

# A Anhang

## A.1 Transformatorische Kopplung

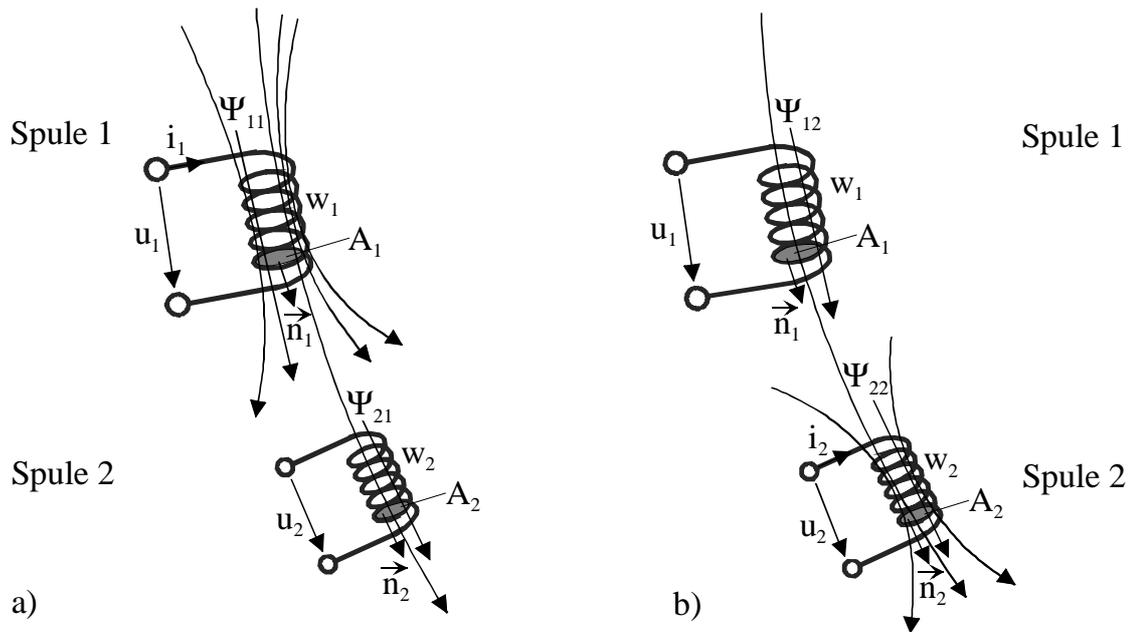
Um die Verkettung zwischen zwei gekoppelten Spulen zu verdeutlichen, werden zwei Spulen, wie in **Bild A.1a**, wahllos zueinander plaziert [122]. Zunächst sei angenommen, daß durch Spule 1 ein Strom der Stromstärke  $i_1$  fließt und dadurch in der Spule und im Bereich außerhalb der Spule ein Magnetfeld der magnetischen Flußdichte  $\vec{B}_1$  erzeugt wird. Die elektrische Stromstärke durch die Spule 2 sei Null. Alle Feldlinien der Flußdichte treten durch den Querschnitt  $A_1$  der Spule 1 und erzeugen einen magnetischen Fluß  $\Phi_{m1}$  durch eine Windung der Spule bzw. den mit der Spule 1 verketteten magnetischen Fluß  $\Psi_{11}$  durch den Querschnitt der Spule 1. Es gilt dann:

$$\Psi_{11} = w_1 \cdot \Phi_{m1} = w_1 \cdot \int_{A_1} \vec{B}_1 \cdot \vec{n}_1 \, dA, \quad (\text{A.1})$$

wobei  $\vec{n}_1$  der Flächennormalen-Einheitsvektor auf der Querschnittsfläche  $A_1$  ist. Außerhalb der Spule bildet sich ein magnetisches Streufeld aus, das dazu führt, daß ein Teil der Feldlinien der magnetischen Flußdichte  $\vec{B}_1$  auch durch den Querschnitt  $A_2$  der Spule 2 tritt und somit den magnetischen Fluß  $\Phi_{m2}$  bzw. den mit der Spule 2 verketteten magnetischen Fluß  $\Psi_{21}$  hervorruft:

$$\Psi_{21} = w_2 \cdot \Phi_{m21} = w_2 \cdot \int_{A_2} \vec{B}_1 \cdot \vec{n}_2 \, dA, \quad (\text{A.2})$$

dabei ist  $\vec{n}_2$  der Flächennormalen-Einheitsvektor auf der Querschnittsfläche  $A_2$  der Spule 2. Die Bezeichnungen  $\Phi_{m21}$  und  $\Psi_{21}$  sind extra so gewählt, da der magnetische Fluß, der die Spule 2 durchsetzt, vom Magnetfeld der Spule 1 hervorgerufen wird. Die magnetische Flußdichte  $\vec{B}_1$  ist der elektrischen Stromstärke  $i_1$  direkt proportional und somit ist auch der verkettete magnetische Fluß  $\Psi_{11}$  sowie der verkettete magnetische Fluß  $\Psi_{21}$  der felderzeugenden elektrischen Stromstärke  $i_1$  proportional.



**Bild A.1:** Verketzung zweier gekoppelter Spulen a) nur Spule 1 stromdurchflossen b) nur Spule 2 stromdurchflossen

In Analogie zu einer einfachen Spule kann nun auch für gekoppelte Spulen definiert werden:

$$\Psi_{11} = L_1 \cdot i_1, \quad (\text{A.3})$$

mit  $L_1$  als Induktivität, bzw. zur besseren Unterscheidung der später definierten Größen auch als Eigeninduktivität der Spule 1 bezeichnet. Für den verketteten magnetischen Fluß durch die Spule 2 kann dann mit  $M_{21}$ , als Gegeninduktivität zwischen Spule 1 und Spule 2 bezeichnet, geschrieben werden:

$$\Psi_{21} = M_{21} \cdot i_1. \quad (\text{A.4})$$

Die Gegeninduktivität hängt entsprechend ihrer Definition von der Geometrie und der Lage der Spulen zueinander sowie von der Permeabilität des Mediums zwischen und in den Spulen ab.

Wird nun der umgekehrte Fall betrachtet (**Bild A.1b**), in Spule 2 fließt ein Strom der elektrischen Stromstärke  $i_2$  und die elektrische Stromstärke  $i_1$  ist Null, so gilt für den verketteten Fluß  $\Psi_{22}$  in Spule 2, der vom Magnetfeld der magnetischen Flußdichte  $\vec{B}_2$  aufgrund der elektrischen Stromstärke  $i_2$  erzeugt wird:

$$\Psi_{22} = w_2 \cdot \Phi_{m2} = w_2 \cdot \int_{A_2} \vec{B}_2 \cdot \vec{n}_2 \, dA. \quad (\text{A.5})$$

Ein Teil der Feldlinien der magnetischen Flußdichte  $\vec{B}_2$  durchsetzt den Querschnitt  $A_1$  der

Spule 1, so daß mit ihr der magnetische Fluß

$$\Psi_{12} = w_1 \cdot \Phi_{m12} = w_1 \cdot \int_{A_1} \vec{B}_2 \cdot \vec{n}_1 \, dA \quad (\text{A.6})$$

verkettet ist. Mit der gleichen Argumentation, wie zu Gleichung (A.3) beschrieben, gilt, daß  $\Psi_{22}$  und  $\Psi_{12}$  proportional der felderregenden Stromstärke  $i_2$  sind. Damit lassen sich mit Hilfe der Eigeninduktivität  $L_2$  der Spule 2

$$\Psi_{22} = L_2 \cdot i_2 \quad (\text{A.7})$$

und mit Hilfe der Gegeninduktivität  $M_{12}$  zwischen der Spule 2 und der Spule 1

$$\Psi_{12} = M_{12} \cdot i_2 \quad (\text{A.8})$$

die beiden verketteten Flüsse definieren. Dabei ist die Gegeninduktivität  $M_{12}$  wie  $M_{21}$  nur eine Funktion der Geometrie der Spulen, der Lage der Spulen zueinander und der Permeabilität des Mediums zwischen den Spulen und in den Spulen.

Bei den RFID-Systemen fließt jedoch in beiden Spulen eine Stromstärke, und da alle die Feld- und Systemgrößen beschreibenden Beziehungen linear sind, können die unter dieser Annahme mit den Spulen verketteten magnetischen Flüsse mit den weiter oben berechneten Einzelflüssen überlagert werden. Demnach gilt für den verketteten magnetischen Fluß in der Spule 1

$$\Psi_1 = L_1 \cdot i_1 + M_{12} \cdot i_2 \quad (\text{A.9})$$

und für den verketteten magnetischen Fluß in der Spule 2

$$\Psi_2 = M_{21} \cdot i_1 + L_2 \cdot i_2. \quad (\text{A.10})$$

Um die Kopplung der Spulen näher betrachten zu können, müssen die Gegeninduktivitäten der beiden Spulen näher untersucht werden. Zunächst sei angenommen, daß in der Spule 1 ein Strom der zeitunabhängigen elektrischen Stromstärke  $i_1 = I_1$  fließt und die elektrische Stromstärke  $i_2$  in der Spule 2 Null ist. Dann gilt für die Energie in der Spule 1:

$$W_{m1} = \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_1^2, \quad (\text{A.11})$$

wobei in der Spule 2 keine Energie gespeichert ist. Wird der Strom in der Spule 2 vom Wert Null auf den Endwert  $i_2 = I_2$  erhöht, ohne daß die elektrische Stromstärke  $i_1 = I_1$  verändert wird, so erhöht sich die von der Spule 2 erregte magnetische Flußdichte vom Wert Null auf einen

Endwert  $\vec{B}_2$ . Als Folge ändert sich aufgrund der Verkopplung der beiden Spulen miteinander sowohl der mit der Spule 2 als auch der mit der Spule 1 verkettete magnetische Fluß. Dadurch wird in beiden Spulen eine elektrische Gegenspannung induziert, die zum Aufbau des magnetischen Feldes überwunden werden muß. Diese induzierte elektrische Spannungen lassen sich einmal für die Spule 1

$$u_{ind1} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -M_{12} \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (\text{A.12})$$

und einmal für die Spule 2

$$u_{ind2} = -\frac{d\Psi_2}{dt} = -L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (\text{A.13})$$

berechnen. Damit berechnet sich die von außen zum Aufbau des Magnetfeldes aufzubringende und somit nach Erreichen der elektrischen Stromstärke  $i_2 = I_2$  durch die Spule 2 im Magnetfeld der Spulen gespeicherte Energie:

$$\begin{aligned} W_{m1} &= \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_1^2 + \int_0^{I_2} (-u_{ind1} \cdot I_1 - u_{ind2} \cdot i_2) dt \\ &= \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_1^2 + \int_0^{I_2} (M_{12} \cdot I_1) di_2 + \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_2^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_1^2 + M_{12} \cdot I_1 \cdot I_2 + \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_2^2. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Der erste Term der Summe in Gleichung (A.14) beschreibt den schon aus Gleichung (A.11) bekannten Energieinhalt, der im von der elektrischen Stromstärke  $I_1$  erregten Magnetfeld gespeichert ist. Der zweite Term entspricht der aufbrachten Arbeit um die in der Spule 1 beim Ändern der elektrischen Stromstärke  $i_2$  induzierte Spannung zu überwinden; daher auch das negative Vorzeichen. Der letzte Term schließlich beschreibt die Arbeit, die zur Überwindung der in der Spule 2 induzierten elektrischen Spannung aufgebracht werden muß, wenn die elektrische Stromstärke  $i_2$  vom Wert Null auf den Wert  $I_2$  verändert wird.

In Analogie wird jetzt der umgekehrte Fall angenommen. Die Spule 2 führt zunächst die zeitunabhängige elektrische Stromstärke  $I_2$  und die Spule 1 ist stromlos. Anschließend wird die elektrische Stromstärke in der Spule 1 vom Wert Null auf den Wert  $i_1 = I_1$  verändert und nun gilt dann für den im Magnetfeld gespeicherten Energieinhalt:

$$\begin{aligned}
W_{m2} &= \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_2^2 + \int_0^t (-u_{ind2} \cdot I_2 - u_{ind1} \cdot i_1) dt \\
&= \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_2^2 + \int_0^{I_1} (M_{21} \cdot I_2) di_1 + \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_1^2 \\
&= \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_2^2 + M_{21} \cdot I_2 \cdot I_1 + \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_1^2.
\end{aligned} \tag{A.15}$$

Da im Endzustand in beiden Spulen die gleichen elektrischen Ströme fließen, muß auch die im Magnetfeld der Spulen gespeicherte Energie

$$W_m = W_{m1} = W_{m2} \tag{A.16}$$

beidesmal gleich groß sein. Aus dem Vergleich der Gleichung (A.14) mit Gleichung (A.15) kann dann geschlossen werden, daß die Gegeninduktivität  $M_{12}$  zwischen der Spule 2 und der Spule 1 gleich der Gegeninduktivität  $M_{21}$  zwischen der Spule 1 und der Spule 2 ist und deshalb keine Unterscheidung der beiden Größen mehr notwendig ist. Damit gilt:

$$M = M_{12} = M_{21} \tag{A.17}$$

und dadurch für den verketteten magnetischen Fluß

$$\begin{aligned}
\Psi_1 &= L_1 \cdot i_1 + M \cdot i_2 \\
\Psi_2 &= M \cdot i_1 + L_2 \cdot i_2,
\end{aligned} \tag{A.18}$$

wobei die Einheit der Gegeninduktivität  $M$  gleich der Einheit der Eigeninduktivitäten ist.

Jetzt kann festgelegt werden, daß die elektrische Spannungen  $u_1$  und  $u_2$  an den Klemmen zweier gekoppelter Spulen sich jeweils aus zwei Anteilen zusammensetzt: Ein Anteil der elektrischen Spannungen ist jeweils proportional der zeitlichen Änderung der elektrischen Stromstärke der betrachteten Spule, der andere Anteil jeweils proportional der zeitlichen Änderung der elektrischen Stromstärke durch die gekoppelte Spule, so daß gilt:

$$\begin{aligned}
u_1 &= L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt} \\
u_2 &= M \cdot \frac{di_1}{dt} + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt}.
\end{aligned} \tag{A.19}$$

Bei der Betrachtung von **Bild A.1** läßt sich schnell feststellen, daß die Spule 2 im Falle a) und die Spule 1 im Falle b) nur von jeweils einem Teil des magnetischen Flusses ( $\Phi_{m1}$  und  $\Phi_{m2}$ ) durchsetzt werden. Die Differenzen der jeweils die Spulen durchsetzenden magnetischen Flüsse

$$\begin{aligned}\Phi_{m\sigma_1} &= \Phi_{m1} - \Phi_{m21} \\ \Phi_{m\sigma_2} &= \Phi_{m2} - \Phi_{m12}\end{aligned}\tag{A.20}$$

werden als die Streuflüsse der Spulen 1 und 2 bezeichnet. Damit lassen sich dann entsprechende Streufaktoren der Spulen 1 und 2 definieren:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{\Phi_{m\sigma_1}}{\Phi_{m1}} = \frac{\Phi_{m1} - \Phi_{m21}}{\Phi_{m1}} = 1 - \frac{\omega_1 \cdot M}{\omega_2 \cdot L_1} \\ \sigma_2 &= \frac{\Phi_{m\sigma_2}}{\Phi_{m2}} = \frac{\Phi_{m2} - \Phi_{m12}}{\Phi_{m2}} = 1 - \frac{\omega_2 \cdot M}{\omega_1 \cdot L_2}.\end{aligned}\tag{A.21}$$

Sie sind ein Maß dafür, wie groß der Anteil des magnetischen Flusses der Spule 1, bzw. 2 ist, der die Spule 2, bzw. 1 nicht durchsetzt. Mit anderen Worten: Wird zum Beispiel der Querschnitt der Spule 2 vom magnetischen Fluß der Spule 1 voll durchsetzt, so ist der Streufaktor  $\sigma_1$  Null. Im anderen Extremfall, wenn die Spule 2 gar nicht vom magnetischen Fluß der Spule 1 durchsetzt wird, gilt  $\sigma_1 = 1$ . Während die Streufaktoren ein Maß für den magnetischen Streufluß der verkoppelten Spulen sind, sind die Kopplungsfaktoren entsprechend der Definition

$$\begin{aligned}k_1 &= \frac{\Phi_{m21}}{\Phi_{m1}} \\ k_2 &= \frac{\Phi_{m12}}{\Phi_{m2}}\end{aligned}\tag{A.22}$$

ein Maß für die Verkopplung der beiden Spulen miteinander. Es gilt:  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 1$  für voll gekoppelte Spulen, die von den selben magnetischen Flüssen durchsetzt werden, und es gilt:  $k_1 = 0$ ,  $k_2 = 0$ , falls die Spulen nicht miteinander gekoppelt sind. Die Zusammenhänge zwischen den Streufaktoren und Kopplungsfaktoren können aus dem Vergleich der Gleichungen (A.21) und (A.22) gewonnen werden

$$\begin{aligned}k_1 &= 1 - \sigma_1 \\ k_2 &= 1 - \sigma_2.\end{aligned}\tag{A.23}$$

Für real gekoppelte Spulen gilt immer:  $k_{1,2} < 1$  und  $\sigma_{1,2} > 0$ . Zusätzlich wird in der Beschreibung der Kopplung zwischen Spulen neben den definierten Größen  $k_{1,2}$  und  $\sigma_{1,2}$  noch ihre Mittelwerte verwendet. Dann gilt für den Gesamtkopplungsfaktor  $k$

$$k = \sqrt{k_1 \cdot k_2} = \sqrt{\frac{\Phi_{m12} \cdot \Phi_{m21}}{\Phi_{m1} \cdot \Phi_{m2}}} = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 \cdot L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \quad (\text{A.24})$$

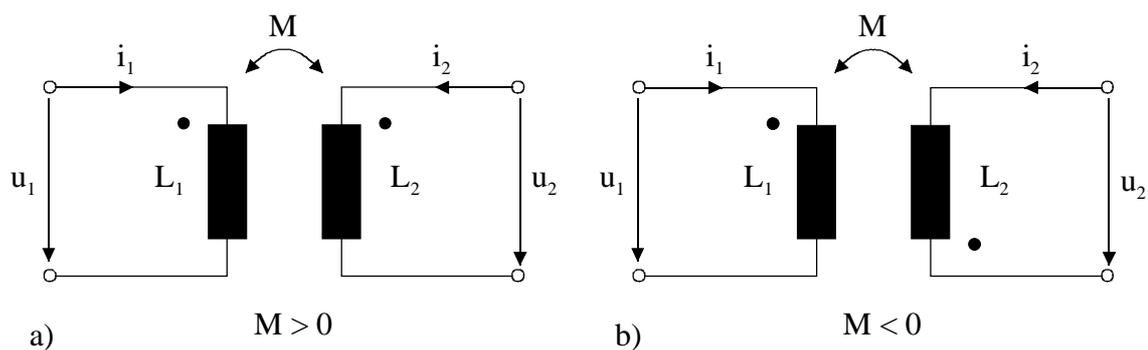
und den Gesamtstrefaktor  $\sigma$

$$\sigma = 1 - k^2 = 1 - \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2}. \quad (\text{A.25})$$

Mit Hilfe der Gleichungen (A.23) und (A.24) gilt folgender Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \sigma &= 1 - k^2 = 1 - k_1 \cdot k_2 = 1 - (1 - \sigma_1) \cdot (1 - \sigma_2) \\ \sigma &\approx \sigma_1 + \sigma_2 \quad \text{für } \sigma_{1,2} \ll 1. \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Zum einfacheren Verständnis der mathematischen Herleitung der transformatorischen Kopplung werden in **Bild A.2** für die gekoppelten Spulen Schaltsymbole und Bezugspfeile vereinbart.



**Bild A.2:** Schaltsymbole der gekoppelten Spulen a) gleichsinnig gewickelte Spulen, b) gegensinnig gewickelte Spulen

Dabei wird der Wicklungssinn der Spulen mit zwei Punkten an den Enden der Spulen berücksichtigt. Befinden sich die Punkte an gleichen Enden der Spulen, so sind die Spulen gleichsinnig gewickelt und unter diesen Voraussetzungen gilt die Gegeninduktivität  $M$  als positiv. Befinden sich die Punkte an entgegengesetzten Enden der Spulen, so sind die Spulen gegensinnig gewickelt und der Wert der Gegeninduktivität  $M$  ist negativ.

In diesem Zusammenhang sollte gesagt werden, daß hier das Prinzip der transformatorischen Kopplung mit nur zwei gekoppelten Spulen dargestellt wird. Es ist ohne weiteres möglich, auch mehrere Spulen miteinander zu verkoppeln. Dieser Fall wird zum Beispiel interessant, wenn sich mehrere Transceiver in einem elektromagnetischen Feld einer Basiseinheit befinden. Für den gesamten magnetischen Fluß, der durch mehrere miteinander gekoppelten Spulen, die

jeweils von einem Strom  $i_k$  durchflossen werden, herrührt, kann dann allgemein für jede einzelne Spule geschrieben werden:

$$\Phi_i(t) = L_{i1} \cdot i_1(t) + L_{i2} \cdot i_2(t) + \dots \quad \text{mit } |L_{ik}| \leq L_{kk}. \quad (\text{A.27})$$

Die Werte  $L_{ik}$  heißen dann Induktivitätskoeffizienten und können für  $i \neq k$  abhängig vom Wicklungssinn der Spulen positive und negative Werte annehmen. Zur besseren Übersicht wird hier auf den von oben bekannten Begriff Gegeninduktivität  $M$  verzichtet. Wenn der durch den Strom  $i_k$  erzeugte Teilfluß die Spule  $i$  nur mit einem Bruchteil durchdringt, dann kann aus Symmetriegründen auch nur der gleiche Bruchteil des durch  $i_i$  erzeugten Teilflusses der Spule  $k$  durchdringen, so daß in Analogie zu Gleichung (A.17) gilt:

$$L_{ik} = L_{ki}. \quad (\text{A.28})$$

Wird dann noch angenommen, daß es sich bei dem Ansatz näherungsweise um ein verlustloses reziprokes und reflektionssymmetrisches Zweitor handelt, dann gilt zusätzlich noch nach [46]:

$$L_{ik}^2 \leq L_{ii} \cdot L_{kk}. \quad (\text{A.29})$$

Um aus der Ungleichung eine Gleichung machen zu können, werden Kopplungsfaktoren  $k_{ik}$  definiert, die dem Betrage nach kleiner oder gleich 1 sein müssen.

$$L_{ik}^2 \leq L_{ii} \cdot L_{kk} \Rightarrow L_{ik}^2 = k_{ik}^2 \cdot L_{ii} \cdot L_{kk}. \quad (\text{A.30})$$

Für Systeme, die fest gekoppelt sind, gilt dann:

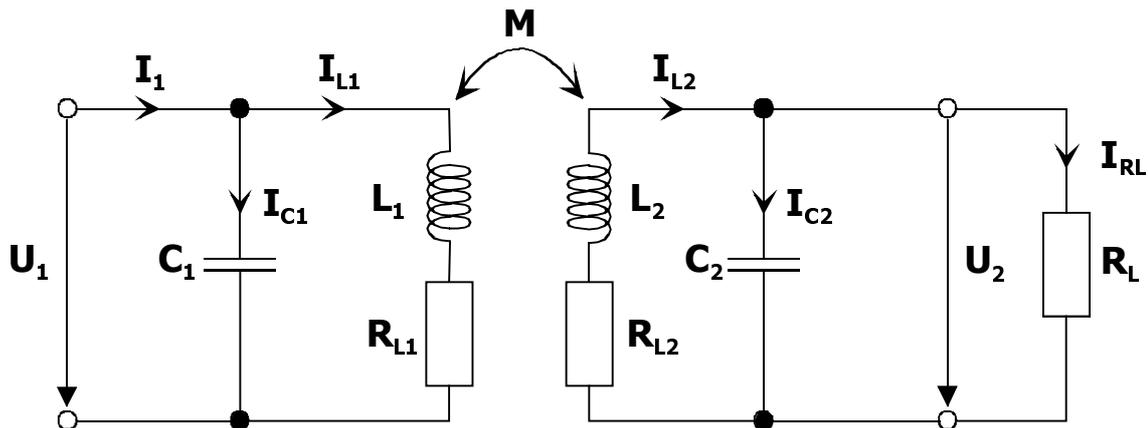
$$L_{ik}^2 = L_{ii} \cdot L_{kk}, \quad \text{mit } k_{ik}^2 = 1. \quad (\text{A.31})$$

Die elektrische Spannung an jeder  $i$ -ten Spule berechnet sich damit zu

$$u_i(t) = L_{i1} \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + L_{i2} \cdot \frac{di_2(t)}{dt} + \dots \quad (\text{A.32})$$

## A.2 Übertragungsfunktionen eines Übertragers mit beidseitigen Resonanzschwingkreisen

Für den Resonanzübertrager mit beidseitigen Resonanzschwingkreisen in **Bild A.3** sollen über die Knoten- und Maschengleichungen die Übertragungsfunktionen  $H_I(s) = U_2/I_1$  und  $H_U(s) = U_2/U_1$  bestimmt werden.



**Bild A.3:** Resonanzübertrager mit beidseitigen Resonanzschwingkreisen

### A.2.1 Übertragungsfunktion $H_I(s)$

Aus den beiden Knotengleichungen lassen sich folgende Zusammenhänge aufstellen:

$$I_1 = I_{C1} + I_{L1} \Leftrightarrow I_{C1} = I_1 - I_{L1} \quad (\text{A.33})$$

und

$$I_{L2} = I_{C2} + I_{RL} = U_2 \cdot s \cdot C_2 + \frac{U_2}{R_L} = U_2 \cdot \left( s \cdot C_2 + \frac{1}{R_L} \right). \quad (\text{A.34})$$

Zusätzlich lassen sich über die Maschenumläufe noch die Zusammenhänge für die Spannungen  $U_1$

$$U_1 = s \cdot L_1 \cdot I_{L1} + R_{L1} \cdot I_{L1} - s \cdot M \cdot I_{L2} = \frac{I_{C1}}{s \cdot C_1} \quad (\text{A.35})$$

und  $U_2$

$$U_2 = -s \cdot L_2 \cdot I_{L2} - R_{L2} \cdot I_{L2} + s \cdot M \cdot I_{L1} = \frac{I_{C2}}{s \cdot C_2} = R_L \cdot I_{RL} \quad (\text{A.36})$$

aufstellen. Aus Gleichung (A.34) läßt sich ebenfalls die Spannung  $U_2$  bestimmen:

$$U_2 = \frac{I_{L2}}{s \cdot C_2 + \frac{1}{R_L}}. \quad (\text{A.37})$$

Dieser Zusammenhang wird dann in Gleichung (A.36) eingesetzt. so daß daraus folgt:

$$\begin{aligned} \frac{I_{L2}}{s \cdot C_2 + \frac{1}{R_L}} + s \cdot L_2 \cdot I_{L2} + R_{L2} \cdot I_{L2} = \\ s \cdot M \cdot I_{L1} = I_{L2} \cdot \frac{1 + s^2 \cdot L_2 \cdot C_2 + \frac{s \cdot L_2}{R_L} + s \cdot R_{L2} \cdot C_2 + \frac{R_{L2}}{R_L}}{s \cdot C_2 + \frac{1}{R_L}} \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

Jetzt kann für den Strom  $I_{L2}$  geschrieben werden

$$I_{L2} = \frac{s \cdot M \cdot I_{L1} \cdot \left( s \cdot C_2 + \frac{1}{R_L} \right)}{1 + \frac{R_{L2}}{R_L} + \frac{s \cdot L_2}{R_L} + s \cdot R_{L2} \cdot C_2 + s^2 \cdot L_2 \cdot C_2} \quad (\text{A.39})$$

und in Gleichung (A.37) eingesetzt, folgt für die Spannung  $U_2$  in Abhängigkeit des Stromes  $I_{L1}$ :

$$U_2 = \frac{s \cdot M \cdot I_{L1}}{1 + \frac{R_{L2}}{R_L} + \frac{s \cdot L_2}{R_L} + s \cdot R_{L2} \cdot C_2 + s^2 \cdot L_2 \cdot C_2}. \quad (\text{A.40})$$

Gleichung (A.39) und Gleichung (A.33) wiederum in Gleichung (A.35) eingesetzt, folgt:

$$\begin{aligned} s \cdot L_1 \cdot I_{L1} + R_{L1} \cdot I_{L1} - s \cdot M \cdot \frac{s \cdot M \cdot I_{L1} \cdot \left( s \cdot C_2 + \frac{1}{R_L} \right)}{1 + \frac{R_{L2}}{R_L} + \frac{s \cdot L_2}{R_L} + s \cdot R_{L2} \cdot C_2 + s^2 \cdot L_2 \cdot C_2} \\ = \frac{I_1 - I_{L1}}{s \cdot C_1}, \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

anschließend werden alle Komponenten des Stromes  $I_{L1}$  zusammengefaßt:

$$I_{L1} \cdot \left( \frac{1}{s \cdot C_1} + s \cdot L_1 + R_{L1} - \frac{s^2 \cdot M^2 \cdot I_{L1} \cdot \left( s \cdot C_2 + \frac{1}{R_L} \right)}{1 + \frac{R_{L2}}{R_L} + \frac{s \cdot L_2}{R_L} + s \cdot R_{L2} \cdot C_2 + s^2 \cdot L_2 \cdot C_2} \right) \quad (\text{A.42})$$

$$= \frac{I_1}{s \cdot C_1}$$

und umgeformt zu:

$$I_{L1} \cdot \frac{\left( \frac{1}{s \cdot C_1} + s \cdot L_1 + R_{L1} \right) \cdot \left( 1 + \frac{R_{L2}}{R_L} + \frac{s \cdot L_2}{R_L} + s \cdot R_{L2} \cdot C_2 + s^2 \cdot L_2 \cdot C_2 \right)}{1 + \frac{R_{L2}}{R_L} + \frac{s \cdot L_2}{R_L} + s \cdot R_{L2} \cdot C_2 + s^2 \cdot L_2 \cdot C_2} \quad (\text{A.43})$$

$$- \frac{s^2 \cdot M^2 \cdot I_{L1} \cdot \left( s \cdot C_2 + \frac{1}{R_L} \right)}{1 + \frac{R_{L2}}{R_L} + \frac{s \cdot L_2}{R_L} + s \cdot R_{L2} \cdot C_2 + s^2 \cdot L_2 \cdot C_2} = \frac{I_1}{s \cdot C_1}.$$

Nach dem Umstellen nach  $I_{L1}$  und Einsetzen in Gleichung (A.40) folgt für die Übertragungsfunktion  $H_I(s)$  folgender Zusammenhang:

$$H_I(s) = \frac{U_2(s)}{I_1(s)} = \frac{s \cdot M}{1 + A + s \cdot B + s^2 \cdot C + s^3 \cdot D + s^4 \cdot E}$$

mit

$$A = \frac{R_{L2}}{R_L}$$

$$B = C_2 \cdot R_{L2} + \frac{L_2}{R_L} + C_1 \cdot R_{L2} + \frac{C_1 \cdot R_{L1} \cdot R_{L2}}{R_L} \quad (\text{A.44})$$

$$C = C_2 \cdot L_2 + \frac{L_1 \cdot C_1 \cdot R_{L2}}{R_L} + C_1 \cdot C_2 \cdot R_{L1} \cdot R_{L2} + \frac{C_1 \cdot R_{L1} \cdot L_2}{R_L} + L_1 \cdot C_1$$

$$D = L_1 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_{L2} + \frac{L_1 \cdot L_2 \cdot C_1}{R_L} + C_1 \cdot C_2 \cdot R_{L1} \cdot L_2 - \frac{M^2 \cdot C_1}{R_L}$$

$$E = L_1 \cdot L_2 \cdot C_1 \cdot C_2 - M^2 \cdot C_1 \cdot C_2.$$

## A.2.2 Übertragungsfunktion $H_U(s)$

Der Maschenumlauf aus Gleichung (A.35) kann nach  $I_{L1}$  umgestellt werden:

$$I_{L1} = \frac{U_1 + s \cdot M \cdot I_{L2}}{R_{L1} + s \cdot L_1} \quad (\text{A.45})$$

Mit Hilfe von Gleichung (A.37) gilt für die Spannung  $U_2$ :

$$\begin{aligned} U_2 &= s \cdot M \cdot I_{L1} - (R_{L2} + s \cdot L_2) \cdot I_{L2} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{R_L} + s \cdot C_2} \cdot I_{L2} = \frac{R_L}{1 + s \cdot C_2 \cdot R_L} \cdot I_{L2}. \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

Wird nun Gleichung (A.45) eingesetzt und alle Komponenten des Stromes  $I_{L2}$  zusammengefaßt, so ergibt sich:

$$\frac{s \cdot M}{R_{L1} + s \cdot L_1} \cdot U_1 = \left( \frac{R_L}{1 + s \cdot C_2 \cdot R_L} + R_{L2} + s \cdot L_2 - \frac{s^2 \cdot M^2}{R_{L1} + s \cdot L_1} \right) \cdot I_{L2} \quad (\text{8.47})$$

Das Umstellen und Zusammenfassen zeigen die nächsten Gleichungen:

$$\begin{aligned} I_{L2} &= \frac{s \cdot M}{R_{L1} + s \cdot L_1} \cdot U_1 \\ &\cdot \frac{(1 + s \cdot C_2 \cdot R_L) \cdot (R_{L1} + s \cdot L_1)}{R_L \cdot R_{L1} + s \cdot L_1 \cdot R_2 + (R_{L1} \cdot R_{L2} + s \cdot (R_{L2} \cdot L_1 + R_{L1} \cdot L_2) + s^2 \cdot L_1 \cdot L_2)} \cdots \\ &\cdots \frac{(1 + s \cdot C_2 \cdot R_L) - s^2 \cdot M^2 \cdot (1 + s \cdot C_2 \cdot R_L)}{s \cdot M \cdot (1 + s \cdot C_2 \cdot R_L)} \\ &= \frac{s \cdot M \cdot (1 + s \cdot C_2 \cdot R_L)}{R_L \cdot R_{L1} + s \cdot L_1 \cdot R_2 + R_{L1} \cdot R_{L2} + s \cdot (R_{L2} \cdot L_1 + R_{L1} \cdot L_2) + s^2 \cdot L_1 \cdot L_2} \cdots \\ &\cdots \frac{+ s \cdot R_{L1} \cdot R_{L2} \cdot C_2 \cdot R_L + s^2 \cdot (R_{L2} \cdot L_1 + R_{L1} \cdot L_2) \cdot C_2 \cdot R_L}{+ s^3 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot C_2 \cdot R_L - s^2 \cdot M^2 - s^3 \cdot M^3 \cdot C_2 \cdot R_L} \cdots \cdot U_1 \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

$$\begin{aligned}
I_{L2} = & \frac{s \cdot M \cdot (1 + s \cdot C_2 \cdot R_L)}{R_L \cdot R_{L1} + s \cdot L_1 \cdot R_L + R_{L1} \cdot R_{L2} + s \cdot (R_{L2} \cdot L_1 + R_{L1} \cdot L_2) + s^2 \cdot L_1 \cdot L_2} \cdots \\
& \cdots \frac{\cdots}{+ s \cdot R_{L1} \cdot R_{L2} \cdot C_2 \cdot R_L + s^2 \cdot (R_{L2} \cdot L_1 \cdot C_2 \cdot R_L + R_{L1} \cdot L_2 \cdot C_2 \cdot R_L)} \cdots \\
& \cdots \frac{\cdots}{+ s^3 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot C_2 \cdot R_L - s^2 \cdot M^2 - s^3 \cdot M^3 \cdot C_2 \cdot R_L} \cdot U_1
\end{aligned} \tag{A.49}$$

$$\begin{aligned}
I_{L2} = & \frac{s \cdot M \cdot (1 + s \cdot C_2 \cdot R_L)}{R_L \cdot R_{L1} + R_{L1} \cdot R_{L2} + s \cdot (L_1 \cdot R_L + R_{L2} \cdot L_1 + R_{L1} \cdot L_2 + R_{L1} \cdot R_{L2} \cdot C_2 \cdot R_L)} \cdots \\
& \cdots \frac{\cdots}{+ s^2 \cdot (L_1 \cdot L_2 + R_{L2} \cdot L_1 \cdot C_2 \cdot R_L + R_{L1} \cdot L_2 \cdot C_2 \cdot R_L - M^2)} \cdots \\
& \cdots \frac{\cdots}{+ s^3 \cdot (L_1 \cdot L_2 \cdot C_2 \cdot R_L - M^3 \cdot C_2 \cdot R_L)} \cdot U_1
\end{aligned} \tag{A.50}$$

Wird Gleichung (A.50) in Gleichung (A.46) eingesetzt, so folgt der Zusammenhang für die Spannung  $U_2$ :

$$\begin{aligned}
U_2 = & \frac{s \cdot M \cdot R_L}{R_L \cdot R_{L1} + R_{L1} \cdot R_{L2} + s \cdot (L_1 \cdot R_L + R_{L2} \cdot L_1 + R_{L1} \cdot L_2 + R_{L1} \cdot R_{L2} \cdot C_2 \cdot R_L)} \cdots \\
& \cdots \frac{\cdots}{+ s^2 \cdot (L_1 \cdot L_2 + R_{L2} \cdot L_1 \cdot C_2 \cdot R_L + R_{L1} \cdot L_2 \cdot C_2 \cdot R_L - M^2)} \cdots \\
& \cdots \frac{\cdots}{+ s^3 \cdot (L_1 \cdot L_2 \cdot C_2 \cdot R_L - M^3 \cdot C_2 \cdot R_L)} \cdot U_1
\end{aligned} \tag{A.51}$$

$$\begin{aligned}
U_2 = & \frac{s \cdot M}{R_{L1} + \frac{R_{L1} \cdot R_{L2}}{R_L} + s \cdot \left( L_1 + \frac{R_{L2} \cdot L_1}{R_L} + \frac{R_{L1} \cdot L_2}{R_L} + R_{L1} \cdot R_{L2} \cdot C_2 \right)} \cdots \\
& \cdots \frac{\cdots}{+ s^2 \cdot \left( \frac{L_1 \cdot L_2}{R_L} + R_{L2} \cdot L_1 \cdot C_2 + R_{L1} \cdot L_2 \cdot C_2 - \frac{M^2}{R_L} \right)} \cdots \\
& \cdots \frac{\cdots}{+ s^3 \cdot (L_1 \cdot L_2 \cdot C_2 - M^3 \cdot C_2)} \cdot U_1
\end{aligned} \tag{A.52}$$

und für die Übertragungsfunktion  $H_U(s)$  kann geschrieben werden:

$$H_U(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{s \cdot M}{A + s \cdot B + s^2 \cdot C + s^3 \cdot D}$$

mit

$$A = R_{L1} + \frac{R_{L1} \cdot R_{L2}}{R_L}$$

$$B = L_1 + \frac{R_{L1} \cdot L_2}{R_L} + \frac{R_{L2} \cdot L_1}{R_L} + C_2 \cdot R_{L1} \cdot R_{L2}$$

$$C = C_2 \cdot R_{L2} \cdot L_1 + \frac{L_1 \cdot L_2}{R_L} + C_2 \cdot R_{L1} \cdot L_2 - \frac{M^2}{R_L}$$

$$D = L_1 \cdot L_2 \cdot C_2 - M^2 \cdot C_2.$$

(A.53)

### A.3 Berechnung der äquivalenten Bitfehlerrate $B_{\text{äq}}$ für weißes Rauschen

In Kapitel 3 wurde die äquivalente Bitfehlerrate  $B_{\text{äq}}$  angegeben, dazu mußte eine Integral gelöst werden, dessen Lösungsweg hier aufgezeigt werden soll. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 B_{\text{äq}} &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot H_0^2} \cdot \int_{\omega_n}^{\omega_h} \frac{\left( \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \frac{H_0}{Q} \right)^2}{\left( 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right)^2 + \left( \frac{\omega}{\omega_0 \cdot Q} \right)^2} d\omega \\
 &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\omega_n}^{\omega_h} \frac{\left( \frac{\omega}{\omega_0 \cdot Q} \right)^2}{\left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 - \underbrace{\left[ 2 - \frac{1}{Q^2} \right]}_B \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + 1} d\omega \\
 &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\omega_n}^{\omega_h} \frac{\left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \cdot \frac{1}{Q^2}}{\left[ \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \frac{B}{2} + \sqrt{\left( \frac{B}{2} \right)^2 - 1} \right] \cdot \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \frac{B}{2} - \sqrt{\left( \frac{B}{2} \right)^2 - 1} \right]} d\omega
 \end{aligned} \tag{A.54}$$

Durch die Verwendung folgender Vereinfachungen

$$x = \frac{\omega}{\omega_0}, \tag{A.55}$$

$$D^2 = -\frac{B}{2} + \sqrt{\left( \frac{B}{2} \right)^2 - 1}, \tag{A.56}$$

$$E^2 = -\frac{B}{2} - \sqrt{\left( \frac{B}{2} \right)^2 - 1}, \tag{A.57}$$

kann für die äquivalente Bitfehlerrate  $B_{\text{äq}}$  auch geschrieben werden:

$$B_{\ddot{a}q} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot Q^2} \cdot \omega_0 \cdot \int_{\frac{\omega_n}{\omega_0}}^{\frac{\omega_h}{\omega_0}} \frac{x^2}{(x^2 + D^2) \cdot (x^2 + E^2)} dx. \quad (\text{A.58})$$

Durch eine Umformung kann das Integral in ein bekanntes lösbares Integral gewandelt werden:

$$\begin{aligned} B_{\ddot{a}q} &= \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi \cdot H_0^2} \cdot \left( \frac{H_0}{Q} \right)^2 \cdot \int_{\frac{\omega_n}{\omega_0}}^{\frac{\omega_h}{\omega_0}} \frac{1}{D^2 - E^2} \cdot \left( \frac{D^2}{x^2 + D^2} - \frac{E^2}{x^2 + E^2} \right) dx \\ &= \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi \cdot H_0^2} \cdot \left( \frac{H_0}{Q} \right)^2 \cdot \frac{1}{D^2 - E^2} \cdot \left\{ \int_{\frac{\omega_n}{\omega_0}}^{\frac{\omega_h}{\omega_0}} \frac{D^2}{x^2 + D^2} dx - \int_{\frac{\omega_n}{\omega_0}}^{\frac{\omega_h}{\omega_0}} \frac{E^2}{x^2 + E^2} dx \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

Mit Hilfe des Zusammenhangs

$$\int \frac{D^2}{x^2 + D^2} dx = \frac{D^2}{D} \cdot \arctan\left(\frac{x}{D}\right) + \text{Konst} \quad (\text{A.60})$$

kann nun folgender Zusammenhang für die Bitfehlerrate  $B_{\ddot{a}q}$  gefunden werden:

$$\begin{aligned} B_{\ddot{a}q} &= \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi \cdot H_0^2} \cdot \left( \frac{H_0}{Q} \right)^2 \cdot \frac{1}{D^2 - E^2} \cdot \left\{ D \cdot \left[ \arctan\left(\frac{x}{D}\right) \right]_0^\infty - E \cdot \left[ \arctan\left(\frac{x}{E}\right) \right]_0^\infty \right\} \\ &= \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi \cdot H_0^2} \cdot \left( \frac{H_0}{Q} \right)^2 \cdot \frac{1}{D^2 - E^2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot (D - E) = \frac{\omega_0}{4 \cdot H_0^2} \cdot \left( \frac{H_0}{Q} \right)^2 \cdot \frac{1}{D + E} \end{aligned} \quad (\text{A.61})$$

Der noch zur Berechnung benötigte Zusammenhang  $D + E$  lässt sich mit den folgenden Gleichungen herleiten:

$$\begin{aligned}
D+E &= \sqrt{(D+E)^2} = \sqrt{D^2 + 2 \cdot D \cdot E + E^2} \\
&= \sqrt{-\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - 1} - \frac{B}{2} - \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - 1} \dots} \\
&\quad \dots + 2 \cdot \sqrt{\left(-\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - 1}\right) \cdot \left(-\frac{B}{2} - \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - 1}\right)} \\
&= \sqrt{B+2 \cdot \left(\frac{B^2}{4} + \frac{B}{2} \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - 1} - \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - 1} - \frac{B}{2} \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - 1}\right)} \\
&= \sqrt{-B+2} \\
&= \sqrt{-2 + \frac{1}{Q^2} + 2} \\
&= \sqrt{\frac{1}{Q^2}} \\
&= \frac{1}{Q}.
\end{aligned} \tag{A.62}$$

Damit läßt sich dann für die äquivalente Bitfehlerrate  $B_{\text{äq}}$  schreiben:

$$\begin{aligned}
B_{\text{äq}} &= \frac{\omega_0}{4 \cdot H_0^2} \cdot \left(\frac{H_0}{Q}\right)^2 \cdot Q \\
&= \frac{\omega_0}{4 \cdot Q}.
\end{aligned} \tag{A.63}$$

## A.4 Digitale Modulationsverfahren

Bei einer sinusförmigen Trägerschwingung lassen sich vom modulierenden Signal her die Parameter Amplitude, Frequenz und Phase beeinflussen. Es haben sich in der Literatur dabei die Abkürzungen der englischsprachigen Begriffe durchgesetzt. Durch die drei unterschiedlichen Parameter haben sich auch drei Möglichkeiten der Tastung eines digitalen Modulationssignals ergeben.

- Amplitudentastung (Amplitude Shift Keying, ASK)
- Frequenzumtastung (Frequency Shift Keying, FSK)
- Phasenumtastung (Phase Shift Keying, PSK)

Ausgehend von einem binären Modulationssignal entspricht die Tastung des Trägers einer Umschaltung zwischen zwei charakteristischen Zuständen des beeinflussten Parameters.

Bei der Festlegung eines möglichst günstigen Tastverfahrens müssen der Bedarf an Bandbreite und die Störanfälligkeit des Modulatorprodukts berücksichtigt werden. Es zeigt sich, daß die notwendige Übertragungsbandbreite bei den oben angeführten Verfahren im wesentlichen gleich ist und mindestens den doppelten Wert der Bandbreite des Basisbandsignals erfordert. Während bei der Basisbandübertragung vielfach mit  $\cos^2$ -förmigen Bandbegrenzungen und einem Roll-Off-Faktor von  $r = 0,5$ , bzw. mit dem Gaußschen Übertragungskanal, der etwa einem  $\cos^2$ -Roll-Off-Filter mit  $r = 1$  entspricht, gerechnet wird, ist es bei der hochfrequenten Übertragung des Digitalsignals üblich, eine Bandbreite  $B_{HF}$  anzugeben, bei der der Wert der Übertragungsfunktion immer größer als 0,5 ist. Die Bandbegrenzung erfolgt im Hochfrequenzteil des Systems in mehreren Stufen und weist wegen der Nachbarkanalselektion einen steilen Abfall auf. Um ein Impulsnebensprechen zu verhindern, wird nach der Demodulation beim Digitalsignal eine weitere Bandbegrenzung, meist durch ein  $\cos^2$ -Roll-Off-Filter, vorgenommen [71].

Für die Übertragung eines Digitalsignals ist mindestens die erste Harmonische des kürzesten Wechsels, also einer 1-0-1-Bitfolge, nötig. Die dazu mindestens notwendige Bandbreite wird auch als die Nyquist-Bandbreite  $B_N$  bezeichnet und beträgt

$$B_N = \frac{1}{2 \cdot T_{Bit}} = \frac{1}{2} \cdot f_{Bit} \quad (\text{A.64})$$

In der Praxis wird vielfach mit einem Wert

$$B_{\text{Praxis}} = (1,3\dots2) \cdot B_N \quad (\text{A.65})$$

gerechnet [69], [102], so daß eine gewisse Übertragungssicherheit gewährleistet ist.

Ein Basisbandspektrum mit der Bandbreite  $B_{\text{Praxis}} = 1,4B_N$  verlangt somit im hochfrequenten Übertragungskanal bei Amplitudentastung, Frequenz- oder Phasenumtastung zwischen zwei Zuständen die Bandbreite

$$B_{\text{HF}} = 2 \cdot 1,4 \cdot B_N = 1,4 \cdot f_{\text{Bit}} \quad (\text{A.66})$$

Aufgrund der höheren Störanfälligkeit kommt die amplitudengetastete Trägerschwingung im Vergleich zu in der Frequenz und Phase umgetastete Schwingung bei der digitalen Signalübertragung durch Modulation eines Sinusträgers seltener zum Einsatz. Ähnliches ist auch von den analogen Modulationsverfahren bekannt. Jedoch durch den einfachen schaltungstechnischen Aufbau einer Übertragungsstrecke mit Amplitudentastung wird bei den meisten heute verwendeten RFIDS-Systemen auf die Vorteile der beiden anderen Verfahren verzichtet. Die Frequenzumtastung wird in Bereichen niedriger Datenraten vorgenommen. Neben der geringeren Störanfälligkeit spielt die konstante Amplitude bei der Bereitstellung der benötigten Energie im Transceiver eine größere Rolle. Dadurch, daß gegenüber der Amplitudentastung der Modulationsgrad  $m$  wegfällt, wird nur mit der höheren Amplitude der Trägerschwingung übertragen und somit steht dem Transceiver eine höhere Energie zur Verfügung. Dasselbe gilt natürlich auch für die Phasenumtastung. Doch hat hier die Möglichkeit der Mehrphasenumtastung eine wesentliche größere Bedeutung. Im folgenden werden die Tastverfahren in ihrer Funktion eingehender beschrieben.

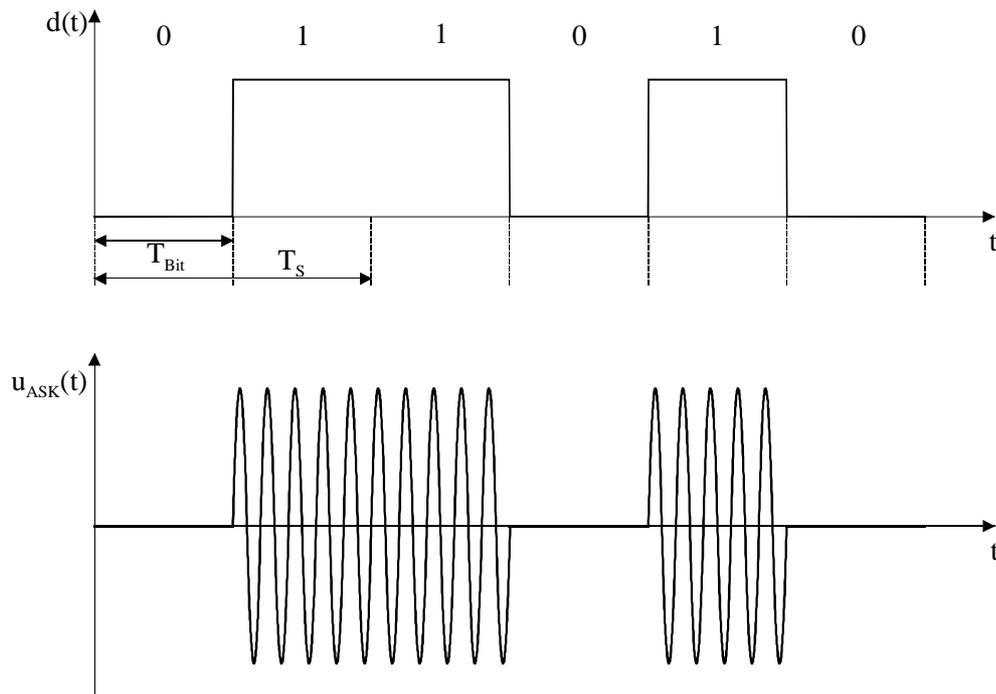
## A.4.1 Amplitudentastung (ASK)

Die einfachste Art einer Amplitudentastung wird nur durch das Ein-, bzw. Ausschalten einer sinusförmigen Trägerform in Abhängigkeit eines binären Datenwortes  $d(t)$  erreicht. Die Bezeichnung für dieses einfache Verfahren kommt aus dem Englischen und heißt On-Off-Keying (OOK). Für die Zeitfunktion gilt dann:

$$u_{\text{ASK}}(t) = u_T(t) \cdot d(t) = \hat{u}_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) \cdot d(t) \quad (\text{A.67})$$

Das binäre Datenwort  $d(t)$  besteht aus einer einfachen Folge von „1“ und „0“ Elementen, die aus einer Schrittdauer von  $T_s = T_{\text{Bit}}$  und einer Periodendauer  $T_S = 2T_s$  bestehen. Das **Bild A.4**

verdeutlicht die Verfahrensweise.



**Bild A.4:** Zeitfunktion einer Amplitudentastung

Das Spektrum des Modulationsproduktes (**Bild A.5**) wird durch eine Faltung des Spektrums des binären Datenwortes mit dem Spektrum der Trägerschwingung erreicht. Dazu wird zunächst das binäre Datenwort  $d(t)$  in eine Fourier-Reihe umgewandelt

$$d(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cdot \left( \cos(\omega_s \cdot t) - \frac{1}{3} \cdot \cos(3 \cdot \omega_s \cdot t) + \dots \right) \quad (\text{A.68})$$

und mit dem Spektrum der Trägerschwingung

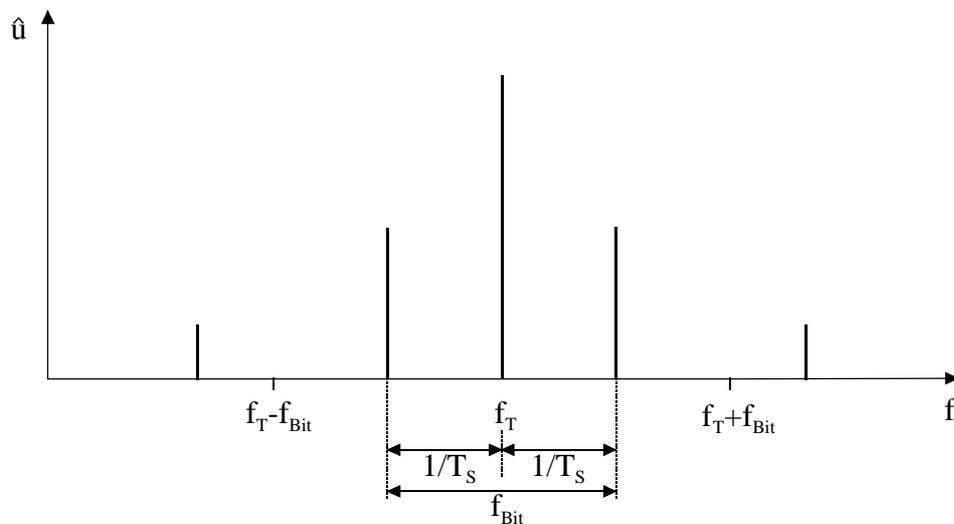
$$u_T(t) = \hat{u}_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) \quad (\text{A.69})$$

gefaltet. Es ergibt sich ein unendlich breites Spektrum, das ausgeprägte Seitenlinien im Abstand der Bitfolgefrequenz  $f_{\text{Bit}}$  besitzt. Die Information des Datenwortes ist symmetrisch zum Träger im oberen und unteren Seitenband enthalten. Um den Informationsgehalt der Übertragung sicher erkennen zu können, genügt es, das Spektrum nur bis zu den ersten Seitenschwingungen zu übertragen. Damit bestimmt sich die mindestens notwendige Übertragungsbandbreite zu

$$B_{HF} = 2 \cdot \frac{1}{T_S} = 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot T_S} = \frac{1}{T_S} = f_{\text{Bit}} \quad (\text{A.70})$$

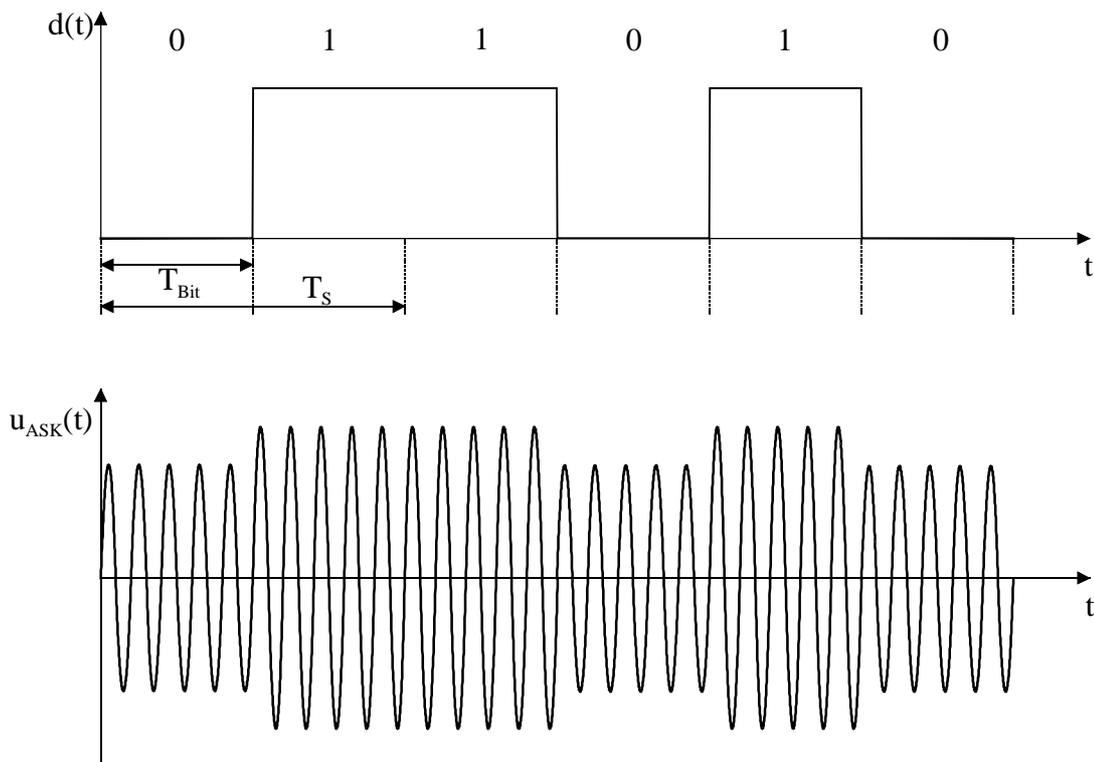
Wie oben schon erwähnt, wird diese in der Praxis zur Sicherheit meist um den Faktor 1,4 größer

gewählt.



**Bild A.5:** Spektrum einer Amplitudentastung

Oftmals werden in der Praxis RFIDS-Systeme, wie auch bei den später vorgestellten Anwendungen, mit Amplitudentastung aufgebaut, die eine passive Energieversorgung haben und in ihrer Aufbaugröße sehr klein sein müssen. Es soll dabei möglichst auf externe Bauelemente verzichtet werden, so daß der zur Spannungsstabilisation integrierte Kondensator zu klein ist, um, wie beim On-Off-Keying, die mikroelektronische Schaltung, während das HF-Feld ausgeschaltet ist, mit Energie zu versorgen. Für diese Fälle wird ähnlich, wie bei der analogen Amplitudenmodulation, zwischen zwei Versorgungsspannungen in Abhängigkeit des Datenwortes  $d(t)$  hin- und hergeschaltet. Das **Bild A.6** zeigt die Amplitudentastung zwischen zwei unterschiedlichen Versorgungsspannungen in Abhängigkeit des Datenwortes  $d(t)$ , das schon bei dem Verfahren mit OOK verwendet wurde.



**Bild A.6:** Amplitudentastung zwischen zwei unterschiedlichen Versorgungsspannungen

Als Nachteil der Amplitudentastung sei hier noch aufgeführt, daß durch die unterschiedliche Amplitudenhöhe der Wirkungsgrad der Energieübertragung reduziert wird, was bei den folgenden Verfahren nicht der Fall ist. Doch die einfache Realisierung von Modulations-, bzw. von Demodulationsschaltungen gleichen nicht nur die Auswirkungen der Amplitudenunterschiede wieder aus, sondern verringern den Stromverbrauch, so daß die Amplitudentastung noch effektiver ist.

## A.4.2 Frequenzumtastung (FSK)

Bei der Frequenzumtastung ist die Amplitude der Trägerschwingung immer gleich groß und damit unabhängig vom binären Datenwort. In Abhängigkeit des binären Datenwortes wird bei der Frequenzumtastung die Frequenz der Trägerschwingung zwischen zwei festen Werten  $f_1$  und  $f_2$  geändert. Dabei wird der Mittelwert der beiden Kennfrequenzen als Trägerfrequenz  $f_T$  definiert

$$f_T = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad (\text{A.71})$$

und mit

$$\Delta f_T = \frac{|f_1 - f_2|}{2} \quad (\text{A.72})$$

läßt sich der Frequenzhub  $\Delta f_T$  definieren. Damit läßt sich dann in Analogie zur analogen Frequenzmodulation auch ein Modulationsindex  $M$  bestimmen

$$M = \frac{\Delta f_T}{f_s} = \Delta f_T \cdot T_s = \Delta f_T \cdot 2 \cdot T_{\text{Bit}} = 2 \cdot \frac{\Delta f_T}{f_{\text{Bit}}}, \quad (\text{A.73})$$

dabei wird von demselben binären Datenwort  $d(t)$ , wie schon bei der Amplitudentastung, mit der Schrittdauer  $T_s = T_{\text{Bit}} = \frac{1}{2} T_s$  ausgegangen.

Bei der zweistufigen Frequenzumtastung gilt dann

$$u_{\text{FSK}}(t) = \hat{u}_T \cdot \cos((\omega_T \pm \Delta\omega_T) \cdot t), \quad (\text{A.74})$$

wenn die Trägerfrequenz mit dem Frequenzhub  $\Delta f_T = \Delta\omega_T/2\pi$  symmetrisch mit den definierten Werten für die logischen Zustände „1“ und „0“

$$\begin{aligned} f_{T(1)} &= f_1 = f_T + \Delta f_T \\ f_{T(0)} &= f_2 = f_T - \Delta f_T, \end{aligned} \quad (\text{A.75})$$

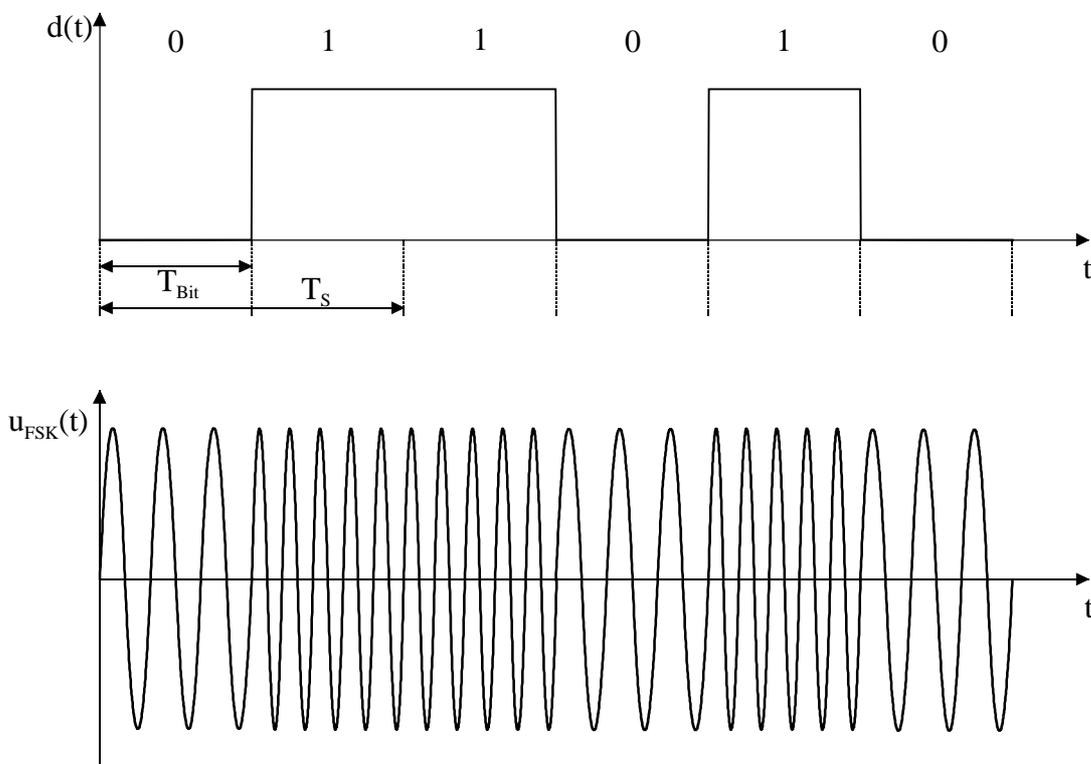
umgetastet wird. Durch das Einbeziehen des binären Datenwortes  $d(t)$  kann dann auch für die Zeitfunktion einer frequenzumgetasteten Trägerschwingung geschrieben werden:

$$u_{\text{FSK}}(t) = \hat{u}_T \cdot \cos([\omega_T - \Delta\omega_T + d(t) \cdot 2 \cdot \Delta\omega_T] \cdot t). \quad (\text{A.76})$$

Ein FSK-Signal kann von der Zeitfunktion her betrachtet werden als die Zusammensetzung von zwei amplitudengetasteten Schwingungen mit den Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$ , wobei die Amplitude gleich groß ist. Das **Bild A.7** zeigt den Verlauf einer Frequenzumtastung, wobei darauf geachtet worden ist, daß die Phasenübergänge der verschiedenen Schwingungspakete kontinuierlich sind. In diesem Fall wird auch von Frequenzumtastung mit kontinuierlicher Phase (CPFSK: Continuous Phase Frequency Shift Keysing) gesprochen.

Im Gegensatz dazu wird von Frequenzumtastung mit nichtkontinuierlicher Phase gesprochen, wenn beim Übergang von einem Frequenzzustand in den anderen damit eine sprunghafte Phasenänderung verbunden ist. Dies wird beispielsweise erreicht, wenn zwei freilaufende unabhängige Oszillatoren ohne Berücksichtigung kontinuierlicher Phasenübergänge in Abhängigkeit eines binären Datenwortes umgetastet werden, was sicher eine einfache zu

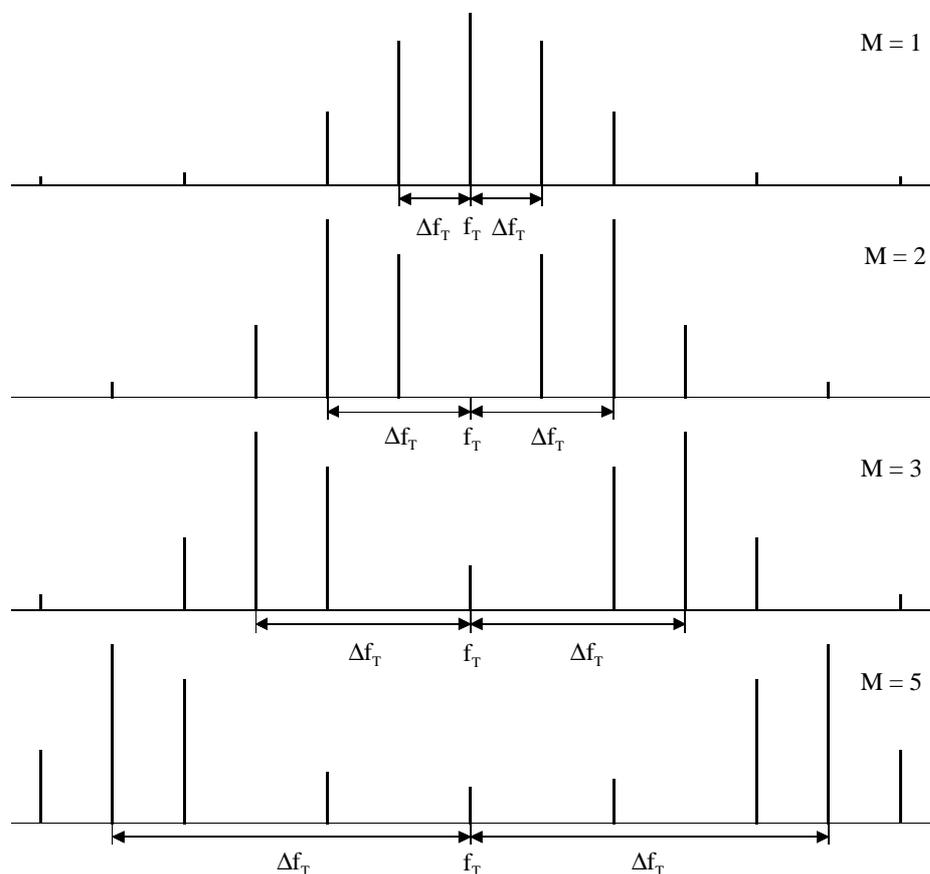
realisierende Variante ist, aber dafür mehr Schaltungsaufwand betrieben werden muß und dadurch auch wieder teurer sind. CPFSK-Signale werden für die frequenzbandbegrenzte Übertragung bevorzugt, da ihr Spektralverlauf günstiger gegenüber den FSK-Signalen mit nichtkontinuierlicher Phase gestaltet werden kann [120]. Die Umtastung der Frequenzen wird deshalb meist in einem gemeinsamen Oszillator durch unterbrechungsfreies Umschalten der Induktivität oder Kapazität des Schwingkreises vorgenommen. Da sich in der CMOS-Technologie schlecht Induktivitäten realisieren lassen, werden in erster Linie RC-Oszillatoren angewendet; doch diese sind dann sehr von den Fertigungstoleranzen der Technologie abhängig. Die Umschaltung der Frequenz erfolgt dann im Widerstandsweig, da in diesem keine Energie gespeichert ist.



**Bild A.7:** Zeitfunktion einer phasenkontinuierlichen Frequenzumtastung

Das Spektrum einer Frequenzumtastung nach **Bild A.7** ergibt sich dann durch eine Überlagerung der Spektren der beiden amplitudengetasteten Schwingungen. Üblicherweise wird das Spektrum der frequenzumgetasteten Schwingung auf die Mittenfrequenz  $f_T$  bezogen, bei der die Trägerschwingung ohne Modulation, also  $\Delta f_T = 0$ , erscheint. In **Bild A.8** sind die Spektren mehrerer Frequenzumtastungen mit verschiedenem Modulationsindex zu sehen [71]. Es läßt sich erkennen, daß mit zunehmendem Modulationsindex der Anteil der Seitenschwingungen auf Kosten der Trägerkomponente steigt. Bei einem sehr großen Modulationsindex hat das die Folge, daß nur noch die beiden Seitenbänder  $f_1 = f_T - \Delta f_T$  und  $f_2 = f_T + \Delta f_T$  auftreten.

Dies läßt sich auch aus einer elementaren Beziehung der Frequenzmodulation erklären, wonach die spektrale Leistungsdichte dort am größten ist, wo die Momentanfrequenz am längsten verweilt. Die Verweilzeit ist bei steilen Flanken des binären Datenwortes gleich der Schrittdauer  $T_s = T_{\text{Bit}}$  [71]. Die Berechnung der Spektralkomponenten kann in [48] und [91] nachvollzogen werden. Aus diesen Berechnungen ist, wie auch in **Bild A.8** dargestellt, zu entnehmen, daß bei ganzen geradzahligem Werten von  $M$  der Träger und die Seitenschwingungen gradzahliger Ordnung und bei ganzen ungeradzahligem Werten von  $M$  die Seitenschwingungen ungeradzahligem Ordnung verschwinden; allerdings jeweils mit Ausnahme der Seitenschwingungen bei  $f_T \pm \Delta f_T$ . Die dargestellten Spektren basieren der Einfachheit halber auf einer periodischen Folge von 1- und 0-Elementen. Bei ungleicher Verteilung werden auch die Spektren unsymmetrisch zur Mittenfrequenz [11], [125].



**Bild A.8:** Spektren bei Frequenzumtastung mit verschiedenem Modulationsindex

Zur Rückgewinnung des übertragenen Datenwortes wird das FSK-Modulationsprodukt nach Frequenzband- und Amplitudenbegrenzung auf einen Frequenzdiskriminator gegeben. Es kommen dabei Schaltungen zur Anwendung, wie sie von der analogen FM-Demodulation bekannt sind, z. B. der Gegentakt-Flankendiskriminator, der Quadraturdemodulator, der Null-

durchgangsdiskriminator und der PLL-Demodulator und können in [120] nachgeschlagen werden.

### A.4.3 Phasenumtastung (PSK)

Auch bei der Phasenumtastung bleibt im Prinzip die Amplitude der Trägerschwingung immer gleich groß, hier wird die Phasenlage der Trägerschwingung in Abhängigkeit des binären Datenwortes  $d(t)$  zwischen zwei um  $180^\circ$  unterschiedlichen Zuständen geändert, so daß gilt:

$$u_{PSK}(t) = \hat{u}_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t + d(t) \cdot \pi) \equiv \pm \hat{u}_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) \quad (\text{A.77})$$

Systeme, die mit Phasenumtastung arbeiten, haben mehr Ähnlichkeit mit analogen AM-Systemen als mit Phasenmodulationssystemen. Bei der Übertragung zeitkontinuierlicher Analogsignale ist das PM-Signal einem FM-Signal äquivalent, da dessen Momentanfrequenz gleich der zeitlichen Ableitung der Phase ist. Jedoch liegt bei einem digital modulierten Signal die Nachricht in der Phase und es können an den Intervallgrenzen Unstetigkeiten auftreten, so daß eine Äquivalenz zwischen PSK und FSK sich nicht nachweisen läßt. Da die Eingangs- und Ausgangssignale eines digitalen Mehrphasensystems binäre Signale sind, ist es üblich, die Zahl der Phasenzustände gleich einer ganzen Potenz von 2 zu wählen, wie

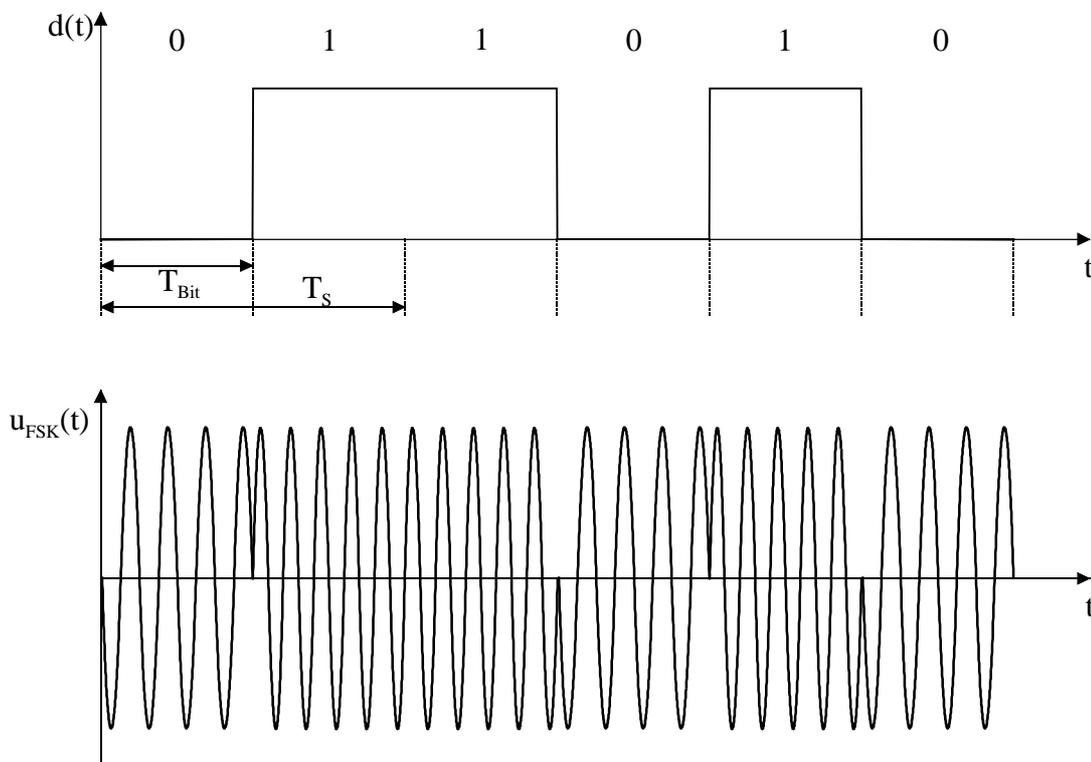
$$2^n := \langle 2, 4, 8, \dots, m \rangle \quad (\text{A.78})$$

Allgemein wird zwischen  $2^n$ -PSK-Systemen und  $2^n$ -DPSK-Systemen (Differential Phase Shift Keying) unterschieden. Letztere werden vor der Modulation einer Phasendifferenzcodierung unterworfen. Dies hat den Vorteil, daß bei einer Demodulation kein Träger erforderlich ist [56]. Nachteilig wirkt sich wieder der größere schaltungstechnische Aufwand aus. Modulationsverfahren mit höherwertiger Phasenumtastung erlauben eine bessere Bandbreiteausnutzung, was aber direkt mit einer zunehmenden Störanfälligkeit verbunden ist. Zunächst wird an Hand der Zweiphasenumtastung das Prinzip der Phasenumtastung erläutert und anschließend mit Hilfe der Vierphasenumtastung die Auswirkungen der Mehrphasenumtastung untersucht.

### A.4.3.1 Zweiphasenumtastung (BPSK)

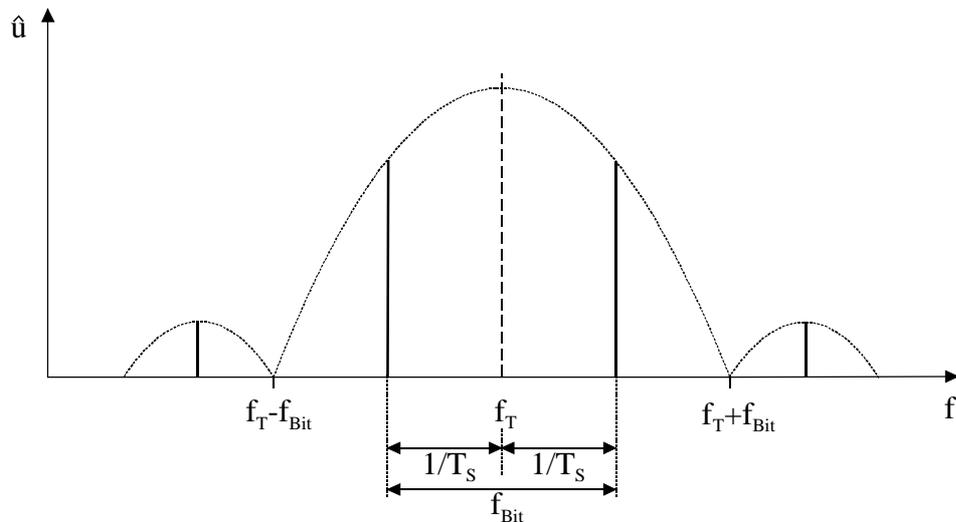
Das Modulationsprodukt der Zeitfunktion wird in **Bild A.9** dargestellt und entsteht ebenso, wie bei der Amplitudentastung, durch die Multiplikation des Datenwortes mit der Trägerschwingung, wobei jetzt zusätzlich der Träger unterdrückt wird, ähnlich wie bei der Amplitudenmodulation mit Trägerunterdrückung in einer symmetrischen Schaltungsanordnung. Beim Wechsel des Signalzustandes im binären Datenwort  $d(t)$  erfolgt jeweils ein Phasensprung der Trägerschwingung um  $180^\circ$ .

Das Spektrum der Zweiphasenumtastung entspricht dem Spektrum der bandbegrenzten Amplitudentastung und ist in **Bild A.10** dargestellt. Es ergibt sich ein unendlich breites Spektrum, das ausgeprägte Seitenlinien im Abstand der Bitfolgefrequenz  $f_{\text{Bit}}$  besitzt.



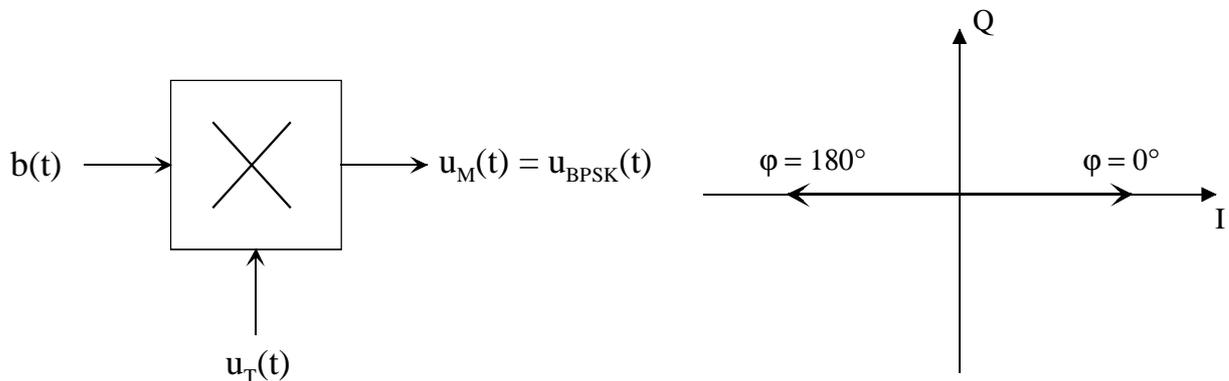
**Bild A.9:** Zeitfunktion einer Zweiphasenumtastung

Die vollständige Übertragung des Spektrums symmetrisch zum Träger bis zur ersten Nullstelle würde einen idealen Bandpaßkanal mit der Bandbreite  $B_{\text{HF}} = 2f_{\text{Bit}}$  erfordern. Für die Phasenentscheidung reicht theoretisch eine Bandbreite  $B_{\text{HF}} = f_{\text{Bit}}$  aus. Üblicherweise wird auch bei der Zweiphasenumtastung, wie schon erwähnt, eine Bandbreite von  $B_{\text{HF}} = 1,4f_{\text{Bit}}$  verwendet.



**Bild A.10:** Spektrum einer Zweiphasenumtastung

Technisch realisiert werden kann die Zweiphasenumtastung durch einen Multiplizierer (siehe **Bild A.11**). Die Trägerschwingung wird mit einem Datenwort  $b(t)$  multipliziert, dabei muß das Datenwort ein bipolares NRZ-Signal (Non Return to Zero) sein, d. h. positiv zur Übertragung eines logischen „1“-Elementes und negativ zur Übertragung eines logischen „0“-Elementes.



**Bild A.11:** BPSK-Modulator und zugehöriges Phasendiagramm

Das Phasendiagramm in **Bild A.11** zeigt die möglichen Phasenzustände  $\varphi = 0^\circ$  und  $\varphi = 180^\circ$  in der I/Q-Ebene, worauf im späteren Abschnitt, dem I/Q-Modulator, noch näher eingegangen wird.

### A.4.3.2 Vierphasenumtastung (QPSK)

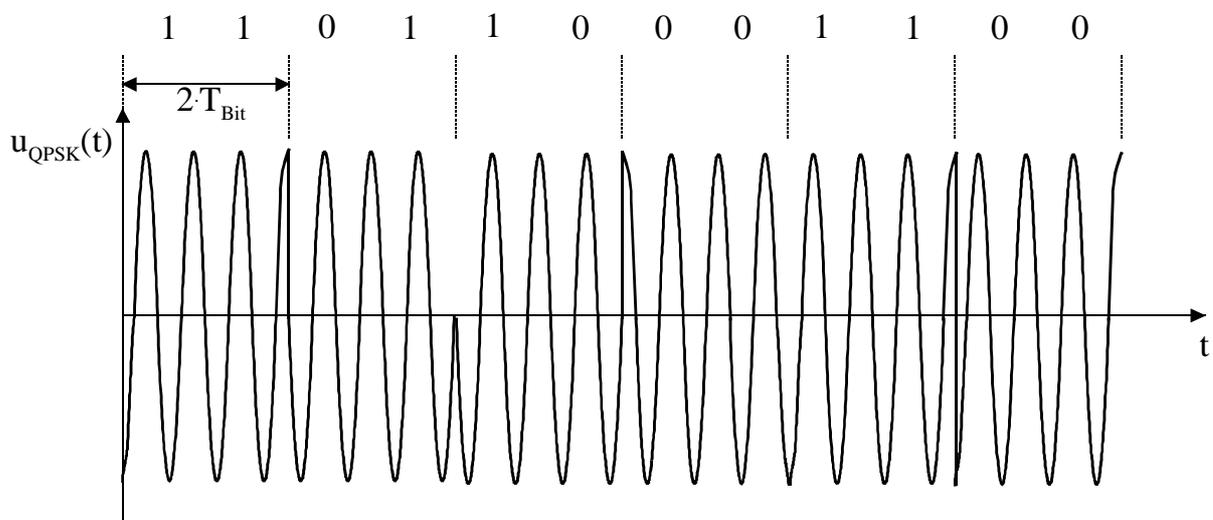
Bei der Vierphasenumtastung kann die Trägerschwingung vier diskrete Phasenzustände einnehmen, die mit Hilfe von zwei aufeinanderfolgenden Bits kodiert werden müssen. Die Phasensprünge der Trägerschwingung entsprechen demnach  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  und  $270^\circ$ . **Tabelle A.1**

stellt eine Möglichkeit der Zuordnung der Phasenlage der Trägerschwingung auf das binäre Datenwort vor.

**Tabelle A.1:** Zuordnung der Phasenlage auf das binäre Datenwort

DATENWORT	PHASENLAGE
0 0	0°
0 1	90°
1 1	180°
1 0	270°

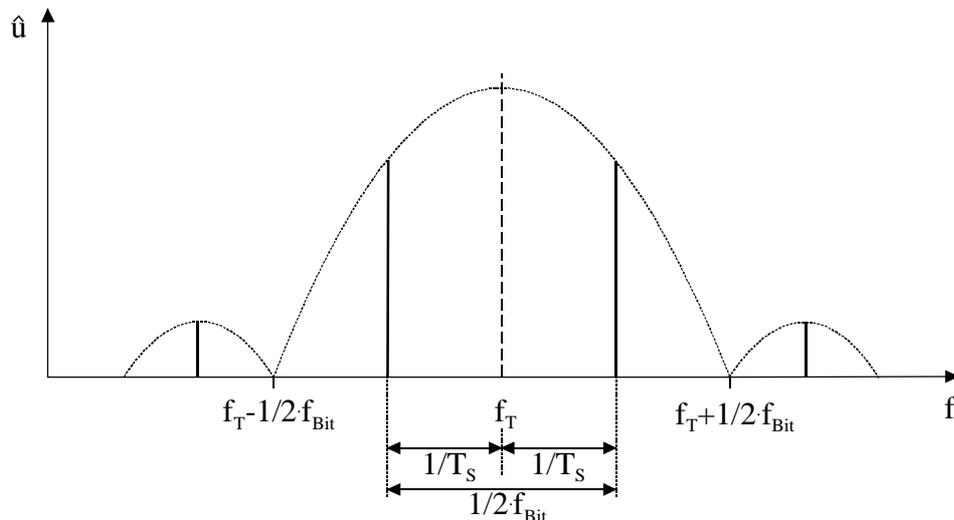
Zur vierstufigen Modulation der Trägerphase muß das binäre Datenwort durch Zusammenfassen von jeweils zwei aufeinanderfolgenden Bits in ein quaternäres Signal umcodiert werden, dessen Schrittdauer das Zweifache der Bitdauer beträgt. Damit dauert die Übertragung eines Signalabschnittes jetzt  $2T_{\text{Bit}}$ . In **Bild A.12** ist die Zeitfunktion bei einem periodischen Wechsel des Signalzustandes im Abstand von  $2T_{\text{Bit}}$  zu sehen.



**Bild A.12:** Zeitfunktion der Vierphasenumtastung

Damit wird das Spektrum des Modulationsprodukts gegenüber der Zweiphasenumtastung auf die halbe Breite verringert (siehe **Bild A.13**), und es gilt damit in der Praxis für die Bandbreite einer Vierfachumtastung:

$$B_{HF} = 0,7 \cdot f_{\text{Bit}} \quad (\text{A.79})$$

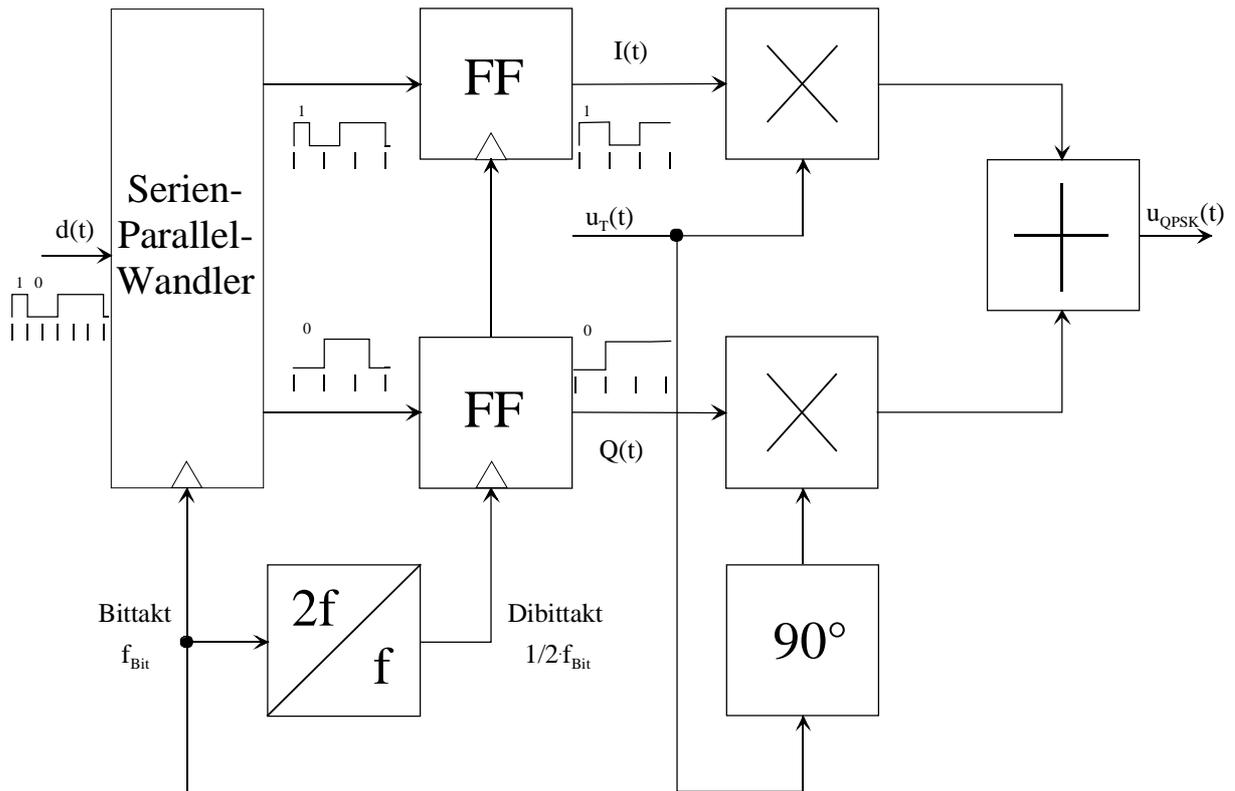


**Bild A.13:** Spektrum bei Vierphasenumtastung

Noch höherwertige Phasenumtastungen würden eine noch bessere Ausnutzung der Bandbreite zulassen, sind aber auch störanfälliger. Zusätzlich kommt noch der größere schaltungs-technische Aufwand hinzu, so daß der Stromverbrauch vergrößert wird. Im nächsten Abschnitt wird an hand des I/Q-Modulators der Aufwand einmal verdeutlicht.

### A.4.3.3 I/Q-Modulator

Zur QPSK-Erzeugung oder aber auch zur Erzeugung höherwertige Phasenumtastungen wird der I/Q-Modulator verwendet. Das Modulationsprodukt der Vierphasenumtastung wird durch gleichzeitige Zweiphasenumtastung der zueinander orthogonalen Komponenten der Trägerschwingung erzeugt. Dabei handelt es sich um zwei in  $90^\circ$ -Phase zueinander stehende Komponenten, wie  $\cos$ - und  $\sin$ -Signale. Durch eine Serien-Parallel-Wandlung des binären Datenwortes wird eine Aufteilung in zwei getrennte Signalfolgen  $I(t)$  und  $Q(t)$  erreicht, und, weil dabei immer zwei Bits zusammengefaßt werden, heißen diese Signalfolgen auch Dibitsignale. Das Blockschaltbild in **Bild A.14** stellt die Erzeugung einer Vierphasenumtastung mit Hilfe eines I/Q-Modulators dar. Den beiden QPSK-Modulatoren wird die Trägerschwingung mit  $0^\circ$  Phasenlage, bzw. mit  $90^\circ$  Phasenlage zugeführt. An deren Signaleingängen liegen die beiden Dibitsignale  $I(t)$  und  $Q(t)$ . Die Modulationsprodukte der beiden Kanäle werden anschließend addiert, und als Ausgangssignal erscheint das vierphasenumgetastete Modulationssignal.



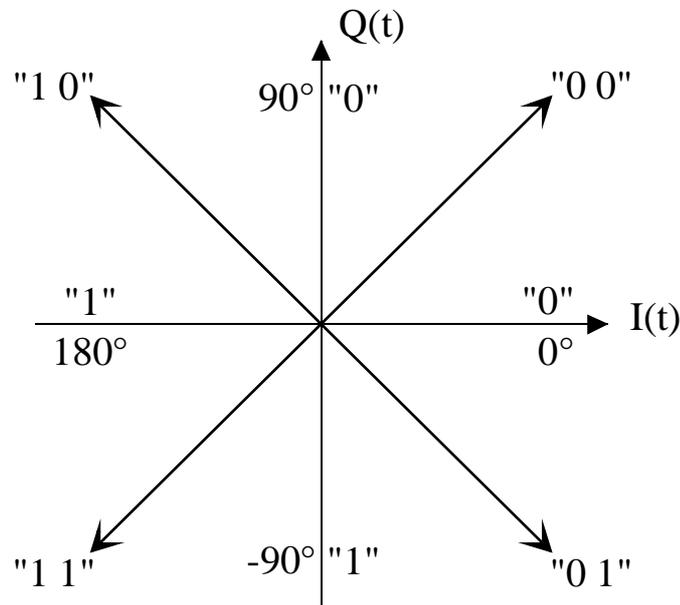
**Bild A.14:** Aufbau eines I/Q-Modulators

Die beiden Dibitsignale  $I(t)$  und  $Q(t)$  werden durch eine Serien-Parallel-Wandlung aus dem binären Datenwort  $d(t)$  gewonnen und sind nach dem Schema in **Tabelle A.2** kodiert worden. Über die beiden Flip-Flops ist die Verlängerung auf die Zeitdauer  $2T_{\text{Bit}}$  möglich, da sie mit der halben Bittaktfrequenz betrieben werden. Die daraus resultierenden Signalverläufe sind auch in **Bild A.14** dargestellt worden.

**Tabelle A.2:** Zuordnung der Phasenlagen eines I/Q-Modulators

BINÄRES DATENWORT	DIBIT-SIGNAL I	DIBIT-SIGNAL Q	PHASENLAGE DER $0^\circ$ -TRÄGER-KOMPONENTE	PHASENLAGE DER $90^\circ$ -TRÄGER-KOMPONENTE	RESULTIERENDE PHASENLAGE DES QPSK-MODULATORS
00	0	0	$0^\circ$	$90^\circ$	$45^\circ$
10	1	0	$180^\circ$	$90^\circ$	$135^\circ$
11	1	1	$180^\circ$	$-90^\circ$	$225^\circ$
01	0	1	$0^\circ$	$-90^\circ$	$315^\circ$

Aus **Tabelle A.2** kann auch die Zuordnung der Phasenlagen der Trägerschwingung auf das binäre Datenwort aus der vektoriellen Addition der zweiphasenmodulierten  $0^\circ$ - und  $90^\circ$ -Komponente entnommen werden, welche dann zu dem Phasenzustandsdiagramm der Vierphasenumtastung in **Bild A.15** führt.

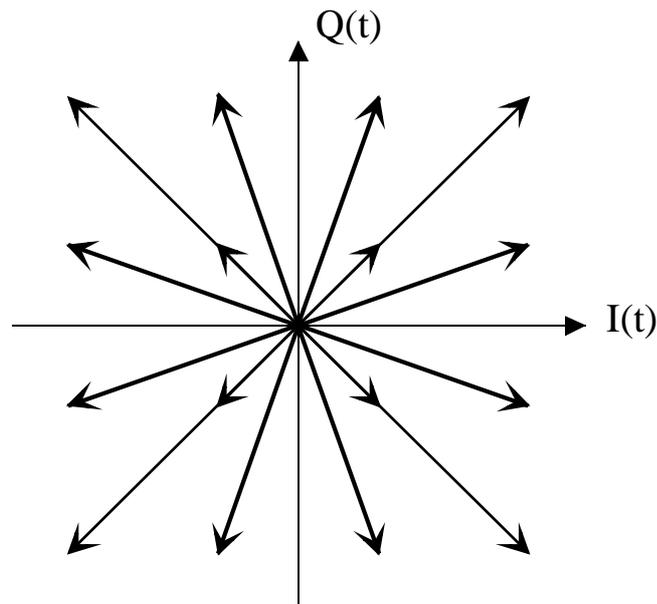


**Bild A.15:** Phasenzustandsdiagramm der Vierphasenumtastung

Zur Rückgewinnung der Nachricht wird das QPSK-Modulationsprodukt gleichzeitig auf zwei Synchrondemodulatoren gegeben, deren Referenzträger die  $0^\circ$ -, bzw.  $90^\circ$ -Absolutphasenlage mit Bezug auf die Trägerschwingung aufweisen sollen. Dazu ist die Erzeugung einer frequenz- und phasenrichtigen Referenzträgerschwingung nötig.

Für den geringeren Bandbreitebedarf für QPSK im Vergleich zu BPSK muß in Kauf genommen werden, daß bei gegebenem Signal-Rausch-Verhältnis die Bitfehlerrate für QPSK höher ist als für BPSK.

Durch lineare Dämpfungsglieder vor dem Summationspunkt in **Bild A.14** können die Amplituden der Dibitsignale  $I(t)$  und  $Q(t)$  noch verändert werden, so daß in der I/Q-Ebene des Phasenzustandsdiagramms alle Punkte erreichbar sind. In diesem Fall wird dann die Phase und die Amplitude moduliert. Darum wird dann auch von einem QAM-Modulationsverfahren (Quadrature Amplitude Modulation) gesprochen. Das Phasenzustandsdiagramm in **Bild A.16** stellt das Beispiel einer 16-QAM dar.



**Bild A.16:** Phasenzustandsdiagramm einer 16-QAM

Im allgemeinen werden Modulationsverfahren mit konstanter Amplitude als Phasenumtastung, entsprechend einer Anzahl  $2^n$  der möglichen Phasenzustände mit  $2^n$ -PSK bezeichnet. Im Gegensatz dazu heißen Verfahren mit Amplitudentastung bei unterschiedlicher Polarität des Tastsignals dann Quadraturamplitudenmodulation (QAM) mit  $2^n$  möglichen Trägerzuständen [69].

Die Spektren der Modulationsprodukte bei Zwei- und Vierphasenmodulation in **Bild A.10** und **Bild A.13** weisen aufgrund der rechteckförmigen Digitalsignale eine Umhüllende symmetrisch zum Träger nach der  $|s_i|$ -Funktion auf. Es ist zwar ein schnelles Abklingen zu erkennen, trotzdem würde es zu Störungen in frequenzmäßig benachbarten Übertragungskanälen kommen. Besonders störend wäre das bei Übertragungen mit hohen Bitraten. Deshalb spielt die Bandbegrenzung eine große Rolle; zusätzlich kommt hinzu, daß zum Erkennen des Signalzustandes nicht das gesamte Spektrum übertragen werden muß. Eine Möglichkeit ist die schon erwähnte Basisbandfilterung. Da ideale Tiefpässe nicht realisiert werden können, wird dem Übertragungskanal mit Hilfe von zusätzlichen Filtern eine Übertragungsfunktion in Form eines  $\cos^2$ -förmigen Abfalls gegeben, was bei der Pulsantwort ebenfalls zu  $\cos^2$ -förmigen Flanken führt und somit Überschwinger reduziert werden können. Diese Filter werden  $\cos^2$ -Roll-off Filter genannt, wobei der Roll-off-Faktor  $r = \Delta f/B$  die Form der abfallenden Filterflanke beschreibt. Einer Sonderform ist das Gauß-Filter mit einem Roll-off-Faktor von ungefähr 1. Es erhielt diesen Namen aufgrund der sich ergebenden Gauß'schen Glockenkurve der Übertragungsfunktion.

Eine andere Möglichkeit bietet sich durch Begrenzung des Spektrums des Modulationsproduktes mit Hilfe eines Bandpasses nach dem Modulator. Dies hat zum Beispiel bei der Vierphasenumtastung den Vorteil, daß nur ein Bandpaß nach dem Summationspunkt nötig ist, im Gegensatz zu zwei Tiefpaßfiltern vor den beiden Modulatoren. Jedoch sind Tiefpaßfilter im Basisband einfacher zu realisieren als steilflankige und möglichst phasenlineare Bandpaßfilter im Bereich der Trägerfrequenz.

Die Begrenzung des Spektrums ist jedoch mit dem Entstehen einer zusätzlichen Amplitudenmodulation durch Veränderung der Umhüllenden des Modulationsprodukts verbunden. Dies kommt daher, daß sich durch die Basisbandfilterung die Phase nicht mehr sprunghaft ändert, sondern sich von einem Zustand zum anderen langsamer ändert. Wenn sich die Phase eines BPSK-Signals ändert (entsprechend „00“ =  $45^\circ$  auf „11“ =  $225^\circ$  bei QPSK-Signalen) kommt es zu einem Phasensprung um  $180^\circ$  und damit muß sich die Amplitude der Trägerschwingung vom Maximalwert auf Null herunter und wieder auf den Maximalwert ändern (siehe **Bild A.9** und **Bild A.12**). Dadurch kommt es zu Amplitudeneinbrüchen in der Hüllkurve, die aufgrund von Nichtlinearitäten im Übertragungsweg noch verstärkt werden können und somit das Spektrum ausweiten, was der ursprünglichen Absicht, die Bandbreite zu vermindern, entgegenwirkt. Bei  $90^\circ$  Phasensprüngen entstehen bei einer Vierphasenumtastung kleinere Amplitudeneinbrüche und durch eine besondere Maßnahme lassen sich die Phasensprünge um  $180^\circ$  bei der QPSK vermeiden. Die beiden Dibitsignale  $I(t)$  und  $Q(t)$  werden den beiden Modulatoren um eine halbe Schrittdauer versetzt zugeführt; dadurch treten nur noch  $90^\circ$ -Phasensprünge auf. Dieses Verfahren wird in der Literatur auch als Offset-QPSK (OQPSK) bezeichnet. Mit dieser Maßnahme erfährt das Modulationsprodukt durch Nichtlinearitäten im Übertragungsweg wesentlich geringere Verzerrungen in der Amplitude und Phase als dies bei einfacher QPSK der Fall ist [14], [38] und [66].

#### **A.4.3.4 Minimum Shift Keying (MSK)**

Phasensprünge verursachen ein unbegrenztes Spektrum und zusätzlich bewirken sie eine Amplitudenmodulation. Um diese Effekte zu beseitigen, muß auf ein Verfahren mit kontinuierlichen Phasenübergängen zurückgegriffen werden. Bei dem Übertragungsverfahren Minimum Shift Keying (MSK) ändert sich bei konstanter Amplitude innerhalb der Zeitdauer eines Bits der Phasenzustand [38]. Ein Phasenwechsel von  $+90^\circ$  erfolgt bei einer logischen „1“ und bei einer logischen „0“ ein Phasenwechsel von  $-90^\circ$ . Diese Phasenänderung während einer Bitdauer ist gleichbedeutend mit einer Frequenzänderung der Trägerschwingung. Daher wird

MSK auch als FSK betrachtet und dadurch läßt sich eine Frequenzänderung von  $\Delta f_T = \frac{1}{4} \cdot f_{\text{Bit}}$  der Trägerschwingung in Analogie zur Frequenzmodulation berechnen, so daß sich ein Modulationsindex  $M$  mit  $f_S = \frac{1}{2} \cdot f_{\text{Bit}}$  zu

$$M = \frac{\Delta f_T}{f_S} = \frac{\frac{1}{4} \cdot f_{\text{Bit}}}{\frac{1}{2} \cdot f_{\text{Bit}}} = \frac{1}{2} \quad (\text{A.80})$$

ergibt. Aus der Sicht der Frequenzumtastung bedeutet ein Wechsel des Datensignals von der logischen „0“ auf die logische „1“ eine Frequenzerhöhung um  $+\Delta f_T$ , die solange bestehen bleibt, bis ein Wechsel von der logischen „1“ auf die logische „0“ zu einer Frequenzerniedrigung um  $\Delta f_T$  führt.

#### A.4.3.5 Gaussian filtered Minimum Shift Keying (GMSK)

Beim MSK liegen zwar stetige Phasenübergänge vor, jedoch haben sie bei Bitwechseln Knickstellen, die von der sprunghaft wechselnden Frequenz um  $\pm \Delta f_T$  herrühren. Dies führt wiederum zu einem verbreiterten Frequenzspektrum. Filtert nun der schon erwähnte Gauß-Filter im Basisband die Datensignale, so weist der Phasenverlauf keine Knickstellen mehr auf und verringert somit den Bandbreitenbedarf. In diesem Fall wird dann von einem GMSK-Verfahren (Gaussian filtered Minimum Shift Keying) gesprochen.

### A.4.4 Vergleich der Modulationsverfahren für einen Einsatz bei CMOS Transceivern

In den vorherigen Abschnitten sind Modulationsverfahren vorgestellt worden, bei denen ein Einsatz in CMOS-Transceivern mit induktiver Kopplung möglich sind. Aus der Nachrichtentechnik oder besser aus der modernen Kommunikationstechnik sind noch einige andere Modulationsverfahren bekannt. So könnten die meisten Nachteile der Schmalbandtechniken [81], wie

- Mehrwege-Interferenzen
- Leichte Auffindbarkeit
- Störung durch elektrische Geräte
- Mangelhafte Sicherheit

durch eine Modulationstechnik, die unter dem Namen Spread Spectrum Technik bekannt ist, behoben werden. Doch beruhen diese Verfahren auf einer Spreizung des Frequenzspektrums und benötigen somit zur Übertragung ein sehr breites Frequenzband. Da die ISM-Frequenzbänder der auf dem Prinzip der induktiven Kopplung arbeitenden Transceivern jedoch sehr schmal sind, kommt ein Einsatz dieser Technik bei gleichzeitiger Energieübertragung nicht in Frage. Zum Nachschlagen sei hier auf eine Reihe von Literaturstellen verwiesen: [19], [20], [47], [49], [55], [73], [80], [86], [115], [116], [118].

Ebenso ist auf die Betrachtung verschiedener Modulationsverfahren im Zusammenhang mit einer Kodierung verzichtet worden, da diese Verfahren in erster Linie zur Verbesserung des Signal/Rauschabstandes und zur Reduzierung der Bitfehlerhäufigkeit eingesetzt werden. Zu erwähnen sei dabei zum Beispiel die Phasendifferenzcodierung (PDM) [78] oder die Pulsmodulation (PCM) [48]. Diese Verfahren sind in zahlreichen Untersuchungen aus Sicht der reinen nachrichtentechnischen Übertragung schon getätigt worden und werden deshalb innerhalb dieser Arbeit nicht mehr betrachtet.

Es werden nun die vorgestellten Übertragungstechniken im Bezug auf einen Einsatz in der CMOS-Schaltungstechnik noch einmal zusammengefaßt:

Die digitale Signalübertragung bietet gegenüber der analogen Übertragungstechnik einige Vorteile, die in den meisten Fällen den in Kauf genommenen höheren Bandbreitebedarf rechtfertigen. So kann der Einfluß von Störsignalen ebenso weitgehend eliminiert werden, wie lineare und nichtlineare Verzerrungen durch den Übertragungsweg. Weiterhin weisen Digital-signale eine geringere Störanfälligkeit gegenüber den analogen Signalen auf. Zudem lassen sie sich im Verlauf des Übertragungsweges wiederholt regenerieren und damit von anhaftenden Störungen befreien. Dies ist bei einer drahtlosen Übertragung im Bereich der induktiven Kopplung aufgrund der geringen Übertragungsdistanz nicht möglich, soll aber aufzeigen was für ein Potential in der digitalen Übertragungstechnik steckt. Bei Systemen im Mikrowellenbereich können Zwischenstationen eingebaut werden, so daß die Übertragung zwischendurch kontrolliert, gegebenen falls regeneriert und anschließend die Nachricht erneut gesendet werden kann.

Ein Hauptargument für die zunehmende Verbreitung der digitalen Signalübertragung und –verarbeitung ist die einfache technische Realisierung von integrierten digitalen Schaltkreisen. Die Schaltungskonzepte sind zusätzlich noch wirtschaftlicher, weil gegenüber analoger Signalverarbeitung Abgleich- und Einstellvorgänge entfallen. Im folgenden werden die Merkmale der digitalen Modulationsverfahren noch einmal zusammengefaßt.

#### Merkmale der Amplitudentastung (ASK):

- Einfachste zu realisierende Modulation durch Schalten eines Trägers in Abhängigkeit eines binären Datenwortes.
- Ist nicht bandbegrenzt und muß entweder vor dem Aussenden bandpaßgefiltert oder vor der Demodulation tiefpaßgefiltert werden.
- Durch Addition einer Konstanten zum Datenstrom vor der Modulation ist ein kontinuierliches Ausgangssignal erhältlich, so daß eine Rückgewinnung des Trägers jederzeit möglich ist. Dies ist für eine einfache Taktrückgewinnung auf der Transceiverseite wichtig.
- Bei langen Ketten von „1“- oder „0“-Elementen ist die Synchronisation mit dem Sender schwierig.
- Bei gleichzeitiger Energieübertragung darf der Unterschied zwischen den beiden geschalteten Spannungen nicht zu groß sein, da ansonsten die gleichgerichtete Versorgungsspannung nicht mehr zum Betrieb der mikroelektronischen Schaltung ausreicht.

#### Merkmale der Frequenzumtastung (FSK):

- Einfachste zu realisierende Modulation durch Umschalten zwischen zwei Trägern mit verschiedenen Frequenzen in Abhängigkeit eines binären Datenwortes.
- Geringere Störanfälligkeit gegenüber ASK, da durch einen hohen Modulationsindex ein großes Signal-zu-Rauschverhältnis eingestellt werden kann.
- Ein hoher Modulationsindex hat keinen Einfluß auf die Energieübertragung, da die Amplitude des Sendesignals bei beiden Frequenzen gleich ist.
- Durch aufwendigere Modulations-, bzw. Demodulationsschaltungen gegenüber der Amplitudentastung ist der Energieverbrauch höher.
- Frequenzsprünge verursachen Amplitudenschwankungen, so daß Einschwingvorgänge berücksichtigt werden müssen, die dann die Übertragungsgeschwindigkeit begrenzen.

#### Merkmale der Phasenumtastung (PSK):

- Einfachste zu realisierende Modulation durch kreuzgekoppelte Transistorschaltungen oder einem Dioden-Doppelgegentaktmodulator (Ringmischer).

- Ist nicht bandbegrenzt und muß entweder vor dem Aussenden bandpaßgefiltert oder vor der Demodulation tiefpaßgefiltert werden.
- Durch die Trägerunterdrückung fehlt bei der Demodulation eine Phasenbezugsgröße. Sie kann aus dem Modulationsprodukt zurückgewonnen werden, benötigt dazu aber einen größeren Schaltungsaufwand, wie zum Beispiel eine PLL-Schaltung (Phase-Locked-Loop); das wiederum vergrößert den Energieverbrauch.
- Bei der Mehrphasenumtastung wird durch Zusammenfassung von mehreren Bits mehr Information pro Hertz Bandbreite übertragen, aber dabei auch der Störabstand verringert und damit die Bitfehlerhäufigkeit vergrößert.
- Mehrphasenumtastung ist schaltungstechnisch noch aufwendiger als die Zweiphasenumtastung