

# Kapitel 6

## Leitradströmung eines Axialverdichters

Axiale Turbomaschinen sind oft aus mehreren Stufen aufgebaut, welche sich aus einem Lauf- und einem Leitradgitter zusammensetzen. Dennoch wurden bisher die meisten numerischen Simulationen strömungsphysikalischer Vorgänge in Turbomaschinen unter der Annahme durchgeführt, daß die Strömung durch eine isolierte Leit- oder Laufradschaufelreihe in einem Bezugssystem annähernd stationär ist. Streng genommen ist die Strömung in realen Turbomaschinen jedoch aus verschiedenen Gründen wesentlich instationär. Um also die Auslegung noch wirtschaftlicherer Turbomaschinen zu ermöglichen, wird die bessere Erkenntnis strömungsphysikalischer Phänomene benötigt, welche in einem zusammenwirkenden Lauf- und Leitradgitter auftreten.

Die Hauptursache dafür ist bei Axialturbomaschinen die relative Bewegung benachbarter Schaufelreihen in einem inhomogenen Strömungsfeld. Die Leitradschaufelreihe im Einflußbereich der Laufradströmung erfährt die in Teilungsrichtung des Leitradgitters periodische Strömung mit der Frequenz der Laufradschaufeln, während die Laufradschaufelreihe im Einflußbereich der Leitradströmung auch die in Teilungsrichtung des Laufradgitters periodische Strömung mit der Frequenz der Leitradschaufeln erfährt, welche sich vom mitbewegten Bezugssystem aus betrachtet an der Laufradschaufelreihe vorbeibewegen. Als Folge werden die Strömungen in den einzelnen Schaufelreihen gegenseitig beeinflußt.

Der instationäre Strömungsvorgang beeinflußt die Turbomaschine in verschiedener Hinsicht. Er wirkt sich u. a. auf den Wirkungsgrad, die Wärmeübertragung in Turbinen und die aerodynamische Stabilität in Verdichtern aus. Die Entstehungsursache für die instationäre Strömung unterscheidet sich je nach Art der Turbomaschinen. Bei einer einstufigen Axialturbomaschine, welche aus einer mitbewegten Schaufelreihe und einer feststehenden Schaufelreihe besteht, kommen z. B. hauptsächlich folgende Ursachen in Frage.

Die erste Ursache ist die Wechselwirkung der Potentiale infolge relativer Bewegung der benachbarten Schaufelreihen. Da die vorhergehende Laufradschaufelreihe mit einer Umfangsgeschwindigkeit rotiert, erfährt die nachfolgende Leitradschaufelreihe einen zeitlich veränderlichen Druck, welcher im mitbewegten Bezugssystem ungleichförmig und stationär ist. Die Laufradschaufelreihe dazu erfährt einen instationären Druck, welcher im feststehenden Bezugssystem ungleichförmig und stationär ist. Eine derartige Wechselwirkung der Potentiale mit den benachbarten Schaufelreihen ist ein rein reibungsfreies Phänomen. Die Potentiale führen sowohl stromab als auch stromauf zu einer periodisch ungleichförmigen Strömung und

wirken sich auf den statischen Druck und den Geschwindigkeitsvektor aus. Die Wechselwirkung der Potentiale klingt mit zunehmendem Axialabstand etwa exponentiell ab und ist bei einem Axialabstand in der Größenordnung einer halben bis ganzen Sehnenlänge vernachlässigbar [33]. Jedoch ist in den meisten ausgeführten Axialturbomaschinen die Entfernung der benachbarten Schaufelreihen geringer, und es kommt daher zur Wechselwirkung der Potentiale.

Jede Schaufel erzeugt stromab eine Delle im Nachlauf, welche zu einer ungleichförmigen Verteilung der Verluste und damit der Geschwindigkeit, des statischen Drucks sowie der Turbulenz führt. Die Nachlaufdellen, welche aus der Laufradschaufelreihe entstehen, sind im mitbewegten Bezugssystem annähernd stationär, aber im feststehenden Bezugssystem instationär, was zur Wechselwirkung der Nachlaufdellen mit der Leitrad-schaufelreihe führt. Obwohl die Reibung die Nachlaufdellen verursacht, kann die Wechselwirkung als ein reibungsfreier Prozeß betrachtet werden. Eine vollständige Ausmischung der Nachlaufdellen mit der Hauptströmung erfolgt erst mehrere Sehnenlängen stromab von den Hinterkanten der Laufradschaufelreihe, so daß eine derartige Wechselwirkung auch bei großen Axialabständen nicht zu vermeiden ist [33].

Die Wechselwirkungen der Wirbel im Laufradnachlauf wie z. B. Kanalwirbel an den Seitenwänden, Eckenwirbel sowie Hinterkantenwirbel mit der Leitrad-schaufelreihe führen auch stromab zu einem ungleichförmigen Strömungsfeld in Teilungsrichtung des Leitradgitters. Diese Wirbel rufen auch unabhängig von den Wechselwirkungen instationäre Strömungen im Leitrad-schaufelkanal hervor, da die sich von den Laufradschaufeln kontinuierlich ablösenden Wirbel in die Leitrad-schaufelkanäle laufen.

Im transonischen Strömungsbereich kommen noch die Wechselwirkung der aus der Laufradschaufelreihe hinauslaufenden Stöße mit den Leitrad-schaufeln sowie die Wechselwirkung von Stößen mit Grenzschichten an den Lauf- und Leitrad-schaufeln hinzu. Zum Schluß ist auch Schwingungen der Leit- oder Laufradschaufeln eine Ursache für die Instationarität der Strömung in Axialturbomaschinen.

Die oben genannten Quellen stellen sich nicht einzeln ein, sondern immer komplex, und daraus entstandene instationäre Phänomene sind sogar bei stationärem Betrieb von Turbomaschinen unvermeidlich. Es ist also von großer Bedeutung, bei der Auslegung von Turbomaschinen die in einer Schaufelreihe im Einflußbereich der benachbarten Schaufelreihe auftretenden instationären Strömungsmerkmale zu erfassen.

Eine vollständige Analyse instationärer Phänomene bietet jedoch heutzutage noch große Schwierigkeiten bei der numerischen Behandlung. Ein Hauptgrund dafür liegt im Rechenaufwand und im Speicherplatzbedarf. Daraus entsteht die Notwendigkeit, die ebene Strömung im Mittelschnitt zu berechnen, welche den physikalischen Sachverhalt instationärer Strömung genügend genau beschreibt. Es wird auch versucht, die Zahl der Einflußmöglichkeiten durch eine geeignete Modellbildung zu reduzieren, um die Berechnung von Strömungen in Schaufelkanälen möglichst leicht zu machen.

Eine dimensionslose Kennzahl, welche ein Maß für die Instationarität der Strömung in Turbomaschinen zum Ausdruck bringt, ist die sogenannte *reduzierte Frequenz*  $\Omega$ . Erfährt eine Schaufelreihe eine Zuströmung mit einer axialen Geschwindigkeitskomponente  $\bar{V}_x$  und einer Frequenz  $\bar{\omega}$ , so ist die Änderung lokaler Strömungsgrößen beim Durchgang eines Fluidteilchens durch den Schaufelkanal abhängig vom Verhältnis der Transportzeit  $\bar{L}_x/\bar{V}_x$  des Fluidteilchens

für die Wegstrecke  $\bar{L}_x$  zu der Periode  $\bar{\omega}^{-1}$

$$\Omega = \frac{\bar{\omega} \bar{L}_x}{V_x}, \quad (6.1)$$

wobei  $\bar{L}_x$  die axiale Sehnenlänge der betrachteten Schaufel ist. Diese dimensionslose Kennzahl ist auch ein Maß zur Bewertung relativer instationärer Effekte eines Strömungsvorgangs zu stationären Effekten in einem Schaufelkanal. Für  $\Omega \ll 1$  sind instationäre Effekte klein, und es existiert eine quasi-stationäre Strömung. Für  $\Omega \gg 1$  dominieren instationäre Effekte.

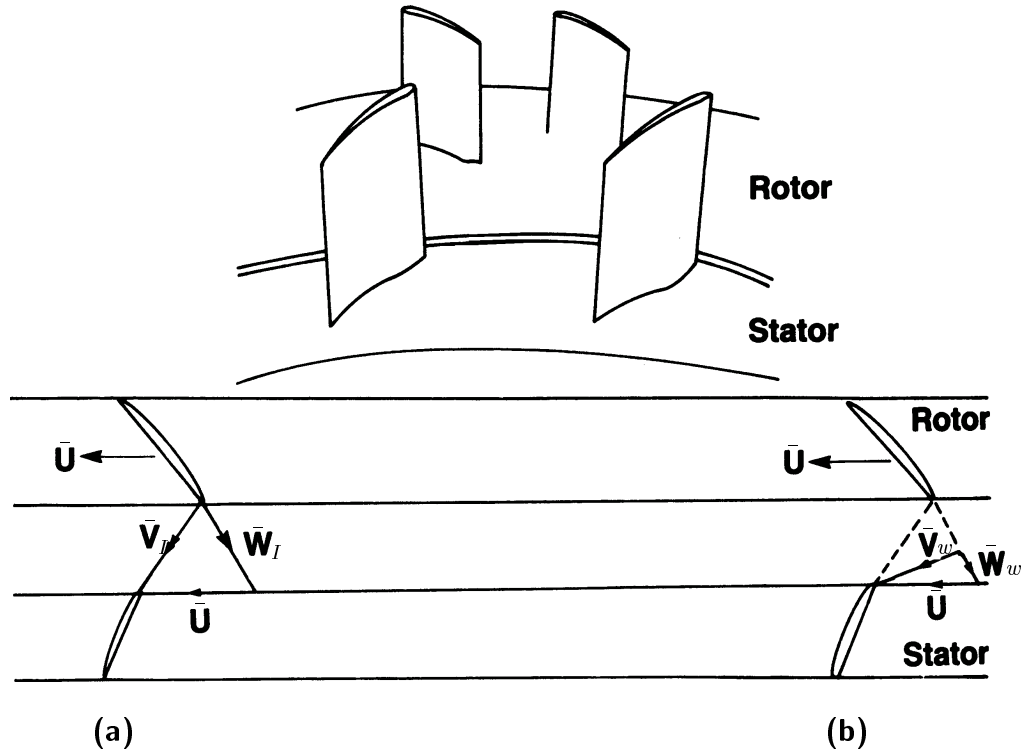
Für  $\bar{\omega} = 0$  in (6.1) ist die Strömung in einer Schaufelreihe stationär ( $\Omega = 0$ ). Auch wenn die Zuströmung zu einem Schaufelgitter stationär ist, entwickelt sich bei positiven Druckgradienten, insbesondere im Verzögerungsgitter, eine Reihe von Ablöseblasen entsprechend der eingestellten Inzidenz an der Saug- oder (und) Druckseite der Schaufeln kontinuierlich. Diese Ablöseblasen führen zu einer instationären Strömung innerhalb und außerhalb der Schaufelreihe.

## 6.1 Physikalische Darstellung

Die reale Strömung in Turbomaschinen ist äußerst komplex, und damit ist es derzeit nicht möglich, alle in Turbomaschinen auftretenden strömungsphysikalischen Phänomene durch eine numerische Simulation zu erfassen. Um sowohl einen qualitativen und quantitativen Vergleich mit vorliegenden Meßdaten als auch eine ausführliche Parameterstudie über das physikalische Verhalten der Strömung in Turbomaschinen durchzuführen, wird nachfolgend die Strömung im Mittelschnitt der Leitradschaufelreihe im Einflußbereich der vorhergehenden Laufradströmung eines axialen Verdichters (Bild 6.1) im Unterschallbereich untersucht. In den weiteren Überlegungen wird auch auf mechanische Schwingungen der Schaufeln bewußt verzichtet. Die numerische Analyse beschränkt sich dabei auf die Untersuchungen der Wechselwirkungen sowohl der Dellen als auch der Hinterkantenwirbel im Laufradnachlauf und der Potentiale mit den Leitradschaufeln.

Einerseits zur Vereinfachung der Laufradnachlaufströmung und andererseits zum Vergleich mit den vorhandenen Meßdaten [69] werden im folgenden die Laufradschaufeln durch eine Folge von Kreiszyklindern ersetzt. Dies basiert auf der Annahme, daß eine physikalisch ausreichende Ähnlichkeit zwischen der Laufradnachlaufströmung und der Zylinderumströmung existiert. Wie in Bild 6.2 dargestellt ist, bewegen sich die Zylinder an der Eintrittsebene 2 der Leitradschaufelreihe mit einer Geschwindigkeit  $\bar{U}$  vorbei, welche der Umfangsgeschwindigkeit der Laufradschaufeln im Mittelschnitt entspricht.

Bei Abwesenheit von Nachläufen hinter den Zylindern als idealer Fall entsprechen die Zuströmungsgeschwindigkeitsvektoren  $\bar{V}_{1_I}$  und  $\bar{W}_{1_I}$  den Abströmungsgeschwindigkeitsvektoren  $\bar{V}_{2_I}$  und  $\bar{W}_{2_I}$  in der Ebene 2. Allerdings ändern sich infolge abgelöster Wirbel hinter den Zylindern die Größe und die Richtung von  $\bar{V}_{2_w}$  und  $\bar{W}_{2_w}$  im Nachlauf (siehe Bild 6.1 (b)) kontinuierlich in Teilungsrichtung, wodurch sich auch  $\alpha_2$  und  $\beta_2$  ändern. Als Folge sind die Geschwindigkeitsdreiecke in der Ebene 2 eine Funktion von Ort und Zeit, und damit ist die Strömung in der Ebene 2 immer instationär unabhängig von der Betrachtungsweise. Die Zylinder sind den Leitradschaufeln an Teilung gleich, so daß es möglich ist, nur in einem Schaufelkanal einzelne Strömungsgrößen in allen am Umfang verteilten Schaufelkanälen zu berechnen. Die



**Bild 6.1: Geschwindigkeitsdreiecke für die freie Strömung (a) und für die Nachlaufströmung (b) im Mittelschnitt einer axialen Verdichterstufe**

hier betrachtete Leitradsschaufel hat einen Staffellungswinkel  $\gamma$  von  $29^\circ$ . Für die detaillierten Geometriedaten sei auf [67] verwiesen.

Alle Größen werden hier in Bezug auf die von den feststehenden Leitradsschaufeln aus betrachteten Zuströmgrößen an der Eintrittsebene 1 der Zylinder und die Schaufelsehnenlänge  $\bar{L}_\infty$  als die Referenzgrößen  $\infty$  dimensionslos gemacht. Die dimensionslosen Größen, welche die Strömung in den Leitradsschaufelkanälen charakterisieren, sind die *Reynolds-Zahl*  $Re_\infty$ , die *Mach-Zahl*  $M_\infty$ , die Umfangsgeschwindigkeitsgröße  $U$  und der Zuströmwinkel  $\alpha$ . Bei nachfolgenden Rechnungen werden eine Referenz-*Reynolds-Zahl* und eine Referenz-*Mach-Zahl* von

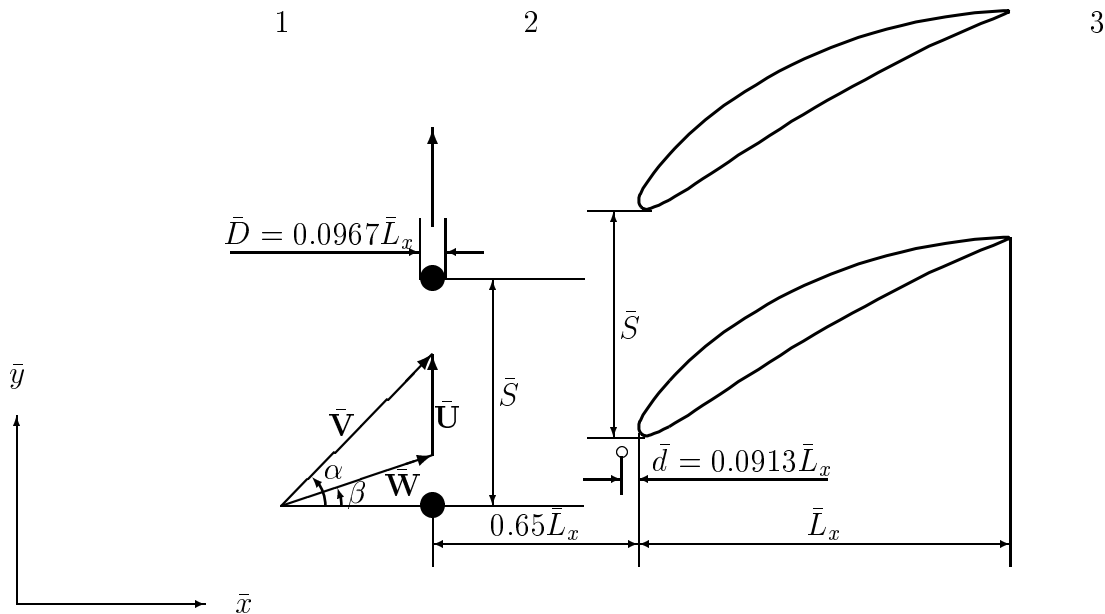
$$Re_\infty = \frac{\bar{\rho}_\infty \bar{V}_\infty \bar{L}_\infty}{\bar{\mu}_\infty} \approx 0.405 \times 10^6, \quad M_\infty = \frac{\bar{V}_\infty}{\sqrt{\kappa \bar{R} \bar{T}_\infty}} \approx 0.294 \quad (6.2)$$

konstant gehalten.

Berücksichtigt man nur die Nachlaufdellen, welche von den mitbewegten Zylindern aus betrachtet zeitlich konstant sind, so ist bei der gleichen Teilung  $S$  die Instationärität der Strömung in den Leitradsschaufelkanälen entsprechend der *reduzierten Frequenz*

$$\Omega = \frac{\omega L_x}{V_{1x}} = 2\pi \frac{U}{V_{1x}} \frac{L_x}{S} \quad (6.3)$$

nur eine Funktion der *Durchflußkenngröße* ( $=V_{1x}/U$ ). Um das strömungsphysikalische Verhalten in den Leitradsschaufelkanälen zu untersuchen, wird hier die *Durchflußkenngröße* als



**Bild 6. 2: Eine geometrische Darstellung der Problemstellung**

Referenzparameter variiert.

Für die Zylinderumströmung bei einer *Reynolds*-Zahl über  $Re_\infty = 40$  entsteht eine periodische *Wirbelstraße* in großem Abstand hinter dem Zylinder, aber bei einer *Reynolds*-Zahl über  $Re_\infty = 300$  wird die periodisch abgelöste Wirbelschicht durch die turbulente Diffusion im Nachlauf teilweise ausgelöscht, und dann bildet sich eine unregelmäßige turbulente Wirbelströmung im Nachlauf aus [63]. Die von den mitbewegten Zylindern aus betrachtete *Reynolds*-Zahl  $Re$ , gebildet mit der von den mitbewegten Zylindern aus betrachteten Zuströmgeschwindigkeitsgröße  $\bar{W}_1$  und dem Zylinderdurchmesser  $\bar{D}$ , hängt von der Umfangsgeschwindigkeitsgröße  $U$  und dem Zuströmwinkel  $\alpha_1$  ab und beträgt etwa  $Re = DW_1 Re_\infty \approx 2.3 \times 10^4$ . Die stark erhöhte turbulente Wirbelströmung aus den mitbewegten Zylindern läuft mit oder ohne Wechselwirkung mit den Leitrad-schaufeln in die Leitrad-schaufelkanäle. Aus diesem Grund ist in den Leitrad-schaufelkanälen der Instationarität durch die Wechselwirkungen, die Instationarität durch eine turbulente Wirbelströmung aus den mitbewegten Zylindern überlagert.

Zu einem diskreten Zeitpunkt  $t$  werden die auf die mitbewegten Zylinder wirkenden dimensionslosen Kräfte,  $C_W$  parallel zur Zuströmung und  $C_A$  normal zur Zuströmung, durch die Integration des statischen Drucks  $p_w$  und der Wirbelstärke  $\xi_w$  an der Wand um die Zylinderoberfläche

$$C_{F_x} = - \int_0^{2\pi} p_w \cos \theta d\theta + \frac{\mu}{Re_\infty} \int_0^{2\pi} \xi_w \sin \theta d\theta, \quad (6.4)$$

$$C_{F_y} = - \int_0^{2\pi} p_w \sin \theta d\theta - \frac{\mu}{Re_\infty} \int_0^{2\pi} \xi_w \cos \theta d\theta, \quad (6.5)$$

$$C_W = \cos \beta C_{F_x} + \sin \beta C_{F_y}, \quad C_A = \sin \beta C_{F_x} + \cos \beta C_{F_y} \quad (6.6)$$

mit

$$\xi_w = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} \right) \frac{\bar{L}_\infty}{\bar{V}_\infty} = \bar{\xi}_w \frac{\bar{L}_\infty}{\bar{V}_\infty} \quad (6.7)$$

bestimmt, wobei  $C_{F_x}$  und  $C_{F_y}$  jeweils die auf die mitbewegten Zylinder wirkenden dimensionslosen Kräfte in  $x$ ,  $y$  Richtungen sind.

Bei der zeitlich veränderlichen Zuströmung zum Schaufelgitter sind die Auftriebskraft  $C_A$  normal zur Zuströmung und die Widerstandskraft  $C_W$  parallel zur Zuströmung nicht klar definierbar. Somit werden die auf die Leitrad-schau-feln wirkenden dimensionslosen Kräfte,  $C_H$  parallel zur Leitrad-schau-felsehne und  $C_N$  normal zur Leitrad-schau-felsehne, auch durch die Integration des statischen Drucks  $p_w$  und der Wirbelstärke  $\xi_w$  an der Wand um die Schaufeloberflächenlänge  $l$

$$C_{F_x} = -2 \int_0^l p_w \cos \theta \mathbf{n} dl + \frac{2\mu}{Re_\infty} \int_0^l \xi_w \sin \theta \mathbf{n} dl, \quad (6.8)$$

$$C_{F_y} = -2 \int_0^l p_w \sin \theta \mathbf{n} dl - \frac{2\mu}{Re_\infty} \int_0^l \xi_w \cos \theta \mathbf{n} dl, \quad (6.9)$$

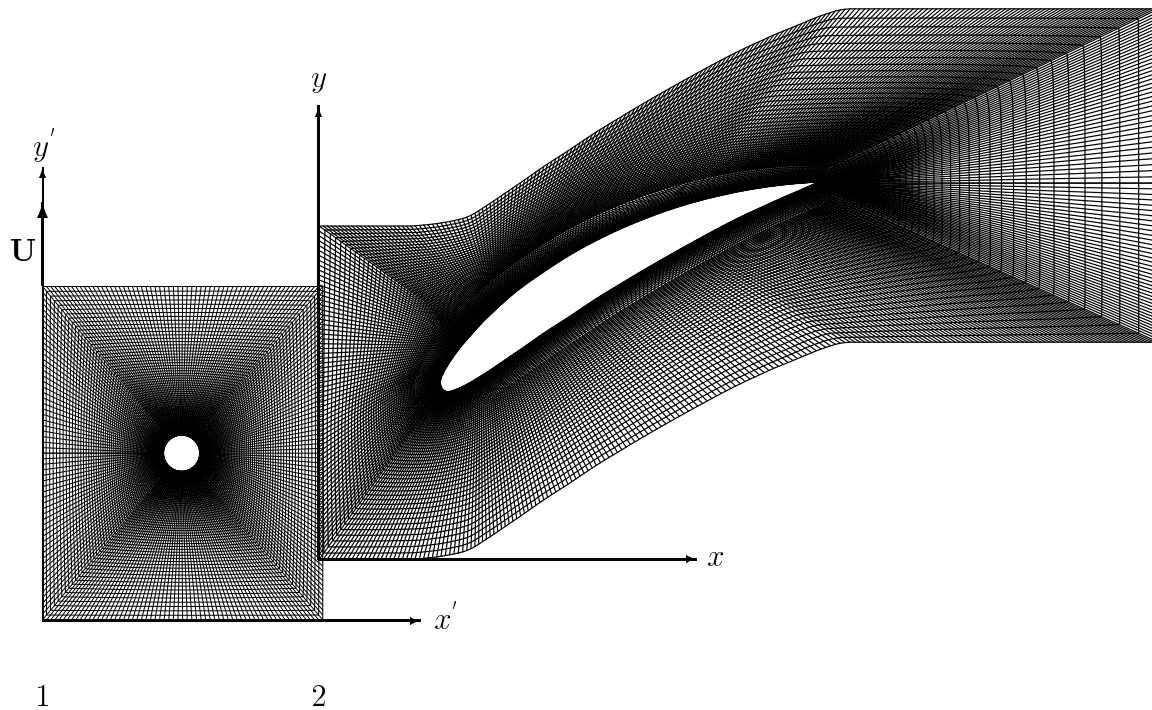
$$C_H = \cos \gamma C_{F_x} + \sin \gamma C_{F_y}, \quad C_N = \sin \gamma C_{F_x} + \cos \gamma C_{F_y} \quad (6.10)$$

bestimmt. Hierbei wurden die Kräfte in (6.4), (6.5), (6.8) und (6.9) auf die Größe  $\bar{\rho}_\infty \bar{V}_\infty^2 \bar{L}_\infty / 2$  bezogen.

In den obigen Beziehungen ist  $\theta$  der Winkel eines Punktes am Zylinder- bzw. Schaufelprofil von der positiven  $x$ -Koordinate aus im Gegenuhrzeigersinn. Betrachtet man nur das isolierte Leitradgitter mit einer zeitlich konstanten Zuströmung, d. h. ohne Zylinder, dann können die Auftriebskraft  $C_A$  und die Widerstandskraft  $C_W$  dadurch berechnet werden, daß der Staffelungswinkel  $\gamma$  in (6.10) durch den Zuströmungswinkel  $\alpha_2$  ersetzt wird. Durch die *Trapezregel* werden die Gleichungen (6.4)-(6.5) und (6.8)-(6.9) numerisch integriert. Die so erhaltenen Kräfte werden als ein Konvergenzkriterium für die zeitlich periodische Strömung im Leitradgitter in der Zeitrichtung eingesetzt.

## 6.2 Rechenverfahren

Wie in Bild 6.2 dargestellt ist, bewegen sich die Zylinder mit einer Umfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{U}$  relativ zu den in Ruhe stehenden Leitrad-schau-feln. Im Fall der numerischen Behandlung können sich jedoch die Zylinder gegen das feststehende eigene Gitternetz nicht bewegen, so daß ein Werkzeug für die numerische Simulation eines Strömungsfeldes, in welchem sich ein mitbewegter und ein feststehender Gegenstand befinden, erforderlich ist. Hierfür werden der rechnerischen Einfachheit halber zwei Bezugssysteme, d.h. ein sowohl sich mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{U}$  bewegendes als auch an ein Gitternetz befestigtes Bezugssystem für die Zylinder, bezeichnet mit  $(x', y')$ , und ein in Ruhe stehendes Bezugssystem für die Leitrad-schau-feln,



(a) Mitbewegtes Zylindergitternetz

(b) Feststehendes Schaufelgitternetz

**Bild 6.3: Anordnung der Rechengitternetze ohne periodische Erweiterung**

bezeichnet mit  $(x, y)$ , eingesetzt.

In Bild 6.3 ist ein Gesamtgitternetz aus zwei Bezugssystemen gezeigt, welches aus zwei O-Typ-Gitternetzen, ein Gitternetz mit  $89 \times 257$  Punkten für einen Zylinderkanal sowie ein weiteres mit  $71 \times 485$  Punkten für einen Leitradschaufelkanal, besteht. Dabei entsteht zwischen zwei verschiedenen Gitternetzen eine Grenzfläche 2, an welcher ein Informationsaustausch zwischen den mitbewegten und feststehenden Gitternetzen stattfindet. Die einzelnen Gitternetze werden getrennt erzeugt und dann in der Grenzfläche zusammengeschlossen. Die Gitternetze werden in den Gebieten verfeinert, in denen starke Gradienten der Strömung zu erwarten sind, also in Wandnähe. Das verwendete Lösungsverfahren für das lineare Gleichungssystem (4.5) auf den Zylinder- und Schaufelgitternetzen ist das unvollständige Punkt-Zerlegung-Verfahrens (4.25) auf dem Eingitter.

Um sich mit dem Übergangsproblem in der Grenzfläche 2 zu befassen, ist ein geeignetes Werkzeug erforderlich. Hier werden die zwei Gitternetze so überlappt, daß die Flußberechnung auch in der Grenzfläche, wie im Inneren eines Rechengebiets, erhalten werden kann. Zunächst wird das Zylindergitternetz ins Schaufelgitternetz so versetzt, daß die Randpunkte am Austritt des Zylindergitternetzes auf der vorletzten Gitterlinie des Schaufelgitternetzes liegen. Die beiden Gitter werden dann dadurch modifiziert, daß man eine Gitterlinie künstlicher Punkte, entsprechend den inneren Punkten des eine Teilung entfernten benachbarten Schau-

felkanals, zu den ursprünglichen Gitternetzen jeweils addiert. Diese Gitterpunkte werden für die Belegung der räumlich periodischen Randbedingungen und für die Flußberechnung in der Grenzfläche 2 verwendet.

Beobachtet man vom mitbewegten Bezugssystem aus einen Punkt im feststehenden Bezugssystem, so hat der Punkt nach der Zeit  $t$  die Koordinaten

$$x'(t) = x(t), \quad y'(t) = y(t=0) - tU, \quad (6.11)$$

wenn zum Zeitpunkt  $t = 0$  die zwei Bezugssysteme miteinander übereinstimmen. Da sich das Zylindergitternetz mit der Umfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{U}$  relativ zum Schaufelgitternetz bewegt, nehmen die im Bezugssystem  $(x', y')$  gerechneten Strömungsgrößen die relativen Werte an, während das feststehende Schaufelgitternetz die absoluten Strömungsgrößen liefert. Zwischen den relativen und absoluten Erhaltungsgrößen, bezeichnet jeweils mit den Tiefstellungen  $r, a$ , gelten nachfolgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} (\rho)_r &= (\rho)_a, \quad (\rho u)_r = (\rho u)_a, \quad (\rho v)_r = (\rho v)_a - \rho U, \quad (\rho E)_r = (\rho E)_a - \rho \frac{U^2}{2}, \\ (\rho k)_r &= (\rho k)_a, \quad (\rho \epsilon)_r = (\rho \epsilon)_a. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Die Transformation der absoluten zu den relativen Strömungsgrößen und der umgekehrte Vorgang finden im überlappten Gebiet statt. Die totalen Zustandsgrößen, bezeichnet mit der Tiefstellung  $t$ , unterscheiden sich durch die kinetische Energieabweichung infolge der Umfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{U}$  in beiden Bezugssystemen, jedoch werden die statischen Zustandsgrößen vom verwendeten Bezugssystem nicht beeinflußt.

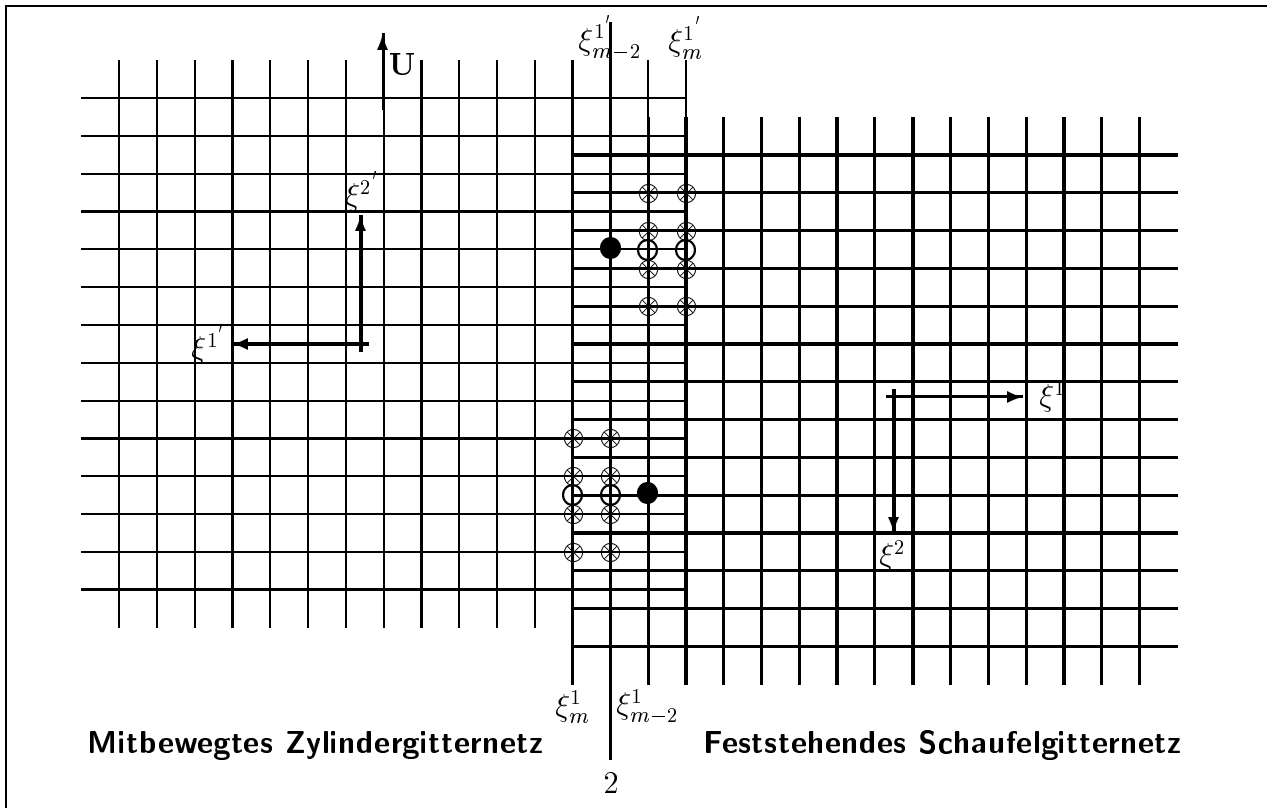
Als Randbedingungen für die Erhaltungsgleichungen an der Eintrittsebene 1 des mitbewegten Zylindergitternetzes werden die relativen Größen der Form

$$\beta = \arctan\left(\frac{V_{1y} - U}{V_{1x}}\right), \quad (P_{1t})_r = p_1 \left[1 + \frac{(\gamma - 1)W_1^2}{2\gamma RT_1}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad (T_{1t})_r = T_1 \left[\frac{(P_{1t})_r}{p_1}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (6.13)$$

vorgegeben, und die Impulsdichte  $(\rho_1 v_1)_r$  wird aus dem inneren Rechengebiet extrapoliert. An den Wänden des Zylinders und der Leitrad-schaufel werden die relative bzw. die absolute Haftbedingung und der Nullgradient des Drucks und der Temperatur normal zur Wand eingeführt. Längs der periodischen Ränder wird die räumlich periodische Bedingung so vorgegeben, daß an den periodischen Punkten der gleiche Strömungszustand beschrieben wird. Bei den gleichen Teilungen sind die Strömungsgrößen längs der periodischen Ränder gleich in jedem Zylinder- und Schaufelkanal. An der Austrittsebene 3 des feststehenden Schaufelgitternetzes werden die Impulsdichten  $(\rho_3 u_3)_a, (\rho_3 v_3)_a$  und die Totaltemperatur  $(T_{3t})_a$  aus dem inneren Rechengebiet extrapoliert, und ein statischer Druck wird vorgegeben.

Zur Erfassung abgelöster turbulenter Wirbelströmungen hinter den Zylindern und der dadurch ausgebildeten Strömung in den Leitrad-schaufelkanälen muß auf ein geeignetes Turbulenzmodell zurückgegriffen werden. Ein verbreitetes Turbulenzmodell ist das sogenannte  $k$ - $\epsilon$ -Modell, in welchem zur Modellierung der *Reynolds*-Spannungen zwei Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie  $k$  und die Dissipationsrate  $\epsilon$  eingeführt werden. Das  $k$ - $\epsilon$ -Modell besitzt nur Gültigkeit für große *Reynolds*-Zahlen. Jedoch ist aufgrund der geringen





**Bild 6. 4: Überlappte Gitternetze mit periodischer Erweiterung zu einem Zeitpunkt in der Nähe der Grenzfläche**

Geschwindigkeiten des Fluids in Wandnähe die lokale *Reynolds*-Zahl klein. Zudem werden in der Nähe fester Wände die turbulenten Schwankungen senkrecht zur Wand gedämpft, so daß eine weitere Voraussetzung des *k-ε*-Modells, die Isotropie der Turbulenz, ebenfalls nicht mehr erfüllt ist. Daher versucht man, die Koeffizienten des Standard-*k-ε*-Modells so zu modifizieren, daß die Dämpfungseffekte in Wand- bzw. Grenzschichtnähe mitberücksichtigt werden. Dieser Zugang wird in den *Niedrig-Reynoldszahl*-Modellen verfolgt. Nachteilig an diesen Modellen ist, daß sie eine relativ feine Auflösung in der Nähe der Wand benötigen, um gute Ergebnisse zu produzieren, denn insbesondere  $\epsilon$  besitzt oft sehr große Gradienten in der Grenzschicht nahe der Wand. Durch ein modifiziertes *k-ε*-Modell nach *Lam* und *Bremhorst* [47], [50] kommt es hier zur Modellierung der *Reynolds*'schen Spannungen. Als Randbedingungen an den festen Wänden werden  $k = 0$  sowie der Nullgradient der Dissipationsrate normal zur Oberfläche vorgegeben, während am Einströmrand 1  $(\rho_1 k_1)_r$  und  $(\rho_1 \epsilon_1)_r$ , am Ausströmrand 3  $(\rho_3 k_3)_a$  und  $(\rho_3 \epsilon_3)_a$  aus den inneren Rechengebieten jeweils extrapoliert werden.

Bild 6.4 stellt ein überlapptes Gesamtgitternetz in der Nähe der Grenzfläche dar, welches die zusätzlich erweiterten Gitterlinien  $\xi_m^1$  und  $\xi_{m-2}^1$  für die periodische Randbedingungen und

die Flußberechnung in den Grenzflächen,  $\xi_{m-2}^{1'}$  und  $\xi_{m-2}^1$  enthält. Im überlappten Gebiet koexistieren die relativen und absoluten Strömungsgrößen, und die Informationen werden zwischen den zwei Gitternetzen ausgetauscht. Zudem liegen die Gitterlinien im überlappten Gebiet in Koordinatenrichtungen  $\xi^2, \xi^{2'}$  aufeinander. Das mitbewegte Bezugssystem  $(x', y')$  wird bei jedem Zeitschritt um  $\Delta y = \Delta t U$  relativ zum feststehenden Bezugssystem versetzt, so daß der Übergang an den Grenzflächen,  $\xi_{m-2}^{1'}$  und  $\xi_{m-2}^1$  in Koordinatenrichtungen  $\xi^1, \xi^{1'}$  meistens unstetig ist.

Zur Flußbilanzierung an den Punkten (●) längs der Gitterlinie  $\xi_{m-2}^{1'}$  des mitbewegten Bezugssystems werden die Informationen an den Punkten (○) benötigt, welche sich aus einer Interpolation der Strömungsgrößen an den Punkten (⊗) des feststehenden Bezugssystems ergeben. Die Erhaltungsgrößen  $\mathbf{Q}$  werden für die Strömungsgrößen an den Stellen im feststehenden Bezugssystem interpoliert, welche den Punkten (○) des mitbewegten Bezugssystems entsprechen, und dann werden die interpolierten Größen nach den Beziehungen (6.12) zu den relativen Größen an den Punkten (○) längs der Gitterlinien  $\xi_m^{1'}$  und  $\xi_{m-1}^{1'}$  transformiert. Für die Interpolation an die Punkte (○) mit vier benachbarten Punkten (⊗) des feststehenden Bezugssystems wird auf das *Lagrange-Interpolationspolynom* dritter Ordnung

$$\mathbf{Q}(y) = \sum_{k=1}^4 \mathbf{Q}_k L_k(y), \quad L_k(y) = \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^4 \frac{y - y_l}{y_k - y_l} \quad (6.14)$$

zurückgegriffen. Dabei wird auch die periodische Bedingung mitberücksichtigt, wenn die Punkte (○) zwei benachbarte Punkte (⊗) in negativer und positiver Richtung jeweils nicht besitzen. In ähnlicher Weise wird die Flußbilanzierung an den Punkten (●) längs der Gitterlinie  $\xi_{m-2}^1$  des feststehenden Bezugssystems ausgeführt.

Zu einem gewissen Zeitpunkt wird zunächst im Zylindergitternetz eine nichtlineare Iteration für die Erhaltungsgleichungen und dann für die Turbulenzmodellgleichungen durchgeführt, anschließend die gleiche Vorgehensweise im Schaufelgitternetz fortgesetzt. Ein derartiger Iterationsprozeß verläuft hin und her zwischen den Zylinder- und Schaufelgitternetzen, bis ein *RMS* des nichtlinearen Residuums einen Wert von  $10^{-5}$  für das Gesamtgitternetz unterschritten hat. Der nächste Zeitschritt wird dann gestartet, indem das mitbewegte Bezugssystem  $(x', y')$  um  $\Delta t U$  gegen das feststehende Bezugssystem  $(x, y)$  versetzt wird. Hat der Ursprung des mitbewegten Bezugssystems die Koordinate  $S - \Delta t U$  des feststehenden Bezugssystems überschritten, wird das mitbewegte Bezugssystem beim nächsten Zeitschritt um  $S + \Delta t U$  zurückgesetzt. Damit ist ein Zyklus abgeschlossen, und der nächste Zyklus schließt sich an. Die zum Durchlaufen eines Zyklus erforderliche Zeit, d. h. die Zylinderperiode entspricht  $T = S/U$ . Zur Periode  $T = 0$  liegen die Zylinder dort, wo deren Zentrum von der niedrigsten Oberfläche der Schaufeldruckseite in negativer Richtung um  $0.32954C$  entfernt ist.

Die Simulation instationärer Strömungen, bei welcher von einem Zeitpunkt an eine Lösung zu einem bestimmten Zeitpunkt gewonnen werden soll, erfordert eine gute Anfangslösung. Ein typisches Beispiel dafür ist die Kreiszyylinderumströmung zum Anfangsstadium bei Anfahrt aus der Ruhe. Interessiert man sich jedoch nur für eine zeitlich voll ausgebildete periodische Strömung, dann spielt die Anfangslösung überhaupt keine Rolle für die Lösungsgenauigkeit, wenn die Anfangslösung zumindest physikalisch ist, weil man sich jede beliebige Strömungsverteilung als eine Anfangslösung denken kann, auch wenn eine derartige Strömung in Wirk-

lichkeit nicht existiert. Eine gute Anfangsbelegung des Strömungsfeldes reduziert nur die Rechenzeit, welche für die Erreichung einer zeitlich periodischen Strömung erforderlich ist.

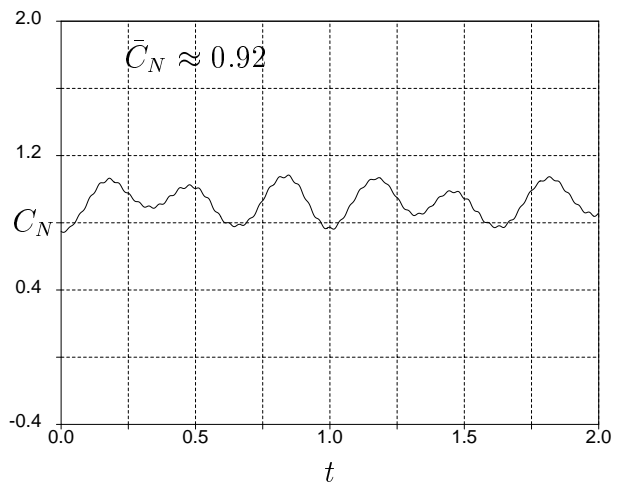
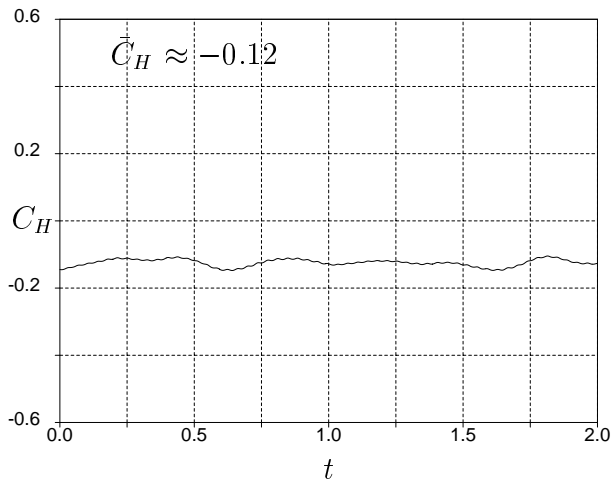
Bei der hier betrachteten Problemstellung kann infolge der kontinuierlichen Wirbelablösung vom mitbewegten Zylinder bzw. der Grenzschichtablösung am Schaufelprofil mit dem positiven Druckgradienten keineswegs ein stationärer Zustand erreicht werden. Als Konsequenz daraus werden im folgenden die gerechneten reibungsfreien stationären Strömungsgrößen für Zylinder und Leitradgitter als die Anfangsverteilung zum Zeitpunkt  $t = 0$  vorgegeben. Ob eine Strömung in den Leitradschaufelkanälen zeitlich konvergent ist, wird durch die Periodizität der auf eine Leitradschaufel wirkenden dimensionslosen Kraft  $C_H$  annähernd abgeschätzt.

## 6.3 Einfluß von Nachläufen auf die Leitradströmung

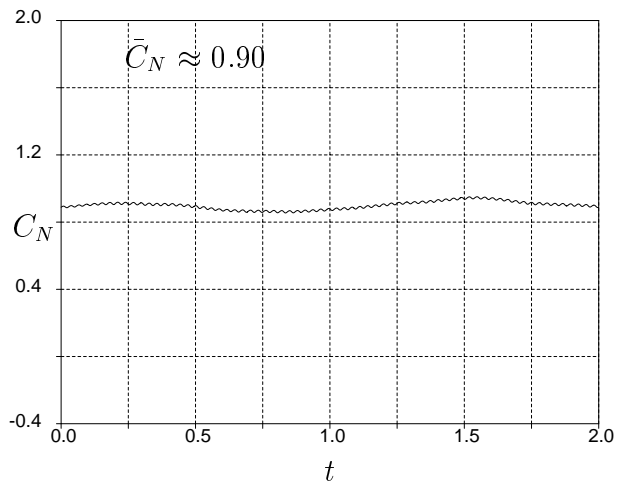
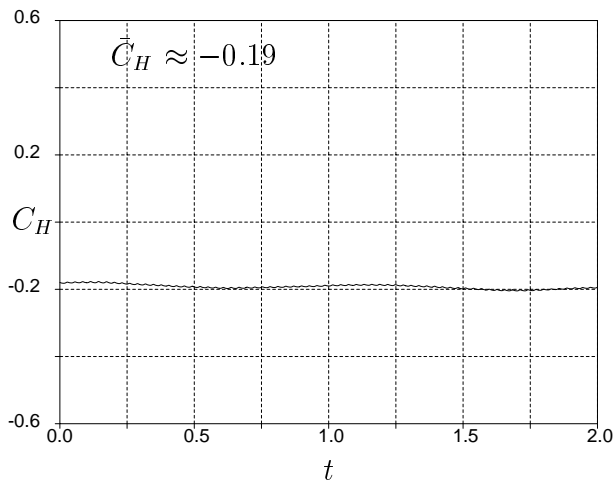
Bei der Auslegung bzw. dem Entwurf axialer Turbomaschinen wird üblicherweise nur die Strömung durch die einzelnen Lauf- und Leitradschaufelreihen einer Stufe unter der Annahme meßtechnisch oder numerisch untersucht, daß die Strömung annähernd stationär ist. Dann werden die Schaufelgitter so festgelegt, daß man zu einer aerodynamisch optimalen Umlenkung mit minimalem Energieverlust gelangen kann. Jedoch ist z. B. im Verdichter mit positivem Druckgradienten sogar die Strömung durch eine isolierte Schaufelreihe instationär, da die zeitlich kontinuierliche Grenzschichtablösung am Schaufelprofil stattfindet. Eine derartige Grenzschichtablösung verursacht eine Leitradabströmung, welche zu unerwünschten Zuströmbedingungen zum stromabwärts gelegenen Schaufelgitter führt.

Als ein Beispiel für ungestörte Zuströmungen sind die zeitlichen Entwicklungen der auf die isolierte Leitradschaufel des hier betrachteten Verdichters wirkenden Kräfte,  $C_H$  parallel und  $C_N$  normal zur Schaufelsehne, für  $\alpha_2=49.2^\circ$  ( $i_2=7^\circ$ ) und  $\alpha_2=57.6^\circ$  ( $i_2=15.4^\circ$ ) bei  $\omega = 0$  an der Ebene 2 in Bild 6.5 dargestellt. Die Kraft  $C_H$  weist infolge der Strömungsverzögerung im Schaufelkanal in negative Richtung, wohingegen die Kraft  $C_N$  infolge der Strömungsbeschleunigung im saugseitigen Vorderkantenbereich bzw. der Grenzschichtablösung im saugseitigen Hinterkantenbereich in positiver Richtung wirkt. Im Vergleich zur Kraft  $C_H$  ist die Kraft  $C_N$  noch unregelmäßiger. Diese Unregelmäßigkeit ist auf sich auf der Druck- und der Saugseite stromabwärts fortbewegende Ablöseblasen zurückzuführen. Die Kraft  $C_H$  ist hauptsächlich durch den Druckunterschied an der Vorder- und der Hinterkante bestimmt. Die zeitliche Änderung der Kraft  $C_H$  wird durch sich längs der Druck- und der Saugseite der Schaufel kontinuierlich an die Hinterkante fortbewegende Ablöseblasen verursacht, wobei der Druck an der Vorderkante zeitlich annähernd konstant ist. Im Gegensatz zur Kraft  $C_H$  ist die Größe von  $C_N$  bei  $\alpha_2=57.6^\circ$  kleiner als diejenige bei  $\alpha_2=49.2^\circ$ . Dies liegt daran, daß bei  $\alpha_2=57.6^\circ$  der statische Druck im saugseitigen Vorderkantenbereich infolge Strömungsablösung stärker abnimmt.

Um die auf die Schaufel des Leitradgitters wirkenden Kräfte,  $C_W$  parallel und  $C_A$  normal zur Zuströmung, in Abhängigkeit vom Anstellwinkel ( $=\alpha_2 - \gamma$ ) qualitativ zu untersuchen, sind die zeitlichen Entwicklungen der auf die Schaufel des Leitradgitters wirkenden Kräfte zusam-

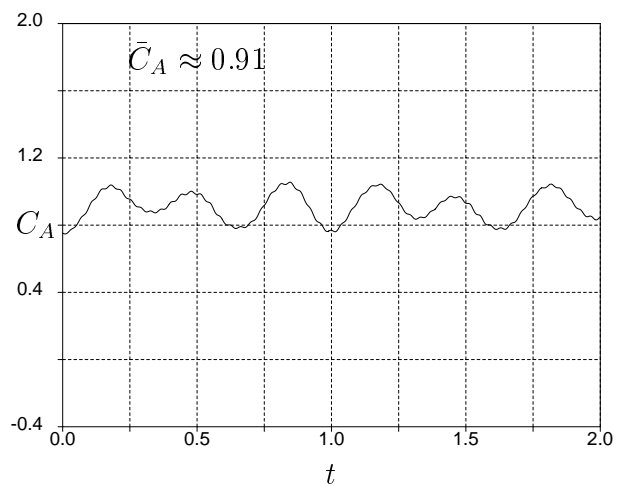
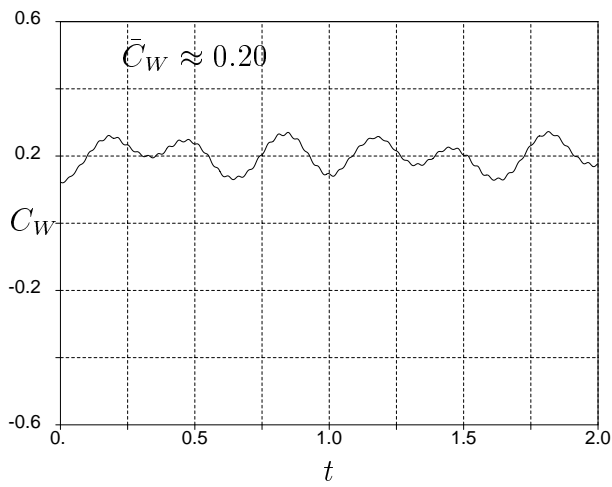


(a)  $\alpha_2=49.2^\circ$  ( $i_2=7.0^\circ$ )

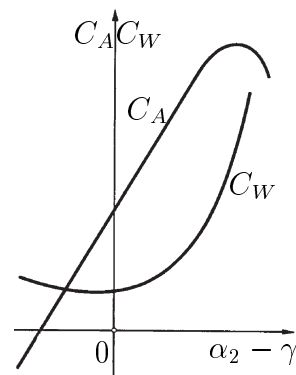


(b)  $\alpha_2=57.6^\circ$  ( $i_2=15.4^\circ$ )

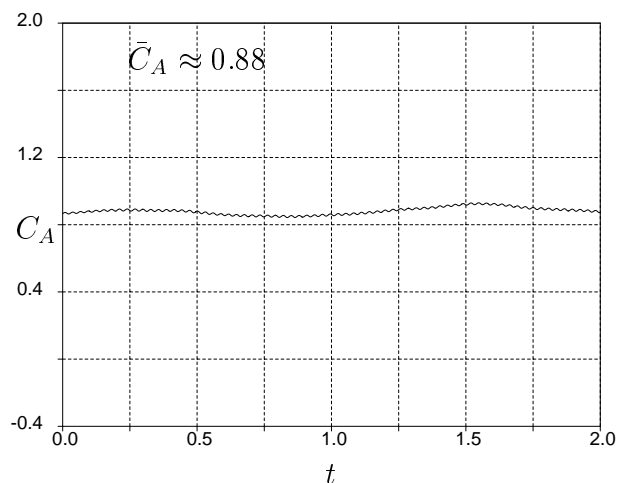
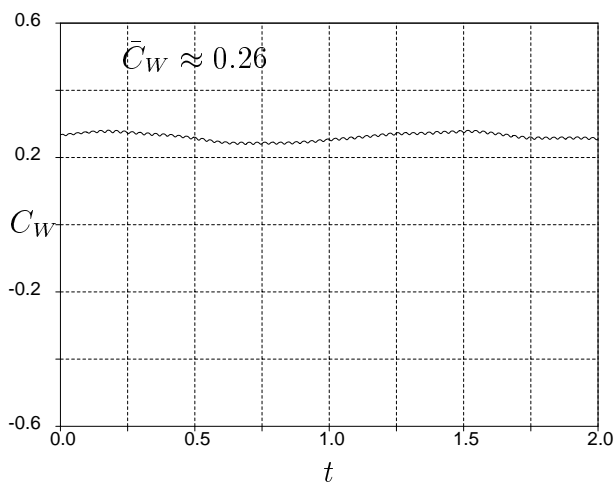
**Bild 6.5:** Zeitliche Entwicklung der auf die Schaufel wirkenden Kräfte,  $C_H$  parallel zur Schaufelsehne und  $C_N$  normal zur Schaufelsehne, für  $\omega = 0$



(a)  $\alpha_2=49.2^\circ$  ( $\alpha_2 - \gamma=20.2^\circ$ )

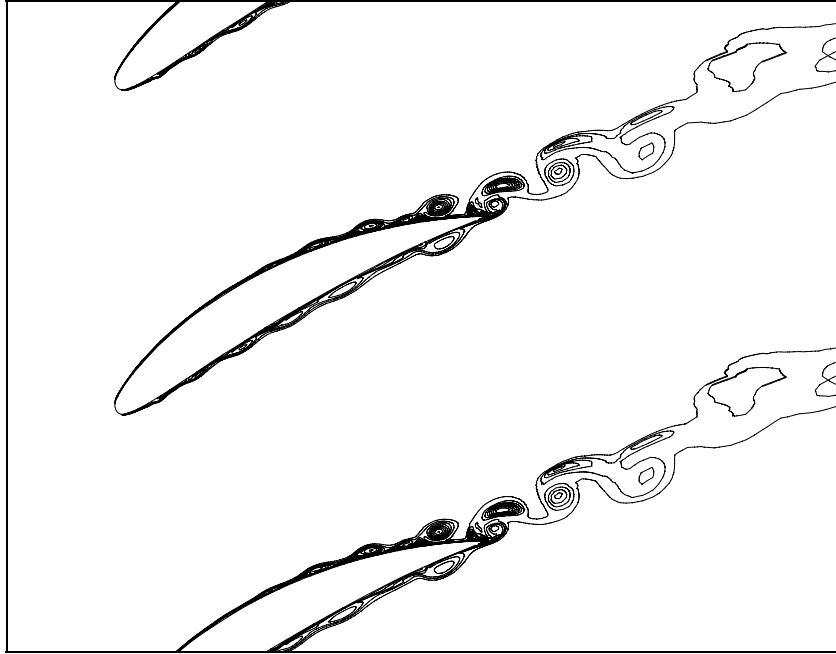


$C_A$  und  $C_W$  an einem Einzelprofil in Abhängigkeit vom Anstellwinkel ( $= \alpha_2 - \gamma$ )

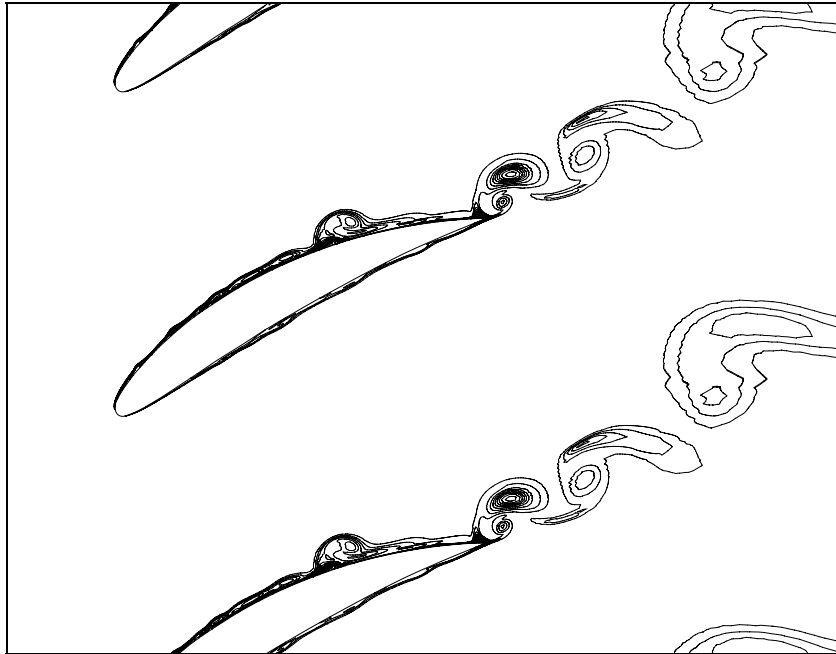


(b)  $\alpha_2=57.6^\circ$  ( $\alpha_2 - \gamma=28.6^\circ$ )

**Bild 6.6:** Zeitliche Entwicklung der auf die Schaufel wirkenden Kräfte,  $C_W$  parallel zur Zuströmung und  $C_A$  normal zur Zuströmung, für  $\omega = 0$



**(a)**  $\alpha_2 = 40^\circ$  ( $i_2 = -2.2^\circ$ )



**(b)**  $\alpha_2 = 49.2^\circ$  ( $i_2 = 7^\circ$ )

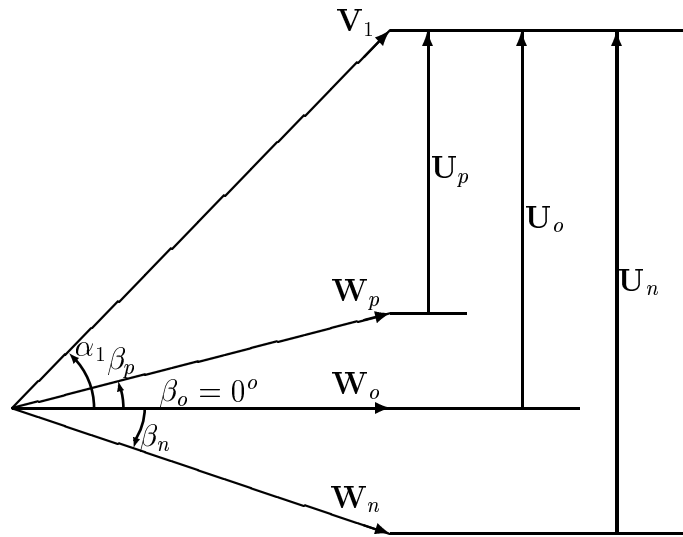


(c)  $\alpha_2 = 57.6^\circ$  ( $i_2 = 15.4^\circ$ )

**Bild 6.7: Momentane Entropieverteilungen im Schaufelkanal für  $\omega = 0$  bei unterschiedlichen Betriebspunkten**

men mit den Kräften an einem Einzelprofil in Bild 6.6 eingetragen. Für das Einzelprofil ist bei einem kleinen Anstellwinkel der Widerstand  $C_W$  klein, aber der Auftrieb  $C_A$  ist groß. Mit zunehmendem Anstellwinkel wird der Druckgradient auf der Saugseite größer, und eine Reihe von Ablöseblasen beginnt, sich längs der Saugseite des Profils stromabwärts fortzubewegen. Bis zu einem gewissen Anstellwinkel liegt ein lineares Ansteigen des Auftriebs vor. Danach schwächt sich dessen Anstieg zunehmend ab. Schließlich fällt bei weiterer Vergrößerung des Anstellwinkels ( $\alpha_2 - \gamma \approx 20^\circ$ ) der Auftrieb infolge Strömungsablösung von der Saugseite plötzlich zusammen. Derartige aerodynamische Eigenschaften am Einzelprofil sind auf die Schaufel des Leitradgitters quantitativ nicht exakt übertragbar. Jedoch ist zumindest eine qualitative Tendenz aus den zeitlichen Mittelwerten in Bild 6.6 (a), (b) festzustellen.

Ein qualitativer Strömungscharakter im Leitradschaufelkanal in Abhängigkeit von der Inzidenz  $i_2$  ist durch die Entropieverteilung in Bild 6.7 gezeigt. Aus diesen Entropieverteilungen ist deutlich festzustellen, daß sich für eine kleine positive oder negative Inzidenz  $i_2$  eine Reihe von Ablöseblasen längs der Saug- und Druckseite der Schaufelwand stromabwärts kontinuierlich fortbewegt, während für eine größere positive Inzidenz  $i_2$  infolge der noch stärkeren Druckgradienten auf der Saugseite die Strömung saugseitig vom Schaufelprofil vollständig abgelöst wird. Bei einer positiven Inzidenz von  $i_2 = 7^\circ$  entstehen Ablöseblasen auf der Saugseite, aber geringfügige Ablöseblasen auch auf der Druckseite, welche sich jeweils im Uhrzeigersinn und gegen den Uhrzeigersinn um eigene Achsen drehen, wohingegen sich bei einem negativen



**Bild 6. 8: Geschwindigkeitsdreiecke für drei unterschiedliche Umfangsgeschwindigkeiten des mitbewegten Zylinders an der Eintrittsebene 1**

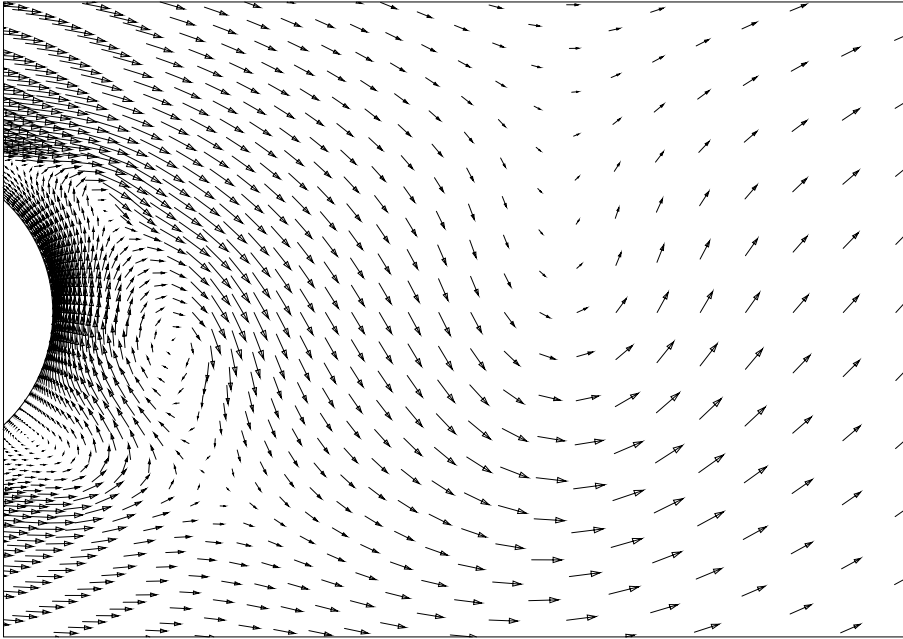
Inzidenzwinkel von  $i_2 = -2.2^\circ$  Ablöseblasen auch auf der Druckseite deutlicher einstellen. Aufgrund derart abgelöster Grenzschichtströmungen auf der Schaufelwand des Verzögerungsgitters sind die Strömungsgrößen immer zeitabhängig, und damit kann ein stationärer Zustand sogar beim isolierten Schaufelgitter überhaupt nicht erreicht werden.

In der Praxis ist bei axialen Turbomaschinen eine Reihe von Lauf- und Leitradgittern hintereinander angeordnet, was hauptsächlich in Umfangsrichtung zu einer zeitlichen Veränderung der Zu- und Abströmbedingungen für jedes ausgelegte Schaufelgitter führt. Daher werden das Strömungsverhalten im einzelnen Schaufelgitter und dessen Leistung von benachbarten Schaufelgittern stark beeinflusst. Zum Beispiel weicht der Zuströmwinkel bei der realen Stufenströmung von dem der Auslegung zeitlich und räumlich ab, so daß sich der Strömungscharakter in einem isolierten Schaufelgitter von dem im Einflußbereich benachbarter Schaufelgitter wesentlich unterscheidet. Die Instationarität der Strömung hängt vom Betriebspunkt des vorliegenden Lauf- und Leitradgitters ab. Ein wesentlicher Anteil der Verluste in Turbomaschinen wird hauptsächlich in den Schaufelgrenzschichten erzeugt.

Um die Effekte der vorhergehenden Laufradströmung auf das Leitradgitter und die dadurch bedingten strömungsphysikalischen Phänomene im Leitradschaufelkanal zu untersuchen, wird die Laufradnachlaufströmung hier durch die Strömung um den an der Eintrittsebene des Leitradgitters mitbewegten Kreiszyylinder modelliert. Diese Modellbildung basiert darauf, daß sich die Strömung stromab eines mitbewegten Zylinders physikalisch ähnlich verhält, wie die stromab einer Laufradschaufel.

In axialen Turbomaschinen ist der Zuströmwinkel des Leitradgitters üblicherweise durch den Betriebspunkt des Laufradgitters bestimmt. Um für einen Zuströmwinkel von  $\alpha_1 = 49.2^\circ (i_1 = 7^\circ)$  und die gegebene Geometrie des Leitradgitters den Effekt der Laufradnach-





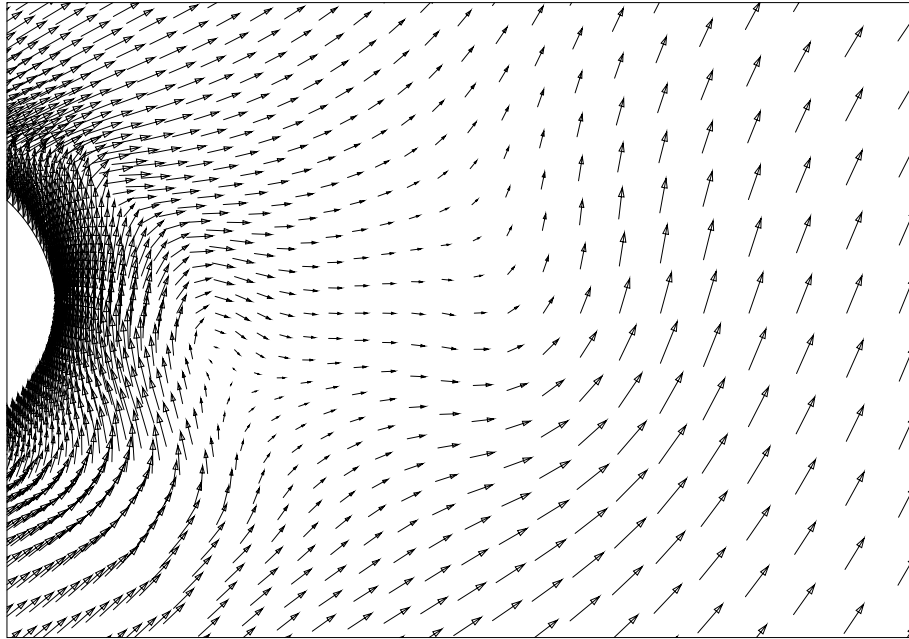
**Bild 6.9: Geschwindigkeitsvektoren (=  $\mathbf{W}$ ) unmittelbar hinter dem Zylinder aus dem mitbewegten Bezugssystemen betrachtet zum Zeitpunkt  $T_o = 0$  für  $U = U_o$ ,  $\beta = \beta_o$**

strömung in Abhängigkeit von der *reduzierten Frequenz*  $\Omega$  in (6.3) auf die Leitradströmung zu untersuchen, wird hier die *Durchflußkenngröße* ( $= V_{1x}/U$ ) durch die Umfangsgeschwindigkeitsgröße  $U$  variiert. Für diese Rechnungen werden drei unterschiedliche Größen der Umfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{U}$  des mitbewegten Zylinders,  $U_p = 0.777V_{1y}$ ,  $U_o = V_{1y}$  und  $U_n = 1.089V_{1y}$ , gewählt, welche zu folgenden Größen führen :

Druchflußkenngröße	:	$V_{1x}/U_p \approx 1.110$ ,	$V_{1x}/U_o \approx 0.863$ ,	$V_{1x}/U_n \approx 0.793$ ;
Periode	:	$T_p \approx 1.3294$ ,	$T_o \approx 1.0340$ ,	$T_n \approx 0.9495$ ;
Relativer Zuströmwinkel	:	$\beta_p \approx 14.43^\circ$ ,	$\beta_o \approx 0^\circ$ ,	$\beta_n \approx -5.88^\circ$ ;
Reduzierte Frequenz	:	$\Omega_p \approx 6.326$ ,	$\Omega_o \approx 8.129$ ,	$\Omega_n \approx 8.856$ ;
Relative <i>Reynolds</i> -Zahl	:	$Re_p \approx 23750$ ,	$Re_o \approx 23000$ ,	$Re_n \approx 23120$ .

Aus diesen Beziehungen ist zu erkennen, daß die Änderung der relativen *Reynolds*-Zahl in Abhängigkeit von  $\beta$  geringfügig ist, so daß der Charakter der Zylinderumströmung ohne Einfluß äußerer Störungen fast identisch sein müßte. In Bild 6.8 ist die Geschwindigkeitsdreiecke für drei unterschiedliche Größen der Umfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{U}$  des mitbewegten Zylinders aufgetragen.

Aus den mitbewegten und feststehenden Bezugssystemen betrachtet sind die zeitlich voll

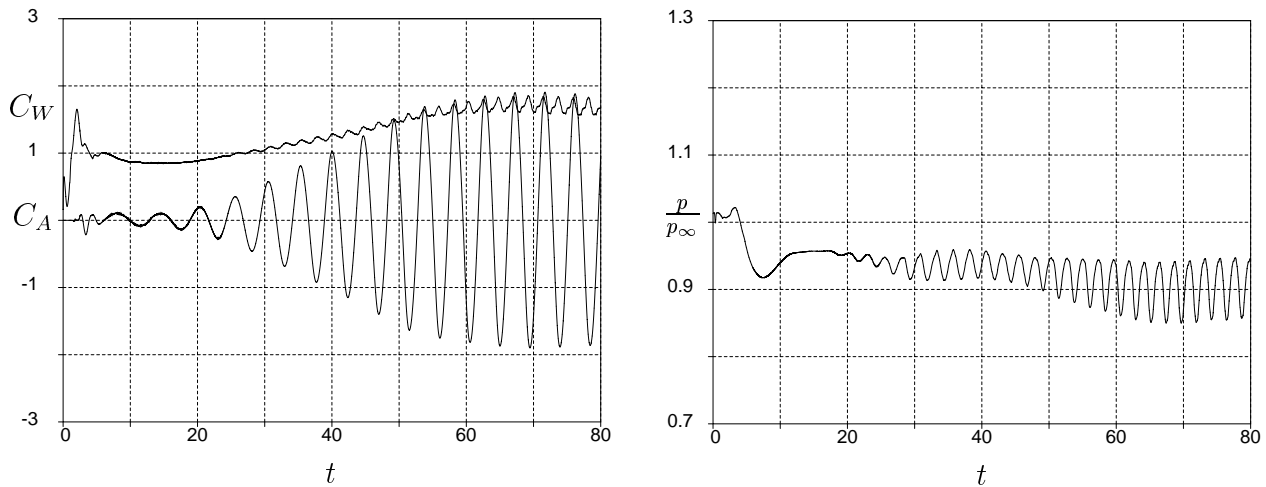


**Bild 6. 10: Geschwindigkeitsvektoren (=  $V$ ) unmittelbar hinter dem Zylinder aus dem feststehenden Bezugssystem betrachtet zum Zeitpunkt  $T_o = 0$  für  $U = U_o$ ,  $\beta = \beta_o$**

ausgebildeten Strömungszustände bei  $\alpha_1 = 49.2^\circ$ ,  $U = U_o$  und  $\beta = \beta_o$  unmittelbar hinter dem mitbewegten Zylinder durch Geschwindigkeitsvektoren, für ein Viertel der gesamten Gitterpunkte, in Bild 6.9 und 6.10 qualitativ dargestellt. Eine wechselseitige Wirbelablösung vom mitbewegten Zylinder ist aus dem mitbewegten Bezugssystem betrachtet noch deutlicher zu beobachten. Eine derartige Wirbelreihe mit hoher Entropie, aber mit einem Unterdruck im jeweiligen Wirbelkern, läuft in den Leitrad-schaufelkanal und verursacht dort die zeitliche Änderung der Strömungsgrößen. Mit zunehmender Entfernung der freien Wirbel vom mitbewegten Zylinder verzögert sich deren Transport.

Es ist aus Bild 6.11 zu erkennen, daß sich bei der Zylinderumströmung ohne Einfluß äußerer Störungen (siehe Bild 5.3) für eine Referenz-*Reynolds*-Zahl von  $Re_\infty = 2.3 \times 10^4$  und eine Referenz-*Mach*-Zahl von  $M_\infty = 0.294$  eine periodisch alternierende Wirbelströmung hinter dem Zylinder einstellt. Aber der Einfluß der Referenz-*Mach*-Zahl ist sehr ausgeprägt (vergleiche mit Bild 5.16 (a) für  $M_\infty = 0.1$ ). Für dieselbe Referenz-*Reynolds*- und *Mach*-Zahl ist die Strömungsstruktur unabhängig vom Bezugssystem immer identisch, wenn auch die äußeren Bedingungen miteinander übereinstimmen. Allerdings findet bei der Strömung um den an der Eintrittsebene 2 des Leitradgitters mitbewegten Zylinder, zusätzlich zur Wechselwirkung der Zylinderabströmung mit den Leitrad-schaufeln, eine Wechselwirkung benachbarter Zylinderumströmungen statt. Somit ist der Charakter der Strömung um den mitbewegten Zylinder nicht identisch mit dem der Zylinderumströmung ohne Einfluß äußerer Störungen.

Um die Effekte äußerer Störungen auf die Zylinderumströmung zu zeigen, ist die zeitliche Entwicklung der Strömungsgrößen für die vollständig periodische Zylinderumströmung ohne



(a) Auftriebs- und Widerstandskoeffizient (b) Druckverhältnis ( $p$  : Druck in  $\bar{x} = 1.5\bar{D}$ )

**Bild 6. 11: Zeitliche Entwicklung der auf den Zylinder ohne äußere Störungen wirkenden Kräfte und des Druckverhältnisses bei  $Re_\infty = 0.23 \times 10^4$ ,  $M_\infty = 0.294$**

äußere und mit äußeren Störungen bei  $Re_\infty \approx 0.23 \times 10^4$ ,  $M_\infty \approx 0.294$  in Bild 6.12 aufgetragen. Hierbei ist  $p/p_\infty$  das Verhältnis des Drucks  $p$  in  $\bar{x} = 1.5\bar{D}$  ( $\bar{y} = 0$ ) (siehe Bild 5.3) zum Eintrittsdruck  $p_\infty$ . Aus dem Vergleich beider Strömungsfälle geht hervor, daß für dieselbe Referenz-*Reynolds*-Zahl  $Re_\infty$  und *Mach*-Zahl  $M_\infty$  die Strömungsgrößen von den Wechselwirkungen der Potentiale mit den benachbarten Zylindern und den Leitrad-schaufeln stark beeinflußt werden. Hiervon sind insbesondere der statische Druck hinter dem Zylinder und die durch die Druckdifferenz vor und hinter dem Zylinder bestimmte Kraft  $C_W$  von der Wechselwirkung der Potentiale mit den Leitrad-schaufeln betroffen.

Die zeitlichen Entwicklungen der auf den mitbewegten Zylinder wirkenden Kräfte,  $C_A$  senkrecht und  $C_W$  parallel zur Zuströmrichtung  $\beta$ , sind für drei unterschiedliche Umfangsgeschwindigkeitsgrößen  $U$  bei  $\alpha_1 = 49.2^\circ$  in Bild 6.13 dargestellt. Die Auftriebskraft  $C_A$  ist hauptsächlich durch den Druckunterschied zwischen den Ober- und Unterseiten des Zylinders bestimmt. In diesen Gebieten wird mit zunehmender Referenz-*Mach*-Zahl  $M_\infty$  der Einfluß der Kompressibilität, d. h. die lokale *Mach*-Zahl  $M$ , größer. Die Amplitude der Auftriebskraft  $C_A$  beträgt etwa 3.2.

Zwar sind die Auftriebskräfte insgesamt mit einigen Schwankungen periodisch, aber die Widerstandskräfte sind unregelmäßig. Diese Schwankungen bzw. die Unregelmäßigkeit sind auf die Wechselwirkungen der Potentiale mit den benachbarten Zylindern und den Leitrad-schaufeln zurückzuführen. Außerdem ist bei  $\beta = \beta_o$  die zeitlich gemittelte Auftriebskraft  $\bar{C}_A \approx 0$ , während bei  $\beta = \beta_p$ ,  $\beta = \beta_n$  die Kräfte in positiver und negativer Richtung weisen. Jedoch ist die zeitlich gemittelte Auftriebskraft  $\bar{C}_A$  der Zylinderumströmung ohne Einfluß äußerer Störungen unabhängig von der Größe von  $\beta$  immer null. Daraus folgt, daß auch die Wechselwirkung der Potentiale verantwortlich für die Instationarität der Zylinderumströmung ist.

Betrachtet man also die Strömung um den mitbewegten Zylinder als die Strömung im Hinterkantenbereich der Laufradschaufel, so unterscheidet sich die Strömung unter Berücksichtigung der Wechselwirkung wesentlich von der Strömung ohne Berücksichtigung der Wechselwirkung. Die *Strouhal*-Zahl der Strömung um den mitbewegten Zylinder ist für jede Periode etwas unterschiedlich und beträgt für den untersuchten Umfangsgeschwindigkeitsbereich etwa  $Str (=D\omega/W_1) \approx 0.235$  ( $\omega \approx 1.82$ ).

Berücksichtigt man nur die Nachlaufzellen hinter dem mitbewegten Zylinder, so ist die Strömung aus dem mitbewegten Bezugssystem betrachtet näherungsweise stationär, aber aus dem feststehenden Bezugssystem betrachtet immer instationär. Allerdings ist die Strömung hinter dem Zylinder unabhängig von der Betrachtungsweise immer instationär, wenn sich eine Wirbelreihe wechselseitig vom mitbewegten Zylinder ablöst. Eine derartige Nachlaufwirbelreihe mit einer hohen Entropie und einem Unterdruck bewegt sich vom feststehenden Bezugssystem aus betrachtet mit einer Umfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{U}$  bei der Eintrittsebene 2 zum Leitradgitter vorbei und läuft gleichzeitig in den Leitradschaufelkanal. Dadurch werden die Inzidenzänderung der Zuströmung zum Leitradgitter und die abwechselnde Schaufelbelastung hervorgerufen.

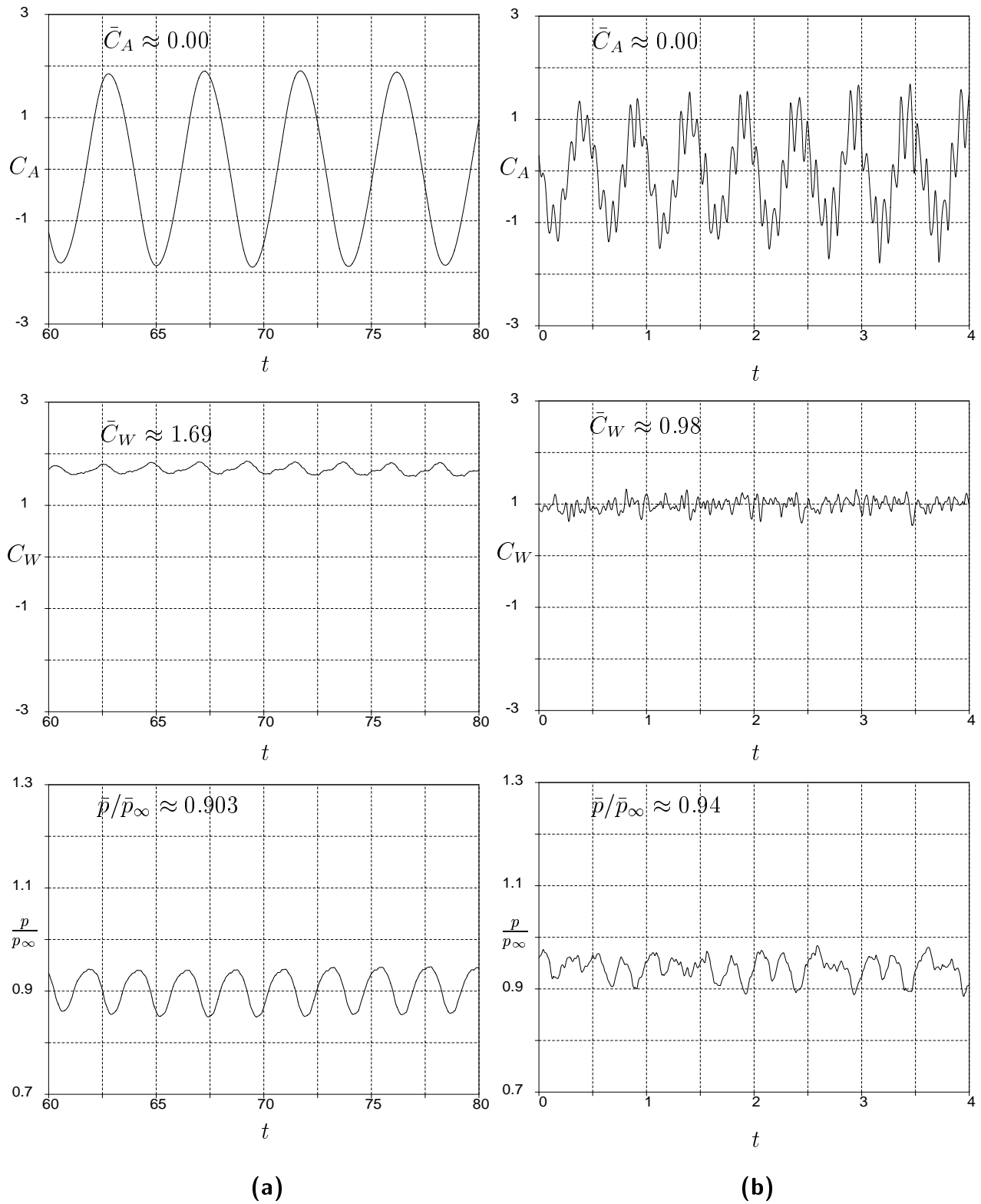
Bild 6.14 zeigt für drei unterschiedliche Größen der Umfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{U}$  des mitbewegten Zylinders die zeitlichen Verläufe der auf die Leitradschaufel wirkenden Kräfte,  $C_H$  parallel zur Schaufelsehne und  $C_N$  normal zur Schaufelsehne, welche nach dem annähernden Erreichen einer periodischen Strömung im Leitradschaufelkanal berechnet wurden. Die Kraft  $C_H$  ist hauptsächlich durch den Druckunterschied zwischen der Schaufelvorder- und der Schaufelhinterkante bestimmt. In Bild 6.14 (b) nimmt die Kraft  $C_H$  in negativer Richtung ihren maximalen Wert zum Zeitpunkt an, an welchem ein Nachlaufwirbel mit Unterdruck auf die Schaufelvorderkante auftrifft (z. B. siehe Bild 6.21 4) (a)). Die Kraft  $C_H$  weist gegensätzlich in positiver Richtung ihren maximalen Wert zum Zeitpunkt auf, an welchem ein von zwei sich längs der Druck- und der Saugseite des Schaufelprofils fortbewegenden Wirbelsegmenten die Schaufelhinterkante erreicht hat (z. B. siehe Bild 6.21 2) (a)). Dabei ist der Druck an der Schaufelvorderkante zeitlich etwa konstant. Infolgedessen weist die Kraft  $C_H$  zwei Spitzenwerte in positiver Richtung auf und ist näherungsweise zeitlich periodisch. Aus dem Vergleich mit der Kraft  $C_H$  für die Strömung bei  $\omega = 0$  in Bild 6.5 (a) ist festzustellen, daß die vorhergehende Wirbel- bzw. Nachlaufströmung als die Zuströmung zum Leitradgitter einen großen Einfluß auf die Schwankung der Kraft  $C_H$  ausübt. Außerdem unterscheiden sich auch die zeitlich gemittelten Kräfte  $\bar{C}_H$  voneinander. Dieser Unterschied liegt daran, daß im Gegensatz zur Strömung bei  $\omega \neq 0$  für die Strömung bei  $\omega = 0$  infolge der positiven Inzidenz ( $i_2 = 7^\circ$ ) am Eintritt des Leitradgitters ein Unterdruck im saugseitigen Vorderkantenbereich zeitlich konstant erhalten bleibt.

Im Gegensatz zur Kraft  $C_H$  ist die Kraft  $C_N$  hauptsächlich durch den Druckunterschied zwischen der Druck- und der Saugseite bestimmt und verhältnismäßig unregelmäßig. Diese Unregelmäßigkeit ist auf die zeitliche Druckänderung infolge der sich längs der Druck- und der Saugseite fortbewegenden Wirbelsegmente zurückzuführen. Eine bessere periodische Strömung im Leitradkanal kann dann erreicht werden, wenn das Verhältnis der Wirbelfrequenz  $\omega$  zur Zylinderfrequenz  $T^{-1}$  eine ganze Zahl ist. Für  $U = U_o$  in Bild 6.14 (b) ist die Wirbelfrequenz  $\omega (\approx 1.82)$  etwa zweimal so groß wie die Zylinderfrequenz  $T_o^{-1} (\approx 0.96)$ . Somit wird in diesem Fall die Kraft  $C_H$  noch regelmäßiger als bei  $U = U_p$  und  $U = U_n$ . Auch wird mit zunehmender Größe von  $\mathbf{U}$  die zeitlich gemittelte Kraft  $\bar{C}_H$  in positiver Richtung größer,

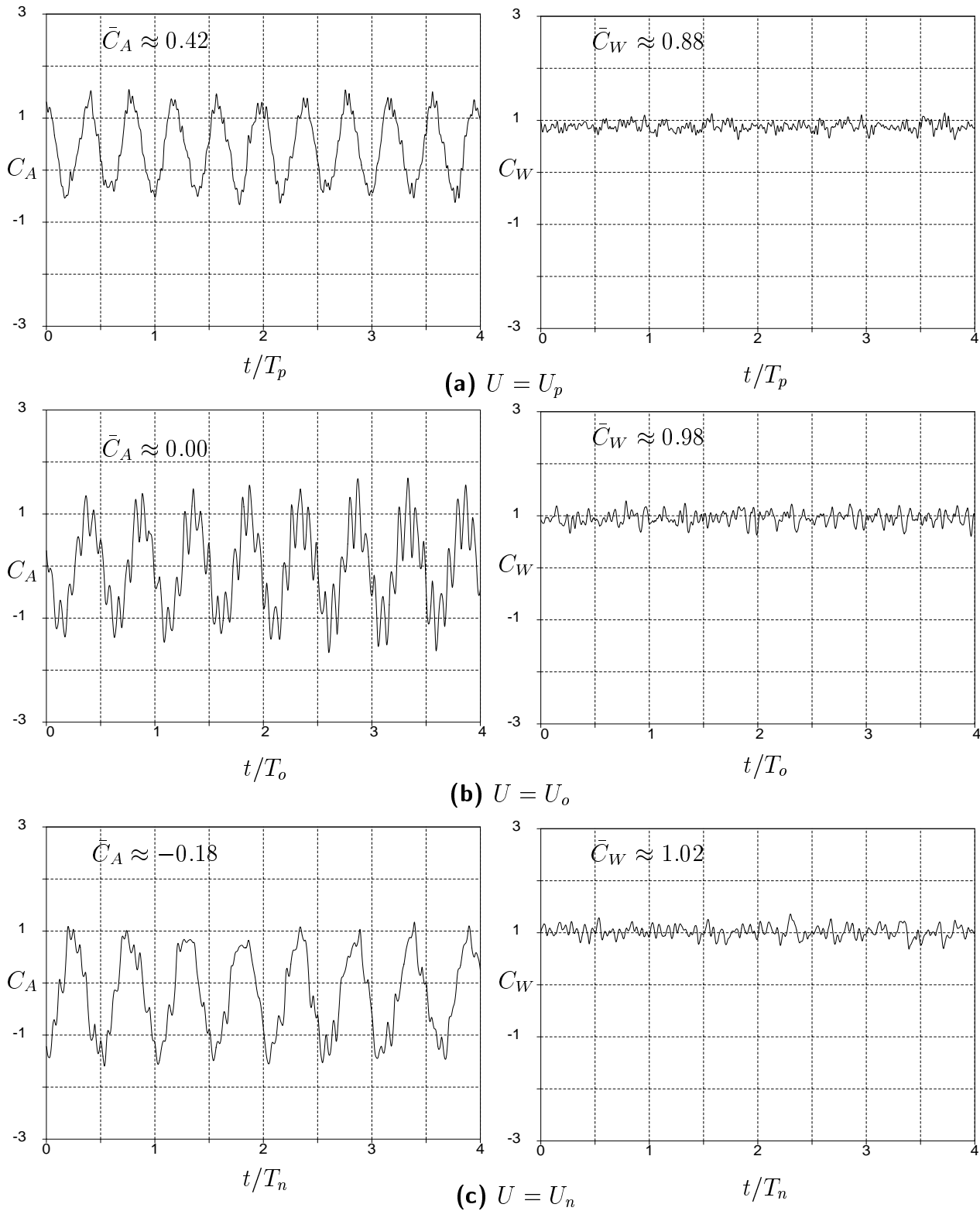
da mit zunehmender Größe der Umfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{U}$  des mitbewegten Zylinders der Winkel der vom Nachlauf mit Unterdruck zurückgelegten Bahn kleiner wird.

Bild 6.15 zeigt für den Zuströmwinkel  $\alpha_1 = 49.2^\circ$ , bei drei unterschiedlichen Größen der Umfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{U}$  des mitbewegten Zylinders, die zeitlichen Entwicklungen des Druckkoeffizienten  $C_p$  an der Schaufelvorder- und der Schaufelhinterkante. Trifft ein Nachlaufwirbel mit Unterdruck z. B. zur Periode  $T_o \approx 0.6$  für  $U=U_o$  auf die Schaufelvorderkante auf, so zeigt sich der Druckkoeffizient an der Schaufelvorderkante minimal. Andernfalls bleibt der Druckkoeffizient zeitlich etwa konstant erhalten. Die Druckschwankungen an der Hinterkante werden hauptsächlich durch die sich längs der Druck- und der Saugseite an die Hinterkante fortbewegenden Wirbelsegmente hervorgerufen (z. B. siehe Bild 6.21 2) (a)). Die Frequenz des Druckkoeffizienten an der Schaufelvorderkante entspricht etwa der Zylinderfrequenz, während die Frequenz des Druckkoeffizienten an der Schaufelhinterkante relativ unregelmäßig ist. Außerdem stellen sich die Spitzendrücke an der Schaufelvorderkante ein, welche größer sind als der totale Druck  $(P_{1_t})_a$  am Zylindereintritt. Für instationäre Strömungen ist aufgrund der zeitlichen Änderung der Geschwindigkeitsgröße der momentane totale Druck immer eine Funktion von Zeit und Ort (siehe Gleichung 6.16). Vergleicht man für drei unterschiedliche Größen der Umfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{U}$  des mitbewegten Zylinders die Druckamplituden  $(= C_{p_{max}} - C_{p_{min}})$  an der Schaufelvorder- und der Schaufelhinterkante, so ist zu entnehmen, daß mit zunehmender Größe von  $\mathbf{U}$  die Druckamplituden größer werden. Dies liegt daran, daß mit zunehmender Größe von  $\mathbf{U}$  gemäß der Gleichung (6.3) die Instationärität der Strömung größer wird, als Folge daraus wird gemäß (6.16) auch die zeitliche Änderung des totalen Drucks größer.

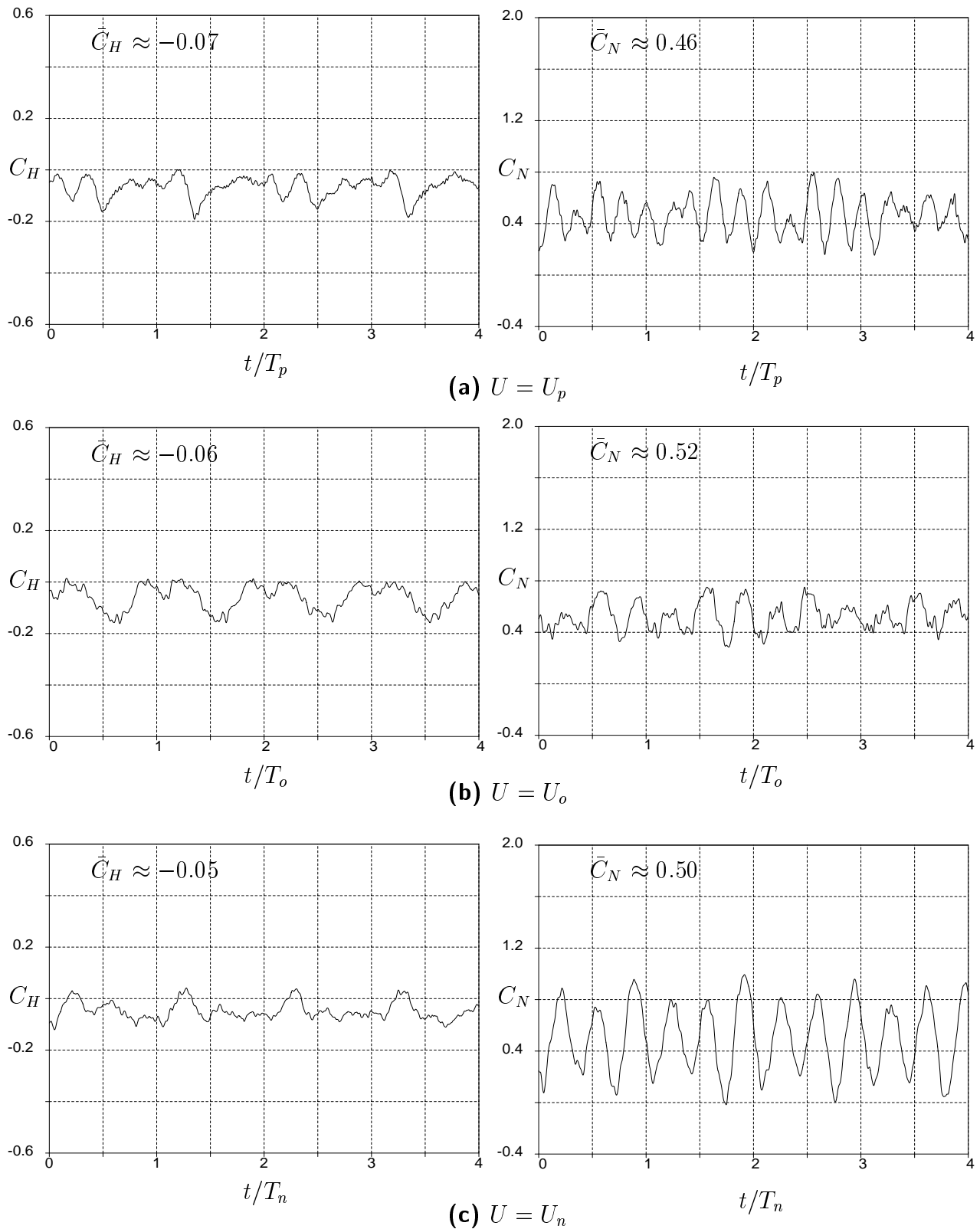
In Bild 6.16 sind verschiedene Größen in Abhängigkeit vom Zuströmwinkel  $\alpha_1$  bei  $U = U_p$  gezeigt. Bei einer Inzidenz von  $i_1 = 15.4^\circ$  ( $\alpha_1 = 57.6^\circ$ ) zeigt sich ein stärkerer Druckgradient im saugseitigen Vorderkantenbereich. Infolgedessen entstehen eine große Strömungsablösung im saugseitigen Hinterkantenbereich und eine kleine Ablöseblase mit sehr kleinem Unterdruck an der Vorderkante. Dies verursacht eine Zunahme der Kraft  $C_H$  in negativer Richtung und der Kraft  $C_N$  in positiver Richtung. Für den hochbelasteten Fall ( $\alpha_1 = 57.6^\circ$ ) befindet sich der Staupunkt im druckseitigen Vorderkantenbereich. Somit wird für  $\alpha_1 = 57.6^\circ$  infolge der Strömungsbeschleunigung an der Schaufelvorderkante der zeitlich gemittelte Druckkoeffizient dort kleiner, aber die Druckamplitude noch größer als für  $\alpha_1 = 49.2^\circ$  ( $i_1 = 7.0^\circ$ ).



**Bild 6. 12: Vergleich der Strömungsgrößen für die vollständig periodische Zylinderumströmung ohne (a) und mit (b) äußere(n) Störungen bei  $Re_\infty = 0.23 \times 10^4$ ,  $M_\infty = 0.294$**

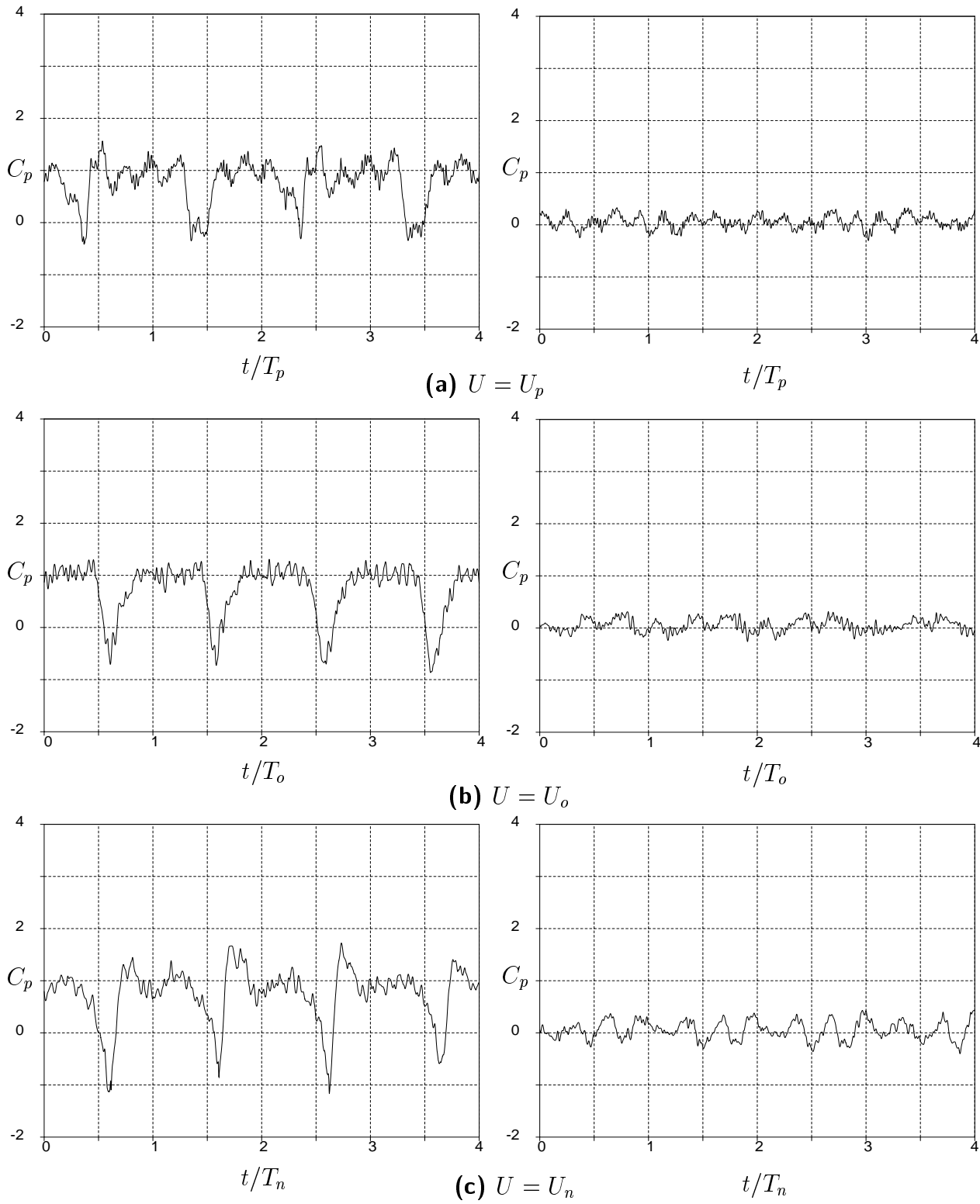


**Bild 6. 13:** Zeitliche Entwicklung der auf den mitbewegten Zylinder wirkenden Kräfte für drei unterschiedliche Umfangsgeschwindigkeitsgrößen bei  $\alpha_1=49.2^\circ (i_1 = 7^\circ)$

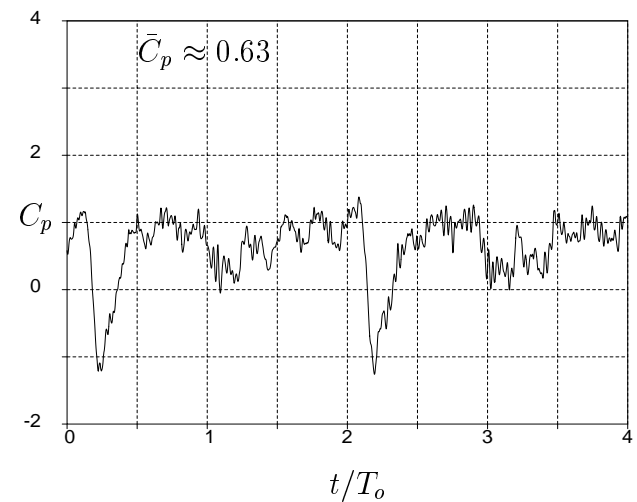
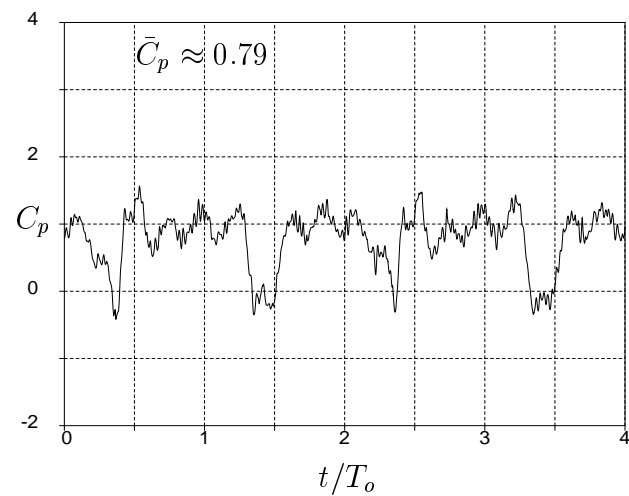
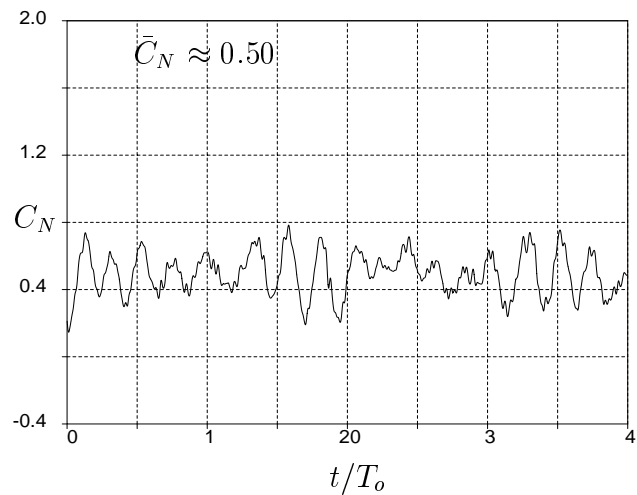
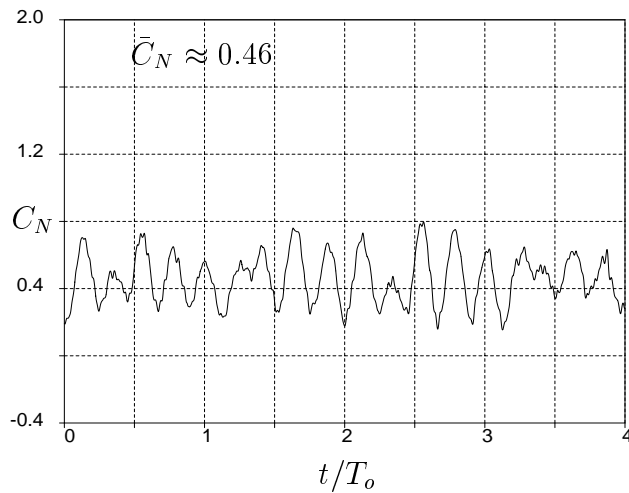
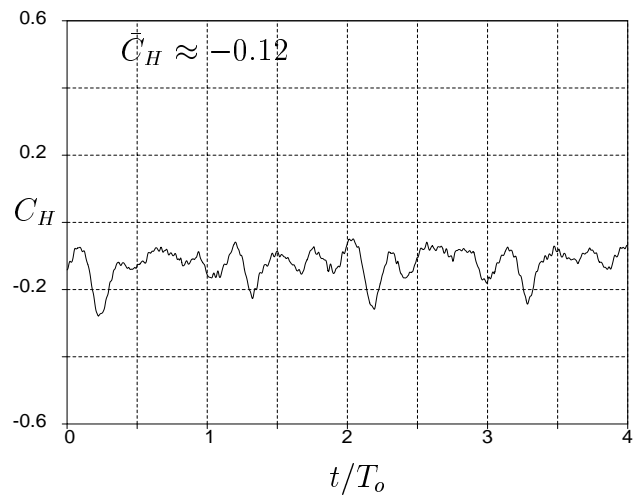
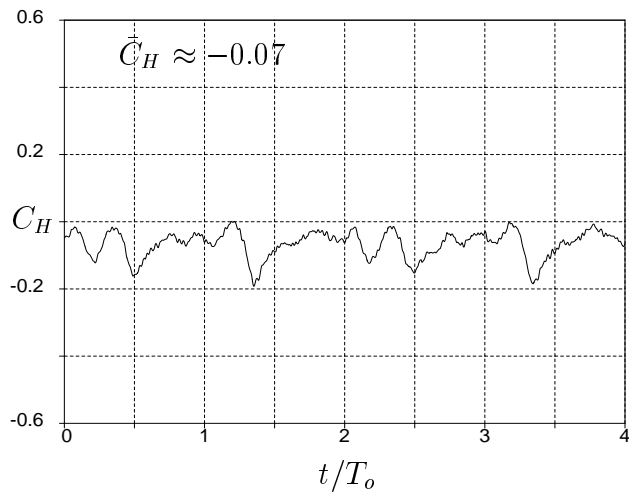


**Bild 6.14:** Zeitliche Entwicklung der auf die Schaufel wirkenden Kräfte für drei unterschiedliche Umfangsgeschwindigkeitsgrößen bei  $\alpha_1=49.2^\circ (i_1 = 7^\circ)$





**Bild 6. 15:** Zeitliche Entwicklung des Durckkoeffizienten bei drei unterschiedlichen  $U$  an der Vorderkante (links) und der Hinterkante (rechts) bei  $\alpha_1=49.2^\circ (i_1 = 7^\circ)$



(a)  $\alpha_1 = 49.2^\circ (i_1 = 7^\circ)$

(b)  $\alpha_1 = 57.6^\circ (i_1 = 15.4^\circ)$

**Bild 6.16: Strömungsgrößen in Abhängigkeit vom Zuströmwinkel  $\alpha_1$  bei  $U=U_p$  ( $C_p$  an der Vorderkante)**

Die zeitlich gemittelten Druckverteilungen  $\bar{C}_p$  am Schaufelprofil bei  $\alpha_1 = 49.2^\circ$  und  $\alpha_1 = 57.6^\circ$  sind für die Fälle der ungestörten und der durch den mitbewegten Zylinder gestörten Zuströmungen zum Leitradgitter mit pneumatisch gemittelten Meßdaten [69] in Bild 6.17 verglichen. Für die gestörte Zuströmung ist eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung mit Meßdaten festzustellen, abgesehen vom saugseitigen Vorder- und Hinterkantenbereich. Diese Abweichungen können auf die ungenaue Vorhersage der Strömungsablösung im saugseitigen Hinterkantenbereich und auf die wechselseitig vom mitbewegten Zylinder abgelösten Nachlaufwirbel im saugseitigen Vordekantenbereich zurückgeführt werden. In Messungen wurden am Leitradeintritt nur die Nachlaufdellen ermittelt, welche, vom mitbewegten Zylinder aus betrachtet, zeitlich etwa konstant sind. Aber bei der Rechnung wurde eine Wirbelreihe festgestellt, welche auch, vom mitbewegten Zylinder aus betrachtet, etwa mit einer konstanten Periodizität instationär ist. Trifft ein Nachlaufwirbel auf die Schaufelvorderkante auf, so führt er zu einer Inzidenzänderung. Falls dabei eine große Inzidenzänderung ( $\Delta i \gg 0$ ) geschieht, kommt es infolge des starken Druckgradienten im saugseitigen Vorderkantenbereich zu Strömungsablösungen.

Die zeitliche Entwicklung der Geschwindigkeitsgröße  $V$  an einem Punkt ( $\circ$ ) unmittelbar vor der Schaufelvorderkante (siehe Bild 6.2) bei  $\alpha_1 = 49.2^\circ$  ist auch zusammen mit Meßdaten [69] in Bild 6.18 gezeigt. Aus diesem Ergebnis geht hervor, daß die aus dem mitbewegten Zylinder hinauslaufenden Nachlaufwirbel die zeitlich veränderlichen, aber etwa periodischen, Zuströmbedingungen am Leitradeintritt verursachen. Eine relativ große Abweichung zwischen den gerechneten Werten und den Meßdaten ist insbesondere beim Durchgang der Nachläufe durch den Punkt ( $\circ$ ) zu erkennen. Dies ist darauf zurückzuführen, daß im Gegensatz zum Nachlauf ohne Wirbel ein Nachlaufwirbel mit einem größerem Geschwindigkeitseinbruch für einen bestimmten Zeitraum am Punkt ( $\circ$ ) vorbeiläuft.

Bild 6.20 zeigt die zeitliche Entwicklung des Druckkoeffizienten  $C_p$  für vier unterschiedliche Lagen am Leitradschaufelprofil. Der Druckkoeffizient  $C_p$  an der Schaufelvorderkante ( $L_\infty(x) = 0.0$ ) erreicht sein Minimum, wenn ein Nachlaufwirbel mit Unterdruck auf die Schaufelvorderkante auftritt (siehe Bild 6.21 4) (a)), und damit ist zu diesem Zeitpunkt die stärkste Instationarität festzustellen. Aus dem Vergleich der Druckschwankungen an den gleichen Positionen ( $L_\infty(x) = 0.45$ ) auf der Saug- und der Druckseite ist auch zu entnehmen, daß die Druckschwankung auf der Druckseite wesentlich größer ist als auf der Saugseite, da sich gemäß der *negative jet*-Theorie (siehe Bild 6.23 (b)) ein Nachlaufwirbel nach seinem Auftreffen auf die Leitradschaufel durch die Hauptströmung längs der Druckseite fortbewegt. Zu jedem Zeitpunkt ist der Druckkoeffizient  $C_p$  auf der Druckseite infolge der Zufuhr von Fluid zur Druckseite (siehe Bild 6.23 (b)) unmittelbar hinter dem sich längs der Druckseite forbbewegenden Nachlaufwirbel am größten. Die Druckschwankung an der Hinterkante ( $L_\infty(x) = 1.0$ ) ist verhältnismäßig gering. Eine derartige Druckschwankung ruft eine sich abwechselnde mechanische Schaufelbelastung hervor, und hat einen großen Einfluß auf die Grenzschichtströmung am Schaufelprofil, welche von dem momentanen Druckgradienten abhängt. Die relativen Schwankungsgrößen der auf das Schaufelprofil wirkenden Kräfte gegen die zeitlichen Mittelwerte,  $\bar{C}_H$  und  $\bar{C}_N$ , sind in Bild 6.19 aufgezeichnet.

Um den Transport einer wechselseitig vom mitbewegten Zylinder abgelösten Wirbelreihe in den Leitradschaufelkanal und deren Effekt auf die Leitradschaufel zu veranschaulichen, sind in Bild 6.21 die Verteilung der turbulenten kinetischen Energie und der Druckkoeffizient am Schaufelprofil bei  $U = U_o, \alpha_1 = 49.2^\circ$ , der Klarheit halber nur zu sechs unterschiedlichen

Zeitpunkten für eine Periode  $T_o$  zwischen  $t/T_o = 3.0$  und  $t/T_o = 4.0$ , dargestellt. Wie aus dem Vergleich von zwei Strömungsfeldern zu den Zeitpunkten  $t/T_o = 3.0$  und  $t/T_o = 4.0$  in Bild 6.21 1) (a), 6) (a) erkennbar ist, stimmen die Strömungsfelder bei jeder Periode infolge sowohl der etwas unterschiedlichen Frequenzen zwischen der Wirbelablösung und der Zylinderbewegung als auch der zeitlichen Entwicklung der selbständigen Grenzschichtablösung im Hinterkantenbereich qualitativ und quantitativ nicht exakt überein. Die Strömung wird um die Schaufelvorderkante umgelenkt und in Abhängigkeit vom Inzidenzwinkel  $i$  im druck- oder saugseitigen Vorderkantenbereich beschleunigt oder verzögert. Die Wirbel bewegen sich im Leitradkanal auf einer leicht gebogenen Bahn, da die konvektive Strömungsgeschwindigkeit in der Kanalmitte noch höher ist als diejenige um die Vorderkante.

Wie aus der Verteilung der turbulenten kinetischen Energie in Bild 6.21 4) (a) festzustellen ist, erreicht ein Nachlaufwirbel die Schaufelvorderkante etwa zum Zeitpunkt  $t/T_o \approx 3.6$ , an welchem der totale Druck  $(P_t)_a$  an der Vorderkante sein Minimum aufzeigt. Somit ist zum gleichen Zeitpunkt auch die Druckdifferenz zwischen der Vorderkante ( $L_\infty(x) = 0$ ) und der Hinterkante ( $L_\infty(x) = 1$ ) maximal. Diese Druckdifferenz führt für eine Periode  $T_o$  in negativer Richtung zur etwa maximalen Kraft  $C_H$  parallel zur Schaufelsehne (siehe Bild 6.14 (b)). Der Nachlaufwirbel wird durch die Schaufelvorderkante in zwei Segmente unterteilt. Ein Nachlaufsegment wird gemäß der *negative jet*-Theorie an die Saugeite umgelenkt (siehe Bild 6.23 (b)), und das andere bewegt sich längs der Druckseite fort. Daneben befinden sich die zum früheren Zeitpunkt  $t/T_o \approx 2.6$  unterteilten Wirbelsegmente schon im Hinterkantenbereich. Vergleicht man die momentanen Druckverteilungen  $C_p$  am Schaufelprofil zu sechs unterschiedlichen Zeitpunkten, ist zum Zeitpunkt  $t/T_o \approx 3.6$  die Flächengröße infolge der Druckdifferenz zwischen der Druck- und der Saugseite am größten, also auch die Kraft  $C_N$  normal zur Schaufelsehne im absoluten Wert am größten. Dabei entspricht aber die Flächengröße strikt nicht dem Druckbeitrag zur Kraft  $C_N$ , da der Druck normal zur Schaufelwand wirkt.

Die zwei unterteilten Nachlaufsegmente bewegen sich längs der Druck- und der Saugseite zur Hinterkante fort, was zur zeitlichen Änderung des Druckkoeffizienten am Schaufelprofil und damit der Kraft  $C_N$  führt, während sich die von der Schaufel ungestörten Wirbel in der Mitte des Schaufelkanals stromabwärts bewegen. Verglichen mit der zeitlich gemittelten Druckverteilung  $\bar{C}_p$  in Bild 6.17 (a), ist zu jedem Augenblick eine große Druckschwankung um den Mittelwert  $\bar{C}_p$  zu erkennen. Am Schaufelaustritt werden die ungestörten Wirbel und die unterteilten Nachlaufsegmente mit den Schaufelnachläufen gemischt und laufen dann aus dem Leitradgitter hinaus. Eine derartige Strömungsvariation findet im Leitradkanal periodisch statt. Aus dieser Betrachtung geht hervor, daß eine Reihe abgelöster Wirbel mit starkem Turbulenzgrad das Strömungsfeld im Schaufelkanal und damit die Schwankung der Kräfte auf das Schaufelprofil stark beeinflussen.

Die Instationarität der Strömung in Turbomaschinen wird durch eigene Instabilitäten oder äußere Störungen verursacht, und damit unterscheiden sich instationäre Strömungsgrößen wesentlich von denen stationärer Strömungen. Um die durch die Instationarität der Strömung infolge der Zylinderbewegung am Eintritt des Leitradgitters verursachten Effekte auf die Strömungsgrößen in der Mitte 2 zwischen dem mitbewegten Zylinder und dem Leitradgitter zu erfassen, sind die momentanen Strömungsgrößen in der Mitte 2 über die Teilung  $S$  zu sechs unterschiedlichen Zeitpunkten für eine Periode  $T_o$  in Bild 6.21 (c)-(f) aufgezeichnet.

Bei ungestörten Zuströmungen ohne Zylinder zum Leitradgitter ist etwa  $V_2(y) \approx V_1(y)$  über die Teilung  $S$ . Aber bei gestörten Zuströmungen durch den mitbewegten Zylinder am

Eintritt des Leitradgitters verursacht der Zylinder sowohl einen Geschwindigkeitseinbruch im Nachlauf als auch die Instationärität der Strömung, so daß die Geschwindigkeitsgröße  $V_2$  und die Dichte  $\rho_2$  an der Ebene 2 zu jedem Zeitpunkt für eine Periode  $T_o$  unterschiedlich sind. Bei ungestörten Zuströmungen ist der Massenstrom überall konstant. Im Gegensatz dazu ist bei gestörten Zuströmungen der Massenstrom eine Funktion von Ort und Zeit. Diese Abhängigkeit ist auf die zeitliche Änderung der Dichte zurückzuführen. Bei stationären Zylindernachläufen aus dem mitbewegten Bezugssystem betrachtet ist für die Inzidenz  $i_1 = 7^\circ$  am Zylindereintritt die zeitliche Änderung der Inzidenz  $i_2$  an der Ebene 2 sehr klein. Jedoch erzeugt der mitbewegte Zylinder eine Reihe wechselseitig abgelöster Wirbel, welche auch vom mitbewegten Zylinder betrachtet instationär sind. Diese wechselseitigen Wirbelablösungen verursachen eine große zeitliche Änderung der Inzidenz  $i_2$  an der Ebene 2 über die Teilung  $S$ .

Bei reibungsfreien stationären Strömungen ohne Zylinder entspricht der totale Druck  $(P_{1t})_a$  am Zylindereintritt dem totalen Druck  $(P_{2t})_a$  in der Ebene 2. Bei instationären reibungsfreien Strömungen, welche durch den mitbewegten Zylinder verursacht wurden, nimmt der momentane totale Druck über die Teilung  $S$  entsprechend der zeitlichen Änderung der Geschwindigkeitsgröße zu oder ab. Wie aus den Totaldruckverhältnissen zu jedem Zeitpunkt in Bild 6.21 zu entnehmen ist, ist der momentane totale Druck in der Ebene 2 größer oder kleiner als derjenige am Zylindereintritt 1. Kommt es infolge der Zylindernachläufe an einem Punkt in der Ebene 2 zu einem Geschwindigkeitseinbruch, so ist  $(P_{2t})_a/(P_{1t})_a$  kleiner als 1. Wird die Strömung durch die Zylinderbewegung an einem Punkt in der Ebene 2 zeitlich beschleunigt, so ist  $(P_{2t})_a/(P_{1t})_a$  größer als 1.

Unter der Annahme, daß die Strömung zwischen dem Zylindereintritt 1 und der Ebene 2 reibungsfrei und eindimensional ist, so ist die differentielle Form der eindimensionalen Bewegungsgleichung für reibungsfreie Strömungen durch

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (6.15)$$

gegeben. Integriert man diese Gleichung über eine Strecke von 1 bis 2, so erhält man

$$\frac{(P_{1t})_a}{\rho_1} = \frac{(P_{2t})_a}{\rho_2} - \int_1^2 \frac{\partial V}{\partial t} dx. \quad (6.16)$$

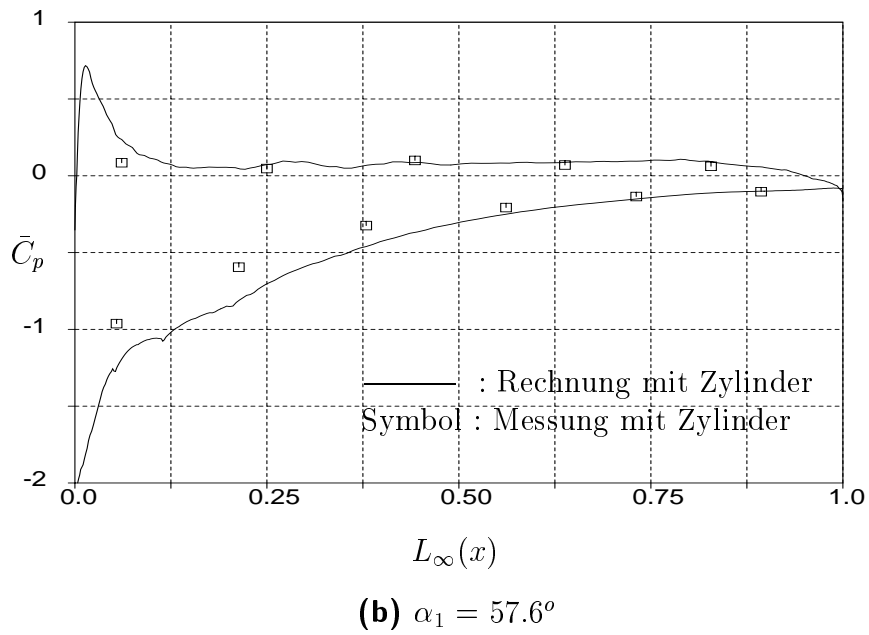
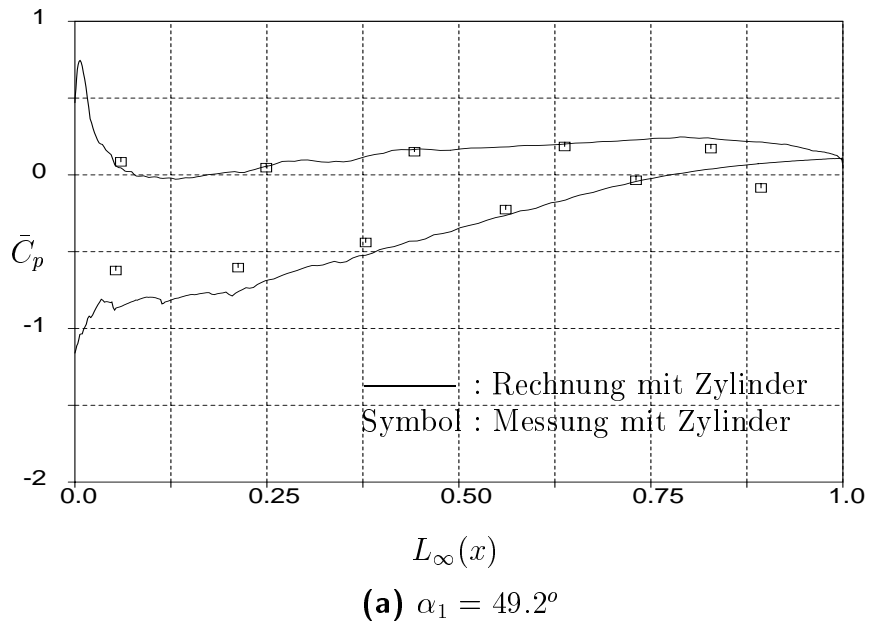
Aus dieser Beziehung ist zumindest qualitativ zu beurteilen, daß für einen zeitlich konstanten totalen Druck  $(P_{1t})_a$  am Zylindereintritt der momentane totale Druck  $(P_{2t})_a$  in der Ebene 2 über die Teilung  $S$  von der zeitlichen Änderung der Geschwindigkeitsgröße stark beeinflusst wird. Auch die Abhängigkeit der totalen Temperatur  $(T_{2t})_a$  von der zeitlichen Änderung der Geschwindigkeitsgröße kann aus der *Gibbs*'schen Beziehung zusammen mit (6.15) in ähnlicher Weise formuliert werden. Somit sind bei gestörter Zuströmung zum Leitradgitter sowohl der totale Druck  $(P_t)_a$  als auch die totale Temperatur  $(T_t)_a$  im Leitradschaukelkanal immer eine Funktion von Zeit und Ort.

Die Bewegung von Fluidpartikeln in einem Strömungsfeld setzt sich aus der Translation und der Drehung um die Partikelachsen, bei Wirbelströmungen auch aus der Rotation um die Wirbelachsen, zusammen. Jedoch ist die Drehung von Fluidpartikeln mit Hilfe einer Vektorgröße grafisch nicht darstellbar, und damit sind nur bei den verbleibenden Bewegungen die grafische Darstellung einer Vektorgröße möglich. Unter Vernachlässigung der Drehung der

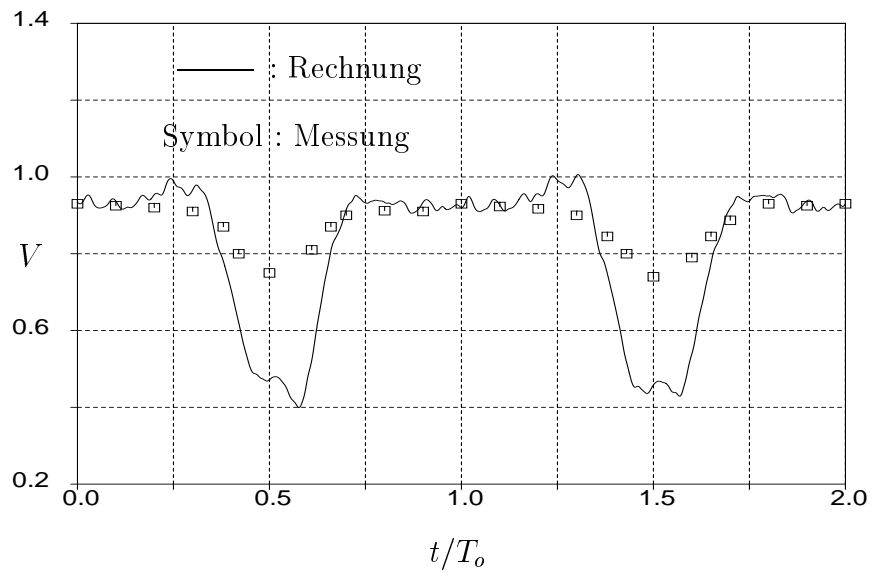
Fluidpartikeln um die Partikelachsen werden die vom mitbewegten Zylinder abgelösten Wirbel gleichzeitig zur Rotation um die Wirbelachsen durch die Hauptströmung im Schaufelkanal stromabwärts transportiert. In den aus der Überlagerung der Translation und der Rotation resultierenden momentanen Geschwindigkeitsvektoren  $\mathbf{V}$  sind die Wirbelstrukturen nicht zu erkennen, da die Komponenten der Transportgeschwindigkeit wesentlich größer als die Komponenten der Rotation sind. Um also den Wirbeltransport vom mitbewegten Zylinder zum Schaufelkanal darstellen zu können, wurden aus den überlagerten Geschwindigkeitsvektoren  $\mathbf{V}$  zu einem Zeitpunkt die für eine Periode  $T_o$  zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsvektoren  $\bar{\mathbf{V}}$  subtrahiert, welche etwa den Translationsgeschwindigkeiten von Fluidpartikeln entsprechen. Gezeigt sind in Bild 6.22 die so erhaltenen, sogenannten, *instationären* Geschwindigkeitsvektoren ( $=\mathbf{V}-\bar{\mathbf{V}}$ ) zum Zeitpunkt  $t/T_o=3.6$  bei  $U=U_o$ ,  $\alpha_1=49.2^\circ$ , wobei diese Vektoren der Klarheit halber nur für ein Viertel der gesamten Gitterpunkte aufgezeichnet sind. Aus diesen instationären Geschwindigkeitsvektoren ist zumindest qualitativ zu sehen, daß eine Reihe wechselseitig von einem mitbewegten Zylinder abgelöster Wirbel, welche in abwechselnder Richtung um die eigenen Achsen rotieren, über die Grenzfläche zwischen zwei unterschiedlichen Bezugssystemen in den Schaufelkanal übertragen werden bzw. dort erhalten bleiben.

Eine bemerkenswerte Erscheinung, welche infolge des Geschwindigkeitseinbruchs des Laufradnachs und der relativen Bewegung zwischen dem Laufradnachs und dem Leitradgitter auf der Druckseite der Leitradschauflern vorkommt, ist der sogenannte *negative jet* [43]. Ein aus der Literatur [38] entnommenes kinematisches Modell ohne Berücksichtigung von Wirbeln im Nachlauf, welches die vom Laufradgitter zum Leitradgitter laufende Laufraddelle im Mittelschnitt eines axialen Verdichters darstellt, ist in Bild 6.23 (a) schematisch gezeigt. Aus den Geschwindigkeitsdreiecken ist zu erkennen, daß die Laufraddelle mit einer verringerten Relativgeschwindigkeit  $\mathbf{W}_w$  zu einem Vektor geringerer Absolutgeschwindigkeit  $\mathbf{V}_w$  führt, welcher in Betrag und Richtung von dem außerhalb der Delle unterschiedlich ist. Vom feststehenden Bezugssystem aus betrachtet ist auch eine Geschwindigkeitskomponente  $\mathbf{V}_s$ , die sogenannte *slip velocity*, zu beobachten, welche bei Verzögerungsgittern von der Saugseite zur Druckseite des Leitradgitters gerichtet ist. Als Folge wird die Laufraddelle an die Druckseite transportiert und sammelt sich an der Druckseite an, wenn sie durch den Leitradkanal läuft. Die Richtung und die Größe von  $\mathbf{V}_s$  hängen von den Größen sowohl des Geschwindigkeitseinbruchs der Delle als auch der Umfangsgeschwindigkeit des Laufradgitters ab.

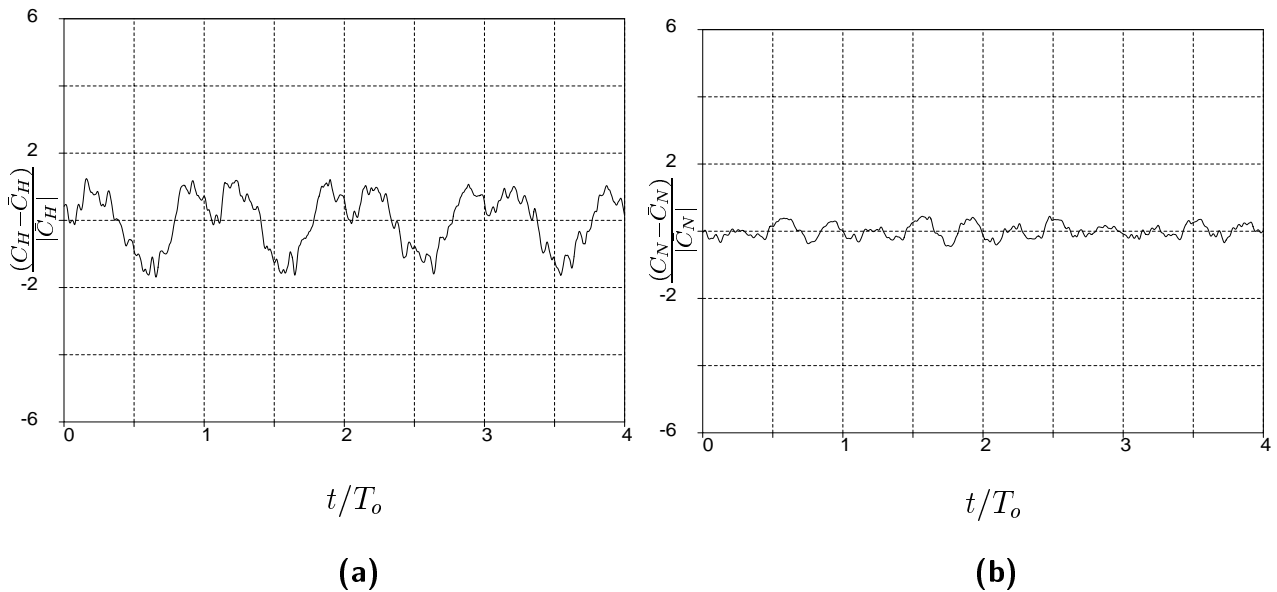
Aus Bild 6.23 (b) ist ein *negative jet* festzustellen, welcher die Zufuhr von Fluid zur Druckseite (etwa in  $x$ -Richtung) im Vorderkantenbereich verursacht und damit zu einem momentanen Maximumdruck im druckseitigen Vorderkantenbereich führt (siehe Bild 6.21 4) (b)). Da im Zylindernachs die Wirbel gegenüber den Nachlaufdellen dominieren, ist der *negative jet* im Vorderkantenbereich (Bild 6.23 (b)) nicht so ausgeprägt wie derjenige im kinematischen Modell in Bild 6.23 (a). Es ist zusätzlich zu entnehmen, daß durch ein entgegengesetzt rotierendes Wirbelpaar zwischen den Wirbeln die Zufuhr von Fluid zur Druckseite verursacht wird. Dies führt zu einer zusätzlichen Druckspitze auf der Druckseite (siehe Bild 6.21 4) (b)). Die derartige zeitliche Druckänderung auf dem Schaufelprofil verursacht eine Schwankung, welche zusätzlich zu den stationären Kräften auf die Schaufel wirkt.



**Bild 6.17: Vergleich der zeitlich gemittelten Druckverteilungen am Schaufelprofil von Messung [69] und Rechnung**

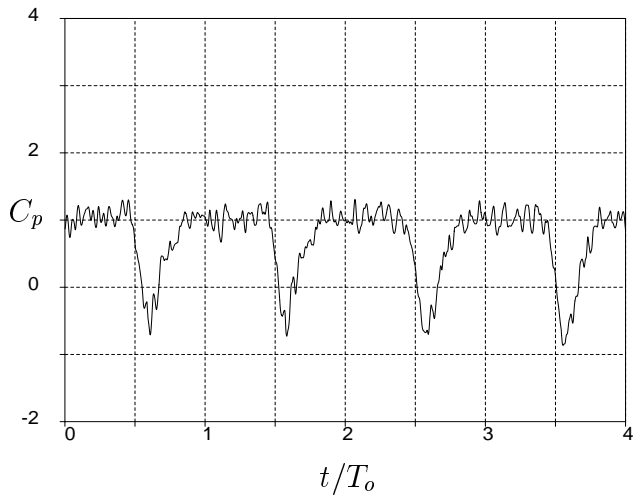


**Bild 6.18:** Zeitliche Entwicklung der Geschwindigkeitsgröße an einem Punkt (○) unmittelbar vor der Schaufelvorderkante (siehe Bild 6.2) bei  $U = U_o$ ,  $\alpha_1 = 49.2^\circ$

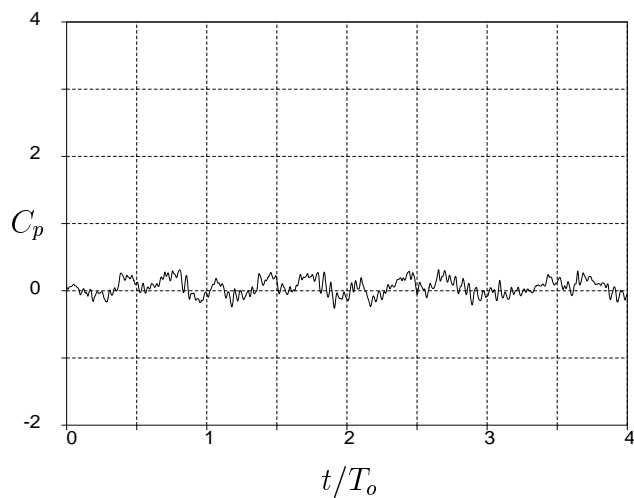


**Bild 6.19:** Zeitliche Entwicklung der relativen Schwankungsgrößen der auf das Schaufelprofil wirkenden Kräfte gegen den zeitlichen Mittelwert bei  $U = U_o$ ,  $\alpha_1 = 49.2^\circ$

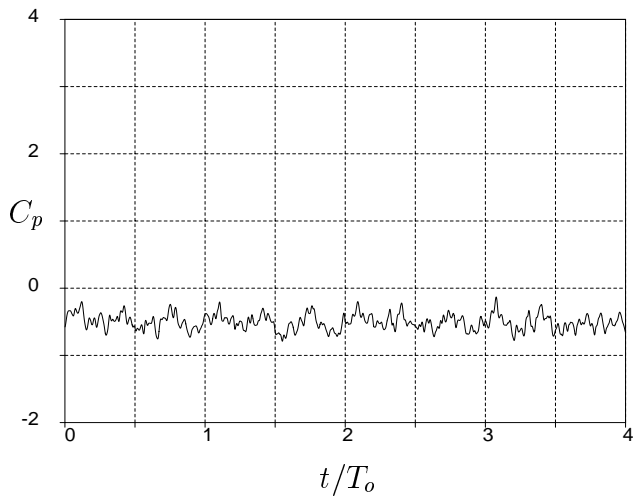




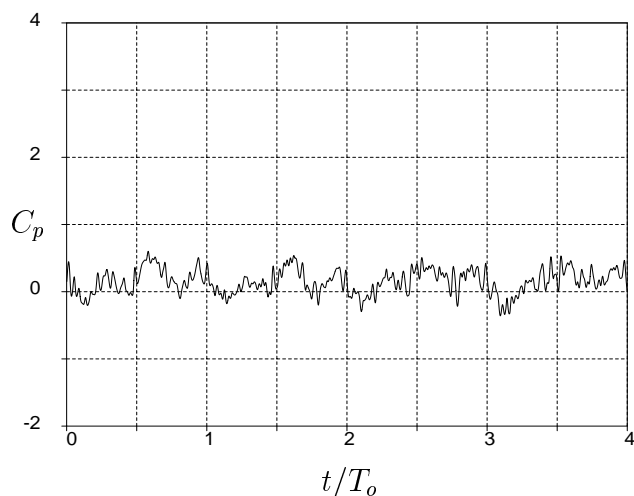
**(a)**  $L_\infty(x) = 0.0$  an der Vorderkante



**(b)**  $L_\infty(x) = 1.0$  an der Hinterkante

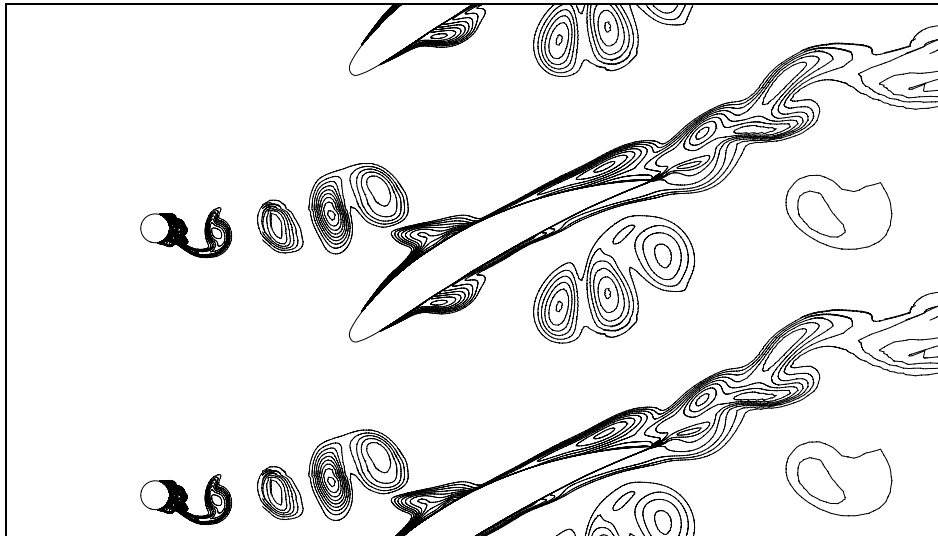


**(c)**  $L_\infty(x) = 0.45$  an der Saugseite

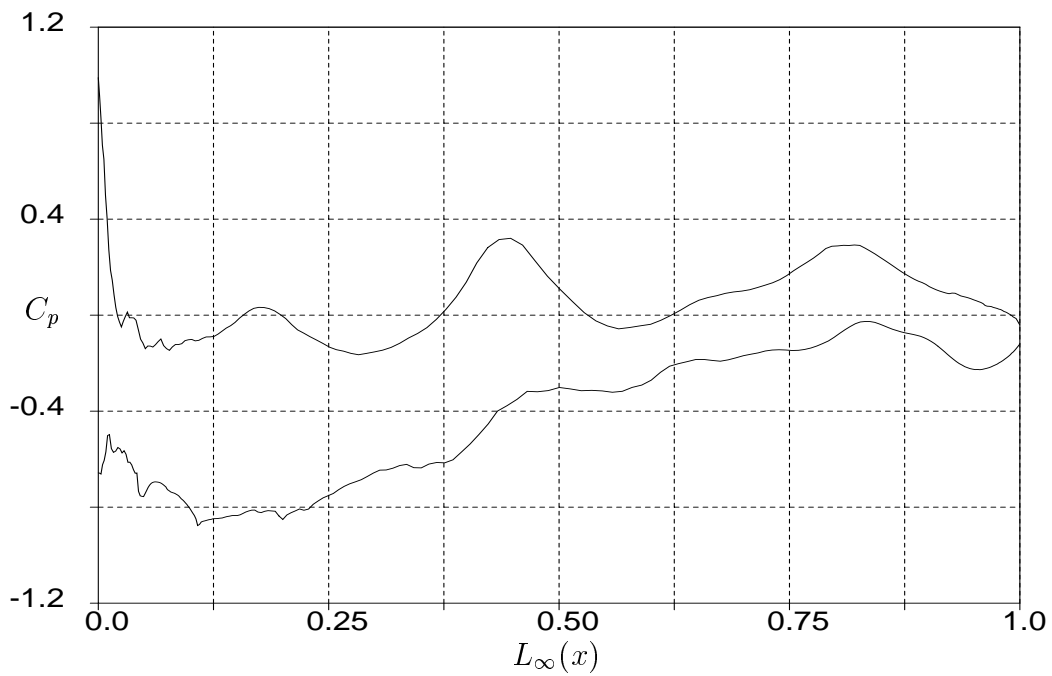


**(d)**  $L_\infty(x) = 0.45$  an der Druckseite

**Bild 6.20:** Zeitliche Entwicklung des Druckkoeffizienten  $C_p$  an vier unterschiedlichen Positionen des Schaufelprofils bei  $U = U_o, \alpha_1 = 49.2^\circ$

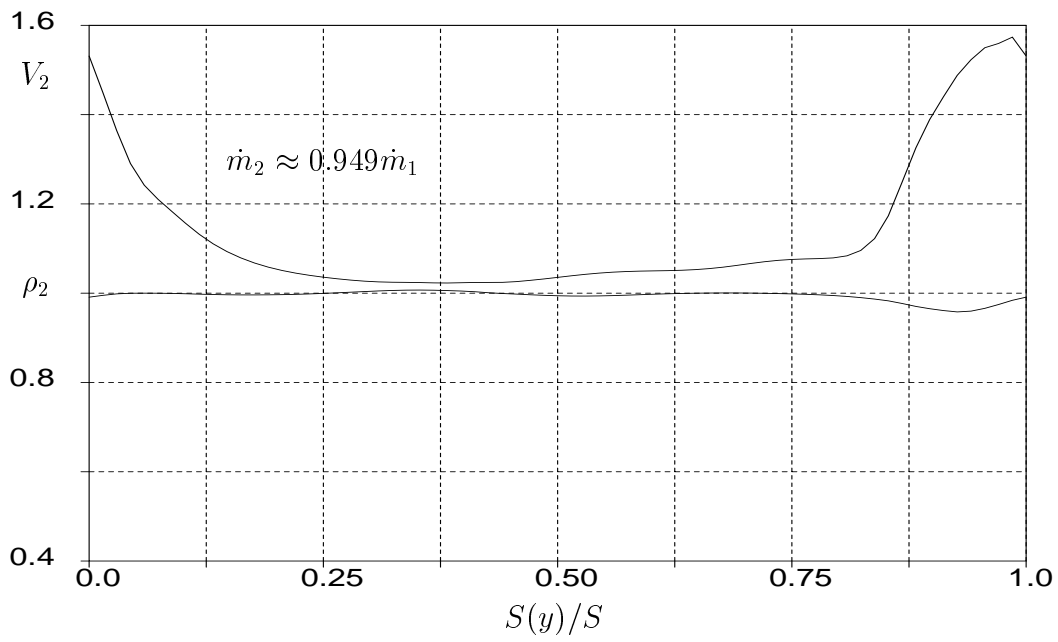


(a) Verteilung der Turbulenten kinetischen Energie

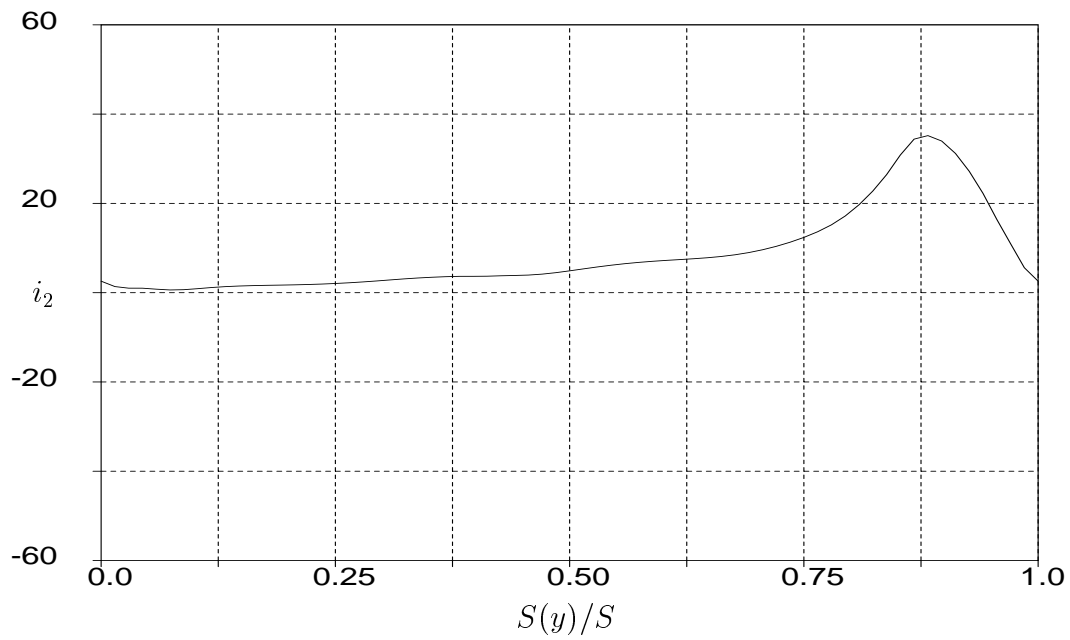


(b) Druckverteilung am Schaufelprofil

1) :  $t/T_o=3.0$

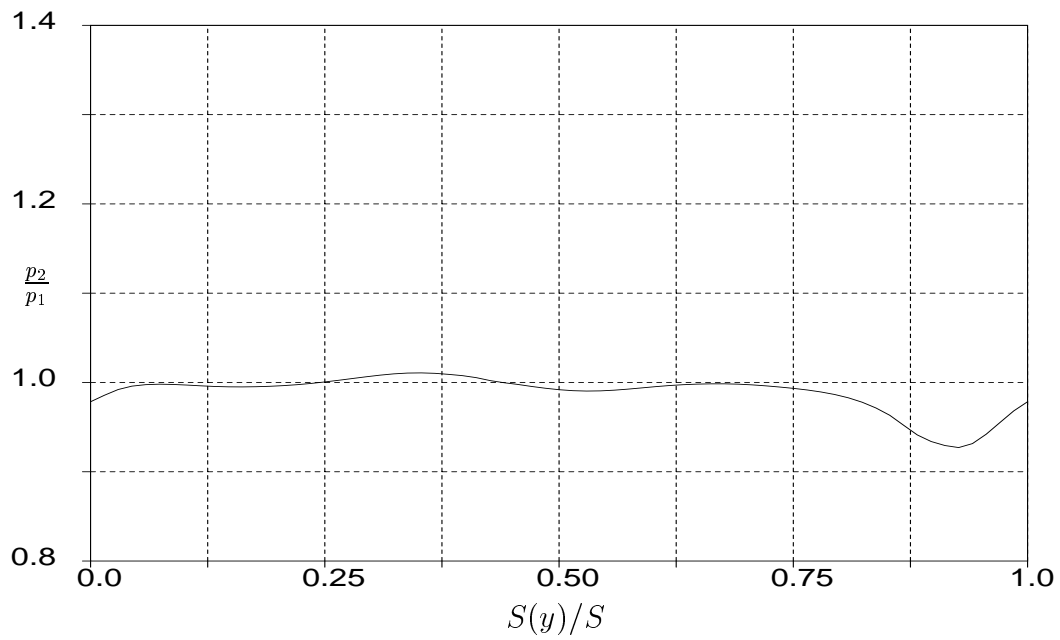


(c) Dichte  $\rho_2$  und Geschwindigkeitsgröße  $V_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

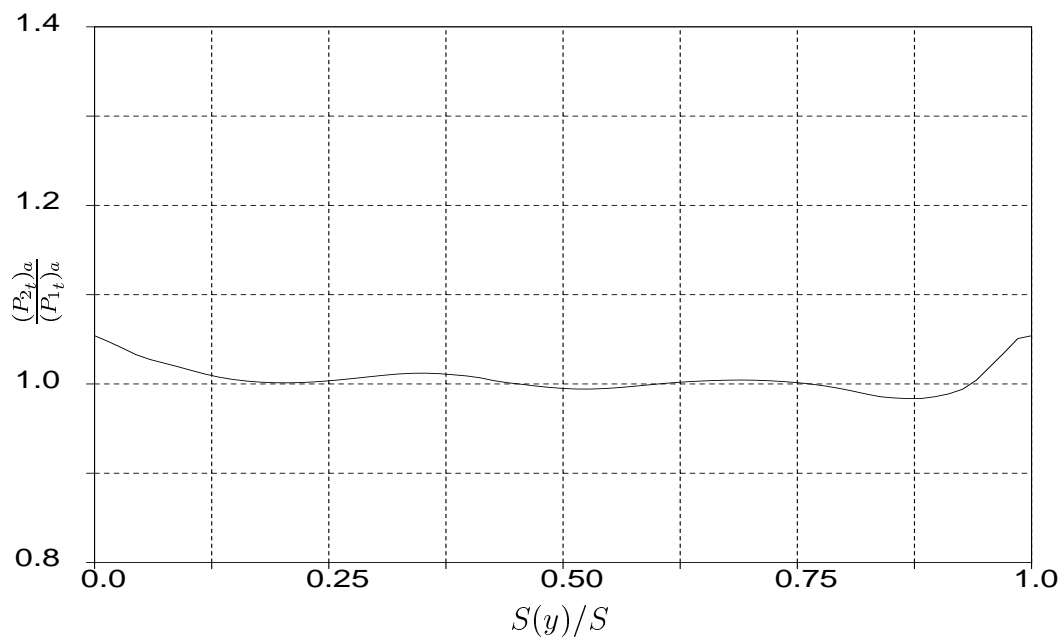


(d) Inzidenz  $i_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

1) :  $t/T_0=3.0$

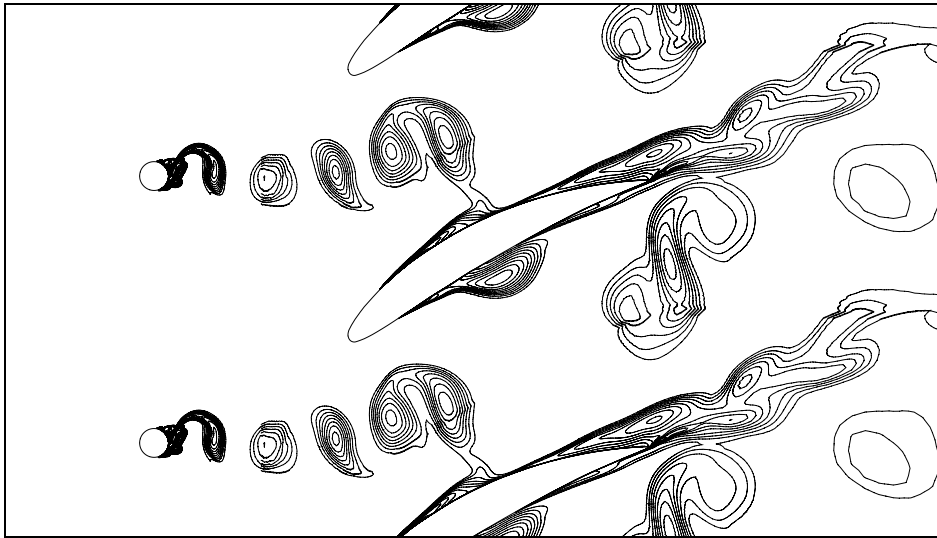


**(e) Druckverhältnis  $p_2/p_1$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$**

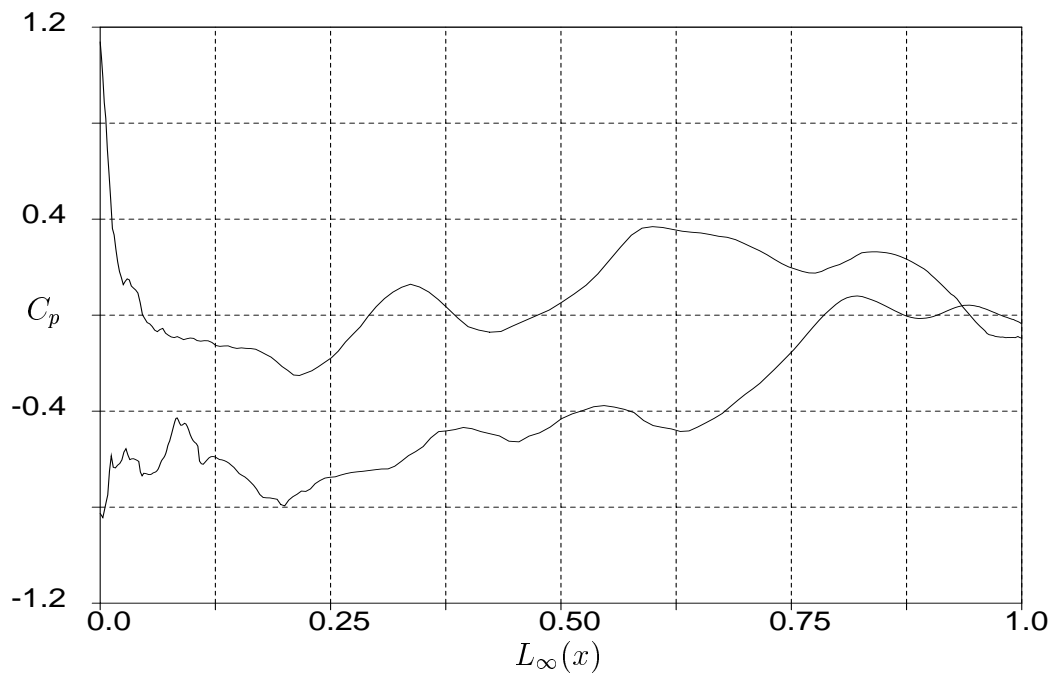


**(f) Totaldruckverhältnis  $(P_{2t})_a/(P_{1t})_a$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$**

**1)** :  $t/T_o=3.0$

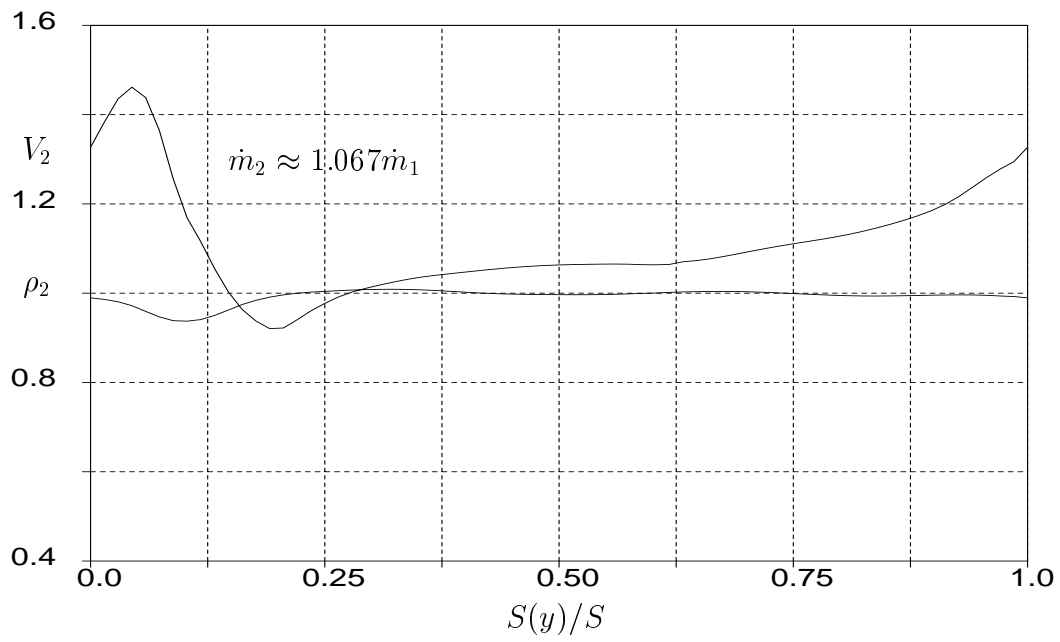


(a) Verteilung der Turbulenten kinetischen Energie

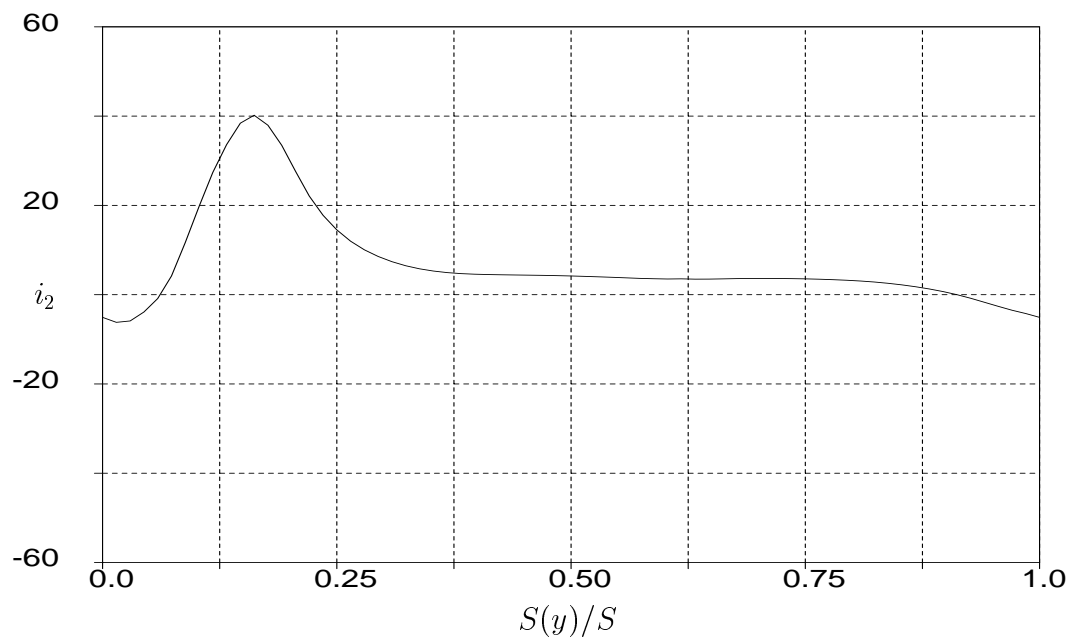


(b) Druckverteilung am Schaufelprofil

2) :  $t/T_o=3.2$

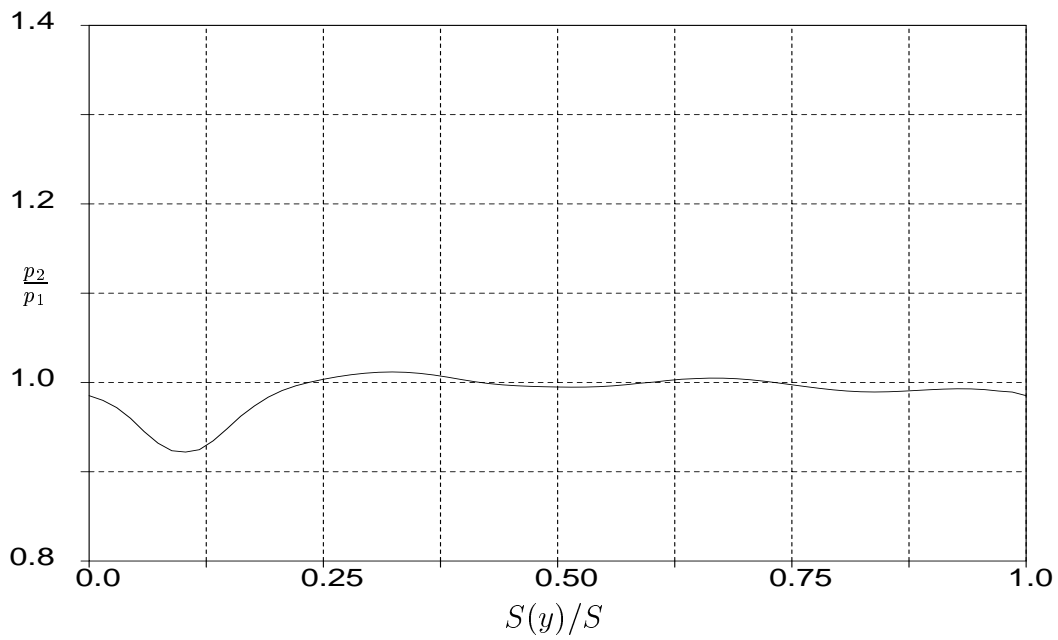


(c) Dichte  $\rho_2$  und Geschwindigkeitsgröße  $V_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

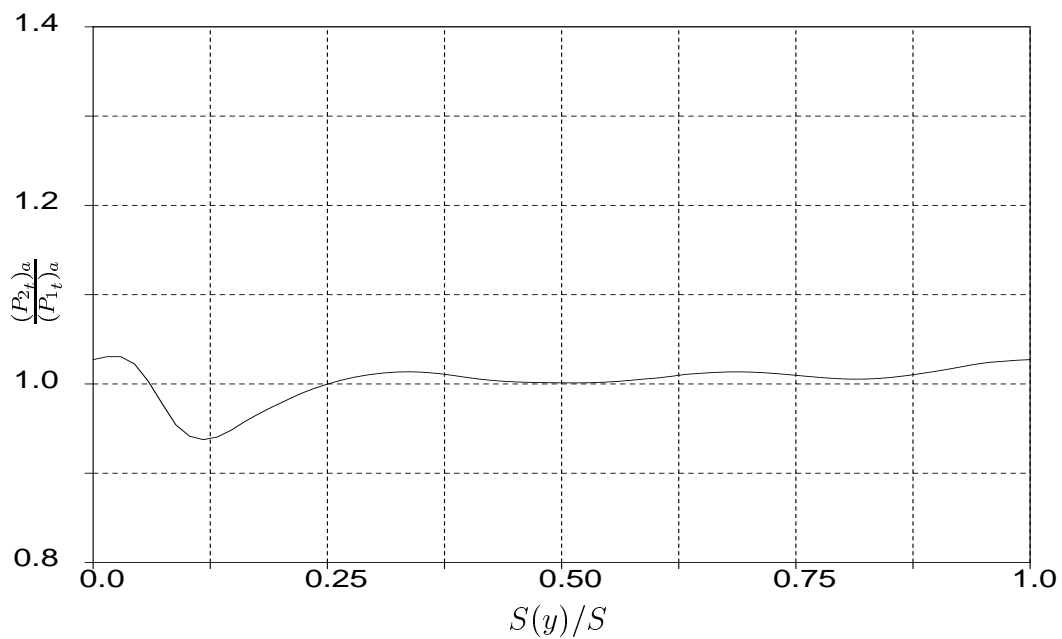


(d) Inzidenz  $i_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

2) :  $t/T_0=3.2$

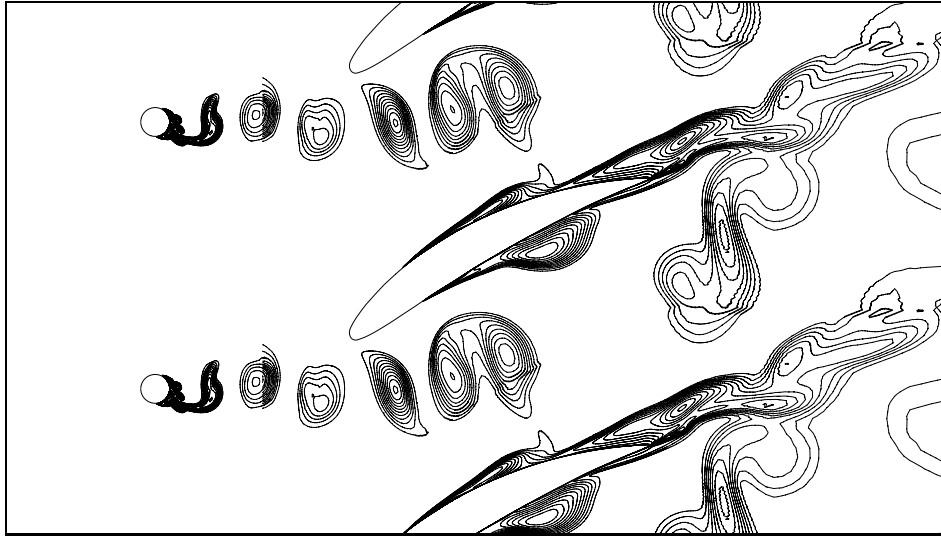


(e) Druckverhältnis  $p_2/p_1$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

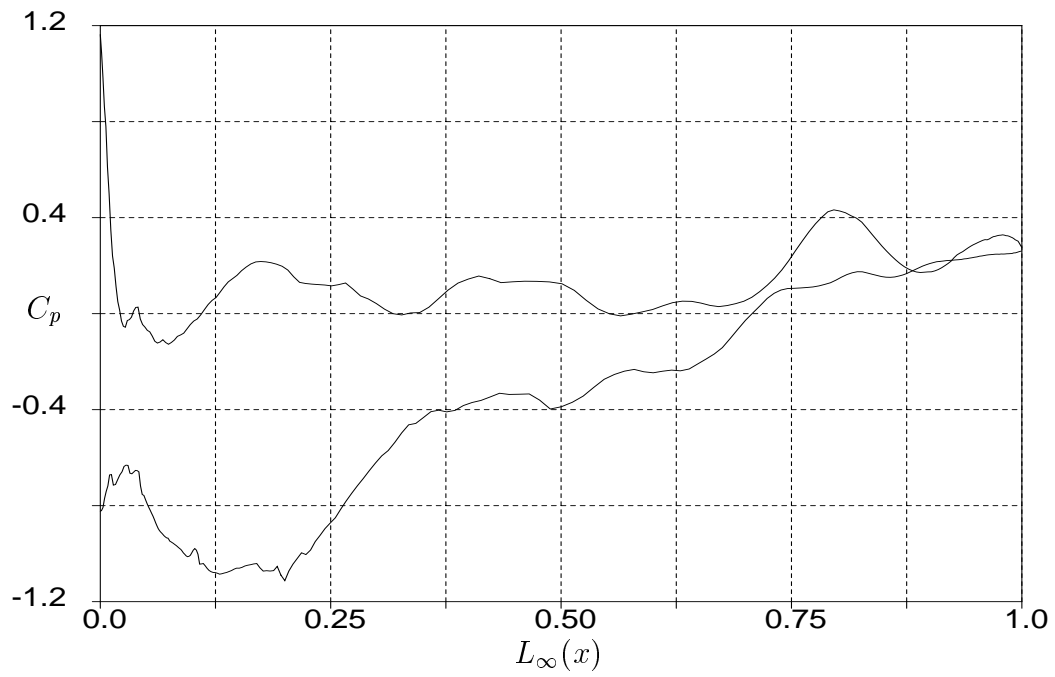


(f) Totaldruckverhältnis  $(P_{2t})_a/(P_{1t})_a$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

2) :  $t/T_o=3.2$



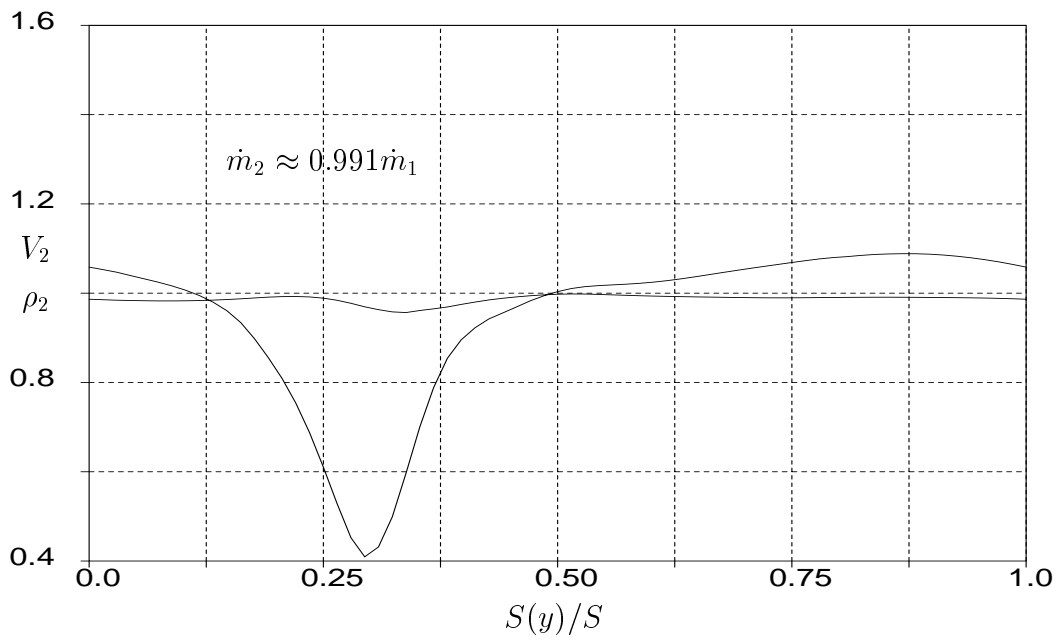
(a) Verteilung der Turbulenten kinetischen Energie



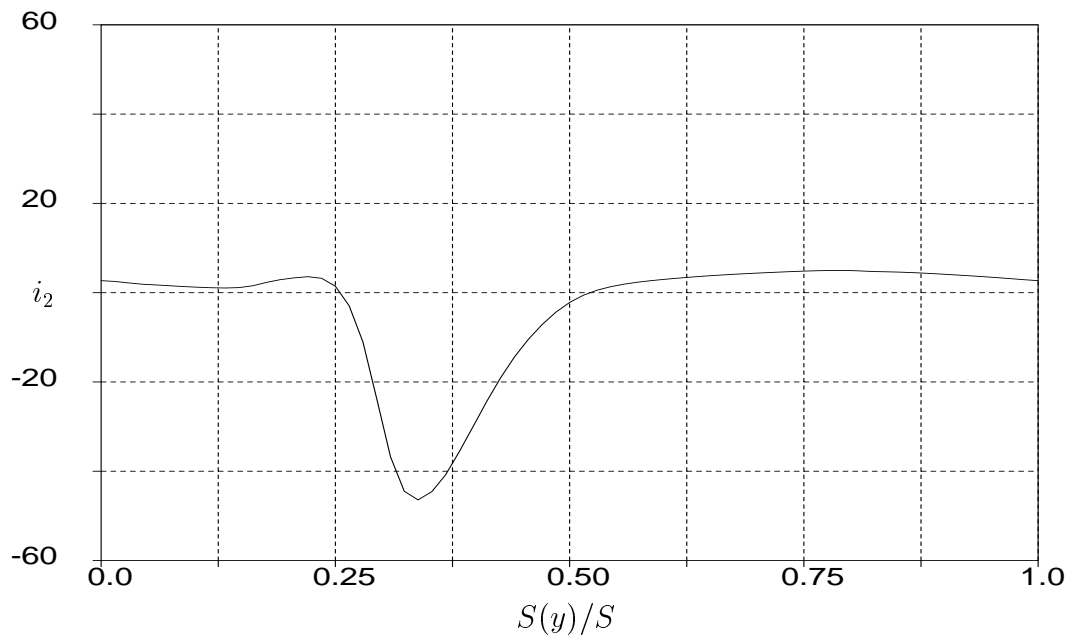
(b) Druckverteilung am Schaufelprofil

3) :  $t/T_o=3.4$



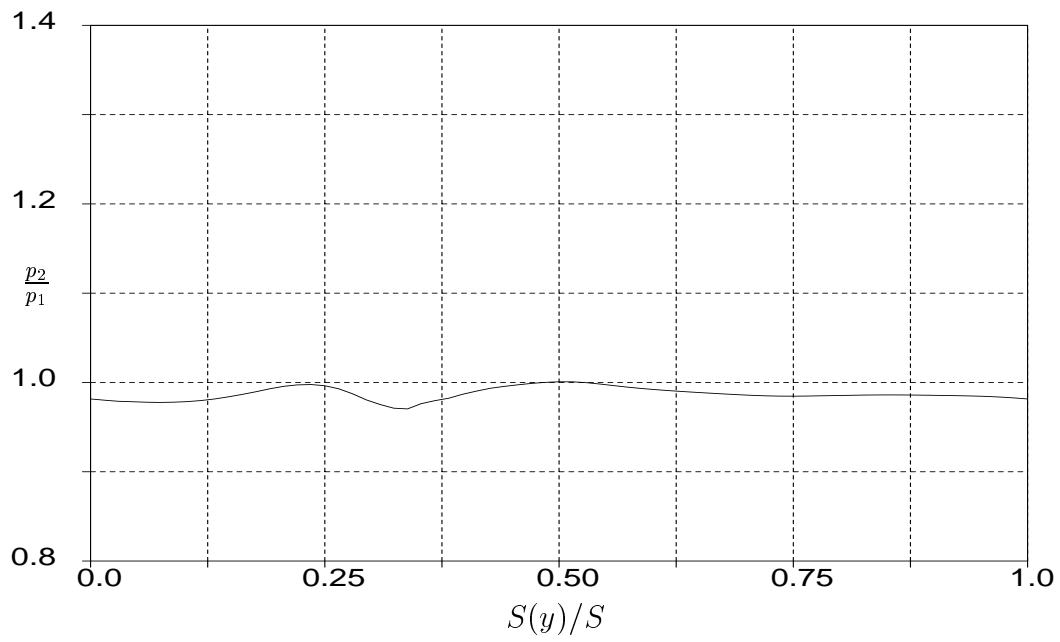


(c) Dichte  $\rho_2$  und Geschwindigkeitsgröße  $V_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

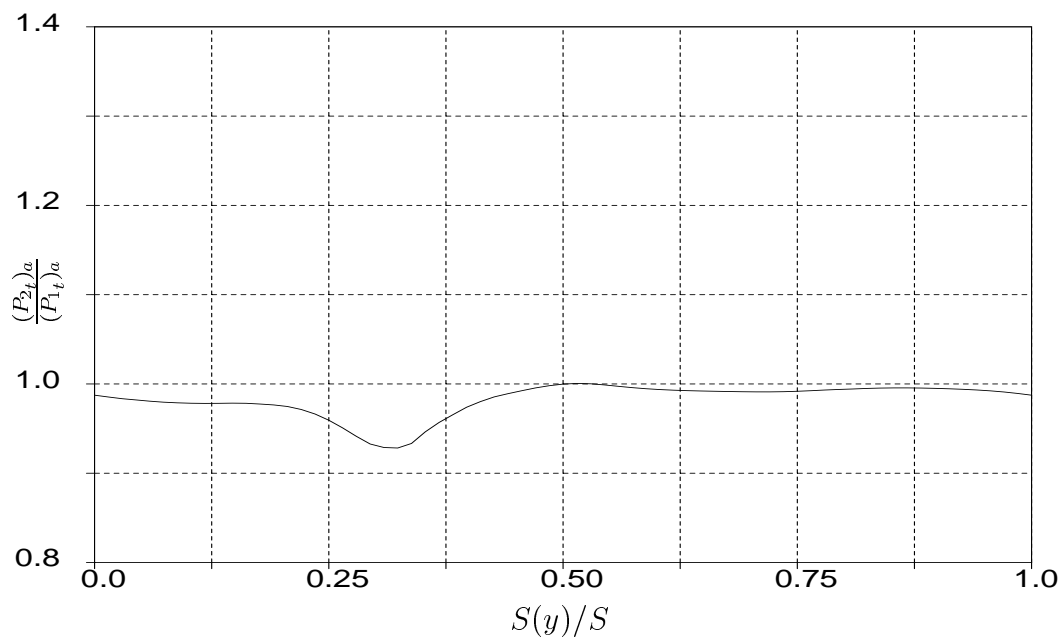


(d) Inzidenz  $i_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

3) :  $t/T_0=3.4$

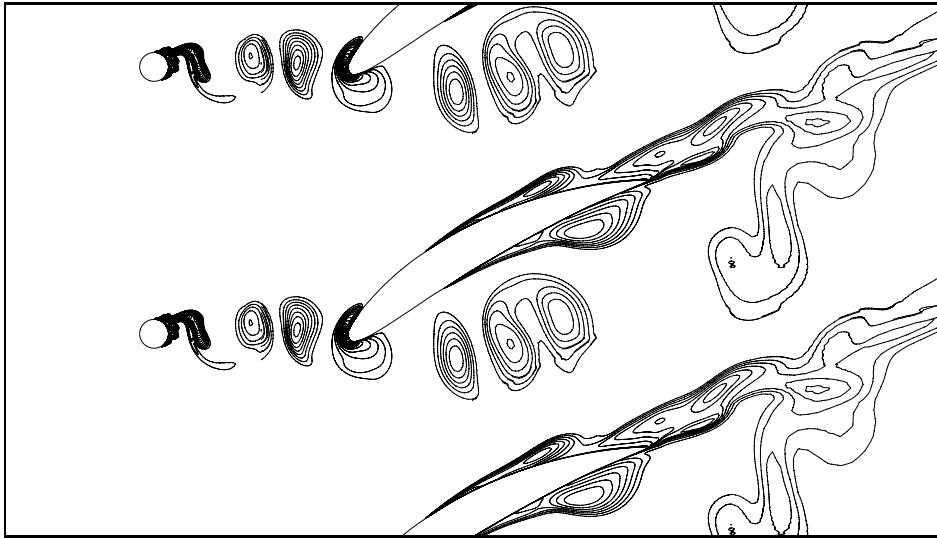


(e) Druckverhältnis  $p_2/p_1$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

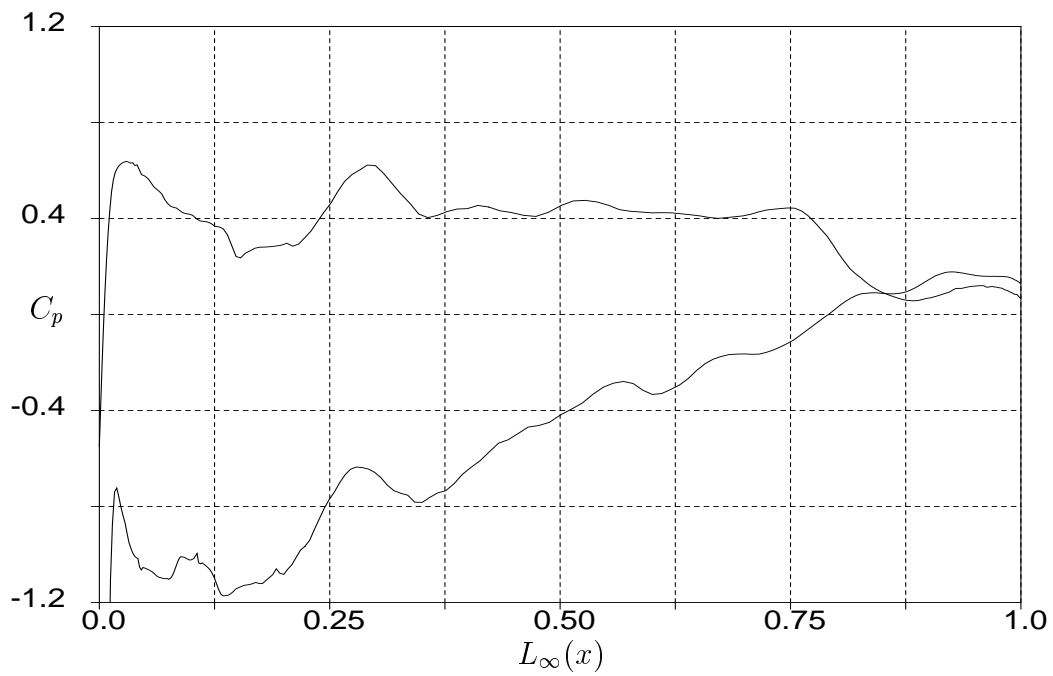


(f) Totaldruckverhältnis  $(P_{2t})_a/(P_{1t})_a$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

3) :  $t/T_o=3.4$

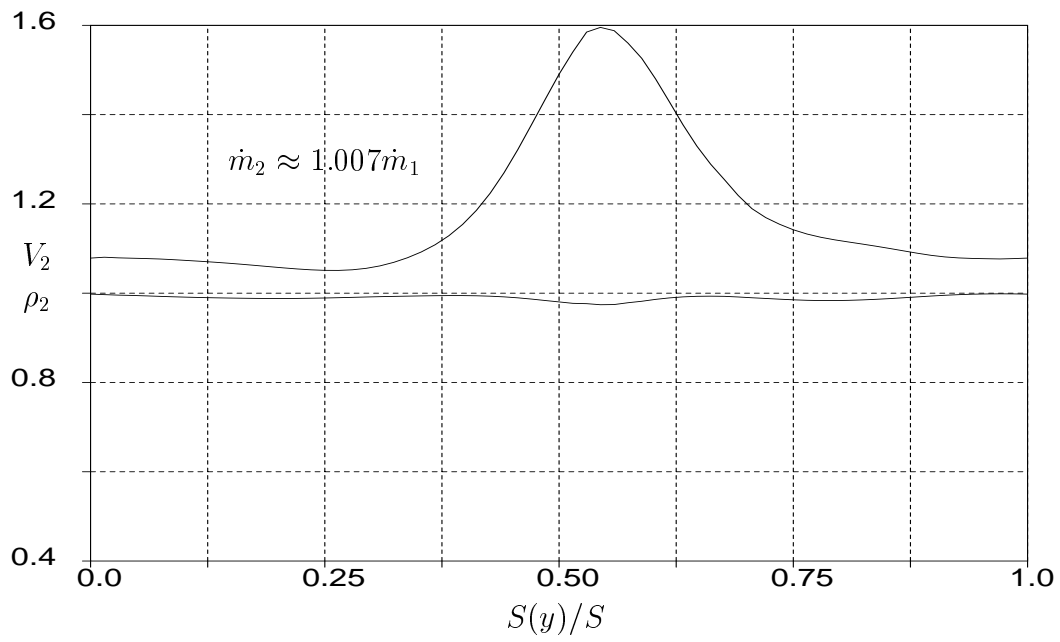


(a) Verteilung der Turbulenten kinetischen Energie

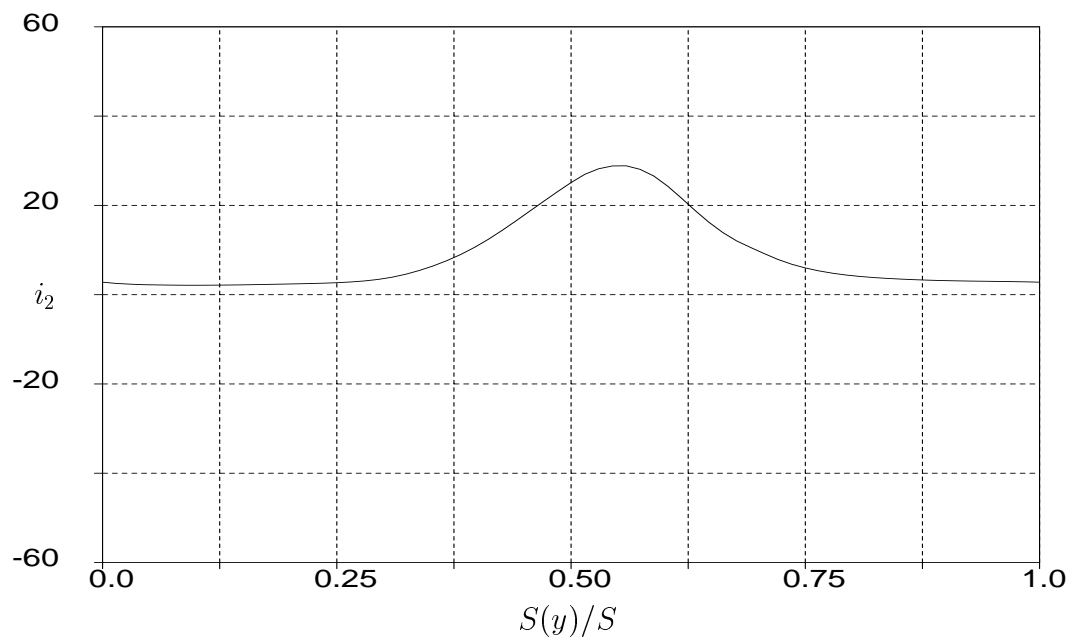


(b) Druckverteilung am Schaufelprofil

4) :  $t/T_o=3.6$

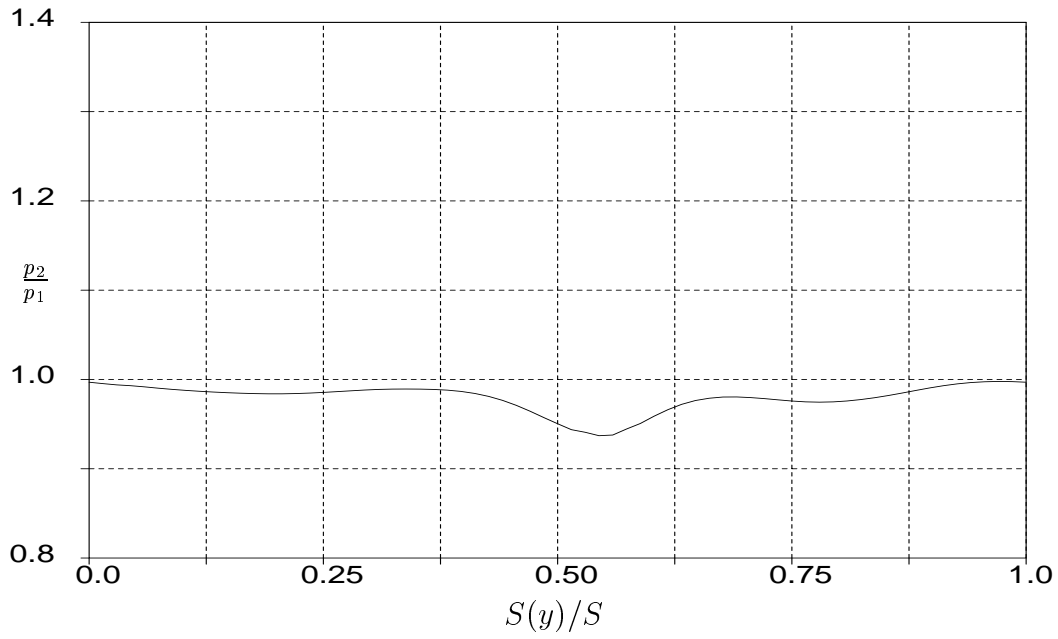


(c) Dichte  $\rho_2$  und Geschwindigkeitsgröße  $V_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

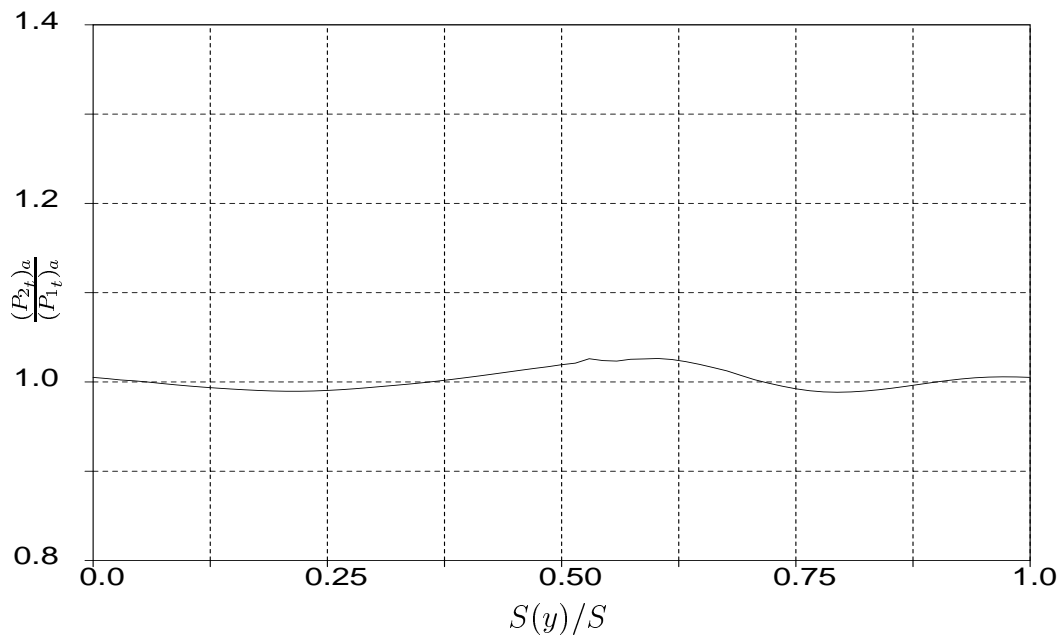


(d) Inzidenz  $i_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

4) :  $t/T_o=3.6$

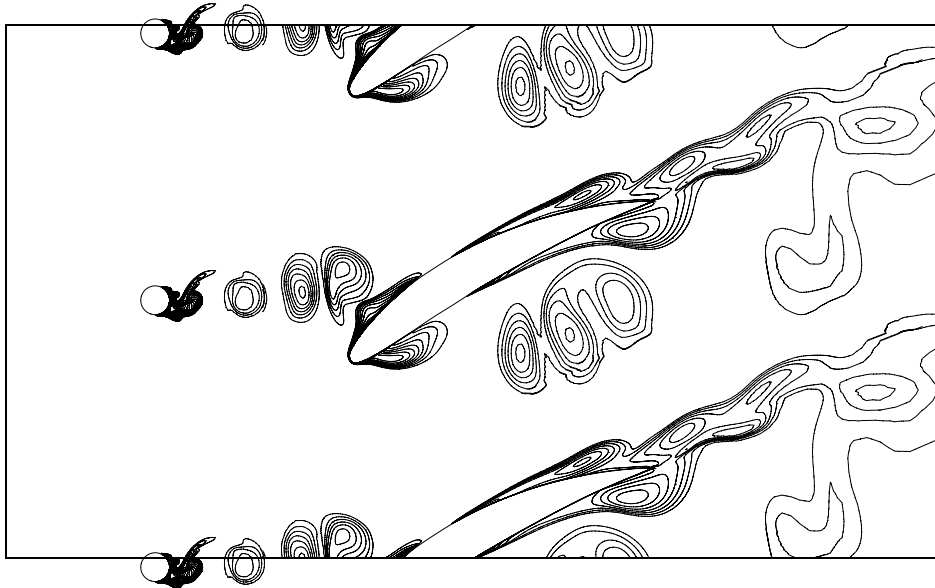


(e) Druckverhältnis  $p_2/p_1$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

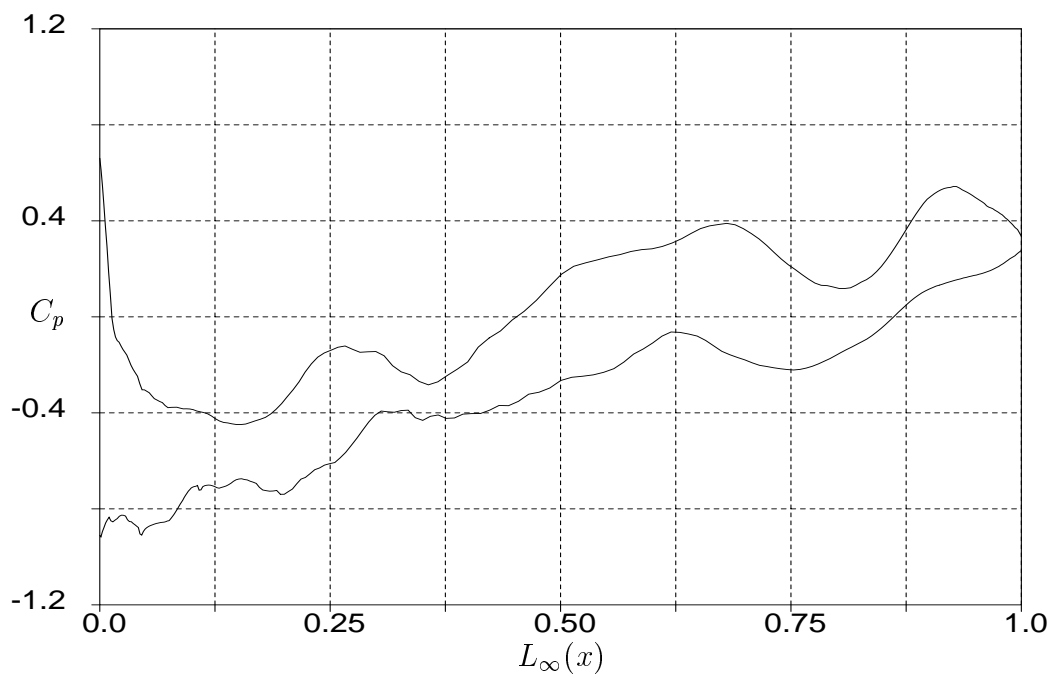


(f) Totaldruckverhältnis  $(P_{2t})_a/(P_{1t})_a$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

4) :  $t/T_o=3.6$

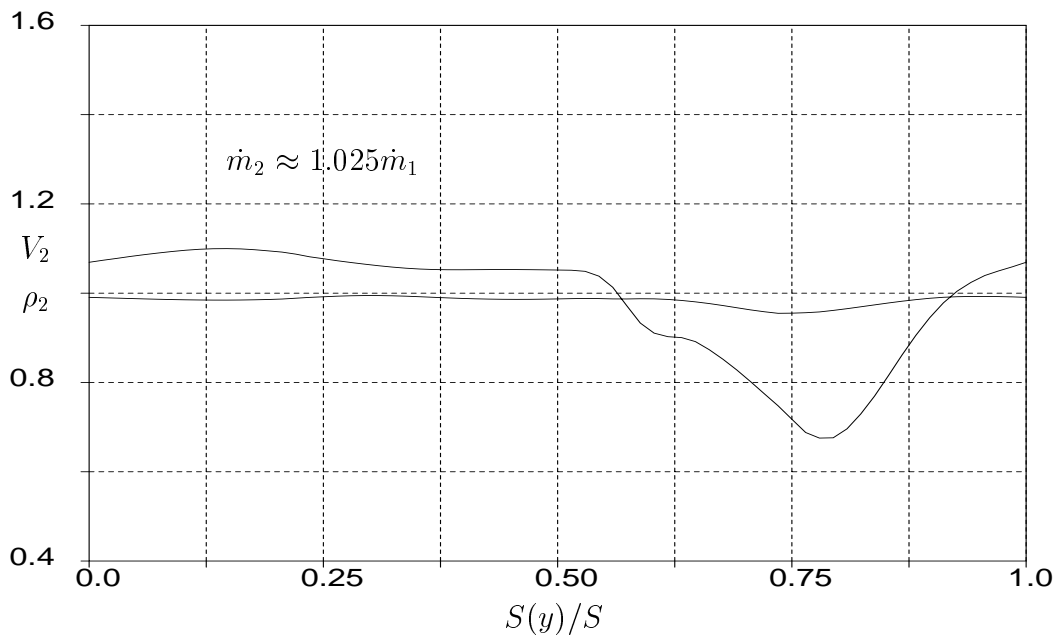


(a) Verteilung der Turbulenten kinetischen Energie

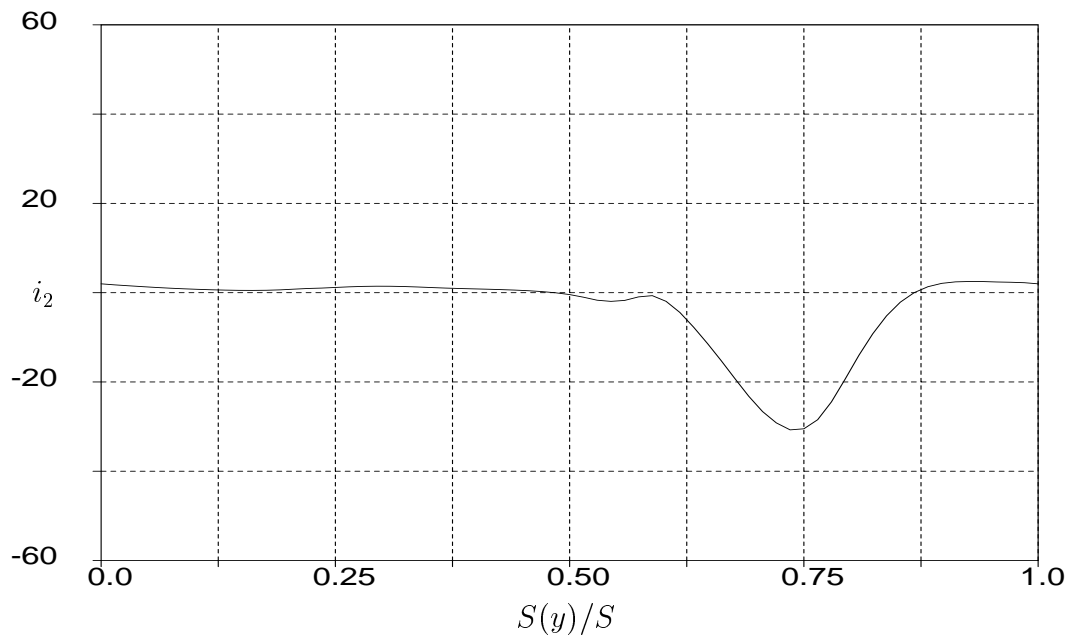


(b) Druckverteilung am Schaufelprofil

5) :  $t/T_0=3.8$

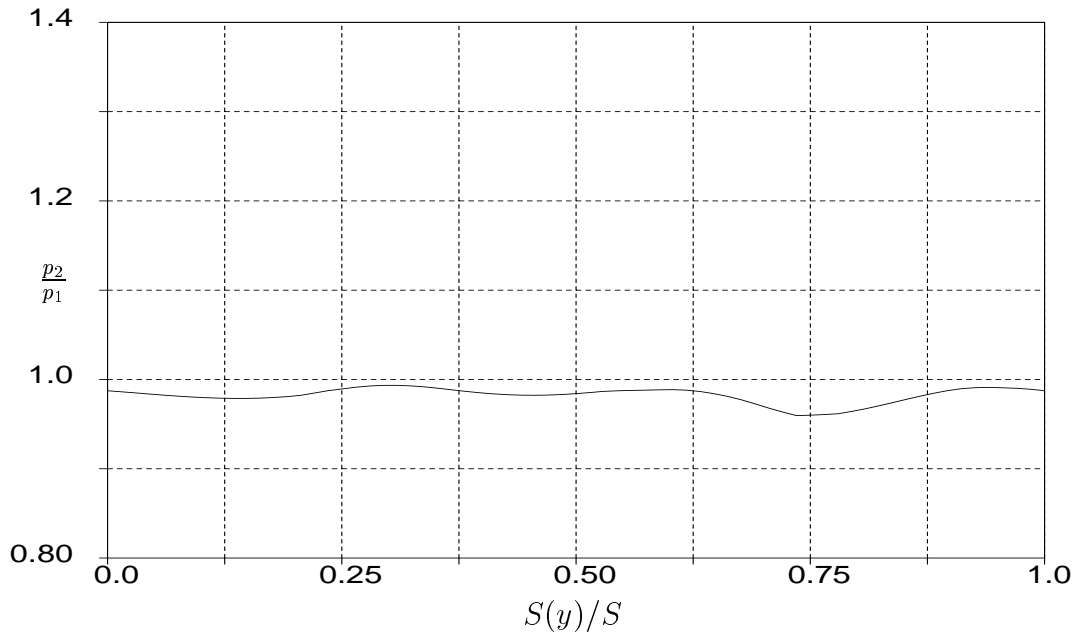


(c) Dichte  $\rho_2$  und Geschwindigkeitsgröße  $V_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

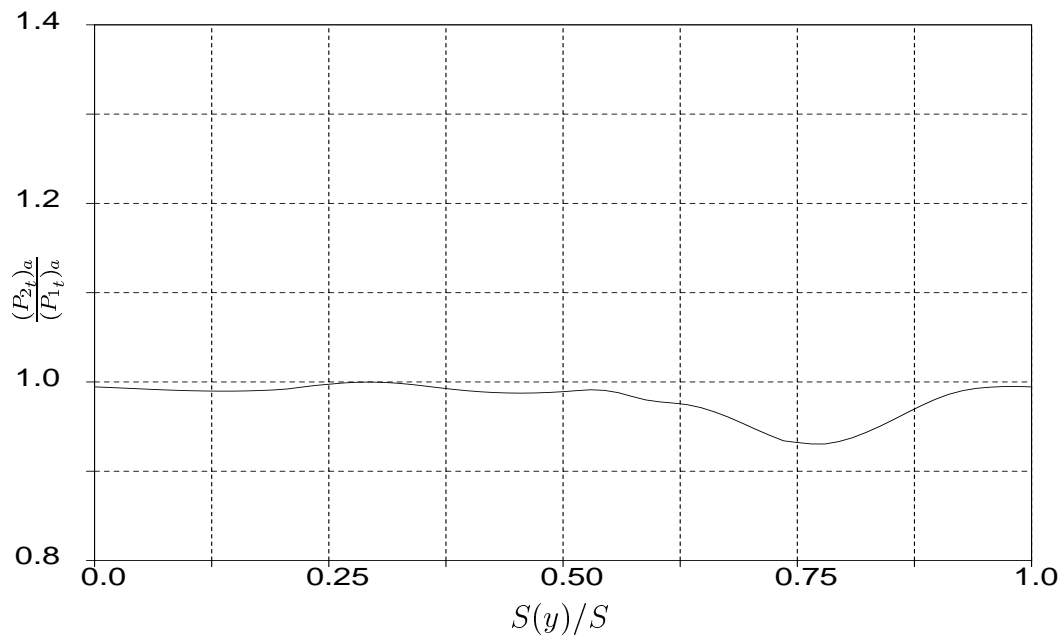


(d) Inzidenz  $i_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

5) :  $t/T_0=3.8$



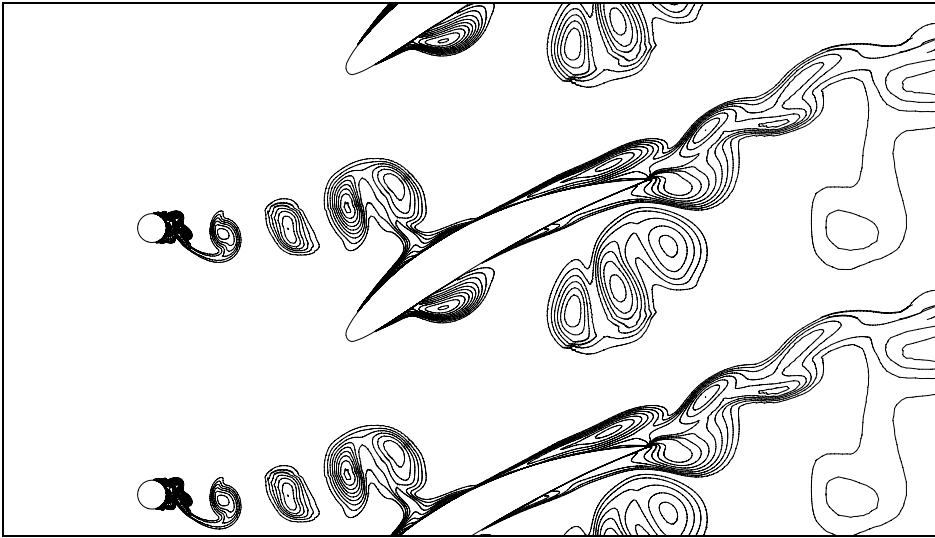
(e) Druckverhältnis  $p_2/p_1$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$



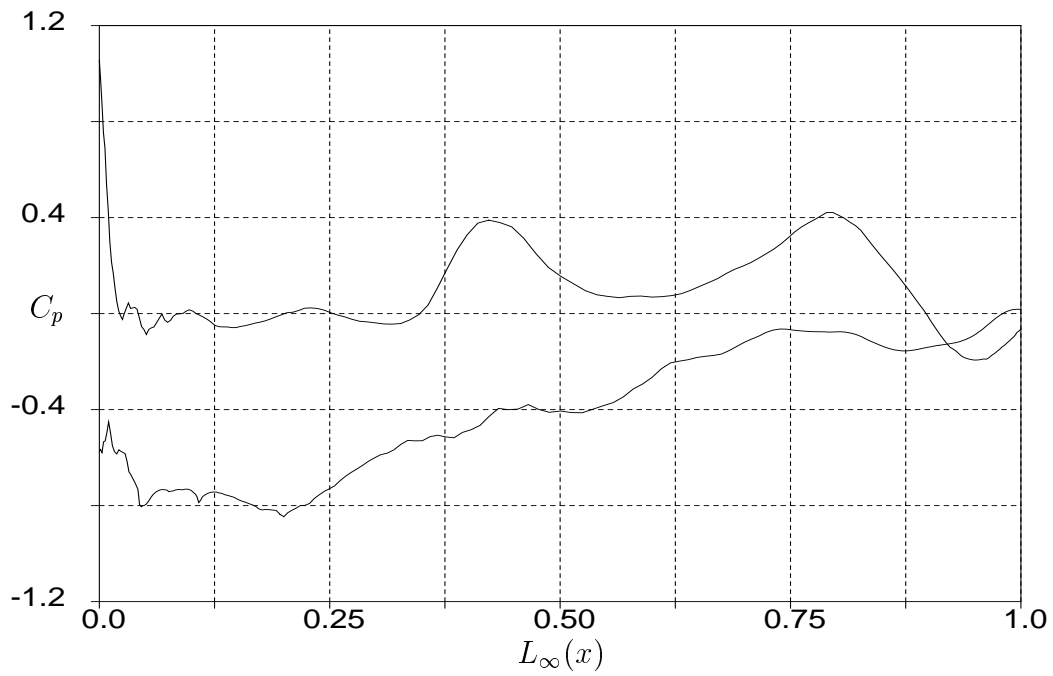
(f) Totaldruckverhältnis  $(P_{2t})_a/(P_{1t})_a$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

5) :  $t/T_o=3.8$



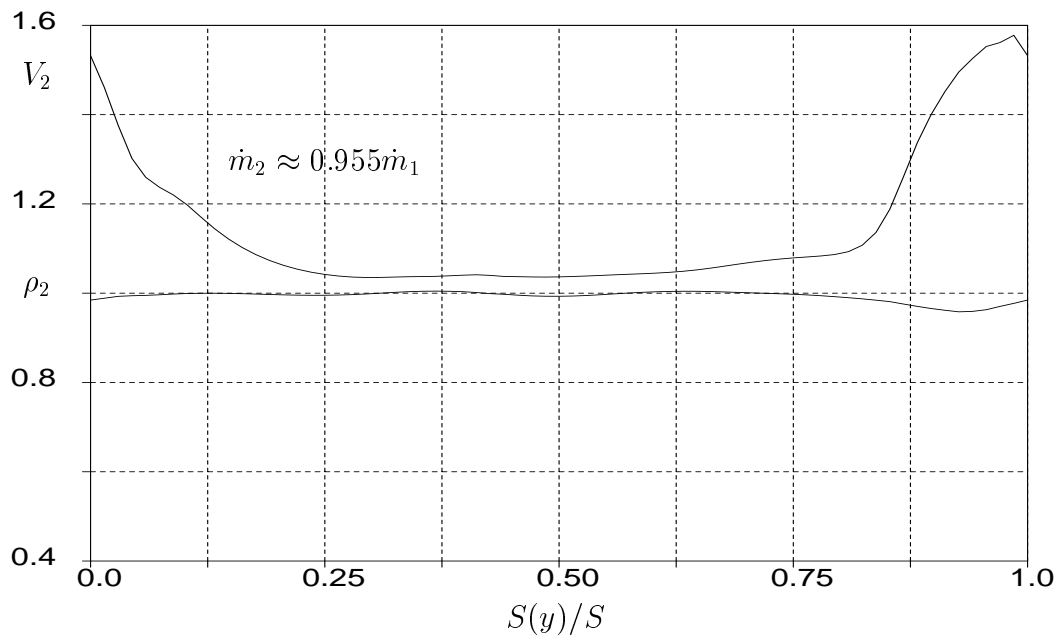


(a) Verteilung der Turbulenten kinetischen Energie

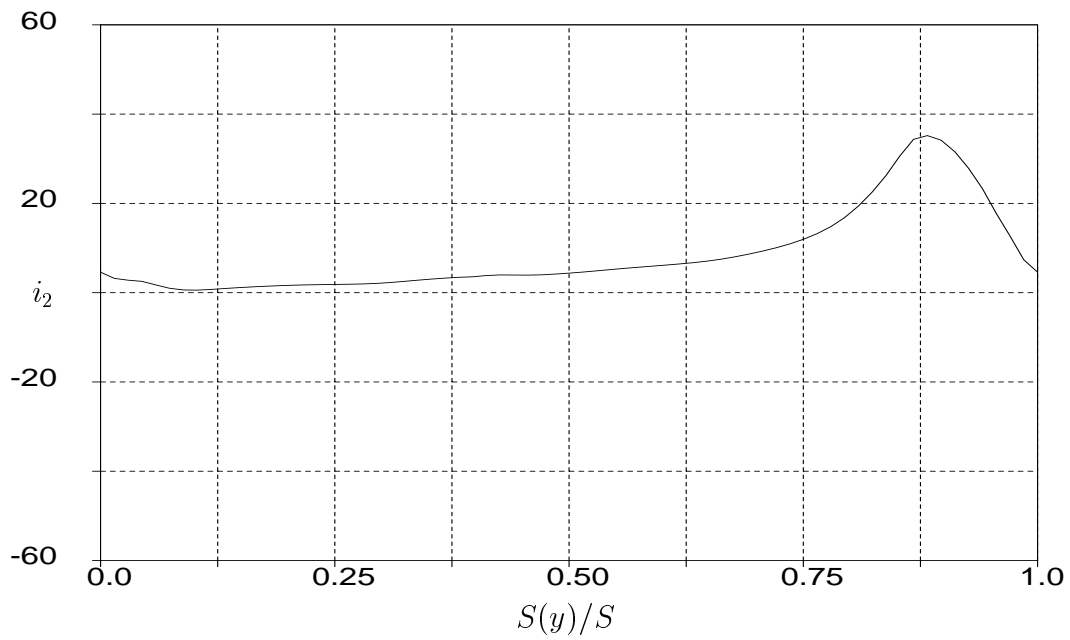


(b) Druckverteilung am Schaufelprofil

6) :  $t/T_o=4.0$

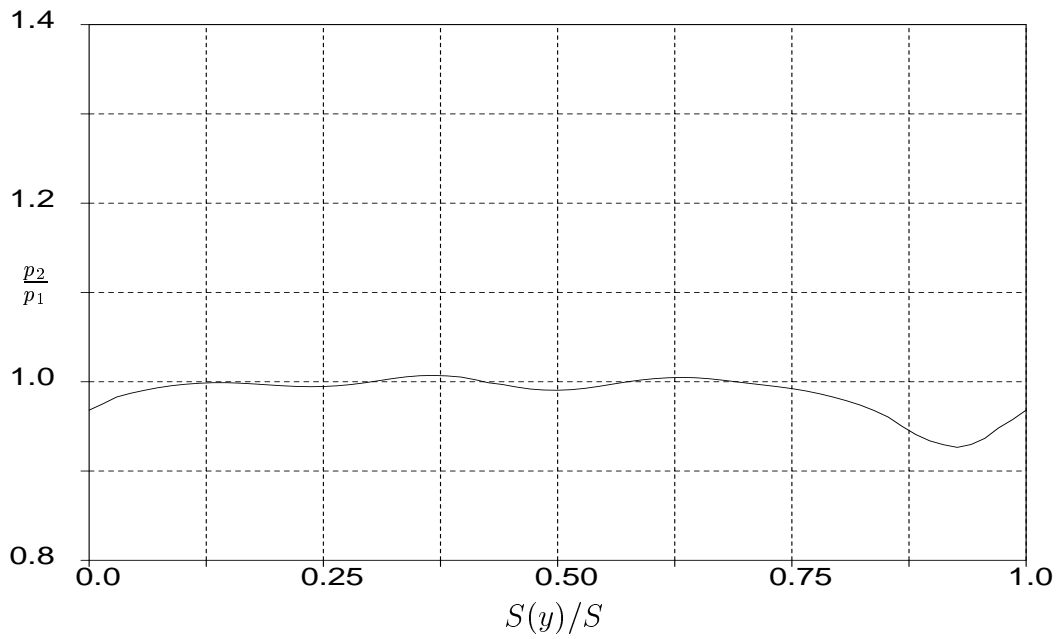


(c) Dichte  $\rho_2$  und Geschwindigkeitsgröße  $V_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

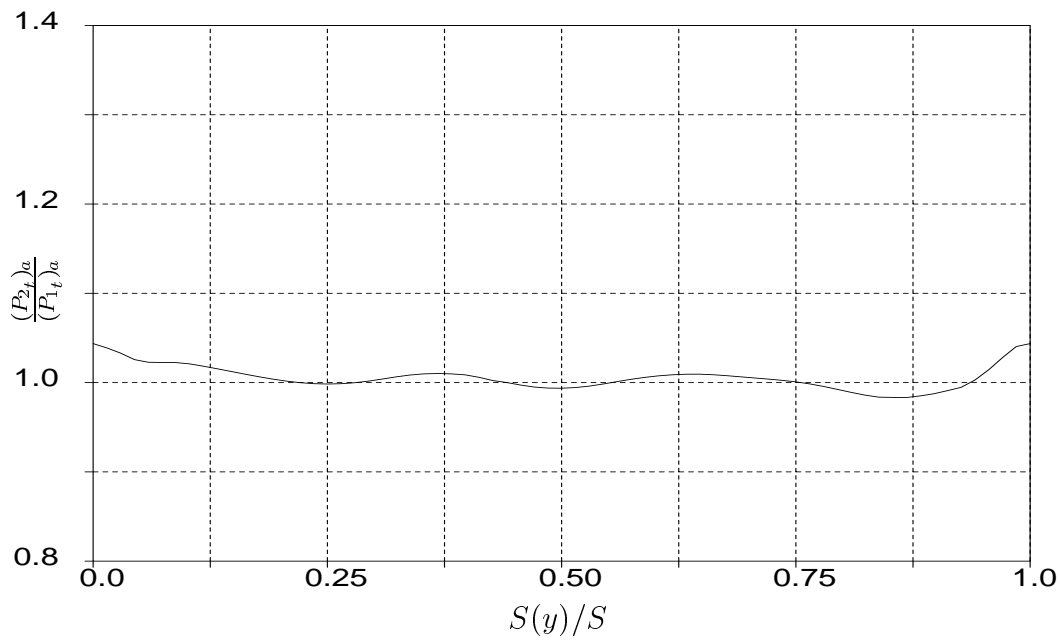


(d) Inzidenz  $i_2$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

6) :  $t/T_o=4.0$



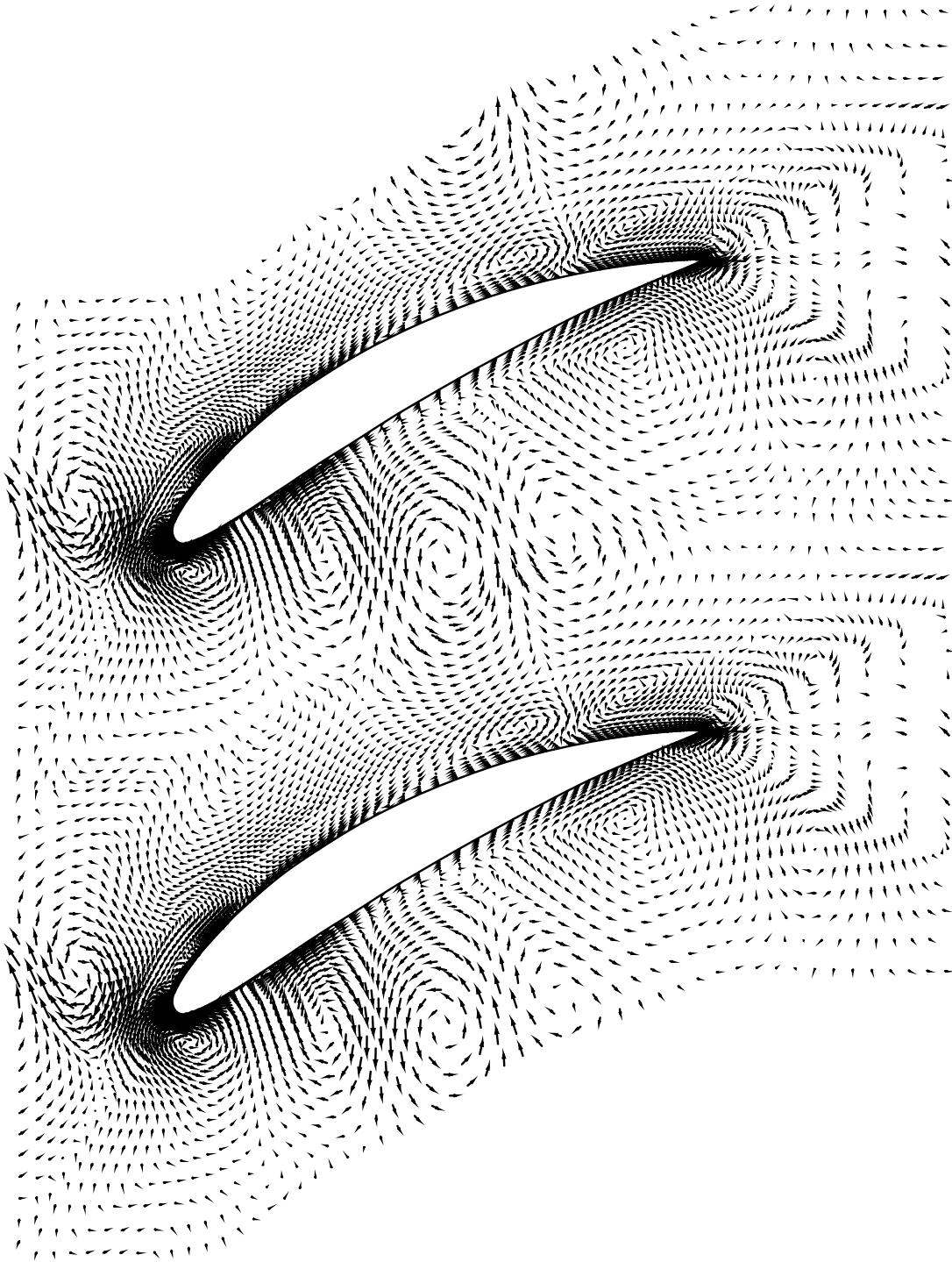
(e) Druckverhältnis  $p_2/p_1$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$



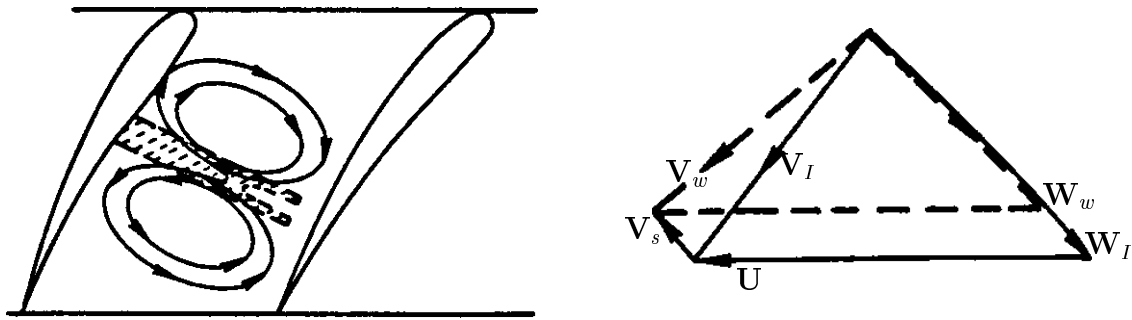
(f) Totaldruckverhältnis  $(P_{2t})_a/(P_{1t})_a$  in der Mitte 2 über die Teilung  $S$

6) :  $t/T_o=4.0$

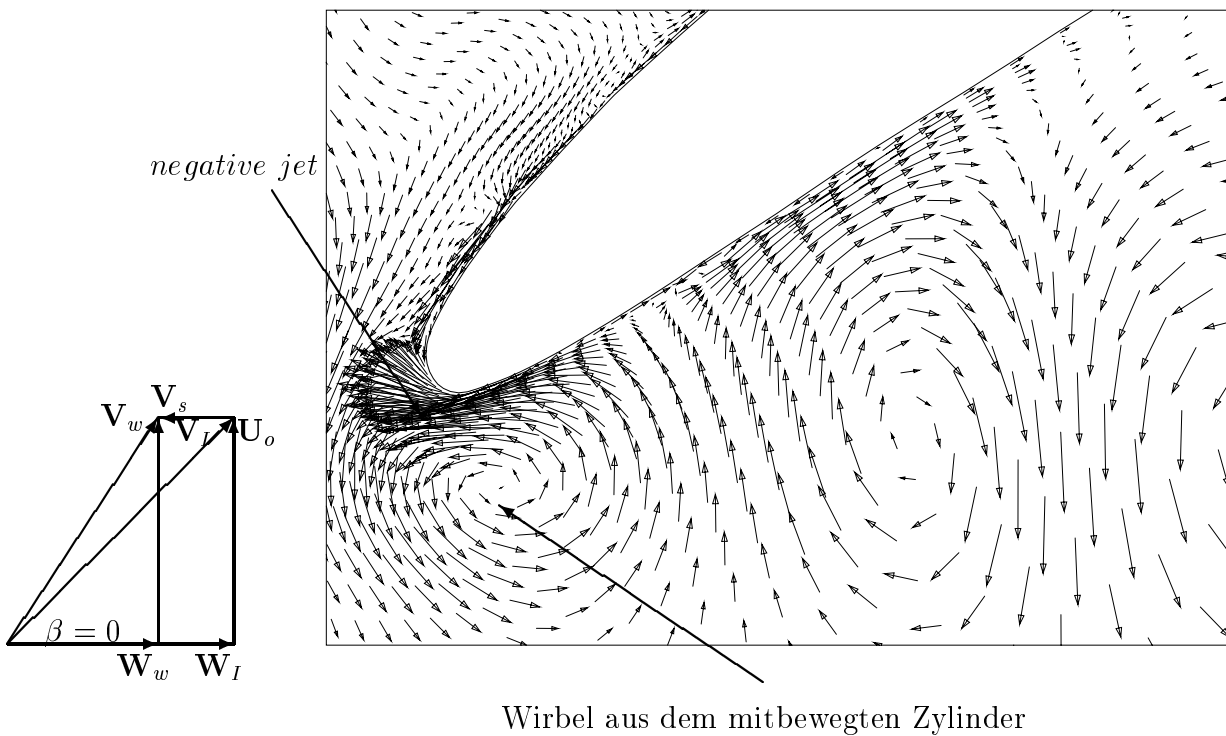
**Bild 6.21: Momentane Strömungsgrößen zu sechs unterschiedlichen Zeitpunkten für eine Periode  $T_o = S/U_o$  bei  $U = U_o$ ,  $\alpha_1=49.2^\circ$**



**Bild 6.22: Instationäre Geschwindigkeitsvektoren ( $=\mathbf{V}-\bar{\mathbf{V}}$ ) im Leitrad-schaufelkanal zu  $t/T_0=3.6$  bei  $U=U_0$ ,  $\alpha_1=49.2^\circ$  (Maßstab :  $|\mathbf{V}-\bar{\mathbf{V}}|=0, \dots, 0.87$ )**



(a) Kinematisches Modell zur Entstehung des von der Saugseite zur Druckseite gerichteten *negative jet*  $V_s$  im Verdichterleitradgitter [38]



(b) Transport von Nachlaufwirbeln in den Leitradschaukelkanal und der *negative jet* zur Druckseite

**Bild 6.23:** *Negative jet* und Wirbel im Vorderkantenbereich zu  $t/T_o=3.6$  bei  $U=U_o$ ,  $\alpha_1=49.2^\circ$  (Maßstab :  $|\mathbf{V}-\bar{\mathbf{V}}|=0, \dots, 0.87$ )