=3$, gleichverteilte Zufallsfelder). Das mittlere, an der Grenzfläche anliegende Feld $\int \xi_i\, p^{(\mathrm{lok})}(\xi_i, H)\, \mathrm{d}\xi_i$ ($\xi_i = H+h_i$) ist etwa 8 % größer als das treibende Feld H.

Diese Annahme führt auf den Zusammenhang

$$v(H, T=0) = \tilde{F}\left[w_-^{(\mathrm{lok})}(H),\, w_0^{(\mathrm{lok})}(H),\, w_+^{(\mathrm{lok})}(H)\right] \tag{8.1}$$

mit $w_-^{(\mathrm{lok})}(H) + w_0^{(\mathrm{lok})}(H) + w_+^{(\mathrm{lok})}(H) = 1$. Die Werte $w^{(\mathrm{lok})}$ und die Funktion $\tilde{F}$ sind im allgemeinen unbekannt, können aber z. B. durch Simulation bestimmt werden. Die Funktion $\tilde{F}$ kann in Spezialfällen exakt berechnet werden. Bei der in Kap. 3.2 durchgeführten Abbildung auf den ASEP findet man $\tilde{F}(0,1,0) = 1/2$.

Im folgenden wird ein Ansatz vorgeschlagen, die in Gl. (8.1) eingehenden, im allgemeinen unbekannten Wahrscheinlichkeiten gegen bekannte Größen auszutauschen. Der Ansatz basiert auf einer Betrachtung der Verteilungsfunktion $p^{(\mathrm{lok})}$ des Feldes $H+h_i$ direkt vor der Grenzfläche. Die Verteilung $p^{(\mathrm{lok})}$ hängt im allgemeinen von H und h_i ab, und für die folgende Betrachtung ist es zweckmäßig, sie in der Form $p^{(\mathrm{lok})}(H+h_i, H)$ darzustellen. Aus der Verteilungsfunktion lassen sich die in Gl. (8.1) eingehenden Wahrscheinlichkeiten $w^{(\mathrm{lok})}(H)$ durch Integration bestimmen

$$w_0^{(\mathrm{lok})}(H) = \int_0^2 \mathrm{d}(H+h_i)\; p^{(\mathrm{lok})}(H+h_i, H). \tag{8.2}$$

Die Ausdrücke für $w_+^{(\mathrm{lok})}(H)$ und $w_-^{(\mathrm{lok})}(H)$ unterscheiden sich von Gl. (8.2) in den Integrationsgrenzen [$w_-^{(\mathrm{lok})}(H) \leftrightarrow \int_{-2}^{0}$, $w_+^{(\mathrm{lok})}(H) \leftrightarrow \int_{2}^{4}$; vgl. Tab. 3.1 auf S. 33].

Im RFIM kann $p^{(\mathrm{lok})}(H + h_i, H)$ für $T = 0$ durch Simulation bestimmt werden, indem man beispielsweise nur die Zufallsfelder jener Spins berücksichtigt, die erstens eine gebrochene Koppelung zu mindestens einem nächsten Nachbarn besitzen und die zweitens entgegengesetzt zum treibenden Feld stehen. Bei gleichverteilter Unordnung $p(h_i)$ findet man dann für $H = 1.45$ und $\Delta = 1.7$ die in Abb. 8.1 dargestellte Verteilungsfunktion. Die dargestellten Daten legen nahe, daß die Funktion $p^{(\mathrm{lok})}(H + h_i, H = \mathrm{const})$ stückweise stetig ist. Die nur bei $H + h_i = 0, 2$ auftretenden Unstetigkeitsstellen bestätigen die Einteilung der Spins in die zu $w_{-,0,+}^{(\mathrm{lok})}(H)$ gehörenden Gruppen.

Da die Grenzflächengeschwindigkeit durch Vorgabe des treibenden Feldes und der Unordnungsverteilung eindeutig festgelegt ist, kann die globale Feldverteilung auf die lokale Feldverteilung abgebildet werden. Die in Abb. 8.1 dargestellten Daten lassen auf den Zusammenhang

$$p^{(\mathrm{lok})}(H + h_i, H) = \frac{\Gamma_{H+h_i}}{2\Delta}\, p^{(\mathrm{glob})}(H + h_i,\, H) \tag{8.3}$$

schließen. Für den Koeffizienten Γ_{H+h_i} liest man aus der Abbildung die Werte

$$\Gamma_{H+h_i} \approx \begin{cases} 0.159 & : \quad -2 < H + h_i < 0 \\ 0.275 & : \quad 0 < H + h_i < 2 \\ 0.352 & : \quad 2 < H + h_i < 4 \end{cases} \tag{8.4}$$

ab. Eine Herleitung der Beziehung Gl. (8.3) ist zur Zeit jedoch nicht bekannt. Motiviert durch die Gl. (8.3) wird deshalb von der verallgemeinerten Abbildung Φ mit

$$p^{(\mathrm{lok})}(H + h_i, H) = \Phi\left\{p^{(\mathrm{glob})}(H + h_i, H)\right\} \tag{8.5}$$

ausgegangen und angenommen, daß für $n \in \{0, \pm 2, \pm 4, ...\}$ eine weitere Abbildung $\Psi^{(n,n+2)}$ existiert, die die Eigenschaft

$$\Psi^{(n,n+2)} \quad \left\{\int_n^{n+2} \mathrm{d}(H + h_i)\, p^{(\mathrm{glob})}(H + h_i, H)\right\} \tag{8.6}$$

$$= \int_n^{n+2} \mathrm{d}(H + h_i)\, \Phi\left\{p^{(\mathrm{glob})}(H + h_i, H)\right\} \tag{8.7}$$

besitzt. Die Gln. (8.2, 8.5, 8.7) führen dann auf den Zusammenhang

$$w_0^{(\mathrm{lok})}(H) = \Psi^{(0,2)}\left[w_0(H)\right] \tag{8.8}$$

mit

$$w_0(H) = \int_0^2 \mathrm{d}(H + h_i)\, p^{(\mathrm{glob})}(H + h_i, H). \tag{8.9}$$

Die Ausdrücke für $w_+^{(\mathrm{lok})}(H)$ und $w_-^{(\mathrm{lok})}(H)$ unterscheiden sich von Gl. (8.8) in den Integrationsgrenzen

$$w_-^{(\mathrm{lok})}(H) = \Psi^{(-2,0)}\left[w_-(H)\right] \quad \text{und} \quad w_+^{(\mathrm{lok})}(H) = \Psi^{(2,4)}\left[w_+(H)\right]. \tag{8.10}$$

Einsetzen dieser Ausdrücke in Gl. (8.1) führt auf eine unbekannte Funktion F, deren Argumente jedoch berechnet werden können

$$v(H, T = 0) = F\left[w_-(H), w_0(H), w_+(H)\right] \tag{8.11}$$

(mit $F(x, y, z) = \tilde{F}[\Psi^{(-2,0)}(x), \Psi^{(0,2)}(y), \Psi^{(2,4)}(z)]$). Die Gültigkeit der hier durchgeführten Betrachtungen ist auf Feldverteilungen $p^{(\mathrm{glob})}(H + h_i, H)$ beschränkt, bei denen jedes auftretende Feld die Bedingung $-2 < H + h_i < 4$ erfüllt. Wenn größere oder kleinere Felder auftreten, können die Gln. (8.1, 8.11) durch zusätzliche Argumente erweitert werden.

Bei allen in den vorangegangen Kapiteln durchgeführten Untersuchungen wird gleichverteile Unordnung verwendet. Bei einer Änderung des treibenden Feldes, die z. B. für die Bestimmung des Exponenten β über den Ansatz $v \sim h^\beta$ durchgeführt wird, wird $w_0(H) = 1/\Delta$ festgehalten (vgl. Einschub in Abb. 8.2). Im folgenden soll das kritische Verhalten $v \sim h^\beta$ für den Fall $w_+(H) = \mathrm{const}$ untersucht werden. Eine physikalisch relevante Zufallsfeldverteilung, mit der sich diese Randbedingung realisieren läßt, ist die verallgemeinert bimodale Verteilung, die ebenfalls in Abb. 8.2 dargestellt ist. Die verallgemeinert bimodale Verteilung wird durch zwei Parameter η und S beschrieben, die die Position und die Breite der beiden Peaks charakterisieren [vgl. Gl. (2.2)]. Eine geeignete Wahl der Parameter H, η_0 und S ($2 < H + \eta_0 - S$ und $H + \eta_0 + S < 4$) führt auf $w_+ = 1/2$,

$$w_- = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{H - \eta}{S}\right) \quad \text{und} \quad w_0 = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{H - \eta}{S}\right). \tag{8.12}$$

Mit Gl. (8.11) findet man, daß die Grenzflächengeschwindigkeit durch den Ausdruck

$$v(H, \eta, S) = f\left(\frac{H - \eta}{S}\right) \tag{8.13}$$

gegeben ist. In Abb. 8.3 sind numerisch bestimmte Grenzflächengeschwindigkeiten für verschiedene Werte von H, η und S dargestellt. Man erkennt, daß sich

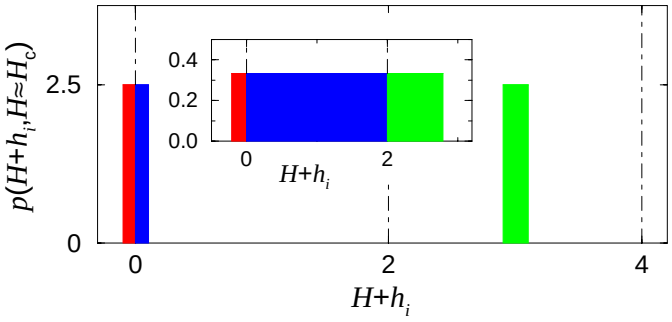


Abbildung 8.2: Wahrscheinlichkeit, im gesamten System bei verallgemeinert bimodal verteilten bzw. bei gleichförmig verteilter Unordnung (Einschub) ein anliegendes Feld der Stärke $H + h_i$ zu finden. Für hinreichend kleine Werte von S befindet sich der rechte Peak (grün dargestellt) vollständig im Intervall $H + h_i \in (2, 4)$. Das Bild zeigt die Verteilung für ein treibendes Feld $H = \eta + x_c S$ [$\eta = 1.5, S = 0.1$, vgl. Gln. (8.13, 8.14)].

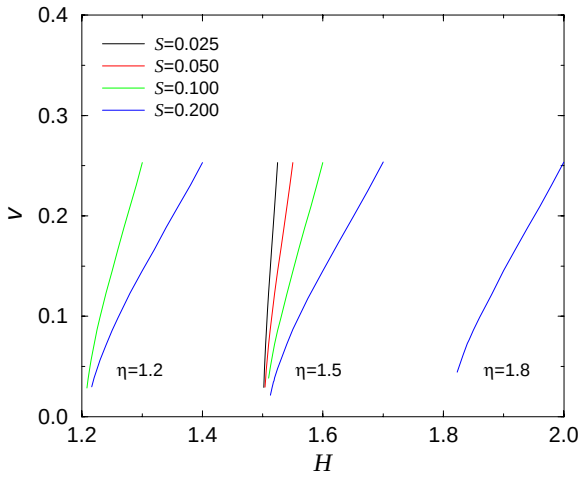


Abbildung 8.3: Wandgeschwindigkeiten für unterschiedliche Werte von H, η und S. Für $S \to 0$ werden die Kurven zunehmend steiler, während sie durch eine Variation von η verschoben werden [vgl. Gl. (8.13)].

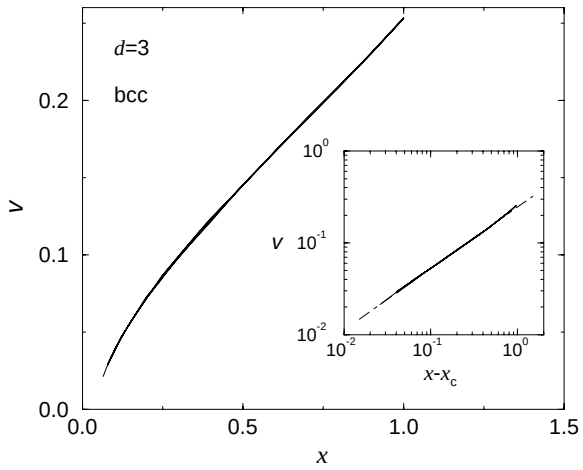


Abbildung 8.4: Der Skalenansatz Gl. (8.13) führt mit den in Abb. 8.3 dargestellten Wandgeschwindigkeiten ohne Variation freier Parameter zu einem Datenkollaps. Der Einschub zeigt die Wandgeschwindigkeiten in einer doppellogarithmischen Darstellung als Funktion von $x - x_c$ [vgl. Gl. (8.14)].

die Grenzflächengeschwindigkeit mit abnehmendem H kontinuierlich verringert, und daß die $v(H)$ – Kurven mit abnehmendem S zunehmend steiler werden. Eine Reskalierung der dargestellten Grenzflächengeschwindigkeit nach Gl. (8.13) läßt die verschiedenen in Abb. 8.3 dargestellten Daten auf einer einzigen Kurve zusammenfallen (Abb. 8.4). Das Zusammenfallen ist unabhängig von einem möglichen skaleninvariantem Verhalten. Die Annahme, daß die Grenzflächengeschwindigkeit am kritischen Punkt kontinuierlich verschwindet, führt auf den Ansatz

$$v(x \to x_c) \sim (x - x_c)^\beta \tag{8.14}$$

mit $x = (H - \eta)/S$. Zur Bestimmung von β wird die Wandgeschwindigkeit über $x - x_c$ aufgetragen, und der Wert von x_c variiert, bis sich in einer doppellogarithmischen Auftragung ein lineares Verhalten ergibt. Dies ist der Fall für $x_c = 0.039 \pm 0.005$ (Einschub in Abb. 8.4), und Gl. (8.14) führt auf das kritische Feld $H_c(\eta, S) = \eta + x_c S$. Eine Regressionsanalyse der dargestellten (Abb. 8.4) Daten ergibt $\beta = 0.67 \pm 0.06$, was im Rahmen der Fehlerbalken mit den bereits bekannten Werten für β in $d = 3$ übereinstimmt (vgl. Abb. 9.2 auf S. 87). Die Gln. (8.13, 8.14) legen nahe, daß β unabhängig von S ist, so daß der Depinning – Übergang im Grenzfall $S \to 0$ der bimodalen Verteilung als kontinuierlich bezeichnet werden kann.

Zusammenfassung und Diskussion

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Dynamik getriebener Grenzflächen im Zufallsfeld – Ising – Modell (RFIM). Einen Schwerpunkt bildet die Analyse des Depinning – Übergangs und der Grenzflächengeschwindigkeit in der Nähe des Übergangspunktes bei der Temperatur $T = 0$, aus der sich Rückschlüsse auf die Universalitätsklasse des Depinning – Übergangs im RFIM ziehen lassen. Einen weiteren Schwerpunkt bildet die Analyse des Einflusses thermischer Fluktuationen auf den Depinning – Übergang, denn im RFIM kann eine Grenzfläche bei endlichen Temperaturen nicht gepinnt werden. Dies gilt sowohl in der Nähe des Übergangspunktes als im Grenzfall kleiner treibender Felder. Dieser Grenzfall, der im allgemeinen als Kriechfall bezeichnet wird, bildet den dritten Schwerpunkt dieser Arbeit.

Das RFIM ist auf einem diskreten Gitter definiert und ein kontinuierlicher Depinning – Übergang kann nur auftreten, wenn die Zufallsfelder dem Betrage nach einen gewissen Grenzwert überschreiten. Andernfalls ist der Übergangspunkt trivialerweise durch den Betrag der kleinsten auftretenden Zufallsfelder gegeben. In diesem Fall springt die Grenzflächengeschwindigkeit am Übergangspunkt von 0 auf einen endlichen, in der Nähe des Depinning – Übergangs feldunabhängigen Wert (Roters *et al.*, 1999). Im zweidimensionalem RFIM wird dieser Wert durch eine Abbildung der Grenzflächendynamik auf den *Asymmetric Simple Exclusion Prozess* berechnet.

Treten hinreichend große Zufallsfelder auf, so findet im RFIM ein kontinuierlicher Depinning – Übergang bei einem nichttrivialen Wert des treibenden Feldes statt. Im Laufe der Arbeit werden zunächst bei der Temperatur $T = 0$ die Exponenten β und ν der Wandgeschwindigkeit und der Korrelationslänge parallel zur Grenzfläche bestimmt und die Ergebnisse mit der Literatur verglichen. Um den Einfluß der Temperatur auf den Depinning – Übergang zu untersuchen, wird angenommen, daß die Grenzflächengeschwindigkeit v in der Umgebung des Übergangspunktes als verallgemeinert homogene Funktion verschiedener Skalenfelder, wie z. B. des reduzierten Feldes h, der Temperatur T und der Dicke l eines Filmes, dargestellt werden kann

$$v\left(h,\, T,\, l^{-1}\right) = \lambda\, \tilde{v}\left(\lambda^{-1/\beta}\, h,\, \lambda^{-\psi}\, T,\, \lambda^{-\nu/\beta}\, l^{-1}\right) \tag{9.1}$$

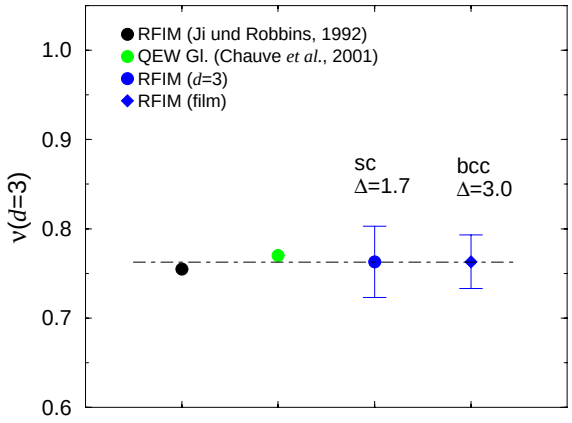


Abbildung 9.1: Der Exponent ν der Korrelationslänge in $d = 3$. Dargestellt sind der durch Simulation eines dreidimensionalen Systems auf einem sc – Gitter für die Unordnungsstärke $\Delta = 1.7$ gefundene Wert des Exponenten, der aus dem Crossover – Skalenverhalten eines Filmes (bcc, $\Delta = 3.0$) bestimmte Wert von ν und der mit Hilfe der funktionellen Renormierungsgruppe (Chauve *et al.*, 2001) gefundene Wert des entsprechenden Exponenten der QEW – Gleichung. Zusätzlich eingetragen sind der von Ji und Robbins (1992) gefundenen Werte (siehe Text). Die unterbrochene Linie bezeichnet den Mittelwert dieser Exponenten.

(Roters *et al.*, 1999, 2000; Roters und Usadel, 2002). Diese in der Physik des thermischen Gleichgewichtes etablierte Annahme führt in d – dimensionalen Systemen ($l^{-1} = 0$) zu zwei physikalisch gleichwertigen Skalenansätzen, deren Gültigkeit für den Depinning – Übergang im RFIM in der vorliegenden Arbeit mit Hilfe numerisch bestimmter Wandgeschwindigkeiten bestätigt wird. Aus der Gültigkeit der obigen Beziehung kann geschlossen werden, daß die Grenzflächengeschwindigkeit am kritischen Punkt mit abnehmender Temperatur algebraisch abfällt, $v(H = H_c) \sim T^{1/\psi}$ (Roters *et al.*, 1999; Roters und Usadel, 2002). Dieses Ergebnis ist konsistent mit früheren Untersuchungen an getriebenen Ladungsdichtewellen (Fisher, 1985; Middleton, 1992).

Neben dem Einfluß der Temperatur auf die Grenzflächengeschwindigkeit ist der Depinning – Übergang in magnetischen Filmen ($l^{-1} > 0$) von besonderem Interesse, da diese zur experimentellen Bestimmung von Domänenwandgeschwindigkeiten benutzt werden. Die entsprechenden Simulationen (Roters und Usadel, 2002) bestätigen, daß für $H \to H_c$ ein Crossover von drei – zu zweidimen-

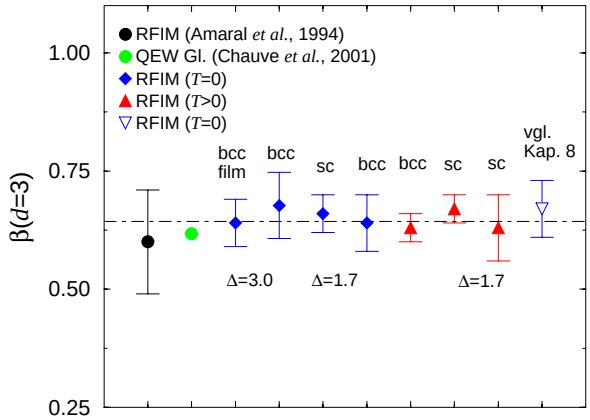


Abbildung 9.2: Durch Simulation des RFIM gefundene Werte des Exponenten $\beta(d = 3)$. Im Rahmen der Fehlerbalken stimmen die bei $T = 0$ gefundenen Werte (blau dargestellt) mit jenen überein, die bei $T > 0$ gefunden werden (rot). Zusätzlich eingetragen sind die Werte nach Amaral *et al.* (1994) bzw. Chauve *et al.* (2001). Die unterbrochene Linie markiert den Mittelwert aller dargestellten Datenpunkte.

sionalem Verhalten eintritt, der aus dem Zusammenspiel von Korrelationslänge und Filmdicke entsteht. Aus dem Crossover – Exponenten läßt sich der Exponent ν der Korrelationslänge eines dreidimensionalen Systems berechnen. Der gefundene Wert stimmt im Rahmen der Fehlerbalken zum einen mit jenem Wert überein, der durch Simulation eines dreidimensionalen Systems gefunden wird und, zum anderen, mit $\nu_{\text{QEW}} \approx 0.77$, den Chauve *et al.* (2001) mit Hilfe der funktionellen Renormierungsgruppe und einer ϵ – Entwicklung in $\mathcal{O}(\epsilon^2)$ für die Edwards – Wilkinson Gleichung mit eingefrorener Unordnung finden [vgl. Gl. (9.2)]. Ji und Robbins (1992) finden im RFIM durch mehrere Skalenansätze vier verschiedene Werte des Exponenten ν im Bereich $\nu = 0.71 \ldots 0.87$, von denen der Wert $\nu \approx 0.755$ in Abb. 9.1 dargestellt ist.

Bei den in dieser Arbeit durchgeführten Analysen wird der Ansatz Gl. (9.1) durch Reskalierung numerisch bestimmter Wandgeschwindigkeiten bestätigt. Aufgrund seiner Universalität kann der in die Beziehung Gl. (9.1) eingehende Exponent β dazu benutzt werden, die Qualität der durchgeführten Analysen zu überprüfen. In Abb. 9.2 sind alle in dieser Arbeit bestimmten Werte des Exponenten β dargestellt. Zusätzlich eingezeichnet ist der von Amaral *et al.* (1994) durch Simulation des RFIM gefundene Wert $\beta = 0.60 \pm 0.11$ und der aus der

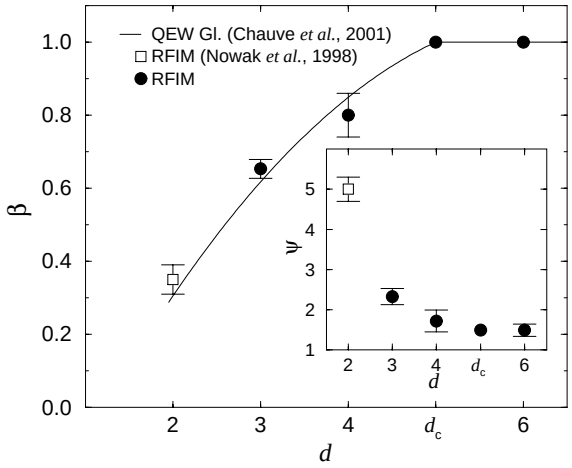


Abbildung 9.3: Vergleich des Exponenten $\beta(d)$ der Wandgeschwindigkeit im RFIM bzw. in der QEW – Gleichung [vgl. Gl. (9.2)]. Der Einschub zeigt den im RFIM bestimmten Exponenten $\psi(d)$, der die Temperaturabhängigkeit der Wandgeschwindigkeit am Übergangspunkt beschreibt [$v(h=0) \sim T^{1/\psi}$].

QEW Gleichung in $\mathcal{O}(\epsilon^2)$ bekannte Wert $\beta_{\mathrm{QEW}} \approx 0.62$ [vgl. Gl. (9.2)]. Man entnimmt den in der Abbildung dargestellten Daten, daß die bei $T = 0$ über den Ansatz $v \sim h^\beta$ bestimmten Werte von β im Rahmen der Fehlerbalken mit jenen übereinstimmen, die über den Ansatz Gl. (9.1) bei $T > 0$ gefunden werden. Der Abb. 9.1 entnimmt man, daß auch der Exponent der Korrelationslänge eines dreidimensionalen Systems über das mit Hilfe von Gl. (9.1) durchgeführte Crossover – Skalenanalyse zuverlässig bestimmt werden kann. Das Ergebnis bestätigt, daß Gl. (9.1) eine zuverlässige Beschreibung der Grenzflächengeschwindigkeit im RFIM in der Umgebung des Depinning – Übergangs ermöglicht.

Neben dem Skalenverhalten ist die Universalitätsklasse des Depinning – Übergangs im RFIM von Bedeutung. Amaral *et al.* (1994, 1995) folgern aus Simulationen des zwei – und dreidimensionalen Modells, der Depinning – Übergang im RFIM und in der Edwards – Wilkinson Gleichung mit eingefrorener Unordnung seien in derselben Universalitätsklasse. In der vorliegenden Arbeit wird der Exponent β in den Dimensionen $d = 3, 4, 5, 6$ bestimmt (Roters *et al.*, 1999, 2001c, 2002). Die durch Simulation bei $T = 0$ gefundenen Exponenten sind an Tab. 9.1 aufgeführt. Neben den im RFIM gefundenen Werten von β sind in Abb. 9.3 zusätzlich die im Rahmen der funktionellen Renormierungsgruppe

d	$\beta_{T=0}$	$\beta_{T>0}$	ψ
2	0.35 ± 0.04	0.33 ± 0.02	5.00 ± 0.3
3	0.653 ± 0.026	0.63 ± 0.06	2.33 ± 0.2
4	0.80 ± 0.06	0.73 ± 0.13	1.72 ± 0.27
$d_c = 5$	1	1	1.49
6	1	1	1.49 ± 0.15

Tabelle 9.1: Die auf einem bcc – Gitter Exponenten β (bestimmt durch Simulationen bei $T = 0$ bzw. bei $T > 0$) und ψ des Depinning – Übergangs im Zufallsfeld – Ising – Modell für verschiedene Dimensionen d. In $d = 5$, der oberen kritischen Dimension, wird das algebraische Verhalten durch logarithmische Korrekturen modifiziert. Werte des zweidimensionalen Modells nach Nowak und Usadel (1998).

gefundenen Werte (Chauve *et al.*, 2001)

$$\beta_{\text{QEW}} = 1 - \frac{1}{9}\,\epsilon - 0.040123\,\epsilon^2 + \mathcal{O}\left(\epsilon^3\right) \quad \text{mit} \quad \epsilon = 5 - d \tag{9.2}$$

der Edwards – Wilkinson Gleichung mit eingefrorener Unordnung dargestellt, die im Rahmen der Fehlerbalken mit den im RFIM gefundenen Werten übereinstimmen. In den Simulationen des fünfdimensionalen Modells treten neben dem rein algebraischen Verhalten $[v \sim h^\beta]$ zusätzliche logarithmische Korrekturen auf, die zeigen, daß $d = 5$ die obere kritische Dimension des Depinning – Übergangs im RFIM ist (Roters *et al.*, 2001c, 2002).

Die für $T > 0$ durchgeführten Simulationen bestätigen den Skalenansatz Gl. (9.1) in den Dimensionen $d = 4, 6$. In $d = 5$, der oberen kritischen Dimension, gilt ein Ansatz vom Typ Gl. (9.1) aufgrund der auftretenden logarithmischen Korrekturen im allgemeinen nicht. Für die Auswertung der numerisch bestimmten Wandgeschwindigkeiten des fünfdimensionalen Modells bei endlichen Temperaturen wird ein modifizierter Ansatz verwendet, der die auftretenden logarithmischen Korrekturen miteinbezieht (Atekin, 2001; Lübeck, 2002). Die durch die Analyse gefundenen Werte von ψ sind im Einschub von Abb. 9.3 und in Tab. 9.1 dargestellt.

Bei der Temperatur handelt es sich jedoch nicht um das zum Ordnungsparameter des Depinning – Übergangs konjugierte Feld. Das konjugierte Feld würde die Grenzflächenbewegung unabhängig von seiner Stärke unterstützen. Starke thermische Fluktuationen hingegen zerstören die Grenzfläche. Aus diesem Grund

ist zur Zeit unklar, ob ψ $[v(h=0) \sim T^{1/\psi}]$ universell ist und möglicherweise in Beziehung zu anderen Exponenten des Depinning – Übergangs steht, oder ob sein Wert von speziellen Details des untersuchten Modells abhängt. Die bisher im RFIM gefundenen Werte $\psi > 0$ (Einschub in Abb. 9.3) legen jedoch die Vermutung nahe, daß die Temperatur als relevantes Skalenfeld interpretiert werden kann, durch welches das bei $h = 0$ und $T = 0$ auftretende kritische Verhalten aufgehoben wird.

Das Nicht – Vorhandensein eines Depinning – Übergangs bei $T > 0$ wird durch Untersuchungen unterhalb von H_c bestätigt, in denen im RFIM keine gepinnte Grenzfläche beobachtet wird (Roters *et al.*, 2001a,b,c). Für hinreichend kleine Temperaturen und treibende Felder zeigt die Grenzfläche im RFIM eine sogenannte Kriechbewegung, in der die Grenzflächengeschwindigkeit v exponentiell von einer effektiven Energiebarriere $E(H)$ und der Temperatur T abhängt

$$v \sim C(H,T)\, \exp\left(-\frac{E(H)}{T}\right). \tag{9.3}$$

Die Analyse des zwei – und dreidimensionalen Modells zeigt, daß der Vorfaktor in der Form $C(H,T) \sim c(H)\, T^{-x}$ dargestellt werden kann. Im Rahmen der numerischen Genauigkeit ist $c(H) = \text{const}$. Für den Temperatur – Exponenten x wird in beiden betrachteten Dimensionen ein positiver Wert positiver Wert gefunden. Diese Ergebnisse widersprechen Renormierungsgruppenrechnungen von Chauve *et al.* (1998), in denen ein Exponent $x < 0$ und eine Feldabhängigkeit $c(H) \sim H^{\sigma}$ mit $\sigma > 0$ gefunden wird.

Aus der Kenntnis des Vorfaktors heraus ist es möglich, die Feldabhängigkeit der effektiven Energiebarriere $E(H)$ zu analysieren. Die gefundenen Ergebnisse sind konsistent mit der Annahme, daß $E(H)$ in beiden betrachteten Dimensionen logarithmisch vom treibenden Feld abhängt. Eine logarithmische Divergenz der effektiven Energiebarriere im Grenzfall kleiner treibender Felder widerspricht sowohl phänomenologischen Theorien als auch Renormierungsgruppenrechnungen, die eine algebraische Divergenz, charakterisiert durch einen Exponenten $\mu > 0$, vorhersagen. Das logarithmische Verhalten kann mit der Annahme erklärt werden, daß der Exponent des algebraischen Verhaltens gegen Null geht. Sowohl die phänomenologischen Theorien als auch die Renormierungsgruppenrechnungen sagen jedoch einen endlichen Wert von μ voraus. (siehe z. B. Chauve *et al.*, 1998, 2000; Lemerle *et al.*, 1998; Nattermann und Scheidl, 2000, und dortgenannte Referenzen).

Im letzten Teil der Arbeit wird die Grenzflächenbewegung für eine verallgemeinert bimodale Verteilung der Zufallsfelder untersucht. Die verallgemeinert bimodale Verteilung wird durch zwei Parameter η und S beschrieben, die den Abstand der beiden Maxima und deren Breite charakterisieren. Im Grenzfall $S \to 0$ konvergiert die verallgemeinert bimodale Verteilung gegen die bi-

modale Verteilung. Eine mikroskopische Betrachtung der in der Nähe des Depinning – Übergangs relevanten Spin – Flip – Prozesse führt zu der Vorhersage, daß Grenzflächengeschwindigkeit v bei einer geeigneten Wahl des treibenden Feldes H sowie der Parameter η und S durch den Quotienten $x = (H - \eta)/S$ bestimmt wird. Diese Vorhersage wird mit Hilfe numerisch bestimmter Wandgeschwindigkeiten bestätigt. Die reskalierten Wandgeschwindigkeiten verschwinden am Übergangspunkt kontinuierlich: $v \sim (x - x_c)^\beta$. Der Wert des Exponenten β stimmt im Rahmen der Fehlerbalken mit jenen Werten überein, die bei gleichverteilter Unordnung gefunden werden [vgl. Abb. 9.2]. Die Gültigkeit der Beziehung $v \sim (x - x_c)^\beta$ mit $x = (H - \eta)/S$ für alle durch Simulation bestimmten Werte von S legt nahe, daß der Depinning – Übergang auch im Grenzfall $S \to 0$ der bimodalen Unordnungsverteilung als kontinuierlich bezeichnet werden kann.

Literaturverzeichnis

A. Aharony, 1978, *Tricritical points in systems with random fields* , Phys. Rev. B **18**, 3318.

L. A. N. Amaral, A.-L. Barabási, , H. A. Makse und H. E. Stanley, 1995, *Scaling properties of driven interfaces in disordered media*, Phys. Rev. E **52**, 4087.

L. A. N. Amaral, A.-L. Barabási und H. E. Stanley, 1994, *Universality classes for Interface Growth with Quenched Disorder*, Phys. Rev. Lett. **73**, 62.

N. Atekin, 2001, *The Finite-Size Scaling Functions of the Four-Dimensional Ising Model*, J. stat. Phys. **104**, 1397.

A.-L. Barabási und H. E. Stanley, 1995, *Fractal concepts in surface growth*, Cambridge University Press, Cambridge.

K. Binder, 1976, *Monte Carlo Investigations of Phase Transitions and Critical Phenomena*, Phase transitions and critical phenomena, Academic Press, New York.

K. Binder und D. W. Heermann, 1997, *Monte Carlo Simulation in Statistical Physics*, Springer, Berlin.

G. Blatter, M. V. Feigelman, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin und V. M. Vinokur, 1994, *Vortices in high-temperature superconductors*, Rev. Mod. Phys. **66**, 1125.

E. Brézin, J. C. Le Giollou und J. Zinn-Justin, 1976, in *Phase Transitions and Critical Phenomena, Vol. 6*, hrsg. von C. Domb und M. S. Green, Academic Press, London.

J. Brinkmann, R. Courths und H. J. Guggenheim, 1978, *Logarithmic corrections to the Critical Behavior of Uniaxial, Ferromagnetic TbF3*, Phys. Rev. Lett. **40**, 1286.

R. Bruinsma und G. Aeppli, 1984, *Interface motion and non-equilibrium properties of the RFIM*, Phys. Rev. Lett. **52**, 1547.

T. W. Capehart und M. E. Fisher, 1976, *Susceptibiliy scaling functions for ferromagnetic Ising films*, Phys. Rev. B **13**, 5021.

P. Chauve, P. L. Doussal und K. J. Wiese, 2001, *Renormalization of pinned elastic systems: How does it work beyond one loop?*, Phys. Rev. Lett. **86**, 1785.

P. Chauve, T. Giamarchi und P. L. Doussal, 1998, *Creep via dynamical functional renormalization group*, Europhys. Lett. **44**, 110.

P. Chauve, T. Giamarchi und P. L. Doussal, 2000, *Creep and depinning in disordered media*, Phys. Rev. B **62**, 6241.

B. Derrida, M. R. Evans, V. Hakim und V. Pasquier, 1993, *Exact solution of a 1D asymetric exclusion model using a matrix formulation*, J. Phys. A **26**, 1493.

B. Drossel und K. Dahmen, 1998, *Depinning of a domain wall in the 2d random-field Ising model*, Eur. Phys. J. B **3**, 485.

S. F. Edwards und D. R. Wilkinson, 1982, *The Surface Statistics of a Granular Aggregate*, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A **381**, 882.

M. V. Feigel'man, 1983, *Propagation of a plane front in an inhomogeneous medium*, Sov. Phys. JETP **58**, 1076.

M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin und V. M. Vinokur, 1989, *Theory of collective flux creep*, Phys. Rev. Lett. **63**, 2303.

D. S. Fisher, 1983, *Threshold behavior of charge density waves pinned by impurities*, Phys. Rev. Lett. **50**, 1486.

D. S. Fisher, 1985, *Sliding charge density waves as a dynamic critical phenomenon*, Phys. Rev. B **31**, 1396.

M. E. Fisher, 1974, *The renormalization group in the theory of critical behavior*, Rev. Mod. Phys. **46**, 597.

J. A. Griffin, J. D. Lister und A. Linz, 1977, *Spontaneous Magnetization at Marginal Dimensionality in LiTbF4*, Phys. Rev. Lett. **38**, 251.

G. Grüner, 1988, *The dynamics of charge density waves*, Rev. Mod. Phys. **60**, 1129.

A. Hucht und S. Lübeck, 1998, persönliche Mitteilung.

Y. Imry und S. Ma, 1975, *Random – Field Instability of the Ordered State of Continuous Symmetry*, Phys. Rev. Lett. **35**, 1399.

L. B. Ioffe und V. M. Vinokur, 1987, *Dynamics of interfaces and dislocations in disordered media*, J. Phys. C **20**, 6149.

E. Ising, 1925, *Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus*, Z. Phys. **31**, 253.

H. Ji und M. O. Robbins, 1991, *Transition from compact to self-similar growth in disordered systems: Fluid invasion and magnetic-domain growth*, Phys. Rev. A **44**, 2538.

H. Ji und M. O. Robbins, 1992, *Percolative, self-affine and facetted domain growth in random three dimensional magnets*, Phys. Rev. B **46**, 14519.

M. Kardar, 1998, *Nonequilibrium dynamics of interfaces and lines*, Phys. Rep. **301**, 85.

T. Kleinefeld, J. Valentin und D. Weller, 1994, *Micromagnetic properties and domain dynamics of CoPt thin films*, J. Magn. Magn. Mat. **148**, 249.

B. Koiller und M. O. Robbins, 2001, *Morphology transitions in three-dimensional domain growth with Gaussian random fields*, Phys. Rev. B **62**, 5771.

J. Koplik und H. Levine, 1985, *Interface moving through a random background*, Phys. Rev. B **32**, 280.

A. I. Larkin, 1970, *Effect of inhomogeneities on the structure of the mixed state of superconductors*, Sov. Phys. JETP **31**, 784.

S. Lemerle, J. Ferré, C. Chappert, V. Mathet, T. Giamarchi und P. L. Doussal, 1998, *Domain wall creep in an Ising ultrathin magnetic film*, Phys. Rev. Lett. **80**, 849.

H. Leschhorn, 1992, *Moving interfaces in random Ising magnets*, J. Magn. Magn. Mat. **104-107**, 309.

H. Leschhorn, T. Nattermann, S. Stepanow und L.-H. Tang, 1997, *Driven interface depinning in a disordered medium*, Ann. Physik **6**, 1.

S. Lübeck, 2002, *Scaling behavior of the order parameter and its conjugated field in an absorbing phase transition around the upper critical dimension*, Phys. Rev. E **65**.

A. A. Middleton, 1992, *Thermal rounding of the charge-density wave depinning transition*, Phys. Rev. B **45**, 9465.

H. Müller-Krumbhaar und K. Binder, 1973, *Dynamik Properties of the Monte Carlo Method in Statistical Physics*, J. Stat. Phys. **8**, 1.

T. Nattermann, 1987, *Interface Roughening in Systems with Quenched Random Impurities*, Europhys. Lett. **4**, 1241.

T. Nattermann und S. Scheidl, 2000, *Vortex-glass phases in type-II superconducters*, Adv. Phys. **49**, 607.

T. Nattermann, S. Stepanow, L.-H. Tang und H. Leschhorn, 1992, *Dynamics of interface depinning in a disordered medium*, J. Phys. II **2**, 1483.

U. Nowak, J. Heimel, T. Kleinefeld und D. Weller, 1997, *Domain dynamics of magnetic films with perpendicular anisotropy*, Phys. Rev. B **56**, 8143.

U. Nowak und K. D. Usadel, 1998, *Influence of the temperature on the depinning transition of driven interfaces*, Europhys. Lett. **44**, 634.

K. Ohno, K. Esfarjani und Y. Kawazoe, 1999, *Computational Materials Science*, Solid-state sciences, Springer, Berlin Heidelberg.

P. Pfeuty und G. Toulouse, 1994, *Introduction to the renormalization group and critical phenomena*, John Wiley & Sons, Chichester.

P. G. de Gennes, 1985, *Wetting: statics and dynamics*, Rev. Mod. Phys. **57**, 827.

M. Plischke, Z. Rácz und D. Liu, 1987, *Time-reversal invariance and universality of two dimensional growth models*, Phys. Rev. B **35**, 3485.

L. Roters, A. Hucht, S. Lübeck, U. Nowak und K. D. Usadel, 1999, *Depinning transition and thermal fluctuations in the random-field Ising model*, Phys. Rev. E **60**, 5202.

L. Roters, A. Hucht, S. Lübeck, U. Nowak und K. D. Usadel, 2000, *Dynamics of driven interfaces in heterogenous magnetic systems*, World Scientific, Singapore.

L. Roters, S. Lübeck und K. D. Usadel, 2001a, *Creep motion in a random-field Ising model*, Phys. Rev. E **63**, 026113.

L. Roters, S. Lübeck und K. D. Usadel, 2001b, *Thermally activated interface motion in a disordered ferromagnet*, Comp. Phys. Comm., **142**, 361.

L. Roters, S. Lübeck und K. D. Usadel, 2001c, *Interface motion in disordered ferromagnets*, Phase Transitions **75**, 257.

L. Roters, S. Lübeck und K. D. Usadel, 2002, *Driven interfaces in the random-field Ising model around the upper critical dimension*, accepted for publication in Phys. Rev. E.

L. Roters und K. D. Usadel, 2002, *Dimensional crossover and driven interfaces in disordered ferromagnets*, Phys. Rev. E, **61**, 027101.

F. Schwabl, 2000, *Statistische Mechanik*, Springer, Berlin Heidelberg.

S. Stepanow, 2001, persönliche Mitteilung.

L.-H. Tang und S. Stepanow, persönliche Mitteilung.

J. Valentin, T. Kleinefeld und D. Weller, 1996, *Micromagnetic analysis of magnetization reversal in CoPt alloy films*, J. Phys. D **29**, 1111.

F. J. Wegner, 1976, in *Phase Transitions and Critical Phenomena, Vol. 6*, hrsg. von C. Domb und M. S. Green, Academic Press, London.

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr. Usadel und Dr. S. Lübeck, für eine hervorragende Betreuung und die vielen interessanten Diskussionen, die zum Entstehen dieser Arbeit beigetragen haben.

Nicht unerwähnt lassen möchte ich die vielen anderen Diskussionen mit allen Mitarbeitern der theoretischen Tieftemperaturphysik, insbesondere mit D. Hinzke, A. Hucht, K. Kadau, R. Meyer und U. Nowak, der mich auf den Einfluß der Temperatur auf den Depinning – Übergang aufmerksam gemacht hat.

Weiterhin danke ich S. Lübeck, U. Nowak und D. Roters für die Durchsicht der Arbeit.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die Förderung dieser Arbeit über ein Stipendium im Rahmen des Graduiertenkollegs „Struktur und Dynamik heterogener Systeme“.

Zum Entstehen dieser Arbeit beigetragen hat die freundliche und entspannte Arbeitsatmosphäre in der theoretischen Tieftemperaturphysik.