

4 Untersuchungen zur Topologie an mechanischen Systemen

4.1 Rekonstruktion der Belastungsverläufe

4.1.1 Vorgehensweise für die Belastungserfassung

Bei der Belastungserfassung ist die Auswahl geeigneter Messstellen und die Orientierung der Dehnungssensoren in Abhängigkeit von der zu erfassenden Belastungsgröße von zentraler Bedeutung. Zunächst wird die Orientierung, d. h. die azimutale Ausrichtung der Dehnungssensoren einer Messstelle, für reine und kombinierte Belastungen anhand eines stabförmigen Körpers erläutert. Für die Verformungsverteilungen infolge einer reinen Normalspannungs- und Schubspannungsbelastung $\epsilon_{\delta,B}$ und $\epsilon_{\delta,T}$ gilt [36]:

$$\epsilon_{\delta,B} = \frac{\epsilon_1}{2} (1 - \mu + (1 + \mu) \cdot \cos 2\delta) \quad (4.1)$$

und

$$\epsilon_{\delta,T} = \frac{\epsilon_1}{2} \cdot \sin 2\delta \quad (4.2)$$

mit μ der Querdehnungszahl des Trägermaterials, ϵ_1 dem Scheitelwert der Dehnungsamplitude und δ dem Winkel zwischen der Längsachse des Stabes und der Sensororientierung. Bei einem gleichzeitigen Auftreten von Schub- und Normalspannungen wie im Fall der kombinierten Biege- und Torsionsbelastung ist die Lage der Hauptspannungen nicht voraussagbar. Die resultierende Verformungsverteilung $\epsilon_{\delta,BT}$ ist aus der Superposition der Biege- und Torsionsanteile ableitbar, so dass gilt:

$$\epsilon_{\delta,BT} = \frac{\epsilon_1}{2} (1 - \mu + (1 + \mu) \cdot \cos 2\delta + \sin 2\delta). \quad (4.3)$$

Tabelle 4.1 zeigt die notwendige Ausrichtung von Dehnungssensoren für die Belastungsfälle "reine Biegung", "reine Torsion" sowie die kombinierte Biege- und Torsionsbelastung. Wichtig für eine gute Belastungsapproximation ist die Kenntnis über

die Lage der Hauptdehnungachsen für die gegebenen Belastungsfälle, da diese die Ausrichtung der Sensoren vorgibt. Bei einer Abweichung um den Winkel $\Delta\delta$ ergibt sich der Messfehler f in % zu [4]

$$f = (\cos(\Delta\delta) - 1) \cdot 100\%. \quad (4.4)$$

Die Lage der Hauptdehnungen ist unmittelbar ablesbar aus der Darstellung der Verformungsverteilungen in Polarkoordinaten. Bei den aufgrund einer Biegebelastung resultierenden Normalspannungen liegt die Hauptdehnungachse zwischen $\delta = 0^\circ$ und $\delta = 180^\circ$. Im Falle einer Torsionsbelastung resultieren Schubspannungen im Werkstoff und es bilden sich zwei Hauptdehnungachsen zwischen $\delta = 45^\circ$ und $\delta = 225^\circ$ bzw. $\delta = 135^\circ$ und $\delta = 315^\circ$ aus. Bei einer gleichzeitigen Biege- und Torsionsbelastung resultiert eine belastungsabhängige Ausrichtung der Hauptdehnungachse. Für diesen Fall ist eine Sensorausrichtung analog zu den reinen Belastungsfällen vorzunehmen. Im Dehnungssensorsignal für die Torsionsbelastung ist der Einfluss der Biegebelastung enthalten. Da die Biegebelastung jedoch unabhängig von der Torsionsbelastung bestimmbar ist, ist der vorgenannte Einfluss eliminierbar.

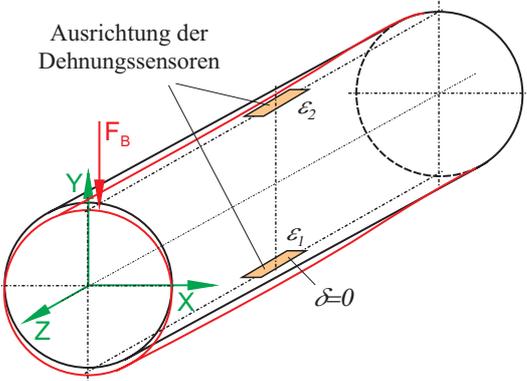
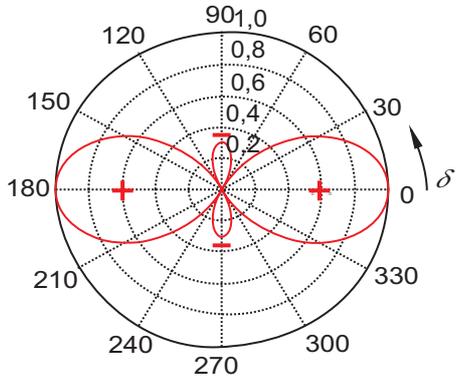
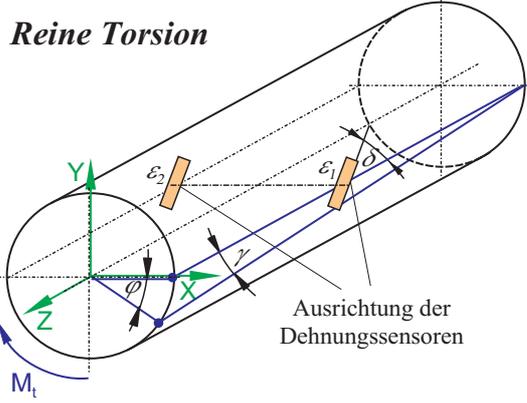
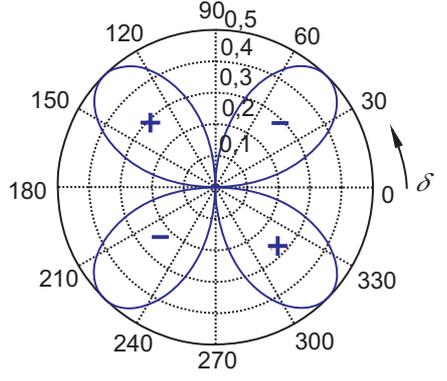
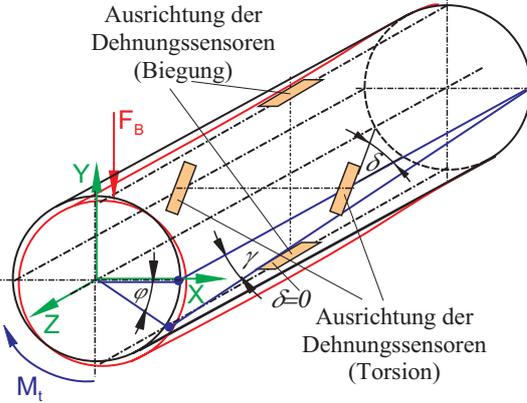
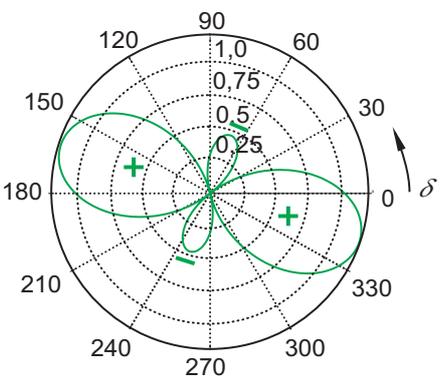
4.1.2 Positionieren der Dehnungssensoren auf Trägern

Die Rekonstruktion der Belastungsverläufe erfolgt anhand einer endlichen Anzahl von Stützstellen und der mathematischen Aufbereitung dieser Werte. Die Menge der Stützstellen umfasst die Messstellen und ggf. weitere Punkte, bei denen die Dehnungswerte bekannt (z. B. Randpunkt) oder interpolierbar sind und die zu einer signifikanten Verbesserung der Belastungsapproximation führen. Die topologischen Untersuchungen an einem mechanischen elastischen System umfassen die Festlegung von Anzahl und Platzierung der Messstellen und die quantitative Beurteilung der Approximationsgüte.

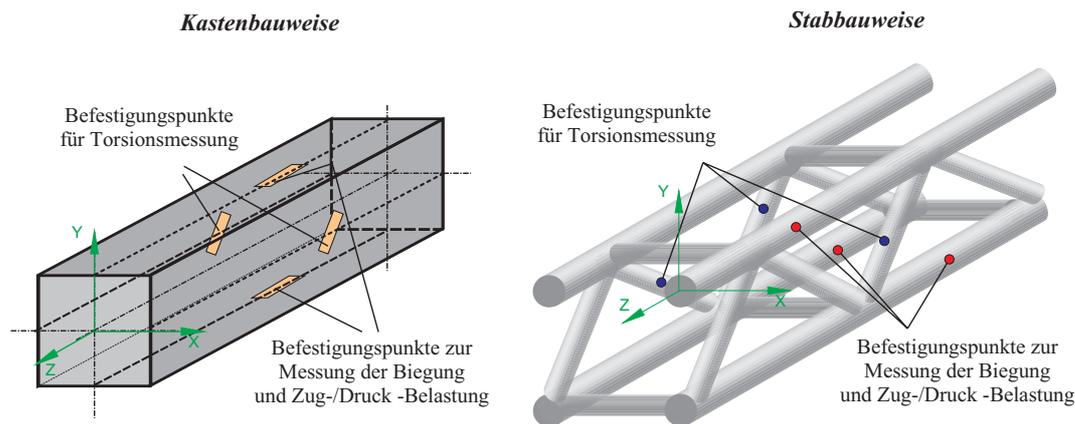
Speziell bei der Erfassung der kombinierten, dynamischen Belastungsfälle sind eine Vielzahl von Einzelsensoren erforderlich. Der Abstand der Sensoren muss dabei nicht äquidistant gewählt werden. Bild 4.1 zeigt Empfehlungen für die Platzierung der Sensoren für eine Kasten- bzw. Stabbauweise des Trägers.

Die Ausrichtung der Dehnungssensoren für das Kastenprofil erfolgt aus Symmetriegründen analog zum Stabelement. Einen Sonderfall stellen Stab-Knoten-Konstruktionen, sogenannte Fachwerke, dar. Fachwerke bestehen aus Stäben, die in den Knotenpunkten als gelenkig miteinander verbunden angesehen werden können. Die Gelenke werden als reibungsfrei angenommen, es werden also nur Kräfte in Stabrichtung übertragen. Die in der Realität in den Knotenpunkten vorhandenen Reibungsmomente führen zu Nebenspannungen, die in der Regel vernachlässigbar sind. Die äußeren Kräfte greifen in den Knotenpunkten an oder werden nach dem Hebelgesetz am Stab auf diese verteilt. Da in den Stäben in erster Näherung nur Normalspannungen auftreten, ist eine Ausrichtung der Dehnungssensoren in Richtung der Stabachse

Tabelle 4.1 : Ausrichtung der Dehnungssensoren für die Belastungserfassung a) Belastungsart b) Verformungsverteilung in Polarkoordinaten (+ Dehnung; -Stauchung)

<i>Belastungsfall</i>	<i>Dehnungsdiagramm</i>
<p>Reine Biegung</p> 	
<p>Reine Torsion</p> 	
<p>Biegung und Torsion</p> 	

Torsion in x,y-Ebene, Biegung in y-Richtung vorausgesetzt



Torsion in x, y -Ebene, Biegung in y -Richtung vorausgesetzt

Bild 4.1 : Applikationsalternativen für Faser-Bragg-Gitter-Dehnungssensoren; links: Kastenbauweise, rechts: Stab- bzw. Fachwerkbauweise

zu empfehlen. Quantitative Angaben bezüglich der optimalen Messpunkte können erst aus der Kenntnis des realen Dehnungsverlaufs unter Verwendung spezieller Berechnungsverfahren wie der Methode der Finiten Elemente erfolgen (vgl. Kap. 4.2 ff). Die Finite Elemente Methode ist ein Verfahren zur numerischen Lösung von Festigkeitsproblemen im elastischen und im plastischen Bereich. Das Verfahren beruht auf der Lösung linearer Gleichungssysteme hoher Ordnung mit Hilfe leistungsfähiger Rechner. Zweckmäßigerweise werden die Gleichungssysteme mit Hilfe der Matrizenrechnung aufgestellt; dabei wird das zu berechnende System in passende Elemente aufgeteilt, die über Knotenpunkte miteinander verknüpft sind. Für jedes Element ergibt sich infolge der Einheitsverschiebungen seiner Knoten unter Beachtung des maßgeblichen Materialgesetzes, z.B. dem Hooke'schen Gesetz, die Steifigkeitsmatrix, mit der aus den Gleichgewichtsbedingungen für alle Knoten das Gleichungssystem für die unbekanntes Verschiebungen folgt. Als Grundelemente der Strukturen kommen im wesentlichen das Zug-Druck-Stabelement und das Balkenelement in Frage. Für andere Problematiken werden noch weitere, auch zwei- und dreidimensionale Elemente verwendet [16].

Das systematische Vorgehen zum Auffinden einer optimalen Sensortopologie für die Rekonstruktion der statischen und dynamischen Biege- und Torsionsbelastung des mechanischen Systems in Form eines Ablaufdiagramms zeigt Bild 4.2.

Ein Algorithmus zur Verifikation der ermittelten Stützstellen für die vorgenannte Interpolation ist in [37] beschrieben. Die optimalen Stützstellen geben die geometrische Platzierung der Sensoren vor. Abschließend erfolgt die experimentelle Verifikation der zuvor berechneten Topologie. Ist eine hinreichend gute Übereinstimmung bei einer vorgegebenen Fehlerschranke erreicht, so ist die untersuchte Topologie die gesuchte optimale, ansonsten erfolgt eine Überprüfung von Modell und Randbedingungen und eine weitere Iteration.

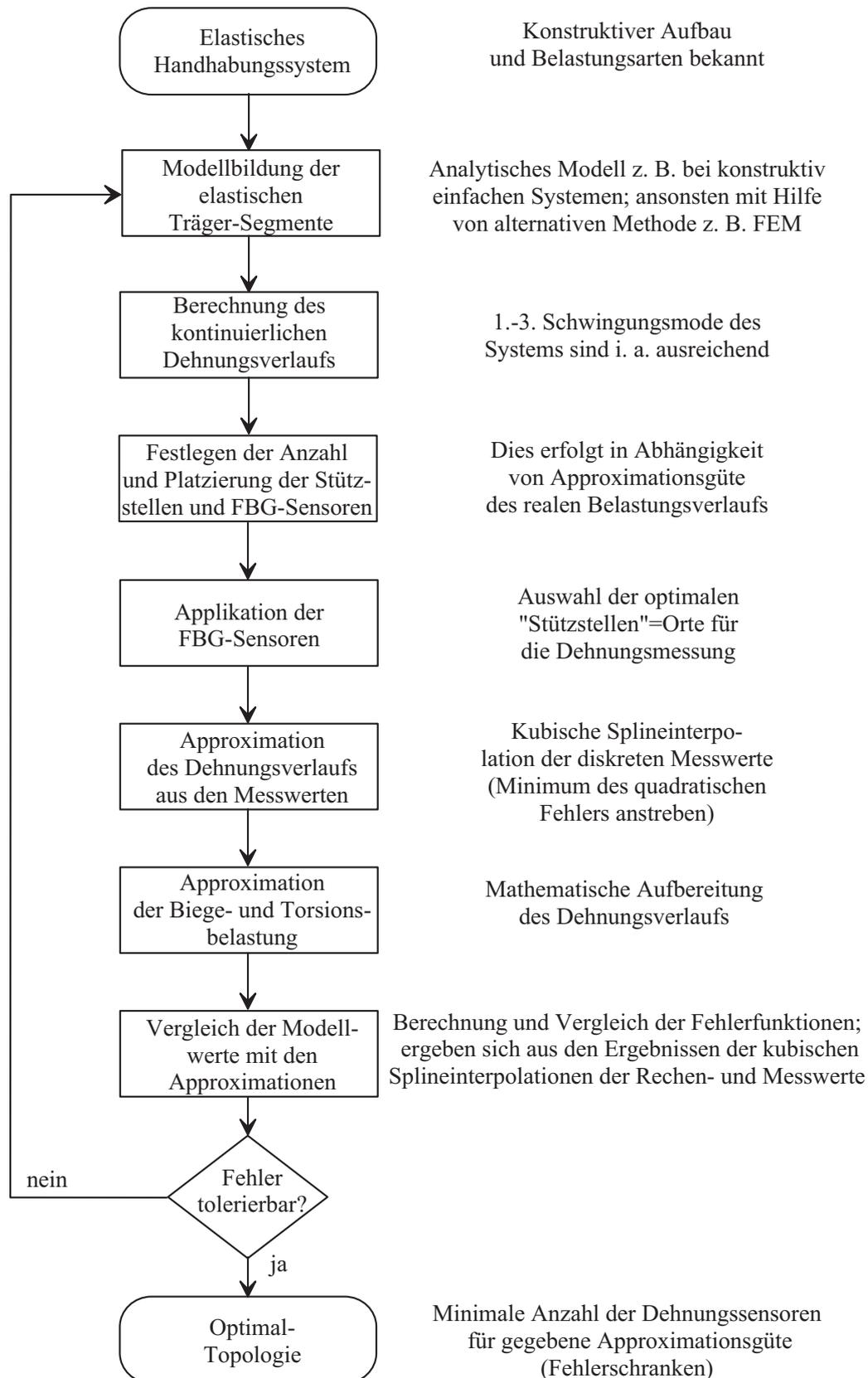


Bild 4.2 : Ablaufdiagramm zum Auffinden einer Optimaltopologie für die online-Erfassung der statischen und dynamischen Belastungsgrößen

4.1.3 Biegung am Balken

Unter Anwendung des in Bild 4.2 dargestellten Ablaufdiagramms wird nachfolgend die Rekonstruktion der dynamischen Biegebelastung der ersten drei Eigenschwingungen einer einseitig eingespannten Biegezugung demonstriert [18]. Dazu ist eine, bezüglich der erforderlichen Anzahl von Messstellen optimale Topologie für eine zuvor festgelegte Approximationsgüte zu finden. Die Definition der ortsabhängigen Durchbiegung der Biegezugung der Länge l erfolgt gemäß Bild 4.3.

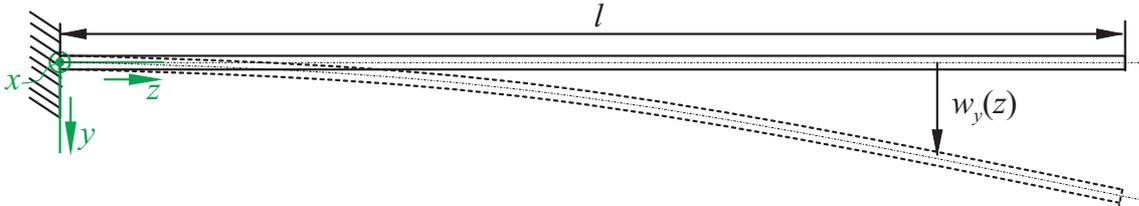


Bild 4.3 : Zur Definition der Durchbiegung $w_y(z)$ einer einseitig eingespannten Biegezugung

Für die Beschreibung der dynamischen Biegung existiert ein *analytisches Modell*, dessen Lösung den Verlauf der ortsabhängige dynamischen Durchbiegung

$$w_{y,i}(z) = \cosh(\lambda_i z/l) - \cos(\lambda_i z/l) - (\sinh(\lambda_i z/l) - \sin(\lambda_i z/l)) \cdot \frac{\{(\sinh(\lambda_i) - \sin(\lambda_i)) / \cosh(\lambda_i) + \cos(\lambda_i)\}}{\cosh(\lambda_i) + \cos(\lambda_i)} \quad (4.5)$$

mit den Eigenfrequenzen i , den Eigenwerten λ_i , der Balkenlänge l und der Ortskoordinate z in Längsrichtung beschreibt [38]. Die Eigenwerte λ_i der Eigenfrequenzen i sind die Lösungen der Pendelgleichung

$$1 + \cos(\lambda_m) \cosh(\lambda_m) = 0. \quad (4.6)$$

Für den Zusammenhang zwischen der ortabhängigen Durchbiegung $w_{y,i}(z)$ und der Dehnung $\epsilon_i(z)$ gilt:

$$w_{y,i}(z) = \frac{1}{y_0} \int \int \epsilon_i(z) dz^2 \quad (4.7)$$

mit y_0 dem Abstand zwischen der neutralen Ebene und der Balkenoberfläche.

Die mit Hilfe der Lösungen des analytischen Modells (Gleichungen (4.5), (4.6)) *berechneten Verläufe der dynamischen Dehnungen* und der dynamischen Biegelinien der ersten drei Eigenschwingungen der einseitig eingespannten Biegezugung in normierter Darstellung zeigt Bild 4.4.

Das Ziel der topologischen Untersuchungen ist das *Festlegen der Anzahl und der Platzierung der Stützstellen und Faser-Bragg-Gitter-Dehnungssensoren* für eine vorgegebenen Approximationsgüte. Ausgangspunkt für die vorgenannten topologischen

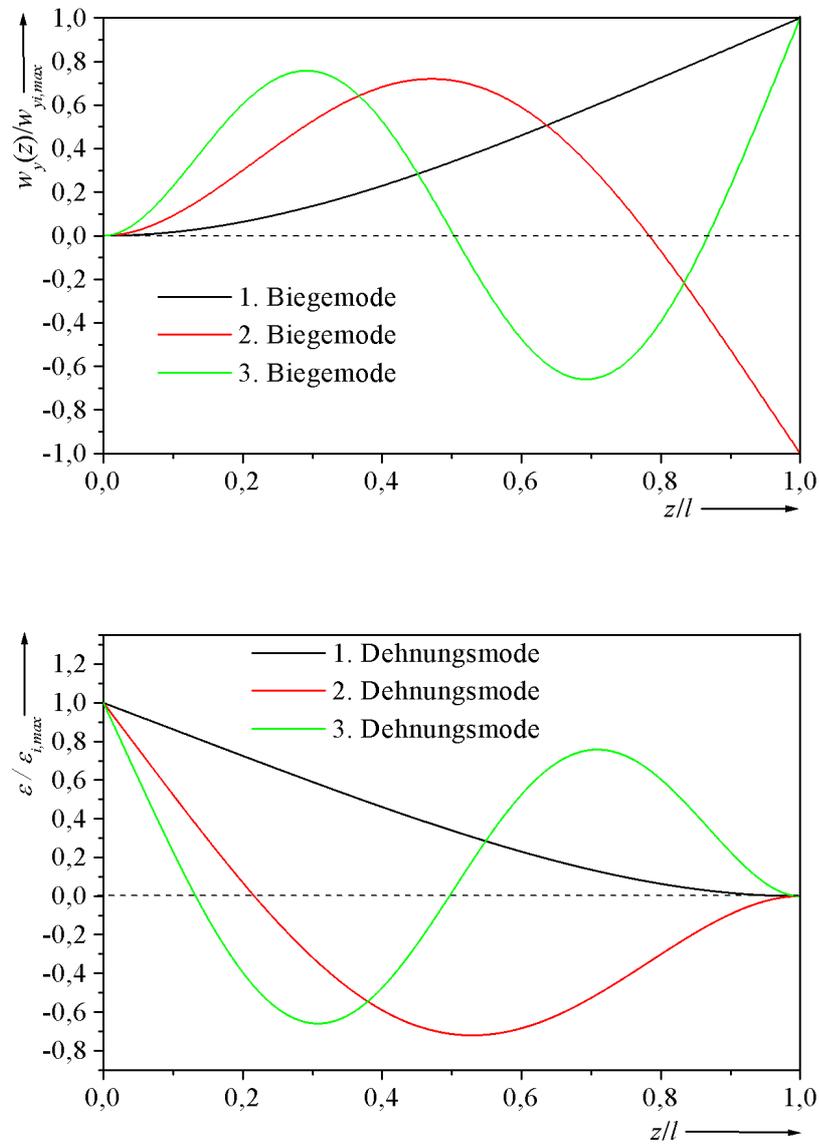


Bild 4.4 : Berechnete Verläufe der dynamischen Biegelinie $w_y(z)$ (oben) und der dynamischen Dehnungen $\epsilon(z)$ (unten) der ersten drei Eigenmoden einer einseitig eingespannten Biegezugze

Untersuchungen bilden die zuvor berechneten kontinuierlichen Dehnungsverläufe der ersten drei Eigenmoden. Bei der Vorgabe der Approximationsgüte des Dehnungsverlaufs wird ausgenutzt, dass die Amplitude der Eigenschwingungen mit steigender Frequenz sinkt. Die Grenzen für den Betrag des maximal zulässigen Fehlers werden zu 1% für die ersten beiden Eigenmoden und zu 4% für die dritte Eigenmode vorgegeben.

Die Wahl der Knotenpunkte für die kubische Splineinterpolation ist, wie in [37], [18] beschrieben, zu empfehlen. Im vorliegende Fall geben die Knotenpunkte die Positionen (= Orte) der Stützstellen für die Dehnungsmessung für eine vorgegebene Anzahl von Messstellen vor. Die Tatsache, dass am freien Balkenende eine gemeinsame Nullstelle der Dehnungsmoden liegt (vgl. Bild 4.4), liefert eine weitere Stützstelle für die Splineinterpolation. Unter Verwenden der vorgenannten Stützstellenwahl sind mindestens sechs Messstellen erforderlich, um die vorgegebenen Fehlerschranken einzuhalten. Der größte Fehler tritt an der Einspannstelle auf. Wird dieser für eine Messung nicht zugängliche Ort jedoch aus bekannten Messwerten interpoliert, so sind fünf Sensoren für das Erzielen der festgelegten Approximationsgüte ausreichend. Die Dehnung an der Einspannstelle ist mit der benachbarten Nullstelle des Dehnungsverlaufs der 3. Eigenmode $z_{1,n}$ und dem nächstliegenden Dehnungsmesswert z_1 linear approximierbar. Mit der Geradengleichung

$$\epsilon_{ap}(z) = \frac{\epsilon(z_1)}{z_{1,n} - z_1} z + \frac{\epsilon(z_1) \cdot z_{1,n}}{z_{1,n} - z_1} \quad (4.8)$$

und nach dem Einsetzen der Nullstelle der 3. Dehnungsmode $z_{1,n} \approx 0,01324$ und der Ortskoordinate des benachbarten Dehnungssensors $z_1 = 0,0735$ folgt für den interpolierten Dehnungswert $\epsilon_{ap}(z)$ an der Einspannstelle $z = 0$:

$$\epsilon_{ap}(0) \approx 2,2477 \cdot \epsilon(z_1).$$

Mit der Näherungslösung für die Einspannstelle ist ein Absenken des maximalen Fehlers der dritten Dehnungsmode von 6,4% auf 3,9% erzielbar. Einen direkten Vergleich zwischen einer geometrisch äquidistanten Sensoranordnung und der zuvor erläuterten nichtäquidistanten Platzierung im Sinne der Optimaltopologie (vgl. Bild 4.2) zeigt Bild 4.5.

Es fällt auf, dass bei der äquidistanten geometrischen Anordnung mit fünf Einzelsensoren keine zufriedenstellende Approximation erreichbar ist. Speziell am Punkt der Einspannstelle des Balkens beträgt der maximale Fehler 79,1% zwischen den Modellwerten (4.5) und der Splineinterpolation für die dritte Dehnungsmode.

Eine Zusammenstellung der örtlichen Verteilung z_i/l der Stützstellen P_i für eine nichtäquidistante und eine äquidistante Verteilung von fünf Messstellen sowie der maximalen Fehler der Splineinterpolationen gibt Tabelle 4.2.

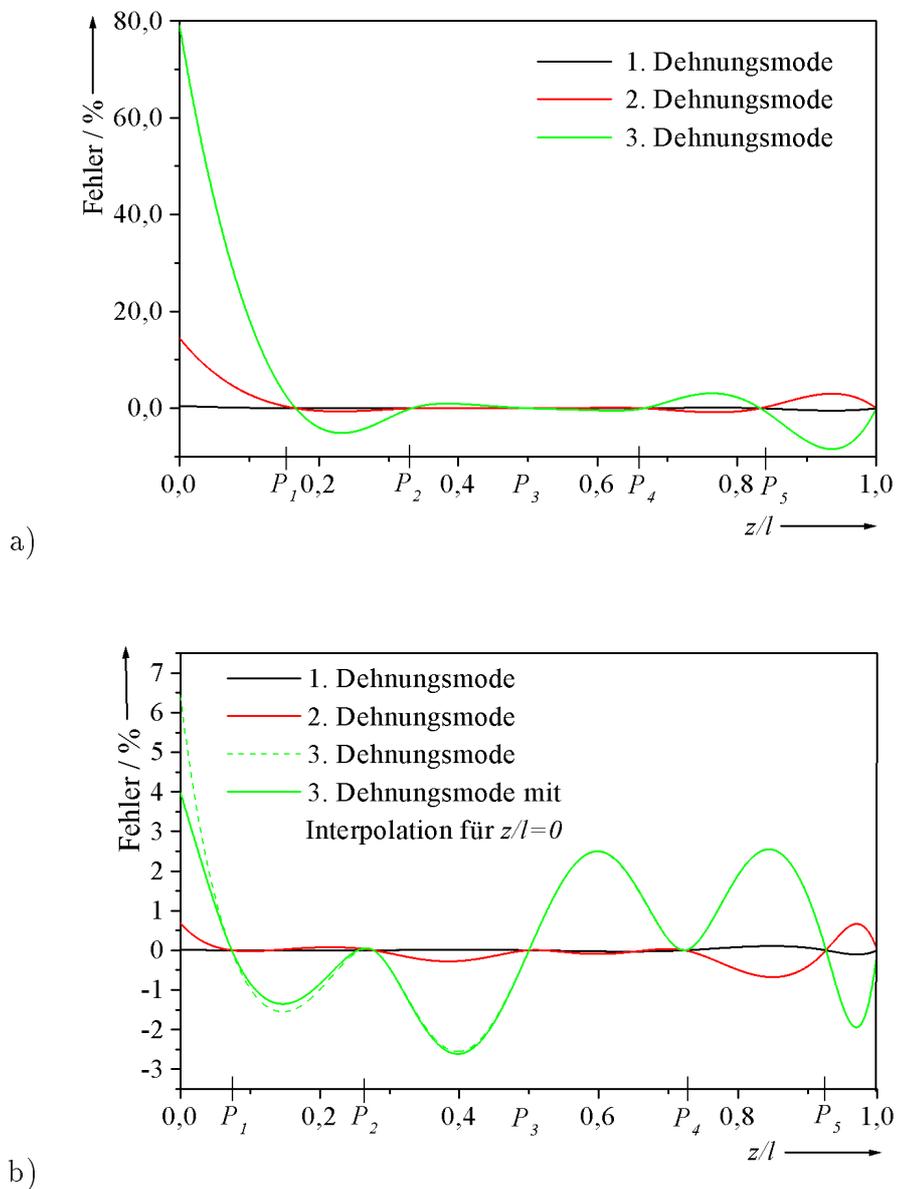


Bild 4.5 : Vergleich zwischen einer a) äquidistanten und b) nichtäquidistanten geometrischen Anordnung von fünf Dehnungssensoren für die Belastungsrekonstruktion an einer einseitig eingespannten Blattfeder

Tabelle 4.2 : Stützstellen für die kubische Splineinterpolation der ortsdiskreten Dehnungen der ersten drei Eigenmoden einer einseitig eingespannten Biegezug; $z = 0$ Einspannstelle

	Stützstellenanordnung			Dehnungswert entstammt
	äquidistant	nicht äquidistant		
Stützstellenposition:				
$P_1 = z_1/l$	1/6	0,0735	0,0735	Messstelle
$P_2 = z_2/l$	1/3	0,2768	0,2768	Messstelle
$P_3 = z_3/l$	1/2	0,5	0,5	Messstelle
$P_4 = z_4/l$	2/3	0,7232	0,7232	Messstelle
$P_5 = z_5/l$	5/6	0,9265	0,9265	Messstelle
$P_6 = z_6/l$	1	1	1	Randwert*
$P_7 = z_7/l$	–	–	0**	Interpolation**
Max. abs. Fehler der Splineinterpolation/ %:				
1. Dehnungsmode	0,5%	0,1%	0,1%	
2. Dehnungsmode	14,4%	0,7%	0,7%	
3. Dehnungsmode	79,1%	6,4%	3,9%	

$$*\epsilon(z_6/l = 1) = 0$$

$$**\epsilon(z_7/l = 0) \approx 2,2477 \cdot \epsilon(P_1); \text{ nur für 3. Dehnungsmode}$$

Zum Vergleich der Modellwerte mit den ermittelten Approximationen des realen Belastungsverlaufs aus Messwerten erfolgt die Applikation der Faser-Bragg-Gitter-Sensoren. Der experimentelle Aufbau zum Überprüfen der gefundenen Stützstellenauswahl ist in Bild 4.6 dargestellt. Eine federfußpunkterregte einseitig eingespannte

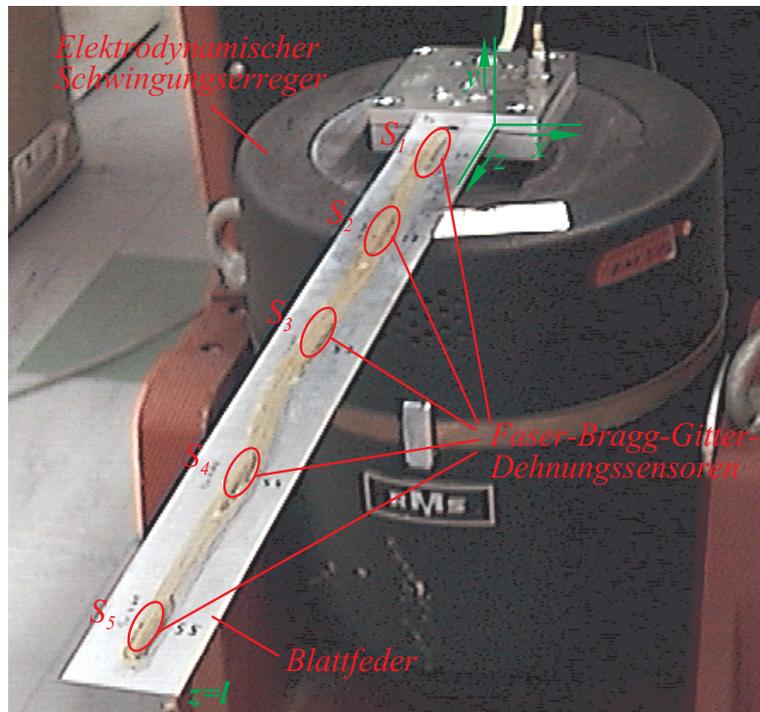


Bild 4.6 : Experimenteller Aufbau zum Überprüfen der Stützstellenwahl für die Belastungsapproximation

Biegezug der Länge $l = 500 \text{ mm}$, Breite $b = 50 \text{ mm}$ und Dicke $s = 2 \text{ mm}$ ist auf einem elektrodynamischer Schwingungsanreger ¹ montiert. Auf der Oberseite der Biegezug sind fünf gleichartige Faser-Bragg-Gitter-Dehnungssensoren appliziert, wobei jeder Einzelsensor jeweils über eine separate Glasfaser mit dem Auswertegerät ² verbunden ist. Aus den Dehnungsmesswerten und den ist der kontinuierliche Dehnungsverlauf approximierbar. Die Ergebnisse der Splineinterpolation der Stützstellen der ersten drei Dehnungsmoden der Biegebelastung zeigt Bild 4.7.

¹Schwingungsamplitude in einem Bereich von $S = 0 \text{ mm} - 2 \text{ mm}$ und Frequenz von $f = 5 \text{ Hz} - 6 \text{ kHz}$ einstellbar

²Die Signalerfassung der Einzelsensoren erfolgt mit einem Prototyp einer 4-Kanal-Auswerteeinheit, welche in Kooperation der Firma *Telegärtner Gerätebau GmbH*, dem *Institut für Nachrichtentechnik* der TU-Dresden und dem *Fachgebiet Elektromechanische Konstruktion* der Gerhard-Mercator-Universität Duisburg entwickelt wurde. Es ermöglicht statische und dynamische Dehnungsmessungen in einem Messbereich von $(\Delta l/l_0)_{\min} = 1 \cdot 10^{-5}$ bis $(\Delta l/l_0)_{\max} = 5 \cdot 10^{-3}$ mit einer Auflösung von $\Delta l/l_0 = 5 \cdot 10^{-6}$. Für die optische Signalerfassung werden passive Bandkantenfilter in Dünnschichttechnologie eingesetzt, die elektronische Auswertung erfolgt mit einem in das Gerät implementierten Rechner.

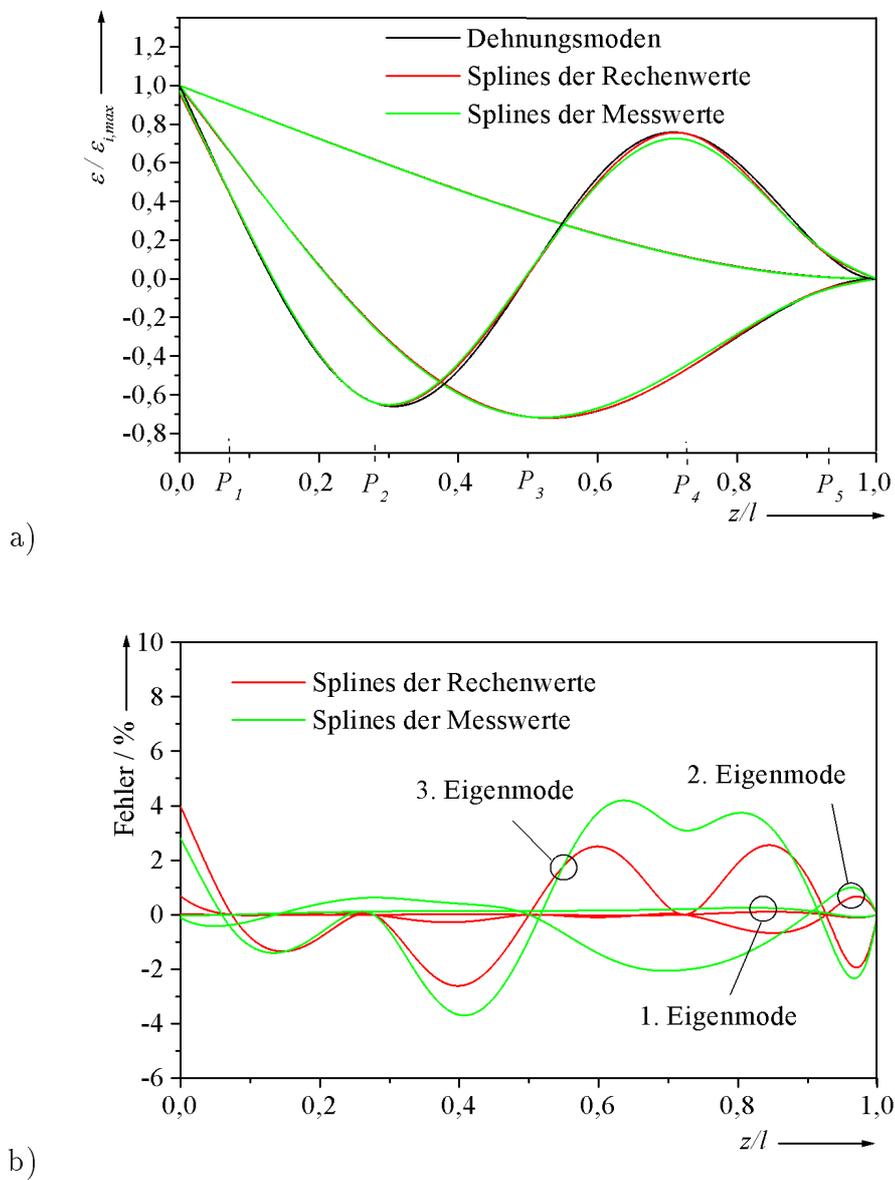


Bild 4.7 : Rekonstruktion der ersten drei Dehnungsmoden einer einseitig eingespannten Blattfeder

- a) Berechnete Dehnungsmoden und Splineinterpolationen
 b) Fehlerverlauf der Splineinterpolationen

Deutlich sichtbar sind die guten Übereinstimmungen zwischen den Splineinterpolationen der Rechenwerte und Messwerte. Die Abweichungen zwischen den vorgenannten Splineinterpolationen sind auf systematische Fehler wie eine nicht exakte Sensorplatzierung und die nicht vernachlässigbare Ausdehnung der FBG-Sensoren im Vergleich zu den geometrischen Abmessungen der Biegezone zurückzuführen. Die *Rekonstruktion der Biegebelastung* folgt unmittelbar unter Anwendung von Gl. (4.7) aus dem Dehnungsverlauf der Eigenmoden. Die vorgenannten Überlegungen zur Stützstellenauswahl und der daraus ableitbaren geometrischen Anordnung der Dehnungsmessstellen konnten voll bestätigt werden. Es konnte gezeigt werden, dass durch gezielte topologische Untersuchungen die Anzahl der erforderlichen Messstellen im Vergleich zu einer äquidistanten Messstellenauswahl auf ein Minimum reduzierbar ist.

4.2 Belastungserfassung an ausgewählten Armsegmenten

4.2.1 Biege- und Torsionsprüfstand für definierte Belastungen

Für quantitative Untersuchungen zur Belastungserfassung ist ein Prüfstand erforderlich, der die definierte Belastung ausgewählter Armsegmente gestattet. Im Rahmen dieser Arbeit ist ein Prüfstand entstanden, der diesen Anforderungen gerecht wird. Bild 4.8 zeigt ein Foto des vorgenannten Prüfstandes.

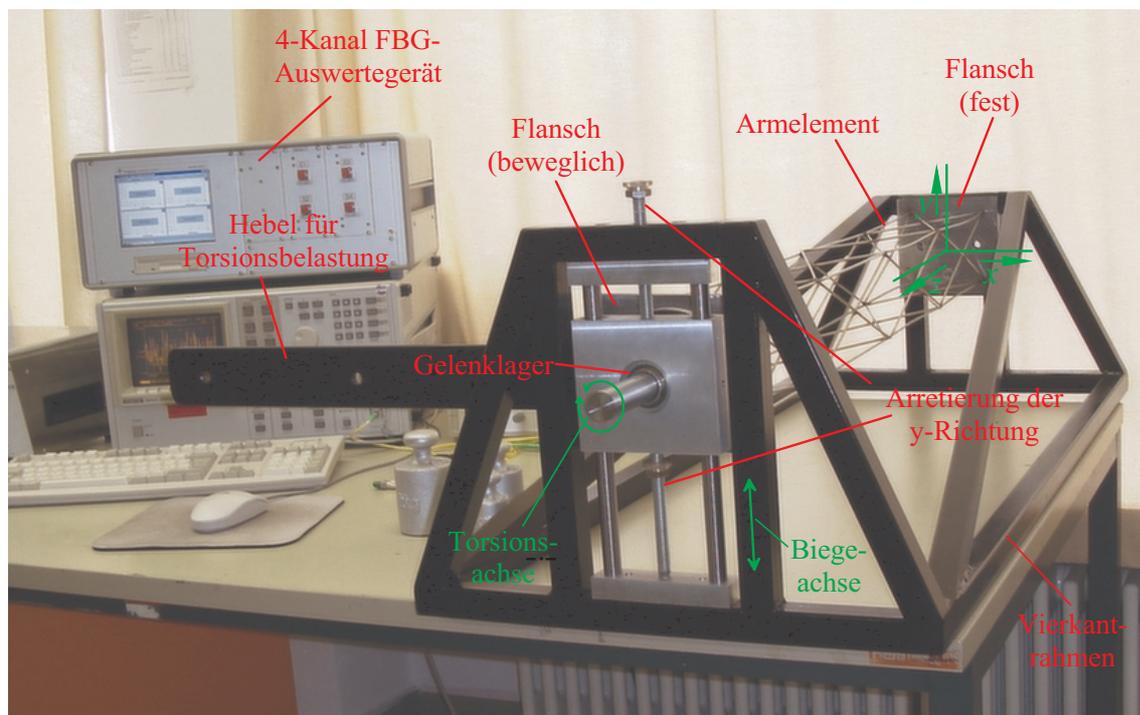


Bild 4.8 : Foto des Biege-Torsionsprüfstandes für die Belastungssimulation

Das Grundgestell besteht aus einem Vierkantrahmen mit diagonalen Verstrebungen. Die variablen Arme sind über Flansche einspannbar. Eine Seite des Armelementes ist fest einspannbar, die Freiheitsgrade der zweiten Seite sind über Lager vorgebbar. Die Biegebelastung wird über Linearlager in y -Richtung, die Torsionsbelastung in der x, y -Ebene über ein Gelenklager ermöglicht. Für die Torsionsbelastung ist ein Hebelarm an dem beweglichen Flanschanschluss an- und abschraubbar.

4.2.2 Elastischer Arm in Kastenbauweise

Der Quereinfluss bei der Biege- und Torsionserfassung eines elastischen Arms in Kastenbauweise ist von zentraler Bedeutung. An einem Vierkantstab (ST37, $l = 1000\text{ mm}$, $b \times h = 25\text{ mm} \times 25\text{ mm}$, Wandstärke $s = 1\text{ mm}$) ist der Einfluss der Biege- und Torsionsbelastung auf die Messstellen untersucht worden. Bild 4.9 zeigt eine Skizze des Vierkantarms.

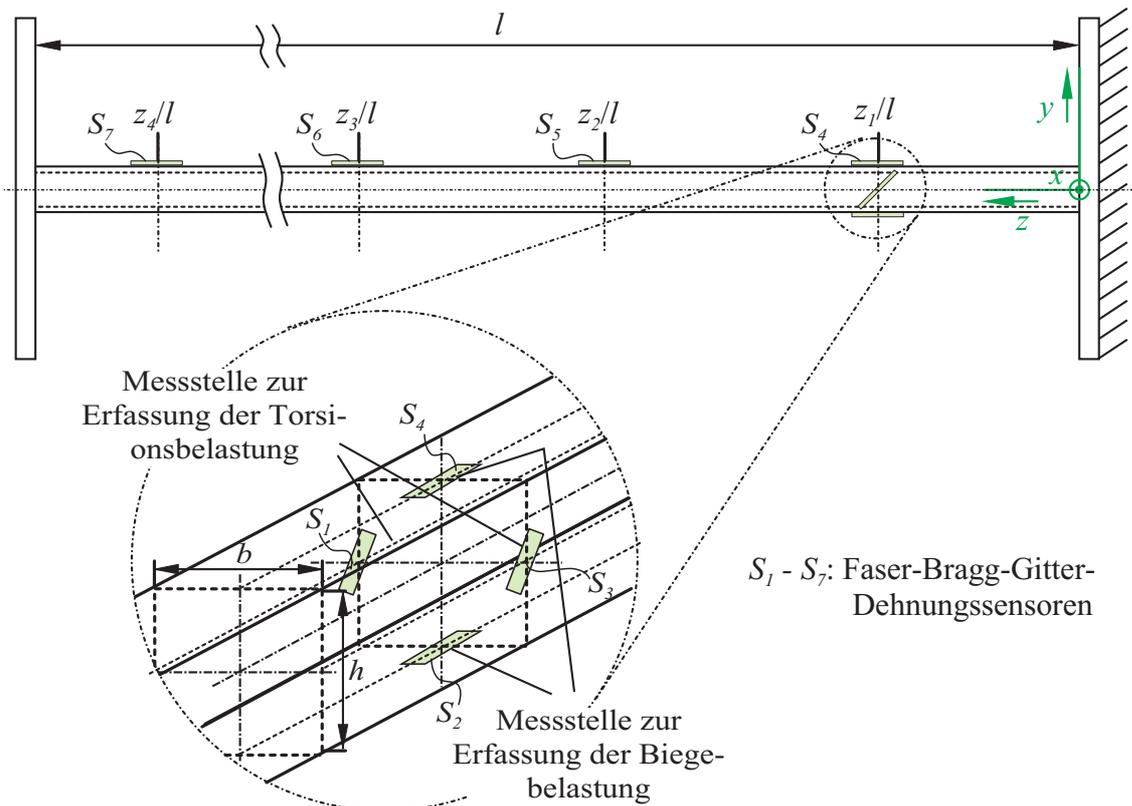


Bild 4.9 : Skizze des Vierkantarms mit der Position der Faser-Bragg-Gitter-Dehnungssensoren für die Biege- und Torsionsbelastungserfassung

Für die Untersuchungen zur Belastungserfassung bei einer gleichzeitigen Biege- und Torsionsbelastung sind vier Faser-Bragg-Gitter-Dehnungssensoren in einem mittleren Abstand $z_1/l \approx 0,09$ von der Einspannung auf der Oberfläche des Arms appliziert. Die Ausrichtung der Sensoren erfolgt in Richtung der Hauptdehnungen der reinen Belastungen. Für die Erfassung der Biegung in y -Richtung dienen die Dehnungssensoren S_2 , S_4 , die auf der Stab-Oberseite und -Unterseite parallel zur Stabachse aufgeklebt sind. Die zwei unter einem Winkel von $\delta = 45^\circ$ auf den Seitenflächen aufgebraute Dehnungssensoren S_1 , S_3 dienen zur Erfassung der Torsionsbelastung in der x, y -Ebene.

Bild 4.10 zeigt die Messergebnisse für eine reine Biege- und Torsionsbelastung bei stoßförmiger Anregung.

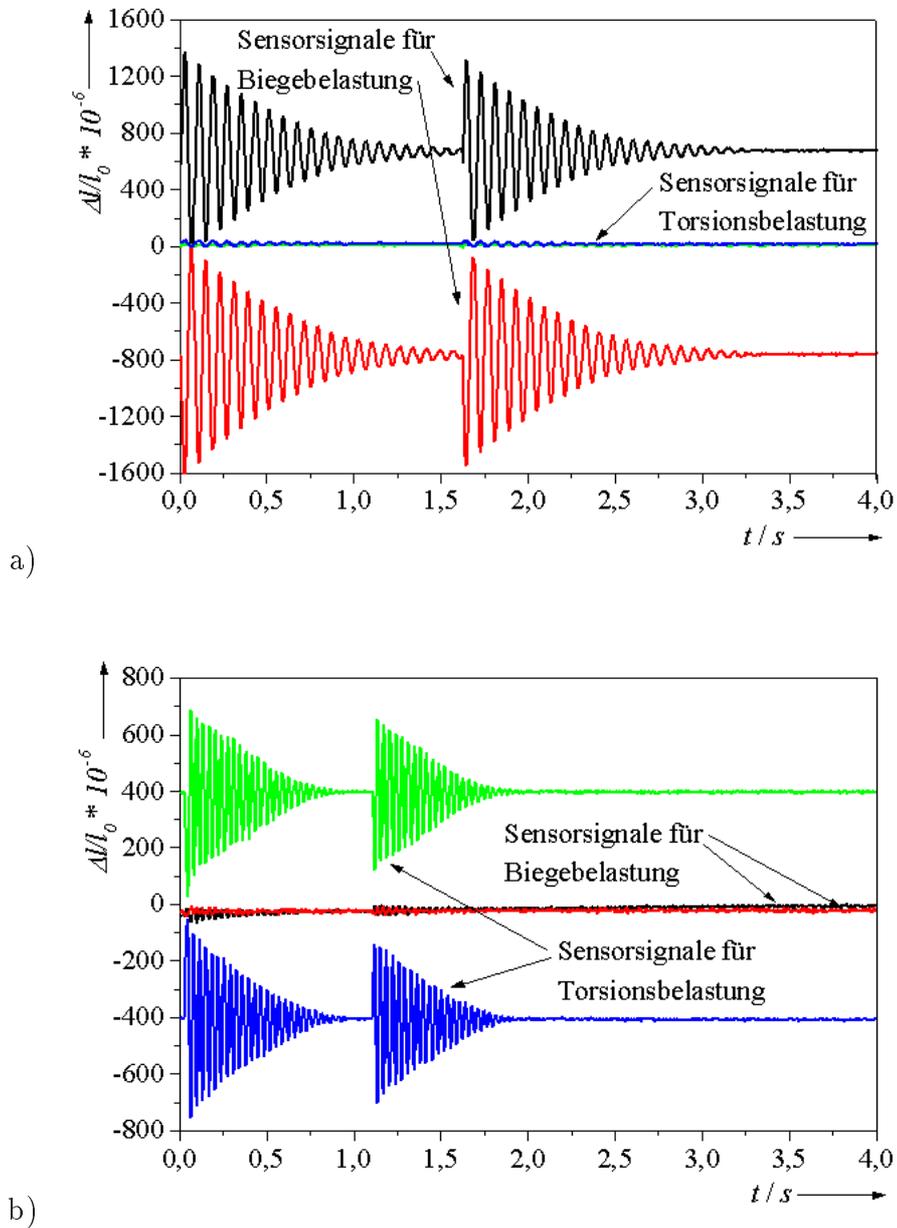


Bild 4.10 : Dehnungssignale der vier Einzelsensoren zur Erfassung der Biege- und Torsionsbelastung eines Vierkantstabs bei stoßförmiger Anregung; a) reine Biegebelastung; b) reine Torsionsbelastung

Für den in Bild 4.10a) dargestellten Fall der reinen Biegebelastung sind unterschiedliche Vorzeichen und Amplituden der Dehnungssignale der Sensoren zur Erfassung der Biegebelastung zu erkennen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass mit zunehmender Krümmung des Vierkantstabes ein Verschieben der neutralen Achse aus der Mittellage $y = 0$ in Richtung kleinerer Krümmungsradien auftritt [39]. Ausserdem ist die statische Vorbelastung, die auf das Eigengewicht der Platte (Flansch) am freien Balkenende zurückzuführen ist, deutlich sichtbar. Weiterhin ist festzustellen, dass der Einfluss der reinen Biegebelastung auf die Dehnungsmesswerte für die Torsionsbelastung sehr gering, d. h. Querempfindlichkeiten sind in erster Näherung vernachlässigbar klein.

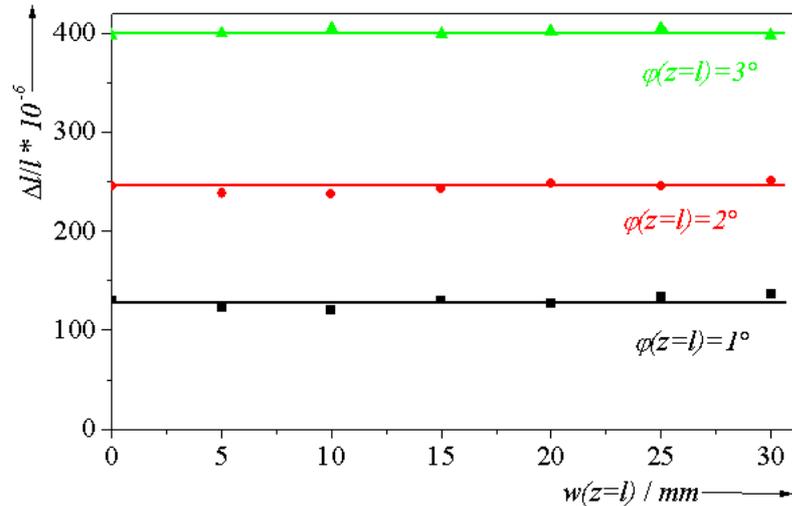
Die Interpretation der Messergebnisse für die in Bild 4.10b) dargestellte reine Torsionsbelastung folgt analog zum vorgenannten reinen Belastungsfall. Die Beträge der Dehnungsamplituden zur Erfassung der Torsionsbelastung sind betragsmäßig gleich groß, da die Lage der neutralen Achse bei der Belastung erhalten bleibt. Es ist wiederum eine statische Vordehnung zu erkennen. Diese ist auf das Eigengewicht des Hebelarms für die Torsionsbelastung zurückzuführen (siehe Bild 4.8). Weiterhin ist in den Signalen der Dehnungssensoren zur Erfassung der Biegebelastung ein Wechselsignal sehr kleiner Amplitude erkennbar. Dies ist ein Indiz dafür, dass die Verdrehung des Stabes auch in Richtung der Biegesensoren wirkt. Ebenso zeigt sich die hohe Genauigkeit der beiden Torsionsaufnehmer, trotz etwas komplizierter Applikation. Auch hier wird der sehr geringe Einfluss der Querempfindlichkeiten deutlich.

Weiterhin ist bei einer gleichzeitigen Biegung und Torsion des Vierkantstabes die Querempfindlichkeit bei der Belastungserfassung für die hier gewählten Messstellen und Sensorausrichtungen untersucht worden. Bild 4.12 zeigt die Dehnungsmesswerte der FBG-Sensoren S_2 und S_4 zur Erfassung der Biegebelastung in Abhängigkeit vom Verdrehwinkel $\varphi(z = l)$ für diskrete Durchbiegungen am Balkenende. Analog dazu sind in Bild 4.11 die Messergebnisse der Dehnungssensoren S_1 und S_3 zur Erfassung der Torsionsbelastung in Abhängigkeit der Durchbiegung $w(z = l)$ für diskrete Verdrehwinkeln $\varphi(z = l)$ dargestellt.

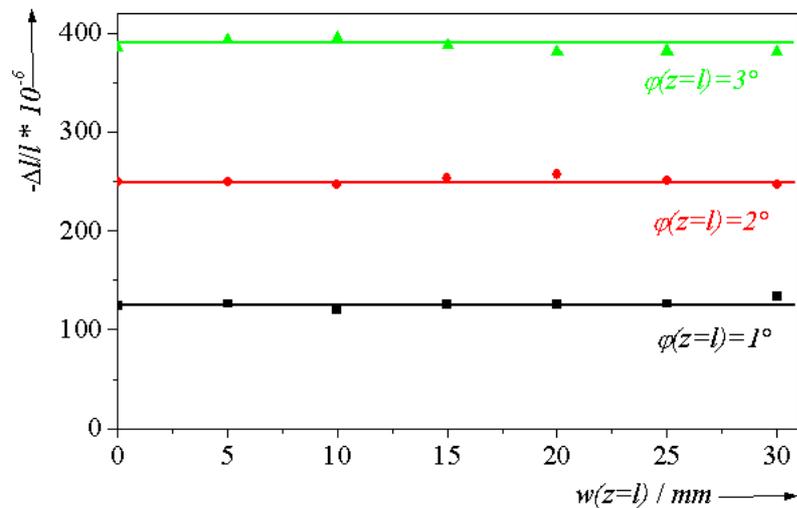
Durch eine lineare Approximation der diskreten Dehnungsmesswerte ist eine Aussage über den Quereinfluss möglich. Bei völliger Unabhängigkeit sollten sich einfache gerade waagerechte Linien zeigen; je stärker die Abhängigkeit ist, umso mehr sollte die Steigung der Geraden anwachsen.

Bei der Erfassung der Biegebelastung ist nur eine sehr leichte Steigung der Geraden feststellbar. Desweiteren ist ersichtlich, dass sich die Biegebelastung sehr exakt vermessen lässt, da es praktisch keine Einbrüche oder Erhöhungen innerhalb der Graphen gibt.

Für die Torsionswerte müssten sich eigentlich (s. Kapitel 4.1.2 und Bild 4.1 unten) zu hohe Werte aufzeichnen lassen, es sollte also eigentlich eine positive Steigung der Geraden feststellbar sein. Dies ist jedoch im Rahmen der hier verwendeten Auslenkungen und Verdrehungen nicht feststellbar, obwohl der lineare Verformungsbereich



a)

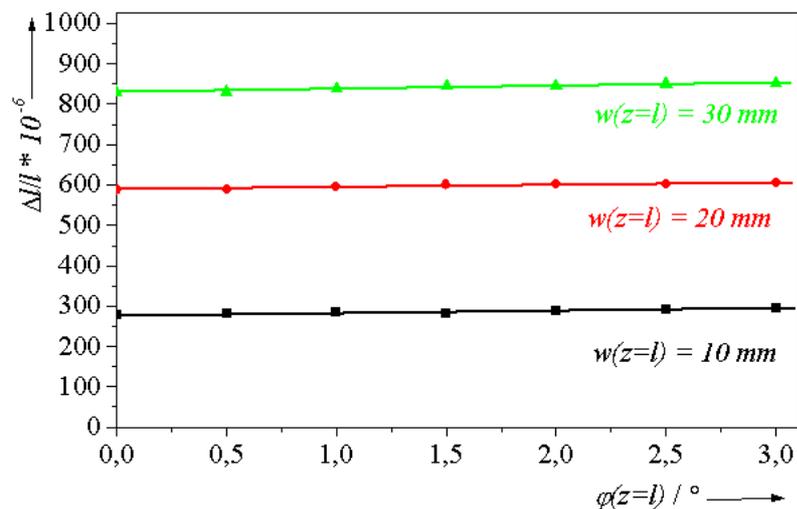


b)

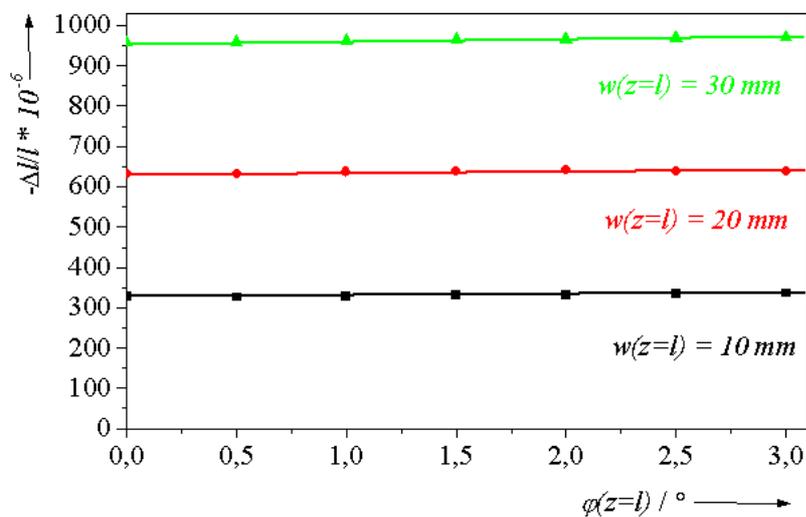
$w(z=l)$ Durchbiegung am Balkenende

$\varphi(z=l)$ Verdrehwinkel am Balkenende

Bild 4.11 : Einfluss der Biegebelastung auf die Dehnungssignale zur Erfassung der Torsionsbelastung bei einer kombinierten Biege- und Torsionsbelastung; a) Dehnungssensor S_3 bei $x = b/2$; b) Dehnungssensor S_1 bei $x = -b/2$



a)



b)

$w(z=l)$ Durchbiegung am Balkenende

$\varphi(z=l)$ Verdrehwinkel am Balkenende

Bild 4.12 : Einfluss der Torsionsbelastung auf die Dehnungssignale zur Erfassung der Biegebelastung bei einer kombinierten Biege- und Torsionsbelastung; a) Dehnungssensor S_4 bei $y = h/2$; b) Dehnungssensor S_2 bei $y = -h/2$

des Werkstoffs ausgenutzt wurde. Es ist festzustellen, dass die Steigungen der Geraden sehr klein sind, der Quereinfluss somit also sehr gering ist. Die Zahlenwerte für die Steigungen der linearen Approximation bei einer gleichzeitigen Biege- und Torsionsbelastung sind in Tabelle 4.3 dargestellt.

Tabelle 4.3 : Steigungen der linearen Approximationen der Dehnungsmesswerte der Sensoren $S_1 - S_4$ bei einer gleichzeitigen Biege- und Torsionsbelastung

FBG-Sensor	Steigung b der Geraden			Erfassung von	Quereinfluss
	$\varphi = 1^\circ$	$\varphi = 2^\circ$	$\varphi = 3^\circ$		
S_1	$b_1 = 0,32$	$b_2 = 0,31$	$b_3 = 0,05$	$\varphi(z=l)$ (Torsion)	$w(z=l)$ $0\text{ mm} < w < 30\text{ mm}$
S_3	$b_1 = 0,23$	$b_2 = 0,04$	$b_3 = -0,34$		
S_4	$b_1 = 5,14$	$b_2 = 6,5$	$b_3 = 8,21$	$w(z=l)$ (Biegung)	$\varphi(z=l)$ $0^\circ < \varphi < 3^\circ$
S_2	$b_1 = 3,57$	$b_2 = 3,0$	$b_3 = 4,36$		

Abschließend lässt sich feststellen, dass für die in Bild 4.9 skizzierten Sensortopologie die Belastungsgrößen Biegung und Torsion in erster Näherung unabhängig voneinander bestimmbar sind.

Weiterhin ist der Einfluss einer statischen Belastung am freien Balkenende auf die erste Eigenmode des Vierkantstabes im Vergleich zu der einseitig eingespannten Biegezone untersucht worden. Ausgangspunkt der topologischen Untersuchungen bildet der Belastungsverlauf der ersten Biegemode des Vierkantstabs. Es ist eine Modellierung unter Anwenden der Methode der finiten Element mit dem Softwarepaket I-DEAS Rel. 6[®] durchgeführt worden. Bild 4.13 zeigt den Dehnungsverlauf und die Biegelinie für die 1. Mode bei dynamischer Anregung. Bei einem Vergleich der Simulationsergebnisse für die Biegezone und den Vierkantstab zeigt sich, dass die Form der Biegelinie der ersten Eigenmode im Vergleich zu der in Kap. 4.1.3 untersuchten einseitig eingespannten Biegezone erhalten bleibt. Um dieses Ergebnis zu überprüfen, sind vier FBG-Dehnungssensoren auf der Oberfläche des Vierkantstabes appliziert worden. Da nur die erste Biegemode zu rekonstruieren ist, sind vier Faser-Bragg-Gitter-Sensoren für eine hinreichend genaue Approximation ausreichend. Die Position der Dehnungssensoren für die vier Sensoren $S_4 - S_7$ sind wie folgt gewählt: $P_1 = z_1/l = 0,0944$, $P_2 = z_2/l = 0,3558$, $P_3 = z_3/l = 0,6442$, $P_4 = z_4/l = 0,9056$. Zur Approximation des kontinuierlichen Dehnungsverlaufs durch Splineinterpolation der Stützstellen dienen die Dehnungsmesswerte der Einzelsensoren an den Positionen $P_1 - P_4$. Eine zusätzliche Stützstelle am Balkenende - wie im lastfreien Fall - steht hier nicht zur Verfügung, da die Dehnung im Punkt $z = l$ nicht verschwindet. Bei einem Vergleich der Simulationsergebnisse und der stützstellenbasierenden Belastungsrekonstruktion ist für die erste Eigenmode der Biegebelastung eine sehr gute qualitative Übereinstimmung erkennbar.

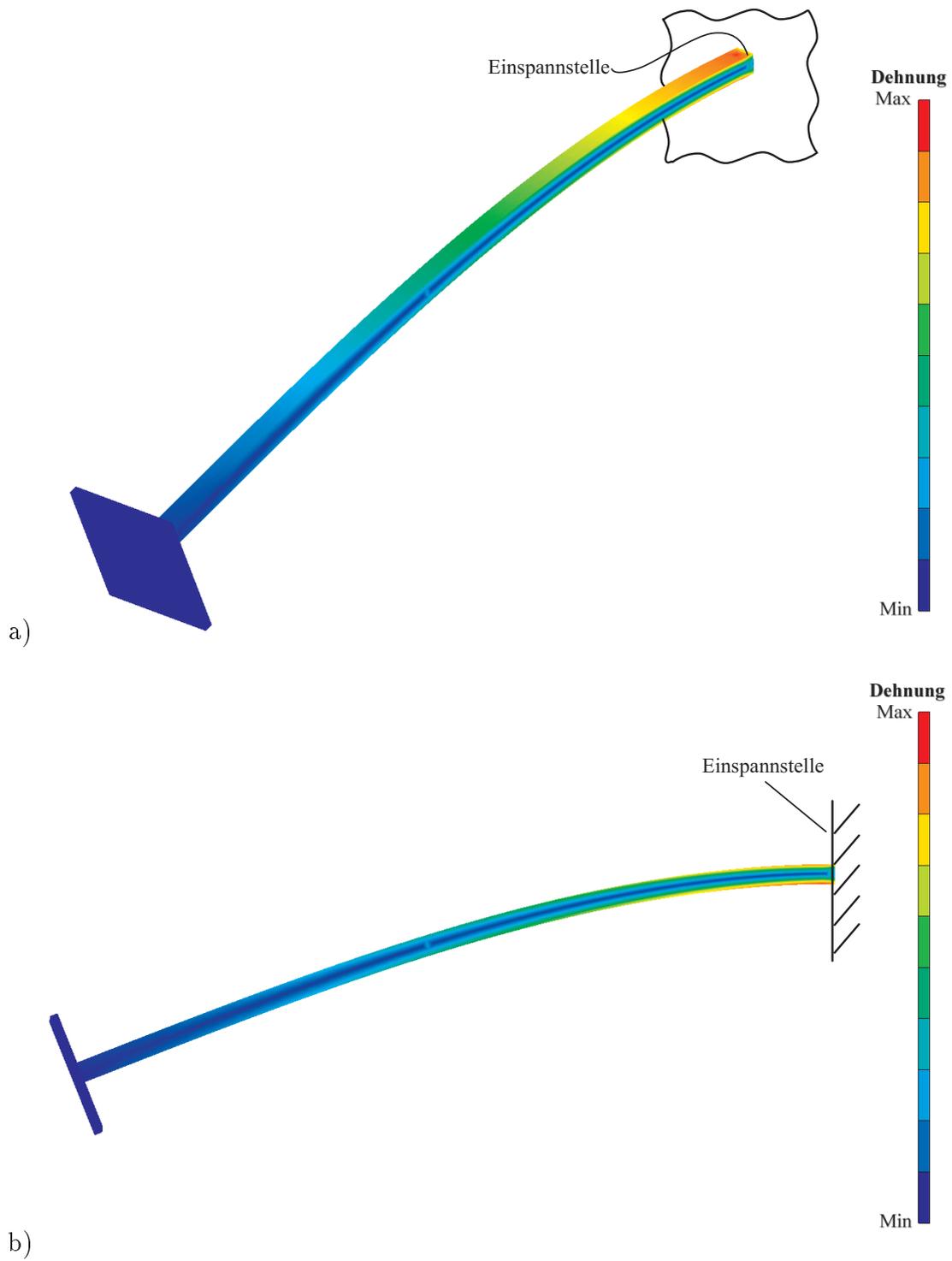


Bild 4.13 : Simulationsergebnisse des Dehnungsverlaufs und der Biegelinie der 1. Mode des Vierkanstabes; a) räumliche Darstellung; b) Seitenansicht

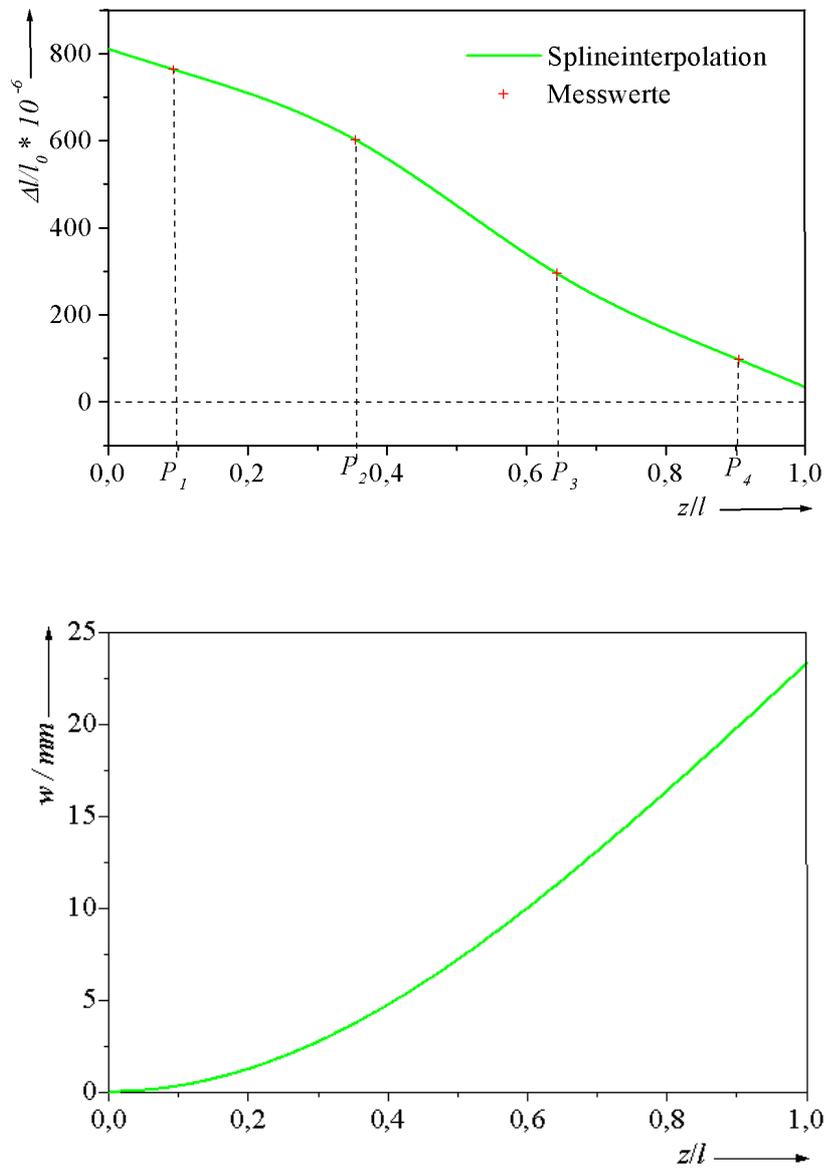


Bild 4.14 : Messergebnisse des Dehnungsverlaufs (oben) und der Biegelinie (unten), dargestellt durch Splineinterpolation

4.2.3 Elastischer Arm in Fachwerkbauweise

Im Rahmen dieser Arbeit ist ein Fachwerkarm realisiert worden, der eine starke elastische Verformung bei geringen Kräften ($F < 200 \text{ N}$) gestattet. Dies ist durch das Verwenden von Edelstahlstäben mit einem geringen Durchmesser ($d = 3 \text{ mm}$) im Vergleich zur Gesamtlänge ($l = 1000 \text{ mm}$), einer großen Querschnittsfläche ($b \times h = 100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$) sowie jeweils vier doppelten Verkreuzungen zwischen den Längsstäben gewährleistet worden. Für die topologischen Untersuchungen ist eine Modellierung der dynamischen Verformung mit dem Verfahren der Finiten Elemente unter Verwendung des Softwarepakets I-DEAS Rel. 6[®] und nachfolgenden Idealisierungen vorgenommen worden:

- Die Stabelemente sind absolut geradlinig, d. h. eine Krümmung einzelner Stabelemente bleibt unberücksichtigt,
- die Knoten der Stabelemente sind spannungsfrei,
- die verkreuzten Stäbe liegen in einer Ebene.

Bild 4.15 zeigt die qualitative Verformung für die erste Biegemode des Fachwerkarms sowie den Dehnungsverlauf in einer Fehlfarbandarstellung.

Die maximalen Verformungen treten in der Mitte der Eckstäbe zwischen den Knotenpunkten auf. Sie nehmen dabei von der Einspannung zum freien Ende hin ab. In der Seitansicht ist (siehe Bild 4.15 b)) erkennbar, dass die Durchbiegung eines Fachwerkarms nicht wie beim Vierkantarm (siehe Bild 4.13) kontinuierlich, sondern durch die Knotenpunkte diskretisiert ist.

Die Simulationsergebnisse der ersten Torsionsmode des Fachwerkarmes illustrieren in den Knotenpunkten der Verkreuzungen die höchsten Dehnungswerte (Bild 4.16) und eine Verwölbung der Längsstäbe.

Bei den experimentellen Untersuchungen zur Belastungserfassung zeigte sich, dass auch bei einer Biegebelastung in y -Richtung eine Verwölbung der Längsstäbe in der x, y -Ebene beobachtbar war. Dieses Verformungsverhalten ist auf Vorspannungen der einzelnen Stabelemente zurückführbar, die aus dem Verbinden der Einzelstäbe durch Schweißen resultieren. Aufgrund der vorgenannten Vorspannungen ist das reale Verformungsverhalten, d. h. die Richtung der Verwölbung der einzelnen Stäbe sowohl bei Biegung als auch bei Torsion nicht voraussagbar.

Zur Ermittlung der maximalen Durchbiegung eines Stabes in der x, y -Ebene sind zwei Sensoren erforderlich, die in Längsrichtung des Stabes in x - bzw. y -Richtung orientiert sind. Die Verwölbung der Einzelstäbe ist dann aus den Dehnungsmesswerten ϵ_x, ϵ_y nach Betrag $|\vec{\epsilon}|$ und Winkel α berechenbar. Es gilt

$$|\vec{\epsilon}| = \sqrt{\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2}, \quad \alpha = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x}\right) & \epsilon_x > 0, \epsilon_y \text{ beliebig} \\ 180^\circ - \arctan\left(\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x}\right) & \epsilon_x < 0, \epsilon_y \geq 0 \\ 180^\circ + \arctan\left(\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x}\right) & \epsilon_x < 0, \epsilon_y \leq 0. \end{cases} \quad (4.9)$$

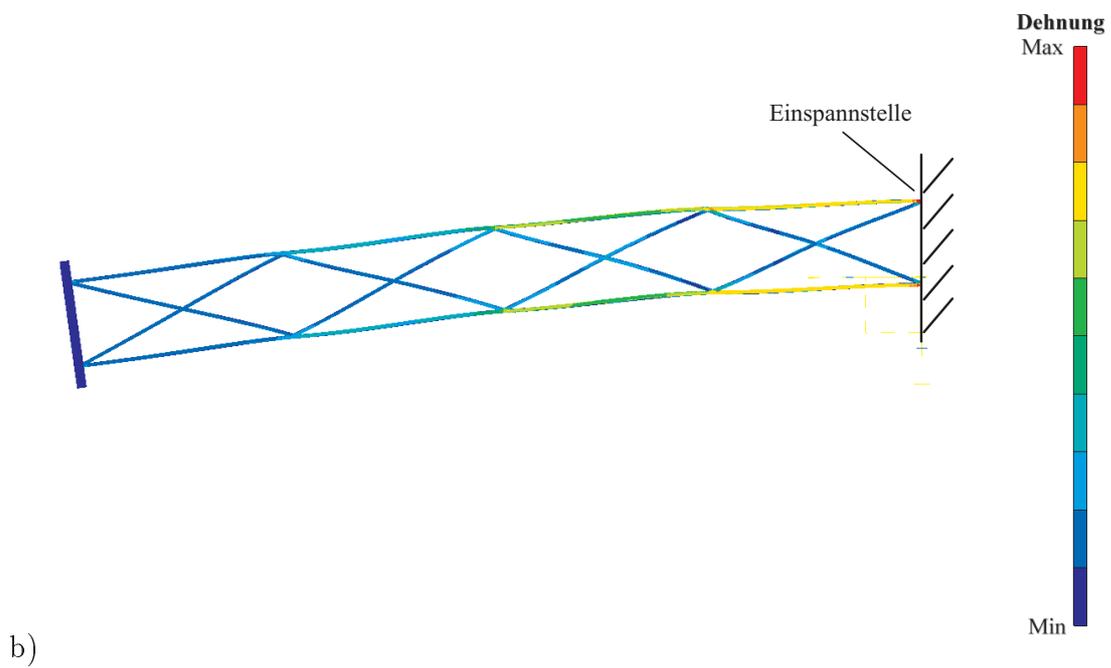
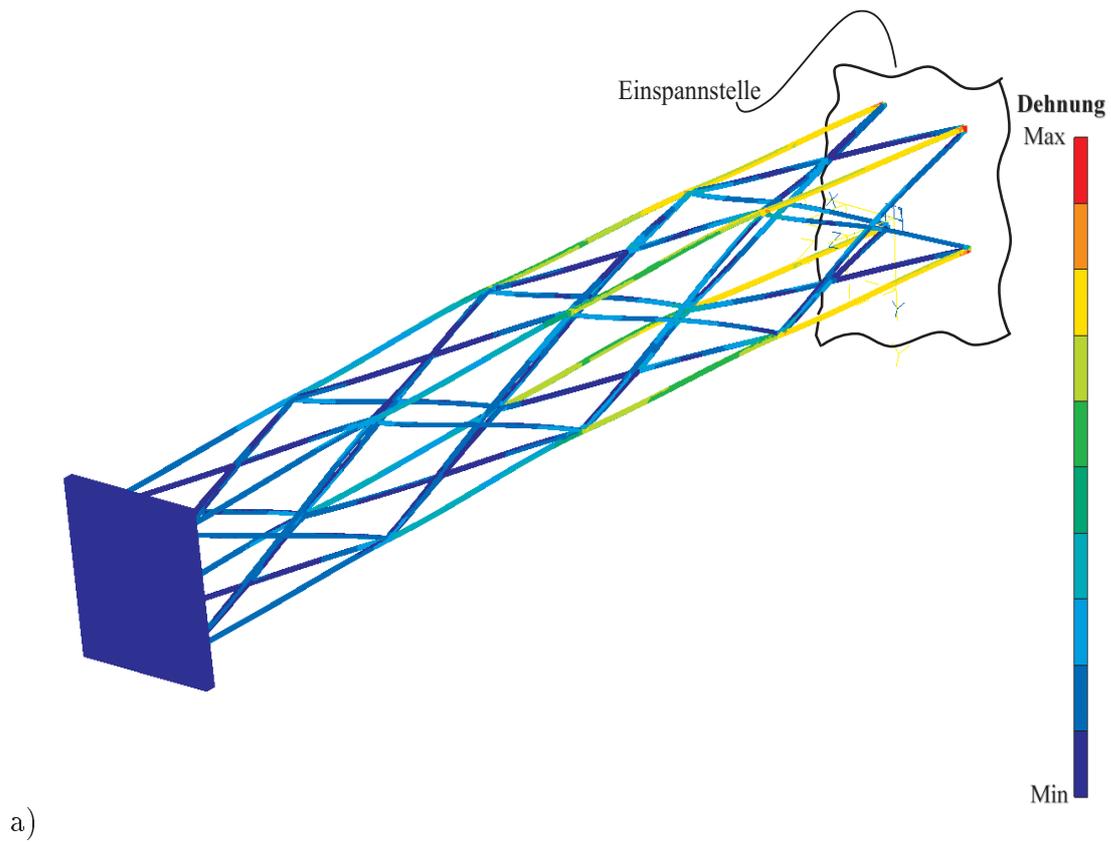


Bild 4.15 : Simulationsergebnisse der ersten Biegemode des idealen Fachwerkarms; dargestellt ist die Verformung und die Dehnungsverteilung in Fehlfarben; a) räumliche Ansicht; b) Seitenansicht

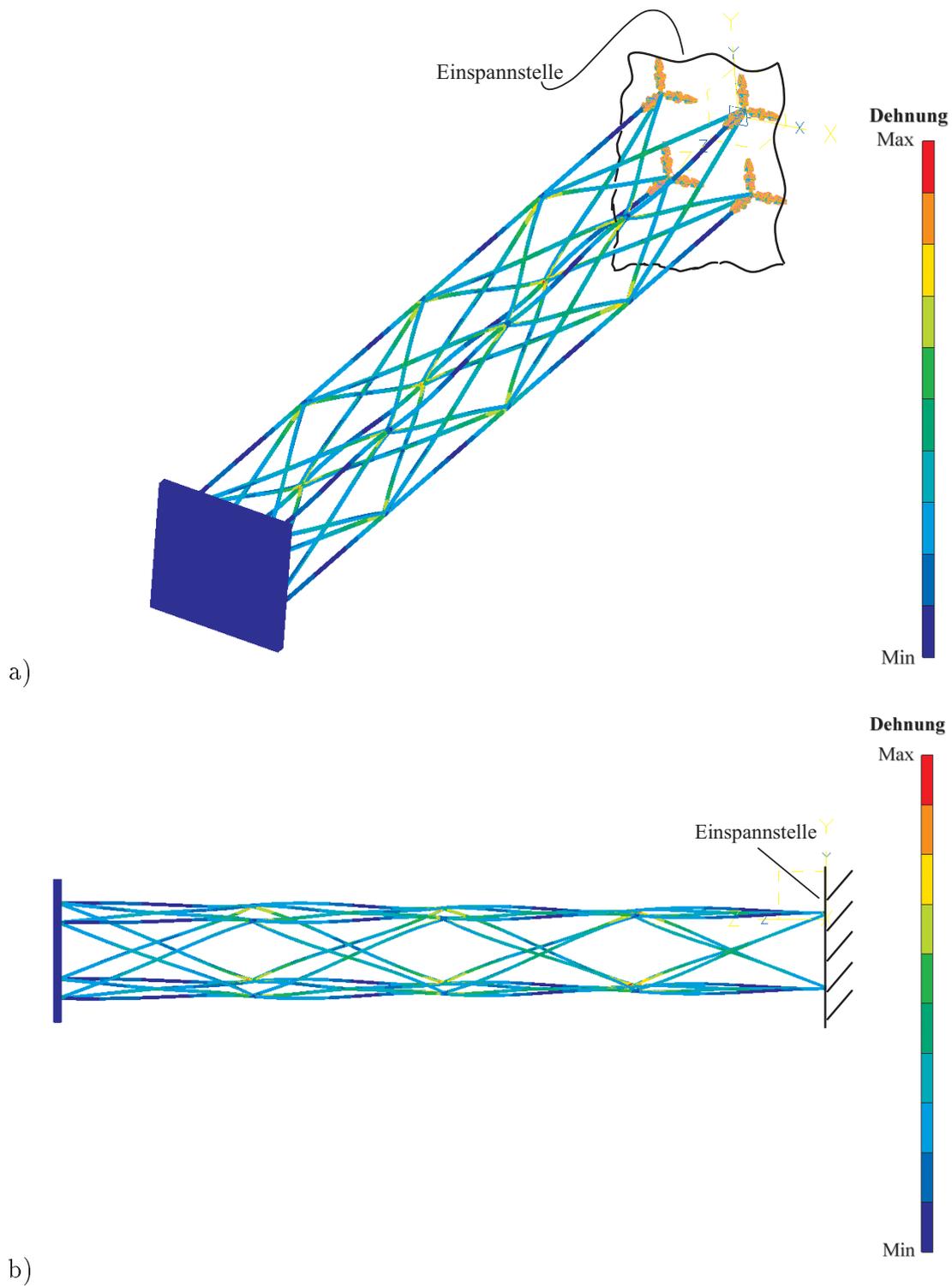


Bild 4.16 : Simulationsergebnisse der ersten Torsionsmode des idealen Fachwerkarms; dargestellt ist die Verformung und die Dehnungsverteilung in Fehlfarben; a) räumliche Ansicht; b) Seitenansicht

Für die Untersuchung der Querschnittsverwölbung für eine vorgegebene Belastung ist eine Sensoranordnung gemäß Bild 4.17 gewählt worden. Die Sensoren zur Messung der maximalen Verwölbung der Einzelstäbe sind in einem Abstand von $l/8$ von der festen Einspannungsstelle angebracht, d.h. genau mittig zwischen zwei Knotenpunkten. Die Sensoren S_6, S_8 und S_{10} nehmen die Auslenkung der Stabelemente in x -Richtung, die Sensoren S_5, S_7 und S_9 in y -Richtung auf.

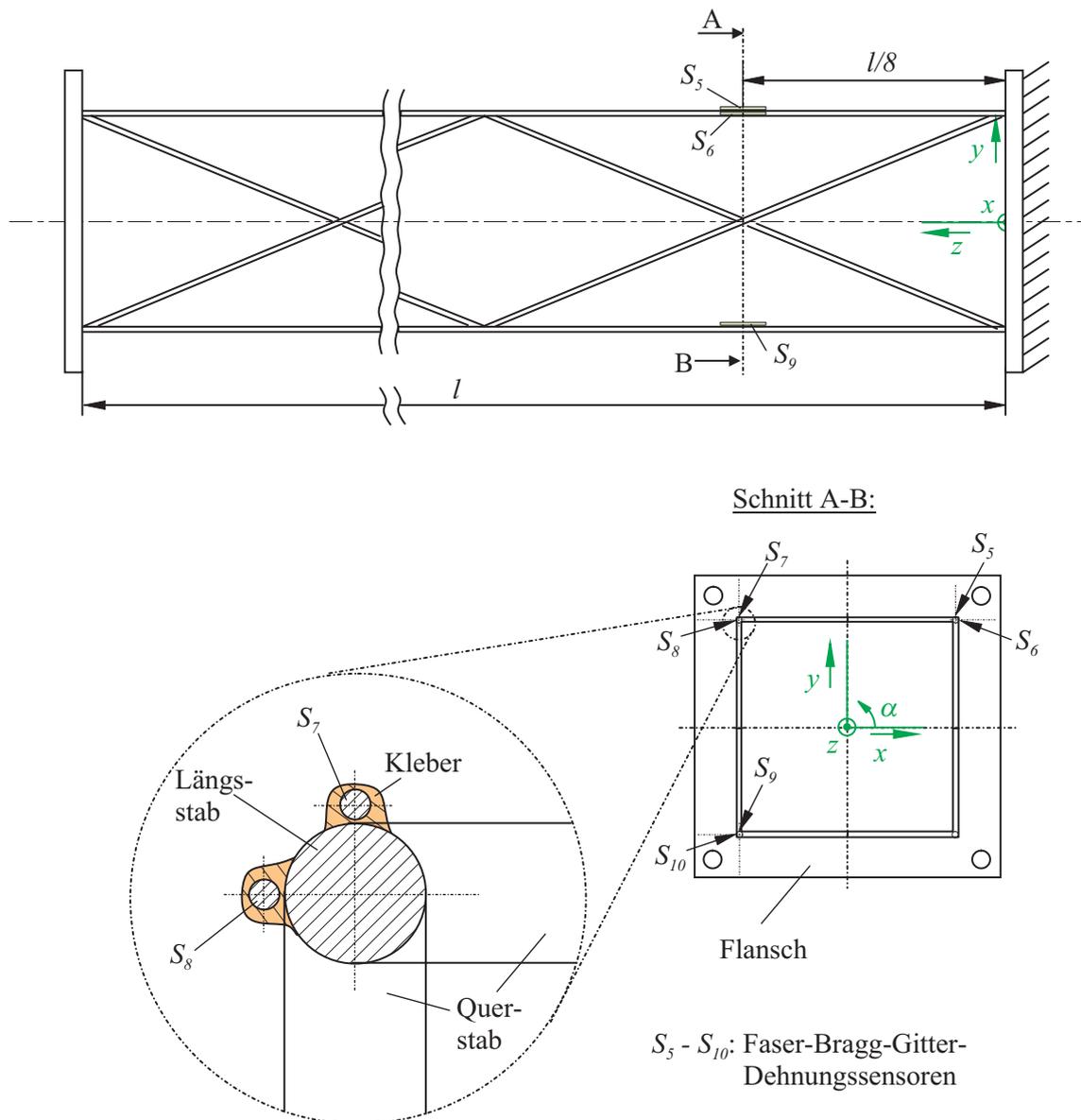
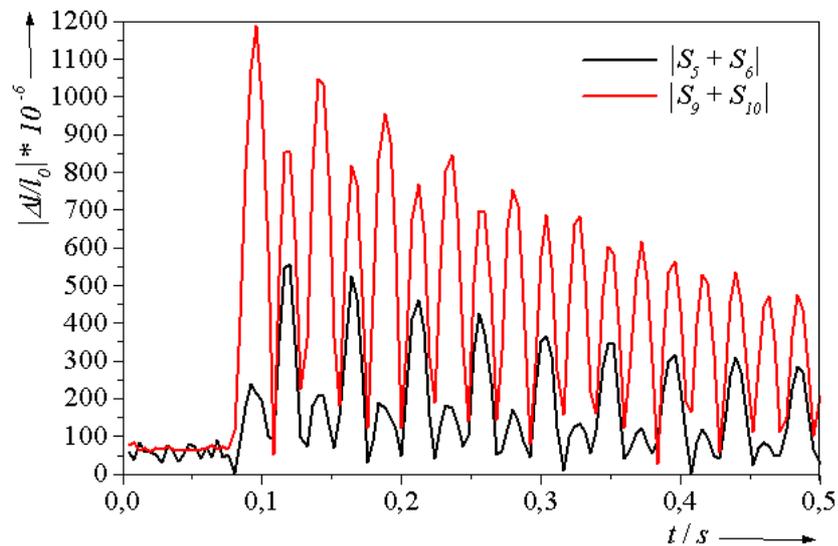


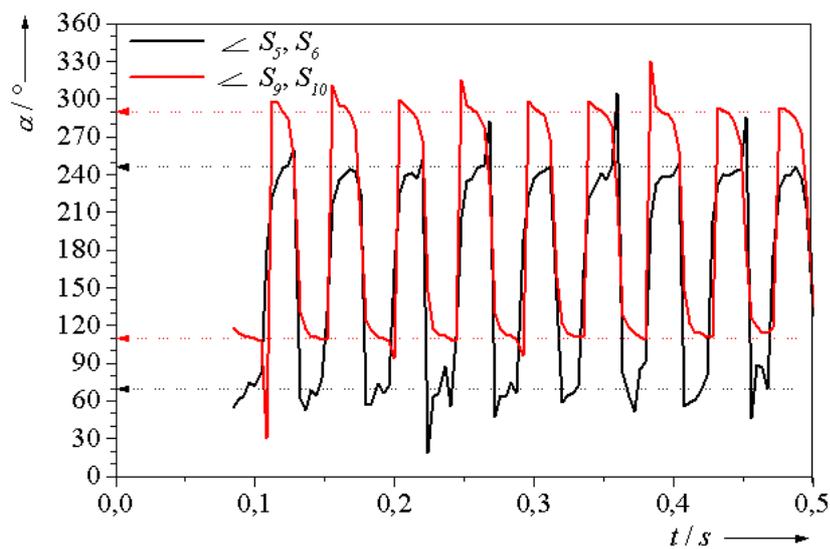
Bild 4.17 : Schematischer Aufbau des Fachwerkarms mit der Position der Faser-Bragg-Gitter-Sensoren zur Erfassung der maximalen Verwölbung eines Stabsegmentes

Untersucht wurde die Verwölbung zweier benachbart und diagonal angeordneter Stäbe unter reiner Biege- bzw. Torsionsbelastung. Beispielhaft für die vorgenannte

Vorgehensweise zur Ermittlung der Verwölbung der Einzelstäbe sind die Messergebnisse der Sensorgruppe S_5, S_6 und S_9, S_{10} - Verwölbung der diagonal angeordneten Stäbe - für die vorgenannten Belastungsfälle in Bild 4.18 und Bild 4.19 dargestellt.



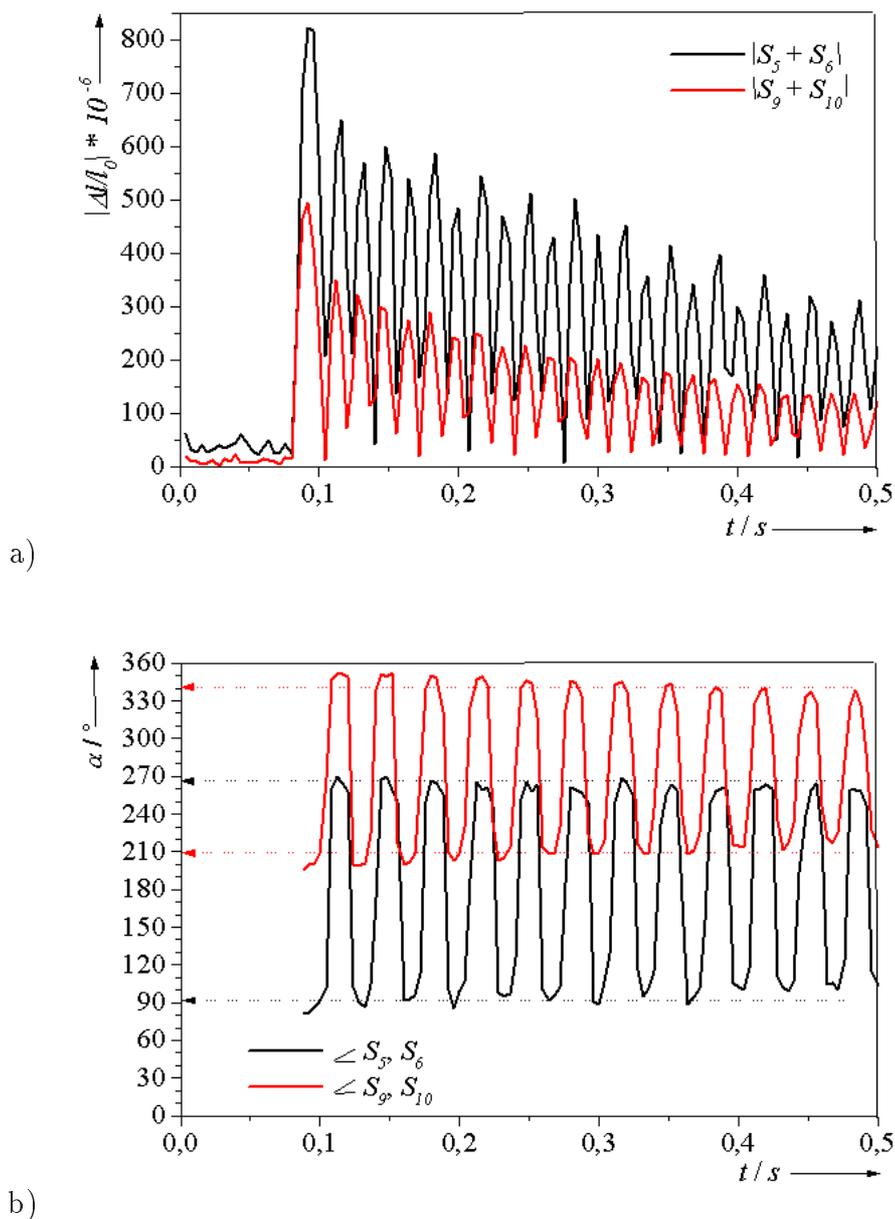
a)



b)

l_0 Länge des ungedehnten FBG-Sensors

Bild 4.18 : a) Betrag und b) Winkel α des Dehnungsvektors der FBG-Sensoren S_5, S_6 und S_9, S_{10} bei reiner Biegebelastung des Fachwerksarms



l_0 Länge des ungedehnten FBG-Sensors

Bild 4.19 : a) Betrag und b) Winkel α des Dehnungsvektors der FBG-Sensoren S_5 , S_6 und S_9 , S_{10} bei reiner Torsionsbelastung des Fachwerkarms

Die Spitzen im Phasenverlauf sind auf die Unstetigkeit der Tangensfunktion zurückzuführen (vgl. Gl. 4.9). Speziell bei der Biegebelastung ist ein nichtharmonischer Verlauf der Dehnungsamplituden sichtbar. Aus der in Bild 4.20 dargestellten Fast-Fourriertransformation der Zeitsignale sind die unterschiedlichen Oszillationsfrequenzen für die vorgenannten Belastungsfälle ablesbar. Für die Torsionsbelastung

beträgt die Oszillationsfrequenz $f_{t1} = 30 \text{ Hz}$ und für die Biegebelastung $f_{b1} = 22 \text{ Hz}$. Weiterhin ist bei der Biegebelastung eine Oberwelle mit geringer Amplitude bei $f_{b2} = 44 \text{ Hz}$ zu beobachten.

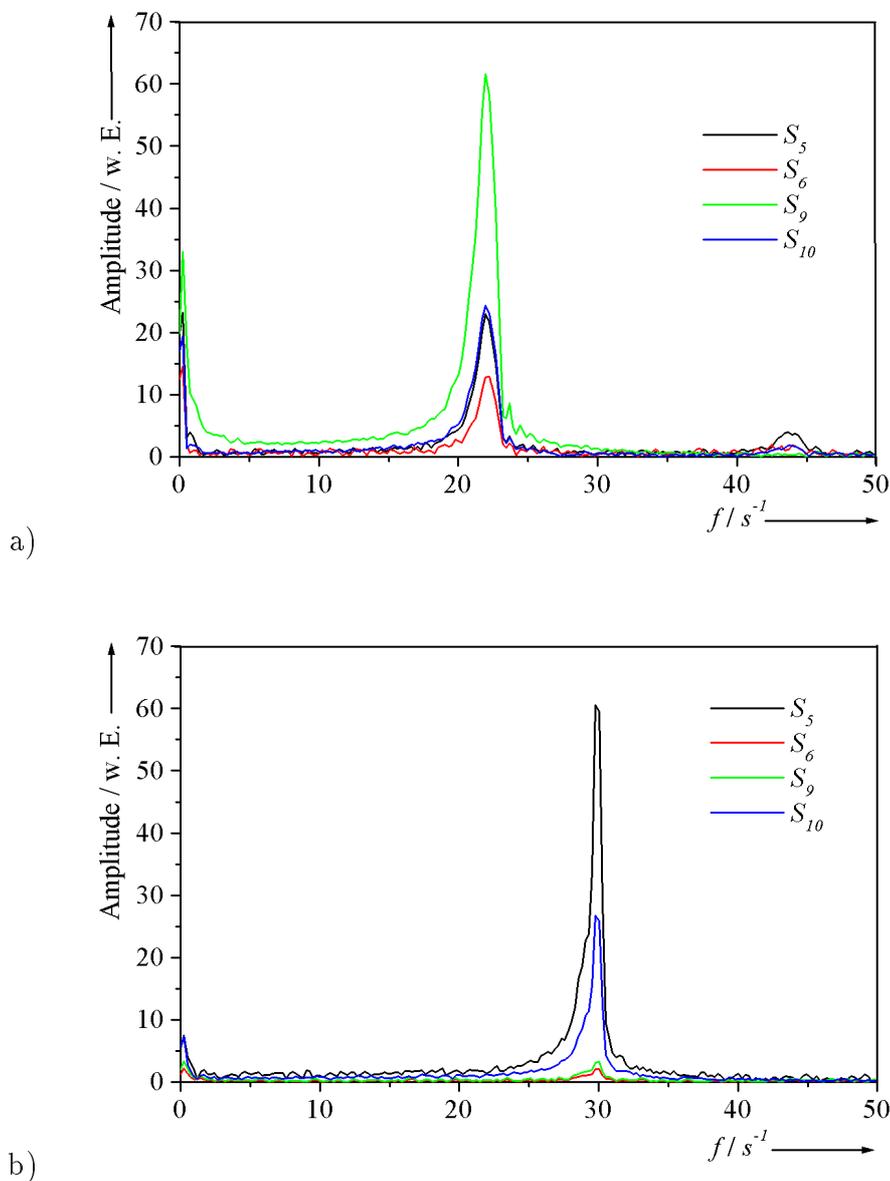


Bild 4.20 : Ergebnisse der Fast-Fourier-Transformatin der Dehnungsmesswerte der Sensoren S_5 , S_6 und S_9 , S_{10} ; a) reine Biegebelastung; b) reine Torsionsbelastung des Fachwerkarms

Eine Zusammenstellung der resultierenden Dehnungsvektoren nach Betrag und Phase für die reine Biege- und Torsionsbelastung zeigt Tabelle 4.4. Deutlich sichtbar ist die Verwölbung der Stabelemente. Bei einer reinen Biegebelastung in y -Richtung,

Tabelle 4.4 : Verwölbung des Querschnitts des Fachwerkarms bei $z = l/8$ unter reiner Biege- bzw. Torsionsbelastung

Sensor		Dehnungsvektor bei "reiner Biegung"		Dehnungsvektor bei "reiner Torsion"		Stabanordnung (vgl. Bild 4.17)
x	y	Betrag/ 10^{-4}	Winkel/ $^{\circ}$	Betrag/ 10^{-4}	Winkel/ $^{\circ}$	
S_6	S_5	4,0/14,1	70/250	7,3	90/270	oben rechts
S_8	S_7	4,9/13,5	30/210	1,9	40/220	oben links
S_6	S_5	2,4/5,5	70/250	8,0	90/270	oben rechts
S_{10}	S_9	12,0/8,5	110/290	4,95	210/340	unten links

d. h. in der Achse $90^{\circ}/270^{\circ}$, ist eine Stabauslenkung in $70^{\circ}/250^{\circ}$ und $30^{\circ}/210^{\circ}$ der benachbarten Stäbe und $70^{\circ}/250^{\circ}$ und $110^{\circ}/290^{\circ}$ der diagonal angeordneten Stäbe ableitbar. Zwischen den beiden Winkelangaben liegen jeweils genau 180° . Das Bestreben der Stäbe, sich in die Richtung der Biegebelastung auszulenken, ist erkennbar, aber aufgrund der Vorspannung der Stäbe sind signifikante Abweichungen beobachtbar. Das zuvor genannte nichtharmonische Schwingungsverhalten der Stäbe unter Biegebelastung ist an den unterschiedlichen Amplituden ablesbar. Weiterhin ist ersichtlich, dass für den Fachwerkarm unter Biegebelastung die Dehnungssignale der gestauchten Oberfläche (Stab unten links) größer sind als die der gedehnten Oberfläche (Stab oben rechts). Dies ist auch hier auf den unterschiedlichen Abstand zur neutralen Achse des Arms zurückführbar [39].

Desweiteren zeigt sich beim Vergleich der Auslenkungswinkel der Stäbe unter Biege- bzw. Torsionsbelastung, dass die Werte der Winkel für die zwei Sensorgruppen S_5, S_6 und S_7, S_8 sehr nahe beieinander liegen. Bei den Sensoren S_5, S_6 sind es im Fall der Biegung bzw. Torsion $70^{\circ}/250^{\circ}$ bzw. $90^{\circ}/270^{\circ}$ und bei den Sensoren S_7, S_8 sind es $30^{\circ}/210^{\circ}$ bzw. $40^{\circ}/220^{\circ}$. Die Messergebnisse der Sensorgruppe S_9, S_{10} zeigen mit den Werten von $110^{\circ}/290^{\circ}$ und $210^{\circ}/340^{\circ}$ größere Differenzen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei der Biegebelastung ein "Ausweichen" des unteren Stabs aufgrund der Vorspannung in x -Richtung zu beobachten ist.

Da die Richtungen der Auslenkungen der Einzelstäbe bei der Biege- und Torsionsbelastung teilweise nahezu identisch sind, ist eine sichere Aussage über die Belastung des Arms aus der Stabverwölbung alleine nicht ableitbar. Nur für den vorgenannten Fall einer reinen Biege- oder Torsionsbelastung der ersten Eigenmode ist eine Zuordnung der vorliegenden Belastung auch anhand einer Frequenzanalyse der Dehnungssignale (vgl. Bild 4.20) möglich. Die fehlende Information über die Art der Belastung ist aus der Kenntnis über die Verformung der verkreuzten Stabelemente entnehmbar.

Die Simulationsergebnisse für die Torsionsbelastung in Bild 4.16 zeigen eine maximale Dehnung auf dem Verkreuzungspunkt. Für die experimentelle Verifikation ist der Dehnungssensor S_0 auf dem Knotenpunkt der Verkreuzung und ein weiterer Dehnungssensor S_1 genau zwischen dem Knotenpunkt der Verkreuzung und dem

ersten Eckknoten aufgebracht worden (Bild 4.21).

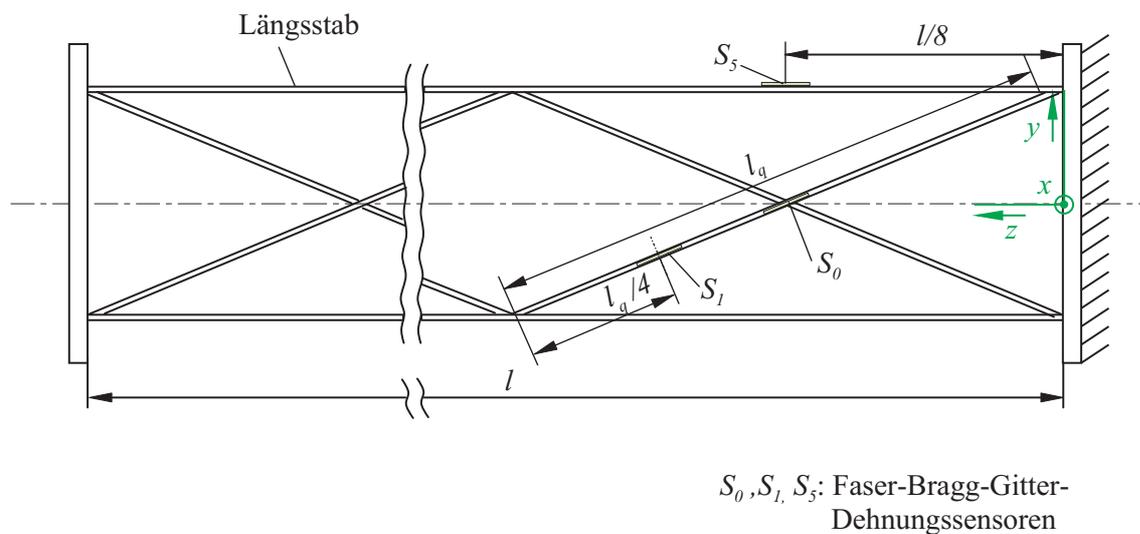
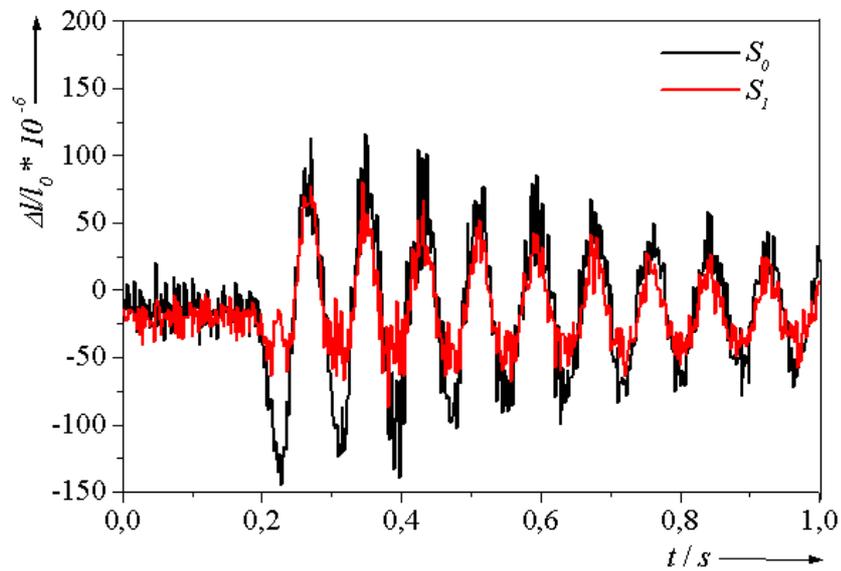


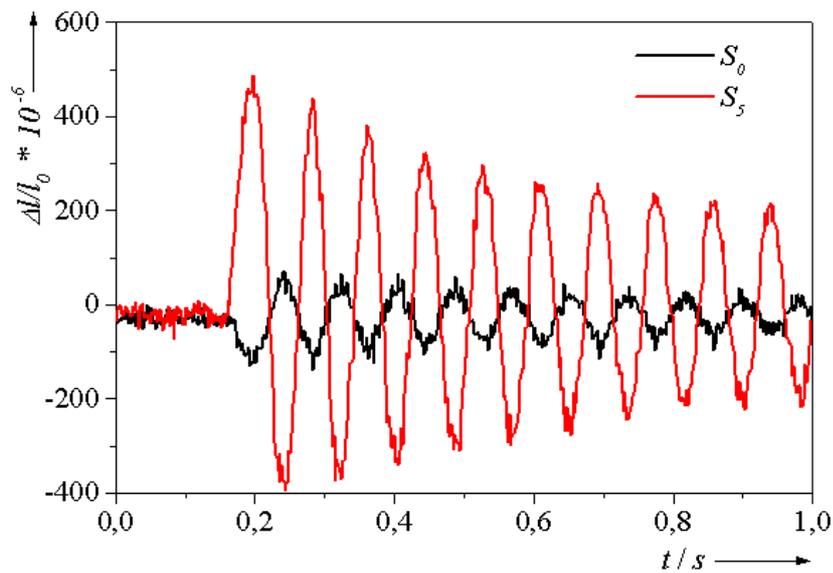
Bild 4.21 : Position der FBG-Dehnungssensoren zur Erfassung der Torsionsbelastung des Fachwerkkarm

Eine vergleichende Messung zwischen den beiden Torsionssensoren S_0 und S_1 zeigt Bild 4.22 (oben). Die Simulationsergebnisse werden voll bestätigt, Torsionssensor S_0 liefert etwas höhere Dehnungswerte als Torsionssensor S_1 . Allerdings ist die Torsion mit dem ersten Biegesensor S_5 wesentlich deutlicher detektierbar als mit den Torsionssensoren (siehe Bild 4.22).

Zusammenfassend ist feststellbar, dass das statische und dynamische Verhalten für den in Rahmen dieser Arbeit realisierten Fachwerkkarm nicht exakt modellier- und berechenbar ist, die Simulationsergebnisse sind für topologische Untersuchungen zur Anordnung der Dehnungssensoren für die Belastungsrekonstruktion also nur begrenzt verwendbar. Dies ist auf die Vorspannungen im Arm zurückzuführen, die zu einer Krümmung einzelner Stabelemente führen und das Verformungsverhalten signifikant beeinflussen. Die Bahnkurve des Fachwerkkarms für die Belastungsrekonstruktion ist durch sukzessive Messung der Verwölbung der Längsstäbe und der Verkrenzungen und unter Anwendung der Matrizenrechnung auf Fachwerke, wie in [40] beschrieben, approximierbar.



a)



b)

l_0 Länge des ungedehnten FBG-Sensors

Bild 4.22 : Vergleich der Amplituden der Dehnungssensoren; a) S_0 und S_1 (oben); b) S_0 und S_5 bei reiner Torsionsbelastung des Fachwerkmarms

4.2.4 Eigenschaftsübersicht von FBG-Dehnungssensoren für den Einsatz

Faser-Bragg-Gitter-Dehnungssensoren für die dynamische Belastungsmessung weisen eine Vielzahl von Vorteilen im Vergleich zu konventionellen elektrischen Dehnungsmessstreifen auf. Die wichtigsten Eigenschaften von FBG-Sensoren für die Belastungsmessung sind:

- die *Kleinheit* der FBG-Sensoren und der Glasfaser, die Messungen auch an geometrisch sehr kleinen mechanischen Systemen wie z. B. dünnen Stäben oder die Integration in den Träger ermöglichen (vgl. Kap. 4.2.1 - Kap. 4.2.3),
- die *gute Applizierbarkeit*, die auch das Aufkleben bei komplizierter (z. B. schräger) Sensorausrichtung ermöglicht (vgl. Kap. 4.2.2),
- die *hohe Messempfindlichkeit*, die den Nachweis geringer, konstruktiv oder verbindungstechnisch bedingter Abweichungen gestattet (vgl. Kap. 4.2.3),
- die *geringe Querempfindlichkeit* bei der Belastungsmessung an symmetrischen Trägern in Kastenbauweise (vgl. Kap. 4.2.2),
- die *gute Multiplexfähigkeit*, die den Aufbau großer Messfelder (Arrays) in Form eines Faser-Netzwerks zulässt (vgl. Kap. 5) und
- die *hohe Langzeitstabilität*, die eine Belastungsmessung bei mechanischen Systemen mit langer Nutzungsphase gestattet.