

Anhang

Anhang A bis Anhang F zeigen Daten aus den Erhebungen im Rahmen des intendierten Curriculums, sie sind im Kapitel 8.1 kommentiert.

Anhang G enthält das Befragungskonzept für Lehrerinterviews, das der Untersuchung im Rahmen des implementierten und im Rahmen des erreichten Curriculums aus Lehrersicht als grobe Richtlinie zugrunde lag. Zur Entwicklung des Fragebogens und der methodischen Vorgehensweise bei seiner Verwendung in der Untersuchung vergleiche man die Abschnitte 7.1.2, 7.1.3 und 7.4. Im Anhang H sind die Antworten aus den Lehrerinterviews wiedergegeben, sie sind Grundlage für die Ergebnisauswertung im Kapitel 8.2.

Anhang I enthält die Unterlagen für die Schülertests. Die entsprechende Methodendiskussion und Einzelheiten zur Entwicklung des Untersuchungsmaterials sind in den Abschnitten 7.1.3, 7.2.3, 7.4 und 8.3.1 gegeben. Anhang J zeigt die Ergebnisse der Schülertests in tabellarischen Übersichten; deren Interpretation erfolgt in den Abschnitten 8.3.2.1 bis 8.3.2.6.

Im Anhang K sind graphische Darstellungen zur Veranschaulichung der Veränderung von Vernetzungen beim Übergang von einem Curriculumsrahmen zum nächsten gegeben, dies für jede einzelne an der Untersuchung beteiligte Lerngruppe. Auf diese Darstellungen wird in den Ausführungen im Kapitel 8.5 Bezug genommen.

Anhang A: Richtlinien und Lehrpläne Mathematik, Gymnasium SI

*Richtlinien und Lehrpläne Mathematik, Gymnasium, Sekundarstufe I (1993, S. 48) -
Ausführungen zum Thema der linearen Gleichungssysteme*

Themen/Inhalte	Bemerkungen
Lineare Gleichungssysteme (LGS) LGS von zwei Gleichungen in zwei Variablen, Lösungsverfahren (Einsetzungs-, Additionsverfahren, grafische Verfahren) Text- und Sachaufgaben E: LGS von drei Gleichungen in drei Variablen Gauß-Algorithmus	Grafische Lösungsverfahren ermöglichen eine Verzahnung von Algebra und Geometrie. Auch Fragen nach der Existenz und der Anzahl der Lösungen werden geometrisch interpretiert. Bei den Text- und Sachaufgaben sollten beide Gleichungen wirklich notwendig (nicht zu trivial) sein.

Anhang B: Richtlinien Mathematik, Gesamtschule

Richtlinien Mathematik, Gesamtschule (1980, S. 50-51) - Ausführungen zum Thema der linearen Gleichungssysteme

Algebra II

Unterrichtsgegenstände

- 1 Lineare Gleichungs- und Ungleichungssysteme
- 1.1 Lineare Gleichungssysteme mit zwei und mehr Variablen
- 1.1.1 Graphische Lösung
- 1.1.2 Rechnerische Lösung
- ...

Grundanforderungen

zu 1.

- a) Zeichnerisch die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems in zwei Variablen bestimmen.
- b) Rechnerisch die Lösungsmenge eines Gleichungssystems mit Hilfe eines Lösungsverfahrens bestimmen und die Anzahl der Lösungen an den Graphen anschaulich erklären.
- c) Einfache Sachprobleme in lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen überführen und zeichnerisch oder rechnerisch lösen.

...

Zusatzanforderungen

zu 1.

- a) Mehrere Lösungsverfahren kennen und anwenden.
- b) Einfache Gleichungssysteme mit Formvariablen lösen.
- c) Lineare Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen lösen.

...

Anhang C: Stoffverteilungsplan für den Jg. 9 Gesamtschule

Stoffverteilungsplan für den Jahrgang 9 der an der Untersuchung beteiligten Gesamtschule - Auszug zur Thematik der linearen Gleichungssysteme

Gleichung mit zwei Variablen,
Gleichungssystem und graphische Lösung,
Lineare Gleichungssysteme,
Gleichsetzungsverfahren,
Einsetzungsverfahren,
Additions- und Subtraktionsverfahren,
Sonderfälle.

Anhang D: Schulbuchinhalte zur Thematik der linearen Gleichungssysteme in der Sekundarstufe I

Gymnasium A

Schulbuch aus der Reihe Mathematik vom Verlag Cornelsen (LAUTER, 1994), Band des 8. Schuljahres.

Themenfolge:

Konjunktive Verknüpfung von Aussagen und Aussageformen

Lineares Gleichungssystem mit zwei Variablen als konjunktive Aussageform

Konjunktive Aussageform (Konjunktion)

Wahrheitstafel

Lösungsmenge einer konjunktiven Aussageform als Schnittmenge der Lösungsmengen der verknüpften Teilaussagen

Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen

System von Gleichungen als Aussageform, die aus wenigstens zwei konjunktiv verknüpften Gleichungen besteht

Zeichnerische Lösung für Gleichungssysteme von zwei Geradengleichungen

graphische Darstellung der Gleichungen

Schnittpunkte als Lösung eines Gleichungssystems

Klassifikation linearer Gleichungssysteme

erfüllbare, unerfüllbare und allgemeingültige Gleichungssysteme

Gleichungssysteme aus zwei Geradengleichungen (erfüllbare und eindeutig lösbare (sich schneidende Geraden, Geraden mit genau einem Schnittpunkt), erfüllbare mit unendlich vielen Lösungen aber nicht allgemeingültige (identische Geraden, Geraden mit unendlich vielen Schnittpunkten), unerfüllbare (parallele Geraden, Geraden mit keinem Schnittpunkt)); Sonderfälle mit wenigstens einer Gleichung, die keine Geradengleichung ist (erfüllbare mit unendlich vielen Lösungen aber nicht allgemeingültige, allgemeingültige, unerfüllbare)

Lösungsverfahren

Einsetzungsverfahren / Substitutionsverfahren (Algorithmus, Bezug zur Geometrie, Sonderfälle, Aufgaben)

Gleichsetzungsverfahren (Bezug zur Geometrie, Algorithmus, Sonderfälle, Aufgaben)

Additionsverfahren / Eliminationsverfahren (Algorithmus, Sonderfälle, Aufgaben)

Algebraische Struktur der Gleichungen für Sonderfälle von Gleichungssystemen mit zwei Geradengleichungen, zugehörige Lösungsmengen der Gleichungssysteme und ihre geometrische Interpretation

Textaufgaben (Zahlenrätsel, Aufgaben aus der Geometrie, Aufgaben aus dem Alltag)

Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen

Lineare Gleichung mit drei Variablen

Additionsverfahren (als einziges dargestelltes Lösungsverfahren), nicht eindeutig auflösbare Gleichungssysteme, Aufgaben

Anwendungsaufgaben (Zahlenrätsel, Rätsel, Aufgaben aus dem Alltag, Aufgaben aus dem Geschäftsleben, Aufgaben aus der Physik)

Gymnasium B

Schulbuch aus der Reihe Lambacher Schweizer vom Klett Verlag (SCHMID & WEIDIG, 1995), Band des 8. Schuljahres.

Themenfolge:

Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen

System von zwei Geradengleichungen

Graphische Darstellung

Anzahl der Schnittpunkte für verschiedene Lagebeziehungen der Geraden

Zeichnerische Lösung (Schnittpunkte der Geraden als Lösungen)

Lösungsverfahren

Einsetzungsverfahren (geometrischer Bezug, Algorithmus, Sonderfälle, Aufgaben)

Gleichsetzungsverfahren (geometrischer Bezug, Algorithmus, Sonderfälle, Aufgaben)

Additionsverfahren (Algorithmus, Sonderfälle, Aufgaben)

Algebraische Struktur der Gleichungen, ihre geometrische Repräsentation für Sonderfälle, zugehörige Lösungsmenge des Gleichungssystems (kleingedruckte Anmerkungen)

Anwendungen (Zahlenrätsel, Aufgaben aus dem Alltag, historische Aufgaben)

Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen

Lineare Gleichung mit drei Variablen

Gaußalgorithmus

Gleichungssysteme mit einer einzigen Lösung, keiner Lösung, unendlich vielen Lösungen

Textaufgaben (Zahlenrätsel, Rätsel)

Gesamtschule

Schulbuch aus der Reihe Zahlen und Größen vom Verlag Cornelsen (KOULLEN, AITS & AITS, 1994), Band für den Erweiterungskurs des 9. Schuljahres.

Themenfolge:

Lineare Gleichungssysteme von zwei Gleichungen mit zwei Variablen

Erfüllbarkeit beider Gleichungen beim Einsetzen der Schnittpunktkoordinaten

Gleichsetzungsverfahren (Bezug zur Geometrie, Algorithmus, Rechenbeispiele)

Einsetzungsverfahren (Algorithmus, ein Beispiel zu einer geometrischen Anwendung, Rechenbeispiele)

Additions- und Subtraktionsverfahren (Algorithmus, Rechenbeispiele)

Sonderfälle beim Lösen linearer Gleichungssysteme (Gleichungssysteme mit unendlich vielen Lösungen oder keiner Lösung und geometrische Deutung)

Textgleichungen (Zahlenrätsel und andere Rätsel, Aufgaben aus dem Geschäftsleben, historische Aufgaben)

Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen

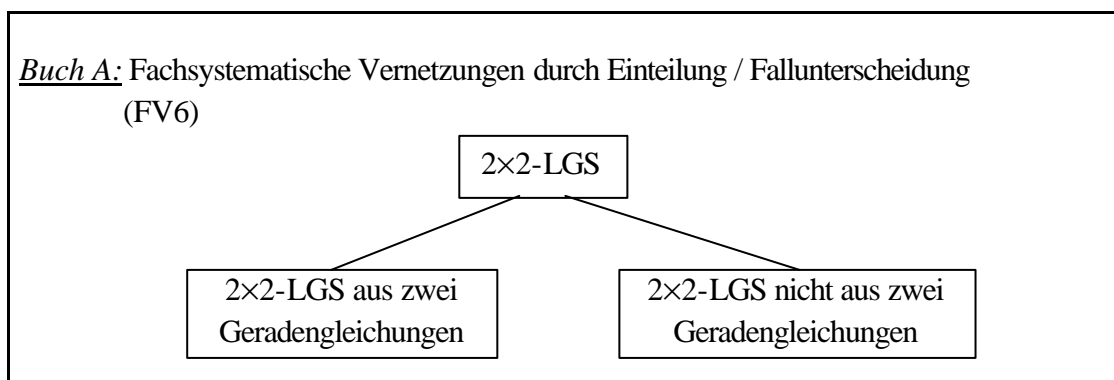
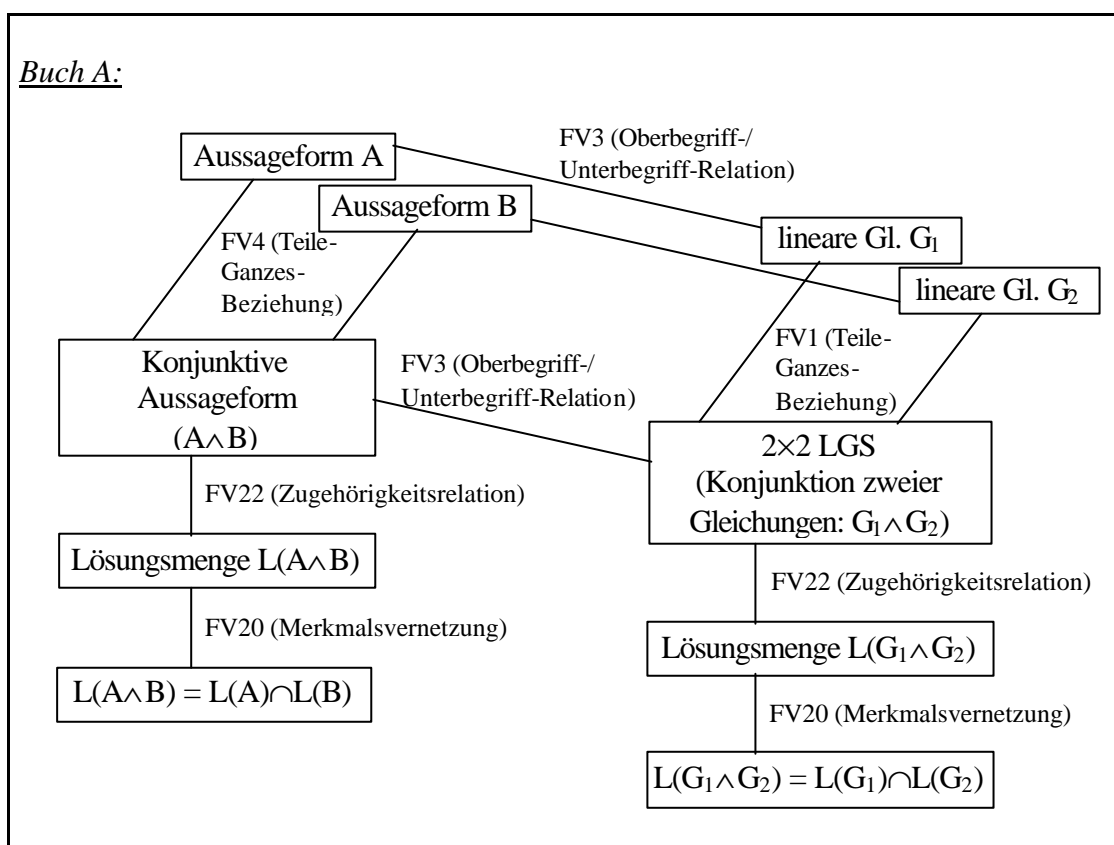
Eliminationsverfahren (an einem Beispiel verdeutlicht)

Aufgaben (algebraisches Lösen von linearen Gleichungssystemen mit genau einer Lösung)

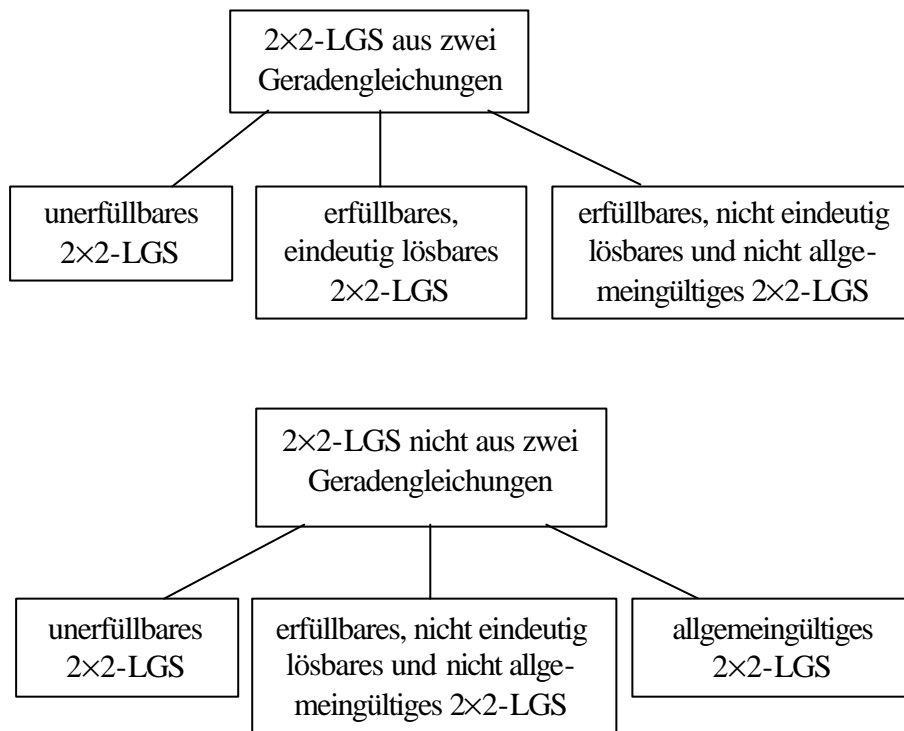
Textaufgaben (Zahlenrätsel, Rätsel)

Anhang E: Vernetzungen im Rahmen des intendierten Curriculums, die nicht Bestand einer weiteren Untersuchung sind

Abbildung 27: Vernetzungen im Rahmen des intendierten Curriculums, die nicht Bestand einer weiteren Untersuchung sind

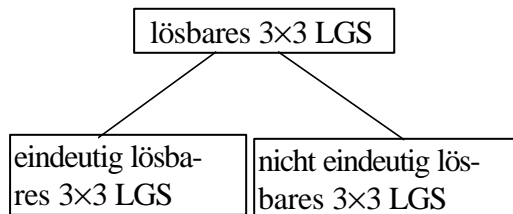


Buch A: Fachsystematische Vernetzungen durch Einteilung / Fallunterscheidung
(FV9 und FV11)

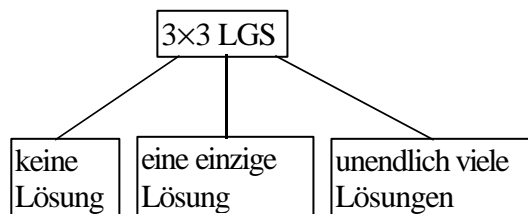


Fachsystematische Vernetzung durch Einteilung

Buch A:



Buch B: (FV7)



Anhang F: Concept Maps zu Gleichungssystemen von zwei Geradengleichungen

Abbildung 28: Concept Map zu Gleichungssystemen von zwei Geradengleichungen auf der Grundlage von Buch G

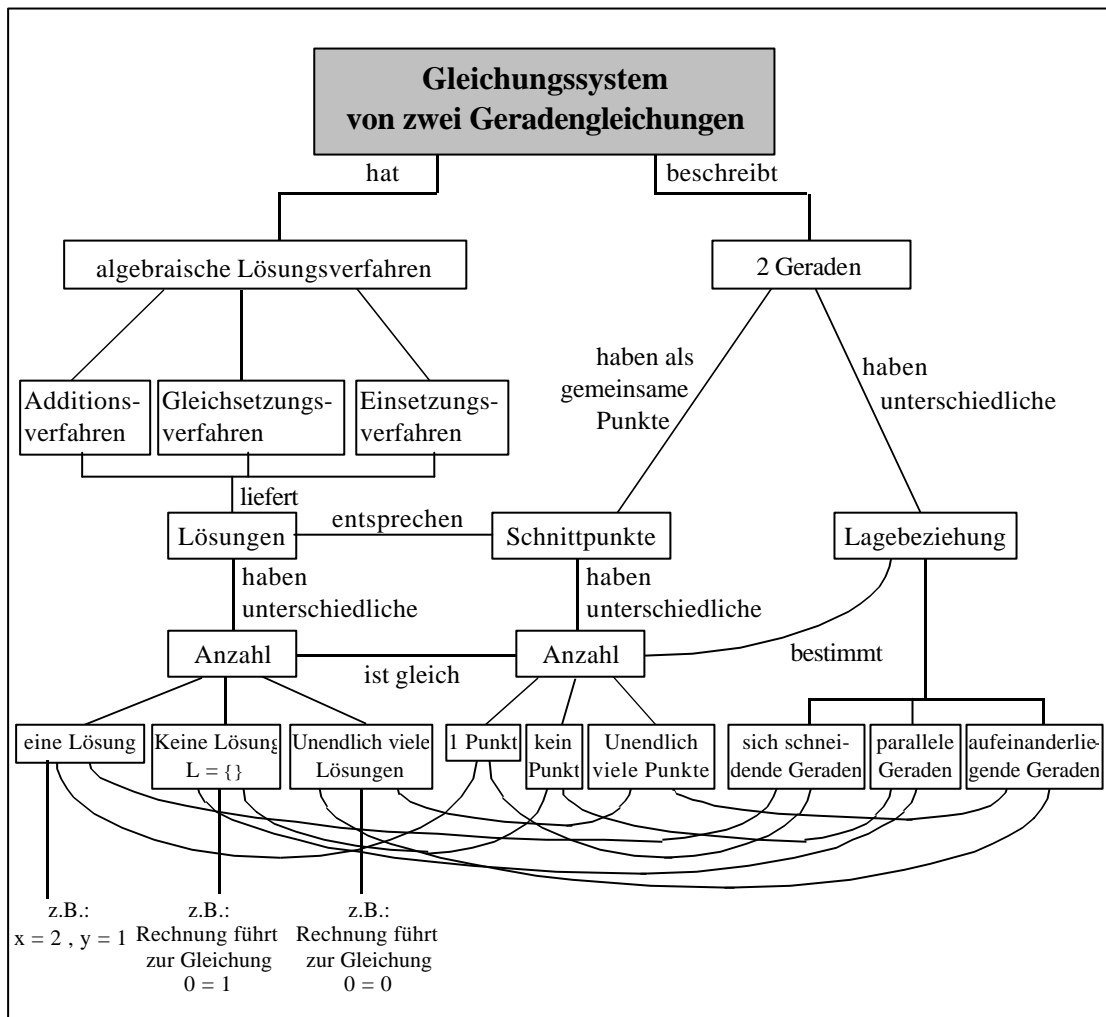
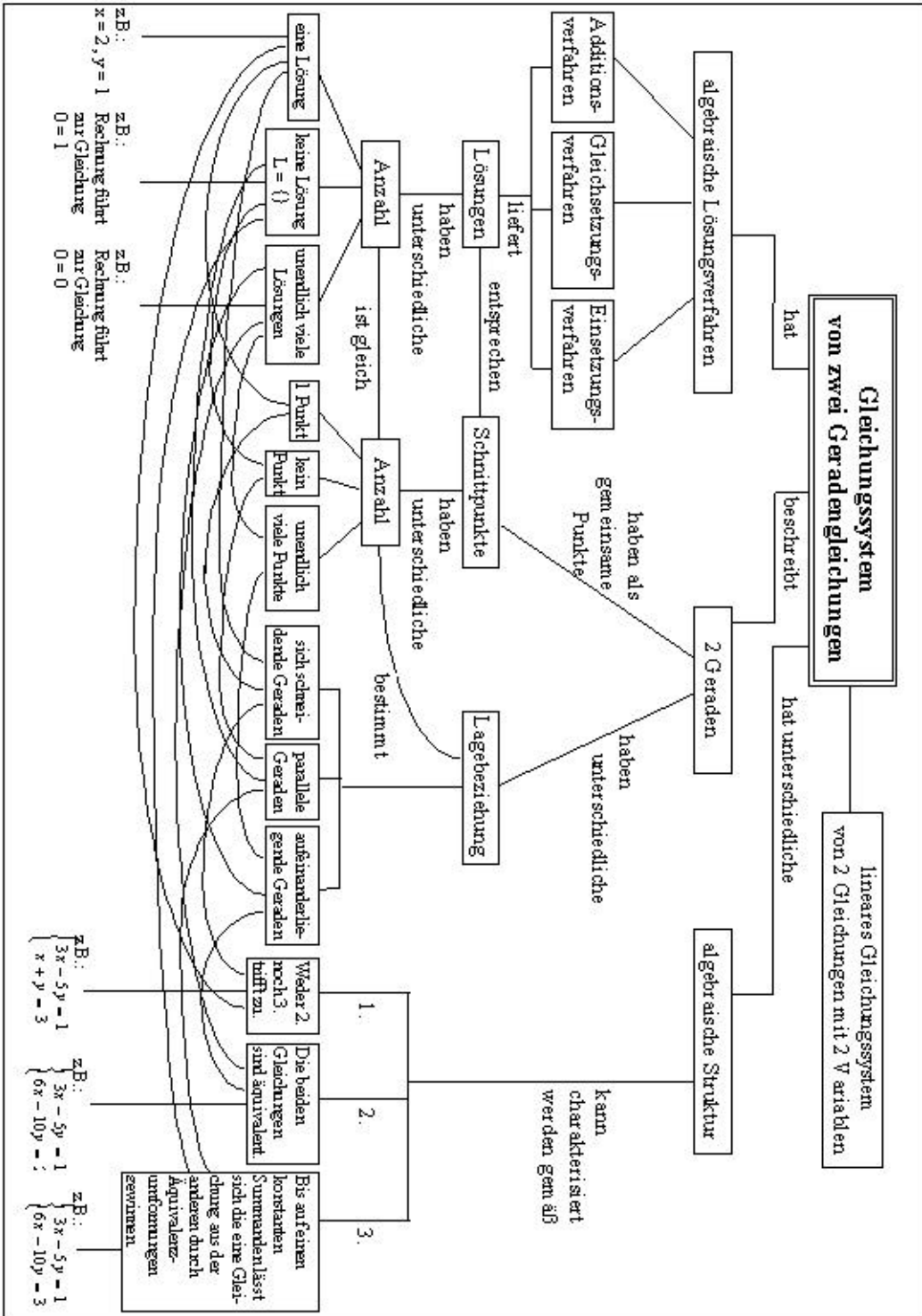


Abbildung 29: Concept Map zu Gleichungssystemen von zwei Geradengleichungen auf der Grundlage von Buch A und Buch B



Anhang G: Befragungskonzept für Lehrerinterviews

1. Über welchen Zeitraum hinweg wurde das Thema der linearen Gleichungssysteme behandelt?
2. Welche Lerninhalte wurden vermittelt?
Erfolgte die Auswahl der Lerninhalte in Anlehnung an das Schulbuch und wenn ja, in welchem Umfang? Wurden auch Lerninhalte vermittelt, die über die Darstellungen des Schulbuches hinausgehen?
3. Wie wurde der Stoff inhaltlich integriert?
4. Haben die Schüler verschiedene Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme kennengelernt? Wurde auch ein graphisches Lösungsverfahren besprochen?
Wurden algebraische Darstellungen und Lösungsmengen von linearen Gleichungssystemen geometrisch interpretiert?
Wurde im Unterricht ein Zusammenhang zwischen der algebraischen Struktur eines Gleichungssystems von zwei Geradengleichungen und der Lösungsmenge des Gleichungssystems hergestellt?
5. Konnten die Schüler im Unterricht die Beschreibung außermathematischer Anwendungen durch lineare Gleichungssysteme erfahren? Wenn ja: Um welche Anwendungen handelte es sich und in welchem Umfang wurden sie dargestellt?
Hat ein fachübergreifender Unterricht zu diesem Thema stattgefunden?
6. Wie wurden Beziehungen zwischen einzelnen Lerninhalten dargestellt? In welchen Bereichen wurde über das Schulbuch hinausgegangen; was wurde ergänzt, was wurde ersetzt, was wurde weggelassen? ...
7. Wie schätzen Sie die motivationale Haltung der Schüler ein?
8. Gibt es besondere Zusammenhänge, die von den Schülern erfaßt und behalten worden sind? Können die Schüler dieses Wissen um Zusammenhänge beim Lösen von Aufgaben und Problemen erfolgreich anwenden? Gelingt den Schülern das Modellieren von Textaufgaben mittels linearer Gleichungssysteme?
Liegen Ihren Einschätzungen zwischenzeitliche Bestandsaufnahmen von Schülerkenntnissen zugrunde?

Anhang H: Lehrerantworten in den Interviews

Die Antworten der drei befragten Lehrer (A, B und G) sind im Folgenden sinngemäß wiedergegeben. Die Aussagen der einzelnen Lehrer sind hierbei nicht zeichronologische entsprechend dem Ablauf des Interviews und der dabei erstellten Gesprächsnotizen aufgeführt, sondern den einzelnen Fragen zugeordnet. Die Lehrerantworten werden dabei jeweils gegenübergestellt.

1. Über welchen Zeitraum hinweg wurde das Thema der linearen Gleichungssysteme behandelt?

Lehrer A: Das Thema der linearen Gleichungssysteme wurde in einem Umfang von 6 bis 8 Wochen unterrichtet.

Lehrer B: Das Thema der linearen Gleichungssysteme wurde über einen Zeitraum von etwa 4 Wochen unterrichtet.

Lehrer G: Lineare Gleichungssysteme wurden über einen Zeitraum von ca. 4 bis 5 Wochen behandelt.

2. Welche Lerninhalte wurden vermittelt?

Erfolgte die Auswahl der Lerninhalte in Anlehnung an das Schulbuch und wenn ja, in welchem Umfang? Wurden auch Lerninhalte vermittelt, die über die Darstellungen des Schulbuches hinausgehen?

Lehrer A: Es wurden die im Schulbuch (Mathematik 8. Schuljahr vom Verlag Cornelsen) dargestellten Lerninhalte vermittelt. Eine Abgrenzung von linearen Gleichungen zu nichtlinearen Gleichungen wurde nicht aufgezeigt; das Bewusstsein der Schüler hierfür nicht geschärft. Auch im Zusammenhang mit Gleichungssystemen wurde den Schülern die Eigenschaft der Linearität nicht vermittelt.

Lehrer B: Die Lerninhalte entsprachen den Vorgaben im verwendeten Schulbuch (Lambacher Schweizer 8 vom Klett Verlag). Es wurden Gleichungssysteme mit zwei und mit drei Gleichungen behandelt.

Lehrer G: Es wurde nach dem Schulbuch (Zahlen und Größen 9 - Mathematik Gesamtschule Erweiterungskurs vom Verlag Cornelsen) unterrichtet. Über das Buch hinausgehende Lerninhalte wurden nicht vermittelt.

3. *Wie wurde der Stoff inhaltlich integriert?*

Lehrer A: Als motivierenden Einstieg in die Thematik der linearen Gleichungssysteme diente die Frage nach den Schnittpunkten von Geraden mit den Koordinatenachsen und nach den Schnittpunkten von zwei Geraden. Dies führte zur Herleitung des Gleichsetzungsverfahrens. Additions- und Einsetzungsverfahren wurden später vorgestellt.

Lehrer B: Es wurde wie im Schulbuch vorgegangen.

Lehrer G: Der Unterricht folgte den Vorgaben des Schulbuches.

4. *Haben die Schüler verschiedene Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme kennengelernt? Wurde auch ein graphisches Lösungsverfahren besprochen?*

Lehrer A: Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen wurden zunächst graphisch gelöst. Anhand der Anschauung wurde das Gleichsetzungsverfahren hergeleitet. Später wurden das Additions- und das Einsetzungsverfahren behandelt. Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen wurden mit dem Additionsverfahren gelöst.

Lehrer B: Die Schüler lernten für Gleichungssysteme mit zwei Geradengleichungen sowohl ein graphisches Lösungsverfahren als auch drei Rechenverfahren kennen. Als Rechenverfahren haben sie das Gleichsetzungsverfahren, das Einsetzungsverfahren und das Additionsverfahren gelernt. Zum Lösen von linearen Gleichungssystemen mit drei Variablen wurde das Additionsverfahren verwendet.

Lehrer G: Als Rechenverfahren für Gleichungssysteme mit zwei Variablen lernten die Schüler das Gleichsetzungsverfahren, das Einsetzungsverfahren und das Additionsverfahren kennen. Die Aufgaben konzentrierten sich auf die Anwendung dieser Verfahren bei der Bestimmung der Lösung eindeutig lösbarer linearer Gleichungssysteme. Rechentraining stand im Mittelpunkt. Ein graphisches Lösungsverfahren wurde ebenfalls besprochen und eingeübt.

Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen wurden nur sehr kurz behandelt. Anhand von wenigen Aufgabenbeispielen wurde hier das Additionsverfahren vorgestellt.

Wurden algebraische Darstellungen und Lösungsmengen von linearen Gleichungssystemen geometrisch interpretiert?

Lehrer A: Geometrische und algebraische Betrachtungen erfolgten bei Gleichungssystemen mit zwei Gleichungen immer parallel. Sich schneidende, parallele sowie identische Geraden wurden im Koordinatensystem graphisch dargestellt; die Lösungen der linearen Gleichungssysteme mit den zugehörigen Geradengleichungen wurden als Schnittpunkte der Geraden interpretiert.

Lehrer B: Verbindungen zwischen Geometrie und Algebra wurden wie im Buch dargestellt. Nach der Vorstellung der rechnerischen Lösungsverfahren war nur noch wenig Bezug zur Geometrie vorhanden, die algebraische Betrachtung hat sich verselbständigt. Der Bezug zwischen den algebraisch gewonnenen Lösungen eines linearen Gleichungssystems und ihrer geometrischen Interpretation wurden allerdings weiterhin hergestellt. Außerdem wurden im Anschluss an die Thematik der linearen Gleichungssysteme lineare Ungleichungssysteme behandelt und diese zeichnerisch gelöst.

Lehrer G: Bezüge zwischen Geometrie und Algebra wurden im Hinblick auf die Lösungen von linearen Gleichungssystemen mit zwei Geradengleichungen hergestellt. Die Lösungen wurden geometrisch als Schnittpunkte von Geraden gedeutet; dies wurde anhand von graphischen Darstellungen im Koordinatensystem erläutert. Auch die Spezialfälle paralleler Geraden bzw. identischer Geraden wurden dabei vorgestellt und der Bezug zu der Anzahl der Lösungen der zugehörigen Gleichungssysteme aufgezeigt. Aufgaben, die das Verständnis dieser Zusammenhänge erfordert hätten, wurden nicht bearbeitet.

*Wurde im Unterricht ein Zusammenhang zwischen der algebraischen Struktur eines Gleichungssystems von zwei Geradengleichungen und der Lösungsmenge des Gleichungssystems bzw. der Lagebeziehung der Geraden hergestellt?*¹

Lehrer A: Zusammenhänge zwischen der algebraischen Struktur eines Gleichungssystems und den zugehörigen Lösungsmengen wurden nicht aufgezeigt. Das Thema wurde über die Geometrie angegangen, nicht über algebraische Strukturen. Die Lagebeziehungen zweier

¹ Im Interview mit Lehrer G erübrigte sich diese Frage aufgrund der Antwort zur 2. Frage.

Geraden wurden dabei nicht mit algebraischen Strukturen der zugehörigen Gleichungssysteme in Verbindung gebracht.

Lehrer B: Der Zusammenhang zwischen der algebraischen Struktur eines Gleichungssystems und seiner Lösungsmenge oder der Lagebeziehung der Geraden wurde nicht thematisiert.

5. *Konnten die Schüler im Unterricht die Beschreibung außermathematischer Anwendungen durch lineare Gleichungssysteme erfahren? Wenn ja: Um welche Anwendungen handelte es sich und in welchem Umfang wurden sie dargestellt? Hat ein fachübergreifender Unterricht zu diesem Thema stattgefunden?*

Lehrer A: Die Beschreibung außermathematischer Anwendungen durch lineare Gleichungssysteme haben die Schüler durch das Lösen von Textaufgaben aus dem Schulbuch erfahren. Die Umsetzung von Texten in algebraische Darstellungen fällt Schülern aber oft schwer. Fachübergreifender Unterricht in Zusammenarbeit mit Lehrern anderer Fächer hat nicht stattgefunden.

Lehrer B: Es wurden nur Anwendungsaufgaben aus dem Buch besprochen, hauptsächlich Zahlenrätsel.

Ein fachübergreifender Unterricht fand nicht statt.

Lehrer G: Es wurden nur wenige Anwendungsaufgaben aus dem Buch gerechnet.

Einen fachübergreifenden Unterricht zu diesem Thema gab es nicht.

6. *Wie wurden Beziehungen zwischen einzelnen Lerninhalten dargestellt? In welchen Bereichen wurde über das Schulbuch hinausgegangen; was wurde ergänzt, was wurde ersetzt, was wurde weggelassen? ...*

Lehrer A: Zusammenhänge wurden im selben Umfang wie im Schulbuch dargestellt und auch wie da anhand graphischer Darstellungen von sich schneidenden, parallelen bzw. identischen Geraden im Koordinatensystem veranschaulicht.

Lehrer B: Außer den geometrischen Darstellungen von Geraden im Koordinatensystem, wie sie auch im Schulbuch zu finden sind, wurden Zusammenhänge in keiner besonderen Weise dargestellt.

Lehrer G: Beziehungen zwischen einzelnen Lerninhalten wurden wie im verwendeten Schulbuch erläutert.

7. *Wie schätzen Sie die motivationale Haltung der Schüler ein?*

Lehrer A: Bei linearen Gleichungssystemen handelt es sich um ein angenehmes Thema, da die Anschauung vorhanden ist. Damit ist dieses Thema auch einfacher zu unterrichten als manches andere. Es ist vorstellbar, dass Schüler an diesem Thema Spass haben, weil sie sehen, was sie machen.

Lehrer B: Lineare Gleichungssysteme sind ein schönes Unterrichtsthema. Lösungsschemata können gut begriffen werden; die Schüler können erfolgreich sein. Bei Anwendungen bekommen die Schüler eine Krise.

Lehrer G: Die Lernmotivation der Schüler ist grundsätzlich ziemlich schlecht - nicht nur im Fach Mathematik!

8. *Gibt es besondere Zusammenhänge, die von den Schülern erfasst und behalten worden sind? Können die Schüler dieses Wissen um Zusammenhänge beim Lösen von Aufgaben und Problemen erfolgreich anwenden? Gelingt den Schülern das Modellieren von Textaufgaben mittels linearer Gleichungssysteme?*

Lehrer A: Es ist schwer zu beantworten, welche Zusammenhänge mathematischer Inhalte Schüler behalten. Die Schüler trainieren nur die Rechenfertigkeit ohne sich Gedanken über Verbindungen zu Geraden zu machen. Nach etwa einem halben Jahr sind praktisch nur noch die Rechenfertigkeiten vorhanden, der Rest nicht, auch bei guten Schülern! Die Rechenverfahren fallen den Schülern zuerst ein, der Bezug zu den Geraden später.

Wenn die Schüler Aufgaben lösen sollen, bei denen sie ihr Wissen auf nicht vertraute Weise einsetzen müssen, dann gelingt dies wahrscheinlich nur wenigen Schülern.

Mit Anwendungsaufgaben haben viele Schüler Schwierigkeiten.

Lehrer B: Die Schüler beherrschen vor allem die Lösungsverfahren. Verbindungen zwischen den Lösungen eines linearen Gleichungssystems und ihrer geometrischen Deutung haben die Schüler begriffen. Diese Kenntnisse müssten auch vorhanden sein.

Das Anwenden vom Wissen über Beziehungen wird den Schülern allgemein schwerfallen, vor allem, wenn die Aufgabenstellung neu für sie ist.

Mit Textaufgaben tun sich die Schüler schwer.

Lehrer G: An Kenntnissen müssten die Schüler die Rechenverfahren einigermaßen behalten haben, sonst wahrscheinlich nichts. Aufgaben,

die nicht anhand eingeübter Schemata zu lösen sind, überfordern die Schüler.

Liegen Ihren Einschätzungen zwischenzeitliche Bestandsaufnahmen von Schülerkenntnissen zugrunde?

Lehrer A: In der 8. Klasse, in der die Tests durchgeführt werden sollen, ist die Behandlung des Themas der linearen Gleichungssysteme gerade beendet worden; in den beiden Kursen des 11. Jahrgangs wurde die Thematik nur in einer kurzen Lerneinheit von ca. einer Woche im Zusammenhang mit quadratischen Gleichungen in Teilbereichen aufgegriffen. Hierbei ging es um Gleichungssysteme, die nicht linear sind. Im 11. Jahrgang wurden außerdem lineare Funktionen über einen Zeitraum von ca. 2 Wochen in einer Lerneinheit behandelt, die der Wiederholung diene.

Lehrer B: Zwischenzeitliche Bestandsaufnahmen von Schülerkenntnissen liegen meinen Einschätzungen nicht zugrunde. Bei den Schülern, die jetzt in der 10. Klasse sind, wurde die Thematik lediglich letztes Jahr, also im Unterricht des 9. Schuljahrs, kurz aufgegriffen und zwar im Zusammenhang mit der Bestimmung der Schnittpunkte einer Geraden mit einer Parabel.

Lehrer G: Eine zwischenzeitliche Überprüfung der Schülerkenntnisse seit dem Unterricht zu diesem Thema gab es nicht.

Anhang I: Testunterlagen

1. Schritt: Brain Storming

Schreibe alles auf, was dir zu linearen Gleichungssystemen einfällt!
(Stichpunkte und/oder Sätze)

2. Schritt:

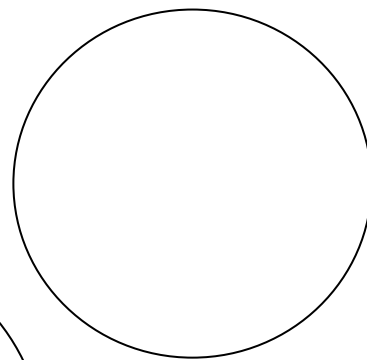
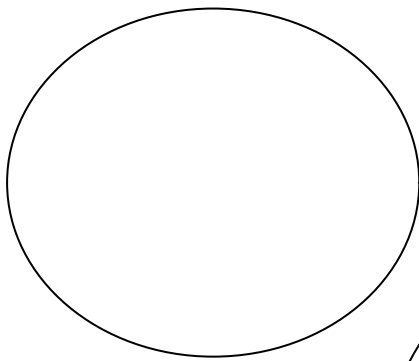
Kreuze diejenigen Begriffe an, die du mit linearen Gleichungssystemen in Verbindung bringst und ergänze ggf. die Liste mit weiteren Begriffen!

1. Zwei Gleichungen
2. Geradengleichung
3. Zwei Variablen: x, y
4. $y = mx + b$
5. Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems
6. Unendlich viele Lösungen
7. Verschiedene Potenzen von x : x, x^2, x^3, \dots
8. Additionsverfahren
9. Schnittpunkte von Geraden
10. Geraden, die keinen Schnittpunkt haben
11. Divisionsverfahren
12. Drei Gleichungen
13. Gleichsetzungsverfahren
14. Abstraktionsverfahren
15. Keine Lösung: $\mathbb{L} = \{ \}$
16. Geraden mit unendlich vielen Schnittpunkten
17. Parallele Geraden
18. Sich schneidende Geraden
19. Einsetzungsverfahren
20. Geraden mit genau einem Schnittpunkt
21. $ax + by = c$
22. Zahlenrätsel¹
23. Hyperbeln
24. Drei Variablen: x, y, z
25. _____
26. _____
27. _____
28. _____
29. _____
30. _____

¹ In allen drei untersuchten Schulbüchern sind unter den Textaufgaben Zahlenrätsel zu finden, die auch mit dieser Überschrift aufgeführt werden.

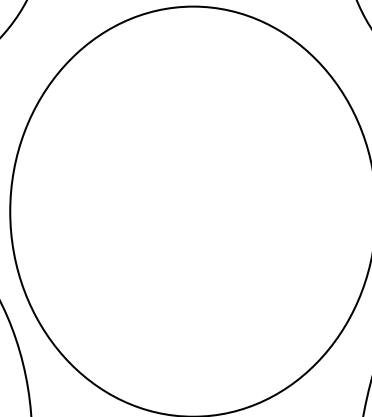
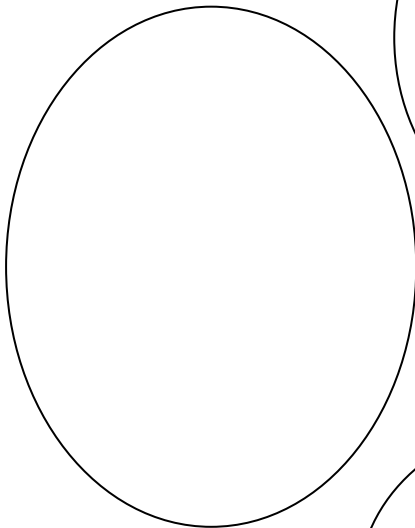
3. Schritt:

Verwende hier diejenigen Begriffe aus der Liste vom 2. Schritt, die du angekreuzt hast! Trage jeweils alle Begriffe, die unter einem gemeinsamen Aspekt zusammengefasst werden können, in eine der Blasen ein! Verwende für deinen Eintrag einfach nur die Nummer des jeweiligen Begriffs! Gib nach Möglichkeit unter jeder Blase auch den Aspekt an, unter dem die Begriffe zusammengefasst wurden! Wenn die vorgezeichneten Blasen nicht ausreichen, so kannst du weitere auf der Rückseite des Blattes hinzufügen.

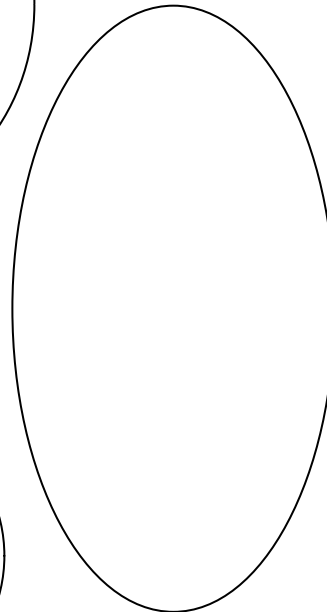


.....

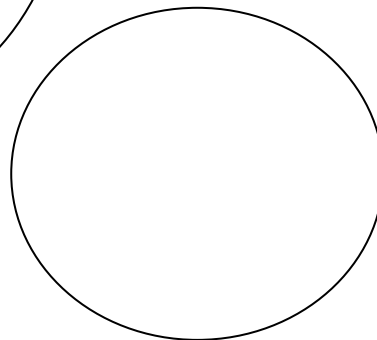
.....



.....



.....

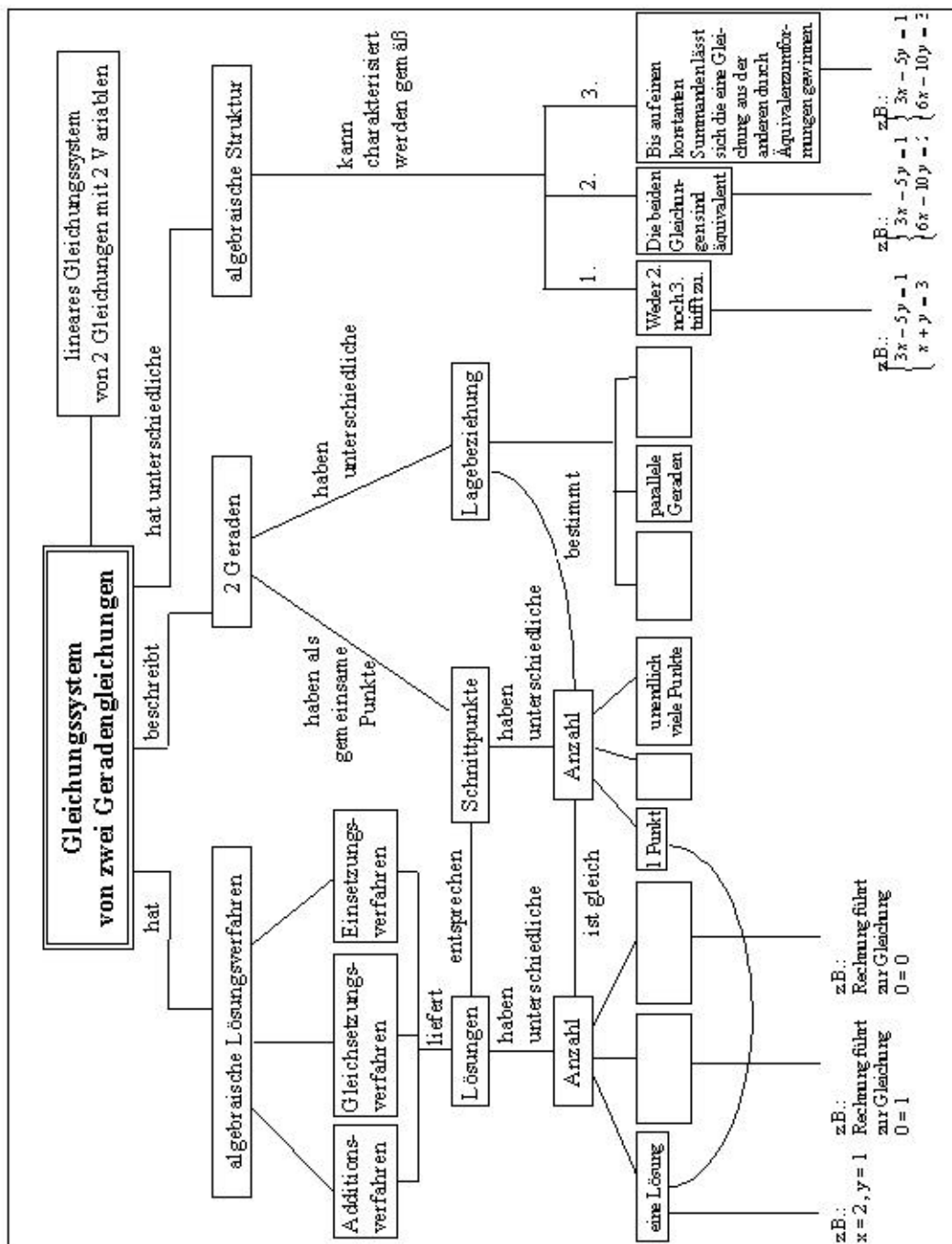


.....

.....

4. Schritt (Gymnasium):

Unten siehst du eine unvollständige „Concept Map“. Trage in die leeren Kästchen die fehlenden Begriffe ein. Im unteren Teil der Concept Map findest du eine Querverbindung vom Begriff „Eine Lösung“ zum Begriff „1 Punkt“, wodurch ein Zusammenhang zwischen diesen beiden Begriffen verdeutlicht wird. Zeichne für alle weiteren Zusammenhänge, die du kennst, entsprechende Verbindungslinien in die Map ein.

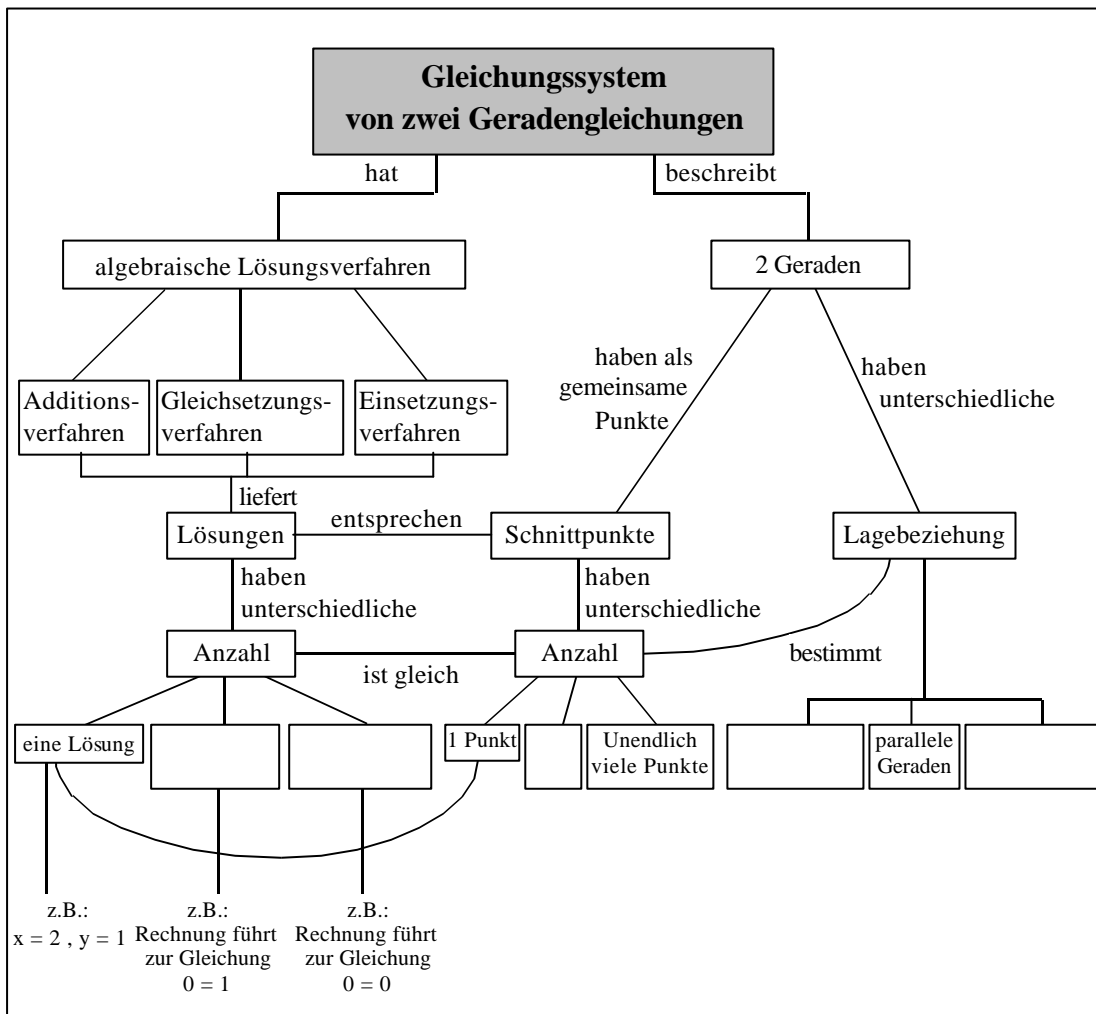


4. Schritt (Gesamtschule):

Unten siehst du eine unvollständige „Concept Map“.

Trage in die leeren Kästchen die fehlenden Begriffe ein.

Im unteren Teil der Concept Map findest du eine Querverbindung vom Begriff „Eine Lösung“ zum Begriff „1 Punkt“, wodurch ein Zusammenhang zwischen diesen beiden Begriffen verdeutlicht wird. Zeichne für alle weiteren Zusammenhänge, die du kennst, entsprechende Verbindungslinien in die Map ein.



5. Schritt:

Löse folgende Aufgaben!

1) Durch die Gleichung

$$3x + 2y = 7$$

wird eine Gerade g beschrieben.

Gib die Gleichung einer weiteren Geraden h an, die

- a) parallel zu g ist,
- b) g im Punkt $P(1 ; 2)$ schneidet,
- c) mehr als einen Schnittpunkt mit g hat.

2) Die Geraden g_1 und g_2 sind parallel zueinander. Die Gerade h schneidet g_1 im Punkt $P(2 ; 1)$ und die Gerade g_2 im Punkt $Q(0 ; 3)$.

Gib Gleichungen an, durch die die drei Geraden beschrieben werden können.

6. Schritt:

Welche der untenstehenden Aufgaben können mit Hilfe des in der Mitte angegebenen linearen Gleichungssystems gelöst werden? Verbinde entsprechend!

<p>1) Herr Jogger läuft jeden Tag entweder eine 6 km lange Waldstrecke oder eine 4 km lange Feldstrecke. In 11 Tagen hat er insgesamt 50 km zurückgelegt. Wie oft lief er die Waldstrecke?</p>	<p>9) Frau Vitaftit kauft Kirschen zu 6 DM pro kg und Trauben zu 4 DM pro kg. Insgesamt kauft sie 11 kg Obst und gibt dafür 50 DM aus.</p>
<p>2) Die Summe zweier Zahlen ist 11. Das Produkt der beiden Zahlen und das Produkt von 4 und 6 ergeben zusammen 50.</p>	$\begin{aligned}x + y &= 11 \\6x + 4y &= 50\end{aligned}$
<p>3) Der Umfang eines Rechtecks beträgt 22 cm. Verdoppelt man die eine Seite und verdreifacht die andere, so erhält man ein Rechteck mit dem Umfang 50 cm.</p>	<p>8) Lena kauft eine kleine und eine große Pralineschachtel und gibt dafür 11 DM aus. Nachdem sie von ihrer Oma 40 DM Taschengeld bekommen hat, kauft sie damit noch 5 kleine und 3 große Pralineschachteln sowie für den Rest von 1 DM noch einen Lutscher.</p>
<p>4) Nach einer Party müssen Herr und Frau Witzig 50 Kinder nach Hause fahren. Im Auto der Frau Witzig können jeweils 4 Kinder mitfahren, im Auto des Herrn Witzig jeweils 6 Kinder. Insgesamt hat das Ehepaar Witzig 11 Fahrten zurückgelegt.</p>	<p>6) Anna und Mark sind zusammen 11 Jahre alt. Ihr 50 Jahre alter Vater ist 6 mal so alt wie Anna und 4 mal so alt wie Mark.</p>
<p>5) Oma fährt jeden Vormittag ins Fitnesscenter und jeden Nachmittag zum Tennisspielen. Dabei legt sie insgesamt 11 km zurück. Letzte Woche hatte Oma eine Erkältung und fuhr nur 4 Mal zum Fitnesscenter und 6 Mal zum Tennisspielen, wobei sie 50 km zurücklegte.</p>	<p>7) Die Quersumme einer zweistelligen Zahl ist 11. Subtrahiert man von 50 das Sechsfache der Zehnerziffer, so erhält man das Vierfache der Einerziffer.</p>

Anhang J: Ergebnisse der Schülertests

Ergebnisse im ersten Untersuchungsschritt

Die nachfolgenden Tabellen 5 bis 9 enthalten für jede der beteiligten Schulen jeweils jahrgangsbezogen die von den Schülern im 1. Untersuchungsschritt aufgeschriebenen Begriffe. Für jeden Begriff ist die absolute und die relative Häufigkeit, mit der er genannt wurde, angegeben; die Begriffe sind in den einzelnen Tabellen jeweils nach fallender Häufigkeit geordnet.

Tabelle 5: Ergebnisse im ersten Untersuchungsschritt am Gymnasium A, Jahrgang 8 (27 Schüler)

Begriff	Absolute Häufigkeit	Relative Häufigkeit
2 Variable	18	67 %
3 Variable	18	67 %
Additionsverfahren	15	56 %
Einsetzungsverfahren	14	52 %
Gleichsetzungsverfahren	12	44 %
$y = mx + n$	9	33 %
Geradengleichungen	7	26 %
Darstellung im Koordinatensystem	7	26 %
Steigung $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	5	19 %
2 Gleichungen	4	15 %
3 Gleichungen	3	11 %
Schnittpunkte ausrechnen	3	11 %
nicht lösbar (leere Menge)	2	7 %
Ungleichungen	2	7 %
Geradengleichung aus Koordinatensystem ablesen	1	4 %
allgemein lösbar	1	4 %
Subtraktionsverfahren	1	4 %
Multiplikation	1	4 %
Dividieren	1	4 %

Tabelle 6: Ergebnisse im ersten Untersuchungsschritt am Gymnasium A, Jahrgang 11 (43 Schüler)

Begriff	Absolute Häufigkeit	Relative Häufigkeit
Darstellung im Koordinatensystem / Graphen / Geraden	34	79 %
$f(x) = mx + s$	30	70 %
Steigung	20	47 %
Achsenabschnitt	17	40 %
Steigung $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	16	37 %
Geradengleichungen	15	35 %
Additionsverfahren	9	21 %
Subtraktionsverfahren	9	21 %
Definitionsmenge	9	21 %
Wertemenge	9	21 %
Einsetzungsverfahren	8	19 %
Koordinaten von Punkten	5	12 %
Äquivalenzumformungen / Umstellen von Gleichungen / Auflösen nach einer Variablen	5	12 %
Gleichsetzungsverfahren	4	9 %
Lineare Funktionen	4	9 %
Keine Quadrate dürfen darin vorkommen	3	7 %
Binomische Formeln	3	7 %
Nullstelle	2	5 %
Ursprungsgerade	2	5 %
Ungerade	1	2 %
In linearen Gleichungssystemen kommen keine Exponenten vor	1	2 %

Tabelle 7: Ergebnisse im ersten Untersuchungsschritt am Gymnasium B, Jahrgang 9 (23 Schüler)

<i>Begriff</i>	<i>Absolute Häufigkeit</i>	<i>Relative Häufigkeit</i>
Darstellung im Koordinatensystem / Graphische Darstellung / Geraden	19	83 %
Abbildungsvorschrift / lineare Funktion	10	43 %
Wertetabelle	6	26 %
Steigung $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	4	17 %
Gleichung aufstellen	1	4 %
Gleichung auflösen	1	4 %
Koordinaten	1	4 %
Formeln	1	4 %

Tabelle 8: Ergebnisse im ersten Untersuchungsschritt am Gymnasium B, Jahrgang 10 (19 Schüler)

<i>Begriff</i>	<i>Absolute Häufigkeit</i>	<i>Relative Häufigkeit</i>
Darstellung im Koordinatensystem / Graphen	10	53 %
Funktionen	6	32 %
Variablen, x- und y-Wert	5	26 %
Gleichungen auflösen	5	26 %
Einsetzungsverfahren	5	26 %
Gleichsetzungsverfahren	4	21 %
2 Gleichungen mit 2 Unbekannten	4	21 %
Quadratische Gleichungen, p-q-Formel	3	16 %
Additionsverfahren	2	11 %
x^2 kommt nicht vor	1	5 %
Steigung einer Geraden	1	5 %
Schnittpunkte	1	5 %
Gleichungen	1	5 %
Ungleichungen	1	5 %

Tabelle 9: Ergebnisse im ersten Untersuchungsschritt an der Gesamtschule, Jahrgang 10 (24 Schüler)

<i>Begriff</i>	<i>Absolute Häufigkeit</i>	<i>Relative Häufigkeit</i>
Binomische Formeln	18	75 %
Satz des Pythagoras	10	42 %
quadratische Gleichungen	8	33 %
Rechnungen	7	29 %
Variable	6	25 %
S(0/0)	6	25 %
achsensymmetrisch	6	25 %
positive y-Werte	5	21 %
Gleichungen	5	21 %
2 Unbekannte sind gesucht	4	17 %
Koordinatensystem	4	17 %
Zeichnungen	4	17 %
Strukturen	4	17 %
$f(x) = x^2$	4	17 %
quadratische Funktionen	3	13 %
Potenzen	1	4 %
Formeln	1	4 %

Randbemerkungen einiger Schüler des Gesamtschulkurses:

„Es war sehr schwer.“

„Langweilig war das Tehma.“

„Man musste zeichnen. Millimeterbock kosten viel geld.“

Ergebnisse im zweiten Untersuchungsschritt

In den Tabellen 10 bis 12 sind die Ergebnisse des zweiten Untersuchungsschrittes dargestellt. Für jeden auf der vorgegebenen Liste aufgeführten Begriff ist schul- und jahrgangsbezogen angegeben, von wie vielen Schülern er angekreuzt wurde und welchem Prozentsatz diese Anzahl jeweils entspricht. Die Begriffe, die in keinem unmittelbaren Zusammenhang mit linearen Gleichungssystemen stehen, wurden grau unterlegt. Die Reihenfolge, in der die einzelnen Begriffe aufgeführt werden, entspricht der in den Testunterlagen. Konzepte, die von den Schülern selber hinzugefügt wurden, sind durch einen Doppelstrich von den vorgegebenen abgesetzt.

Tabelle 10: Ergebnisse im zweiten Untersuchungsschritt, Gymnasium A

Begriff	Jahrgang 8 (27 Schüler)		Jahrgang 11 (43 Schüler)	
	Anzahl	Prozent- satz	Anzahl	Prozent- satz
1. Zwei Gleichungen	27	100 %	34	79 %
2. Geradengleichung	20	74 %	43	100 %
3. Zwei Variablen: x, y	27	100 %	39	91 %
4. $y = mx + b$	26	96 %	35	81 %
5. Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	25	93 %	32	74 %
6. Unendlich viele Lösungen	22	81 %	12	28 %
7. Verschiedene Potenzen von x: x, x^2, x^3, \dots	3	11 %	2	5 %
8. Additionsverfahren	26	96 %	32	74 %
9. Schnittpunkte von Geraden	27	100 %	39	91 %
10. Geraden, die keinen Schnittpunkt haben	19	70 %	21	49 %
11. Divisionsverfahren	5	19 %	25	58 %
12. Drei Gleichungen	27	100 %	15	35 %
13. Gleichsetzungsverfahren	26	96 %	35	81 %
14. Abstraktionsverfahren	0	0 %	3	7 %
15. Keine Lösung: $IL = \{ \}$	26	96 %	10	23 %
16. Geraden mit unendlich vielen Schnittpunkten	18	67 %	6	14 %
17. Parallele Geraden	22	81 %	29	67 %
18. Sich schneidende Geraden	24	89 %	33	77 %
19. Einsetzungsverfahren	25	93 %	36	84 %
20. Geraden mit genau einem Schnittpunkt	23	85 %	29	67 %
21. $ax + by = c$	0	0 %	5	12 %
22. Zahlenrätsel	23	85 %	5	12 %
23. Hyperbeln	0	0 %	1	2 %
24. Drei Variablen: x, y, z	24	89 %	10	23 %
25. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	3	11 %	-	-
26. Geraden ohne Steigung	4	15 %	1	2 %
27. Koordinatensystem	-	-	1	2 %

Tabelle 11: Ergebnisse im zweiten Untersuchungsschritt, Gymnasium B

Begriff	Jahrgang 9 (23 Schüler)		Jahrgang 10 (19 Schüler)	
	Anzahl	Prozent- satz	Anzahl	Prozent- satz
1. Zwei Gleichungen	15	65 %	17	89 %
2. Geradengleichung	21	91 %	15	79 %
3. Zwei Variablen: x, y	18	78 %	17	89 %
4. $y = mx + b$	11	48 %	1	5 %
5. Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	17	74 %	16	84 %
6. Unendlich viele Lösungen	9	39 %	10	53 %
7. Verschiedene Potenzen von x: x, x^2, x^3, \dots	2	9 %	6	32 %
8. Additionsverfahren	7	30 %	14	74 %
9. Schnittpunkte von Geraden	15	65 %	10	53 %
10. Geraden, die keinen Schnittpunkt haben	12	52 %	9	47 %
11. Divisionsverfahren	6	26 %	6	32 %
12. Drei Gleichungen	5	22 %	7	37 %
13. Gleichsetzungsverfahren	5	22 %	15	79 %
14. Abstraktionsverfahren	1	4 %	1	5 %
15. Keine Lösung: $IL = \{ \}$	12	52 %	14	74 %
16. Geraden mit unendlich vielen Schnittpunkten	13	57 %	3	16 %
17. Parallele Geraden	16	70 %	7	37 %
18. Sich schneidende Geraden	15	65 %	8	42 %
19. Einsetzungsverfahren	7	30 %	15	79 %
20. Geraden mit genau einem Schnittpunkt	11	48 %	10	53 %
21. $ax + by = c$	0	0 %	1	5 %
22. Zahlenrätsel	2	9 %	0	0 %
23. Hyperbeln	5	22 %	1	5 %
24. Drei Variablen: x, y, z	3	13 %	10	53 %
25. Parabeln	1	4 %	-	-
26. Waagerechte Geraden	-	-	1	5 %
27. Quadratische Gleichungen	-	-	1	5 %

Tabelle 12: Ergebnisse im zweiten Untersuchungsschritt, Gesamtschule, Jahrgang 10 (24 Schüler)

Begriff	Anzahl	Prozent- satz
1. Zwei Gleichungen	21	88 %
2. Geradengleichung	16	67 %
3. Zwei Variablen: x, y	23	96 %
4. $y = mx + b$	11	46 %
5. Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	22	92 %
6. Unendlich viele Lösungen	3	13 %
7. Verschiedene Potenzen von x : x, x^2, x^3, \dots	24	100 %
8. Additionsverfahren	11	46 %
9. Schnittpunkte von Geraden	15	63 %
10. Geraden, die keinen Schnittpunkt haben	3	13 %
11. Divisionsverfahren	5	21 %
12. Drei Gleichungen	14	58 %
13. Gleichsetzungsverfahren	16	67 %
14. Abstraktionsverfahren	4	17 %
15. Keine Lösung: $IL = \{ \}$	14	58 %
16. Geraden mit unendlich vielen Schnittpunkten	0	0 %
17. Parallele Geraden	12	50 %
18. Sich schneidende Geraden	9	38 %
19. Einsetzungsverfahren	15	63 %
20. Geraden mit genau einem Schnittpunkt	7	29 %
21. $ax + by = c$	5	21 %
22. Zahlenrätsel	0	0 %
23. Hyperbeln	0	0 %
24. Drei Variablen: x, y, z	10	42 %

Ergebnisse im dritten Untersuchungsschritt

In den Tabellen 13 bis 17 sind die von den Schülern im 3. Untersuchungsschritt genannten Bündelungsaspekte und die Häufigkeit, mit der diese schul- und jahrgangsbezogen aufgeführt wurden, angegeben. Sind unter einem bestimmten übergeordneten Aspekt Begriffe zusammengefasst worden, ohne dass der Aspekt selber genannt wurde, so ist die Häufigkeit dieser nicht benannter Bündelungsaspekte ebenfalls angegeben.

In den darauffolgenden Tabellen 18 bis 22 werden, abermals schulbezogen für jeden einzelnen Jahrgang, zu jedem Aspekt die einzelnen ihm zugeordneten Begriffe aufgeführt. Für jeden dieser Begriffe wird die relative Häufigkeit seiner Zuordnung unter einem bestimmten Aspekt bezogen auf die Anzahl der in dem jeweiligen Jahrgang einer Schule ausgefüllten Blasen zu diesem Aspekt angezeigt.

Tabelle 13: Bündelungsaspekte im dritten Untersuchungsschritt, Gymnasium A, Jahrgang 8 (27 Schüler)

<i>Bündelungsaspekt</i>	<i>Anzahl</i>		<i>Prozentsatz</i>	
	<i>benannt</i>	<i>nicht benannt</i>	<i>benannt</i>	<i>nicht benannt</i>
1. Verfahren	17	2	63 %	7 %
2. (Eigenschaften von) Geraden	17	2	63 %	7 %
3. Lösungsmenge	15	2	56 %	7 %
4. (Zahl der) Variablen	14	1	52 %	4 %
5. (Zahl der) Gleichungen	13	2	48 %	7 %
6. (Rechnen mit) 2 Variablen	5	2	19 %	7 %
7. (Rechnen mit) 3 Variablen	5	2	19 %	7 %
8. Formeln	4	-	15 %	-
9. Zahl der Schnittpunkte	1	1	4 %	4 %

Tabelle 14: Bündelungsaspekte im dritten Untersuchungsschritt, Gymnasium A, Jahrgang 11 (43 Schüler)

Bündelungsaspekt	Anzahl		Prozentsatz	
	benannt	nicht benannt	benannt	nicht benannt
1. Lösungs- (Rechen-) verfahren	24	7	56 %	16 %
2. (geometrische Gesichtspunkte von) Geraden	23	8	53 %	19 %
3. Lineare Funktion / Geradengleichung	16	8	37 %	19 %
4. Schnittpunkte von Geraden	8	-	19 %	-
5. Lösungen / Lösungsmengen	5	-	12 %	-
6. Zahl der Variablen	5	-	12 %	-
7. Zahl der Gleichungen	2	-	5 %	-

Tabelle 15: Bündelungsaspekte im dritten Untersuchungsschritt, Gymnasium B, Jahrgang 9, (23 Schüler)

Bündelungsaspekt	Anzahl		Prozentsatz	
	benannt	nicht benannt	benannt	nicht benannt
1. Lösungsverfahren / Rechenarten	7	1	30 %	4 %
2. Geraden	6	-	26 %	-
3. Lösungen / Ergebnis	5	1	22 %	4 %
4. Schnittpunkte	4	-	17 %	-
5. Formeln und Variablen	4	-	17 %	-
6. Zeichnungen / Graphische Besonderheiten	3	-	13 %	-
7. Gleichungssystem mit 2 Gleichungen	2	-	9 %	-
8. Gleichungssystem mit 3 Gleichungen	1	-	4 %	-
9. Zahl der Gleichungen	1	1	4 %	4 %
10. Aufbau der Aufgabe	1	-	4 %	-

Tabelle 16: Bündelungsaspekte im dritten Untersuchungsschritt, Gymnasium B, Jahrgang 10, (19 Schüler)

<i>Bündelungsaspekt</i>	<i>Anzahl</i>		<i>Prozentsatz</i>	
	<i>benannt</i>	<i>nicht benannt</i>	<i>benannt</i>	<i>nicht benannt</i>
1. Lösungsverfahren / Rechenverfahren	9	3	47 %	16 %
2. Lösungsmengen / Lösungen	8	2	42 %	11 %
3. Variablen	5	1	26 %	5 %
4. Schnittpunkte	4	-	21 %	-
5. Zeichnungen / Graphik im Koordinatensystem	3	3	16 %	16 %
6. Zahl der Variablen	2	1	11 %	5 %
7. Zahl der Gleichungen	1	1	5 %	5 %
8. Gleichungssystem mit 2 Unbekannten	2	-	11 %	-
9. Gleichungssystem mit 3 Unbekannten	1	-	5 %	-

Tabelle 17: Bündelungsaspekte im dritten Untersuchungsschritt, Gesamtschule, Jahrgang 10, (24 Schüler)

<i>Bündelungsaspekte</i>	<i>Anzahl</i>		<i>Prozentsatz</i>	
	<i>benannt</i>	<i>nicht benannt</i>	<i>benannt</i>	<i>nicht benannt</i>
1. Lösungen	3	3	13 %	13 %
2. Variablen	3	1	13 %	4 %
3. Zeichnungen von Geraden	2	3	8 %	13 %
4. Linearität	1	-	4 %	-

Tabelle 18: Ergebnisse im dritten Untersuchungsschritt, Gymnasium A, Jahrgang 8

Begriff	Bündelungsaspekt (Nummerierung wie in Tabelle 11) Häufigkeitsangaben in Prozent								
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1. Zwei Gleichungen					100	100			
2. Geradengleichung		11			13		14		
3. Zwei Variablen: x, y		5		100	20	100			
4. $y = mx + b$		16		13	27	29		100	
5. Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems			88		13	14	14		
6. Unendlich viele Lösungen			71				14		
7. Verschiedene Potenzen von x: x, x^2, x^3, \dots				27					
8. Additionsverfahren	100					14	14		
9. Schnittpunkte von Geraden		79							
10. Geraden, die keinen Schnittpunkt haben		79							100
11. Divisionsverfahren	37								
12. Drei Gleichungen					100		100		
13. Gleichsetzungsverfahren	100					14			
14. Abstraktionsverfahren	16								
15. Keine Lösung: $IL = \{ \}$			100			14	14		
16. Geraden mit unendlich vielen Schnittpunkten		79							100
17. Parallele Geraden		79							
18. Sich schneidende Geraden		100							
19. Einsetzungsverfahren	95					14			
20. Geraden mit genau einem Schnittpunkt		84							100
21. $ax + by = c$				7				50	
22. Zahlenrätsel					7	14	14		
23. Hyperbeln									
24. Drei Variablen: x, y, z				100			100		
25. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$								50	
26. Geraden ohne Steigung		11							

Tabelle 19: Ergebnisse im dritten Untersuchungsschritt, Gymnasium A, Jahrgang 11

Begriff	Bündelungsaspekt (Nummerierung wie in Tabelle 12) Häufigkeitsangaben in Prozent						
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
1. Zwei Gleichungen		3	50				100
2. Geradengleichung			83				
3. Zwei Variablen: x, y			67			100	
4. $y = mx + b$			96				
5. Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems			21		80		
6. Unendlich viele Lösungen					40		
7. Verschiedene Potenzen von x: x, x^2, x^3, \dots							
8. Additionsverfahren	90						
9. Schnittpunkte von Geraden		71		100			
10. Geraden, die keinen Schnittpunkt haben		81		13			
11. Divisionsverfahren	55						
12. Drei Gleichungen			21				100
13. Gleichsetzungsverfahren	87						
14. Abstraktionsverfahren	6						
15. Keine Lösung: $IL = \{ \}$			4		100		
16. Geraden mit unendlich vielen Schnittpunkten		13		13			
17. Parallele Geraden		68					
18. Sich schneidende Geraden		77		75			
19. Einsetzungsverfahren	87						
20. Geraden mit genau einem Schnittpunkt		74		88			
21. $ax + by = c$							
22. Zahlenrätsel							
23. Hyperbeln							
24. Drei Variablen: x, y, z						100	

Tabelle 20: Ergebnisse im dritten Untersuchungsschritt, Gymnasium B, Jahrgang 9

Begriff	Bündelungsaspekt (Nummerierung wie in Tabelle 13) Häufigkeitsangaben in Prozent									
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
1. Zwei Gleichungen	13				25		100		100	100
2. Geradengleichung	13				25	67				
3. Zwei Variablen: x, y	13				75		100			100
4. $y = mx + b$	13				75					100
5. Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	13		100							
6. Unendlich viele Lösungen			100							
7. Verschiedene Potenzen von x: x, x^2, x^3, \dots										
8. Additionsverfahren	50									
9. Schnittpunkte von Geraden		67	17	100		67				
10. Geraden, die keinen Schnittpunkt haben		50	17	100						
11. Divisionsverfahren	50									
12. Drei Gleichungen		17						100	100	
13. Gleichsetzungsverfahren	63									
14. Abstraktionsverfahren										
15. Keine Lösung: $IL = \{ \}$			100							
16. Geraden mit unendlich vielen Schnittpunkten		50	17	75		67				
17. Parallele Geraden		83	17	25		67				
18. Sich schneidende Geraden		50	17	75		67				
19. Einsetzungsverfahren	75	17								
20. Geraden mit genau einem Schnittpunkt			17	75		33				
21. $ax + by = c$		50								100
22. Zahlenrätsel										
23. Hyperbeln						67				
24. Drei Variablen: x, y, z					50	67		100		
25. Parabeln						33				

Tabelle 21: Ergebnisse im dritten Untersuchungsschritt, Gymnasium B, Jahrgang 10

Begriff	Bündelungsaspekt (Nummerierung wie in Tabelle 14) Häufigkeitsangaben in Prozent								
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1. Zwei Gleichungen							100	100	
2. Geradengleichung									
3. Zwei Variablen: x, y			100			100		100	
4. $y = mx + b$			17						
5. Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems		100							
6. Unendlich viele Lösungen		78							
7. Verschiedene Potenzen von x : x, x^2, x^3, \dots			83						
8. Additionsverfahren	92								
9. Schnittpunkte von Geraden				100	67				
10. Geraden, die keinen Schnittpunkt haben				75	83				
11. Divisionsverfahren	17								
12. Drei Gleichungen							100		100
13. Gleichsetzungsverfahren	100								
14. Abstraktionsverfahren									
15. Keine Lösung: $IL = \{ \}$		100							
16. Geraden mit unendlich vielen Schnittpunkten					33				
17. Parallele Geraden					83				
18. Sich schneidende Geraden				50	83				
19. Einsetzungsverfahren	100								
20. Geraden mit genau einem Schnittpunkt				75	83				
21. $ax + by = c$			17						
22. Zahlenrätsel									
23. Hyperbeln					17				
24. Drei Variablen: x, y, z			33			100			100
25. Waagerechte Geraden					17				

Tabelle 22: Ergebnisse im dritten Untersuchungsschritt, Gesamtschule, Jahrgang 10

Begriff	Bündelungsaspekt (Nummerierung wie in Tabelle 15) Häufigkeitsangaben in Prozent			
	1.	2.	3.	4.
1. Zwei Gleichungen	50		20	
2. Geradengleichung	50			100
3. Zwei Variablen: x, y		100		
4. $y = mx + b$		100		
5. Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	50		20	100
6. Unendlich viele Lösungen				
7. Verschiedene Potenzen von x: x, x^2 , x^3 , ...		100		
8. Additionsverfahren	33			
9. Schnittpunkte von Geraden			80	
10. Geraden, die keinen Schnittpunkt haben			40	
11. Divisionsverfahren	17			
12. Drei Gleichungen	33		20	
13. Gleichsetzungsverfahren	50			
14. Abstraktionsverfahren	17			
15. Keine Lösung: $IL = \{ \}$		100		
16. Geraden mit unendlich vielen Schnittpunkten				
17. Parallele Geraden			80	
18. Sich schneidende Geraden				
19. Einsetzungsverfahren	50			
20. Geraden mit genau einem Schnittpunkt			20	
21. $ax + by = c$		100		
22. Zahlenrätsel				
23. Hyperbeln				
24. Drei Variablen: x, y, z		75		

Ergebnisse im vierten Untersuchungsschritt

Die Tabellen 23 bis 31 zeigen die Auswertung zum vierten Untersuchungsschritt.

Für die Darstellung der Ergebnisse aus diesem Untersuchungsschritt, in dem eine unvollständige Concept Map zu ergänzen war (siehe Anhang I), wurden die leeren, von den Schülern auszufüllenden Kästchen im unteren Teil der Concept Map von links nach rechts durchnummeriert. Zu diesen Kästchennummern sind in den Tabellen 23 bis 27 die Einträge der Schüler aufgeführt, wobei nicht korrekte oder wenig präzise Einträge grau unterlegt sind. Es wird zudem die Häufigkeit, mit der die einzelnen Angaben gemacht wurden, für jede Schule jahrgangsbezogen angezeigt. Richtige Einträge im 4. und 5. Kästchen sind untereinander austauschbar; in den Tabellen 23 bis 27 wurde der Eintrag „sich schneidende Geraden“ jeweils dem 4. Kästchen und der Eintrag „aufeinanderliegende / identische Geraden“ jeweils dem 5. Kästchen zugeordnet.

Die Tabellen 28 bis 31 geben eine Übersicht über die von den Gymnasialschülern in der Concept Map eingezeichneten Querverbindungen und deren Häufigkeit. Dabei stehen Begriffe, die miteinander verbunden wurden, jeweils in einer Zeile; nicht korrekte Querverbindungen wurden abermals grau unterlegt. Die drei Konzepte zur algebraischen Struktur im rechten Teil der den Gymnasialschülern vorgelegten Concept Map (siehe Anhang I) sind in den Tabellen 28 bis 31 gemäß ihrer Nummerierung in der Concept Map angegeben.

Tabelle 23: *Eingetragene Begriffe im vierten Untersuchungsschritt, Gymnasium A, Jahrgang 8 (27 Schüler)*

<i>Kästchen- nummer</i>	<i>Eintrag</i>	<i>Anzahl</i>	<i>Prozent- satz</i>
1.	keine Lösung	25	93 %
2.	unendlich viele Lösungen	26	96 %
3.	kein Schnittpunkt / 0 Punkte	11	41 %
3.	2 Punkte	6	22 %
4.	sich schneidende Geraden	11	41 %
5.	aufeinanderliegende Geraden	8	30 %
4./5.	senkrechte Geraden	8	30 %
4./5.	steigende Geraden	1	4 %

Tabelle 24: *Eingetragene Begriffe im vierten Untersuchungsschritt, Gymnasium A, Jahrgang 11 (43 Schüler)*

<i>Kästchen- nummer</i>	<i>Eintrag</i>	<i>Anzahl</i>	<i>Prozent- satz</i>
1.	keine Lösung	32	74 %
2.	unendlich viele Lösungen	24	56 %
2.	mehrere Lösungen	5	12 %
3.	kein Schnittpunkt	28	65 %
3.	2 Punkte	5	12 %
4.	sich schneidende Geraden	29	67 %
5.	aufeinanderliegende / identische Geraden	19	44 %
4./5.	nicht parallele Geraden	2	5 %

Tabelle 25: Eingetragene Begriffe im vierten Untersuchungsschritt, Gymnasium B, Jahrgang 9 (23 Schüler)

<i>Kästchen- nummer</i>	<i>Eintrag</i>	<i>Anzahl</i>	<i>Prozent- satz</i>
1.	keine Lösung	22	96 %
2.	unendlich viele Lösungen	10	43 %
2.	2 Lösungen	8	35 %
3.	kein Schnittpunkt	14	61 %
3.	2 Punkte	4	17 %
3.	begrenzt viele Punkte	1	4 %
4.	sich schneidende	12	52 %
5.	aufeinanderliegende / identische Geraden	9	39 %
4./5.	senkrechte Geraden	9	39 %
4./5.	waagerechte Geraden	2	9 %

Tabelle 26: Eingetragene Begriffe im vierten Untersuchungsschritt, Gymnasium B, Jahrgang 10 (19 Schüler)

<i>Kästchen- nummer</i>	<i>Eintrag</i>	<i>Anzahl</i>	<i>Prozent- satz</i>
1.	keine Lösung	18	95 %
2.	unendlich viele Lösungen	11	58 %
2.	2 Lösungen	1	5 %
3.	kein Schnittpunkt / 0 Punkte	12	63 %
3.	2 Punkte	4	21 %
4.	sich schneidende	10	53 %
5.	aufeinanderliegende / identische Geraden	4	21 %
4./5.	senkrechte Geraden	1	5 %
4./5.	ansteigende Geraden	1	5 %
4./5.	Geraden mit 2 Schnittpunkten	1	5 %

Tabelle 27: *Eingetragene Begriffe im vierten Untersuchungsschritt, Gesamtschule, Jahrgang 10 (24 Schüler)*

<i>Kästchen- nummer</i>	<i>Eintrag</i>	<i>Anzahl</i>	<i>Prozent- satz</i>
1.	2 Lösungen	2	8 %
1.	2. Lösung	1	4 %
1.	viele Lösungen	1	4 %
1.	Variablen Lösung	1	4 %
1.	1 Rechnung	1	4 %
2.	keine Lösung	2	8 %
2.	3 Lösungen	1	4 %
2.	3. Lösung	1	4 %
2.	2 Rechnungen	1	4 %
2.	Gleichstellung	1	4 %
3.	0 Punkte	1	4 %
3.	2 Punkte	3	13 %
3.	S(0/0)	1	4 %
4.	sich schneidende Geraden	1	4 %
4./5.	senkrechte Geraden	2	8 %
4./5.	keine Geraden	1	4 %
4./5.	viele Geraden	1	4 %
4./5.	Normalparabel	1	4 %
4./5.	schiefe Parabel	1	4 %
4./5.	linke Parabelhälfte	1	4 %
4./5.	rechte Parabelhälfte	1	4 %

Tabelle 28: Eingezeichnete Querverbindungen im vierten Untersuchungsschritt, Gymnasium A, Jahrgang 8 (27 Schüler)

Querverbindung				Anzahl	Prozent-satz
keine Lösung	kein Schnittpunkt			2	7 %
		parallele Geraden	2. algebraische Struktur	1	4 %
unendlich viele Lösungen	unendlich viele Punkte	aufeinanderlie- gende Geraden		2	7 %

Tabelle 29: Eingezeichnete Querverbindungen im vierten Untersuchungsschritt, Gymnasium A, Jahrgang 11 (43 Schüler)

Querverbindung				Anzahl	Prozent-satz
(eine Lösung)	ein Punkt	sich schneidende Geraden	1. algebraische Struktur	4	9 %
(eine Lösung)	ein Punkt	sich schneidende Geraden		4	9 %
		sich schneidende Geraden	3. algebraische Struktur	1	2 %
keine Lösung	kein Schnittpunkt	Parallele Geraden	3. algebraische Struktur	3	7 %
keine Lösung	kein Schnittpunkt	Parallele Geraden		6	14 %
keine Lösung	kein Schnittpunkt			11	26 %
unendlich viele Lösungen	unendlich viele Punkte	aufeinanderlie- gende Geraden	2. algebraische Struktur	3	7 %
unendlich viele Lösungen	unendlich viele Punkte	aufeinanderlie- gende Geraden		7	16 %
unendlich viele Lösungen	unendlich viele Punkte			2	5 %
	unendlich viele Punkte	Parallele Geraden		1	2 %

Tabelle 30: *Eingezeichnete Querverbindungen im vierten Untersuchungsschritt, Gymnasium B, Jahrgang 9 (23 Schüler)*

Querverbindung				Anzahl	Prozent- satz
(eine Lösung)	ein Punkt	sich schneidende Geraden	1. algebraische Struktur	2	9 %
(eine Lösung)	ein Punkt	sich schneidende Geraden		2	9 %
		sich schneidende Geraden	3. algebraische Struktur	1	4 %
keine Lösung	kein Schnittpunkt	Parallele Geraden	3. algebraische Struktur	3	13 %
keine Lösung	kein Schnittpunkt	Parallele Geraden		1	4 %
keine Lösung	kein Schnittpunkt			4	17 %
unendlich viele Lösungen	unendlich viele Punkte	aufeinanderliegende Geraden	2. algebraische Struktur	3	13 %
unendlich viele Lösungen	unendlich viele Punkte	aufeinanderliegende Geraden		2	9 %
unendlich viele Lösungen	unendlich viele Punkte			1	4 %

Tabelle 31: Eingezeichnete Querverbindungen im vierten Untersuchungsschritt, Gymnasium B, Jahrgang 10 (19 Schüler)

<i>Querverbindung</i>				<i>Anzahl</i>	<i>Prozent- satz</i>
(eine Lösung)	ein Punkt	sich schneidende Geraden	1. algebraische Struktur	1	5 %
(eine Lösung)	ein Punkt	sich schneidende Geraden		1	5 %
keine Lösung	kein Schnittpunkt	Parallele Geraden	3. algebraische Struktur	1	5 %
keine Lösung	kein Schnittpunkt			8	42 %
		Parallele Geraden	2. algebraische Struktur	1	5 %
unendlich viele Lösungen	unendlich viele Punkte	aufeinanderliegende Geraden	2. algebraische Struktur	1	5 %
unendlich viele Lösungen	unendlich viele Punkte	aufeinanderliegende Geraden		1	5 %
unendlich viele Lösungen	unendlich viele Punkte			4	21 %
	unendlich viele Punkte		3. algebraische Struktur	1	5 %

Ergebnisse im fünften Untersuchungsschritt

In der nachfolgenden Tabelle 32 sind jahrgangsbezogen für die beiden Gymnasien die Anzahlen der richtigen Lösungen zu den Aufgaben im fünften Untersuchungsschritt sowie die entsprechenden Prozentsätze angegeben.

Tabelle 32: Ergebnisse der Gymnasialschüler im fünften Untersuchungsschritt

Aufgabe	Gymnasium A				Gymnasium B			
	Jahrgang 8 (27 Schüler)		Jahrgang 11 (43 Schüler)		Jahrgang 9 (23 Schüler)		Jahrgang 10 (19 Schüler)	
	Anzahl	Prozent- satz	Anzahl	Prozent- satz	Anzahl	Prozent- satz	Anzahl	Prozent- satz
1a)	2	7 %	23	53 %	4	17 %	1	5 %
1b)	1	4 %	9	21 %	2	9 %	1	5 %
1c)	6	22 %	24	56 %	5	22 %	2	11 %
2	2	7 %	2	5 %	3	13 %	0	0 %

Ergebnisse im sechsten Untersuchungsschritt

Die nachfolgenden Tabellen 33 und 34 geben eine Übersicht der Auswertung der Schülerlösungen im sechsten Untersuchungsschritt an den beteiligten Gymnasien.

Für jede Schule sind jahrgangsbezogen die Häufigkeiten der eingezeichneten Verbindungen zwischen jeweils einer Textaufgabe und dem vorgegebenen Gleichungssystem angegeben. Diejenigen Aufgabenstellungen, die durch das angegebene Gleichungssystem nicht modelliert werden können, sind grau unterlegt. Die einzelnen Aufgaben werden durch die in den Testunterlagen (siehe Anhang I) angegebenen Nummern gekennzeichnet.

Tabelle 33: Ergebnisse im sechsten Untersuchungsschritt, Gymnasium A

Aufgabe	Jahrgang 8 (27 Schüler)		Jahrgang 11 (43 Schüler)	
	Anzahl	Prozentsatz	Anzahl	Prozentsatz
1)	19	70 %	20	47 %
2)	19	70 %	11	26 %
3)	4	15 %	7	16 %
4)	16	59 %	23	53 %
5)	17	63 %	37	86 %
6)	20	74 %	21	49 %
7)	14	52 %	24	56 %
8)	5	19 %	3	7 %
9)	25	93 %	26	60 %

Tabelle 34: Ergebnisse im sechsten Untersuchungsschritt, Gymnasium B

Aufgabe	Jahrgang 9 (23 Schüler)		Jahrgang 10 (19 Schüler)	
	Anzahl	Prozentsatz	Anzahl	Prozentsatz
1)	10	43 %	14	74 %
2)	14	61 %	6	32 %
3)	6	26 %	7	37 %
4)	19	83 %	9	47 %
5)	12	52 %	10	53 %
6)	12	52 %	12	63 %
7)	10	43 %	8	42 %
8)	4	17 %	4	21 %
9)	16	70 %	11	58 %

Anhang K: Veränderung von Vernetzungen beim Übergang von einem Curriculumsrahmen zum nächsten

Die nachfolgenden Abbildungen 30 bis 34 zeigen detaillierte Netzwerkdarstellungen zur Veränderung der in der Untersuchung betrachteten Vernetzungen entlang des Weges der Lehr- und Lernprozesse.

Sie stellen, getrennt nach den beteiligten Schulen und Jahrgängen, die in den drei Curriculumsrahmen erhobenen Netzwerke jeweils vergleichend dar. In den Graphiken wurden dabei die Abbildungen 16 bis 24 in stilisierter Form eingearbeitet. Die Darstellung des erreichten Curriculums erfasst jeweils nur als „sicher“ einzustufende Vernetzungen, d.h. Vernetzungen, die bei mindestens der Hälfte der Schüler aufgedeckt werden konnten.

Fachsystematische Vernetzungen sind grün eingezeichnet, Modellvernetzungen rot.

Abbildung 30: Vernetzungen in den Curriculumsrahmen des Gymnasiums A, Jg. 8

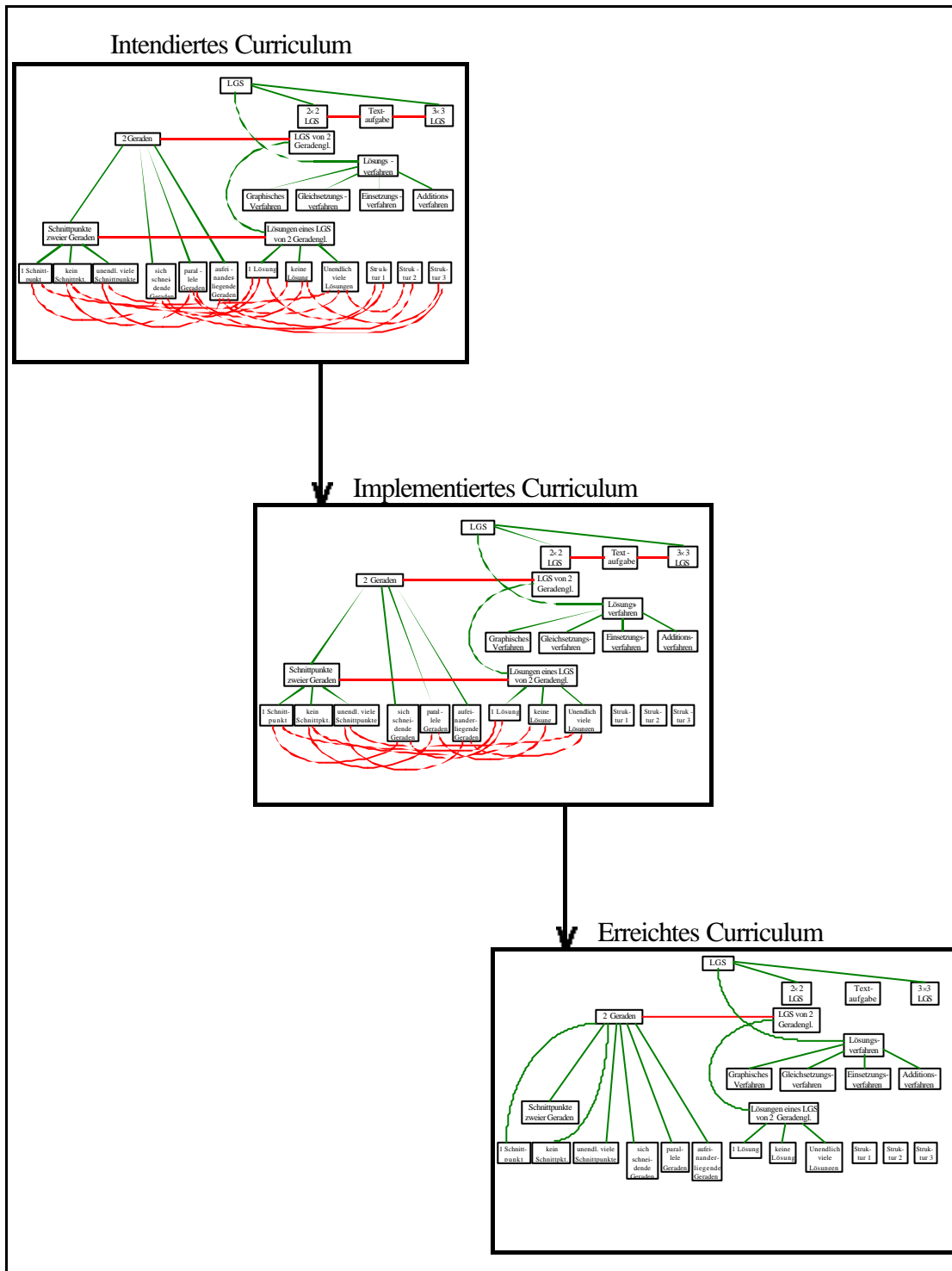


Abbildung 31: Vernetzungen in den Curriculumsrahmen des Gymnasiums A, Jahrgang 11

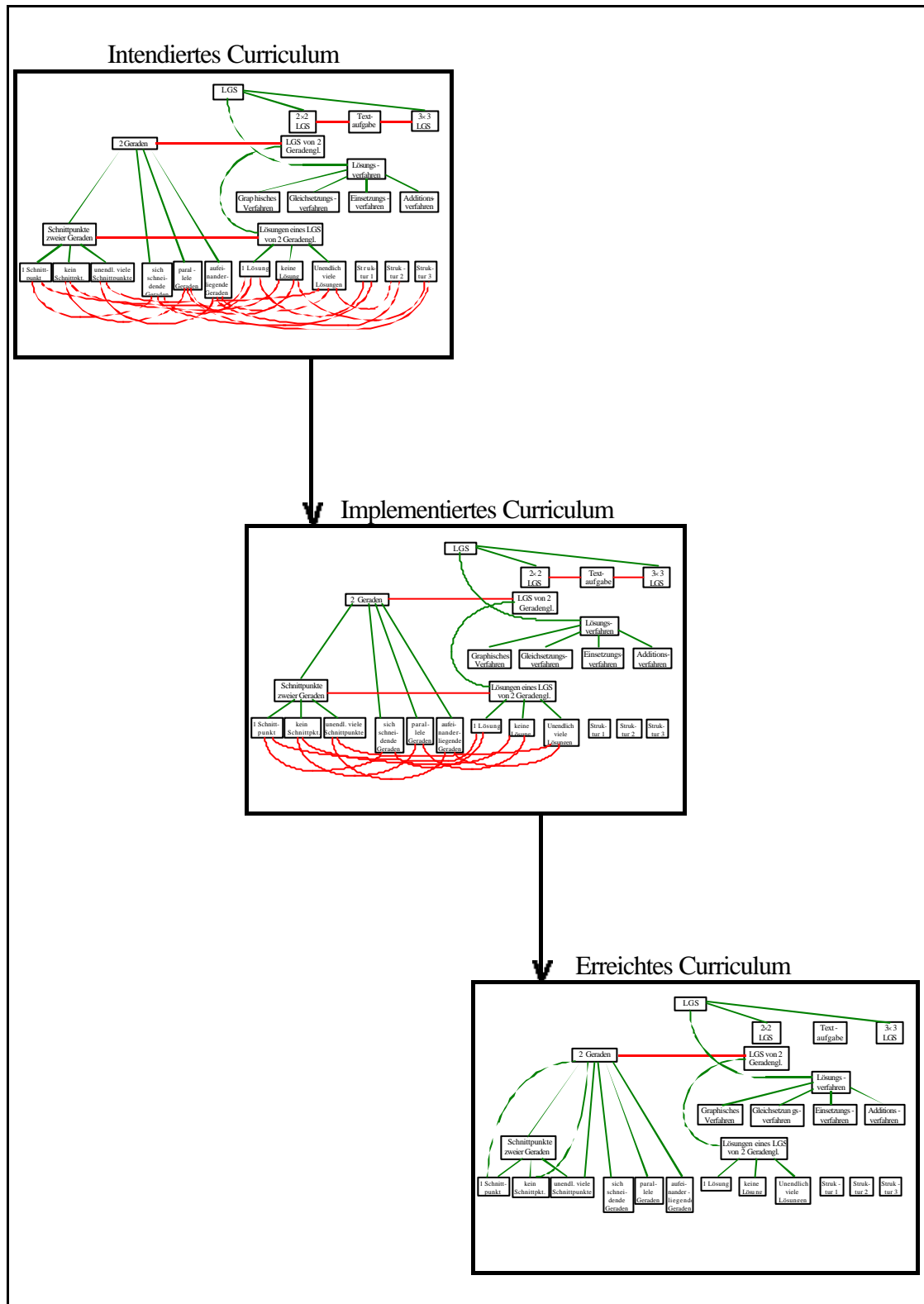


Abbildung 32: Vernetzungen in den Curriculumsrahmen des Gymnasiums B, Jahrgang 9

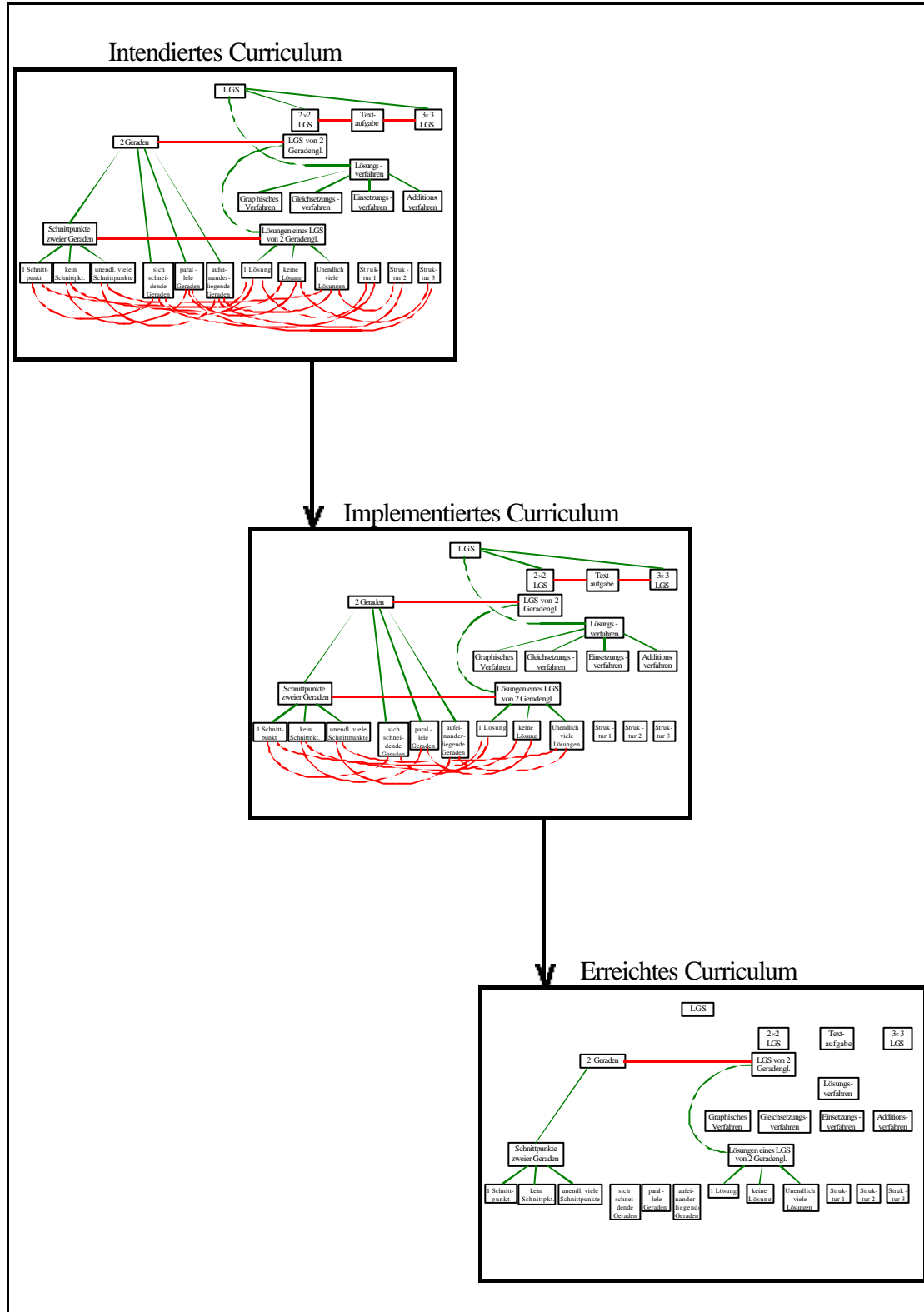


Abbildung 33: Vernetzungen in den Curriculumsrahmen des Gymnasiums B, Jahrgang 10

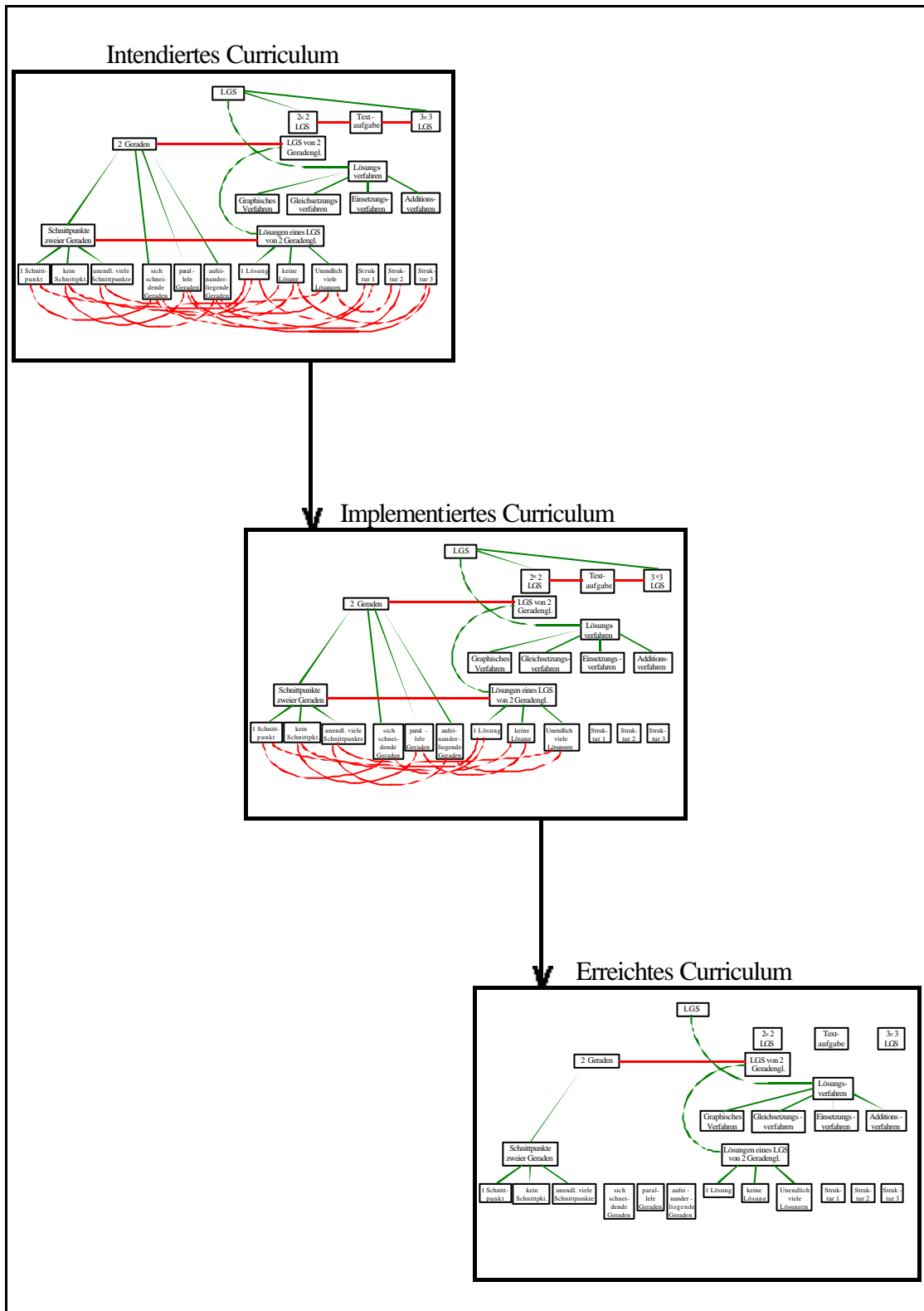


Abbildung 34: Vernetzungen in den Curriculumsrahmen der Gesamtschule, Jahrgang 10

