

9 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

Nach einer kurzen Zusammenfassung wesentlicher Untersuchungsergebnisse im Abschnitt 9.1 werden Konsequenzen, die sich hieraus für den Mathematikunterricht ergeben, im Abschnitt 9.2 diskutiert. Abschnitt 9.3 zeigt offene Fragen auf und gibt einen Ausblick.

9.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Untersuchung zu Vernetzungen rund um lineare Gleichungssysteme in der Sekundarstufe I ging folgenden zwei Hauptfragen nach:

1. *Welche fachsystematischen Vernetzungen und welche Modellvernetzungen sind zum betrachteten Thema in den drei Curriculumsrahmen zu finden?*
2. *Welche Veränderungen der Vernetzungen treten bei der Übertragung aus dem Rahmen des intendierten Curriculums über den Rahmen des implementierten Curriculums hin zum Rahmen des erreichten Curriculums auf?*

Im Hinblick auf die erste Frage zeigen die Untersuchungsergebnisse im *Rahmen des intendierten Curriculums*, dass die Thematik der linearen Gleichungssysteme in den betrachteten Schulbüchern mit einer großen Beziehungsvielfalt abgehandelt wird, wenngleich Ergänzungen möglich wären.

Als fachsystematische Vernetzungen werden insbesondere verschiedene Fallunterscheidungen und Einteilungen vorgenommen (Einteilung linearer Gleichungssysteme in 2×2 - und 3×3 -Gleichungssysteme, Fallunterscheidung entsprechend der Anzahl der Lösungen eines linearen Gleichungssystems, Fallunterscheidung entsprechend der Anzahl der Schnittpunkte zweier Geraden bzw. entsprechend der verschiedenen Lagebeziehungen zweier Geraden) und es werden verschiedene Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme vorgestellt.

Als Modellvernetzungen wird insbesondere auf Beziehungen zwischen Algebra und Geometrie eingegangen. Es werden die bestehenden Zusammenhänge zwischen der Anzahl der Lösungen eines 2×2 -Gleichungssystems von zwei Geradengleichungen, der Anzahl der Schnittpunkte der entsprechenden beiden Geraden, deren Lagebeziehung und in den Gymnasialbüchern auch der Struktur des Gleichungssystems dargelegt. Ferner fordern Textaufgaben aus verschiedenen Bereichen Modellvernetzungen mit linearen Gleichungssystemen ein.

Die Ergebnisse im *Rahmen des implementierten Curriculums* wurden durch Lehrerinterviews eingeholt. Die drei befragten Lehrer gaben an, dass sie in enger Anlehnung an die Schulbücher unterrichtet haben, insbesondere auch alle wesentlichen hier dargestellten Vernetzungen im Unterricht aufgezeigt haben. Lediglich der strukturelle Aspekt linearer Gleichungssysteme, der in den Gymnasialbüchern thematisiert wird, ist von den Gymnasiallehrern ausgeklammert worden.

Im Schülerwissen (*Rahmen des erreichten Curriculums*) indes waren in der Untersuchung viele der Vernetzungen aus den Rahmen des intendierten bzw. des implementierten Curriculums nicht auszumachen. Die Schüler haben vor allem fachsystematische Vernetzungen gelernt. Sieht man von den einzelnen Lerngruppen ab, so hat die Mehrheit der 136 beteiligten Schüler insbesondere das Wissen um

- verschiedene Lösungsverfahren gezeigt,
- um die Einteilung linearer Gleichungssysteme in 2×2 - und 3×3 -Gleichungssysteme

sowie um einige Fallunterscheidungen:

- die Fallunterscheidung entsprechend der Anzahl der Schnittpunkte zweier Geraden und
- die Fallunterscheidung entsprechend der Anzahl der Lösungen eines Gleichungssystems von zwei Geradengleichungen.

Modellvernetzungen waren im Schülerwissen kaum auszumachen. Die einzige Verbindung, die bei der Mehrheit der Schüler als vorhanden erscheint, ist die zwischen einem Gleichungssystem von zwei Geradengleichungen und seiner geometrischen Interpretation als zwei Geraden. Die verschiedenen Bezüge zwischen Geometrie und Algebra, die der fokussierten Thematik innewohnen, sind offenbar nur von wenigen Schülern gelernt worden. Bei etwa einem zehntel der Schüler war immerhin ein Wissen um die Beziehung zwischen der Anzahl der Lösungen eines Gleichungssystems von zwei Geradengleichungen und der Anzahl der Schnittpunkte der entsprechenden Geraden vorhanden, nur etwa 5% der Schüler zeigten ein umfassendes Wissen und tiefes Verständnis des Untersuchungsgegenstands.

Das Problemlösen mittels vernetztem Wissen, sofern vorhanden, bereitete den Schülern Schwierigkeiten, wie auch das Modellieren von Textaufgaben.

Hieraus ergibt sich im Hinblick auf die zweite Forschungsfrage, dass Vernetzungen aus dem Rahmen des intendierten Curriculums nahezu unverändert (*translationsartig*) in den Rahmen des implementierten Curriculums übergehen, jedoch der weitere Übergang in das erreichte Curriculum *filterartig* erfolgt: durchgelassen werden im Wesentlichen fachsystematische Vernetzungen, Modellvernetzungen hingegen erreichen nur eine kleine Minderheit der Schüler.

Ein ernüchterndes Fazit!

Wie bei jeder empirischen Untersuchung gibt es auch hier gewisse Unsicherheiten bezüglich der gewonnenen Ergebnisse.

Im Rahmen des intendierten Curriculums musste eine Auswahl interessierender Knoten und sie verbindender Kanten getroffen werden. Hier hätte man auch eine etwas andere Gewichtung vornehmen können. Z.B. sind die Vernetzungen zum strukturellen Aspekt linearer Gleichungssysteme in dem Netzwerk zu den untersuchten Büchern für das Gymnasium aufgenommen worden, diese Vernetzungen wurden aber nach Aussagen der befragten Lehrer im Unterricht nicht thematisiert, von den Lehrern also nicht als so bedeutend für den Mittelstufenunterricht eingestuft.

Die anderen im intendierten Curriculum festgehaltenen Vernetzungen sind auch von den Lehrern für relevant erachtet und nach ihren Aussagen im Unterricht thematisiert worden. Man kann, aufgrund der Persönlichkeit der befragten Lehrer, davon ausgehen, dass die Lehrer ehrlich angegeben haben, welche Vernetzungen sie im Unterricht behandelt haben und welche nicht. In welcher Weise die einzelnen Vernetzungen im Unterricht gewichtet wurden, welche Bedeutung dem Wissen um die eine oder andere Vernetzung beigemessen wurde - bewusst oder unbewusst - kann aus den Interviews im Detail nicht geschlossen werden.

Auch ist die im Unterricht verwendete Methodik in der Untersuchung nicht erfasst worden. Zwar haben alle drei befragten Lehrer angegeben, sie hätten sich an die Vorgaben aus dem jeweiligen Schulbuch gehalten, danach unterrichtet, den Unterrichtsstoff wie im Schulbuch präsentiert und erklärt, aber auch hierbei wird immer noch eine Auswahl getroffen, sprachlich etwas anders formuliert, unterschiedlich betont. Es ist auch nicht festgehalten worden, wie oft die einen oder anderen Lerninhalte im Unterricht geübt oder wiederholt wurden. U.a. hieraus könnte sich eine unterschiedlich erfolgreiche Übertragung bestimmter Vernetzungen ins Schülerwissen erklären.

Bezüglich der Schülertests kann man davon ausgehen, dass die abgegebenen Lösungen ehrlich sind. Die Schüler haben – soweit ersichtlich - selbständig gearbeitet. Auch haben sie die ihnen gestellten Aufgaben sehr gewissenhaft und auch mit gewissem Ehrgeiz bearbeitet. Das zeigte sich nicht zuletzt auch darin, dass die Schüler sehr gespannt auf die Auswertung der Tests waren und unbedingt wissen wollten, wie gut sie gewesen sind, bzw. ob ihre Klasse / ihr Kurs denn wenigstens besser als andere war.

Allerdings äußerten die meisten Schüler recht resigniert, dass ihnen jetzt richtig bewusst geworden ist, wie inhaltsreich die behandelte Thematik doch ist und wie wenig sie wirklich davon wissen. Hieran zeigt sich, dass der Vernetzungsreichtum

der Thematik im Unterricht für die Schüler nicht wirklich deutlich herausgearbeitet wurde.

Aufgrund der für die Schüler ungewohnten, neuartigen Aufgabenstellungen konnten die Schüler hier schlecht nur auswendig gelerntes und nicht verstandenes Wissen angeben. Es ist jedoch denkbar, dass im Verlauf der Bearbeitung der Tests manchem Schüler einiges klarer geworden ist, dass durch das Denken über Beziehungen im Unterrichtsstoff manche dieser Beziehungen erst richtig bewusst wurden. Somit könnten die Testergebnisse etwas mehr Schülerwissen vortäuschen, als vielleicht vor den Tests vorhanden war.

Auf der anderen Seite zeigten sich manche Schüler durch die ungewohnte Art der Aufgabenstellungen etwas irritiert. Insbesondere scheinen die Schüler des Gesamtschulkurses mit der relativ komplexen Darstellungsform der Concept Map überfordert gewesen zu sein. Hierauf könnten möglicherweise etwas schlechtere Ergebnisse zurückzuführen sein, als sie vielleicht dem Schülerwissen entsprechen.

Dennoch ist eindeutig festzustellen, dass das Schülerwissen zum Thema der linearen Gleichungssysteme verglichen an den (wie auch immer) vorgestellten Lerninhalten recht vernetzungsarm ist. Das verständige Problemlösen mittels Vernetzungen gelingt zudem kaum.

Die Einschätzungen der Lehrer bezüglich des Schülerwissens erweisen sich als realistisch, jedoch haben die befragten Lehrer erst angefangen hierüber nachzudenken, als sie im Interview darauf angesprochen wurden.

9.2 Konsequenzen für den Mathematikunterricht

Untersuchungsergebnisse von zentraler Bedeutung für den Mathematikunterricht sind zum einen die entscheidende Rolle, die das verwendete Schulbuch für den Unterricht spielt, zum anderen die Tatsache, dass selbst vermittelte Vernetzungen offenbar nur sehr unvollständig im Wissensbestand der Schüler vorhanden sind. Als Konsequenz ergeben sich Forderungen bezüglich

- einer verbesserten Schulbuchgestaltung (Abschnitt 9.2.1) sowie
- veränderter Methoden der Umsetzung von Lerninhalten Vernetzungen betreffend im Unterricht (Abschnitt 9.2.2),
- aber auch einer größeren Sensibilisierung von Lehrern für das, was Schüler wirklich lernen und behalten (Abschnitt 9.2.3).

9.2.1 Forderungen an die Schulbuchgestaltung

Bezugnehmend auf die festgestellten Defizite in den Schulbüchern ist zunächst zu folgern, dass Vernetzungen hier vollständiger und variationsreicher angeboten werden könnten. Vor allem der verständige Gebrauch von Vernetzungen in Problemlösungsprozessen müsste durch eine breitere Aufgabenpalette eingefordert werden. Dies bezieht sich insbesondere auf Modellvernetzungen sowohl im innermathematischen Bereich, als auch mit außermathematischen Anwendungen.

Außermathematische Problemstellungen, die durch lineare Gleichungssysteme modelliert werden können, gibt es in einer großen Vielfalt (vgl. Abschnitt 5.1.8); Aufgaben, die Modellvernetzungen im innermathematischen Bereich erfordern, wie beispielsweise die Aufgaben aus dem fünften Untersuchungsschritt der Schülertests (siehe Anhang I), stehen nur in geringem Umfang zur Verfügung. Hier müssten neue Unterrichtsmaterialien entwickelt werden.

Ein Großteil der Aufgaben in den Schulbüchern erfordert zu ihrer Lösung lediglich die Anwendung eines Lösungsalgorithmus. Hier werden Rechenfertigkeiten trainiert, wobei nach bestimmten Regeln der Algebra operiert wird. Diese Aufgaben können völlig abgekoppelt von geometrischen Betrachtungsweisen erfolgreich

bearbeitet werden. Hier könnte es hilfreich sein, wenn durch Zusatzfragen immer wieder ein Bezug zur Geometrie hergestellt würde, beispielsweise indem ein rechnerisch erhaltenes Ergebnis geometrisch interpretiert werden müsste.

Im Hinblick auf außermathematische Anwendungen werden in Schulbüchern in der Regel Textaufgaben geboten, die in ein mathematisches Modell umgesetzt werden müssen. Durch die Einordnung dieser Textaufgaben unter eine Überschrift, wie beispielsweise „lineare Gleichungssysteme“, ist der mathematische Bereich in dem die Modellierung erfolgen soll, bereits vorgegeben; ist ein mathematisches Modell zu der Textaufgabe gefunden, so besteht die weitere Arbeit im Lösen einer mathematischen Aufgabe, der außermathematische Bezug findet kaum noch Beachtung. Somit sind die hier geforderten Modellierungsprozesse einseitig, eingengt und begrenzt. Hier könnte über ein größeres Angebot an projektorientierten Aufgaben nachgedacht werden, in denen der mathematische Bereich des Modells nicht von vornherein vorgegeben ist. Ferner erscheint es sinnvoll, umfangreichere Problemstellungen zu bieten, in denen über mehrere Einzelfragen immer wieder der außermathematische Bezug hergestellt wird. Auch könnte man durch eine Umkehrung der üblichen Art der Aufgabenstellung ein mathematisches Modell, z.B. ein lineares Gleichungssystem, vorgeben und die Schüler dazu passende Problemstellungen entwickeln lassen.¹

Es bestehen somit verschiedene Möglichkeiten, Aufgaben in Schulbüchern variationsreicher zu gestalten und dabei verstärkt Modellvernetzungen einzufordern.

Besonders bedenklich ist allerdings, dass selbst ein Großteil der in Schulbüchern dargestellten und im Unterricht implementierten Vernetzungen von den Schülern nicht gelernt werden. Daher muss neben dem Umfang der in Schulbüchern aufgezeigten Vernetzungen vor allem auch die Art und Weise ihrer Darstellung grundlegend überdacht werden, um einen besseren Übergang dieser Vernetzungen in das erreichte Curriculum zu erwirken. In Schulbüchern werden Vernetzungen weitgehend in Textform dargeboten, die sich als Repräsentationsform für vernetzte Wissensbausteine als wenig geeignet erweist (siehe 7.2.1). Eine Ergänzung durch graphische Darstellungsweisen, die dem Charakter von vernetztem Wissen eher gerecht werden, könnte vorteilhaft sein.

¹ Die Aufgabenstellung aus dem sechsten Untersuchungsschritt (siehe Anhang I) ist z.B. in BRINKMANN (2000b) zu einem Arbeitsblatt erweitert worden, das als weitere Aufgabe von den Schülern fordert, selber Textaufgaben zu dem vorgegebenen Gleichungssystem zu konstruieren.

9.2.2 Veränderte Methoden zur Vermittlung von Vernetzungen¹

Auch im aktiven Unterricht ist ein *vermehrter Einsatz graphischer Darstellungen zur Repräsentation vernetzten Wissens* erfolgversprechend.

So hat man, vornehmlich im naturwissenschaftlichen Bereich, positive Erfahrungen mit dem Einsatz von *Concept Maps* gemacht (vgl. MALONE & DEKKERS, 1984; HASEMANN & MANSFIELD, 1995). Aufgrund der Hypothese, dass ihre hierarchische Netzwerkstruktur gedächtnismäßigen Repräsentationen von Wissen angepasst ist, eignen sich *Concept Maps* nicht nur zur Veräußerlichung der kognitiven Strukturen eines Individuums (siehe 7.2.2), sondern auch zur effektiven Übertragung von Wissensstrukturen von außen nach innen (NOVAK, 1990, 1996; NOVAK & GOWIN, 1984; JÜNGST, 1992, S. 7). Dabei können *Concept Maps* durch das Schulbuch bzw. vom Lehrer vorgegeben werden oder aber von Schülern selbst erstellt werden. Untersuchungen haben gezeigt, dass in beiden Fällen vergleichbare Lernerfolge erzielt wurden, sofern bei von Schülern angefertigten *Concept Maps* die Begriffe vorgegeben waren (vgl. HASEMANN & MANSFIELD, 1995, S. 47). Wenn die Schüler für ihre *Maps* die Schlüsselwörter selber vorgeben mussten, war der Leistungszuwachs noch wesentlich größer.

Verschiedene positive Aspekte des Einsatzes von *Concept Maps* im Unterricht bezüglich des Lernens von Vernetzungen werden z.B. von NOVAK (1990, 1996) und NOVAK & GOWIN (1984) angegeben (vgl. Abschnitt 4.1.2.1). Inwiefern diese Beobachtungen, die vornehmlich im naturwissenschaftlichen Bereich gemacht wurden, auf das Lernen von Vernetzungen im Mathematikunterricht übertragen werden können, muss noch umfassend untersucht werden. HASEMANN & MANSFIELD (1995, S. 47) heben hervor:

... there are many questions remaining to be explored concerning the effectiveness of concept maps in *mathematics* teaching across all grade levels.

Eine weitere erfolgversprechende, bislang im Mathematikunterricht fast gar nicht verwendete Technik zur Darstellung vernetzten Wissens ist die Technik des *Mind Mapping* (vgl. Abschnitte 4.1.1.6 und 4.1.2.1). Die besondere Art der graphischen Darstellung mittels *Mind Maps*, in der Vernetzungen gut strukturiert und gleichzeitig

¹ EUBA (2000, 2001) führt derzeit an einem Gymnasium in Hamburg eine Untersuchung durch mit dem Ziel, durch verschiedene unterrichtliche Maßnahmen Vernetzungen zu fördern und die Angemessenheit dieser Maßnahmen zu evaluieren.

künstlerisch-kreativ veranschaulicht werden, scheint speziell für das Lernen von Vernetzungen im Mathematikunterricht effizient zu sein und gleichzeitig eine willkommene Abwechslung im Unterricht zu bieten (vgl. z.B. BRINKMANN, 2002a). Erste Rückmeldungen von Lehrern, die Mind Mapping im Mathematikunterricht erprobt haben, sind durchweg positiv; insbesondere für schwache Schüler scheint die graphische Darstellungsweise vernetzten Wissens mittels Mind Maps gewinnbringend zu sein. In Lehrerfortbildungsveranstaltungen zum Thema Mind Mapping im Mathematikunterricht konnte ich erfahren, dass die anwesenden Lehrer die erhaltenen Anregungen sehr offen und überzeugt aufnehmen, so dass in diesem Bereich Veränderungen im Mathematikunterricht realistisch erscheinen.

Der Einsatz geeigneter Repräsentationstechniken zur Darstellung vernetzten Wissens kann für das deklarative Wissen von Schülern um Vernetzungen förderlich sein. Um die Problemlösefähigkeit, speziell auch die Modellierungsfähigkeit, der Schüler zu steigern, muss die im Mathematikunterricht eingesetzte *Aufgabenkultur* überdacht werden. Ein größeres und variationsreicheres Angebot von Aufgaben, die verschiedene Vernetzungsarten ansprechen, sowohl innermathematisch als auch mit außermathematischen Anwendungen¹, wäre, wie bereits oben bemerkt, nötig.

Auch dürfte es im Hinblick auf die Förderung des dynamischen Umgangs mit Vernetzungen von Vorteil sein, neben den meist nur auf eine Lösung und i.d.R. auch nur auf einen Lösungsweg ausgerichteten Problemstellungen, die derzeit im Mathematikunterricht angeboten werden, auch vermehrt *offene Aufgaben* zu stellen. Diese bedingen mehr Kreativität beim Mathematiklernen und ein freieres Denken und somit vielseitiges dynamisches Vernetzen (vgl. u.a. PEHKONEN 1991, 1995, 1997; ZIMMERMANN 1991). WIEGAND & BLUM (1999, S. 591) führen aus:

Ganz allgemein sollen offene Probleme *anspruchsvolle geistige Aktivitäten* beim Schüler stimulieren und mathematisches Denken auf hohem Niveau ermöglichen; spezieller: offene Probleme

- ...
- bieten gute Möglichkeiten für *horizontale Vernetzungen* (inner- und außerfachliche), u.a. produktives Üben (z.B. mit Zielumkehraufgaben) oder Realitätsbezüge;
- bieten gute Möglichkeiten für *vertikale Vernetzungen*, u.a. integriertes Wiederholen, Festigen von Vorstellungen, Sicherung von Basiswissen;
- ...

¹ In Deutschland gibt es z.B. aus der MUED- und der ISTRON-Gruppe bereits eine Fülle gut aufbereiteter und erprobter Materialien für einen anwendungsorientierten Mathematikunterricht (vgl. auch TIETZE, KLIKA & WOLPERS, 1997, S. 224), die weiter ergänzt werden. Allerdings kommen diese Materialien im Schulunterricht bislang vergleichsweise selten zum Einsatz.

Es muss allerdings beachtet werden, dass für den Mathematikunterricht nur ein begrenztes Zeitbudget zur Verfügung steht. Zur Förderung von innerfachlichen Vernetzungen fordern daher HENN & KAISER (2001, S. 372):

Um die Förderung der Fähigkeit zum Vernetzen zu erreichen, muss im Unterricht der Aufbau von adäquaten Grundvorstellungen zu Lasten von Kalkülen im Vordergrund stehen.

Ein Einsatz ungewohnter Repräsentationstechniken und andersartiger Aufgaben im Unterricht erfordert auch entsprechende *Fortbildungen* von Lehrern, sowohl in methodischer als auch in inhaltlicher Hinsicht. Verbesserte Rahmenbedingungen hierfür müssten geschaffen werden.

In einigen Bereichen sind bereits Anstrengungen zu verzeichnen. So wird der Einsatz des Mind Mapping als Unterrichtsmethode im Land Nordrhein-Westfalen durch die Landesinitiative „e-nitiative.nrw - Netzwerk für Bildung“ (eine Offensive der Landesregierung und der Kommunalen Spitzenverbände in NRW zur Förderung des Lernens mit Neuen Medien) unterstützt. Eine Smart-Version des Mindmanager, einer Software zum Erstellen von Mind Maps, wird im laufenden Schuljahr 2001/2002 allen Schulen zum kostenlosen Herunterladen aus dem Internet zur Verfügung gestellt, als Hilfe für Mathematiklehrer ist unter der Adresse <http://www.e-nitiative.nrw.de> der Artikel „Mind Mapping – Eine Methode zur Förderung der Kreativität und Lerneffektivität im Mathematikunterricht“ (BRINKMANN, 2001a) hinterlegt. Zusätzlich werden entsprechende Lehrerfortbildungen für Mind Mapping, speziell auch für den Einsatz im Mathematikunterricht, angeboten.

Auf der Internet-Seite <http://www.learn-line.de> des Bildungsservers Nordrhein-Westfalen werden derzeit unter den Angeboten im Rahmen des BLK-Modellversuchs SelMa des Landes Nordrhein-Westfalen („Selbstlernen in der gymnasialen Oberstufe – Mathematik“)¹ interessante Hintergrundinformationen zu Mind Mapping und Concept Mapping im Mathematikunterricht für Lehrer zusammengestellt, ferner wird eine Map-Galerie mit Mathematik-Mind-Maps und Mathematik-Concept-Maps als Anregung für Lehrer aufgebaut.

Neben der Fortbildung von Lehrern ist natürlich auch eine veränderte *Ausbildung von Lehrern*, die dem Aspekt Vernetzung im Mathematikunterricht besser gerecht wird, vonnöten. So fordern HENN & KAISER (2001, S. 377):

¹ http://www.learn-line.nrw.de/angebote/selma/medio/aktuell_02-02-17.htm

Zukünftige Lehrerinnen und Lehrer müssen bereits während des Studiums befähigt werden, einen offenen Unterricht durchzuführen mit sinnhaften und vernetzten bzw. vernetzenden Problemen und Themenstellungen, mit Modellierungsbeispielen und Sachkontexten.

9.2.3 Sensibilisierung der Lehrer

Bedeutsam ist mit Sicherheit auch die Bemerkung von Lehrer A am Ende des mit ihm geführten Interviews (vgl. 8.2.1):

Wenn man sich mit den Fragen zu der Thematik [der linearen Gleichungssysteme] beschäftigt und anfängt, über den Unterricht nachzudenken, wird einem erst bewusst, wie wenig man den Schülern vermittelt hat, wie wenig sie doch gelernt haben. Übrig bleiben nur die Rechenverfahren.

Diese Reflexion und Bewusstseinsmachung ist auch nötig und wertvoll.

Eine Sensibilisierung der Lehrer im Hinblick auf eine bewusste Beachtung des Vernetzungsaspekts in ihrem Unterricht wäre sehr hilfreich!¹

¹ Wie bereits unter 4.1.2.1 und 4.1.2.2 ausgeführt wird in den NCTM Principles and Standards for School Mathematics 2000 betont, dass Lehrer den Schülern Vernetzungen ausdrücklich bewusst machen müssen, sie gezielt darauf hinweisen müssen, und ferner, dass Lehrer sorgfältig vernetzungsreiche Problemstellungen für ihre Schüler aussuchen sollten, um gezielt Vernetzungswissen zu vermitteln. Dies ist natürlich nur möglich, wenn auch das Augenmerk der Lehrer bewusst auf Vernetzungen ausgerichtet ist.

9.3 Offene Fragen und Ausblick

Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Untersuchungsergebnisse haben zunächst nur einen exemplarischen Charakter. Sie können nicht verallgemeinert werden, wenngleich sie im Einklang mit bereits vielseitig formulierten Hypothesen stehen, die hierdurch bekräftigt werden. Breitere Erhebungen von Defiziten bezüglich Vernetzungen in den drei Curriculumsrahmen wären nötig, dies sowohl eine größere Auswahl der Schülerschaft betreffend, als auch weitere Themenbereiche des Unterrichtsstoffs.

Von besonderem Interesse wäre ein Vergleich der durch diese Arbeit vorliegenden Ergebnisse mit neuen Erhebungen im erreichten Curriculum auf der Basis eines veränderten intendierten Curriculums (anderer Unterrichtsmaterialien) und eines veränderten implementierten Curriculums. Auch wäre es von Bedeutung, durch Folgeuntersuchungen zu erfahren, inwieweit ein vermehrter Einsatz von graphischen Repräsentationstechniken, die der Struktur vernetzten Wissens angepasst sind, dazu beitragen, Defizite im Schülerwissen aufzuheben.

Um in Deutschland erfolgreichere didaktische Wege im Hinblick auf das Lernen von Vernetzungen zu beschreiten kann man versuchen, auf positivere Erfahrungen aus anderen Ländern zurückzugreifen. Es ist allerdings noch wenig erforscht, welche Unterschiede in den didaktischen Vorgehensweisen der einzelnen Länder speziell für das Lernen von Vernetzungen entscheidend sind. Auch lassen sich in anderen Ländern erfolgreich eingesetzte Unterrichtselemente nicht ohne weiteres auf unsere Gesellschaft mit der ihr eigenen Kultur, den vorherrschenden Wertvorstellungen und ihrem spezifischen Bildungssystem übertragen. Gangbare Wege müssen hierbei erst gefunden werden.

Will man neue didaktische Vorgehensweisen für das Lernen von Vernetzungen entwickeln, so benötigt man eine fundierte theoretische Grundlage. Eine Theorie, in der das Phänomen „Vernetzung“ abgehandelt und adäquat erfasst wird, gibt es aber nicht. Zur Beschreibung einiger Aspekte der Manifestation von Vernetzungen im Gehirn, ihrer Generierung, Speicherung, Abänderung, Abrufung aus dem Gedächtnis und Anwendung in Denk- und Problemlösungsprozessen eignen sich jedoch verschiedene Theorien zu Geist und Gehirn (vgl. Abschnitt 4.1.1). Eine allumfassende, integrative Theorie, die den Erkenntnissen aus den verschiedenen

Wissenschaftsebenen gerecht wird, existiert nicht und ist zur Zeit auch noch nicht möglich (POSNER & RAICHLE, 1996, S. 263).

Man kann somit lediglich auf Einzelaspekte der verschiedenen Theorien zurückgreifen und darauf aufbauend versuchen, Ansätze für bessere didaktische Methoden zu finden. Die Methode des Concept Mapping zum Beispiel basiert auf einem Modell zur Wissensrepräsentation; die Methode des Mind Mapping auf neurologischen Befunden, denen zufolge den beiden Hirnhemisphären unterschiedliche Funktionen zugeordnet werden. Inwiefern ein Einsatz dieser oder anderer Methoden im Mathematikunterricht hinsichtlich des Lernens von Vernetzungen zu einer Verbesserung beiträgt, muss noch umfassend untersucht werden (siehe Abschnitt 9.2.2).

Auch die Auswirkungen einer Änderung der Aufgabenkultur für den Mathematikunterricht müssen noch ausgelotet werden.

Somit ist noch viel mathematikdidaktische Arbeit nötig, der aufgrund der immensen Bedeutung von fundiertem vernetzten mathematischen Wissen für unsere heutige Gesellschaft eine zentrale Rolle zugestanden werden sollte.