

Mathematische Modelle

2.1 Darstellung der Simulationsmodelle

2.1.1 Ebene Bewegungsgleichungen

Vor der knappen Herleitung der Bewegungsgleichung für das manövrierende Schiff werden die Definitionen der Koordinaten in der Ebene festgelegt (siehe Abb. 2-1). Die Koordinatensysteme (sowohl das erd- als auch das schiffsfeste) sind rechtshändig. Die horizontale Ebene wird durch die x - und die y -Achse gebildet, die z -Achse zeigt nach unten. Diese für Schiffsbewegungen allgemein gebräuchliche Festlegung widerspricht der Vorstellung, daß positive Höhe auch nach oben gemessen wird. Bei der mathematischen Behandlung der Bewegung führt dies jedoch nicht zu Problemen, sondern eher zu Erleichterungen, da der Kurswinkel bei dieser Definition von oben gesehen im Uhrzeigersinn positiv gemessen wird. Dies entspricht der praktischen Vorstellung der Kompaßrose viel mehr, als daß eine nach unten weisende z -Achse stört.

Ein weiterer Punkt kann zu Verwirrungen beitragen, und zwar der Zusammenhang zwischen dem Driftwinkel \mathbf{b} und der Seitengeschwindigkeit v . Der Driftwinkel ist als Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor \vec{V} und der Mittschiffsebene definiert, gemessen von \vec{V} . Die Seitengeschwindigkeit v ist die Komponente von \vec{V} in Richtung der positiven schiffsfesten y -Achse. Beim manövrierenden Schiff, welches in Kurvenfahrt nach außen "wegdriftet", bedeutet dies bei positiver Kursänderung einen positiven Driftwinkel, aber eine negative Seitengeschwindigkeit.

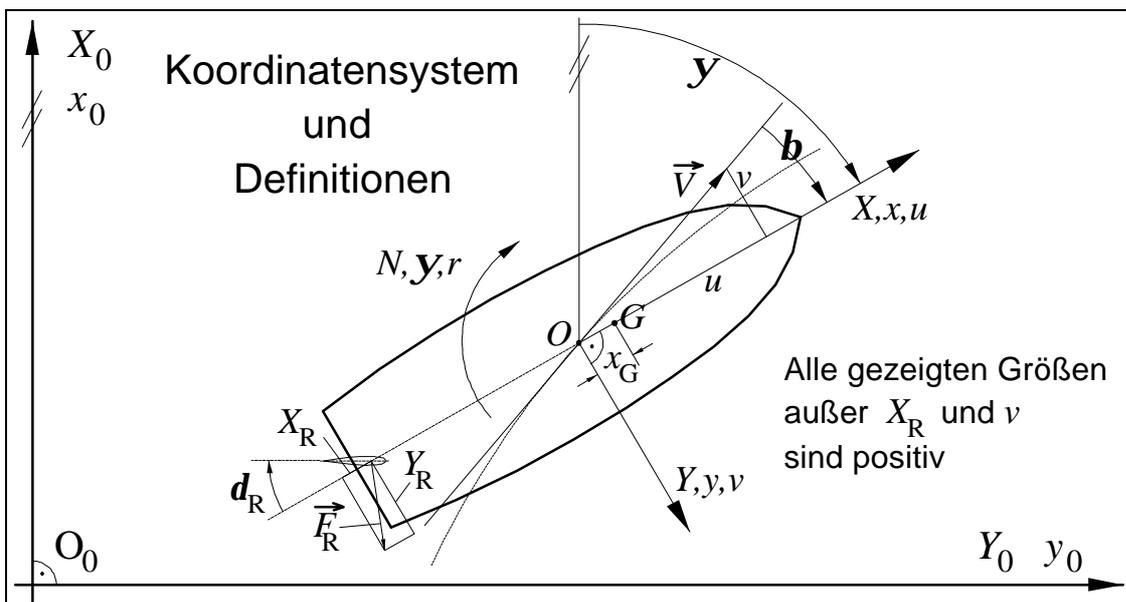


Abb. 2-1

Das Schiff wird als starrer Körper betrachtet. Bekanntlich gelten für die ebene Bewegung der Schwerpunktssatz und der Drallsatz [Mandel, 1967]:

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= m \cdot \ddot{x}_0 \\ Y_0 &= m \cdot \ddot{y}_0 \end{aligned} \right\} \text{Schwerpunktssatz} \quad (2.1)$$

$$N = I_{zz} \cdot \ddot{\mathbf{y}} \quad \text{Drallsatz} \quad (2.2)$$

Die Kräfte im schiffsfesten Koordinatensystem ergeben sich durch Drehung des Koordinatensystems um den Kurswinkel \mathbf{y} zu:

$$\begin{aligned} X &= X_0 \cdot \cos \mathbf{y} + Y_0 \cdot \sin \mathbf{y} \\ Y &= Y_0 \cdot \cos \mathbf{y} - X_0 \cdot \sin \mathbf{y} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Analog dazu können die Geschwindigkeitskomponenten u und v in das erdfeste System transformiert werden:

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= u \cdot \cos \mathbf{y} - v \cdot \sin \mathbf{y} \\ \dot{y}_0 &= u \cdot \sin \mathbf{y} + v \cdot \cos \mathbf{y} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Die Beschleunigungen entlang der Achsen des erdfesten Systems werden durch Differentiation bestimmt:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_0 &= \dot{u} \cdot \cos \mathbf{y} - \dot{v} \cdot \sin \mathbf{y} - \dot{\mathbf{y}} \cdot (u \cdot \sin \mathbf{y} + v \cdot \cos \mathbf{y}) \\ \ddot{y}_0 &= \dot{u} \cdot \sin \mathbf{y} + \dot{v} \cdot \cos \mathbf{y} - \dot{\mathbf{y}} \cdot (u \cdot \cos \mathbf{y} - v \cdot \sin \mathbf{y}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Aus (2.3) ergibt sich mit (2.1) und (2.5) die Längskraft im schiffsfesten System:

$$\begin{aligned} X &= m \cdot (\dot{u} \cdot \cos \mathbf{y} - \dot{v} \cdot \sin \mathbf{y} - u \cdot \dot{\mathbf{y}} \cdot \sin \mathbf{y} - v \cdot \dot{\mathbf{y}} \cdot \cos \mathbf{y}) \cdot \cos \mathbf{y} \\ &+ m \cdot (\dot{u} \cdot \sin \mathbf{y} + \dot{v} \cdot \cos \mathbf{y} - u \cdot \dot{\mathbf{y}} \cdot \cos \mathbf{y} - v \cdot \dot{\mathbf{y}} \cdot \sin \mathbf{y}) \cdot \sin \mathbf{y} \\ &= m \cdot (\dot{u} \cdot (\sin^2 \mathbf{y} + \cos^2 \mathbf{y}) - v \cdot \dot{\mathbf{y}} \cdot (\sin^2 \mathbf{y} + \cos^2 \mathbf{y})) \\ &= m \cdot (\dot{u} - v \cdot \dot{\mathbf{y}}) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Die Seitenkraft wird gleichermaßen abgeleitet zu:

$$Y = m \cdot (\dot{v} + u \cdot \dot{\mathbf{y}}) \quad (2.7)$$

Für das Moment gilt weiterhin Gleichung (2.2).

2. Mathematische Modelle

Diese Bewegungsgleichungen (2.6), (2.7) und (2.2) sind nur unter folgenden Randbedingungen gültig:

- A) Der Ursprung des schiffsfesten Koordinatensystems befindet sich im Gewichtsschwerpunkt G
- B) Die Hauptachsen des Körpers verlaufen durch den Schwerpunkt

Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, sind folgende Terme in den Gleichungen zu berücksichtigen:

- a) Die Koordinaten des Gewichtsschwerpunkts x_G , y_G und z_G .
- b) Die Deviationsmomente I_{xy} , I_{zx} und I_{yz} .

Auf eine Herleitung der vollständigen Bewegungsgleichungen für alle 6 Freiheitsgrade wird verzichtet - sie sind in Anhang E wiedergegeben, Gleichungen (E.1) bis (E.6). Durch die Beschränkung auf die ebene Bewegung werden das Rollen um die x -Achse, das Stampfen um die y -Achse und das Tauchen in Richtung der z -Achse vernachlässigt. In den vollständigen Gleichungen entfallen deshalb alle Terme, welche die Größen w , \dot{w} , p , \dot{p} , q und \dot{q} enthalten. Dies reduzierten Gleichungen sind ebenfalls im Anhang E, Gleichung (E.7) bis (E.12) dargestellt.

Bei realen Schiffen fällt der Ursprung des schiffsfesten Koordinatensystems (üblicherweise die Basis des Hauptspantes auf halber Länge $L_{pp}/2$ zwischen den Loten) nicht mit dem Gewichtsschwerpunkt $G = (x_G, y_G, z_G)$ zusammen. Unter Berücksichtigung der Symmetrie $y_G = 0$ und Vernachlässigung der Vertikalkoordinate z_G (Neudefinition des Ursprungs zu $z_G = 0$) entfallen auch die Deviationsmomente I_{xy} , I_{yz} , I_{zx} , so daß für das mathematische Modell bei den Simulationrechnungen die Gleichungen (2.8) verwendet werden:

$$\begin{aligned} X &= m \cdot (\dot{u} - v \cdot \dot{y} - x_G \cdot \dot{y}^2) \\ Y &= m \cdot (\dot{v} + u \cdot \dot{y} + x_G \cdot \dot{y}) \\ N &= I_{zz} \cdot \ddot{y} + m \cdot x_G \cdot (\dot{v} + u \cdot \dot{y}) \end{aligned} \tag{2.8}$$

bzw. mit $r = \dot{y}$ und $\dot{r} = \ddot{y}$:

$$\begin{aligned} X &= m \cdot (\dot{u} - v \cdot r - x_G \cdot r^2) \\ Y &= m \cdot (\dot{v} + u \cdot r + x_G \cdot \dot{r}) \\ N &= I_{zz} \cdot \dot{r} + m \cdot x_G \cdot (\dot{v} + u \cdot r) \end{aligned} \tag{2.8a}$$

Die Kräfte und Momente auf den linken Seiten dieser Gleichungen stellen die äußeren Einflüsse, die auf das Schiff wirken, dar. Es handelt sich um die Reaktion des Schiffes auf Beschleunigungen (hydrodynamische Masse), geschwindigkeitsabhängige Strömungskräfte (hydrodynamische Dämpfung) sowie die Propeller- und Ruderkräfte. Sie stehen in einer funktionellen Abhängigkeit von den Bewegungs- und Steuergrößen (Beschleunigungen, Geschwindigkeiten, Propellerdrehrate und Ruderwinkel), so daß allgemein gilt:

$$\left. \begin{array}{l} X \\ Y \\ N \end{array} \right\} \Rightarrow f(\dot{u}, \dot{v}, \dot{r}, u, v, r, n, \mathbf{d}_R) \quad (2.9)$$

Im Laufe der Entwicklung der Simulationstechnik haben sich nacheinander zwei prinzipiell unterschiedliche Ansätze entwickelt, auf die in den folgenden Kapiteln näher eingegangen wird:

- A)** Die "konservative" Simulationstechnik zielt auf eine Erfassung sämtlicher Einflußgrößen durch Koeffizienten, die z.B. durch Kraftmessungen gewonnen werden. Die Variablen "Längsgeschwindigkeit u ", "Quergeschwindigkeit v ", "Drehgeschwindigkeit r " und "Ruderwinkel \mathbf{d}_R " sind in einem einzigen globalen mathematischen Modell verknüpft. (siehe Abschnitt 2.1.2).
- B)** Beim "modernen" Simulationsverfahren erfolgt die Aufteilung der Kräfte nach ihren Ursachen und Zusammenfassung in einem modularen mathematischen Modell. Die hydrodynamischen Kräfte am Schiffskörper werden nach ihren physikalischen Gesetzmäßigkeiten modular dargestellt und bei der Simulation wieder zusammengesetzt. (siehe Abschnitt 2.1.3).

2.1.2 Ansatz nach Abkowitz

Die allgemeine Darstellung der unbekanntenen funktionalen Abhängigkeit einer Kraft von den Einflußgrößen (2.9) kann durch eine Taylorreihenentwicklung in eine Summe von einzelnen Termen zerlegt werden [Abkowitz, 1964]. Für den einfachen Fall der Längskraft, allein abhängig von der Vorausgeschwindigkeit gilt:

$$X(u) = X(u_0) + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\Delta u^i}{i!} \cdot \left. \frac{d^i X(u)}{du^i} \right|_{u=u_0} \right) \quad (2.10)$$

2. Mathematische Modelle

Bei einer Entwicklung der Taylorreihe für alle Variablen bis zum dritten Grad werden

1. *lineare* Abhängigkeiten von *EINER EINZELNEN* Einflußgröße
2. *nichtlineare* Abhängigkeiten von *EINER EINZELNEN* Einflußgröße
3. *lineare* Abhängigkeiten von *MEHREREN* Einflußgrößen
4. *nichtlineare* Abhängigkeiten von *MEHREREN* Einflußgrößen

erfaßt. Der Abbruch beim Exponenten 3 ist dadurch begründet, daß sowohl symmetrisch nichtlineare (x^2) als auch unsymmetrisch nichtlineare Zusammenhänge (x^3) dargestellt werden können. Andererseits wird jedoch die Anzahl der Summanden auf ein sinnvolles Maß reduziert, da Terme höherer Ordnung nur noch wenig zu einer Erhöhung der Genauigkeit bei typischen Manövriervorgängen beitragen.

Die bei der Reihenentwicklung auftretenden Fakultäten werden in den sogenannten Koeffizienten zusammengefaßt, so daß ein Summand der Taylorreihe aus

- a) Produkt bzw. Potenz einer bzw. mehrerer Einflußgrößen und
- b) dem konstanten Faktor (Koeffizient) besteht.

So wird beispielsweise:

$$\frac{\Delta v^3}{3!} \cdot \frac{d^3 Y(v)}{d v^3} = (\Delta v^3) \cdot \left(\frac{d^3 Y(v)}{3! d v^3} \right) = (v - v_0)^3 \cdot Y_{vvv} \quad (2.11)$$

Die vollständige Darstellung der entwickelten Reihen würde selbst in abgekürzter Form den Rahmen einer knappen Herleitung sprengen.

Gewisse Glieder können aus Symmetriegründen aus den Reihen eliminiert werden, wie z.B. ungerade Potenzen bei den Abhängigkeiten $X(v)$ und $X(r)$ oder gerade Potenzen bei $Y(v)$, $Y(r)$, $N(v)$ und $N(r)$. Nicht vorhandene bzw. vernachlässigbare Kopplung bestimmter Einflußgrößen wie $X(\dot{r}, \mathbf{d}_R)$ oder $N(u, v, r, \mathbf{d}_R)$ führen ebenfalls zu einer Reduktion der Summanden in den drei Taylorreihen.

Die Taylorreihen geben die Änderung der Kräfte gegenüber dem Gleichgewichtszustand wieder, der als "Geradeausfahrt mit konstanter Geschwindigkeit" definiert ist. Die Bewegungsgrößen im Gleichgewichtszustand besitzen folgende Werte:

$$\begin{aligned}
u_0 &= V_0 \\
v_0 &= 0 \\
r_0 &= 0 \\
\mathbf{d}_{R0} &= 0 \\
\dot{u}_0 &= 0 \\
\dot{v}_0 &= 0 \\
\dot{r}_0 &= 0
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Die Propellerdrehrate wird im mathematischen Modell nach Abkowitz nicht explizit berücksichtigt, sondern es wird unterstellt, daß kein Maschinenmanöver durchgeführt wird und die Propellerdrehrate sich entsprechend der Maschinenkennlinie einstellt.

Zur besseren Handhabung der numerischen Anwendung des Simulationsansatzes und zur leichteren Vergleichbarkeit der Ergebnisse werden sowohl die Kräfte als auch die Einflußgrößen in dimensionsloser Form verwendet. Der Index "0" bezeichnet hier nicht die Variable im erdfesten System, sondern den Ausgangszustand, also eine Bezugsgröße. Zur Dimensionslosmachung werden folgende Größen verwendet: Der Betrag V des Geschwindigkeitsvektors \vec{V} , Die Schiffslänge L sowie die Dichte des Wassers \mathbf{r} .

Es gilt:

$$\mathbf{D}u' = \frac{u - V_0}{V} = \frac{\mathbf{D}u}{V} \tag{2.13}$$

$$v' = \frac{v}{V} = -\sin(\mathbf{b}) \tag{2.14}$$

$$r' = r \cdot \frac{L}{V} \tag{2.15}$$

$$d' = \mathbf{d}_R \quad (\text{rad}) \tag{2.16}$$

$$X' = X / \left(\frac{r}{2} \cdot V^2 \cdot L^2 \right) \tag{2.17}$$

$$Y' = Y / \left(\frac{r}{2} \cdot V^2 \cdot L^2 \right) \tag{2.18}$$

2. Mathematische Modelle

$$N' = N / \left(\frac{r}{2} \cdot V^2 \cdot L^3 \right) \quad (2.19)$$

$$m' = m / \left(\frac{r}{2} \cdot L^3 \right) \quad (2.20)$$

$$I_{zz}' = I_{zz} / \left(\frac{r}{2} \cdot L^5 \right) \quad (2.21)$$

Diese Darstellung der physikalischen Größen wird "Prime-System" genannt, nach dem einzelnen Beistrich (') zur Kennzeichnung der dimensionslosen Darstellung. Da in allen weiteren Ausführungen diese Form angewendet werden soll, gilt die Festlegung, daß das Prime-Symbol zur besseren Lesbarkeit der Formeln weggelassen wird.

Bei dieser schreibtechnischen Vereinfachung ist jedoch zu beachten, daß in (2.8) die Geschwindigkeitskomponente u verwendet wird. Hierbei handelt es sich um den Längsanteil des Geschwindigkeitsvektors \vec{V} , und nicht um die Differenz $\mathbf{D}u$ zur Ausgangsgeschwindigkeit V_0 , die in (2.13) verwendet wurde. Bei der Formulierung von Gleichungen ist deshalb Vorsicht geboten. In der dimensionslosen Darstellung von (2.8) ist u durch den Betrag des Gesamtgeschwindigkeitsvektors \vec{V} zu dividieren, d.h. bei geringen Änderungen der Bewegungsgrößen gilt:

$$u' = \frac{u}{V} \approx 1 \quad (2.22)$$

Die Geschwindigkeitsdifferenz dagegen verschwindet für Bewegungen mit geringen Abweichungen vom Ausgangszustand:

$$du' \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{D}u' = \frac{u - V_0}{V} \approx 0 \quad (2.23)$$

In diesem Kapitel zum mathematischen Modell nach Abkowitz muß diese Unterscheidung beachtet werden. Dies kommt durch die Verwendung von $\mathbf{D}u$ bei den hydrodynamischen Kräften zum Ausdruck. Zur Vereinfachung bei der Beschreibung der Koeffizienten (Subscript) wird jedoch teilweise auf das Differenzsymbol \mathbf{D} verzichtet.

Die formale Struktur des mathematischen Beschreibungsmodells für die am Schiff wirkenden Kräfte ist somit festgelegt. Eine mögliche Form für die zwei Kräfte in der Ebene und das Moment um die vertikale Achse lautet:

$$\begin{aligned}
X = & X_{\dot{u}} \cdot \dot{u} & + X_{uu} \cdot \mathbf{Du}^2 & + X_{vv} \cdot v^2 \\
& + X_{dd} \cdot d^2 & + X_{rr} \cdot r^2 & + X_{vd} \cdot v \cdot d \\
& + X_{rv} \cdot r \cdot v & + X_{duu} \cdot d \cdot \mathbf{Du}^2 & + X_{ddu} \cdot d^2 \cdot \mathbf{Du}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

$$\begin{aligned}
Y = & Y_{\dot{v}} \cdot \dot{v} & + Y_{\dot{r}} \cdot \dot{r} & + Y_0 \\
& + Y_v \cdot v & + Y_{v|v|} \cdot v|v| & + Y_d \cdot d \\
& + Y_{ddd} \cdot d^3 & + Y_{du} \cdot d \cdot \mathbf{Du} & + Y_{duu} \cdot d \cdot \mathbf{Du}^2 \\
& + Y_r \cdot r & + Y_{rrr} \cdot r^3 & + Y_{vdd} \cdot v \cdot d^2 \\
& + Y_{vvd} \cdot v^2 \cdot d & + Y_{rvv} \cdot r \cdot v^2 & + Y_{vrr} \cdot v \cdot r^2
\end{aligned} \tag{2.25}$$

$$\begin{aligned}
N = & N_{\dot{v}} \cdot \dot{v} & + N_{\dot{r}} \cdot \dot{r} & + N_0 \\
& + N_v \cdot v & + N_{v|v|} \cdot v|v| & + N_d \cdot d \\
& + N_{ddd} \cdot d^3 & + N_{du} \cdot d \cdot \mathbf{Du} & + N_{duu} \cdot d \cdot \mathbf{Du}^2 \\
& + N_r \cdot r & + N_{rrr} \cdot r^3 & + N_{vdd} \cdot v \cdot d^2 \\
& + N_{vvd} \cdot v^2 \cdot d & + N_{rvv} \cdot r \cdot v^2 & + N_{vrr} \cdot v \cdot r^2
\end{aligned} \tag{2.26}$$

In der Darstellung für Y und N wird ein Term angeführt, der bei der formalen Entwicklung der Taylorreihen nicht erzeugt wird: $Y_{v|v|} \cdot v|v|$. Diese signum-quadratische Funktion hat die asymmetrische Charakteristik einer kubischen Funktion und wird als Ersatz für diese verwendet, da ihr Verlauf in vielen Fällen die Änderung der Seitenkraft bzw. des Momentes mit dem Driftwinkel besser beschreibt. In Abb. 2-2 werden die Graphen einander gegenübergestellt. Diese nicht konsequente Abweichung von der rein mathematischen Ableitung kann als ingenieurmäßige Abwandlung verstanden werden, wenn es darum geht, einen Sachverhalt möglichst gut zu beschreiben und die Methodik der Herleitung für die weitere Betrachtung nicht mehr relevant ist.

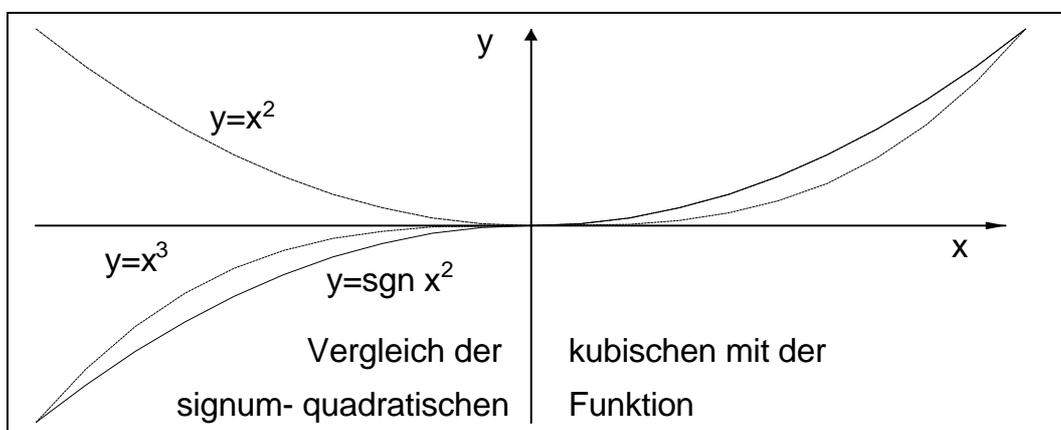


Abb. 2-2

Die Bewegungsgleichungen (2.8a) und die Summe der Kräfte und Momente (2.22-2.24) können zusammengefaßt werden. Die Terme der Taylorreihen, die Beschleunigungen enthalten, also hydrodynamische Massen und Trägheiten, werden aus den Summen herausgezogen und auf die andere Seite gebracht. Dies ist nicht nur für die weitere formale Behandlung sinnvoll, sondern unterstreicht auch die physikalische Bedeutung diese Größen. Es handelt sich um Terme, die die Massen und Trägheiten in den Bewegungsgleichungen virtuell verändern. Sie werden auch oft als Zusatzmassen und -trägheiten (added mass and inertia) bezeichnet. Die negativen Vorzeichen innerhalb der Klammern erscheinen verwirrend, resultieren aber aus der formalen Übertragung auf die andere Seite der Gleichungen. In der Praxis weisen die entsprechenden Koeffizienten negative Werte auf, so daß der Ausdruck "Zusatz" durchaus gerechtfertigt ist.

Damit werden die Bewegungsgleichungen zu:

$$\begin{aligned}
 (m - X_{\dot{u}}) \cdot \dot{u} - mvr &= X_{uu} \cdot \Delta u^2 + X_{vv} \cdot v^2 + X_{dd} \cdot d^2 \dots & (2.27) \\
 (m - Y_{\dot{v}}) \cdot \dot{v} + (mx_G - Y_{\dot{r}}) \cdot \dot{r} + mur &= Y_0 + Y_v \cdot v + Y_{v|v} \cdot v|v| \dots \\
 (mx_G - N_{\dot{v}}) \cdot \dot{v} + (I_{zz} - N_{\dot{r}}) \cdot \dot{r} + mx_G ur &= N_0 + N_v \cdot v + N_{v|v} \cdot v|v| \dots
 \end{aligned}$$

Als erster Term auf den rechten Seiten der Gleichung (2.27) steht für Y und N ein konstanter Wert. Dies ist nach (2.10) die Kraft bzw. das Moment, welches auch im Ausgangszustand (2.12) wirksam ist. Für die Längskraft X ist dieser Wert 0, da sonst wegen eines konstanten Wertes X_0 die Geschwindigkeit V_0 nicht eingehalten werden könnte. Handelt es sich um einen symmetrischen Fall, so verschwinden auch die Koeffizienten Y_0 und N_0 . Bei einem Einschraubenschiff hingegen wird durch den in ungleichförmiger Anströmung arbeitenden Propeller eine (wenn auch geringe) Steuerwirkung erzeugt, die durch folgende Effekte bewirkt wird:

- asymmetrischer Sog des Propellers auf den Rumpf
- Exzentrizität des Schubmittelpunktes des Propellers
- In vertikaler Richtung ungleiche Wirkung auf das Ruder im Propellerstrahl

Unter der Annahme, daß nur geringe Abweichungen vom Ausgangszustand vorliegen, können die linearisierten Kräfte nach (2.25) und (2.26) zur Bestimmung des neutralen Ruderwinkels herangezogen werden, bei dem das Schiff "geradeaus" fährt, d.h. alle Variablen außer v und d_R gleich Null bzw. konstant sind. Hierzu müssen nur die Gleichungen für die Seitenkraft und das Moment betrachtet werden, wenn eine Rückkopplung auf die Vorausgeschwindigkeit ausgeschlossen wird:

$$\begin{aligned} 0 &= Y_0 + Y_v \cdot v + Y_d \cdot d \\ 0 &= N_0 + N_v \cdot v + N_d \cdot d \end{aligned} \quad (2.28)$$

damit wird

$$\begin{aligned} (Y_0 + Y_d \cdot d)/Y_v &= (N_0 + N_d \cdot d)/N_v \\ \text{sowie} & \\ (Y_0 + Y_v \cdot v)/Y_d &= (N_0 + N_v \cdot v)/N_d \end{aligned} \quad (2.29)$$

und schließlich

$$v_0 = \frac{N_0 \cdot Y_d - Y_0 \cdot N_d}{Y_v \cdot N_d - N_v \cdot Y_d}, \text{ damit } \mathbf{b}_0 = \arcsin\left(\frac{v_0}{V_0}\right) \quad (2.30)$$

$$d_0 = \frac{N_0 \cdot Y_v - Y_0 \cdot N_v}{Y_d \cdot N_v - N_d \cdot Y_v} \quad (2.31)$$

Dies sind der neutrale Ruderwinkel \mathbf{d}_{R0} und die sich dabei einstellende neutrale Driftwinkel \mathbf{b}_0 . Für Einschrauber ist daher die Anfangsbedingung (2.12) für den Ruderwinkel und die Seitengeschwindigkeit anhand von (2.30) und (2.31) zu modifizieren.

Der Anteil der einzelnen Koeffizienten an der Gesamtkraft bzw. dem Moment ist unterschiedlich hoch zu bewerten [Oltmann, 1978]. Von größter Bedeutung sind die linearen Terme in u , v , r und d . Es ist zu beachten, daß nicht die numerische Größe eines Koeffizienten für seine rechnerische Kraftwirkung verantwortlich ist, sondern erst die Multiplikation des Beiwertes mit dem Produkt aller zugehörigen Variablen die (dimensionslose) Kraft ergibt. So mag z.B. ein Koeffizient wie Y_{vvv} einen relativ großen Betrag aufweisen, zusammen mit der dritten Potenz der Quergeschwindigkeit kann die Seitenkraft jedoch verschwindend kleine Werte annehmen.

Bei geringen Änderungen der Bewegungsgrößen (d.h. kleine Abweichungen vom Ausgangszustand der reinen Geradeausfahrt, die durch $u = u_0$, $v = v_0$ und $\mathbf{d}_R = \mathbf{d}_{R0}$ definiert ist) ist es für die Untersuchung des Bewegungsverhaltens des Schiffes oft ausreichend, nur die linearisierten Taylorreihen zu verwenden. Das mathematische Modell nach (2.25) und (2.26) wird dann reduziert zu:

2. Mathematische Modelle

$$\begin{aligned} Y &= Y_0 + Y_v \cdot v + Y_r \cdot r + Y_d \cdot d \\ N &= N_0 + N_v \cdot v + N_r \cdot r + N_d \cdot d \end{aligned} \quad (2.32)$$

Mit (2.27) und Y_0 und N_0 aus (2.28) ergibt sich nach Umformung:

$$\begin{aligned} \dot{v} \cdot (m - Y_{\dot{v}}) + \dot{r} \cdot (mx_G - Y_{\dot{r}}) + mu_0 r &= Y_v \cdot (v - v_0) + Y_d \cdot (d - d_0) \\ \dot{v} \cdot (mx_G - N_{\dot{v}}) + \dot{r} \cdot (I_{zz} - N_{\dot{r}}) + mx_G u_0 r &= N_v \cdot (v - v_0) + N_d \cdot (d - d_0) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Dies ist ein System von zwei linearen Differentialgleichungen erster Ordnung mit den drei Variablen v , r und \mathbf{d}_R . Es existiert dazu für die konstante neutrale Ruderlage $\mathbf{d}_R = \mathbf{d}_{R0}$ die homogene Lösung:

$$\begin{aligned} v &= v_1 \cdot e^{s_1 t} + v_2 \cdot e^{s_2 t} + v_0 \\ r &= r_1 \cdot e^{s_1 t} + r_2 \cdot e^{s_2 t} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Stabilität, d.h. das Abklingen von Störungen mit der Zeit, wird erreicht, wenn die Größen v und r in (2.34) für zunehmendes t gegen Null gehen. Die sogenannten Stabilitätsindizes s_1 und s_2 sind Lösungen der charakteristischen Gleichung:

$$A \cdot s^2 + B \cdot s + C = 0 \quad (2.35)$$

$$s_{1,2} = \frac{1}{2} \left(-\frac{B}{A} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{A}\right)^2 - 4\frac{C}{A}} \right) \quad (2.36)$$

mit

$$A = (N_{\dot{r}} - I_{zz})(Y_{\dot{v}} - m) - (Y_{\dot{r}} - mx_G)(N_{\dot{v}} - mx_G) \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} B &= (Y_{\dot{v}} - m) \cdot (N_r - mx_G u_0) + (N_{\dot{r}} - I_{zz}) \cdot Y_v \\ &\quad - (Y_r - mu_0) \cdot (N_{\dot{v}} - mx_G) - (Y_{\dot{r}} - mx_G) \cdot N_v \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$C = (N_r - mx_G u_0) \cdot Y_v - (Y_r - mu_0) \cdot N_v \quad (2.39)$$

Laut Routh-Hurwitz-Stabilitätskriterium kann ein Schiff nur dann kursstabil sein, wenn die Realteile von s_1 und s_2 negativ sind. Dies ist nur dann der Fall, wenn die beiden Quotienten C/A und B/A positiv werden. Graphisch bedeutet dies, daß die Exponentialfunktionen der Gleichung (2.34) asymptotisch abklingen. Dadurch wird die Gierstabilität beschrieben.

Es kann gezeigt werden, daß für ein konventionelles Schiff $A > 0$ und $B > 0$ sind [Abkowitz, 1964]. Somit ist für die Stabilität des Kurses nur noch das Vorzeichen von C bedeutsam. Unter weiterer Berücksichtigung, daß der Ausdruck $(Y_r - u_0)$ für die meisten Schiffe negativ ist, so ergibt sich aus (2.39) für den Fall des gierstabilen Schiffes:

$$\frac{N_r - mx_G u_0}{Y_r - mu_0} > \frac{N_v}{Y_v} \quad (2.40)$$

Diese einfache Formel hat eine sehr große praktische Bedeutung. Der Quotient aus einem Moment und der dieses Moment bewirkenden Kraft ist gleichbedeutend mit dem Hebelarm des Momentes bzw. dem Angriffspunkt der Kraft. Der Verzicht auf die Längskomponenten der Kräfte führt zur Projektion des Hebels auf die Mittschiffsebene. Diese Betrachtungsweise führt zu der bekannten Aussage:

Gierstabil (gierinstabil) ist das Schiff, wenn die Kraft infolge Drehung vor (hinter) der Kraft infolge Querbewegung angreift.

Eine weitere Anwendung der linearisierten Gleichungen ist die Bestimmung der stationären Drehgeschwindigkeit mit festgehaltenem Ruderwinkel. Dazu wird die (hier nicht hergeleitete) Lösung der Bewegungsgleichungen für den stationären Zustand nach Abklingen der Störungen herangezogen. Für kleine Ruderwinkel \mathbf{d}_R gilt für die stationäre Drehgeschwindigkeit r der Zusammenhang:

$$r = \left[\frac{N_v \cdot Y_d - Y_v \cdot N_d}{Y_v \cdot (N_r - mx_G u_0) - N_v \cdot (Y_r - mu_0)} \right] \cdot (d - d_0) \quad (2.41)$$

Der Ausdruck in der eckigen Klammer ist die Steigung der Funktion $r(d)$ im Bereich des Ruderwinkels Null. Ist er negativ, so ist das Schiff gierstabil. Diese Funktion wird Spiralkurve genannt. An späterer Stelle wird noch genauer darauf eingegangen.

Der hier ausführlich beschriebene mathematische Ansatz nach Abkowitz, der auf der Taylorreihenentwicklung für die hydrodynamischen Kräfte beruht, wird in dieser Arbeit als "globales" mathematisches Modell bezeichnet. Diese Benennung stützt sich auf die Art der Identifikation der verwendeten Koeffizienten. Schon bei den Kraftmessungen am Schiffsmodell wird nur die Gesamtkraft erfaßt, so daß es nicht mehr möglich ist, einzelne Terme in den Gleichungen (2.24-2.26) den tatsächlichen physikalischen Zusammenhängen zuzuordnen. Die Berechnung der hydrodynamischen Beiwerte ist zwar relativ einfach, Rückschlüsse auf bestimmte Details des

2. Mathematische Modelle

Strömungszustandes sind jedoch schwer möglich. Für die Betrachtung des Einflusses veränderlicher Wassertiefe auf das Manörierverhalten ergeben sich also gewisse Schwierigkeiten, so daß die Verwendung dieses mathematischen Ansatzes wenig sinnvoll erscheint.

Eine weitere Einschränkung in der Anwendbarkeit ist dadurch gegeben, daß das globale mathematische Modell von dem genau definierten Bewegungszustand zu Beginn des Manövers "Geradeausfahrt mit der Geschwindigkeit V_0 " ausgeht und keine Variable für die Propellerdrehrate besitzt. Der Umfang der simulierbaren Manöver ist dadurch geringer, da weder Beschleunigung noch Verzögerung aufgrund eines Maschinenmanövers möglich sind. In einem eingeschränkten Bereich können andere Ausgangsgeschwindigkeiten angesetzt werden, da die Koeffizienten in dimensionsloser Form verwendet werden. Dies ist jedoch nur innerhalb des Bereichs von Froude-Zahlen zulässig, in dem keine signifikante Änderung des Strömungszustandes auftritt.

Der Ansatz für die dimensionslose Geschwindigkeit u' verdient noch eine genauere Betrachtung. Es handelt sich dabei um die schon in (2.13) definierte Änderung der Voraugeschwindigkeit gegenüber dem Ausgangszustand, dividiert durch den Betrag der momentanen Geschwindigkeit. Dadurch wird der dimensionslose Wert im Ausgangszustand zu Null, was für die Anwendung in den Gleichungen für die Kräfte sehr praktisch ist, da dann auch die Längskraft zu Null wird, aber bei größeren Abweichungen vom Ausgangszustand zu Problemen führt.

In Abb. 2-3 wird dieser Sachverhalt deutlich gemacht, indem die Längskraft über der bei Abkowitz gebräuchlichen Größe $u' = (u - V_0) / V$ aufgetragen wird. Die Ausgangsgeschwindigkeit ist durch $u' = 0$ bestimmt - im Gleichgewichtszustand sollen keine beschleunigenden Kräfte wirken. Bei schneller Voraufahrt ist u' größer als 0 und konvergiert gegen 1. Für das gestoppte Schiff ist diese Darstellung nicht brauchbar, da hier u' nicht mehr definiert werden kann. Daraus ergibt sich, daß diese Darstellung nur für geringer Abweichungen von der Ausgangsgeschwindigkeit einsetzbar ist. Genau dies, und nur dies, war auch bei der Definition von Abkowitz beabsichtigt.

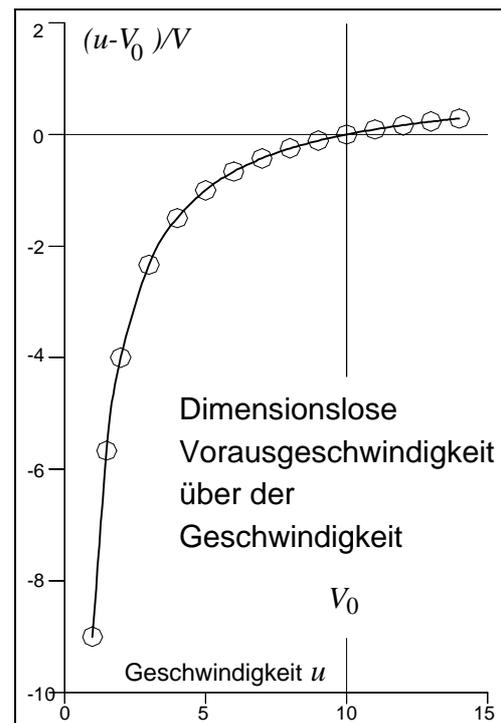


Abb. 2-3

Koeffizienten, die die Summe der Längskraft in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit beschreiben, sind nicht identisch mit der Widerstandskurve. Vielmehr wird z.B. durch X_{uu} die Änderung der Längskraft in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit beschrieben, also der Schubüberschuß und damit das Beschleunigungsvermögen des Schiffes, wenn es sich langsamer bewegt als mit der Anlaufgeschwindigkeit ($X > 0$, wenn $u < V_0$).

Auch wenn der zur Ermittlung der Koeffizienten erforderliche Aufwand geringer zu sein scheint als der für das im folgenden Kapitel beschriebene modulare mathematische Modell, ist das Spektrum an Simulationsmöglichkeiten doch stark eingeschränkt, da größere Geschwindigkeitsabweichungen sowie Drehratenänderungen nicht durchführbar sind. Genauer betrachtet ist der Versuchsaufwand auch nicht geringer, da für das konservative Modell Ruderwinkelversuche durchgeführt werden müssen, die zusätzliche Parametervariationen beinhalten. Dies gilt für die Längsgeschwindigkeit (Änderung der Ruderkräfte bei Verlangsamung des Schiffes) und für den Driftwinkel (Schräganströmung des Ruders). Beim modularen Modell wird dies durch die separaten Ruderkraftmessungen bzw. durch die Berechnung der Ruderkräfte während der Simulation aufgefangen.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß bei Kenntnis der Leistungsgrenzen das ursprüngliche mathematische Modell nach Abkowitz gut anwendbar ist, wenn nur bestimmte Fragestellungen ohne Maschinenmanöver und radikale Rudermanöver beantwortet werden sollen.

2.1.3 Modularisierung des mathematischen Modells

Die Grenzen des "globalen" mathematischen Modells wurden oben eingehend erläutert. Ein sehr wichtiger Aspekt für den weiteren Handlungsbedarf wurde jedoch bisher nicht betrachtet.

Simulationen werden durchgeführt, um Variationen am untersuchten Objekt vorzunehmen, und um dabei die Reaktion auf Detailveränderungen studieren zu können. Dies ist jedoch nicht möglich, wenn diese Details im Gesamtsystem nicht einzeln isolierbar sind. So ist z.B. keine Möglichkeit gegeben, die Auswirkungen einer vergrößerten Ruderfläche auf das Bewegungsverhalten eines Schiffes zu untersuchen, wenn nur die Wirkung des Ruders auf das Schiff durch mathematische Beschreibungen gegeben ist.

Erst eine Rückführung der Kräfte auf ihre physikalischen Ursachen kann zum gewünschten Ergebnis führen, denn dann kann die Ruderkraft, die unter anderem von der Größe der Fläche abhängig ist, einer Variation dieses Parameters unterworfen werden. Es darf nicht der Eindruck entstehen, daß hier die Forderung nach einer besonders großen Anzahl variabler Einflußgrößen gestellt wird. Ein Wert wie die Ruderfläche ist eine Konstante, die während der Simulation unveränderlich und den Schiffshauptabmessungen zugeordnet ist. Es besteht aber trotzdem eine Änderungsmöglichkeit für die Ruderfläche, indem in einer Variation verschiedene Datensätze für die Hauptabmessungen verwendet werden.

Die geforderte Rückführung auf die physikalischen Ursachen wird durch die Modularisierung erreicht. Die einzelnen an der Bewegung beteiligten Kräfte werden dabei als klar voneinander abgegrenzte Komponenten behandelt. Neben diversen brauchbaren Ansätzen in der Literatur ist die beste Darstellung das 4-Quadranten-Modell [Oltmann/Sharma, 1984]. Es zeichnet sich durch eine geschlossene Beschreibung der einzelnen Teilkräfte und eine praxisnahe Integration der Komponenten in das Gesamtsystem aus. In Kapitel 2.1.4 wird näher darauf eingegangen.

Im weiteren Gang der Betrachtung wird, ausgehend vom "globalen" Modell nach Abkowitz, eine praxisnahe Modularisierung vorgenommen, in die die bisher gewonnenen Erfahrungen und das schiffbauliche Fachwissen einfließen [Gronarz, 1992].

Die in Kapitel 2.1.1 dargestellten Bewegungsgleichungen finden auch beim modularen mathematischen Ansatz Verwendung, d.h. sowohl die linken als auch die rechten Seiten der Gleichungen (2.8) sind uneingeschränkt gültig. Der funktionale Zusammenhang der Kräfte X , Y und des Momentes N von den Bewegungs- und Steuergrößen (2.9), also die linke Seite in (2.8), basiert jedoch nicht mehr auf der reinen Anpassung einer gegebenen mathematischen Struktur an gemessene Werte.

Entsprechend der im Schiffbau üblichen Darstellung werden die Kräfte in einzelne Komponenten zerlegt, und zwar die Elemente "Schiff", "Propeller" und "Ruder". Dies ist formal leicht möglich - in der Praxis jedoch treten zwischen ihnen immer Wechselwirkungen auf. Im globalen mathematischen Modell müssen diese gegenseitigen Beeinflussungen nicht separat erfaßt werden, da die Kraftmessungen am Schiff mit Propeller und Ruder durchgeführt werden. Bei einer Aufspaltung in einzelne Komponenten wird die Lage jedoch deutlich komplizierter. So sind alle Kraft- und Momentenanteile in das Gesamtsystem "manövrierendes Schiff" einzuordnen und die gegenseitigen Beeinflussungen gesondert zu berücksichtigen.

Die allgemeine Darstellung lautet:

$$\begin{array}{rcccccc}
 \text{Gesamt} & & \text{Schiffsrumpf} & & \text{Propeller} & & \text{Ruder} \\
 X & = & X_S & + & X_P & + & X_R \\
 Y & = & Y_S & + & Y_P & + & Y_R \\
 N & = & N_S & + & N_P & + & N_R
 \end{array} \quad (2.42)$$

Bei der folgenden Beschreibung der Module wird diese Darstellung noch verfeinert bzw. durch Vernachlässigung gewisser Terme auch vereinfacht.

2.1.3.1 Rumpfkraft

Unter den Rumpfkraften werden alle Kräfte verstanden, die am Schiffskörper infolge der Umströmung des sich bewegenden Fahrzeugs angreifen. Dazu zählen also alle Kräfte außer denen, die durch den Propeller oder das Ruder erzeugt werden. Eine andere Beschreibung kann auch durch die Einflußgrößen (Bewegungs- und Steuergrößen) gegeben werden: Rumpfkraften sind die Kräfte, die eine direkte Änderung erfahren, wenn sich eine der Größen u , v oder r ändert. Damit sind automatisch die Propeller- und Ruderkräfte ausgeklammert, die ja primär von der Drehrate n bzw. dem Ruderwinkel d_R abhängen.

Um der schon erwähnten schiffbaulichen Betrachtungsweise gerecht zu werden, wird der Widerstand von den anderen Rumpfkraften getrennt betrachtet. Mit der Definition durch die Einflußgrößen können die Rumpfkraften auch unterteilt werden in Kräfte, die nur bei Geradeausfahrt wirken (reine Abhängigkeit von u), und Kräfte und Momente, die bei Manövern hinzukommen (Abhängigkeit von v und r). Damit verfeinert sich der Ansatz (2.42) für die Rumpfkraften wie folgt:

$$\begin{array}{rcccc}
 \text{Schiff} & & \text{Widerstand} & & \text{Manöver (Hull)} \\
 X_S & = & X_W & + & X_H \\
 Y_S & = & Y_W & + & Y_H \\
 N_S & = & N_W & + & N_H
 \end{array} \quad (2.43)$$

Der mit $r \cdot g \cdot L^3$ dimensionslos gemachte Widerstand X_W wird als Funktion der Froude-Zahl

$$F_n = \frac{V}{\sqrt{g \cdot L}} \quad (2.44)$$

dargestellt. Üblicherweise reicht ein Polynom dritten Grades für die Beschreibung des Widerstandes aus, wenn die Geschwindigkeit deutlich unterhalb des kritischen Wertes für die Froude-Tiefenzahl

$$F_{nh} = \frac{V}{\sqrt{g \cdot h}} = 1 \quad (2.45)$$

liegt und die durch den Wellenwiderstand bedingten Buckel vernachlässigt werden.

Bei den Kräften, die allein von der Längsgeschwindigkeit u abhängig sind, können die Seitenkräfte $Y(u)$ und die Drehmomente $N(u)$ außer Acht gelassen werden, da bei den üblichen symmetrischen Schiffskörpern davon ausgegangen werden kann, daß im Fall ohne Propeller und Ruder bei reiner Geradeausfahrt keine Seitenkräfte und Drehmomente auftreten. Damit vereinfacht sich der Ansatz (2.43):

$$Y_w = 0 \quad \text{und} \quad N_w = 0 \quad (2.46)$$

Bei den Kräften und Momenten X_H , Y_H , und N_H , die erst beim realen Manöver auftreten, also dann, wenn die Quer- und die Drehgeschwindigkeit nicht "0" sind, wird davon ausgegangen, daß sie dem quadratischen Widerstandsgesetz folgen. Dies ist für große Reynoldszahlen zutreffend, bei sehr kleinen Werten R_n besteht eine lineare Abhängigkeit. Selbst bei Vernachlässigung der Wellenbildung an der Oberfläche (kleine Froude-Zahlen) bleibt eine Restabhängigkeit der so gebildeten Kraftbeiwerte von der Reynoldszahl bestehen. Die Proportionalität zur Größe V^2 kann für einen begrenzten, niedrigen Geschwindigkeitsbereich zur Modellierung der Kraftfunktionen herangezogen werden. Es sollte jedoch immer bewußt bleiben, daß diese Vereinfachung keine generelle Gültigkeit besitzt.

$$F' = \frac{\text{Kraft}}{F} \quad \Bigg/ \quad \left(\frac{r}{2} \cdot V^2 \cdot L_{PP}^2 \right) \quad (2.47)$$

Für die Berechnung normaler Manöver wie z.B. Drehkreise und Z-Manöver reicht ein Simulationsmodell aus, das die dabei auftretenden Seitenkräfte und Drehmomente für Bewegungsgrößen berechnen kann, die in dem Bereich liegen, der auch in der Realität festzustellen ist. Für den Driftwinkel handelt es sich um Werte in der Grö-

Benennung von 0° bis ca. $\pm 20^\circ$. Sollen jedoch noch weitere Manöver simuliert werden, die nicht zum Standardumfang gehören, ist eine Ausdehnung des mathematischen Ansatzes erforderlich. Die Erweiterung der Driftwinkel (Richtung des Geschwindigkeitsvektors \vec{V} bezüglich der Vorauslinie) auf Bereiche zwischen -180° und $+180^\circ$ ist identisch mit einer Darstellung der Geschwindigkeitskomponenten u und v in allen 4 Quadranten (siehe auch Kapitel 2.1.4). Der dimensionslose Parameter ist in diesem Fall nicht die Quergeschwindigkeit, sondern der Driftwinkel \mathbf{b} .

Innerhalb des Bereiches üblicher Manöver ist eine Darstellung der Abhängigkeit $Y(\mathbf{b})$ und $N(\mathbf{b})$ gut durch Polynomansätze möglich, wie es auch im "globalen" mathematischen Modell ausgeführt wird. Bei sehr großen Driftwinkeln ist dieser Ansatz nicht mehr sinnvoll anwendbar. Hier bietet sich die Darstellung durch eine Fourierreihe an, da die Einflußgröße ein Winkel ist. Gerade die Periodizität der Fourierfunktion ist für die Berechnung der Kräfte in allen 4 Quadranten äußerst wichtig, da sie für alle beliebigen Winkel immer stetig ist.

Die Genauigkeit dieser Approximation der Meßwerte ist natürlich begrenzt, da bei der Analyse durch die Beschränkung auf eine endliche Zahl von Fourierkoeffizienten (ca. bis zum 10. Grad) automatisch ein numerischer Ausgleich vorgenommen wird. Zur Glättung von Meßungenauigkeiten ist dies hervorragend geeignet, aber gerade der Bereich kleiner Driftwinkel, der für die Gierstabilität so außerordentlich bedeutsam ist, wird mit der gleichen Qualität approximiert wie der Rest zwischen 0 und 2π .

Um diese Schwäche zu beseitigen, wurde eine alternative Bestimmung der Kräfte vorgesehen, indem für kleine Driftwinkel (etwa -24° bis $+24^\circ$) mit einer Beschreibung durch Polynome gearbeitet wird, für alle anderen Anströmrichtungen dagegen die Seitenkraft und das Drehmoment durch eine Fourierreihe berechnet werden. Durch diese Unterteilung wird eine höhere Genauigkeit bei relativ kleinen Driftwinkeln erzielt, für die ein linearer und ein nichtlinearer Koeffizient verwendet wird:

$$\begin{aligned} Y &= Y_v \cdot v + Y_{v|v|} \cdot v|v| \\ N &= N_v \cdot v + N_{v|v|} \cdot v|v| \end{aligned} \quad (2.48)$$

Außerhalb des Grenzwertes für \mathbf{b} , wenn die Darstellung nach (2.48) nicht mehr geeignet ist, tritt das Ergebnis der Fouriersynthese an die Stelle der Polynomdarstellung:

$$Y = \sum_{i=1}^n \left\{ Y \sin_{(i)} \cdot \sin[(i-1) \cdot \mathbf{b}] + Y \cos_{(i)} \cdot \cos[(i-1) \cdot \mathbf{b}] \right\} \quad (2.49)$$

Die Drehgeschwindigkeit r ist die zweite wichtige Einflußgröße für die Rumpfkkräfte. Eine Beschreibung durch ein Polynom wird als ausreichend angesehen, da eine Vergrößerung der Drehgeschwindigkeit auch immer eine Erhöhung der hydrodynamischen Kräfte (Widerstand gegen die Drehung) zur Folge haben muß. Ein Abnehmen der Kräfte und Momente mit wachsendem r wie bei einer Vergrößerung des Driftwinkels über z.B. 90° ist nicht denkbar.

Bei einem realen Schiffsmanöver ist während einer Drehbewegung immer auch eine Querbewegung festzustellen. Diese Wechselwirkung zwischen den beiden Bewegungsgrößen v und r wird im mathematischen Modell durch die 4 Koeffizienten Y_{vrr} , Y_{rvv} , N_{vrr} , N_{rvv} berücksichtigt. Sie beschreiben die nichtlineare Zusatzkraft (Kopplung), die am Schiff wirksam wird, wenn die Bewegung aus Driften und Drehen besteht.

Die Umströmung des Schiffes erzeugt auch eine Kraftkomponente in Schiffslängsrichtung. Um auch diese Anteile korrekt wiederzugeben, sind die Beiwerte X_{vv} , X_{rr} , X_{rv} im mathematischen Modell für die Schiffskräfte definiert. Die Größenordnung der durch diese Koeffizienten beschriebenen Kräfte ist aber relativ klein gegenüber den anderen Komponenten.

2.1.3.2 Propellerkräfte

Der Propeller stellt als Antriebsorgan des Schiffes eine besonders wichtige Kraftquelle dar, die sinnvollerweise in einem separaten Berechnungsmodul behandelt wird. Er erzeugt den Schub, der im Zusammenspiel mit dem Widerstand das Erreichen einer konstanten Endgeschwindigkeit ermöglicht.

Grundlage für die Bestimmung des Propellerschubes ist das Freifahrtdiagramm - entweder in der üblichen Auftragung über den Fortschrittsgrad J oder über den Fortschrittswinkel e . Die Eingangsgrößen für die Berechnung sind die Propellerdrehrate n und die Anströmgeschwindigkeit u_p . Hier wird die Wechselwirkung zwischen Schiff und Propeller berücksichtigt, denn durch die Verwendung der Nachstromziffer w wird die Geschwindigkeit am Ort des Propellers gegenüber der Schiffsgeschwindigkeit reduziert.

$$u_p = u \cdot (1 - w) \quad (2.50)$$

$$J = \frac{u_p}{n \cdot D} \quad (2.51)$$

$$\mathbf{e} = \arctan\left(\frac{u_p}{0.7 \cdot \mathbf{p} \cdot n \cdot D}\right) = \arctan\left(\frac{J}{0.7 \cdot \mathbf{p}}\right) \quad (2.52)$$

Die Schubbeiwerte K_T bzw. C_T^* werden durch Polynome bzw. eine Fourierreihe wie in (2.49) beschrieben. Die Umschaltung von der Polynom- zur Fourierdarstellung erfolgt bei genau dem Fortschrittswinkel \mathbf{e}_{\max} , bei dem das normale Freifahrt-diagramm endet, also bei J für $K_T = 0$ bzw. \mathbf{e} für $C_T^* = 0$.

$$K_T = \frac{T}{\mathbf{r} \cdot n^2 \cdot D^4} \quad (2.53)$$

$$K_Q = \frac{Q}{\mathbf{r} \cdot n^2 \cdot D^5} \quad (2.54)$$

$$C_T^* = \frac{T}{\mathbf{r}/2 \cdot A_0 \cdot [u_p^2 + (0.7 \cdot \mathbf{p} \cdot n \cdot D)^2]} \quad \text{bzw.} \quad C_T^* = \frac{K_T \cdot 8/\mathbf{p}}{J^2 \cdot (0.7 \cdot \mathbf{p})^2} \quad (2.55)$$

$$C_Q^* = \frac{Q}{\mathbf{r}/2 \cdot A_0 \cdot D \cdot [u_p^2 + (0.7 \cdot \mathbf{p} \cdot n \cdot D)^2]} \quad \text{bzw.} \quad C_Q^* = \frac{K_Q \cdot 8/\mathbf{p}}{J^2 \cdot (0.7 \cdot \mathbf{p})^2} \quad (2.56)$$

Der berechnete Schub kann allerdings nicht vollständig als Vortriebskraft wirksam werden, da auch eine Wirkung vom Propeller auf das Schiff zu berücksichtigen ist. Dies ist die Reduktion des Schubes durch den Sog am Schiff. Als Längskraft aus dem Modul für die Propellerkräfte wird also geliefert:

$$X_p = T \cdot (1 - t) \quad (2.57)$$

Wie schon in Kapitel 2.1.2 bei der Behandlung des neutralen Ruderwinkels angesprochen, erzeugt der Propeller auch noch andere Kraftkomponenten am Gesamtsystem "Schiff" als nur den Schub. Die Ungleichmäßigkeit des Anströmfeldes und die Nähe der Schiffsaußenhaut zum Propeller haben eine Verlagerung des Schubmittelpunktes zur Folge und bewirken damit eine Seitenkraft Y_p und ein Moment N_p . In dieser Arbeit werden diese Anteile vernachlässigt, da die Bestimmung von entsprechenden Beiwerten nur mit großem Aufwand möglich ist:

$$Y_p = 0 \quad \text{und} \quad N_p = 0 \quad (2.58)$$

2.1.3.3 Ruderkräfte

Das Ruder ist für das Manövrieren von außerordentlicher Bedeutung, da es das Gleichgewicht des geradeausfahrenden Schiffes beeinflusst und Manöver ermöglicht. Es wird als unter einem Winkel angeströmte Auftriebsfläche betrachtet, die sich sowohl im Propellerstrahl als auch in freier Anströmung befindet. Die größte Schwierigkeit bei der Modellierung der Ruderkräfte am manövrierenden Schiff besteht in der korrekten Definition dieses Anströmwinkels und der Wechselwirkungen zwischen den drei Komponenten "Schiff", "Propeller" und "Ruder" (siehe auch [Baumgarten, 1989]).

Im vorangehenden Kapitel 2.1.3.2 wurde bei der Behandlung der Propellerkräfte schon auf bestimmte Details eingegangen, an dieser Stelle sollen alle zu berücksichtigenden Wechselwirkungen zusammengefaßt werden.

Schiff -> Propeller :

Ungleichmäßige Zuströmung zum Propeller durch Nachstromfeld, mittlere Anströmgeschwindigkeit $u_p = u \cdot (1 - w)$; Schräganströmung des Propellers durch Drift- und Drehbewegung.

Schiff -> Ruder :

Das Ruder befindet sich im Nachstromfeld des Schiffes, mittlere Anströmgeschwindigkeit $u_R = u \cdot (1 - w_R)$, Schräganströmung des Ruders durch Drift- und Drehbewegung unter dem Winkel b_R .

Propeller -> Schiff :

Verminderung des Propellerschubes um den Sog, Längskraft $X_p = T \cdot (1 - t)$.

Propeller -> Ruder :

Das Ruder befindet sich im Abstromfeld des Propellers, Strömung turbulent und drallbehaftet und wirkt auf das Ruder mit der Ruderanströmgeschwindigkeit u_{RP} .

Ruder -> Schiff :

Verringerung der Schiffsgeschwindigkeit durch Ruderwiderstand X_R , Kursänderung durch Seitenkraft Y_R und Moment N_R am angeströmten Ruder.

Ruder -> Propeller :

Erhöhung der Schubbelastung durch Störung des Abstromfeldes.

1: Profilkräfte

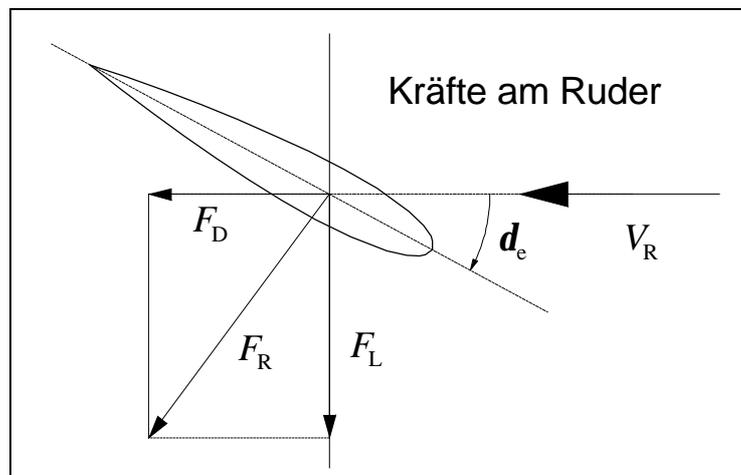


Abb. 2-6

Für den allgemeinen Fall eines Ruders in Schräganströmung gilt nach Abbildung 2-6:

$$\begin{aligned}
 F_L &= C_{LR}(d_e) \cdot \frac{\mathbf{r}}{2} \cdot A_R \cdot V_R^2 & \mathbf{L} \text{ ift} &= \text{Auftrieb} \\
 F_D &= C_{DR}(d_e) \cdot \frac{\mathbf{r}}{2} \cdot A_R \cdot V_R^2 & \mathbf{D} \text{ rag} &= \text{Widerstand}
 \end{aligned}
 \tag{2.59}$$

Die Funktionen $C_L(d_e)$ und $C_D(d_e)$ bestimmen die dimensionslose Auftriebs- und Widerstandskraft des Profils in freier Anströmung. Um in der Modellierung zu den am Schiff wirkenden Kräften zu gelangen, müssen die Variablen

- A_R (Ruderfläche),
- V_R (Anströmgeschwindigkeit) und
- d_e (Anströmwinkel)

aus Gleichung 2.59 für die im Zustand "Ruder im Propellerstrahl am manövrierenden Schiff" wirksamen Größen bestimmt werden. Dies wird in den folgenden Unterabschnitten schrittweise vorgenommen.

2: Ruderfläche

2a) Die Ruderfläche wird vereinfacht durch das Produkt aus der mittleren Ruderhöhe und der mittleren Profillänge dargestellt:

$$A_R = b \cdot c_m \tag{2.60}$$

Durch diese vereinfachte Betrachtung als Rechteckruder ist die Möglichkeit gegeben, auf einfache Weise Teilflächen zu berücksichtigen.

- 2b) Durch den Propellerstrahl wird die Anströmung des Ruders verstärkt, jedoch nicht für das gesamte Ruder. Nur ein Teil des Ruders wird von ihm beaufschlagt, wogegen der Rest sich in der freien Strömung befindet. Die einfachste Methode, diese zwei unterschiedlichen Strömungszustände relativ korrekt zu betrachten, ist eine Teilung des Ruders in strahlbeaufschlagte und frei angeströmte Bereiche. Mit Kenntnis des Propellerdurchmessers und der Ruderhöhe kann so das (vereinfacht angenommene) Rechteckruder betrachtet werden als:

$$\begin{aligned} A_R &= A_{\text{Prop}} + A_{\text{Frei}} \\ &= D \cdot c_m + (b - D) \cdot c_m \end{aligned} \quad (2.61)$$

- 2c) Der Propellerstrahl weist jedoch hinter der Propellerebene nicht einen konstanten Durchmesser auf, sondern schnürt sich ein. Dies kann durch einen Einschnürungsfaktor e_p berücksichtigt werden, so daß die Anteile in (2.61) dargestellt werden als:

$$\begin{aligned} A_{\text{Prop}} &= b \cdot c_m \\ A_{\text{Frei}} &= (b - H_p) \cdot c_m \\ \text{mit } H_p &= D \cdot e_p \end{aligned} \quad (2.62)$$

Nach [Wagner, 1986] bestimmt sich dieser Einschnürungsfaktor unter Verwendung des Schubbelastungsgrades C_{Th} und des Faktor k_{PR} nach [Gutsche, 1955] zur Berechnung der Strahlgeschwindigkeit im Abstand vom Propeller zu

$$e_p = \sqrt{\frac{1 + 0,5 \cdot (\sqrt{C_{\text{Th}} + 1} - 1)}{1 + k_{\text{PR}} \cdot (\sqrt{C_{\text{Th}} + 1} - 1)}} \quad (2.63)$$

Für jede der beiden Teilflächen A_{Prop} und A_{Frei} sind die korrekte Anströmgeschwindigkeit und -richtung anzusetzen, die in den folgenden Abschnitten diskutiert werden.

3: Anströmgeschwindigkeit

- 3a) Durch Hinzufügen des Schiffskörpers verändert sich das Strömungsfeld. Die Anströmgeschwindigkeit des Propellers wird durch den Nachstrom verringert:

$$u_p = u \cdot (1 - w) \quad (2.64)$$

- 3b) Für die Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit am Ruder wird von der asymptotischen axialen Zusatzgeschwindigkeit des Propellerstrahls im Unendlichen ausgegangen (vergleiche [Oltmann/Sharma, 1984] und [Oltmann/Wolff/Müller/Baumgarten, 1986]):

$$u_{p\infty} = \text{sign}(u) \cdot \sqrt{u_p^2 + \text{sign}(u) \cdot \frac{T}{r/2 \cdot \rho \cdot D^2/4}} - u_p \quad (2.65)$$

- 3c) Damit wird unter Berücksichtigung des endlichen Abstandes zwischen Propeller und Ruder durch den Faktor k_{PR} nach [Gutsche, 1955] die lokale Strahlgeschwindigkeit am Ort des Ruders bestimmt:

$$u_{RP} = u_p + \left[\left(k_{PR} - \frac{1}{2} \right) \cdot \text{sign}(u) + \frac{1}{2} \right] \cdot u_{p\infty} \quad (2.66)$$

Die gefundene Ruderanströmgeschwindigkeit u_{RP} ist Eingangsgröße für die Gleichung 2-59, und zwar für den Anteil der Ruderfläche A_{PROP} , der sich im Propellerstrahl befindet. Der außerhalb des Propellerstrahls befindliche Teil A_{FREI} wird mit der Propelleranströmgeschwindigkeit $u_R = u_p$ beaufschlagt - eine Vereinfachung, die den realen Zustand relativ gut wiedergibt, obwohl u_p genau genommen nur für den Ort des Propellers gültig ist.

4: Anströmwinkel

- 4a) Bewegt sich das Schiff nicht nur geradeaus, sondern befindet es sich zusätzlich in einer Seitwärtsbewegung (Driftwinkel \mathbf{b}), so ist die Schräganströmung des Ruders durch diesen Driftwinkel definiert. Da jedoch fast immer eine Drehbewegung überlagert ist, muß bei der Anströmung auch der durch reines Drehen bewirkte Querströmungsanteil berücksichtigt werden:

$$v_R = v + r \cdot x_R \quad \text{und} \quad (2.67)$$

$$V_R = \sqrt{u_R^2 + v_R^2}$$

- 4b) Der lokale Anströmwinkel außerhalb des Propellerstrahls ist damit

$$\mathbf{b}_R = \text{atan}\left(\frac{-v_R}{u_R}\right), \quad (2.68)$$

wobei das negative Vorzeichen für v_R aus der Definition für die Winkel und der positiven y-Achse abzuleiten ist (siehe auch Abb. 2-1 in Kapitel 2.1.1).

- 4c) Mit dem Ruderwinkel \mathbf{d}_R und dem Anströmwinkel \mathbf{b}_R bestimmt sich der effektive Anströmwinkel \mathbf{d}_e des Ruderprofils zu:

$$\mathbf{d}_e = \mathbf{d}_R + \mathbf{b}_R \quad (2.69)$$

Dieser Winkel ist Eingangsgröße für die dimensionslosen Ruderkräfte nach Gleichung 2.59, jedoch nur für die außerhalb des Propellerstrahls befindliche Fläche A_{Frei} .

- 4d) Beim realen Manöver kann der Propellerstrahl sich nicht geradlinig entlang der Mittschiffsebene ausbreiten, sondern er wird durch die Querströmung v_R seitlich abgelenkt. Dadurch ändert sich der Anstellwinkel des Ruderprofils zum Propellerabstrom in ähnlicher Weise wie in Abschnitt 4a. Er wird aus der Geschwindigkeit v_R durch Drehen und Driften sowie der Strahlgeschwindigkeit u_{RP} am Ort des Ruders berechnet.

$$\mathbf{b}_{RP} = \text{atan}\left(\frac{-v_R}{u_{RP}}\right) \quad (2.70)$$

- 4e) Damit wird der effektive Ruderwinkel \mathbf{d}_e^* für den Teil des Ruders A_{Prop} , der sich im Propellerstrahl befindet, bestimmt:

$$\mathbf{d}_e^* = \mathbf{d}_R + \mathbf{b}_{RP} \quad (2.71)$$

- 4f) Durch das seitliche Auswandern der Achse des näherungsweise zylindrischen Strahls verringert sich natürlich auch seine Höhe in der Mittschiffsebene. Dadurch wird im Denkmodell der vom Propeller beaufschlagte Anteil kleiner und somit auch die Wirksamkeit des Ruders. Eine Berücksichtigung dieses Effekts

wäre durchaus denkbar, es müßte dann aber konsequenterweise auch noch einfließen, daß sich beim Legen des Ruders die Rudervorkante eines balancierten Profils ebenfalls aus der Mittschiffsebene bewegt. Außerdem ist das Ruder in vielen Fällen noch in einen festen und einen beweglichen Teil gegliedert und die Profileintrittskante gegenüber der Vertikalen geneigt (siehe Abb. 2-5). Es wäre möglich, diese geometrischen Zusammenhänge modellmäßig zu erfassen - dies ist jedoch kaum sinnvoll, da die Berücksichtigung all dieser Details eine Genauigkeit der Berechnung vortäuschen würde, die von den vereinfachenden Annahmen im Ansatz nie erfüllt werden könnte.

Die dargestellte Modellierung stellt leider auch nicht den wirklichen Zustand dar, da z.B. die durch die Drehung verursachte Querströmung nicht konstant über der Profillänge ist. Für die Simulation jedoch ist sie brauchbar, da die wichtigsten Einflüsse erfaßt werden und die Verallgemeinerungen meist auf Mittelungen beruhen.

5: Ruderkräfte

- 5a) Da die berechneten Profilkkräfte auf die effektive Anströmrichtung bezogen sind, müssen sie noch in die Komponenten parallel und orthogonal zur Schiffslängsachse umgerechnet werden. Dies erfolgt über die Transformationsformeln für die Rotation. Dabei ist zu berücksichtigen, daß der Ruderwiderstand in Anströmrichtung positiv definiert ist, die positive Richtung für die Rumpfkkräfte dagegen vom Heck zum Bug weist.

$$\begin{aligned} X_R &= F_{L\text{Prop}} \cdot \sin(\mathbf{b}_{\text{RP}}) - F_{D\text{Prop}} \cdot \cos(\mathbf{b}_{\text{RP}}) \\ &+ F_{L\text{Frei}} \cdot \sin(\mathbf{b}_R) - F_{D\text{Frei}} \cdot \cos(\mathbf{b}_R) \\ Y_R &= F_{L\text{Prop}} \cdot \cos(\mathbf{b}_{\text{RP}}) + F_{D\text{Prop}} \cdot \sin(\mathbf{b}_{\text{RP}}) \\ &+ F_{L\text{Frei}} \cdot \cos(\mathbf{b}_R) + F_{D\text{Frei}} \cdot \sin(\mathbf{b}_R) \end{aligned} \quad (2.72)$$

- 5b) Unter der Annahme, daß die Ruderkräfte näherungsweise an der Ruderachse wirken, ergibt sich das Steuermoment um die Hochachse durch den Hauptspant:

$$N_R = Y_R \cdot x_R \quad (2.73)$$

- 5c) Das Rudermoment N_R wird in dieser Betrachtung allein durch die Position der Ruderachse und die Ruderseitenkraft bestimmt. Dies ist eine Vereinfachung,

denn der Kraftvektor \vec{F}_R wirkt tatsächlich nicht im Ruderschaft, sondern die Wirkungslinie ist um den Wert

$$N_{\text{Schaft}} / Y_R \quad (\text{Schaftmoment/Ruderseitenkraft}) \quad (2.74)$$

in Längsrichtung verschoben. Der Fehler, der bei der Übertragung der Ruderkraft in das schiffsfeste Koordinatensystem gemacht wird, ist jedoch sehr gering, da die Relation

$$\frac{N_{\text{Schaft}} / Y_R}{N_R / Y_R}, \quad (2.75)$$

also das Verhältnis Hebelarm des Schaftmomentes zu Hebelarm des Steuermomentes sehr klein ist.

- 5d) Die Annahme, daß die Ruderkraft am Ort des Ruders angreift, ist nur für tiefes Wasser gültig. Nach [Hess, 1977] verschiebt sich ihr Angriffspunkt mit abnehmender Wassertiefe nach vorne zum Hauptspant. Dieser Effekt ist unter anderem für die schlechter werdende Manövrierbarkeit bei Fahrt auf Flachwasser verantwortlich. Man kann dies durch Einführung einer wassertiefenabhängigen Reduktion berücksichtigen.

$$x_r^* = x_r \cdot f(h, T) \quad (2.76)$$

6: Weitere Betrachtungen

- 6a) Bisher gänzlich unberücksichtigt blieb der Einfluß des Dralls im Propellerabstrom. Das Strömungsfeld und seine Wirkung auf das Ruder ist sehr kompliziert und schwer zu beschreiben. Eine genaue Erfassung für die Simulation von Schiffsmanövern über die bisher angesprochenen Details erscheint nicht sinnvoll und unterbleibt deshalb.
- 6b) Eine große Problematik bei der Modellierung der Ruderkräfte liegt in der Darstellung des Propellerschubs in allen 4 Quadranten der Größen $\pm u$ und $\pm n$. Bisher wurde in der Beschreibung immer davon ausgegangen, daß der Propellerstrahl nach hinten weist und am Ruder entlangführt. Dies ist aber bei vom Standard abweichenden Manövern nicht immer gegeben. Im folgenden werden deshalb die einzelnen 4 Quadranten genauer analysiert:

1. $u > 0, n > 0$ - $0^\circ < e < 90^\circ$

Bei normaler Vorausfahrt liegt das Ruder im Propellerstrahl, der je nach Betriebspunkt des Propellers (Kennziffer J) eine mehr oder weniger höhere Geschwindigkeit als das Nachstromfeld besitzt. Beim Pfahlzug ($e = 0^\circ$) ist die Strahlgeschwindigkeit in diesem Quadranten maximal. Am Ende der konservativen Freifahrtkurve, wenn K_T zu Null wird, sind beide Geschwindigkeiten identisch. Höhere Schiffsgeschwindigkeiten führen zu einer Bremswirkung des Propellers, so daß von einem das Ruder beaufschlagenden Strömungsfeld nicht mehr gesprochen werden kann.

2. $u > 0, n < 0$ - $90^\circ < e < 180^\circ$

Der Propellerstrahl überstreicht in diesem Fall die Außenhaut des Schiffes und das Ruder befindet sich in einem Sogfeld, also in einem Bereich, wo die Anströmgeschwindigkeit etwas geringer ist als die Geschwindigkeit des Schiffes.

3. $u < 0, n < 0$ - $180^\circ < e < 270^\circ$

Das Ruder wird von hinten angeströmt und ist bis auf den Sog vollkommen unbeeinflusst vom Propellerabstrom.

4. $u < 0, n > 0$ - $270^\circ < e < 360^\circ$

Dieser Fall ist der komplizierteste, da hier zwei Strömungszustände gegeneinanderwirken. Der nach hinten gerichtete Propellerstrahl wirkt gegen die Fahrtrichtung des Schiffes, so daß sich zwei Strömungsfelder ausbilden, die durch eine Grenzfläche voneinander getrennt sind. Die Form dieser räumlichen Fläche kann mit einem Rotationsparaboloid verglichen werden. Aus Versuchen ist bekannt, daß sich dieser Zustand als sehr instabil darstellt und der gegen die allgemeine Strömung wirkende Propellerstrahl oszilliert. Es erscheint kaum denkbar, in diesem extrem instationären Bereich eine vernünftige Aussage über das Verhalten des Ruders machen zu können.

Es kann aus diesen Betrachtungen zu 6b) geschlossen werden, daß nur im "konservativen" Bereich (Pkt. 1.), also für die normale Freifahrtkurve, einfache und vernünftige Beschreibungen des Propellerstrahls denkbar sind. Aus diesem Grund wurden im mathematischen Modell für die Ruderkräfte die Berechnung im Strahl nur für den Bereich der normalen Freifahrtkurve ausgeführt, also für $0^\circ < e < e_{\max}$ (siehe auch Kapitel 2.1.3.2).

Zusammenfassend ergibt sich folgendes Bild: Durch die Zerlegung des Ruders in zwei verschiedene Strömungszonen und die Erfassung der Schräganströmung (bis hin zur Rückwärtsfahrt) ist das Rudermodell in der Lage, sowohl für den Propellerfortschritts- als auch den Ruderanströmwinkel in allen 4 Quadranten Kräfte zu liefern, die der physikalischen Realität nahekommen. Die wichtigsten Einflüsse werden korrekt dargestellt und selten oder nur kurzzeitig durchlaufene Zustände zumindest qualitativ richtig beschrieben. Durch die gewählte Darstellung in allen 4 Quadranten von Schiffsbewegung, Propellerbetrieb und Ruderlage ist es nicht möglich, daß bei der Berechnung undefinierte Zustände auftreten und die Simulation scheitern lassen.

2.1.4 Modularisierung im 4-Quadranten-Modell

Das 1984 mit der Arbeit "Simulation of Combined Engine and Rudder Maneuvers Using an Improved Model of Hull-Propeller-Rudder Interactions" vorgestellte 4-Quadranten-Modell [Oltmann/Sharma, 1984] zeichnet sich durch eine sehr gute Modularisierung aus. Im Titel sind schon die weiteren Besonderheiten beschrieben:

1. Sowohl Ruderwinkel als auch Drehrate sind Eingangsgrößen in die Simulation. Dadurch lassen sich alle realen Manöver berechnen.
2. Dem allgemeinen Problem der modularen Simulationsverfahren, die Wechselwirkung zwischen den verschiedenen isolierten Komponenten, wird hier besondere Aufmerksamkeit gewidmet.

Die grundlegenden Bewegungsgleichungen sind mit (2.8a) identisch, Unterschiede sind jedoch bei der Darstellung der angreifenden Kräfte zu finden. Eine Abweichung ist die Art der dimensionslosen Darstellung der hydrodynamischen Koeffizienten. Es wurde im Gegensatz zu den bisher angesprochenen Methoden das "Bis"-System gewählt, welches in der Notation durch einen zweifachen Beistrich (") dargestellt wird. Es zeichnet sich durch konsequente Verwendung der konstanten Größen Schiffsmasse m , Schiffslänge L sowie des Terms $\sqrt{L/g}$ zur Umrechnung der fundamentalen Einheiten *Masse*, *Länge* und *Zeit* aus.

Die variablen Einflußgrößen für die Berechnung der Bewegung werden alle als Winkel in Radiant dargestellt und sind damit dimensionslos. Diese Darstellung als Winkel (Arcus Tangens zweier Größen, die beide positiv oder negativ sein können), führte zu der Bezeichnung "4-Quadranten-Modell":

$$\mathbf{b} = \arctan\left(\frac{-v}{u}\right) \quad (2.77)$$

$$\mathbf{g} = \arctan\left(\frac{r \cdot L/2}{u}\right) \quad (2.78)$$

$$\mathbf{d}_e = \mathbf{d}_R + \mathbf{b}_R \quad \text{mit} \quad \mathbf{b}_R = \arctan\left(\frac{-v_R}{u_R}\right) \quad (2.79)$$

$$\mathbf{e} = \arctan\left(\frac{u_P}{c_P}\right) \quad (2.80)$$

Bis auf den Gierwinkel \mathbf{g} , der alle Kombinationen zwischen $\pm r$ und $\pm u$ abdeckt, wurden sie im vorher beschriebenen modularen Ansatz ebenfalls verwendet, siehe (2.14), (2.52) und (2.68).

Die Kräfte am Schiffsrumpf werden differenzierter dargestellt. Im Gegensatz zur Beschreibung in Kapitel 2.1.4, wo die Darstellung nach Abkowitz vorgezogen wurde, weil sich so die Koeffizienten aus PMM-Versuchen leicht bestimmen lassen, wurde hier noch weitergehend unter Berücksichtigung der verschiedenen physikalischen Gesetzmäßigkeiten modularisiert:

$$\begin{aligned} X &= X_I + X_{HL} - R_T + X_P + X_R \\ Y &= Y_I + Y_{HL} + Y_{HC} + Y_P + Y_R \\ N &= N_I + N_{HL} + N_{HC} + N_P + N_R \end{aligned} \quad (2.81)$$

Auf eine Ableitung der Kräfte wird an dieser Stelle verzichtet. Siehe hierzu [Oltmann/Sharma, 1984].

2.1.4.1 Strömungskräfte am Schiffskörper

Die der idealen Flüssigkeit zugeordneten Kräfte (Index I) werden in Anlehnung an das Ergebnis der Theorie der reinen Potentialströmung dargestellt. Sie setzen sich sowohl aus hydrodynamischen Trägheiten als auch aus geschwindigkeitsabhängigen Termen zusammen:

$$\begin{aligned}
 X_I &= X_{\dot{u}} \cdot \dot{u} + X_{vr} \cdot v \cdot r + X_{rr} \cdot r^2 + X_{vv} \cdot v^2 \\
 Y_I &= Y_{\dot{v}} \cdot \dot{v} + X_{\dot{u}} \cdot u \cdot r + Y_{\dot{r}} \cdot \dot{r} \\
 N_I &= N_{\dot{r}} \cdot \dot{r} + N_{\dot{v}} \cdot u \cdot r + N_{\dot{v}} \cdot \dot{v} + Y_{\dot{v}} \cdot u \cdot v - X_{\dot{u}} \cdot u \cdot v
 \end{aligned} \tag{2.82}$$

Die Ableitung der Auftriebskräfte (Hull Lifting, Index HL) am Schiffskörper aufgrund einer reinen Schräganströmung mit den Geschwindigkeitskomponenten u und v und aufgrund der reinen Drehung mit den Komponenten u und r führt zu relativ komplexen Formeln:

$$X_{\text{HL}} = \frac{\mathbf{r}}{2} \cdot L \cdot T \cdot \frac{u \cdot (c' \cdot K - c \cdot v)}{\sqrt{u^2 + (K - v)^2}} \cdot \left[(K - v) - \frac{u^2 \cdot (d' \cdot K - d \cdot v)}{u^2 + (K - v)^2} \right] \tag{2.83}$$

$$Y_{\text{HL}} = \frac{\mathbf{r}}{2} \cdot L \cdot T \cdot \frac{u^2 \cdot (c' \cdot K - c \cdot v)}{\sqrt{u^2 + (K - v)^2}} \cdot \left[1 + \frac{(d' \cdot K - d \cdot v) \cdot (K - v)}{u^2 + (K - v)^2} \right] \tag{2.84}$$

$$N_{\text{HL}} = -\frac{\mathbf{r}}{2} \cdot L^2 \cdot T \cdot \frac{u \cdot |u| \cdot (e' \cdot K - e \cdot v)}{\sqrt{u^2 + (K - v)^2}} \cdot \left[1 + \frac{(d' \cdot K - d \cdot v) \cdot (K - v)}{u^2 + (K - v)^2} \right] \tag{2.85}$$

mit $K = k \cdot r \cdot L/2 \cdot \text{sign}(u)$ (2.86)

Das Bemerkenswerte an dieser Darstellung ist, daß mit nur 7 Beiwerten k, c, d, e, c', d', e' der Auftrieb, der induzierte Widerstand sowie das zugehörige Giermoment des Rumpfes für alle 4 Quadranten in v/u und r/u dargestellt werden. Grundlage für die Bestimmung der Beiwerte sind relativ einfach bestimmbare Größen, wie z.B. für Y die Steigung der Kurve $Y(\mathbf{b})$ bei $\mathbf{b}=0^\circ$ und $Y(\mathbf{g})$ bei $\mathbf{g}=0^\circ$.

Die aus dem Drehen und Driften resultierende Querströmung wird als "Hull Cross Flow" (Index HC) bezeichnet. Ihre Kraftwirkung wird aus dem Querwiderstandsbeiwert in Abhängigkeit von x (Spantform) und der lokalen Querströmung $v + r \cdot x$ abgeleitet und über die Schiffslänge integriert:

$$Y_{\text{HC}} = -\frac{\mathbf{r}}{2} \cdot \int_{-L/2}^{L/2} T \cdot C_{\text{CFD}}(x) \cdot (v + r \cdot x) \cdot |v + r \cdot x| \cdot dx \tag{2.87}$$

$$N_{\text{HC}} = -\frac{\mathbf{r}}{2} \cdot \int_{-L/2}^{L/2} \mathbf{T} \cdot C_{\text{CFD}}(x) \cdot (v + r \cdot x) \cdot |v + r \cdot x| \cdot x \cdot \mathbf{d}x \quad (2.88)$$

Hierbei wird der Querwiderstandsbeiwert als Polynom 9-ten Grades mit 4 Koeffizienten dargestellt:

$$C_{\text{CFD}}(x) = a_0 + a_7 \cdot \left(\frac{x}{L/2}\right)^7 + a_8 \cdot \left(\frac{x}{L/2}\right)^8 + a_9 \cdot \left(\frac{x}{L/2}\right)^9 \quad (2.89)$$

Für den Widerstand wird ebenfalls eine Polynomdarstellung gewählt. Die Verwendung des signum-quadratischen Terms hat nur bei Rückwärtsfahrt Bedeutung, siehe dazu auch die Ausführungen zu Abb. 2-2:

$$R_{\text{T}} = R_{\text{T}u} \cdot u + R_{u|u} \cdot |u| + R_{\text{T}uuu} \cdot u^3 \quad (2.90)$$

2.1.4.2 Propellerkräfte

Wie in Kapitel 2.1.3.2 dargestellt wird jedoch statt der Fourierreihe für große Propellerfortschrittswinkel \mathbf{e} eine quadratische Funktion von Sinus und Kosinus gewählt:

$$\begin{aligned} C_{\text{T}}^*(\mathbf{e}) &= A_{\text{T}} \cos \mathbf{e} \cdot |\cos \mathbf{e}| - B_{\text{T}} \sin \mathbf{e} \cdot |\sin \mathbf{e}| \\ C_{\text{Q}}^*(\mathbf{e}) &= A_{\text{Q}} \cos \mathbf{e} \cdot |\cos \mathbf{e}| - B_{\text{Q}} \sin \mathbf{e} \cdot |\sin \mathbf{e}| \end{aligned} \quad (2.91)$$

Für die im modularen mathematischen Modell nicht berücksichtigten steuernden Kräfte und Momente des Propellers wird eine lineare Abhängigkeit vom Schub angesetzt:

$$Y_{\text{P}} = Y_{\text{PT}} \cdot T \quad \text{und} \quad N_{\text{P}} = N_{\text{PT}} \cdot T \quad (2.92)$$

2.1.4.3 Ruderkräfte

Die Ruderkräfte werden ähnlich wie in Kapitel 2.1.3.3 beschrieben. Die Strömungsgeschwindigkeit am Ort des Ruders wird dargestellt als:

$$u_{\text{R}} = (1 - w_{\text{R}}) \quad \text{und} \quad v_{\text{R}} = (v + r \cdot x_{\text{R}}) \cdot k_{\text{HR}} \quad (2.93)$$

Dabei sind w_R und k_{HR} die Wechselwirkungsfaktoren Nachstromziffer und Strömungsbegradigung. Mit den Auftriebs- und Widerstandsbeiwerten

$$\begin{aligned} C_{LR} &= (1 + k_{LR} \cdot u_P / \bar{u}_R) \cdot C_{LR}^0 \\ C_{DR} &= (1 + k_{DR} \cdot u_P / \bar{u}_R) \cdot C_{DR}^0 \end{aligned} \quad (2.94)$$

werden die Ruderkräfte zu:

$$\begin{aligned} X_R &= \frac{\mathbf{r}}{2} \cdot A_R \cdot (\bar{u}_R^2 + v_R^2) \cdot (C_{LR} \cdot \sin \mathbf{b}_R - C_{DR} \cdot \cos \mathbf{b}_R) \\ Y_R &= \frac{\mathbf{r}}{2} \cdot A_R \cdot (\bar{u}_R^2 + v_R^2) \cdot (C_{LR} \cdot \cos \mathbf{b}_R + C_{DR} \cdot \sin \mathbf{b}_R) \\ N_R &= (1 - k_{NR} \cdot u_P / \bar{u}_R) \cdot Y_R \cdot x_R \end{aligned} \quad (2.95)$$

Die Werte C_{LR}^0 und C_{DR}^0 können aus Ruderkraftmessungen im Propellerstrahl gewonnen werden, die Faktoren k_{LR} , k_{DR} und k_{NR} berücksichtigen Drall, Ungleichmäßigkeit der Strömung und andere Effekte, \bar{u}_R ist die mittlere Anströmgeschwindigkeit am Ruder.

2.2 Einfluß der begrenzten Wassertiefe

In den bisherigen Betrachtungen wurde angenommen, daß alle die hydrodynamischen Kräfte beeinflussenden Größen nur von den Zustandsgroßen u , v und r , ihren Änderungsraten \dot{u} , \dot{v} und \dot{r} sowie der Steuergröße \mathbf{d}_R abhängig sind. Dies wird in der mathematischen Beschreibung der Kräfte und Momente, z.B. in (2.24-26) deutlich.

Die in den vorangegangenen Abschnitten dargestellten mathematischen Modelle sind gültig, solange die Umgebungsparameter konstant bleiben. Eine solcher Parameter ist die beim Modellversuch zur Bestimmung der hydrodynamischen Koeffizienten vorgegebene Wassertiefe, die einen direkten und nicht nachträglich veränderbaren Einfluß auf die numerische Größe der Beiwerte ausübt. In den mathematischen Ansätzen ist die Variation dieses Parameters nicht vorgesehen. Dies soll in dieser Arbeit ergänzt werden. Die bisher als impliziter Parameter wirksame Einfluß der Wassertiefe soll nun als expliziter Parameter in die Berechnungen eingehen.

In ähnlichem Sinn müßte auch eine seitliche Begrenzung des Gewässers berücksichtigt werden, um das Bewegungsverhalten korrekt zu beschreiben. In der vorliegenden Arbeit wird jedoch der obengenannte Aspekt generell ausgeklammert, da eine Behandlung dieses Teilgebietes den Rahmen sprengen würde und er auch nur den Verkehr in Kanälen betrifft.

2.2.1 Allgemeine Betrachtung

Der Ausdruck "Wassertiefe" weist zwar direkt auf den Kernpunkt des betrachteten Problems hin, er ist aber zur Beschreibung des Sachverhalts nicht ausreichend. Da es von bedeutendem Unterschied ist, ob ein kleines oder ein großes Schiff auf einer bestimmten Wassertiefe fährt, muß ein Zusammenhang zwischen dem Schiff selbst und der Wassertiefe hergestellt werden.

2.2.1.1 Definitionen und Darstellungsmöglichkeiten

Die sinnvollste beim Schiff in Frage kommende geometrische Größe für eine dimensionslose Darstellung der Wassertiefe h ist der mittlere Schiffstiefgang T , da er in Kombination mit h beschreibt, wie dick das Wasserpolster unter dem Schiff noch ist. Eine maßstabsunabhängige Relation entsteht durch die Division zweier Strecken. In der Praxis werden verschiedene Kombinationen von h und T verwendet bzw. sind sie zumindest denkbar. Die Zusammenstellung in Tab. 2-1 macht die dabei überstrichenen zahlenmäßigen Bereiche deutlich.

$\frac{h}{T}$	$\frac{T}{h}$	$\frac{h-T}{h}$	$\frac{T}{h-T}$	$\frac{h}{h-T}$	$\frac{h-T}{T}$
1.000	1.0	.0	∞	∞	.000
1.111	.9	.1	9.000	10.000	.111
1.250	.8	.2	4.000	5.000	.250
1.429	.7	.3	2.333	3.333	.429
1.667	.6	.4	1.500	2.500	.667
2.000	.5	.5	1.000	2.000	1.000
2.500	.4	.6	.667	1.667	1.500
3.333	.3	.7	.429	1.429	2.333
5.000	.2	.8	.250	1.250	4.000
10.000	.1	.9	.111	1.111	9.000
∞	.0	1.0	.000	1.000	∞

Tab. 2-1

Neben der reinen Division der beiden relevanten Größen h und T wird hier der Term $(h - T)$ verwendet. Er beschreibt die Höhe des Flottwassers unter dem Kiel und ist ebenso für die dimensionslose Darstellung der Wassertiefe geeignet.

In der Tabelle fällt auf, daß die Ausdrücke, bei denen T im Nenner zu finden ist, für Tiefwasser unendlich groß werden, wogegen bei den Formeln mit $h-T$ im Nenner der Fall der Grundberührung mit ∞ beschrieben wird. Diese Darstellungsarten sind für Diagramme nicht gut geeignet, da sie für sehr große bzw. kleine Wassertiefen zu starken Verzerrungen des Bildes führen. Der Bereich flachen Wassers wird bei den Ausdrücken T/h und $(h - T)/h$ gegenüber den Darstellungen mit T im Nenner gedehnt und der Bereich tiefen Wassers komprimiert.

Bei der Division durch h bewegen sich die Werte für die dimensionslosen Wassertiefen immer zwischen 0 und 1. Dies ist für die Verwendung in EDV-Programmen sehr gut geeignet, da hier die numerische Darstellung nicht singulär ist und zudem Polynome gut eingesetzt werden können. Die Entscheidung, welcher der beiden letztgenannten Formen sinnvoller ist, wird durch zwei Überlegungen bestimmt. Die Darstellung T/h ist einfacher vorstellbar, da der Schiffstiefgang im Gegensatz zum Flottwasser eine direkte Eingangsgröße ist. Bei der Auftragung in Diagrammen ist bei T/h das Tiefwasser als Basiswert "0" links, und der Übergang zum Flachwasser vollzieht sich mit zunehmenden Abszissenwerten bis hin zur Grundberührung beim Wert 1.

In dieser Arbeit wird sowohl der Ausdruck T/h als auch h/T für die dimensionslose Beschreibung der Wassertiefe verwendet. In der Praxis des Modellversuchswesens hat sich h/T durchgesetzt, und dies wird auch im beschreibenden Text verwendet. Bei Berechnungen und Diagrammen wird jedoch aus den oben genannten Gründen dem Term T/h der Vorzug gegeben.

2.2.1.2 Physikalische Beschreibung

Der Schiffskörper stört bei seiner Bewegung das stehende Wasser. Dies ist der Fall des sich bewegenden Fahrzeugs - vergleichbar dem normalen Schlepptank. Eine Transformation in das schiffsfeste System (jetzt wird der Umlauftank betrachtet) kann zu leichter verständlichen Schlüssen führen. Bei Störung der gleichmäßigen Strömung durch den Schiffskörper ist die Strömung einfach zu beschreiben, da das "Hindernis" unbeweglich ist.

Trifft eine homogene Strömung auf eine Einengung, so muß sie ausweichen (Kontinuitätsbedingung). Durch die erzwungene Richtungsänderung und die Verkleinerung der Querschnittsfläche erhöht sich die Geschwindigkeit in der Nähe des Störkörpers, und der Druck sinkt (Bernoulli). Bei tiefem Wasser ist die Querschnittsfläche sehr groß - die Beeinflussung der Strömung klingt mit wachsender Entfernung vom Schiff schnell ab. In flachem Wasser dagegen, insbesondere bei kleinen Werten h/T und großen Werten B/T , erfährt die Störung den gesamten Querschnittsbereich, und die Änderung der Zustandsgrößen ist betragsmäßig größer. Bei einer Relation Wassertiefe/Tiefgang von 2 und reiner Queranströmung verringert sich die Querschnittsfläche auf die Hälfte. Die Strömungsgeschwindigkeit unter dem Kiel muß sich demnach verdoppeln.

Geradeausfahrende Schiffe werden von diesem Flachwassereffekt nicht so stark beeinflusst wie manövrierende Fahrzeuge, da das Wasser zum großen Teil seitlich ausweicht. Bei einem quer angeströmten Schiff dagegen ist die Versperrung über einen so großen Bereich ausgedehnt, daß die Umströmung der Schiffsenden nur einen geringen Bereich des Strömungsfeldes betrifft und ein größerer Anteil des Wassers den Spalt unter dem Schiff passieren muß.

Einen nicht vernachlässigbaren Einfluß auf das Strömungsbild am manövrierenden Schiff hat die Ablösung. Damit sind die großen Wirbel, die sich im Nachlauf bilden gemeint, wenn die Strömung an der Kimm oder am scharfen Kiel abreißt. Sie haben einen nicht zu unterschätzenden Anteil am Widerstand des Schiffes gegen die Querbewegung.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die lokale Querströmung für die Kräfte am manövrierenden Schiff eine große Rolle spielt. Dies trifft nicht nur für den schon angesprochenen Fall der Driftbewegung zu, sondern auch für die Drehung. Hierbei ändert sich der Betrag und das Vorzeichen der Quergeschwindigkeit über die Schiffslänge und bewirkt nicht mehr hauptsächlich eine Seitenkraft, sondern diesmal ein Moment, welches der Drehbewegung einen Widerstand entgegensetzt.

Zur Veranschaulichung des Strömungsbildes an einem Schiffsquerschnitt sind in Abbildung 2-7 die Geschwindigkeitsvektoren an einem Hauptspant bei flachem Wasser dargestellt. Es handelt sich dabei um das Ergebnis einer 2-dimensionalen Berechnung mit dem CFD-Code PHOENICS, auf den in Kapitel 3.4.1 näher eingegangen wird.

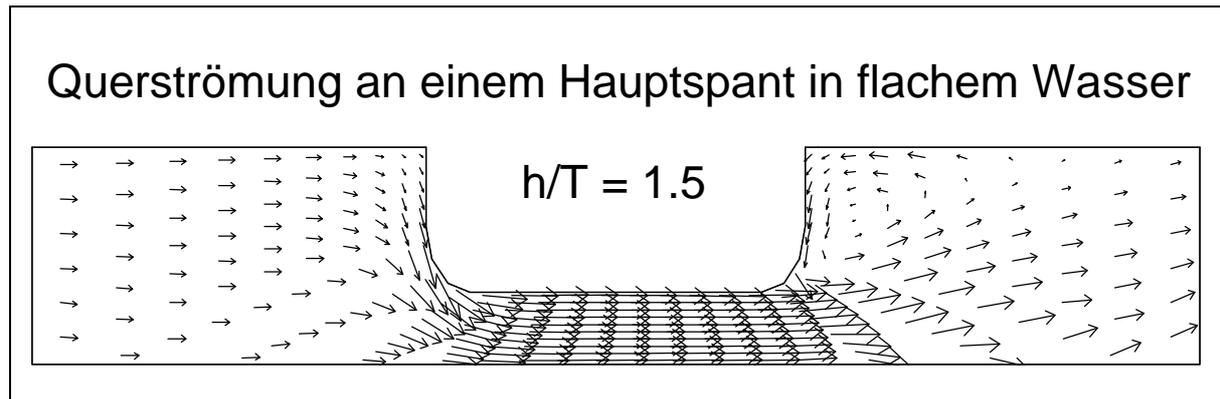


Abb. 2-7

Das Fluid strömt in dieser Darstellung von links in einen 2-dimensionalen Raum ein, der oben eine Versperrung aufweist. An der Oberkante (der hier unverformt angenommenen Wasseroberfläche) staut sich die Flüssigkeit und weicht nach unten aus. An der Unterseite befindet sich der Durchlaß, in dem eine deutlich höhere Geschwindigkeit herrscht. Weil in diesem Beispiel die Reibung an den Wänden vernachlässigt wurde, bildet sich kein Geschwindigkeitsprofil aus, sondern die Vektoren sind über den gesamten Querschnitt annähernd konstant. Nachdem die Versperrung passiert ist, verteilt sich das Fluid und strömt an der rechten Seite aus. An der Kimm kann die Strömung der Umlenkung nicht folgen und reißt ab. Es bildet sich ein großer Totwasserwirbel aus, dessen Wirkungsfeld bis an den rechten Rand reicht. Dort ist die Geschwindigkeit über die Höhe noch nicht gleichmäßig verteilt. Eine Vergrößerung des Berechnungsraumes würde das Abklingen dieser Beeinträchtigung nachweisen. Die Darstellung hätte dann jedoch einen kleineren Maßstab erfordert und die Details in Schiffsnähe wären dann nicht mehr erkennbar.

2.2.2 Ansätze für die Bewegungsgleichungen

Für die Entwicklung eines Verfahrens zur Berücksichtigung aller möglichen Wassertiefen in der Simulation von Schiffsmanövern stellt sich zuerst die Frage nach dem Bezugswert. Der Fall des unendlich tiefen Wassers ist das eine Extrem in der Spanne der Werte. Der andere Grenzfall ist die Grundberührung, die sich als Bezug jedoch nicht eignet, denn für diesen Fall ist keine sinnvolle Berechnung möglich. Da mit zunehmender Wassertiefe der Flachwassereffekt immer mehr abklingt und sämtliche Berechnungen für verschiedene T/h zu einem bestimmten Wert für $T/h = 0$ konvergieren, wird das unendlich tiefe Wasser als Bezug definiert. Auch wenn die infinite Wassertiefe weder in der Natur noch im Modellversuch realisiert werden kann, ist diese Festlegung sinnvoll, denn Untersuchungen haben gezeigt, daß der

Einfluß des Bodens ab einem Wert von $h/T \cong 5$ kaum noch nachweisbar ist und bei Werten größer als 10 verschwindet.

In den folgenden Abschnitten ist von den hydrodynamischen Kräften und Momenten die Rede. Damit sind die linken Seiten der Bewegungsgleichungen (2.8) gemeint und nicht die rechten Seiten der Zustandsgleichungen (2.27). Der bedeutende Unterschied liegt in der Behandlung der hydrodynamischen Zusatzmassen und -momente. Diese beschleunigungsabhängigen Komponenten sind ebenfalls wassertiefenabhängig und werden zu den hydrodynamischen Kräften gezählt, obwohl sie in den Zustandsgleichungen (2.27) bei den trägen Massen und Trägheiten eingeordnet werden, da hier die Trennung zwischen Zustandsgrößen u , v und r und deren Änderungsraten \dot{u} , \dot{v} und \dot{r} vorgenommen wird.

2.2.2.1 Zusatzwirkungen

Eine Möglichkeit, den Flachwassereinfluß zu berücksichtigen, ist die Einführung von Zusatzwirkungen für die Komponenten X , Y und N . Analog zu (2.42) kann geschrieben werden:

$$\begin{array}{rcccccccc}
 & & \text{Schiff} & & \text{Wassertiefe} & & \text{Propeller} & & \text{Ruder} & & \\
 X & = & X_S & + & X_h & + & X_P & + & X_R & & \\
 Y & = & Y_S & + & Y_h & + & Y_P & + & Y_R & & \\
 N & = & N_S & + & N_h & + & N_P & + & N_R & &
 \end{array} \quad (2.96)$$

Für die einzelnen Zusatzwirkungen ist dann ein Ansatz erforderlich, der die Versperrung durch den Schiffskörper als Einflußgröße enthält. Mit dem dimensionslosen Ausdruck T/h läßt sich der folgende einfache Ansatz formulieren:

$$\begin{array}{rcl}
 X_h & = & C_X \cdot T/h \cdot X_S \\
 Y_h & = & C_Y \cdot T/h \cdot Y_S \\
 N_h & = & C_N \cdot T/h \cdot N_S
 \end{array} \quad (2.97)$$

Hierbei sind C_X , C_Y und C_N noch zu ermittelnde Konstanten.

Die Einführung von Zusatzwirkungen für die Kräfte und Momente sowie deren lineare Abhängigkeit von T/h beeindruckt durch seine Einfachheit, kann jedoch die realen Gegebenheiten nicht ausreichend gut wiedergeben. Es wird schon im Ansatz davon ausgegangen, daß alle Einzelkomponenten, aus denen sich die Rumpfkkräfte

zusammensetzen, in gleichem Maße von der Wassertiefe beeinflusst werden. Dies ist aber nicht der Fall, wie anhand von Versuchsergebnissen nachgewiesen wurde. Die einzelnen hydrodynamischen Koeffizienten ändern sich unterschiedlich mit der Wassertiefe, so daß der gerade diskutierte Ansatz die einzelnen Effekte verwischen würde. Die hiermit erreichbare Aussagekraft und Genauigkeit ist zu gering. Sie kann auch durch nichtlineare Ansätze nicht verbessert werden, da diese zwar den Verlauf der Summe der Kräfte und Momente über T/h besser wiedergeben, aber ebenso nicht in der Lage sind, Unterschiede in den Abhängigkeiten von den einzelnen Bewegungsgrößen darzustellen.

2.2.2.2 Wassertiefenabhängige Koeffizienten

Die Bereitstellung der hydrodynamischen Koeffizienten für die Simulation erfolgt durch die Analyse spezieller Modellversuche. Dabei ist das Ergebnis für jede Wassertiefe ein einzelner Satz von Beiwerten. Die Strukturen dieser Koeffizientensätze können voneinander abweichen, um eine möglichst gute Anpassung an die gemessenen Kräfte zu erzielen. Bei der Verwendung eines einheitlichen Aufbaus der Koeffizientensätze für alle untersuchten Wassertiefen ist es möglich, den Koeffizienten eine Wassertiefenabhängigkeit zuzusprechen. In diesem Fall können die Simulationen für die verschiedenen untersuchten Wassertiefen durch einfachen Austausch der Beiwerte durchgeführt werden. Die Berechnung für anderen Werte h/T ist jedoch nicht möglich.

2.2.2.3 Zusatzterme für jeden Koeffizienten

Die Kombination aus dem Ansatz der Zusatzwirkungen (Kapitel 2.2.2.1) und den wassertiefenabhängigen Koeffizienten (Kapitel 2.2.2.2) führt zu einem zufriedenstellenden Ansatz für eine leistungsfähige Simulation auf verschiedenen Wassertiefen.

Die einzelnen Koeffizienten werden in einen funktionalen Zusammenhang mit der dimensionslosen Wassertiefe T/h gebracht. Dabei kann der Ansatz der Zusatzwirkungen übernommen werden und die Abhängigkeit für jeden Beiwert durch einen Basiswert auf tiefem Wasser und eine wassertiefenabhängige Korrektur ausgedrückt werden, wie z.B.

$$Y_{\nu}(h) = Y_{\nu\infty} + Y_{\nu\text{Flachwasser}}(h) \quad (2.98)$$

2. Mathematische Modelle

Eine Zusammenfassung aller Zusatzterme für die einzelnen Koeffizienten führt zu einer Gesamtzusatzterm, die formal wie in Kapitel 2.2.2.1 betrachtet werden kann. Der Unterschied ist jedoch darin zu sehen, daß jetzt der Einfluß der Wassertiefe auf die einzelnen Wirkungen genauer wiedergegeben werden kann.

Bei der Bestimmung der Wassertiefenabhängigkeit eines Koeffizienten ist ein aus der Bestimmung der Beiwerte herrührendes Problem zu beachten. Am Beispiel der Seitenkraft Y in Abhängigkeit vom Driftwinkel \mathbf{b} wird es aufgezeigt. Die im Schrägschleppversuch gemessenen Seitenkräfte weisen im Bereich der üblichen Manöver eine nichtlineare Abhängigkeit vom Driftwinkel auf. Im Bereich von $\mathbf{b} = 0$ hat die Kurve $Y = f(\mathbf{b})$ eine von Null verschiedene Steigung. Dies wird (bei Vernachlässigung eines konstanten Wertes bei $\mathbf{b} = 0$) durch die Verwendung der Formel

$$Y = Y_v \cdot v + Y_{v|v} \cdot v|v| \quad (2.99)$$

deutlich (siehe Gleichung 2.25). Die Abbildung 2-8 gibt einen fiktiven Verlauf dieser Funktion wieder.

Die Approximation der Funktion (2.99) wird bei der Auswertung der Schrägschleppversuche für jede Wassertiefe gesondert vorgenommen. Dabei ergeben sich sowohl für Y_v als auch für $Y_{v|v}$ Abhängigkeiten von T/h . Da aber die Meßwerte durch Y_v und $Y_{v|v}$ beschrieben werden, hat eine Änderung des einen Wertes eine entgegengesetzte Änderung des anderen

Wertes zur Folge. Wenn also aufgrund von Meßungenauigkeiten bei kleinen v der lineare Anteil kleiner bestimmt wird als bei vergleichbaren Versuchen, so ist bei der Regression der nichtlineare Anteil automatisch größer, um den Gesamtcharakter der Kurve bei größeren Driftwinkeln zu erhalten (gestrichelte Kurve in Abbildung 2-8). Dieser Effekt wird in Abb. 2-9 dargestellt.

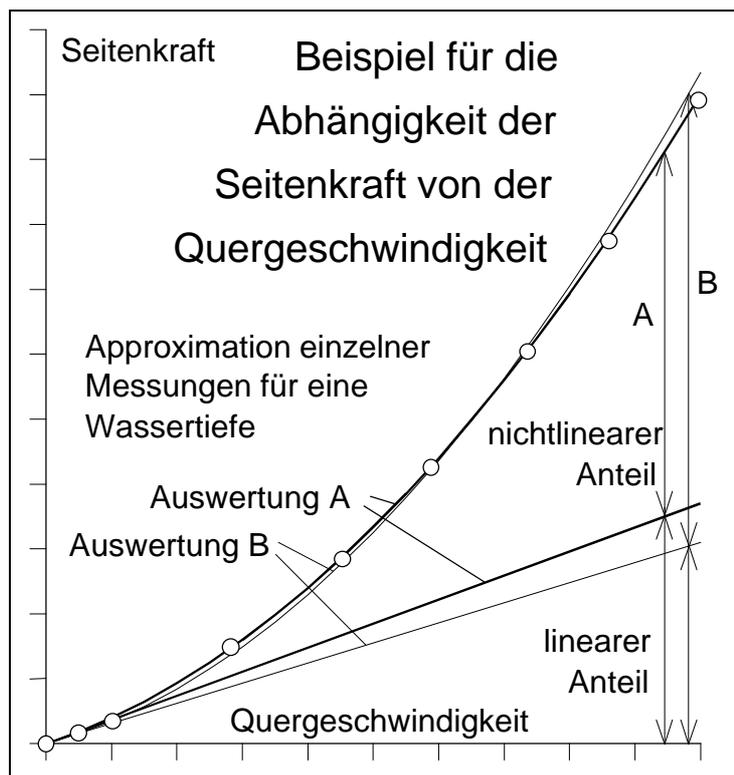


Abb. 2-8

Die zwei Varianten für die Approximation von $Y = f(v)$ aus Bild 2-8 (Auswertung A und B) sind in Abbildung 2-9 als dritter Punkt auf der Abszisse T/h für beide Koeffizienten Y_v und $Y_{v/v/}$ dargestellt. Obwohl die Approximation der einzelnen Meßwerte in beiden Fällen der Abb. 2-8 gut erscheint, ist im gestrichelten Fall die Änderung der einzelnen Koeffizienten mit der Wassertiefe in Abb. 2-9 unbefriedigend. Bei der Bestimmung der Beiwerte ist also große Sorgfalt erforderlich, wenn nicht nur die Beschreibung der Kräfte durch Koeffizienten, sondern auch die übergeordnete Wassertiefenabhängigkeit zu brauchbaren Kurven führen soll.

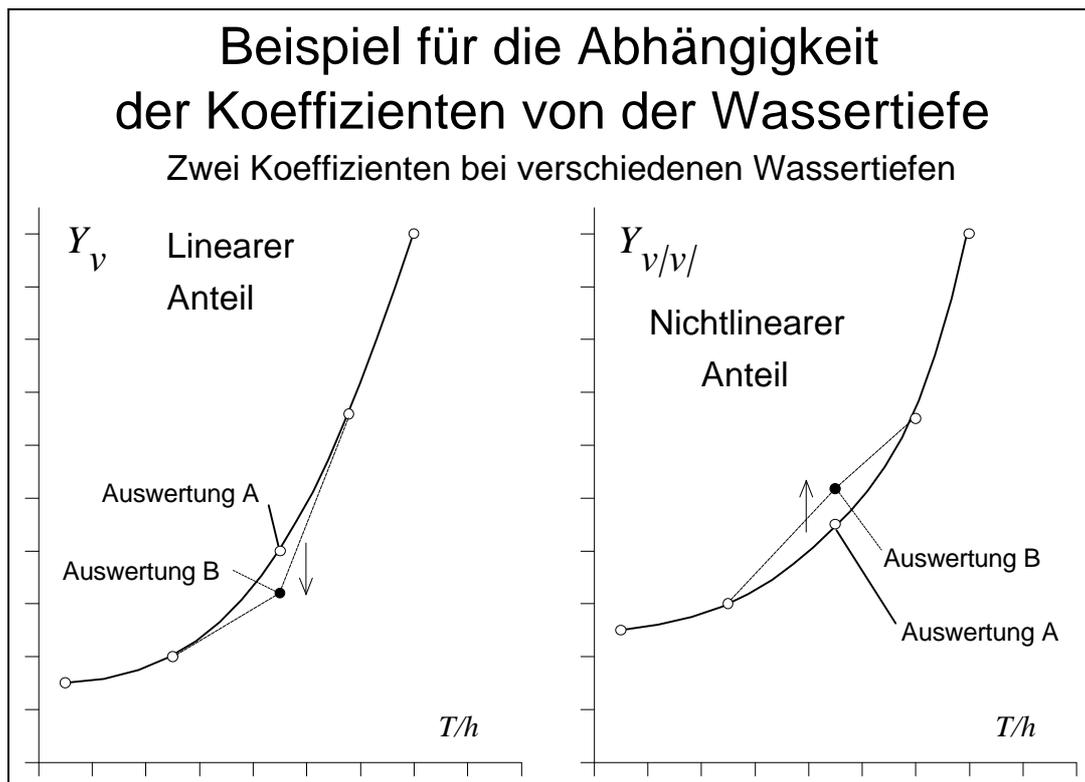


Abb. 2-9