

Implizite Verfahren zur Untersuchung instationärer Strömungsvorgänge durch Wechselwirkung in axialen Turbomaschinen

Vom Fachbereich Maschinenbau der
Gerhard-Mercator Universität–GH–Duisburg
zur Erlangung des akademischen Grades

DOKTOR–INGENIEUR

genehmigte Dissertation

von

Master of Engineering Jo Soon Cheong
aus
Chonnam, Republik Korea

Referent: Prof. Dr.-Ing. H. Simon
Koreferent: Prof. Dr.-Ing. D. Hänel

Tag der mündlichen Prüfung: 14. 07. 1998

Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen und Symbole	iii
1 Einleitung	1
2 Mathematische Modellierung	9
2.1 Die Erhaltungsgleichungen	9
2.1.1 Integrale Form	9
2.1.2 Differentielle Form	10
2.2 Vereinfachung der Erhaltungsgleichungen	12
2.2.1 Transportkoeffizienten	12
2.2.2 Zustandsgleichungen	13
2.2.3 Mittelung der Strömungsgrößen	14
2.2.4 Dimensionslose Betrachtung	17
2.3 Anfangs- und Randbedingungen	18
2.3.1 Anfangsbedingungen	18
2.3.2 Randbedingungen	18
3 Numerische Formulierung	20
3.1 Berechnung der Flußfunktion	21
3.1.1 Schemata für die reibungsfreien Terme	22
3.1.2 Schema für die reibungsbehafteten Terme	28
3.2 Zeitdiskretisierung	29
3.3 Anfangs- und Randbedingungen	32
3.3.1 Anfangsbedingungen	32
3.3.2 Randbedingungen	32
4 Lösungsverfahren	34

4.1	Iteratives Verfahren der Defektkorrektur	34
4.1.1	Klassische Iterationsverfahren	38
4.1.2	Konjugierte Gradienten-Typ-Verfahren	43
4.1.3	Gefrorene Funktionalmatrix	45
4.2	Iteratives Mehrgitterverfahren	46
4.2.1	Lineares Verfahren	47
4.2.2	Nichtlineares Verfahren	50
5	Testrechnungen	52
5.1	Zweites <i>Stokes</i> 'sches Problem	52
5.2	Kreiszyylinderumströmung	54
5.2.1	Laminare Strömung	56
5.2.2	Turbulente Strömung	65
5.2.3	Strömung mit Zirkulation	72
5.3	Leistungsfähigkeit verschiedener Lösungsverfahren	73
5.3.1	Stationäre Strömung	73
5.3.2	Instationäre Strömung	75
6	Leitradströmung eines Axialverdichters	78
6.1	Physikalische Darstellung	80
6.2	Rechenverfahren	83
6.3	Einfluß von Nachläufen auf die Leitradströmung	88
7	Zusammenfassung und Ausblick	131
	Literaturverzeichnis	134

Bezeichnungen und Symbole

a	Strömungsgröße
A	Koeffizientenmatrix
C	Beiwert, geschlossene Kurve
CFL	<i>Courant-Friedrichs-Lewy</i>
c_p	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
CPU	Central Process Unit
C_1, C_2	Konstanten
d	Abstand von der Schaufelvorderkante
\mathbf{d}	Nichtlinearer Defekt im <i>Full-Approximation-Storage</i> -Schema
D, D_0	Diagonalmatrix, konstante Matrix, Zylinderdurchmesser
e	Innere Energie pro Masse
\mathbf{e}	Lösungsfehler
E	Totale innere Energie pro Masse
f	Allgemeine Funktion
F	Flußvektor
\mathbf{F}	Flußtensor
g	Nichtlineare Funktion
\mathbf{g}	Basisvektor
G	Gitter
i	Inzidenz
I	Einheitsmatrix, Übertragungsoperator
\mathbf{I}	Einheitstensor
$IDIR$	Richtung der Numerierung
k	Turbulente kinetische Energie
K	Zerlegungsmatrix
l	Schaufelkonturlänge
L	Länge, <i>Lagrange</i> -Polynom
L, U	Dreiecksmatrizen unter- und oberhalb von D

\dot{m}	Teilungsspezifischer Massenstrom durch ein Schaufelgitter
M	<i>Mach</i> -Zahl
$MUSCL$	Monotonic Upstream-centered Schemes for Conservation Laws
n	Richtung normal zur Wand
\mathbf{n}	Normal-Einheitsvektor
N	Gitterpunktanzahl
\mathbf{N}	Vektorfunktion
O	Linearisierungsfehler
p	Statischer Druck
P	Totaldruck
Pr	<i>Prandtl</i> -Zahl
q	Ordnung in Differenzenverfahren
\mathbf{q}	Wärmestromvektor
\mathbf{Q}	Erhaltungsgrößen
r	Radius
\mathbf{r}	Ortsvektor, lineares Residuum auf der feinsten Gitterebene
R	Gaskonstante
R, R^{-1}	Rechte und linke Eigenvektormatrix
Re	<i>Reynolds</i> -Zahl
Res	Numerische Flußbilanz für eine Zelle
res	Linearer Defekt im <i>Correction-Storage</i> -Schema
rhs	Nichtlineares Residuum auf einer groben Gitterebene
RHS	Nichtlineares Residuum auf der feinsten Gitterebene
RMS	<i>Root Mean Square</i>
S	Flächeninhalt, Schaufelteilung, Sekunde
\mathbf{S}	Flächenvektor
Str	<i>Strouhal</i> -Zahl
t	Zeit
T	Temperatur, Periode
\mathbf{T}	Reibungsspannungstensor
u, v	Geschwindigkeitskomponenten in kartesischen Koordinaten
u_r, u_θ	Geschwindigkeitskomponenten in Zylinderkoordinaten
\mathbf{u}	Strömungsgeschwindigkeit aus dem feststehenden ($=\mathbf{V}$) oder mitbewegten ($=\mathbf{W}$) Bezugssystem betrachtet
\mathbf{U}	Umfangsgeschwindigkeit
U	Größe von \mathbf{U}

V	Größe von \mathbf{V} , Volumeninhalt
W	Größe von \mathbf{W}
x, y, z	Kartesische Koordinaten
\mathbf{x}	Lösungsvektor
α, β	Zuströmwinkel in feststehenden und mitbewegten Bezugssystemen, Konstanten im linearen Mehrschrittverfahren
γ	Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten, Staffelungswinkel
ζ	Zirkulation
δ	Korrektur
Δ	Differenz
ϵ	Dissipationsrate
ζ	Dämpfungsfaktor
θ	Winkel
λ	Wärmeleitfähigkeit, Eigenwert
Λ	Diagonalmatrix mit λ
μ	Dynamische Viskosität
μ_s	Proportionalitätsfaktor für Stoffgrößen
μ_V	Volumenviskosität
ξ	Wirbelstärke
ρ	Dichte
σ	Positiver Parameter
τ	Schubspannung, Diskretisierungsfehler
ϕ	Toleranz
Φ	Primitive Variable
φ	Limiterfunktion
ω	Frequenz, Relaxationsparameter
Ω	Reduzierte Frequenz
\cdot	Skalarprodukt
\wedge	Vektorprodukt
$ $	Größe eines Vektors
$ _2$	2-Norm eines Vektors

Subskripte

- a Strömungsgrößen im feststehenden Bezugssystem
- A Auftrieb

c	Zylinder
D	Dämpfung
F	Kraft
g, u	gerade, ungerade
H	Parallel zur Schaufelsehne
I	Reibungsfrei
l	Gitterebene
L	Feinste Gitterebene
L, R	Links, rechts
m	Letzte Gitterlinie
max	Maximal
min	Minimal
N	Normal zur Schaufelsehne
p	Druckbeitrag zu Kräften
r	Strömungsgrößen im mitbewegten Bezugssystem
r, θ	Komponenten in Zylinderkoordinaten
s	Staupunkt, <i>slip velocity</i> der Nachlaufdüse
t	Totalzustand, turbulent
T	Drehmoment
v	Reibungsbeitrag zu Kräften
V	Reibungsbehaftet
w	Wand, Geschwindigkeit der Nachlaufdüse
W	Widerstand
x, y	Komponenten in kartesischen Koordinaten
$\hat{\alpha}$	Kovariante charakteristische Komponente
κ	$(\kappa - 1)$ ter Polynomgrad, mit $\kappa=1, 2, \dots$
ξ^i	Partielle Ableitungen in krummlinigen Koordinaten, mit $i = 1, 2, 3$
∞	Referenzgröße, infinit

Superskripte

alt	Alte Lösung
m	m -Schrittzeitintegration
n	Diskreter Zeitpunkt
neu	Neue Lösung
T	Transponiert

$\hat{\alpha}$	Kontravariante charakteristische Komponente
κ	Linearer Iterationszähler
ν	Nichtlinearer Iterationszähler
ξ^i	Richtung der krummlinigen Koordinaten, mit $i = 1, 2, 3$
\pm	Zustände interpoliert aus linker und rechter Richtung
*	Zwischenzustand
\sim	Massengemittelte Größen, Näherung
'	Mitbewegtes Bezugssystem
', "	Schwankungsgrößen
–	Zeitgemittelte Größen, dimensionsbehaftet
^	In kartesische Form transformierte Größen