

**Beschreibung und Auswertungsmethodik
von Multi-Fabry-Perot-Systemen**

Vom Fachbereich Elektrotechnik der
Gerhard-Mercator-Universität Duisburg

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs
genehmigte Dissertation

von

DIPL.-ING. DIRK SCHULZ

aus

Krefeld

Referent: Prof. Dr.-Ing. Edmund Gerhard
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. em. Heinz Luck

Tag der mündlichen Prüfung: 1. Juni 2001

Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Elektromechanische Konstruktion der Universität Duisburg.

Danken möchte ich allen Kollegen des Fachgebiets für die freundschaftliche Zusammenarbeit. Mein besonderer Dank geht dabei an Andreas Kreuder, Mark Meininger und Ralf Woelke.

Bedanken möchte ich mich auch bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Edmund Gerhard für die gesamte wissenschaftliche Betreuung sowie für die stets konstruktiven Anregungen, die wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Herrn Prof. Dr.-Ing. em. Heinz Luck möchte ich für sein besonderes Interesse an der Themenstellung sowie für jene Gewissenhaftigkeit danken, mit der er das Korreferat übernommen hat.

Dank gilt auch meinen Eltern, die mir dies alles ermöglichten, sowie meiner Frau Irene für die emotionale Unterstützung und Melinda Nickel für das unermüdliche Korrekturlesen.

Dirk Schulz, Juni 2001

Zusammenfassung

Faseroptische Fabry-Perot-Sensoren sind hochauflösende Interferometer, die als Informationsträger optische elektromagnetische Strahlung verwenden und diese in Abhängigkeit von einer physikalischen Einflussgröße verändern. Gekennzeichnet sind diese Sensoren durch Eigenschaften wie kleine Abmessungen, hohe Störsicherheit, elektrische Potentialfreiheit sowie durch die Möglichkeit, aus ihnen Multisensorsysteme aufbauen zu können.

Zur Zeit sind Fabry-Perot-Sensoren nur als Einzelsensoren oder Netzwerke örtlich getrennter Einzelsensoren realisiert. Es existieren aber Anwendungsgebiete wie z.B. in der Medizin, bei denen es sinnvoll ist, an einem quasi infinitesimalen Ort mehrere Einflussgrößen zu messen. Der Aufbau von Multi-Sensoren ist technologisch möglich, jedoch reichen konventionelle Auswerteverfahren nicht aus, um topologische Varianten wie Serien-, Parallel- oder Schichtsysteme mit einer hinreichenden Auflösung auszuwerten.

In dieser Arbeit werden eine praxisgerechte Beschreibung und eine neuartige Auswertung von Multi-Fabry-Perot-Sensor-Systemen vorgestellt. Anschließend an eine allgemeine Einführung wird im Kapitel Beschreibung von Fabry-Perot-Systemen die Grundlage für eine Sensorauswertung entwickelt. Ausgangspunkte für die Systembeschreibung sind die in der Fachliteratur bekannten – um den Einfluss der Kohärenz erweiterten – Verfahren der Airyschen Formel und der Transfermatrixmethode. Mit neu eingeführten Kettengliedern, die Systemkomponenten wie Koppler, Sensoren, Koppelstellen und Lichtquellen repräsentieren und auf den Übertragungsfunktionen aufsetzen, ist eine Beschreibung und Simulation realer, komplexer Systeme möglich. Anhand von realen Sensorsystemen werden relevante Grundschaltungen vorgestellt.

Das im Kapitel Auswertung entwickelte, neuartige Verfahren verwendet die quantisierten Werte eines Diodenspektrometers als signaltechnischen Vektor. Mit Hilfe der diskreten Fouriertransformation lassen sich die Sensorsignale im Bildbereich eindeutig zuordnen. Die eigentlichen Messwerte werden aus der Korrelation zwischen Signalvektor und einem zuvor konstruierten Gewichtsvektor bestimmt. Neben der analytischen Abschätzung von Auflösung, Messbereich und Auswerteparametern werden Störeinflüsse der Umgebung und Übersprechen der Sensoren untereinander diskutiert.

In einem weiteren Kapitel werden ein Multisensor für die Druck- und Temperaturmessung und dessen Beschreibung, Simulation und Auswertung ausführlich vorgestellt. Das Auswerteverfahren ermöglicht es, die Signale der Sensorkomponenten eindeutig zu trennen. Die erzielte Auflösung der optischen Resonatorlänge beträgt 11 pm, was einer Temperaturentauflösung von 5 mK bzw. einer Druckauflösung von 0,15 mmHg entspricht. Abschließend wird eine medizinische Anwendung vorgestellt, bei der Druck und Temperatur innerhalb eines Muskels gemessen werden.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Faseroptische Sensorik und Fabry-Perot-Resonator	1
1.2	Motivation und Zielsetzung der Arbeit	7
2	Beschreibung von Fabry-Perot-Systemen	9
2.1	Konventionelle Beschreibung aufgrund der Welleneigenschaft des Lichts	9
2.1.1	Licht als elektromagnetische Welle	9
2.1.2	Anwendung auf Einzelresonatoren	13
2.1.3	Anwendung auf Schichtsysteme	21
2.2	Fabry-Perot-Systeme als Lichtübertragungskette	25
2.2.1	Fabry-Perot-Resonator als Kettenglied	25
2.2.2	Systemkomponenten als Kettenglieder	27
2.3	Fabry-Perot-Resonator-Systeme aus Ketten	29
2.3.1	System mit Einfach-Fabry-Perot-Resonator	29
2.3.2	System mit Mehrschicht-Fabry-Perot-Resonator	31
2.3.3	System mit zwei parallelen Fabry-Perot-Resonatoren	34
2.3.4	System mit seriell angeordneten Fabry-Perot-Resonatoren	37
3	Auswertung von Fabry-Perot-Systemen	40
3.1	Mathematische Grundbetrachtung für die Auswertung von Multi-Fabry-Perot-Systemen	40
3.2	Standardauswerteverfahren	43
3.3	Auswertung nach der Fourier-Korrelations-Methode	47

3.3.1	Auswertung im Signalbereich	47
3.3.2	Auswertung im Bildbereich	54
3.4	Eigenschaften der signaltechnischen Auswertung	72
3.4.1	Auflösung	72
3.4.2	Messbereich	74
3.4.3	Querempfindlichkeit	77
4	Beschreibung und Auswertung eines Multi-Sensor-Systems	81
4.1	Aufbau und Beschreibung des Sensorsystems	81
4.1.1	Aufbau und Beschreibung eines Hybridsensors zur Druck- und Temperaturerfassung	81
4.1.2	Aufbau und Simulation des Sensorsystems	85
4.1.3	Festlegen der charakteristischen Auswerteparameter	87
4.2	Bestimmen und Verifizieren der Kennlinien	92
4.2.1	Versuchsaufbau	92
4.2.2	Messung der Kennlinien	92
4.2.3	Simulation der Querempfindlichkeiten	95
4.3	Neuartige Anwendung des Multi-Sensors im Bereich der Medizin	97
	Literaturverzeichnis	100
	A Anhang	103
A.1	Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen und Abkürzungen	103
A.2	Konstante Größen	105

1 Einleitung

1.1 Faseroptische Sensorik und Fabry-Perot-Resonator

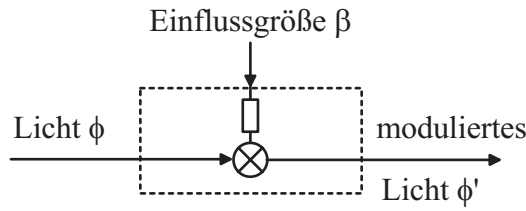
Die faseroptische Sensortechnik ist ein Wissenschaftsfeld, in dem seit Ende der 70er Jahre gearbeitet wird [35]. Informationsträger derartiger Sensorsysteme ist die durch Totalreflexion geführte optische, elektromagnetische Welle einer Lichtquelle in einem Lichtwellenleiter. Im Sensorelement moduliert ein optischer Effekt das Licht in Abhängigkeit von der zu erfassenden Messgröße. Diese Sensoren zeichnen sich durch Eigenschaften wie

- kleine Abmessungen,
- eine hohe Auflösung,
- eine hohe Störsicherheit gegenüber elektromagnetischer Strahlung,
- elektrische Potentialfreiheit und
- die Möglichkeit, aus ihnen Multisensorsysteme aufzubauen,

aus [38]. Damit sind faseroptische Systeme prädestiniert für Anwendungen in explosionsgefährdeten Bereichen (sicherheitstechnische, chemische und petrochemische Industrie), in Bereichen mit hoher elektromagnetischer Strahlung (Transformatoren- und Motorenbau, Energiewirtschaft und Meteorologie) sowie in der Medizin.

Prinzipiell sind eine Vielzahl von physikalischen Effekten für die faseroptische Sensortechnik [12] geeignet. In Bild 1.1 ist der prinzipielle Aufbau von faseroptischen Sensoren skizziert. Die Umsetzung eines physikalischen Effekts kann mit verschiedenen konstruktiven und topologischen Varianten erfolgen. So wird bei einem intrinsischen Sensor das Licht innerhalb des Lichtwellenleiters von der zu messenden Einflussgröße verändert. Bei einem extrinsischen Sensor dient der

PRINZIP:



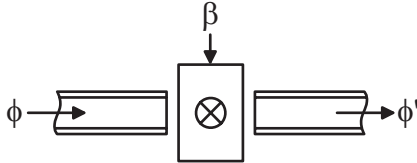
Beeinflussung von

- Intensität
- Wellenlänge
- Phase
- Polarisation

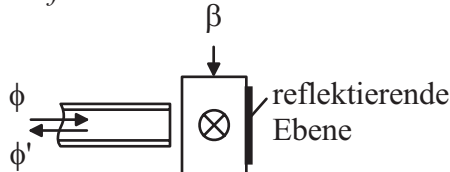
AUFBAUARTEN:

extrinsisch

Transmission

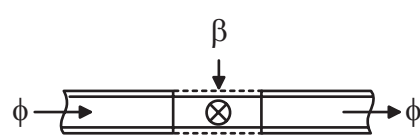


Reflexion

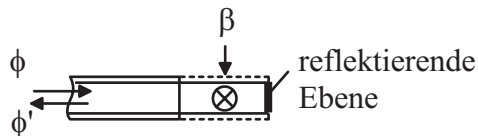


intrinsisch (inkl. Evaneszenz)

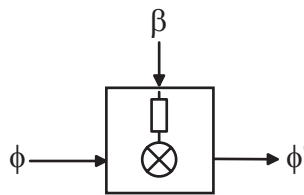
Transmission



Reflexion



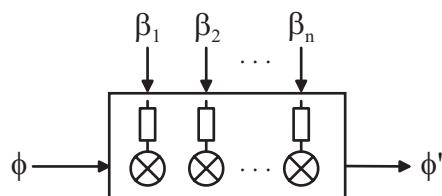
als MONOSENSOR:



Auswertung basierend auf

- Intensitätsmultiplex
- Wellenlängenmultiplex
- Zeitmultiplex
- Frequenz- /Codemultiplex
- Polarisationsmultiplex
- Phasenmultiplex

als MULTISENSOR:



Mögliche Auswertungsverfahren:

- Standardauswertungsverfahren (vgl. Kap 3.2)
- Fourier-Korrelations-Methode (Kap. 3.3 ff.)

Bild 1.1: Prinzip und Aufbau von faseroptischen Sensoren

Lichtwellenleiter nur dem Transport der Information über die Messgröße. Weiterhin können durch die bidirektionalen Eigenschaften eines Lichtwellenleiters neben Transmissionssystemen auch Reflexionssysteme aufgebaut werden. Eine Änderung der zu messenden Einflussgröße bewirkt je nach Konstruktion des Sensors eine Änderung der optischen Größen: Intensität, Wellenlänge, Polarisation und Phase.

Jene Sensorsysteme, die für eine Auswertung den Wellencharakter des Lichts verwenden, werden als Interferometer bezeichnet [3]. Diese Klasse von Sensoren ist geeignet, um kleinste geometrische bzw. optische Änderungen aufzulösen. Damit sind diese Sensortypen für Sensoren mit kleinen Abmessungen, bei denen nur geringe Änderungen erzielt werden können (wie z.B. geringe Membrandurchbiegungen bei kleinen Membranabmessungen), besonders geeignet.

Ein in der faseroptischen Sensorik vielfach eingesetztes Interferometer ist, neben dem Bragg-Gitter-, Mach-Zehner- und Michelsoninterferometer, das sogenannte Fabry-Perot-Interferometer. In Bild 1.2 ist die Wirkungsweise eines Fabry-Perot-Systems dargestellt. Das Fabry-Perot-Interferometer besteht aus zwei planparallelen, teildurchlässigen Spiegeln, die ein optisches Medium begrenzen. Der zwischen den Spiegeln optisch wirksame Abstand, die Resonatorlänge Z , ist das Produkt ($Z = \bar{n} \cdot L$) aus geometrischem Abstand L und optischer Brechzahl \bar{n} . Eine durch die zu messende Einflussgröße β hervorgerufene Änderung des geometrischen Abstands bzw. der optischen Brechzahl führt zu einer Änderung des für den Resonator charakteristischen reflektierten Lichtspektrums. Der Aufbau einer möglichen Auswertung umfasst ein Spektrometer, einen Y-Koppler und eine elektronische Signalverarbeitung [14].

Faseroptische Fabry-Perot-Sensoren sind bereits für verschiedene Anwendungsgebiete wie z.B. für Bereiche der Medizin entwickelt worden [13]. Dabei ist der größte Teil dieser Systeme für eine einzelne zu messende Einflussgröße ausgelegt und mit einem Monosensor ausgestattet. Erste Ansätze für Multi-Fabry-Perot-Systeme sind bereits verwirklicht. Diese Sensorsysteme bestehen aus mehreren optisch unabhängigen Einzelsensoren für jeweils eine Einflussgröße, die in einem gemeinsamen Gehäuse untergebracht sind, Bild 1.3. Die Auswertung derartiger Multisensoren erfolgt für jede Komponente getrennt. Ein Nachteil ist insbesondere die Anzahl der benötigten Lichtwellenleiter als Verbindungsstrecken. Damit sind der Miniaturisierung Grenzen gesetzt.

Unter der Voraussetzung, dass ein verschiedene Messinformationen trennendes Auswerteverfahren möglich ist, ist der Aufbau von einem Multi-Fabry-Perot-Sensor mit einer einzelnen Verbindungsstrecke denkbar. Ein solches Sensorsystem würde es ermöglichen, mehrere Messgrößen an einem quasi infinitesimal kleinen Ort zu erfassen. Eine mögliche Anordnung eines zweifachen Multisensors ist die Serienschaltung zweier Fabry-Perot-Resonatoren, siehe Bild 1.4. In Bild 1.5 sind die Prinzipien von zwei Varianten eines zweifachen Serien-Fabry-

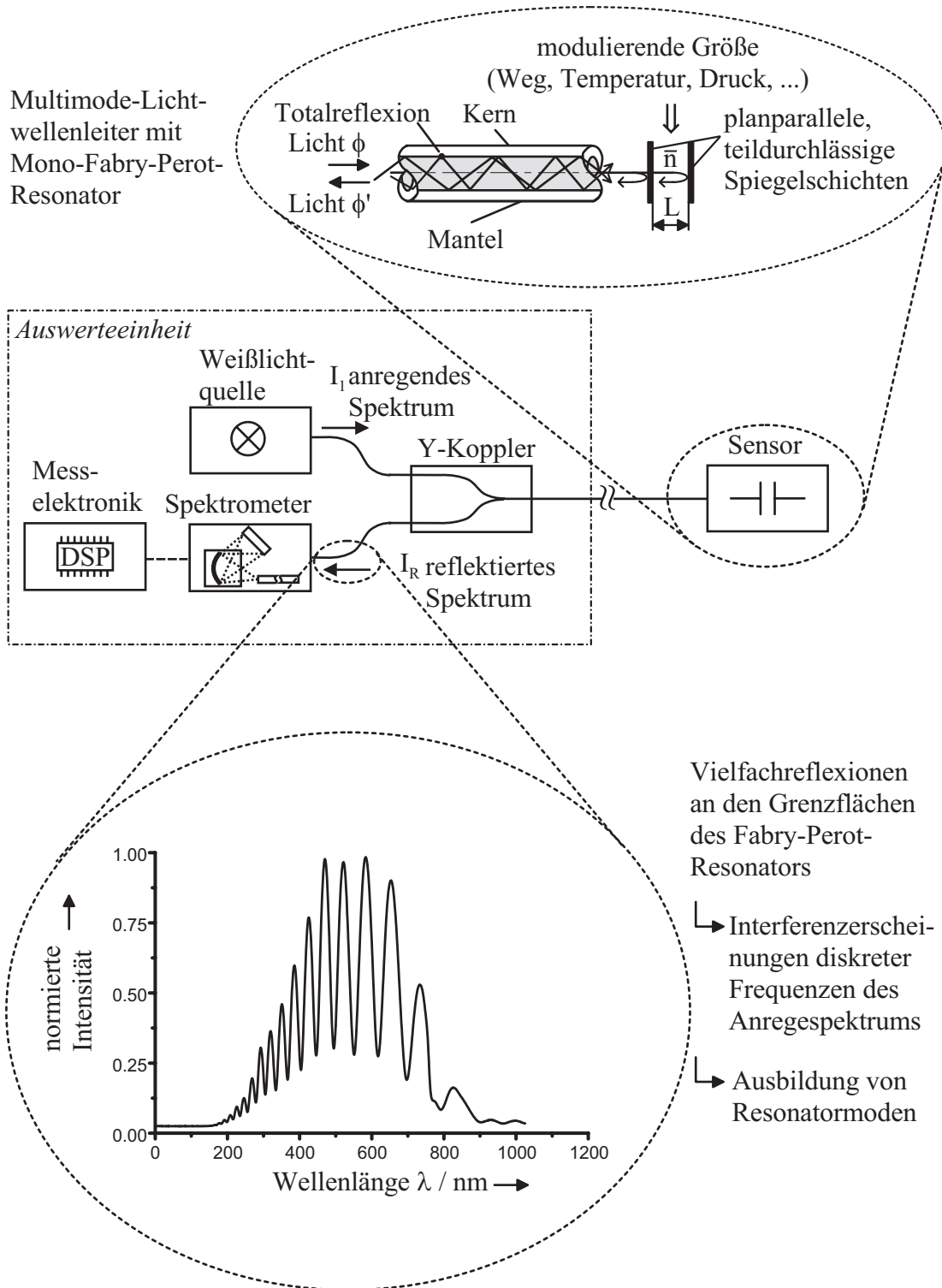


Bild 1.2: Prinzip und Wirkungsweise faseroptischer, in Reflexion betriebener Fabry-Perot-Sensoren

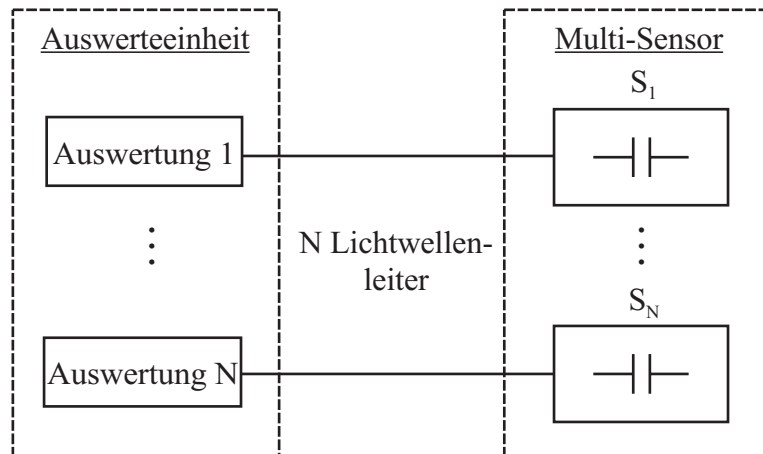


Bild 1.3: Multi-Fabry-Perot-System mit getrennter Auswertung

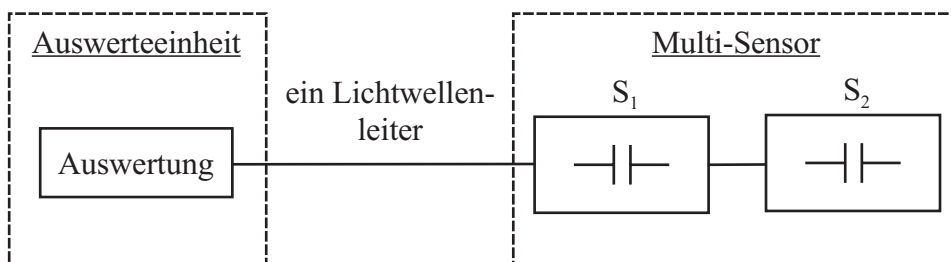


Bild 1.4: Multi-Fabry-Perot-System mit einer Auswertung

Perot-Sensoren zur gleichzeitigen Messung von Druck und Temperatur dargestellt. Die in Bild 1.5 a dargestellte Variante eines Hybridsensors ist mit einer Membrananordnung für die Einflussgröße β_1 (z.B. Druck) und einer Polymerschicht für die Einflussgröße β_2 (z.B. Temperatur) versehen. Ändert sich die Einflussgröße β_2 , so folgt eine proportionale Änderung der optischen Schichtdicke, die aus einer geometrischen Änderung bzw. einer Brechzahländerung der Polymerschicht resultiert. Hingegen bewirkt die Einflussgröße β_1 die Durchbiegung einer Membran (z.B. aus Silizium), was gleichbedeutend mit einer Änderung der optischen Schichtdicke ist. Bei der zweiten Variante, die als Mehrschichtsensor aufgebaut

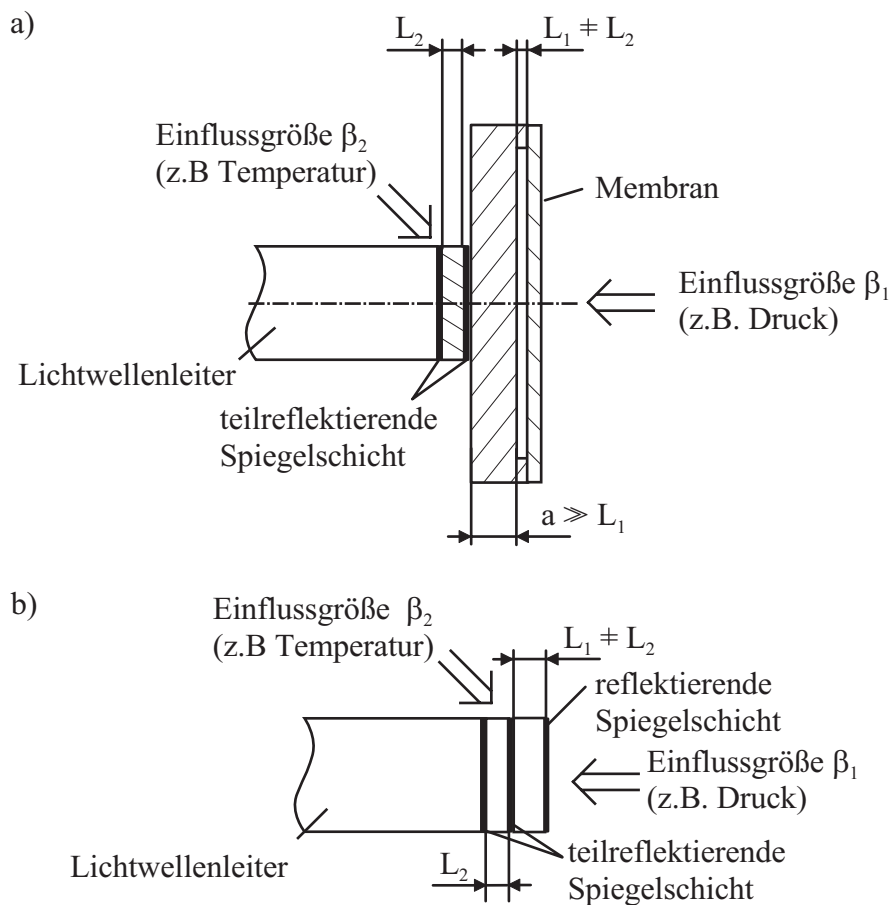


Bild 1.5: Aufbauprinzipien für in Reflexion betriebene Zweifach-Fabry-Perot-Sensoren,
 a) als Hybridsensor mit beweglicher Membran und Polymerschicht
 b) als Mehrschichtsensor mit zwei aktiven Polymerschichten

ist (Bild 1.5 b), werden beide sensitiven Komponenten jeweils aus einer Polymerschicht aufgebaut.

1.2 Motivation und Zielsetzung der Arbeit

Fabry-Perot-Mono-Sensoren lassen sich mit Standard-Verfahren wie Zweiwellenlängenmessverfahren, Weißlicht-Interferometrie oder mit der Fast-Fourier-Transformation auswerten. Messungen an aufgebauten Mono-Fabry-Perot-Sensoren mit beweglicher Membran einerseits und mit sensitiver Polymerschicht andererseits haben ergeben, dass sich die optische Resonatorlänge im Nano- bzw. Subnanometerbereich ändert [6, 8, 37]. Zur Auswertung von dynamischen Messwertänderungen bei Multi-Fabry-Perot-Sensoren sind die bisherigen Verfahren nicht geeignet.

Ziel der Arbeit ist ein hochauflösendes Auswerteverfahren zur Messwertsignal-trennung bei Multi-Fabry-Perot-Resonatoren zur Messung dynamischer, veränderlicher – i. a. physikalischer – Größen.

Für die Entwicklung eines neuen Auswerteverfahrens, das eine eindeutige Trennung der Messsignale ermöglicht, ist in Bild 1.6 der Lösungsweg skizziert. Ein erster Schritt für die Entwicklung eines solchen Verfahrens ist die Analyse des auszuwertenden Systems. Dazu ist eine geeignete Beschreibung der optischen Eigenschaften von Multi-Fabry-Perot-Systemen zu erarbeiten. Diese Beschreibung sollte praxisgerecht sein und die wesentlichen Einflussfaktoren der Systemkomponenten und deren Topologie berücksichtigen. Mit dem gewählten, mathematischen Modell für die Beschreibung ist es möglich, Fabry-Perot-Systeme zu simulieren. Der konstruierte Auswertalgorithmus kann dann innerhalb der Simulationsumgebung getestet und iterativ optimiert werden. Ist ein geeigneter Auswertalgorithmus gefunden, erfolgt die Verifikation an einem realen System. Die Ergebnisse dieses Lösungsansatzes werden in den nachfolgenden Kapiteln dargestellt.

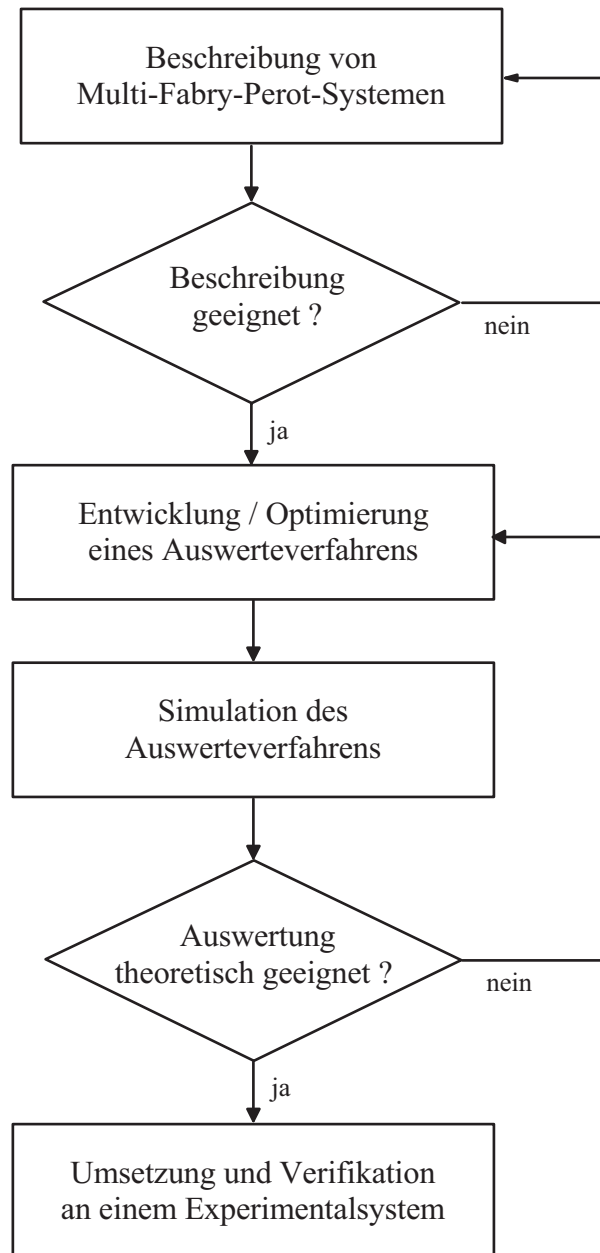


Bild 1.6: Vorgehensweise für die Entwicklung eines Auswerteverfahrens

2 Beschreibung von Fabry-Perot-Systemen

2.1 Konventionelle Beschreibung aufgrund der Welleneigenschaft des Lichts

2.1.1 Licht als elektromagnetische Welle

Das Aufspalten einer elektromagnetischen optischen Welle bzw. einer Lichtwelle [18] in mehrere Teile – wie es bei Fabry-Perot-Interferometern erfolgt – generiert in der Praxis mehrere partiell kohärente Lichtwellen. Eine Beschreibung der elektrischen Feldkomponente \vec{E} und der magnetischen Feldkomponente \vec{B} einer Lichtwelle kann in Abhängigkeit von der Zeit t mit den Maxwell'schen Gleichungen erfolgen. Für einen ladungsfreien Raum sind die Maxwell'schen Gleichungen

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (2.2)$$

durch die Dielektrizitätskonstante ϵ_0 und die Permeabilität μ_0 bestimmt. Die Verwendung des Nabla-Operators ∇ verdeutlicht den allgemeinen Ansatz einer dreidimensionalen Welle. Für die weitere Betrachtung ist nur die Beschreibung einer linearen, eindimensionalen Wellenausdehnung erforderlich. Zu einer weiteren Vereinfachung führt der Umstand, dass die Größen \vec{E} und \vec{B} voneinander abhängig sind und die Beschreibung der optischen, elektromagnetischen Welle als ein zeitlich und örtlich variierendes E -Feld

$$E = E_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_0) = \operatorname{Re} \left\{ E_0 e^{j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_0)} \right\} \quad (2.3)$$

durch eine Kosinusfunktion bzw. als Realteil einer komplexen Exponentialfunktion möglich ist [18]. Hierbei ist E ein Wechselfeld mit der Amplitude E_0 und $j = \sqrt{-1}$ die imaginäre Einheit. Die Kreisfrequenz ω bildet mit der Zeit t den zeitlich variierenden Anteil, φ_0 ist ein konstanter Phasenwinkel und die Multiplikation der Wellenzahl \bar{k} mit dem Ort \bar{r} ergibt die örtliche Abhängigkeit der elektromagnetischen Welle. Die Wellenzahl \bar{k}

$$\bar{k} = \frac{2\pi}{\lambda} = \bar{n} \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (2.4)$$

hängt vom Medium bzw. von der optischen Brechzahl \bar{n} und der Wellenlänge im Vakuum λ_0 ab [18]. Für die Wellenzahl \bar{k} und die optische Brechzahl \bar{n} wird die vorliegende Nomenklatur verwendet, um eine Verwechslung mit den Laufvariablen n, k der Signalbeschreibung in Kapitel 3 zu vermeiden.

Aufgrund der schnellen Feldänderungen bei optischen Frequenzen kann die Veränderung des Feldes nicht direkt gemessen werden. Für die optische Messtechnik ist vielmehr der Begriff der Intensität

$$I = \bar{n} \cdot c \cdot \epsilon_0 \cdot \langle E_0^2 \rangle = \frac{\bar{n} \cdot c \cdot \epsilon_0}{2} E_0^2 \quad (2.5)$$

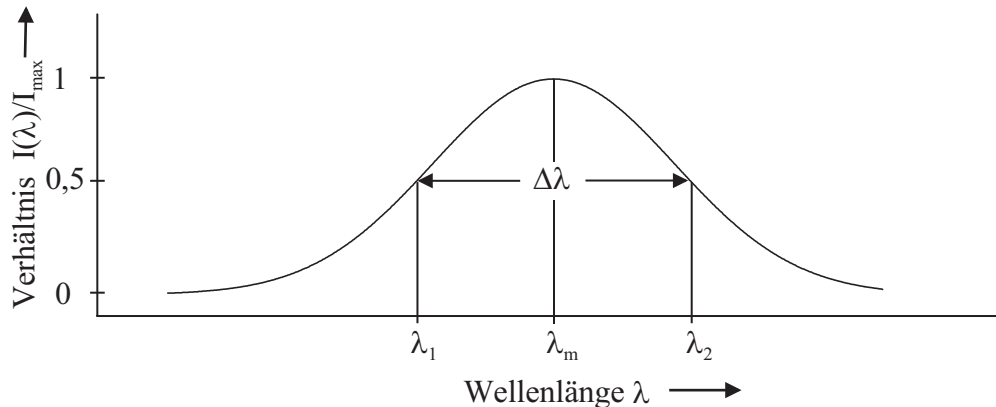
gebräuchlich [18]. Die Intensität I ist proportional zu dem zeitlichen Mittelwert (durch $\langle \rangle$ gekennzeichnet) des quadrierten E -Feldes. Oft werden an dieser Stelle die elektrische Feldkonstante ϵ_0 , die optische Brechzahl \bar{n} und die Vakuumlichtgeschwindigkeit c vernachlässigt, da nur relative Intensitäten im gleichen Medium relevant sind.

$$I \equiv \langle E_0^2 \rangle \quad (2.6)$$

Für eine reale Lichtquelle – insbesondere für thermische Strahler, die eine hohe spektrale Breite aufweisen – ist eine feste Phasenbeziehung der elektromagnetischen Welle nur für eine mittlere Zeitspanne – die sogenannte Kohärenzzeit t_c – gegeben. Die Kohärenzzeit ist jene Zeit, in der ein kohärenter Wellenzug der Länge L_c – die auch als Kohärenzlänge bezeichnet wird – einen Punkt passiert. Im freien Medium gilt folgender Zusammenhang:

$$t_c = \frac{L_c}{c}. \quad (2.7)$$

Die Kohärenzlänge steht in direktem Zusammenhang mit der spektralen Breite der emittierenden Lichtquelle. Eine typische Intensitätsverteilung einer Lichtquelle ist in Bild 2.1 dargestellt. Die Kohärenzlänge

Bild 2.1: Intensitätsverteilung $I(\lambda)$ einer Spektrallinie [23]

λ_m mittlere Wellenlänge; $\Delta\lambda$ Halbwertsbreite; λ_1, λ_2 Bezugswellenlängen;
 I_{max} maximal auftretende Intensität

$$L_c = \frac{\lambda_2 \cdot \lambda_1}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} \approx \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda} \quad (2.8)$$

ist näherungsweise das Quadrat der mittleren Wellenlänge λ_m , bezogen auf die Halbwertsbreite $\Delta\lambda$ [23].

In Bild 2.2 sind zwei Lichtquellen X_1 und X_2 skizziert, die jeweils eine optische Welle emittieren. Aufgrund des Wellencharakters des Lichts kommt es

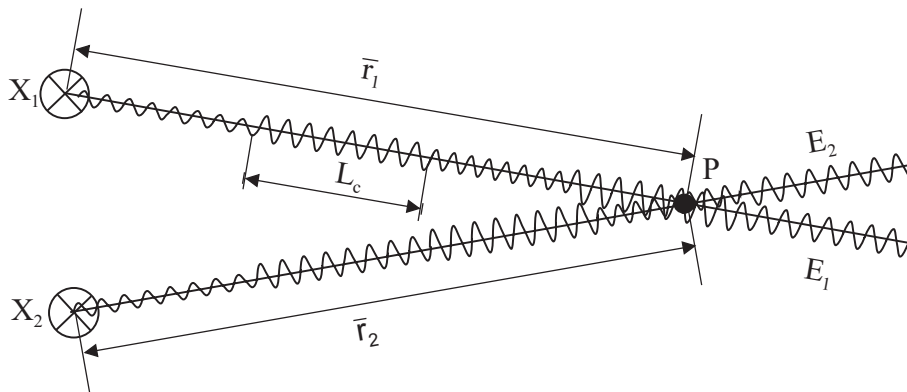


Bild 2.2: Interferenz zweier teilkohärenter Lichtwellen im Punkt P

X_1, X_2 Lichtquellen; \bar{r}_1, \bar{r}_2 Weglängen; L_C Kohärenzlänge; E_1, E_2 elektrische Feldkomponenten

im Punkt P zu einer Überlagerung der elektrischen Felder E_1 und E_2 , die zu einem resultierenden elektrischen Feld E_g interferieren. Für die elektrische Feldkomponente zweier Lichtwellen mit konstanter Phasenlage gilt:

$$E_g = E_1 + E_2. \quad (2.9)$$

In Abhängigkeit vom Phasenwinkel δ , der zwischen den elektrischen Feldern E_1 und E_2 besteht, variieren das resultierende Feld E_g und die nach Gleichung 2.6 resultierende Intensität I_g wie folgt [23]:

$$E_g^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2, \quad (2.10)$$

$$I_g = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cdot \cos(\delta). \quad (2.11)$$

Hierbei sind I_1 und I_2 die Intensitäten der Einzelwellen und $\delta = (\bar{k}_1 \cdot \bar{r}_1 - \bar{k}_2 \cdot \bar{r}_2 + \varphi_1 - \varphi_2)$ ist der Phasenwinkel.

Der mathematisch idealisierte Fall einer monochromatischen Welle bzw. der Fall zweier, für alle Zeit kohärenter Wellen kann real nicht vorliegen. Dagegen spricht die Kausalität einer realen Lichtquelle. Moderne Laserquellen kommen dem Idealfall der monochromatischen Welle schon sehr nahe; aber auch diese besitzen eine endliche Kohärenzzeit [7]. Der andere Extremfall, die Inkohärenz, ist ebenfalls nur ein mathematisch idealisierter Grenzfall. Selbst bei zwei statistisch verteilten thermischen Lichtquellen ist ein kohärenter Anteil vorhanden. Dieser ist in der Praxis jedoch zu vernachlässigen. Allgemein ist der normierte, kohärente Anteil – der als Kohärenzfunktion γ bezeichnet wird – ungleich den Idealfällen null und eins. Die sogenannte partielle Kohärenz ist von Ort und Zeit abhängig. Die zeitliche Abhängigkeit ist für zwei beliebige Funktionen $f_1(t)$ und $f_2(t)$ durch die Kohärenzfunktion

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\left| \int_0^\infty f_1(t)f_2(t+\tau)dt \right|}{\int_0^\infty f_1(t)f_2^*(t)dt} \quad (2.12)$$

mit der zeitlichen Verschiebung τ und $f_2^*(t)$, der komplex konjugierten Funktion von $f_2(t)$ bestimmt [11]. Die Kohärenzfunktion der örtlichen Abhängigkeit

$$\gamma_{12}(\sigma) = \frac{\left| \int_0^\infty f_1(s)f_2(s+\sigma)ds \right|}{\int_0^\infty f_1(s)f_2^*(s)ds} \quad (2.13)$$

ist äquivalent dazu mit der örtlichen Distanz σ , dem Bezugspunkt s und $f_2^*(s)$, der komplex konjugierten Funktion von $f_2(s)$ gegeben. In Bild 2.3 ist eine typische Kohärenzfunktion $0 < \gamma(\tau) < 1$ einer realen, thermischen Lichtquelle gegenüber den Grenzfällen der Kohärenz $\gamma(\tau) = 1$ und der Inkohärenz $\gamma(\tau) = 0$ dargestellt.

Mit der Überlagerung zweier partieller Lichtwellen kann entsprechend Gleichung 2.11 eine Änderung der Phase δ bzw. eine Änderung des Weges \bar{r} detektiert werden. Eine solche Überlagerung liegt bei einem Fabry-Perot-Interferometer vor.

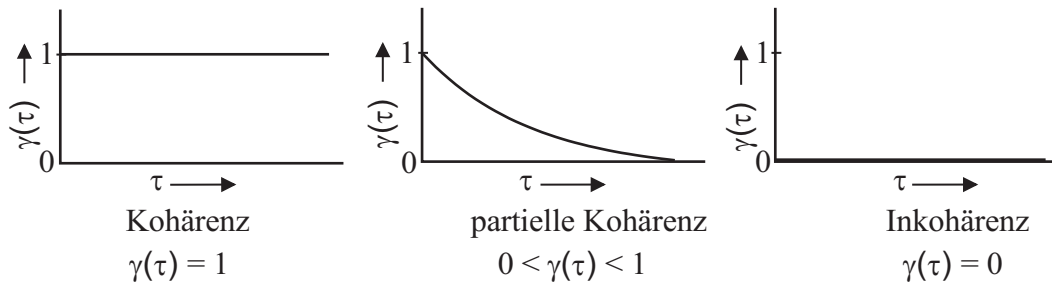


Bild 2.3: Kohärenzfunktionen γ in Abhängigkeit von der zeitlichen Verschiebung τ

2.1.2 Anwendung auf Einzelresonatoren

Ein Fabry-Perot-Interferometer (vgl. auch Bilder 1.2 und 1.5) besteht, wie in Bild 2.4 skizziert, aus zwei planparallelen, teilreflektierenden Spiegelflächen, die in einem Abstand L angeordnet sind. Das durch die beiden Spiegel begrenzte Volumen mit der Brechzahl \bar{n}_2 wird als Resonatorraum bezeichnet. Grundlegend für das Verständnis eines Fabry-Perot-Resonators ist die Kenntnis des Verhaltens einer elektromagnetischen Welle an einer Grenzschicht.

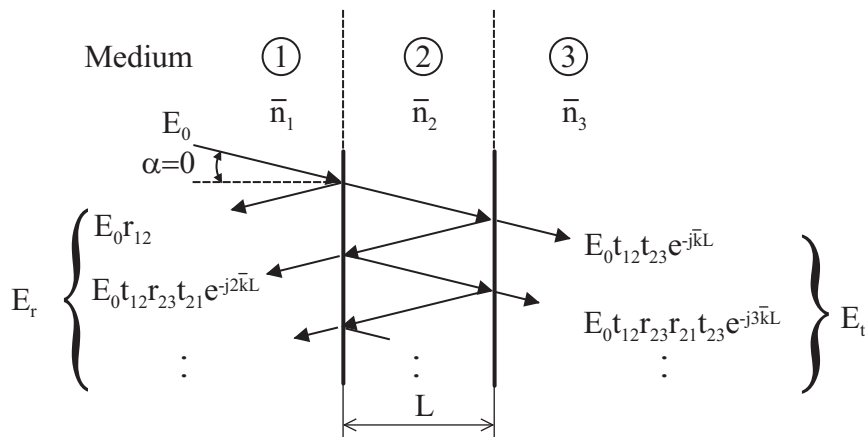


Bild 2.4: Prinzipieller Aufbau eines Fabry-Perot-Interferometers

(Wellenverläufe wegen der Übersichtlichkeit schräg dargestellt $\alpha = 0$); \bar{n} Brechzahl; E elektrische Welle; r Reflektivität; t Transmittivität; j komplexe Einheit; $\bar{k} = 2\pi/\lambda$ Wellenzahl

In Bild 2.5 sind die beidseitigen Reflexionen von zwei elektromagnetischen Wellen E_1, E_2 an einer Grenzschicht dargestellt. Allgemein gilt für die Reflektivität einer elektromagnetischen Welle an einer Grenzschicht

$$r_{i,i+1} = \frac{\bar{n}_i - \bar{n}_{i+1}}{\bar{n}_i + \bar{n}_{i+1}} \tag{2.14}$$

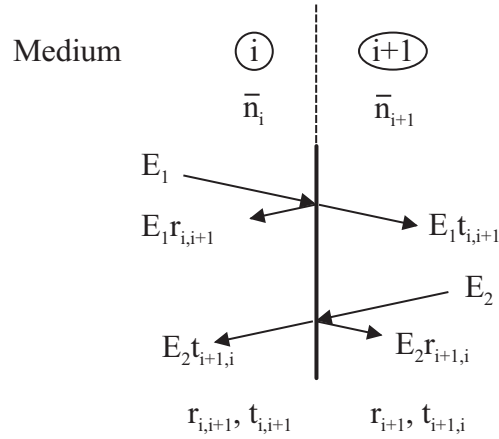


Bild 2.5: Verhalten einer elektrischen Welle an einer Grenzschicht bzw. Spiegelschicht i Ordnungszahl des Mediums; \bar{n} Brechzahl; E elektrische Welle; $r_{i,i+1}$, $r_{i+1,i}$ Reflektivitäten; $t_{i,i+1}$, $t_{i+1,i}$ Transmittivitäten

bei normaler Einstrahlung. Hierbei ist $r_{i,i+1}$ die Reflektivität von dem Medium i mit der Brechzahl \bar{n}_i zu dem Medium $i+1$ mit der Brechzahl \bar{n}_{i+1} hingegen bezeichnet $r_{i+1,i}$ die Reflektivität von dem Medium $i+1$ zu dem Medium i . Beide Reflektivitäten sind betragsgleich, weisen aber ein entgegengesetztes Vorzeichen bzw. eine Phasenverschiebung auf. Die Transmittivität

$$t_{i,i+1} = \frac{2\bar{n}_i}{\bar{n}_i + \bar{n}_{i+1}} \quad (2.15)$$

einer Grenzschicht ist gegeben durch die Brechzahlen \bar{n}_i und \bar{n}_{i+1} der entsprechenden Medien [18]. Die Indizes i , $i+1$ stehen wiederum für die Richtung der einfallenden, elektromagnetischen Welle. Im Gegensatz zu den Reflektivitäten sind beide Transmittivitäten positiv, weisen aber unterschiedliche Beträge auf. Ferner gilt für die Transmittivitäten $t_{i,i+1}$, $t_{i+1,i}$ und den Betrag der Reflektivität $|r|$ einer elektromagnetischen Welle bzw. für die Transmission T und die Reflexion R der Lichtintensität in absorptionsfreien Medien [18]:

$$t_{i,i+1}t_{i+1,i} + |r|^2 = T + R = 1. \quad (2.16)$$

Die Funktion eines Fabry-Perot-Interferometers (vgl. Bild 2.4) ist wie folgt: Wird eine elektromagnetische Welle E_0 in einen optischen Resonator gestrahlt, so teilt sie sich in einen transmittierten Anteil $t_{12}E_0$ und in einen reflektierten Anteil $r_{12}E_0$ auf. An der zweiten Grenzfläche spaltet sich der transmittierte Anteil erneut in die beiden Komponenten $t_{12}r_{23}E_0$ und $t_{12}t_{23}E_0$ auf. Die elektromagnetische Welle durchläuft in Abhängigkeit von den Transmittivitäten $t_{i,i+1}$, $t_{i+1,i}$

und Reflektivitäten $r_{i,i+1}$, $r_{i+1,i}$ den Resonatorraum und ändert ihre Phase gemäß der Abhängigkeit von der optischen Weglänge $\bar{k}L$. Weiterhin beträgt die elektrische Feldstärke E aufgrund der Verluste nach einem Resonatordurchlauf $E' = v \cdot E$, wobei der Transmissionsfaktor im Bereich $0 \leq v \leq 1$ liegt. Die resultierenden Felder der elektromagnetischen Welle

$$E_r = E_0 \left[r_{12} - t_{12} t_{21} v^2 r_{23} \exp [j2\bar{k}L] \sum_{n=0}^{\infty} \left(v^2 r_{21} r_{23} \exp [j2\bar{k}L] \right)^n \right] \quad (2.17)$$

$$E_t = -E_0 t_{12} t_{23} v \exp [i\bar{k}L] \sum_{n=0}^{\infty} \left(v^2 r_{21} r_{23} \exp [i2\bar{k}L] \right)^n \quad (2.18)$$

ermitteln sich aus der Summe der jeweiligen Resonatordurchläufe [19]. Diese geometrischen Reihen ergeben mit Gleichung 2.6 und der trigonometrischen Identität $\cos x = 1 - 2 \sin^2(x/2)$ die nach Airy benannten normierten Funktionen [18, 19]

$$f_R = \frac{(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}V)^2 + 4\sqrt{R_1 R_2}V \sin^2(\bar{k}L)}{(1 - \sqrt{R_1 R_2}V)^2 + 4\sqrt{R_1 R_2}V \sin^2(\bar{k}L)} \quad (2.19)$$

$$f_T = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)V}{(1 - \sqrt{R_1 R_2}V)^2 + 4\sqrt{R_1 R_2}V \sin^2(\bar{k}L)} \quad (2.20)$$

mit: $R_i = |r_i|^2$ Reflexion des Spiegels i ; $V = |v|^2$ Transmissionsfaktor der Intensität; $\bar{k} = 2\pi/\lambda$ Wellenzahl; λ Wellenlänge; L Spiegelabstand.

In Bild 2.6 sind die Transmissionsfunktion f_T bzw. die Reflexionsfunktion f_R mit verschiedenen Spiegelreflexionen $R = R_1 = R_2$ und einem Transmissionsfaktor $V = 1$ dargestellt. Für kleine Spiegelreflexionen $R = R_1 = R_2 \leq 0,2$ ist die Übertragungsfunktion aus der Gleichung 2.20 unter der Annahme eines verlustfreien Resonatormediums $V = 1$ in erster Näherung eine Addition von einer Konstanten b_1 und einer Kosinusfunktion [23]

$$f_T \approx b_1 + 2R \cos(2\bar{k}L). \quad (2.21)$$

Für die Reflexion wird hieraus eine Übertragungsfunktion

$$f_R \approx b_2 - 2R \cos(2\bar{k}L) \quad (2.22)$$

mit einer noch zu bestimmenden Konstanten b_2 abgeleitet. Das Ergebnis für die Übertragungsfunktion in Gleichung 2.21 entspricht dem in Gleichung 2.11 aufgestellten Zusammenhang für zwei interferierende Wellen. Dies ist nicht weiter

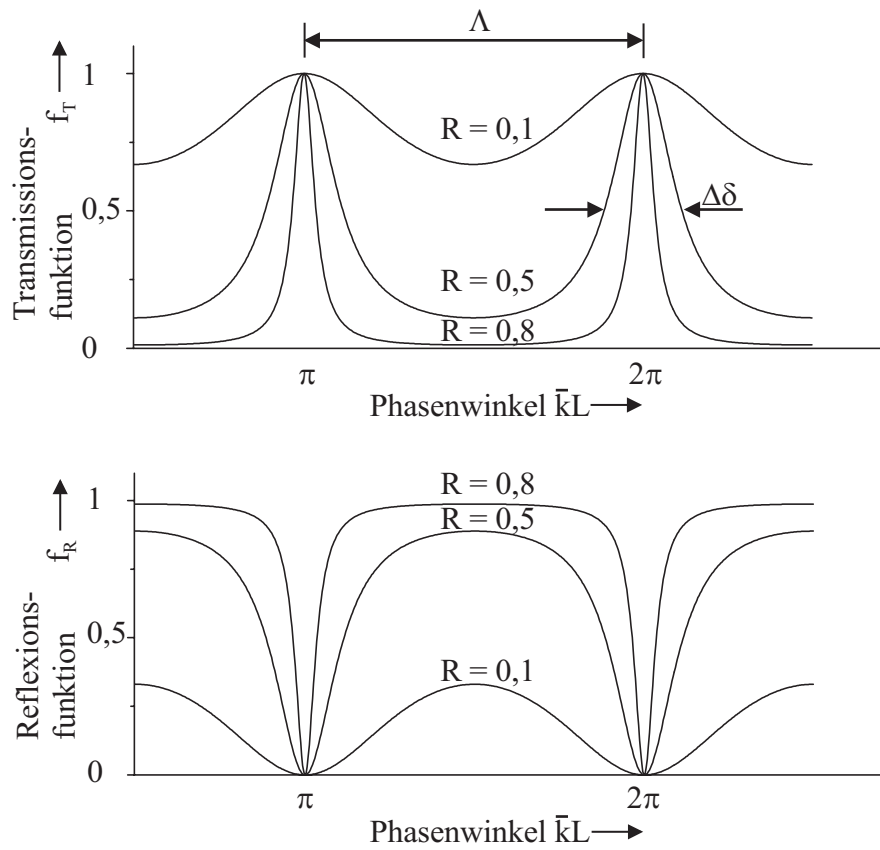


Bild 2.6: Transmissionsfunktion f_T und Reflexionsfunktion f_R eines Einfach-Fabry-Perot-Resonators für verschiedene Spiegelreflexionen R
 Λ Abstand zweier Maxima; $\Delta\delta$ Halbwertsbreite

verwunderlich, da bei der Annahme kleiner Reflektivitäten quasi zwei Wellen berücksichtigt werden und an dieser Stelle auch von Zweistrahlinterferometrie gesprochen wird [23]. Eine Größe, die mit den Spiegelreflektivitäten verknüpft ist, ist die Finesse [18]:

$$F = \frac{\Lambda}{\Delta\delta}. \quad (2.23)$$

Sie ist das Verhältnis des Abstands Λ zweier benachbarter Maxima zur Halbwertsbreite $\Delta\delta$ (vgl. Bild 2.6). Je größer die Reflexion R ist, desto größer ist auch die Finesse F . Das gemessene Intensitätsspektrum eines Fabry-Perot-Resonators (siehe Bild 2.7) liegt im Allgemeinen in einer der Formen

$$I_R(\lambda) = f_R(\lambda)I_0 \quad (2.24)$$

$$I_T(\lambda) = f_T(\lambda)I_0 \quad (2.25)$$

vor, wobei I_0 die eingestrahelte Lichtintensität ist. Die Lage der Extrema ist

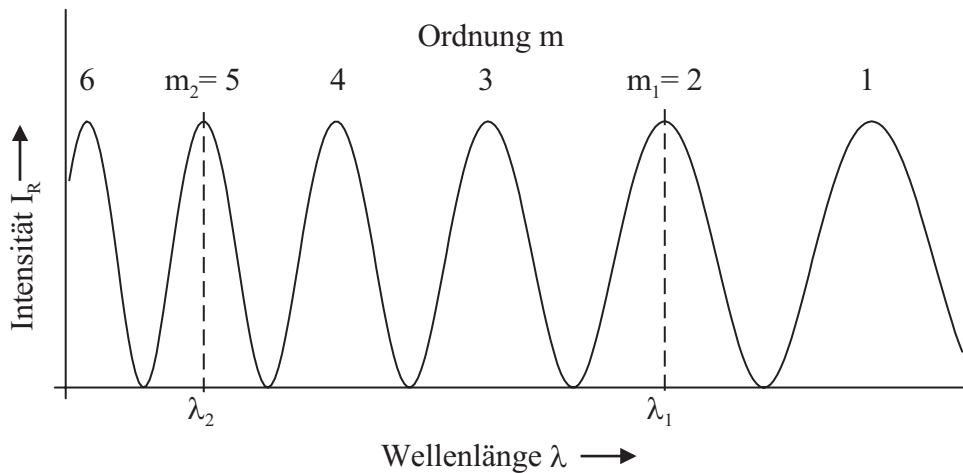


Bild 2.7: Parameter des Reflexionsspektrums I_R zur Bestimmung der optischen Resonatorlänge

charakteristisch für die Funktionen f_T und f_R . Bei der Transmissionsfunktion liegen die Maxima (vgl. auch Bild 2.6) an den Positionen $\bar{k}L = m\pi$ mit der Ordnungszahl $m = 1, 2 \dots$ bzw. bei den Wellenlängen $\lambda = \frac{2\bar{n}L}{m}$. Mit den spektralen Lagen λ_1 und λ_2 der Extrema und der Ordnungsdifferenz $\Delta M = m_2 - m_1$ ist die optische Resonatorlänge

$$Z = \bar{n}L = \frac{\Delta M}{2 \left(\frac{1}{\lambda_{min}} + \frac{1}{\lambda_{max}} \right)} \quad (2.26)$$

eindeutig bestimmt [6].

Für eine praxisnahe Beschreibung werden die bereits vorgestellten, in der Literatur bekannten Übertragungsfunktionen um einen Gesichtspunkt erweitert. Bei den bisher betrachteten Übertragungsfunktionen f_T und f_R aus den Gleichungen 2.19, 2.20 und 2.21 wurde eine unendlich kohärente Lichtwelle mit einer Kohärenzfunktion $\gamma = 1$ (vgl. Gleichungen 2.12 und 2.13) vorausgesetzt. In realen Systemen ist jedoch eine partielle Kohärenz mit $0 < \gamma < 1$ zu berücksichtigen. Diese Teilkohärenz und die damit verbundene Eigenschaft einer Ausbildung von Interferenz in einem Fabry-Perot-Resonator sind von dem verwendeten Auswertesystem und den Sensorparametern abhängig. Die Höhe der Interferenzfähigkeit des Systems hat einen entscheidenden Einfluß auf das Signalverhältnis S (siehe Bild 2.8). Das Signalverhältnis

$$S = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max}} \quad (2.27)$$

wird definiert als das Verhältnis der modulierten Intensität $\tilde{f}_R I_0$ bezogen auf den maximal auftretenden Intensitätswert I_{max} . Allgemein gilt: Je höher die Kohärenz des Systems ist, desto besser ist auch das Signalverhältnis.

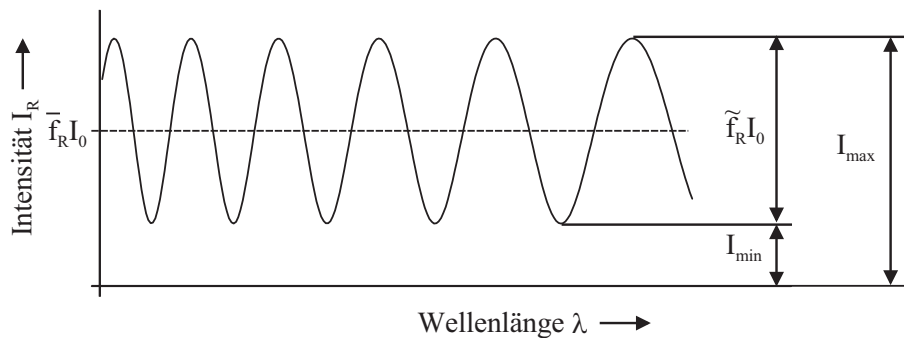


Bild 2.8: Typischer Intensitätsverlauf I_R eines Fabry-Perot-Sensors

I_{max} , I_{min} Extremwerte der Intensität; I_0 eingestrahle Intensität; \overline{f}_R Gleichanteil der Reflexionsfunktion; \tilde{f}_R Wechselanteil der Reflexionsfunktion

Insbesondere ist das Verhältnis der optischen Resonatorlänge Z und der Kohärenzlänge L_c entscheidend für das Signalverhältnis des Fabry-Perot-Resonators. Der in Bild 2.9 skizzierte Verlauf des Signalverhältnisses ist bei einer Lichtquelle wie z.B. einem thermischen Strahler mit steigender, optischer Resonatorlänge Z exponentiell fallend. Ab einer kritischen Resonatorlänge Z_k ist das Signalverhältnis S praktisch gleich null. Im sogenannten aktiven Bereich mit einer Resonatorlänge Z kleiner Z_k sind mehr oder minder ausgeprägte Intensitätsmodulationen, die durch die Interferenzfähigkeit der Lichtwellen hervorgerufen werden, sichtbar.

Hingegen sind im passiven Bereich mit einer Resonatorlänge Z größer Z_k die optischen Wellen so weit verschoben, dass sie keine feste Phasenbeziehung besitzen und daher keine Interferenzerscheinungen zeigen.

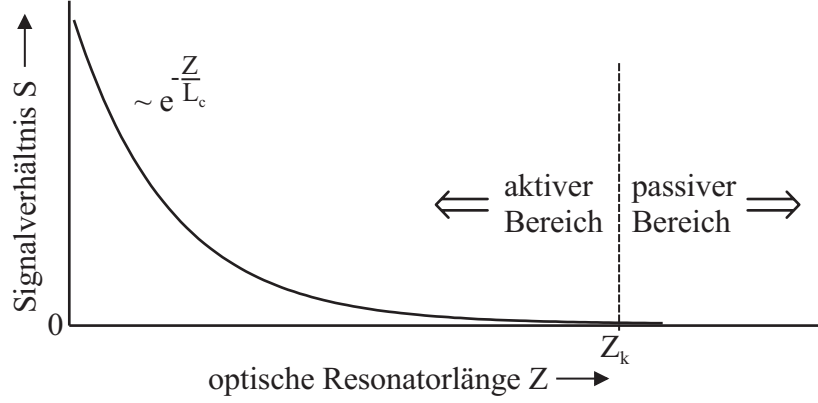


Bild 2.9: Signalverhältnis S in Abhängigkeit von der optischen Resonatorlänge Z
 Z_k kritische Resonatorlänge; L_C Kohärenzlänge

Um den Einfluss der partiellen Kohärenz in eine Übertragungsfunktion zu integrieren, wird folgender Ansatz verwendet:

$$f'_R = \overline{f_R} + \gamma \widetilde{f_R} \quad (2.28)$$

$$f'_T = \overline{f_T} + \gamma \widetilde{f_T}. \quad (2.29)$$

Die neu definierten Übertragungsfunktionen f'_T und f'_R setzen sich aus einem Gleichanteil $\overline{f_R}$ bzw. $\overline{f_T}$ und einem Wechselanteil $\widetilde{f_R}$ bzw. $\widetilde{f_T}$ zusammen. Die Wechselanteile werden durch den Kohärenzwert γ – der die zeitliche und örtliche Kohärenz (vgl. Gleichungen 2.12 und 2.13) berücksichtigt – gewichtet. Für ein vollständig inkohärentes System mit $\gamma = 0$ ermitteln sich die Übertragungsfunktionen $\overline{f_R}$ bzw. $\overline{f_T}$ – mit m als Laufindex der Minima –

$$\overline{f_R} = \frac{1}{\lambda_{min,m+1} - \lambda_{min,m}} \int_{\lambda_{min,m}}^{\lambda_{min,m+1}} f_R(\lambda) d\lambda \quad (2.30)$$

$$\overline{f_T} = \frac{1}{\lambda_{min,m+1} - \lambda_{min,m}} \int_{\lambda_{min,m}}^{\lambda_{min,m+1}} f_T(\lambda) d\lambda \quad (2.31)$$

aus den Mittelwerten der Funktionen f_R bzw. f_T . Bei einem vollständig kohärenten System sind die Übertragungsfunktionen $f'_R = f_R$ bzw. $f'_T = f_T$ bekannt. Die Wechselanteile $\widetilde{f_R}$ und $\widetilde{f_T}$ stellen die jeweilige Differenz

$$\widetilde{f}_R = f_R - \overline{f}_R \quad (2.32)$$

$$\widetilde{f}_T = f_T - \overline{f}_T \quad (2.33)$$

zwischen idealtypischen Übertragungsfunktionen und Gleichanteilen dar. Aus den Gleichungen 2.28 und 2.32 bzw. den Gleichungen 2.29 und 2.33 folgt:

$$f'_R = \overline{f}_R + \gamma (f_R - \overline{f}_R), \quad (2.34)$$

$$f'_T = \overline{f}_T + \gamma (f_T - \overline{f}_T). \quad (2.35)$$

Unter der Voraussetzung eines verlustlosen Resonators lassen sich die Gleichanteile der Übertragungsfunktion – durch eine geometrische Reihe oder durch die in Kapitel 2.2 vorgestellte Beschreibung zweier Koppelstellen als Kettenglied –

$$\overline{f}_R = 1 - \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{1 - R_1 R_2} \quad (2.36)$$

$$\overline{f}_T = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{1 - R_1 R_2} \quad (2.37)$$

mit den Reflexionswerten R_1, R_2 der Spiegelschichten (vgl. Gleichung 2.16) berechnen.

Die Gleichanteile entsprechen den in Gleichungen 2.21 und 2.22 eingeführten Konstanten b_1, b_2 und die Kosinusfunktionen entsprechen den Wechselanteilen. Für einen Fabry-Perot-Resonator mit zwei Spiegeln gleicher Reflexion $R < 0, 1$ kann das Spektrum durch die Funktionen

$$f'_T = \overline{f}_T + \gamma 2R \cos(2\overline{k}L) \quad (2.38)$$

$$f'_R = \overline{f}_R - \gamma 2R \cos(2\overline{k}L) \quad (2.39)$$

entsprechend den Gleichungen 2.32 und 2.33 praxisgerecht angenähert werden.

Bei einem Fabry-Perot-System aus mehreren Schichten ist der Airysche Beschreibungsansatz sehr aufwendig. Ein Beschreibungsansatz, mit dem ein N-faches Vielschichtsystem leicht bestimmt werden kann, ist die Transfermatrixmethode.

2.1.3 Anwendung auf Schichtsysteme

Die mathematische Beschreibung einer Folge von dielektrischen Schichten erfolgt allgemein mit einer äquivalenten Matrix, der sogenannten Transfermatrix [39]. In Bild 2.10 ist ein entsprechendes Schichtsystem dargestellt. Dieses Schichtsystem besteht aus einer Anzahl N dünner, dielektrischer Schichten, die von zwei halbunendlichen, transparenten Medien 0 und S begrenzt werden. Bei homogenen, isotropen und nicht ferromagnetischen Medien reduziert sich der Beschreibungsformalismus auf einen handhabbaren Matrixformalismus. Wird eine lineare, polarisierte, elektromagnetische Welle in die Schichtfolge eingestrahlt und die elektrische sowie die magnetische Feldkomponente stehen senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung x , so kann die Beschreibung weiter vereinfacht werden. Bei diesem Ansatz ist die Wellengleichung für jedes Medium erfüllt und das elektrische Feld (vgl. Gleichung 2.3) hat dann die Form

$$E = E_0 e^{j(\omega t - \bar{k}_x x)}. \tag{2.40}$$

Dabei ist j die Wurzel aus -1 , \bar{k}_x die x -Komponente des Wellenvektors und ω die Kreisfrequenz. Die elektromagnetische Welle wird in zwei Richtungsanteile aufgeteilt: zum einen in die Wellen $A_i(x)$ und $A'_i(x)$ vor bzw. hinter der Grenzschicht, die sich in x -Richtung ausbreiten, und zum anderen die Wellen $B_i(x)$ und $B'_i(x)$, die sich entgegen der x -Richtung ausbreiten.

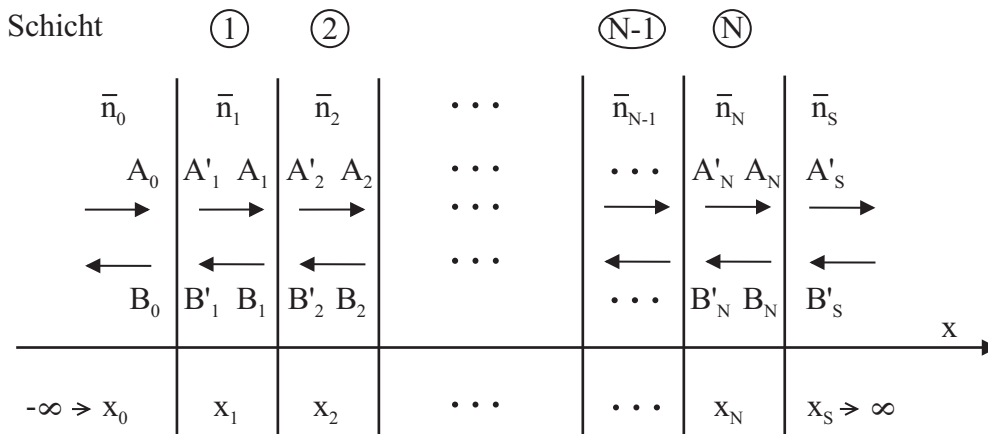


Bild 2.10: Prinzipieller Aufbau eines Schichtsystems

Für das resultierende elektrische Feld gilt:

$$E_i(x) = A_i e^{-j\bar{k}_x x} + B_i e^{j\bar{k}_x x} = A_i(x) + B_i(x). \tag{2.41}$$

Die links- und rechtsseitigen elektrischen Felder einer Grenzschicht sind abhängig voneinander und lassen sich durch eine Matrix ineinander überführen:

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = D_0^{-1} D_1 \begin{pmatrix} A'_1 \\ B'_1 \end{pmatrix} = D_{01} \begin{pmatrix} A'_1 \\ B'_1 \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

mit der inversen Matrix D_0^{-1} für die Schicht 0, der bestimmenden Matrix D_1 für Schicht 1 und der Durchgangsmatrix D_{01} .

Für den hier diskutierten Sonderfall der normalen Lichteinstrahlung ist die bestimmende Matrix der Schicht i

$$D_i = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \bar{n}_i & -\bar{n}_i \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

nur von der entsprechenden Brechzahl \bar{n}_i abhängig. Die Matrixmultiplikation der inversen Matrix D_0^{-1} und der Matrix D_1 ist die Durchgangsmatrix (vgl. Gleichung 2.14 und Gleichung 2.15):

$$D_{i,i+1} = \frac{1}{t_{i,i+1}} \begin{pmatrix} 1 & r_{i,i+1} \\ r_{i,i+1} & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.44)$$

Des weiteren unterscheiden sich die beiden Amplitudenvektoren an der linken bzw. rechten Grenzfläche in Laufphase ϕ_i und in der Amplitude, hervorgerufen durch die optische Schichtdicke und das Transmissionsvermögen v_i des Mediums. Die Phasenmatrix

$$P_i = \begin{pmatrix} \frac{1}{v_i} e^{j\phi_i} & 0 \\ 0 & v_i e^{-j\phi_i} \end{pmatrix} \text{ mit } \phi_i = \bar{k}_i d_i = \bar{k}_i (x_i - x_{i-1}) \quad (2.45)$$

berücksichtigt die Einflüsse des Mediums. Für ein beliebiges Vielschichtsystem mit N Schichten können die jeweiligen Matrizen der Einzelschichten zu einer äquivalenten Gesamtmatrix multipliziert werden. Es ergibt sich die allgemeine Gleichung

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = D_o^{-1} \left[\prod_{i=1}^N D_i P_i D_i^{-1} \right] D_s \begin{pmatrix} A'_s \\ B'_s \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

bzw. das Gesamtsystem

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'_s \\ B'_s \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

mit den Koppelparametern f_{11} , f_{12} , f_{21} , f_{22} .

Für den Fall, dass die rücklaufende Welle B'_s bzw. die rückseitig eingestrahlte Lichtintensität gleich null ist, lassen sich mit Gleichung 2.5 die Übertragungsfunktion für die Reflexion $f_{RS} = R$ und für die Transmission $f_{TS} = T$ für das Gesamtschichtsystem aus der äquivalenten Matrix in Gleichung 2.47 folgendermaßen berechnen:

$$f_{RS} = \left| \frac{f_{21}}{f_{11}} \right|^2, \quad (2.48)$$

$$f_{TS} = \frac{\bar{n}_s}{\bar{n}_0} \left| \frac{1}{f_{11}} \right|^2. \quad (2.49)$$

Tabelle 2.1 vergleicht anhand von Beispielen die wichtigsten Übertragungsfunktionen von Ein- und Zweischichtsystem.

Die Übertragungsfunktion eines Einschichtsystems (einfacher Fabry-Perot-Resonator) hat einen Wechselanteil, die des Zweischichtsystems besteht aus drei Wechselanteilen. Jeweils ein Resonator erstreckt sich über die Schicht 1 bzw. 2 und ein dritter über beide Schichten. Mit den zusätzlich eingeführten Korrelationsfaktoren γ_i ist es möglich, die einzelnen Anteile getrennt zu gewichten und die Übertragungsfunktion f'_{TS} an die praktischen Gegebenheiten anzupassen. Das Einsetzen der Korrelationsfaktoren γ_i ist jedoch nur bei der Transmissionsfunktion f_{TS} sinnvoll, so dass bei einem verlustlosen Schichtsystem die anpassbare Übertragungsfunktion f'_{RS} über den Umweg $1 - f'_{TS}$ (vgl. auch Gleichung 2.16) gebildet wird. Bei einem verlustbehafteten System sind für eine praxisnahe Beschreibung neben der Übertragungsgleichung $f'_{TS_{ohne}}$ ohne Verluste (Transmissionsfaktor $v = 1$) auch die Verluste $f_{RS_{ohne}} - f_{RS_{mit}}$ (Transmissionsfaktor $v < 1$) der ungewichteten Reflexionsfunktion zu berücksichtigen.

Allgemein hat ein Schichtsystem, das aus N Schichten aufgebaut ist, potentielle Resonatoranteile

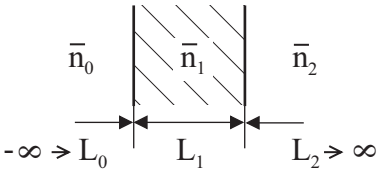
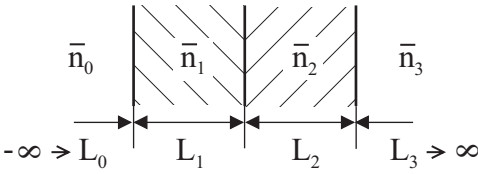
$$r_p = \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} \quad (2.50)$$

bzw. Wechselanteile (vgl. auch Gleichung 2.32).

Mit den bislang vorgestellten Übertragungsfunktionen ist die Beschreibung von einzelnen Resonatoren bzw. Schichtsystemen möglich. Die Beschreibung eines komplexen Gesamtsystems, das z.B. aus Lichtquelle, Lichtsenke und mehreren Resonatoren zusammen aufgebaut ist, setzt eine weitere, übergeordnete Beschreibung voraus.

Tabelle 2.1: Ein- und Zweischichtsysteme im Vergleich

r Reflektivität; ϕ Laufphase; \bar{n} Brechzahl; A, B elektrische Wellen; γ Korrelationsfunktion; v Transmissionsfaktor

Einschichtsystem	Zweischichtsystem
<p><u>Aufbauprinzip</u></p> <p>Schicht ①</p> 	<p><u>Aufbauprinzip</u></p> <p>Schicht ① ②</p> 
<p><u>Übertragungsgleichung</u></p> $\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{M}_1 \begin{pmatrix} A'_2 \\ B'_2 \end{pmatrix}$	<p><u>Übertragungsgleichung</u></p> $\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{M}_2 \begin{pmatrix} A'_3 \\ B'_3 \end{pmatrix}$
<p><u>Transfermatrix \mathbf{M}_1</u></p> $\mathbf{M}_1 = D_{01} P_1 D_{12}$	<p><u>Transfermatrix \mathbf{M}_2</u></p> $\mathbf{M}_2 = D_{01} P_1 D_{12} P_2 D_{23}$
<p><u>Übertragungsfunktion für Transmission</u></p> $f_{TS1} = \frac{\bar{n}_2}{\bar{n}_0} \left \frac{v_1 t_{01} t_{12} t_{23} e^{-j\phi_1}}{1 + a_1 e^{-j2\phi_1}} \right ^2$ <p>- ohne Korrelationsfunktion f_{TS1}</p> $a_1 = v_1^2 r_{01} r_{12}$ <p>- mit Korrelationsfunktion f'_{TS1}</p> $a_1 = \gamma_1 v_1^2 r_{01} r_{12}$	<p><u>Übertragungsfunktion für Transmission</u></p> $f_{TS2} = \frac{\bar{n}_3}{\bar{n}_0} \left \frac{v_1 v_2 t_{01} t_{12} t_{23} e^{-j(\phi_1 + \phi_2)}}{1 + a_1 e^{-j2\phi_1} + a_2 e^{-j2\phi_2} + a_3 e^{-j2(\phi_1 + \phi_2)}} \right ^2$ <p>- ohne Korrelationsfunktion f_{TS2}</p> $a_1 = v_1^2 r_{01} r_{12}, a_2 = v_2^2 r_{12} r_{23},$ $a_3 = v_1^2 v_2^2 r_{01} r_{23}$ <p>- mit Korrelationsfunktion f'_{TS2}</p> $a_1 = \gamma_1 v_1^2 r_{01} r_{12}, a_2 = \gamma_2 v_2^2 r_{12} r_{23},$ $a_3 = \gamma_3 v_1^2 v_2^2 r_{01} r_{23}$
<p><u>Übertragungsfunktion für die Reflexion</u></p> <p>- ohne Verluste ($v = 1$)</p> $f'_{RS_{ohne}} = 1 - f'_{TS_{ohne}}$ <p>- mit Verlusten ($v < 1$)</p> $f'_{RS_{mit}} = 1 - f'_{TS_{ohne}} - (f_{RS_{ohne}} - f_{RS_{mit}})$	
<p>Die Übertragungsfunktionen bestehen aus einem Wechselanteil wegen der Resonator-schicht 1</p>	<p>Die Übertragungsfunktionen bestehen aus drei Wechselanteilen wegen den Resonatorschichten 1 und 2 sowie dem Resonator über die Schichten 1 und 2.</p>

2.2 Fabry-Perot-Systeme als Lichtübertragungskette

2.2.1 Fabry-Perot-Resonator als Kettenglied

Ein Fabry-Perot-Resonator lässt sich als eine Art Black-Box betrachten, deren Eingangs- und Ausgangsgrößen Lichtintensitäten I_i sind und über die "inneren" Übertragungsfunktionen für Transmission f_T und Reflexion f_R verknüpft werden; Bild 2.11.

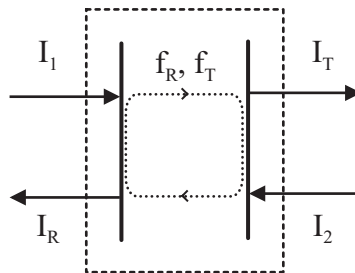


Bild 2.11: Fabry-Perot-Resonator als Vierpol

I_1 Eingangsintensität auf der Eingangsseite; I_2 Eingangsintensität auf der Ausgangsseite (z.B. I_R des nächsten Kettenglieds); I_R reflektierte Intensität; I_T transmittierte Lichtintensität

Die Eingangs- und Ausgangsintensitäten stehen in folgendem Zusammenhang:

$$I_T = f_T I_1 + f_R I_2 \quad (2.51)$$

$$I_R = f_R I_1 + f_T I_2. \quad (2.52)$$

Hierbei ist f_T die Übertragungsfunktion eines Fabry-Perot-Resonators in Transmission und f_R die Übertragungsfunktion in Reflexion. Die Gleichungen 2.51 und 2.52 sind Grundlage für eine Matrixbeschreibung

$$\begin{pmatrix} I_T \\ I_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_T & f_R \\ f_R & f_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

von Fabry-Perot-Resonatoren. Mit dieser Beschreibungsform ist es nicht möglich, mehrere Kettengliedermatrizen zu einer äquivalenten Gesamtmatrix zusammenzufassen. Dazu ist ein Gleichungssystem der Form

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_T \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

erforderlich. Die Matrixkoeffizienten

$$s_{11} = \frac{1}{f_T}, \tag{2.55}$$

$$s_{12} = -\frac{f_R}{f_T}, \tag{2.56}$$

$$s_{21} = \frac{f_R}{f_T}, \tag{2.57}$$

$$s_{22} = \frac{f_T^2 - f_R^2}{f_T} \tag{2.58}$$

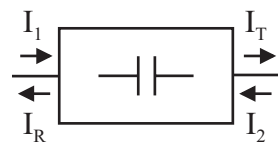
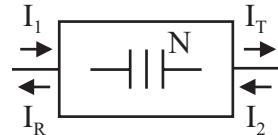
lassen sich analog zu einer elektrischen Vierpolbeschreibung ermitteln [25]. Damit folgt für einen Fabry-Perot-Resonator das Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{f_T} & -\frac{f_R}{f_T} \\ \frac{f_R}{f_T} & \frac{f_T^2 - f_R^2}{f_T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_T \\ I_2 \end{pmatrix}. \tag{2.59}$$

In Tabelle 2.2 sind die Beschreibungsmatrizen für Einfach-Resonatoren und für Schichtsysteme neben den in dieser Arbeit gewählten Symbolen aufgeführt.

Tabelle 2.2: Symbole für Resonatoren

I_1, I_2, I_R, I_T Intensitäten; f_R, f_T Übertragungsfunktionen

Komponente \ Symbol	Übertragungsmatrix	Bemerkung
<p>Einfach-Resonator</p> 	$\begin{pmatrix} \frac{1}{f_T} & -\frac{f_R}{f_T} \\ \frac{f_R}{f_T} & \frac{f_T^2 - f_R^2}{f_T} \end{pmatrix}$	Besteht aus zwei Spiegeln und einem Medium bzw. Vakuum
<p>Schichtsystem</p> 	$\begin{pmatrix} \frac{1}{f_{TS}} & -\frac{f_{RS}}{f_{TS}} \\ \frac{f_{RS}}{f_{TS}} & \frac{f_{TS}^2 - f_{RS}^2}{f_{TS}} \end{pmatrix}$	Besteht aus einer Folge von Medien- bzw. Vakuumvolumina

Die Übertragungsfunktionen f_{TS} und f_{RS} eines Schichtsystems entsprechen den nach der Transfermatrixmethode ermittelten Gleichungen 2.48 und 2.49. Für die Auswertung eines Fabry-Perot-Systems sind weitere Systemkomponenten erforderlich.

2.2.2 Systemkomponenten als Kettenglieder

Weitere für ein faseroptisches Fabry-Perot-Sensorsystem notwendige optische Komponenten sind in Tabelle 2.3 aufgeführt. Die Auswertung eines Fabry-Perot-Sensors in Reflexion erfordert eine Aufteilung der bidirektionalen Lichtführung. Diese Aufteilung der elektromagnetischen Wellen erfolgt in *Kopplern*.

Bei *Y-Kopplern* beschreibt der Faktor k_{11} die Transmission des Kopplers und der Faktor k_{22} den Anteil, der von I_2 nach I_R gekoppelt wird. Die Faktoren k_{12} und k_{21} berücksichtigen die reflektierten Anteile von I_1 bzw. I_2 . In erster Näherung gelten für die Faktoren:

$$k_{12} \approx k_{21} \approx 0 \quad (2.60)$$

$$0 < k_{11} < 1 \quad (2.61)$$

$$0 < k_{22} < 1 \quad . \quad (2.62)$$

Damit ergibt sich folgende Übertragungsfunktion entsprechend Gleichung 2.59:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{k_{11}} & -\frac{k_{12}}{k_{11}} \\ \frac{k_{21}}{k_{11}} & \frac{k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}}{k_{11}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_T \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

bzw. mit den Gleichungen 2.60 bis 2.62:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_R \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \frac{1}{k_{11}} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_T \\ I_2 \end{pmatrix} . \quad (2.64)$$

X-Koppler werden für die Parallelschaltung zweier Sensorstränge eingesetzt. Die entsprechende Übergangsfunktion ist als Parallelschaltung zweier Y-Koppler zu betrachten. Dazu werden zunächst die jeweiligen Stränge separat berechnet und anschließend wird die reflektierte Gesamtintensität I_R des Systems aus der Addition der Einzelintensitäten I_{R1} und I_{R2} bestimmt

$$I_R = I_{R1} + I_{R2} . \quad (2.65)$$

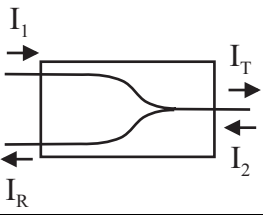
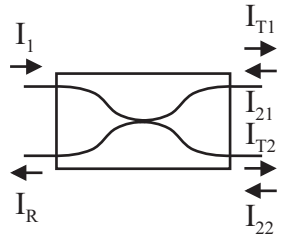
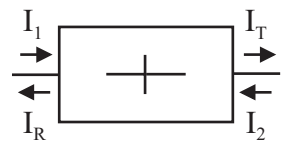
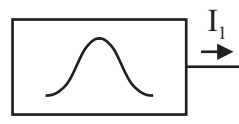
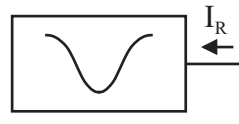
Für eine *Koppelstelle*, wie sie z.B. bei einer Steckerkupplung oder einem Faser-Luft-Übergang auftritt, sind die Übertragungsfunktionen

$$I_T = k_{11}(\lambda) I_1 + k_{12}(\lambda) I_2 \quad (2.66)$$

$$I_R = k_{21}(\lambda) I_1 + k_{22}(\lambda) I_2 \quad (2.67)$$

Tabelle 2.3: Symbole für Systemkomponenten und deren Beschreibung

I_1, I_2, I_R, I_T, I_0 Intensitäten; k, k' Koppelfaktoren der Koppler; λ Wellenlänge; $\Delta\lambda$ spektrale Breite; λ_m mittlere Wellenlänge

Komponente \ Symbol	Übertragungsmatrix	Bemerkung
Y-Koppler 	$\approx \begin{pmatrix} \frac{1}{k_{11}} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{pmatrix}$	Übertragungsmatrix gilt exakt für einen idealen, verlustlosen Koppler
X-Koppler 	$\begin{pmatrix} \frac{1}{k_{11}} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{pmatrix},$ $\begin{pmatrix} \frac{1}{k'_{11}} & 0 \\ 0 & k'_{22} \end{pmatrix}$	Übertragungsmatrizen für jeden Strang eines idealen, verlustlosen Kopplers
Koppelstelle 	$\begin{pmatrix} \frac{1}{T} & -\frac{R}{T} \\ \frac{R}{T} & \frac{T^2 - R^2}{T^2} \end{pmatrix}$	Koppelstelle ohne Resonanzen (z.B. Steckerverbindung, Faserstirnflächen)
Lichtquelle 	$I_1(\lambda) = I_o \cdot e^{-\left(\frac{\lambda - \lambda_m}{\Delta\lambda}\right)^2}$	Idealisierte Intensitätsverteilung einer Lichtquelle
Lichtsenke 		Das Symbol steht für die Position der Auswertung

und entsprechen denen eines Y-Kopplers. Im Allgemeinen sind die Faktoren k_{11} , k_{12} , k_{21} und k_{22} Funktionen der Wellenlänge λ . Für die vorliegende praxisnahe Beschreibung ist die Betrachtung konstanter Koeffizienten jedoch ausreichend. Unter einer weiteren Annahme, dem Spezialfall einer ideal verlustlosen Koppelstelle, ergibt sich für die Transmission T und die Reflexion R :

$$k_{11} = k_{22} = T \quad (2.68)$$

$$k_{12} = k_{21} = R \quad (2.69)$$

$$T + R = 1 \quad (2.70)$$

Die damit festgelegte Übertragungsmatrix

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{T} & -\frac{R}{T} \\ \frac{R}{T} & \frac{T^2 - R^2}{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_T \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (2.71)$$

ist exakt für eine verlustfreie *Koppelstelle* und ist für reale Systeme eine ausreichende Näherung.

Weiterhin werden für ein Sensorsystem eine *Lichtsenke* und eine *Lichtquelle* benötigt. Für die qualitative Näherung einer Vielzahl von Lichtquellen ist eine Gaußfunktion geeignet. Dies gilt im Speziellen bei thermischen und somit statistisch verteilten Strahlern:

$$I(\lambda) = I_0 \cdot e^{-\left(\frac{\lambda - \lambda_m}{\Delta\lambda}\right)^2} \quad (2.72)$$

Hierbei ist λ_m die mittlere Wellenlänge, I_0 die maximale Intensität und $\Delta\lambda$ die Halbwertsbreite der Lichtquelle. Für eine Lichtsenke wird nur ein Symbol aufgeführt, da die Auswertekomponente abhängig vom Auswertepinzipp ist. Mit den hier vorgestellten Komponenten ist es möglich, unterschiedliche Aufbauvarianten von Sensorsystemen zu beschreiben und zu simulieren.

2.3 Fabry-Perot-Resonator-Systeme aus Ketten

2.3.1 System mit Einfach-Fabry-Perot-Resonator

Das prinzipiell einfachste Fabry-Perot-System besteht aus einem Fabry-Perot-Resonator und den zur Auswertung notwendigen Komponenten. In Bild 2.12 sind das Ersatzschaltbild eines Einfach-Fabry-Perot-Systems in einer Reflexionsanordnung und eine realisierte Ausführung mit einer Siliziummembran als Drucksensor dargestellt. Das System besteht aus einer Lichtquelle Q_1 mit der Intensität I_1

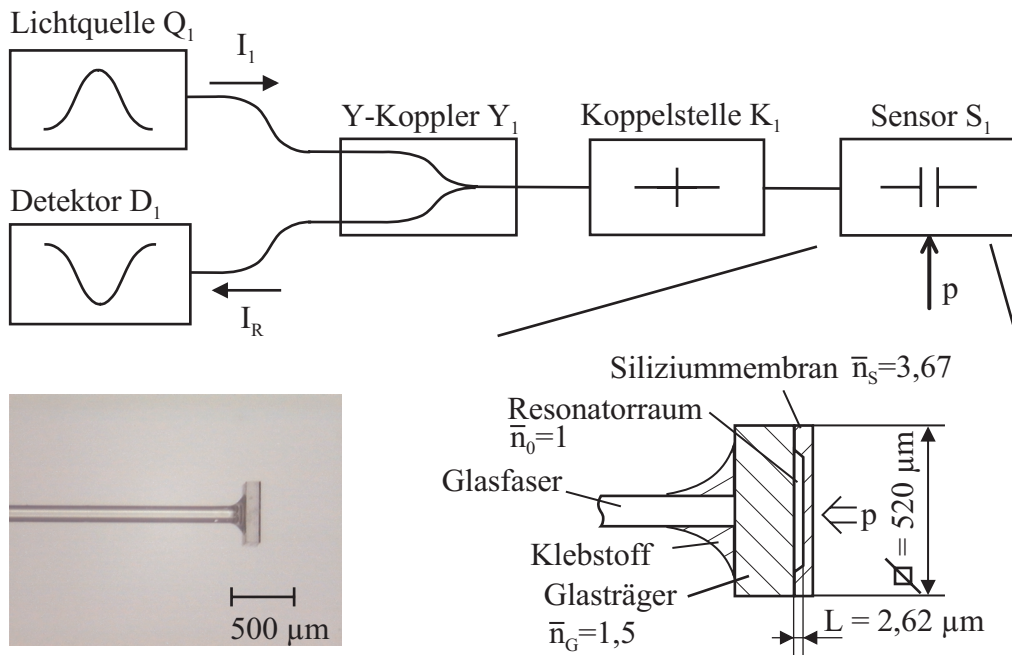


Bild 2.12: Einfach-Fabry-Perot-System: Ersatzschaltbild und Ausführungsbeispiel als Drucksensor
 p Druck, \bar{n} Brechungsindex, I Intensität

und einer Lichtsenke D_1 , die über einen Y-Koppler Y_1 und eine Koppelstelle K_1 mit dem Sensor S_1 verknüpft sind. In der Darstellung ist das Symbol des Fabry-Perot-Resonators um den Eingang der zu messenden Einflussgröße p zu einem Fabry-Perot-Sensor erweitert worden. Allgemein ist die optische Weglänge

$$Z = Z(\beta) \quad (2.73)$$

eine Funktion der Einflussgröße β . Die Beschreibung des Gesamtsystems ergibt mit den Matrizen \mathbf{Y}_1 für den Y-Koppler, \mathbf{K}_1 für die Koppelstelle und \mathbf{S}_1 für den Sensor

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_R \end{pmatrix} = \mathbf{Y}_1 \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_1 \begin{pmatrix} I_T \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.74)$$

und mit den Tabellen 2.2 und 2.3

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{k_{11}} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{T} & -\frac{R}{T} \\ \frac{R}{T} & \frac{T^2 - R^2}{T^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{f'_T} & -\frac{f'_R}{f'_T} \\ \frac{f'_R}{f'_T} & \frac{f'_T - f'^2_R}{f'_T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_T \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.75)$$

Nach einer entsprechenden Matrix- und Vektormultiplikation und einer anschließenden Auflösung des Gleichungssystems nach I_R ist die Übertragungsgleichung des Systems:

$$I_R = k_{11}k_{22} \frac{R + f'_R T^2 - f'_R R^2}{1 - f'_R R} I_1. \quad (2.76)$$

Die Koppelstelle K_1 kann bei diesem Sensor in erster Näherung vernachlässigt werden, so dass sich die Gleichung 2.76 mit $R = 0$ und $T = 1$ zu

$$I_R = k_{11}k_{22}f'_R I_1 \quad (2.77)$$

vereinfacht. Die Übertragungsfunktion f'_R ist die eines Einfachresonators entsprechend den Gleichungen 2.19 und 2.34. In Bild 2.13 wird das real gemessene Spektrum im Vergleich mit der Simulation dargestellt. Die Spektren sind auf den jeweils maximal auftretenden Intensitätswert normiert. Andeutungsweise lässt sich im gemessenen Spektrum ein zweiter Fabry-Perot-Resonator, der durch die dünne Membran gebildet wird, erkennen.

2.3.2 System mit Mehrschicht-Fabry-Perot-Resonator

Die kompakteste Bauweise faseroptischer Sensoren ergibt sich durch stirnseitiges Aufbringen unterschiedlicher, sensitiver Schichten auf das Faserende. Bild 2.14 zeigt das allgemeine Ersatzschaltbild eines faseroptischen Mehrschicht-Fabry-Perot-Systems sowie einen realisierten Aufbau mit zwei Polymerschichten als Resonatoren. Bis auf das verwendete Fabry-Perot-System ist die Ersatzschaltung identisch mit der eines Einfachresonators. Damit entspricht auch die Übertragungsgleichung

$$I_R = k_{11}k_{22} \frac{R + f'_{RS} T^2 - f'_{RS} R^2}{1 - f'_{RS} R} I_1. \quad (2.78)$$

praktisch der eines Einfachsystems. Anstatt der Übertragungsfunktion f'_R des Einfachsystems muss an dieser Stelle die Übertragungsgleichung f'_{RS} (vgl. Tabelle 2.1) des Schichtsystems eingesetzt werden.

Das Schichtsystem besteht aus zwei Polymerschichten, die auf einen Siliziumwafer aufgebracht sind. Die Brechzahlen der Polymerschichten sind dabei verschieden, so dass neben der Siliziumschicht und dem Übergang zwischen der Polymerschicht 1 und der Luftschicht eine weitere Spiegelschicht existiert. Bei dieser Anordnung besteht eine Koppelstelle zwischen dem Übergang vom Lichtwellenleiter in die umgebende Luftschicht. Der Abstand L_0 zwischen Faser und

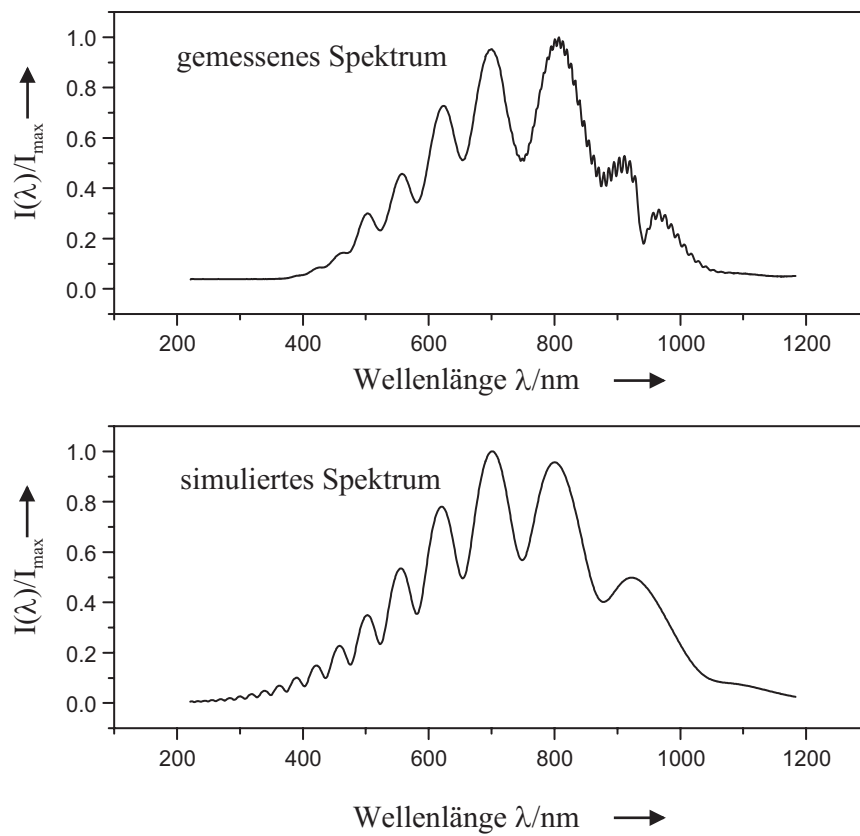


Bild 2.13: Vergleich zwischen gemessenem und simuliertem Spektrum eines Einfach-Fabry-Perot-Systems
 I Intensitätsverlauf; I_{\max} maximal auftretender Intensitätswert

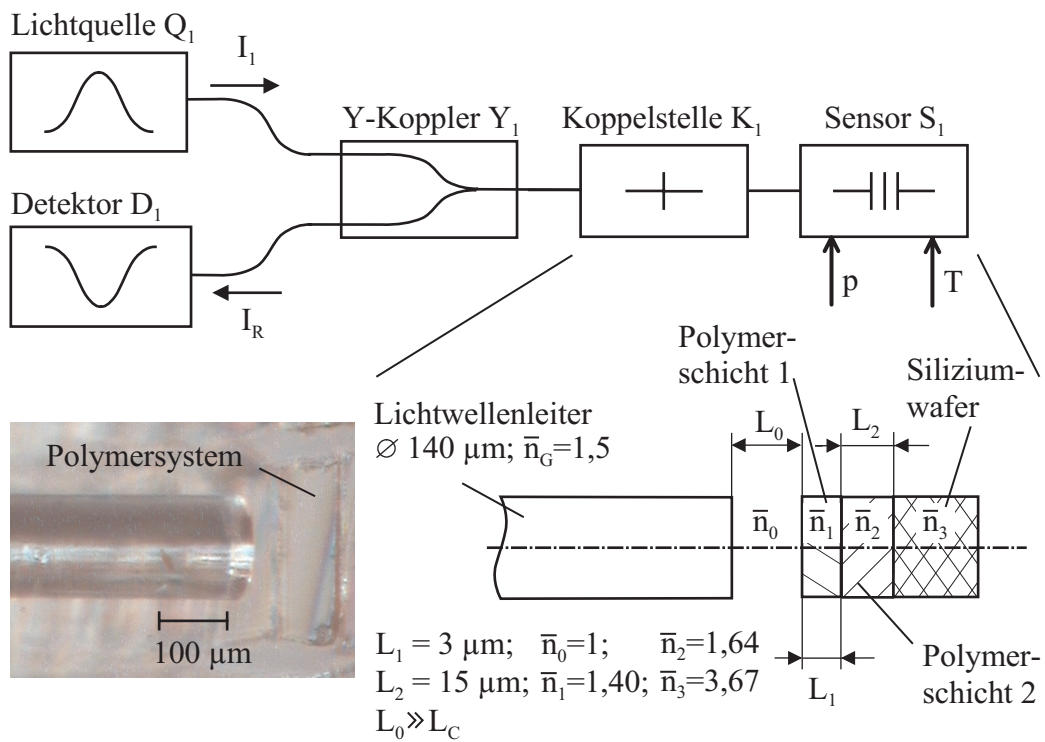


Bild 2.14: Schicht-Fabry-Perot-System: Ersatzschaltbild und Versuchsaufbau
 p Druck; T Temperatur; \bar{n} Brechzahl; I Intensität; L geometrischer Abstand;
 L_C Kohärenzlänge des Systems

Schichtsystem ist wesentlich größer als die Kohärenzlänge des Systems, so dass kein weiterer Fabry-Perot-Resonator berücksichtigt werden muss. In Bild 2.15 sind das simulierte und das gemessene Spektrum des Schichtsystems einander gegenübergestellt. Die Spektren zeigen offensichtlich eine Überlagerung von zwei

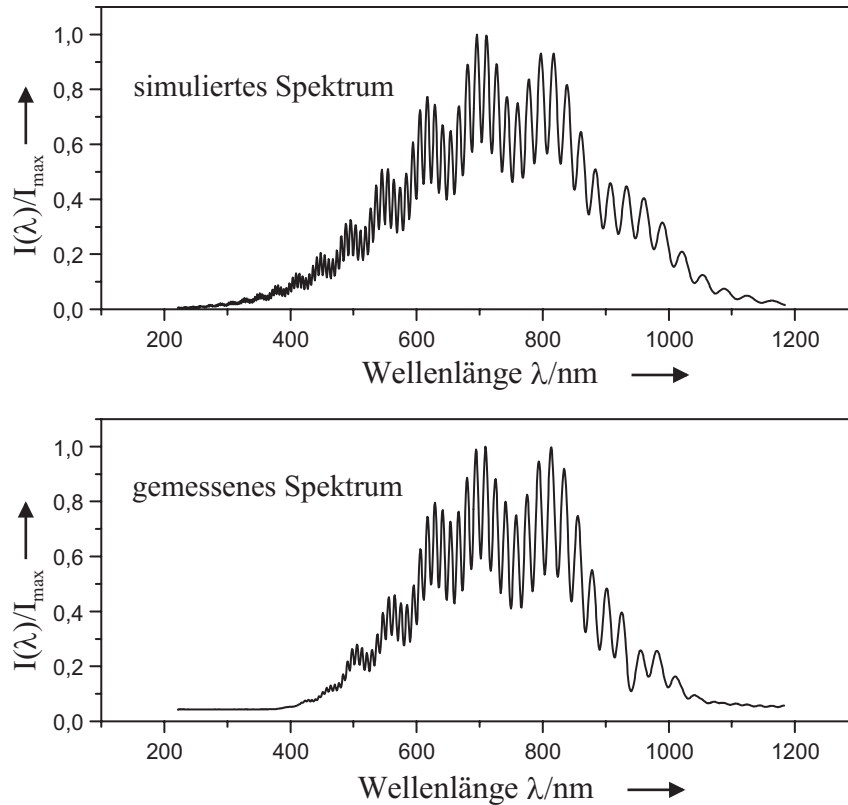


Bild 2.15: Simuliertes und gemessenes Spektrum eines Schichtsystems
 I Intensitätsverlauf; I_{max} maximal auftretender Intensitätswert

Wellenanteilen mit unterschiedlicher Intensitätsamplitude und unterscheiden sich in der Anzahl der Extrema. Eine eingehende Betrachtung mit Hilfe der Fourieranalyse (siehe auch Kapitel 3.3.2) ergibt, dass es sich um drei Wechselanteile handelt; jeweils einen Anteil bestimmt durch die jeweilige Polymerschicht und einen Anteil bestimmt durch beide Polymerschichten zusammen.

2.3.3 System mit zwei parallelen Fabry-Perot-Resonatoren

Ein Multisensor in Parallelschaltung besteht aus mehreren, parallel angeordneten Monosensoren. Eine mögliche Anordnung eines Parallelsystems, das in Reflexion betrieben wird, besteht aus einer Lichtquelle Q_1 , einer Lichtsenke D_1 , einem X-Koppler mit den zwei Anteilen X_1 und X_2 , zwei Koppelstellen K_1 und K_2 und den zwei Fabry-Perot-Sensoren S_1 und S_2 (Bild 2.16).

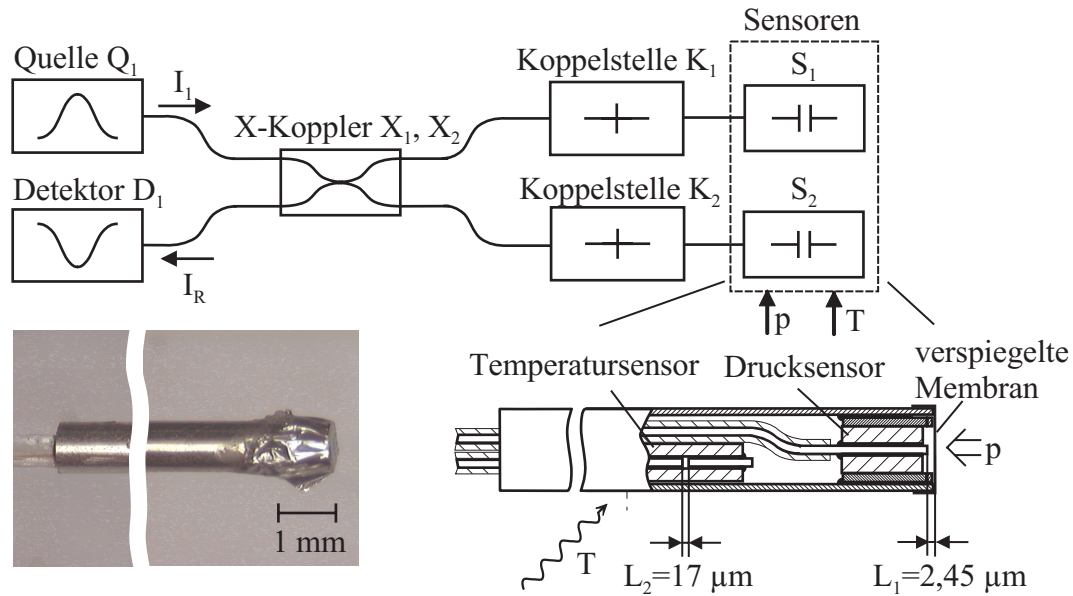


Bild 2.16: Fabry-Perot-System mit zwei parallelen Resonatoren: Ersatzschaltbild und Ausführungsbeispiel als Druck- und Temperatursensor
 p Druck; T Temperatur; L Resonatorlänge

Die realisierte Ausführung vereint einen Drucksensor S_1 – bei dem der druckabhängige Abstand zwischen einer verspiegelten Membran und einer Faserstirnfläche gemessen wird – und einen Temperatursensor S_2 – bei dem der temperaturabhängige Abstand zweier Faserstirnflächen in einer Ferule bestimmt wird – in einem Gehäuse. Für die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems werden die Übertragungsfunktionen der Kopplerstränge

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_{R1} \end{pmatrix} = \mathbf{X}_1 \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_1 \begin{pmatrix} I_{T1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_{R2} \end{pmatrix} = \mathbf{X}_2 \mathbf{K}_2 \mathbf{S}_2 \begin{pmatrix} I_{T2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.80)$$

zunächst separat berechnet. Aus der Summe der reflektierten Teilintensitäten I_{R1} und I_{R2} folgt die reflektierte Gesamtintensität

$$I_R = \left(k_{11} k_{22} \frac{R + f'_{R1} T^2 - f'_{R1} R^2}{1 - f'_{R1} R} + k'_{11} k'_{22} \frac{R + f'_{R2} T^2 - f'_{R2} R^2}{1 - f'_{R2} R} \right) I_1. \quad (2.81)$$

Bild 2.17 zeigt das simulierte und das gemessene Spektrum des Parallelsystems im Vergleich. Es treten zwei Wechselanteile auf, die sich in der Intensitätsamplitude und in der Anzahl der Extrema unterscheiden. Der Wechselanteil mit der

größeren Amplitude wird durch den Drucksensor bestimmt und jener mit der kleineren Amplitude vom Temperatursensor.

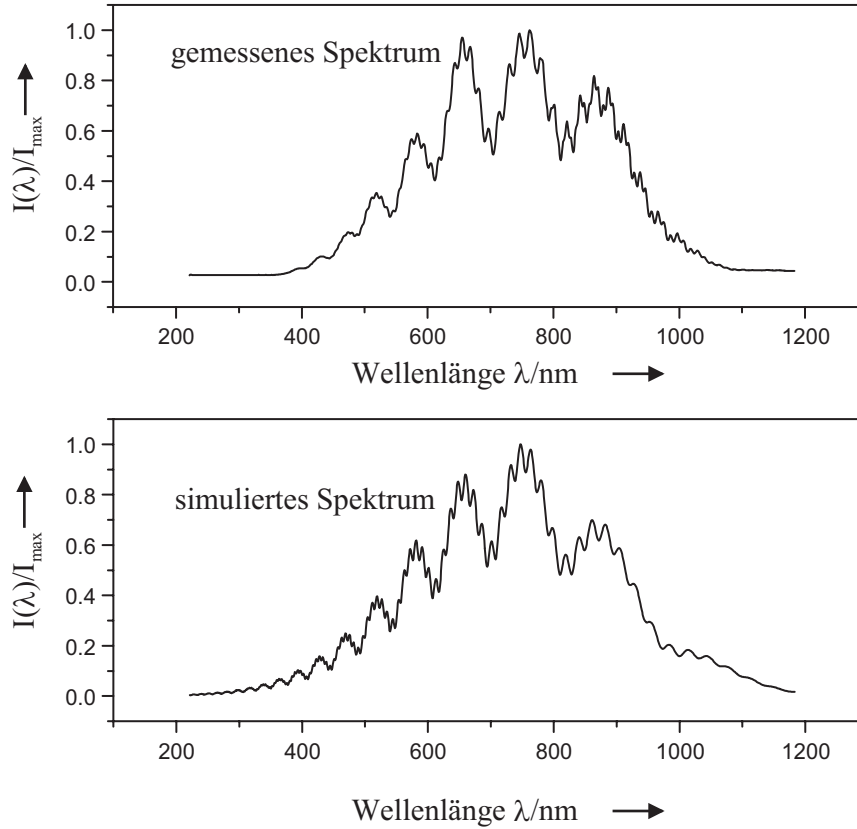


Bild 2.17: Vergleich eines Parallelsystems zwischen gemessenem und simuliertem Spektrum

$I(\lambda)$ Intensitätsverlauf; I_{max} maximal auftretender Intensitätswert

Für den Fall kleiner Spiegelreflektivitäten R_1 , R_2 der Resonatoren und der Annahme einer idealen Koppelstelle (Reflexion $R = 0$ und Transmission $T = 1$) kann die reflektierte Intensität aus Gleichung 2.81 (vgl. auch Gleichung 2.39) mit

$$I_R \approx k_{11}k_{22} \left(\overline{f_{R1}} - 2R_1\gamma_1 \cos(2\bar{k}L_1) + \overline{f_{R2}} - 2R_2\gamma_2 \cos(2\bar{k}L_2) \right) I_1 \quad (2.82)$$

angenähert werden.

2.3.4 System mit seriell angeordneten Fabry-Perot-Resonatoren

Bei Seriensystemen können mehrere Einflussgrößen über eine einzige Verbindungsstrecke an einem quasi infinitesimalen Ort erfasst werden. Bei einem derar-

tigen Reihensystem sind die Sensoren – mit einem optischen Abstand, der deutlich größer ist als die Kohärenzlänge des Systems – in einem Sensorstrang hintereinander geschaltet. Bild 2.18 zeigt das System-Ersatzschaltbild sowie einen realisierten Multi-Fabry-Perot-Sensor für Druck und Temperatur in Reflexion.

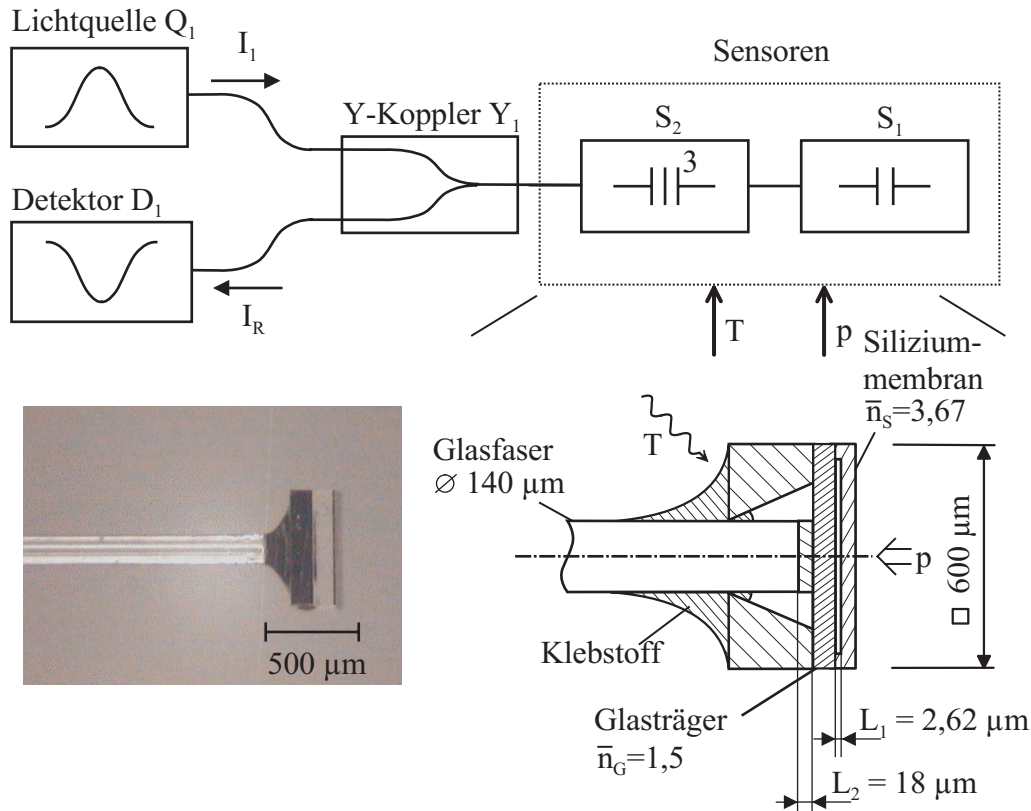


Bild 2.18: Serien-Fabry-Perot-System: Ersatzschaltbild und Ausführungsbeispiel als Druck- und Temperatur-Multi-Sensor
 p Druck; T Temperatur; \bar{n} Brechzahl; I Intensität

Im Idealfall ist die eingestrahlte bzw. reflektierte Intensität I_2 gleich null. Die resultierende Übertragungsmatrix ergibt sich aus der Multiplikation der Koppelmatrix \mathbf{Y}_1 mit den Sensormatrizen \mathbf{S}_1 und \mathbf{S}_2

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_R \end{pmatrix} = \mathbf{Y}_1 \mathbf{S}_2 \mathbf{S}_1 \begin{pmatrix} I_T \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.83)$$

Nach dem Auflösen des Gleichungssystems ist die reflektierte Intensität I_R wie folgt:

$$I_R = \frac{k_{11} k_{22} (f_{R2} + f_{R1} f_{T2}^2 - f_{R1} f_{R2}^2)}{1 - f_{R1} f_{R2}} I_1. \quad (2.84)$$

Bild 2.19 zeigt das simulierte und das gemessene Spektrum des Seriensystems im Vergleich. Es treten zwei Wechselanteile mit unterschiedlicher Amplitude und

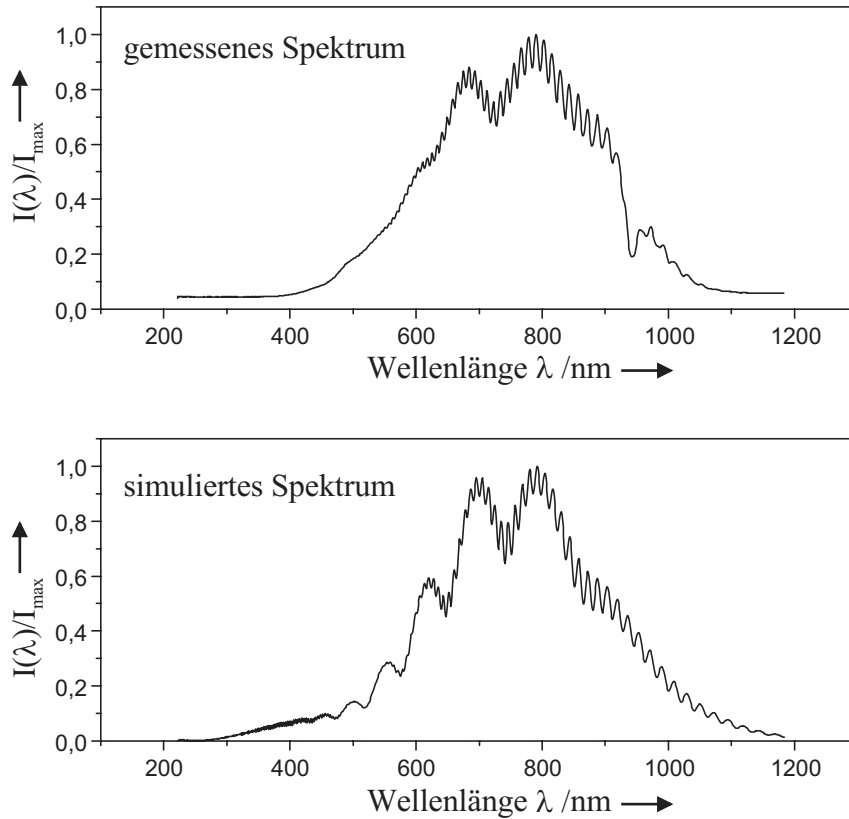


Bild 2.19: Simuliertes und gemessenes Spektrum eines Seriensystems

$I(\lambda)$ Intensitätsverlauf; I_{max} maximal auftretender Intensitätswert

differierender Anzahl von Extrema auf. In der Simulation ist die Absorption des Resonatormaterials (Resonator 2) nicht berücksichtigt, so dass sich für den Bereich kleinerer Wellenlängen deutliche Unterschiede zeigen.

Unter der Annahme verlustfreier Resonatoren, für die $f_R = 1 - f_T$ ist, vereinfacht sich die Gleichung 2.84 zu:

$$I_R = k_{11}k_{22} \left(1 - \frac{f_{T1}f_{T2}}{1 - f_{R1}f_{R2}} \right) I_1. \quad (2.85)$$

Für Resonatoren mit Spiegelreflektivitäten $R < 0,1$ kann die reflektierte Intensität folgendermaßen angenähert werden:

$$I_R \approx k_{11}k_{22} (1 - f_{T1}f_{T2}) I_1 \quad (2.86)$$

bzw. mit Gleichung 2.38 gilt in erster Näherung:

$$I_R \approx k_{11}k_{22} \left(1 - \overline{f_{T1}f_{T2}} + 2R_1\gamma_1\overline{f_{T2}} \cos(2\bar{k}L_1) + 2R_2\gamma_2\overline{f_{T1}} \cos(2\bar{k}L_2) \right) I_1. \quad (2.87)$$

An dieser Stelle ist zu vermerken, dass für kleine Spiegelreflektivitäten ein Parallelsystem qualitativ den gleichen Bezug der reflektierten Intensität aufweist wie ein Seriensystem. Es ist daher naheliegend, eine Auswertung zu entwickeln, die für Parallelsysteme und Seriensysteme gleichermaßen geeignet ist.

3 Auswertung von Fabry-Perot-Systemen

3.1 Mathematische Grundbetrachtung für die Auswertung von Multi-Fabry-Perot-Systemen

Mit einem Sensorsystem, das aus mehreren Sensoren besteht, ist es prinzipiell möglich, verschiedene physikalische Einflussgrößen zu messen. Unabhängig von der physikalischen Auswertbarkeit der Sensoren bzw. der Sensorsysteme sind – für eine eindeutige Zuordnung zwischen den Messgrößen und den Einflussgrößen – die im Folgenden beschriebenen mathematischen Randbedingungen zu erfüllen.

Grundsätzlich werden für die Auswertung einer Anzahl J unabhängiger Einflussgrößen β auch eine Anzahl J unabhängiger Messgrößen T benötigt (Bild 3.1). Die größtmögliche Anzahl von Einflussgrößen, die ausgewertet werden können, wird als Rang Rg bezeichnet. Mit einem Einzelsensor S_i kann maximal nur eine Einflussgröße eindeutig bestimmt werden, dieser hat daher den Rang $Rg(S_i) \leq 1$. Mit einem Mehrschichtsensor ist es möglich, pro Schicht maximal eine Einflussgröße β auszuwerten. Damit hat ein Schichtsystem S_{i+1} , bestehend aus zwei Schichten, den Rang $Rg(S_{i+1}) \leq 2$ bzw. ein Schichtsystem S_{i+2} aus N Schichten den Rang $Rg(S_{i+2}) \leq N$. Der Rang eines Multi-Sensor-Systems $Rg(System)$ ist maximal gleich der Summe der einzelnen Ränge der jeweiligen Sensoren. Ein Gedankenexperiment soll dies verdeutlichen: Wird ein Sensorsystem aus zehn identischen Sensoren S mit dem Rang $Rg(S) = 1$ aufgebaut, so ist der Rang des Systems bei unabhängigen Einflussgrößen ebenfalls nur gleich eins.

Ist der Rang des Sensorsystems gleich bzw. größer als die Anzahl der relevanten Einflussgrößen, dann können diese prinzipiell bestimmt werden. Zwischen den einzelnen Einflussgrößen β besteht im Allgemeinen ein beliebiger funktionaler Zusammenhang in Bezug auf die Messgrößen T . Damit lässt sich das Sensorsys-

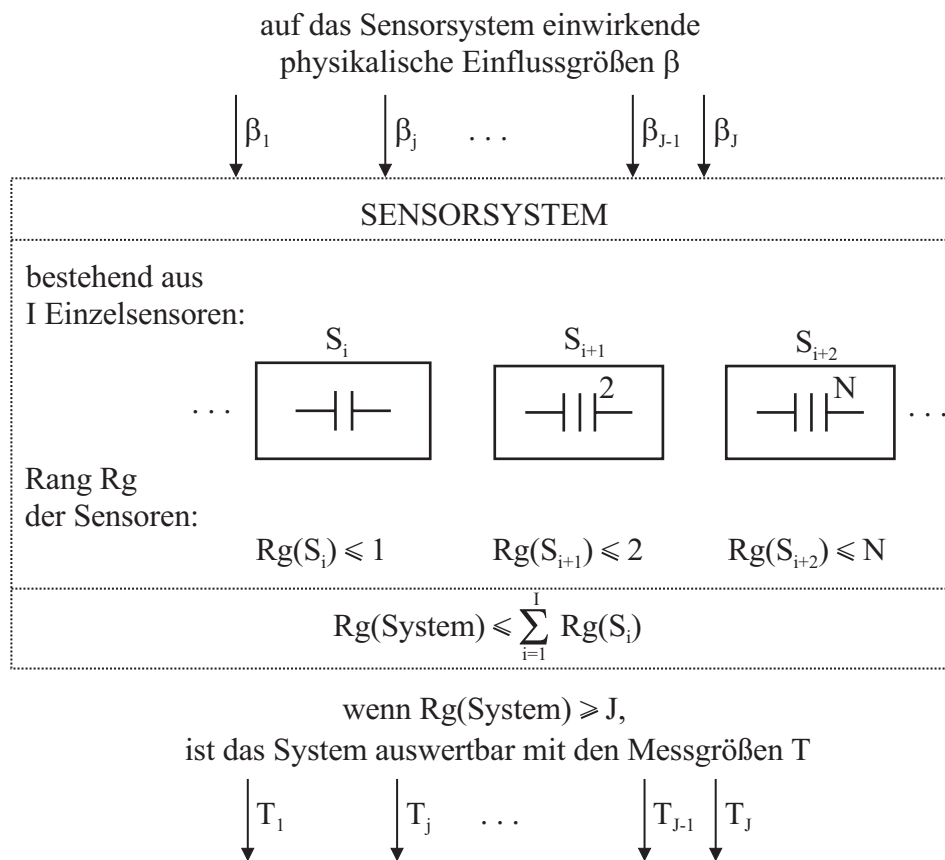


Bild 3.1: Multi-Sensor-System, bestehend aus mehreren Sensorkomponenten

Der prinzipiell einfachste Fall liegt vor, wenn jede Messgröße T_i nur von einer Einflussgröße β_i abhängt.

$$\begin{aligned} f_1(\beta_1) &= T_1 \\ \vdots & \quad \quad \quad \vdots \\ f_i(\beta_i) &= T_i \\ \vdots & \quad \quad \quad \vdots \\ f_N(\beta_N) &= T_N \end{aligned} \tag{3.4}$$

Ein solches Sensorsystem ist möglich, wenn jede Einflussgröße nur jeweils eine Sensorkomponente beeinflusst oder wenn sich nur die Messgröße der Sensorkomponente ändert.

Eines haben alle Gleichungs- bzw. Sensorsysteme gemeinsam: Sie benötigen die entsprechende Messgröße T . Um an diese zu gelangen, werden zunächst die Standardauswerteverfahren für Fabry-Perot-Resonatoren betrachtet.

3.2 Standardauswerteverfahren

Ein Problem innerhalb der faseroptischen Sensorik ist die Streckenneutralität, d.h. die Nichtbeeinflussung der Sensorinformation durch die optische Übertragungsstrecke. Bei einem idealen, streckenneutralen Sensorsystem hat die Übertragungsstrecke keinen Einfluss auf das Messsignal. In der Praxis treten jedoch Intensitätsschwankungen auf, die z.B. durch Schwankungen in der Lichtquelle, Verluste an Koppelstellen oder geänderte Faserführung hervorgerufen werden. Die Einflüsse auf die Übertragungsstrecke treten zum einen additiv bzw. multiplikativ zum Intensitätsspektrum auf und zum anderen können sie zu spektralen Änderungen des Intensitätsverlaufs führen. Mit einer spektral konstanten Dämpfung α ändert sich der Intensitätsverlauf $I(\lambda)$ des Sensors zu dem gemessenen Intensitätsverlauf

$$\tilde{I}(\lambda) = \alpha I(\lambda). \tag{3.5}$$

Damit ist ein Messsignal, das von einem Intensitätswert $\tilde{I}(\lambda_1)$ bestimmt wird, maximal vom Einfluss der Übertragungsstrecke abhängig. Bei einer Intensitätsänderung $\Delta\tilde{I}(\lambda_1)$ kann nicht zwischen einer Intensitätsänderung $\Delta I(\lambda_1)$ und einer Dämpfungsänderung $\Delta\alpha$ unterschieden werden.

Variiert der Einfluss das spektrale Übertragungsverhalten der Strecke, dann ist die Dämpfung α eine Funktion der Wellenlänge λ und es ergibt sich ein weiterer Freiheitsgrad für einen Quereinfluss. Wird zusätzlich Streulicht in die optische

Strecke eingekoppelt, addiert sich diese Lichtintensität $I_s(\lambda)$ zum vorhandenen Lichtspektrum. Die gemessene Intensität $\tilde{I}(\lambda)$ ist bei einem linearen System allgemein:

$$\tilde{I}(\lambda) = a(\lambda)I(\lambda) + I_s(\lambda). \quad (3.6)$$

Für die Auswertung von Fabry-Perot-Sensoren existiert eine Reihe von Verfahren mit unterschiedlichen Ansätzen, die es ermöglichen, die Störeinflüsse der Strecke zu minimieren.

Zudem sind Auswerteverfahren wie die Weißlichtinterferometrie (Path-Matching) oder das Optical-Time-Division-Multiplex-Verfahren (auf OTDR basierende Auswertung) für die Auswertung mehrerer Fabry-Perot-Sensoren geeignet. Tabelle 3.1 zeigt die wichtigsten Prinzipien für die Auswertung von Fabry-Perot-Systemen. Die bekanntesten Verfahren werden im Folgenden kurz erläutert.

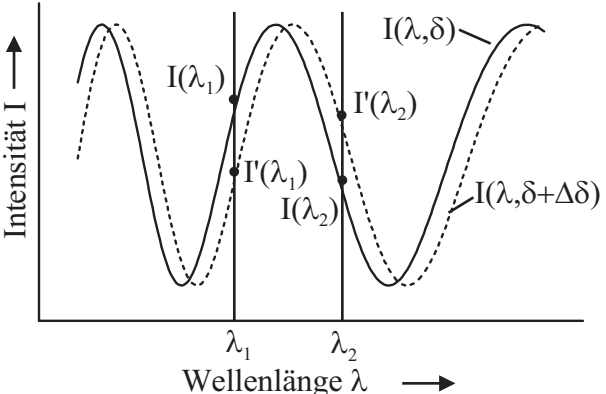
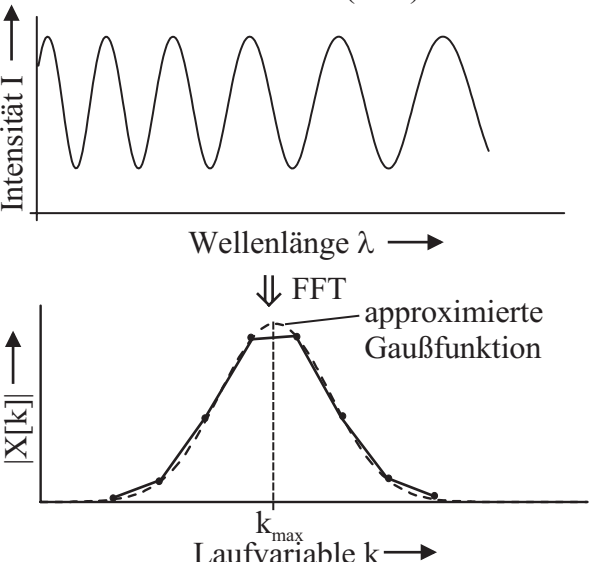
Ein relativ einfaches Verfahren, einen Fabry-Perot-Sensor auszuwerten, ist die Intensitätsbestimmung bei einer charakteristischen Wellenlänge. Bei dieser Vorgehensweise ist jedoch keinerlei Streckenneutralität gewährleistet. Eine Erweiterung dieses Verfahrens, welche die Streckenneutralität berücksichtigt, ist das Zweiwellenlängenmessverfahren. Bei der Zweiwellenlängenmessung werden zwei Intensitätswerte $I(\lambda_1)$ und $I(\lambda_2)$ bei den jeweils zugehörigen Wellenlängen λ_1 bzw. λ_2 ermittelt. Die Wellenlängen sind so gewählt, dass ein Intensitätswert auf einer steigenden Flanke und der andere auf einer fallenden Flanke des Spektrums ermittelt wird. Die Verstimmung des Fabry-Perot-Resonators wird über das Verhältnis der beiden Intensitäten ermittelt. Beispiele für Auswerteverfahren nach diesem Prinzip sind unter anderem in den Veröffentlichungen *faseroptische Sensorik in der Medizin* [30, 13] dargestellt.

Die Auswertung mit der Fast-Fourier-Transformation (FFT) wird bei Schichtdickenmessungen eingesetzt. Eine erste Anwendung für eine Sensorauswertung ist in der Veröffentlichung *White-light displacement sensor ...* [32] beschrieben. Ausgangspunkt ist die Fast-Fourier-Transformierte des spektralen Intensitätsverlaufs. Der Betrag der Fourier-Transformierten wird durch eine Gaußfunktion approximiert und anschließend die Position k_{max} des Maximums bestimmt. Anhand einer normierten Kennlinie kann diese Position einer Resonatorlänge zugeordnet werden.

Eine weitere Klasse von Auswertemethoden sind zeitdiskrete Verfahren. An dieser Stelle werden zeitdiskrete Auswertesysteme im Allgemeinen als Gesamtheit – Optical-Time-Division-Multiplex-Verfahren – behandelt. Von einer gepulsten Lichtquelle ausgehend, werden den Sensoren kurze Lichtimpulse über Verzögerungsglieder zugeführt. Über die Wahl eines Zeitfensters bei der Auswertung können die einzelnen Sensorsignale zeitdiskret und somit separierbar in elektrische Signale umgewandelt werden. So ist es möglich, eine beliebige Anzahl

Tabelle 3.1: Standardauswerteverfahren und deren Kenngrößen

I Intensität; λ Wellenlänge; k Laufvariable im Bildbereich; $|X[k]|$ Betrag des fouriertransformierten Intensitätsspektrums

Auswerteverfahren	Kenngrößen
<p>Zweiwellenlängenmessverfahren:</p>  <p>Eine Verschiebung $\Delta\delta$ des Spektrums wird in ein Intensitätsverhältnis</p> $v = \frac{I(\lambda_1)}{I(\lambda_2)}$ <p>gewandelt.</p>	<p>Fabry-Perot-Systeme: -aktive* Einfach-Systeme</p> <p>Messbereich: $\Delta s_{\max} = \text{einige } \mu\text{m}$</p> <p>Auflösung: $\Delta s = 0,002 \mu\text{m}$</p> <p>Dynamik: $f < \text{einige MHz}$</p>
<p>Fast-Fourier-Transformation (FFT)</p>  <p>Das Spektrum $I(\lambda)$ wird fouriertransformiert und der Betrag durch eine Gaußfunktion approximiert. Die Position k_{\max} wird der Resonatorlänge zugeordnet.</p>	<p>Fabry-Perot-Systeme: -aktive* Einzelsysteme, Reihensysteme, Parallelsysteme, Schichtsysteme</p> <p>Messbereich: $\Delta s_{\max} = 1600 \mu\text{m}$</p> <p>Auflösung: $\Delta s = 5 \mu\text{m}$</p> <p>Dynamik: $f < 1 \text{ kHz}$</p>

*sichtbare Resonanz im Spektrum (vgl. Bild 2.9)

Auswerteverfahren	Kenngrößen
<p>Optical-Time-Division-Multiplex-Verfahren:</p> <p>Die einzelnen Sensoren werden mit einer gepulsten Lichtquelle und einem mit ihr synchronisierten Detektor ausgewertet.</p>	<p>Fabry-Perot-Systeme: -aktive* Einzelsysteme, Reihensysteme</p> <p>Messbereich: $\Delta s_{\max} = \text{einige } \mu\text{m}$</p> <p>Auflösung: $\Delta s = 0,002 \mu\text{m}$</p> <p>Dynamik: ist von der Sensoren- anzahl abhängig $f < \text{einige kHz}$</p>
<p>Weißlicht-Interferometrie (Path-Matching)</p> <p>Die Referenz wird so abgeglichen, dass die Intensität am Detektor ein Maximum aufweist. Die für den Abgleich erforderliche Stellgröße repräsentiert die Messgröße.</p>	<p>Fabry-Perot-Systeme: -passive* Einzelsysteme, Reihensysteme, Parallelsysteme, Schichtsysteme</p> <p>Messbereich: $\Delta s_{\max} = 100 \mu\text{m}$</p> <p>Auflösung: $\Delta s = 0,01 \mu\text{m}$</p> <p>Dynamik: ist von der Sensoren- anzahl abhängig $f < 1 \text{ kHz}$</p>

*sichtbare bzw. nicht sichtbare Resonanz im Spektrum (vgl. Bild 2.9)

von Sensoren auszuwerten. Die Verzögerungsleitungen sind zumeist Faserspulen, die bei modernen Systemen eine Mindestlänge von einigen zehn Metern aufweisen [17]. Das Problem der streckenneutralen Auswertung kann durch die Verwendung mehrerer verschiedener, diskreter Wellenlängen minimiert werden.

Ein häufig verwendetes Auswerteverfahren ist die Weißlichtinterferometrie bzw. das Path-Matching. Dabei wird das Sensorsignal über einen Referenz-Fabry-Perot-Interferometer einem Detektor zugeführt. Die Spiegelreflektivitäten des Fabry-Perot-Sensors sind niedrig (low finesse) und liegen im Bereich eines Luft-Glas-Übergangs mit einem Reflexionswert von $R \approx 0,04$. Hingegen ist der Referenz-Fabry-Perot-Resonator bzw. das Referenzinterferometer als High-Finesse-Resonator mit hohen Spiegelreflexionen von $R_{Sp} > 0,8$ ausgelegt. Zusätzlich ist der Resonatorabstand im Referenzzweig variabel und kann auf den Sensorabstand abgeglichen werden. Während einer Messung wird der Abstand des Referenz-Resonators solange variiert (matching), bis am Detektor die maximale Leistung anliegt. Dieser Zustand ist gleichbedeutend mit einer identischen Weglängendifferenz der beiden Resonatoren. Die für eine Variation des Referenz-Resonators erforderliche Stellgröße ist ein Maß für die Verstimmung des Sensors.

Die vorgestellten Verfahren sind mehr oder weniger gut für verschiedene Sensorsysteme geeignet. In Tabelle 3.2 sind deshalb die möglichen Auswerteverfahren den Messsystemen zugeordnet. Für die in Kapitel 1 aufgeführte Problemstellung ist keines der beschriebenen Verfahren geeignet: Das Zweiwellenlängenmessverfahren eignet sich nur für einen Sensor. Die Klasse der OTDR-Auswerteverfahren eignet sich nur für Sensorsysteme, zwischen denen eine optische Verzögerungsstrecke von mindestens $s_{opt} = 10$ m liegt. Ein Schichtsystem bzw. ein Multisensor ist damit nicht auswertbar. Die Verfahren der Fast-Fourier-Transformation und der Weißlichtinterferometrie ermöglichen die Auswertung von topologischen Varianten wie Reihen-, Schicht- und Parallelsystemen. Die Auflösung dieser Verfahren ist jedoch mit einigen Nanometern zu gering für die gewünschte Anwendung.

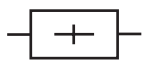
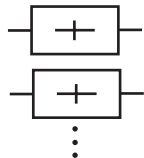

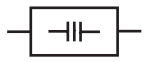
Für die Auswertung von Multi-Fabry-Perot-Systemen mit einer erforderlichen Auflösung von weniger als $\Delta s = 3$ nm sind daher neue Ansätze erforderlich. Ein neuer, möglicher Ansatz ist die Auswertung mit der in dieser Arbeit vorgestellten Fourier-Korrelations-Methode.

3.3 Auswertung nach der Fourier-Korrelations-Methode

3.3.1 Auswertung im Signalbereich

Um die Auswertung mit der Fourier-Korrelations-Methode zu verdeutlichen, wird – entsprechend den Entwicklungsschritten der Methode – zunächst die Auswer-

Tabelle 3.2: Vergleich der Standardauswerteverfahren und ihrer Kenngrößen

Messsystem		Auflösung	
		$\Delta s > 3 \text{ nm}$	$\Delta s < 3 \text{ nm}$
Mono	Einzelsensor 	Zweiwellenlängen Weißlicht-Interfero. FFT	Zweiwellenlängen
	Parallelsensoren 	*OTDR Weißlicht FFT	*OTDR
Multi	Seriensensoren Reihenanzordnung 	*OTDR Weißlicht FFT	*OTDR
	Schichtanzordnung 	Weißlicht FFT	

* nur bei einer optischen Wegdifferenz $s_{\text{opt}} > 10 \text{ m}$ zwischen den Sensoren

tung im Signalbereich erläutert. Wie bereits in Kapitel 2.2.2 angesprochen, existiert eine Vielzahl von Möglichkeiten, eine optische, elektromagnetische Welle zu detektieren. Ein mögliches Detektorsystem ist ein Gitterspektrometer. Gitterspektrometer ermöglichen es, ein Lichtspektrum nach Wellenlängen selektiv auszuwerten. Der prinzipielle Aufbau eines Spektrometers ist in Bild 3.2 skizziert [26].

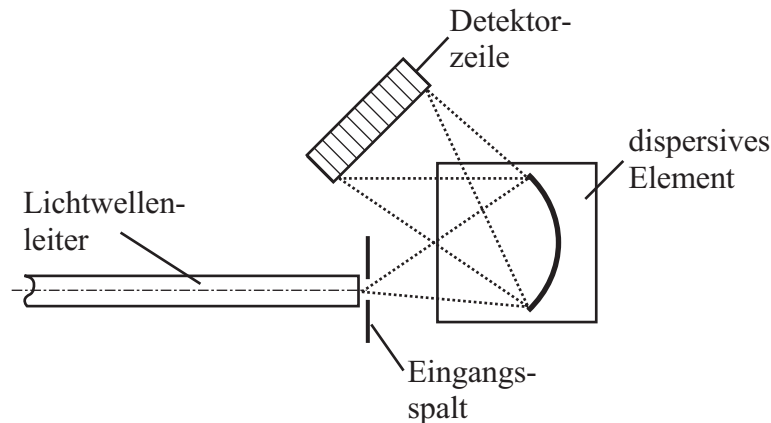


Bild 3.2: Prinzipieller Aufbau eines Gitterspektrometers

Die wesentlichen Funktionsgruppen sind ein dispersives Element – wie z.B. ein optisches Gitter – und eine Detektorzeile. Als Detektorzeilen werden z.B. Diodenzeilen verwendet, die eine Anzahl von $N = 2^\nu$ (mit $\nu = 1, 2, \dots$) Diodenelementen aufweisen. Ein optischer Spalt weitet den Lichtstrahl auf und projiziert diesen auf das nachgeschaltete disperse Element. Innerhalb des dispersiven Elements wird dann das Licht spektral gewichtet und wellenlängenselektiv auf die Diodenzeile gelenkt. Bei einer gaußverteilten Lichtquelle ist der idealisierte Verlauf in Bild 3.3 gegeben. Über den Bereich eines Diodenelements n ($0 \leq n \leq N - 1$) und einer Zeit t_{int} wird die Intensität $I(\lambda)$ in einem spektralen Intervall $\Delta\lambda_S$ integriert und der Mittelwert

$$\bar{I}[n] = \frac{1}{\Delta\lambda_S} \int_{t_0}^{t_0+t_{int}} \int_{\lambda_n - \frac{\Delta\lambda_S}{2}}^{\lambda_n + \frac{\Delta\lambda_S}{2}} I(\lambda, t) d\lambda dt \quad (3.7)$$

gebildet.

Die nachgeschaltete Auswerteelektronik ermittelt die mittlere Lichtintensität $\bar{I}[n]$ des Spektrometers und quantisiert diese mit einer linearen Intensitätsauflösung ΔI . Somit werden die Intensitätswerte

$$\bar{I}[n] \approx x[n] \Delta I \quad (3.8)$$

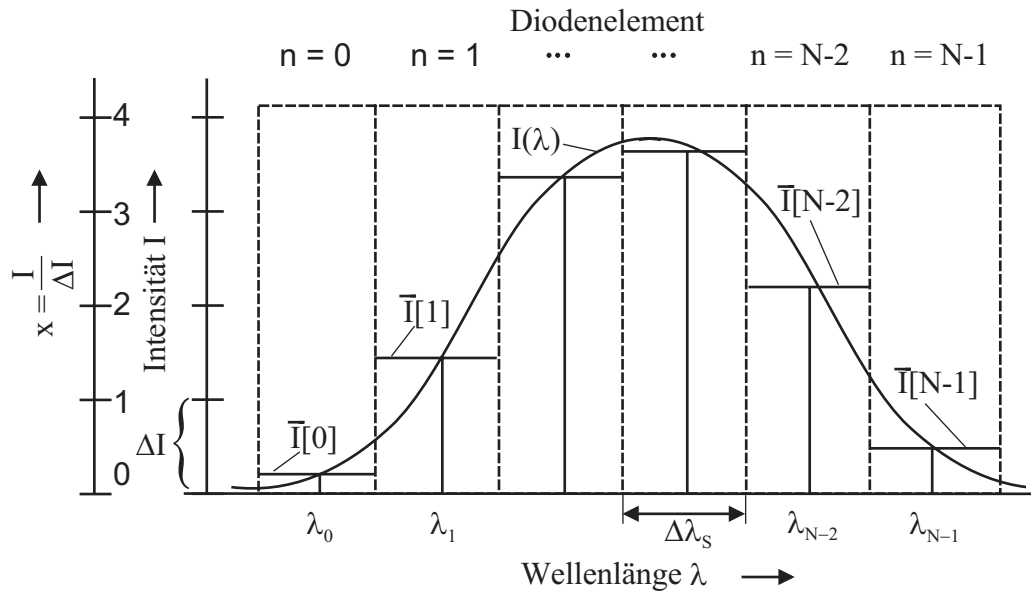


Bild 3.3: Diskretisierung des Spektrums in einen Signalvektor

\bar{I} Mittelwert der Intensität; ΔI Quantisierungsstufe; N Anzahl der Diodenelemente; n Nummer des Diodenelements; x quantisierter Intensitätswert; λ Wellenlänge; $\Delta\lambda_s$ spektrales Intervall

durch ganzzahlige Werte $x[n]$ repräsentiert. Diese repräsentativen Werte liegen in einem Bereich $0 \leq x[n] < 2^q$, wobei q eine ganze Zahl ist. Eine Folge, die alle x -Werte einer Diodenzeile umfasst, wird im Weiteren auch als Signalvektor bezeichnet. Dieser aus dem Signal des Spektrometers bestimmte Signalvektor ist ein N -dimensionaler Vektor von diskreten Werten. Als Beispiel wird das kontinuierliche Intensitätssignal des in Bild 3.4 dargestellten, einfachen Fabry-Perot-Systems in einen Signalvektor $x[n]$ umgewandelt.

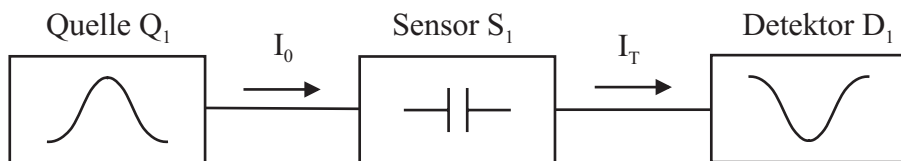


Bild 3.4: Einfach-Fabry-Perot-System in Transmission

I_0 eingestrahelte Intensität; I_T transmittierte Intensität

Die Lichtquelle Q_1 strahlt ein ideales Weißlichtspektrum $I_0(\lambda) = I_0$ in den Sensor S_1 ein. Das transmittierte Lichtspektrum wird anschließend im Detektor D_1 diskretisiert. Für einen Fabry-Perot-Resonator mit kleinen Reflektivitäten R ist gemäß den Gleichungen 2.4 und 2.38 der Signalvektor

$$x_s[n] = \text{mod} \left[\frac{I_0}{\Delta I} \left(\bar{f}_T + 2R \cos \left(\frac{4\pi n L}{\lambda_0 + n \cdot \Delta\lambda_s} \right) \right) \right] \quad (3.9)$$

mit der mittlere Wellenlänge λ_0 der ersten Diode; Laufvariable n im Signalbereich; mittlere Wellenlänge λ_{N-1} der letzten Diode; spektraler Abstand $\Delta\lambda_s = \frac{\lambda_0 - \lambda_{N-1}}{N-1}$ von Diodenelementen; Anzahl N der Dioden; ganzzahliger Anteil mod ; Gleichanteil $\overline{f_T}$ der Übertragungsfunktion; Reflexion R der Spiegel; geometrischer Abstand L der Spiegel und der Brechzahl \bar{n} .

Die grafische Darstellung eines Signalvektors für ein Einfach-System in Transmission (entsprechend Gleichung 3.9) ist beispielhaft in Bild 3.5 gezeigt.

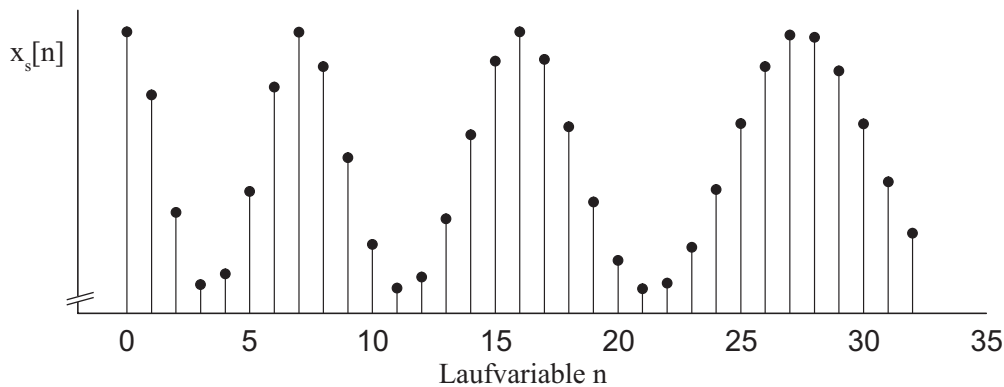


Bild 3.5: Signalvektor eines Transmissionssystems

Die empfindlichsten Auswerteverfahren basieren auf der Korrelation zweier Funktionen. Eine Möglichkeit, die Vorteile der Korrelation zu nutzen, ist es, die optischen Signale direkt optisch zu korrelieren. Ein Beispiel hierfür ist die in Kapitel 3.2 beschriebene Weißlichtinterferometrie. Die im Folgenden vorgestellte Fourier-Korrelations-Methode basiert auf einer mathematischen Korrelation eines Signalvektors mit einem Referenzvektor. In beiden Fällen wird der Maximalwert der Korrelationsfunktion in Abhängigkeit von der zugeordneten Position ermittelt. Eine Auswertung, die von den Beträgen der Intensitätswerte abhängt, führt zu den beschriebenen Problemen der Streckenneutralität. Ideal wäre eine Auswertung, die ausschließlich die Verschiebung des Lichtspektrums berücksichtigt. Eine direkte Auswertung der optischen Verschiebung stößt aber an praktische Grenzen. Wie in der Digitaltechnik üblich, ist die Anzahl der Diodenelemente eines Gitterspektrometers ein Potenz zur Basis 2. Bei "einfachen" Gitterspektrometern werden $N = 2^8 = 256$ Diodenelemente bzw. spektrale Intervalle (vgl. 3.3) ausgewertet. Die spektrale Auflösung ist auf die Anzahl der Diodenelemente begrenzt. Dagegen ist das Auflösungsvermögen der Intensität mit typischen $2^{14} = 16384$ diskreten Werten deutlich höher. Die Information über eine spektrale Verschiebung wird durch eine Auswertung der Intensitätsänderung wesentlich genauer als durch die Auswertung der spektralen Verschiebung an sich. Mit dem vorgestellten Algorithmus lässt sich die Information über die ursprüngliche Verschiebung aus der Variation der Intensitätswerte bestimmen. An dem in Bild 3.6

dargestellten Modell soll die prinzipielle Vorgehensweise erläutert werden. Das Signal $x_s[n]$ (vgl. Bild 3.3) der Länge N wird i -fach interpoliert, so dass ein Signal $x_{is}[m]$ der Länge M entsteht. Die einfachste Interpolation ist das mehrfache Aufführen der einzelnen Werte.

$$x_{is}[m] = \begin{cases} x_s[n], & i \cdot n \leq m < i(n+1); 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.10)$$

Das interpolierte Signal x_{is} – das zur Einfachheit im Modell mit zusätzlichen diskreten Werten (Stützstellen) erweitert wurde – wird mit einer Gewichtsfunktion $g[m]$

$$g[m] = x_{s0}[n] + \frac{x_{s0}[n+1] - x[n]}{i}(m - i \cdot n) \quad (3.11)$$

für

$$\begin{aligned} in &\leq m < i(n+1) \\ 0 &\leq n < N-2. \end{aligned}$$

korreliert. Im Gegensatz zum Signalvektor (vgl. Gleichung 3.10) ist die Interpolation des Gewichtsvektors in den einzelnen Abschnitten monoton steigend bzw. fallend. Damit ist für die Korrelationsfunktion [28]

$$\Phi[T] = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} x_{is}[m]g[m-T] \quad (3.12)$$

gewährleistet, dass sich für jede Verschiebung T jeweils unterschiedliche Werte ergeben. Im skizzierten Beispiel befindet sich – bei den vorliegenden Werteverhältnissen zwischen $x_s[n]$ und $x_s[n+1]$ – das Maximum der Korrelationsfunktion $\Phi[T]$ an der Position $T_S = 0$. Ändert sich der Wert $x_s[n+1]$ um den Betrag Δx_s , so ändert sich das Werteverhältnis zwischen $x_s[n]$ und $x_s[n+1]$ und damit auch die Position T_S . Eine relative Intensitätsänderung ist somit prinzipiell in eine Verschiebung zwischen dem Signalvektor $x_s[n]$ und dem Gewichtsvektor $g[m]$ umzuwandeln. Die Tatsache, dass nur eine relative Änderung der Intensitäten untereinander Einfluss auf die Position des Maximums hat, ist in Bezug auf die Querempfindlichkeit von großer Bedeutung. Ein Zusammenhang zwischen Interpolationsfaktor i und Quantisierungsstufe Δx_s lässt sich ebenfalls aus dem in Bild 3.6 vorgestellten Modell herleiten.

Ist der Interpolationsfaktor i größer als ein kritischer Interpolationsfaktor i_k gewählt (Bild 3.7), so wird sich die Position T_S – bei der kleinstmöglichen Änderung Δx_s des Signalwerts x_s – um mehr als eine Stelle verschieben. Je kleiner eine

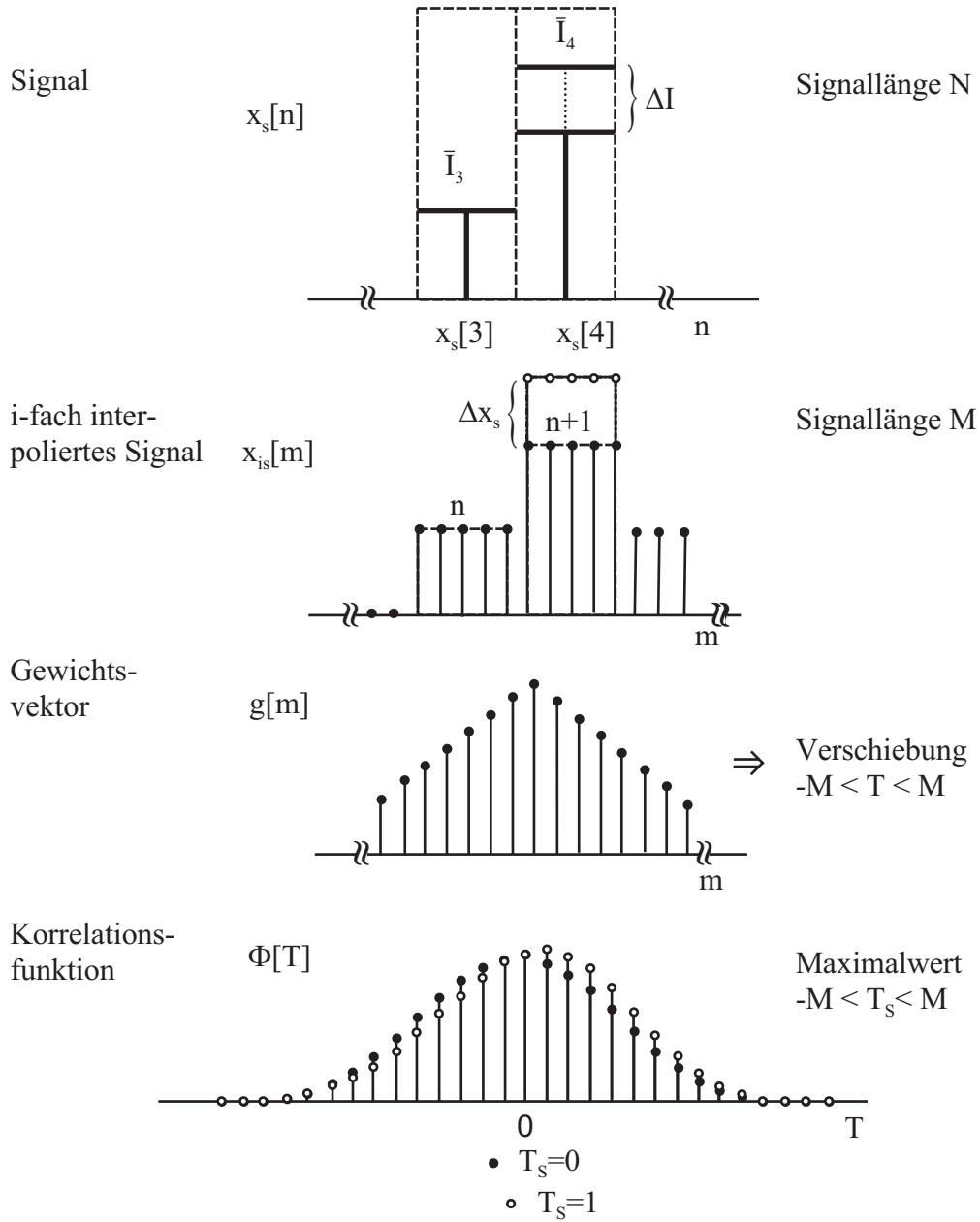


Bild 3.6: Prinzipielle Vorgehensweise bei der Korrelation im Signalbereich
 ΔI Quantisierungsstufe der Intensität; Δx_s Signaländerung; T Verschiebung;
 T_s Verschiebung, bei der die Korrelation maximal ist

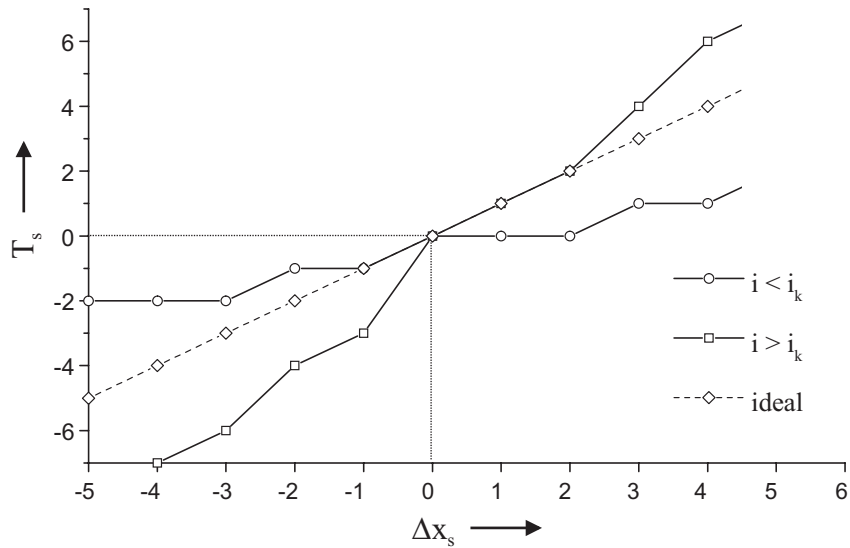


Bild 3.7: Beispielhafte Kennlinien für verschiedene Interpolationswerte i
 i_k kritischer Interpolationswert; T_s Position des Maximums; Δx_s diskrete Signaländerung

mögliche Änderung Δx_s ist, desto größer wird der kritische Interpolationsfaktor

$$i_k \sim \frac{1}{\Delta x_s} \quad (3.13)$$

und damit die Auflösung des Systems ausfallen. Das Maximum der Korrelation liegt – unabhängig von der Interpolation i – eine stets an der Position Null vor.

Allgemein ist die Auswertung im Signalbereich sehr rechenintensiv. Für jeden Messwert sind eine Anzahl von $i \cdot n$ Interpolationsschritten und eine Anzahl von M Verschiebungsschritten mit einer jeweiligen Addition und Multiplikation von M Elementen erforderlich. Eine Auswertung von Multi-Fabry-Perot-Systemen mit mehreren Einfachsensoren oder einer Schichtanordnung ist im Signalbereich ebenfalls nicht möglich. Mit einer Ausweitung des Auswertepinzips in den sogenannten Bildbereich lassen sich diese Probleme lösen.

3.3.2 Auswertung im Bildbereich

Die nach Jean Baptiste Joseph Baron de Fourier benannte Transformation ermöglicht die Darstellung eines Signals im sogenannten Frequenzbereich bzw. Bildbereich [24].

Die Analysegleichung der Diskreten-Fourier-Transformation $x[n] \stackrel{\text{DFT}}{\circlearrowleft} X[k]$ lautet, bei einer die Länge N des Signalvektors $x[n]$, einer Laufvariable n im Signalbereich und einer Laufvariable k im Bildbereich

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j(2\pi/N)nk} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn} \quad (3.14)$$

mit der Definition

$$W_N = e^{-j(2\pi/N)}. \quad (3.15)$$

Allgemein ist die Fourier-Transformierte eine komplexe Funktion im Bildbereich. In Bild 3.8 sind ein Signal $x_s[n]$ (Punkt a)) und seine Fouriertransformierte (Punkt b)) dargestellt. Vielfach sind Betrag $|X[k]|$ – Amplitudenspektrum; real siehe Bild 3.8 c) – und Phase $\angle X[k]$ – Phasenspektrum; beschreibt die Phasenlage einer Spektralkomponente gegenüber der reellen Achse, siehe Bild 3.8 d) – getrennt aufgeführt. Eine solche Darstellung ist übersichtlicher und aussagekräftiger als eine komplexe Darstellung. Allgemein gilt: Zwischen Bildbereich und Signalbereich existiert eine eindeutige Zuordnung, so dass eine Änderung im Signalbereich zu einer signifikanten Änderung im Bildbereich führt. Die diskrete Fouriertransformierte besitzt eine Reihe von Eigenschaften wie Symmetrie und Dualität, die für die Entwicklung eines Auswertalgorithmus hilfreich sind. Eine Auswahl der relevanten Eigenschaften ist in Tabelle 3.3 aufgeführt.

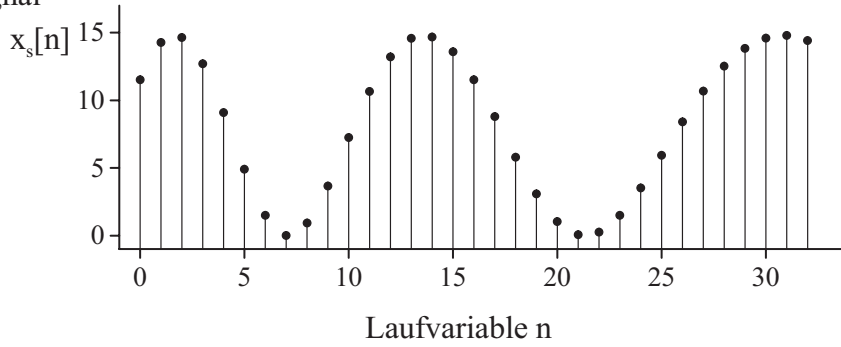
Ein weiterer Zusammenhang zwischen Signalbereich und Bildbereich ist der, dass kurze Signalfolgen – auch Fensterfolgen genannt – zu einer Verbreiterung des Signals im Bildbereich und zu einer Überlagerung der betrachteten Signale führen. Die Multiplikation im Signalbereich mit der Folge $w[n]$ minimiert diesen Effekt der Fensterfolgen [24].

$$w[n] = \begin{cases} \frac{I'_0 \left[\beta_0 (1 - [(n-\alpha)/\alpha]^2)^{1/2} \right]}{I'_0(\beta_0)}, & 0 \leq n \leq J \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.16)$$

mit:

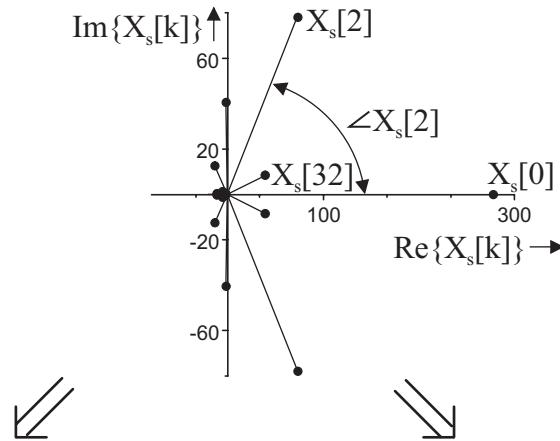
I'_0 :	modifizierte Besselfunktion
n :	Laufvariable im Signalbereich
$\alpha = \frac{J}{2}$:	Faktor
J :	Länge der Folge
β_0 :	Formparameter

a) Signal

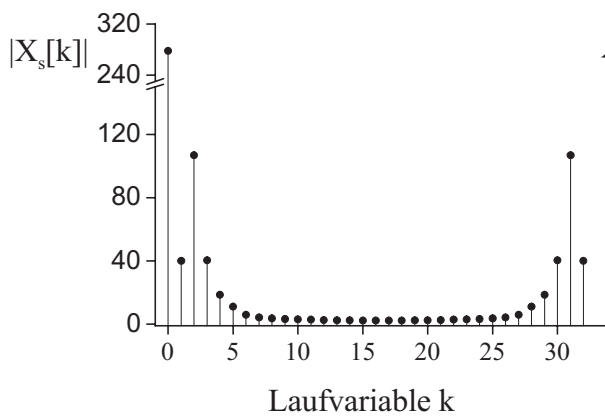


DFT

b) Fouriertransformierte des Signals a)



c) Betrag der Fouriertransformierten



d) Phase der Fouriertransformierten

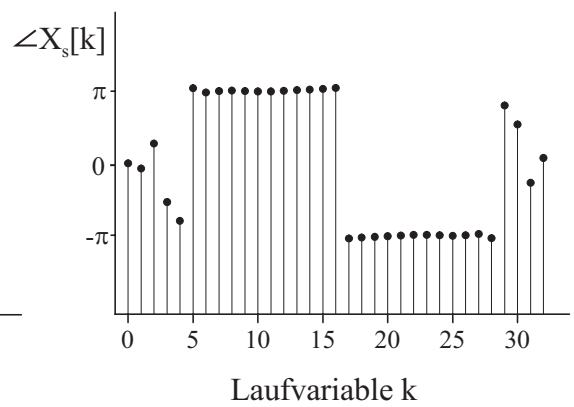
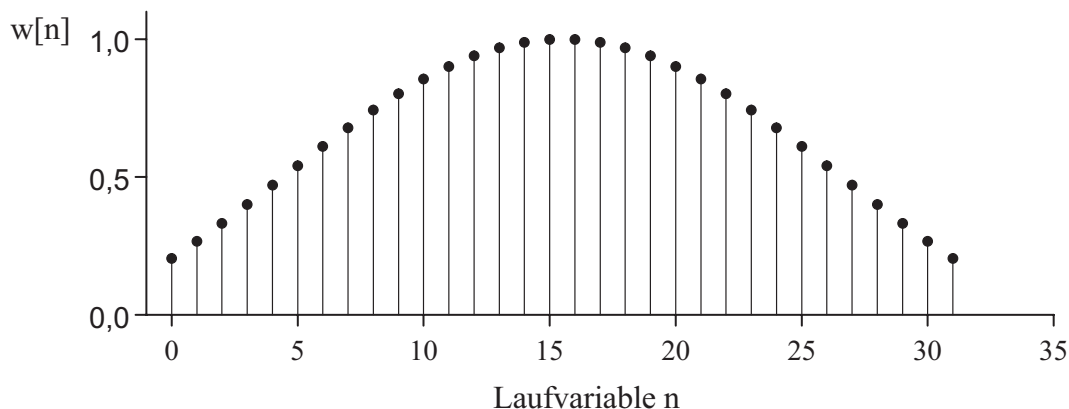


Bild 3.8: Darstellung eines Einfachsystems

Tabelle 3.3: Ausgewählte Eigenschaften der diskreten Fouriertransformation

Periodische Folge		DFT	DFT Koeffizienten
1.	$x[n]$	\circ	$X[k]$
2.	$x_1[n], x_2[n]$	\bullet	$X_1[k], X_2[k]$
3.	$ax_1[n] + bx_2[n]$		$aX_1[k] + bX_2[k]$
4.	$x[n - m]$		$W_N^{km} X[k]$
5.	$x_1[n]x_2[n]$		$\frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} X_1[l]X_2[k-l]$
6.	$x^*[n]$		$X^*[-k]$
7.	$x^*[-n]$		$X^*[k]$
für reelle $x[n]$ gilt:			
8.	Symmetrieeigenschaften		$\left\{ \begin{array}{l} X[k] = X^*[-k] \\ \text{Re}\{X[k]\} = \text{Re}\{X[-k]\} \\ \text{Im}\{X[k]\} = -\text{Im}\{X[-k]\} \\ X[k] = X[-k] \\ \angle X[k] = -\angle X[-k] \end{array} \right.$
9.	Parsevalsche Beziehung ¹⁾ :		
			$\sum_{n=\langle N \rangle} x_1[n]x_2[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=\langle N \rangle} X_1[k]X_2^*[k]$

$x[n]$ Signalvektor; n Laufvariable im Signalbereich; $X[k]$ Bildvektor; k Laufvariable im Bildbereich; a, b reelle Konstanten; m ganzzahlige Konstante; N Länge des Signalvektors; $\text{Im}\{\}$ Imaginärteil; $\text{Re}\{\}$ Realteil; $||$ Betrag; \angle Phase; $W_N^{km} = e^{-j(2\pi/N)mk}$; j imaginäre Einheit; 1) Zusammenhang zwischen Signalleistung und -energie im Zeit- und Frequenzbereich

Bild 3.9: Kaiserfilter $w[n]$ mit den Parametern $J = 32$ und $\beta_0 = 3$

Die Folge $w[n]$ – beispielhaft in Bild 3.9 dargestellt – wird als Kaiserfilter bezeichnet, da eine Multiplikation im Signalbereich einer Faltung im Bildbereich und somit einer Glättung entspricht. Das Kaiserfilter besitzt zwei Parameter: die Länge J und den Formparameter β_0 . Für den Anwendungsfall wird der Parameter J gleich der Länge $N - 1$ des Signalvektors gesetzt. Der Formparameter β_0 kann frei gewählt werden und liegt meistens im Bereich von $1 \leq \beta_0 \leq 5$. Unter Verwendung eines Kaiserfilters (siehe Bild 3.10) wird der Bildbereich geglättet und damit das Übersprechen zwischen den einzelnen Sensoren verbessert. Die modifizierte Transformierte X'_s ist wie folgt definiert:

$$X'_s[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x_s[n]w[n]W_N^{kn}. \quad (3.17)$$

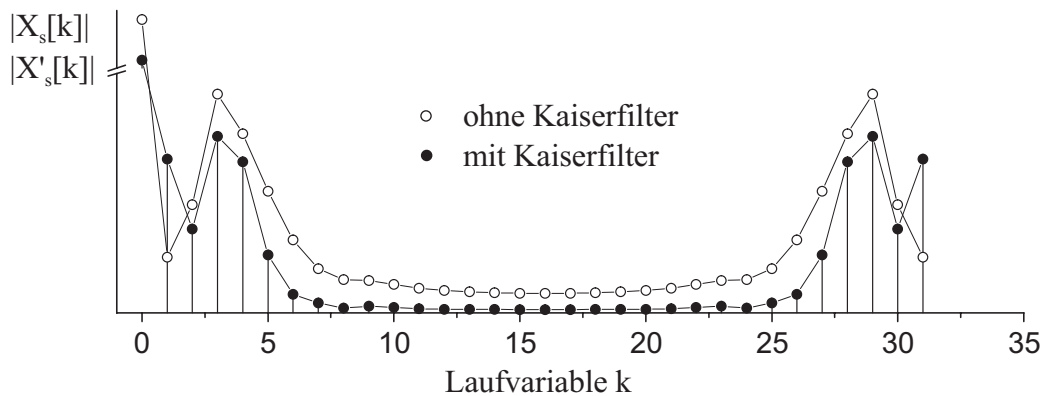


Bild 3.10: Betrag eines fouriertransformierten Signals mit $|X'_s[k]|$ und ohne $|X_s[k]|$ Kaiserfilter

Im Gegensatz zu Einfachsystemen ist die Betrachtung im Bildbereich für Mehrfachsysteme so noch unzureichend. Für Mehrfachsysteme ist vielfach keine ausreichende Zuordnung zwischen den Fabry-Perot-Sensoren und dem Bildbereich gegeben. Bei Mehrfachsystemen kommt es im einfachen Bildbereich zu einer Vermischung der Sensorsignale und eine hinreichende Trennung ist nicht mehr gewährleistet. Bild 3.11 zeigt das Signal im Bildbereich – entsprechend Gleichung 3.17 – eines aus drei Fabry-Perot-Resonatoren bestehenden Systems. Das Signal des ersten Resonators S_1 lässt sich im Bildbereich zuordnen, während sich die Signale der Resonatoren S_2 und S_3 überschneiden. Diese Überlagerung liegt in der Auswertung des Signals mit einem Spektrometer begründet. Um dies zu verdeutlichen, wird die Funktion $f(\lambda) = a \cos\left(\frac{b}{\lambda}\right)$ (vgl. Gleichung 2.21) für die Beschreibung eines Fabry-Perot-Resonators betrachtet. Die in Abhängigkeit von λ beschriebene Schwingung weist keine äquidistanten Wendepunkte auf. Dies führt im Vergleich mit einer Funktion der Form $f(x) = a \cos(bx)$ zu einer größeren Breite im Bildbereich bzw. zu einer Überlappung der Signale bei mehreren

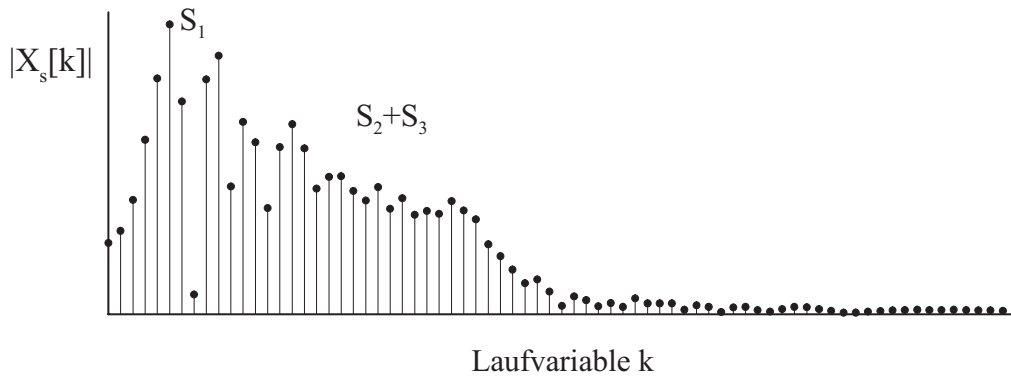


Bild 3.11: Signal eines Dreifach-Resonator-Systems im Bildbereich

Sensoren. Die Funktion $f(x)$ mit äquidistanten Wendepunkten ist im Bildbereich schmal. Eine Vergrößerung der Anzahl betrachteten Wendepunkte hat eine Abnahme der Breite im Signalbereich zur Folge.

Ziel ist es, den vorgegebenen Signalvektor $x_s[n]$ in einen sogenannten Phivektor $x_\phi[m]$ zu transformieren, der eine Trennung von mehreren Resonatoren ermöglicht. Ausgangspunkt der Überlegungen ist der Phasenwinkel δ des Fabry-Perot-Sensors. Die Übertragungsfunktion eines Fabry-Perot-Resonators mit kleiner Reflektivität ist entsprechend Gleichung 2.21 eine einfache Kosinusfunktion des Phasenwinkels δ . Für eine Herleitung des Phivektors $x_\phi[m]$ werden die Funktionen der Intensität I

$$I_1(\lambda) = \cos\left(\frac{4\pi\bar{n}L}{\lambda}\right) \quad (3.18)$$

$$I_2(\delta) = \cos(\delta) \quad (3.19)$$

mit der Wellenlänge λ , dem Spiegelabstand L und der optischen Brechzahl \bar{n} betrachtet. Allgemein sind die Funktionen $I_1(\lambda)$ und $I_2(\delta)$ zwei gleichwertige Beschreibungen:

$$I_1(\lambda) = I_2(\delta) \quad (3.20)$$

mit

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda}\bar{n}L = \frac{4\pi}{\lambda}Z. \quad (3.21)$$

In Bild 3.12 ist ein Intensitätsspektrum I in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ bzw. dem Phasenwinkel δ dargestellt. Für eine diskrete Variablensubstitu-

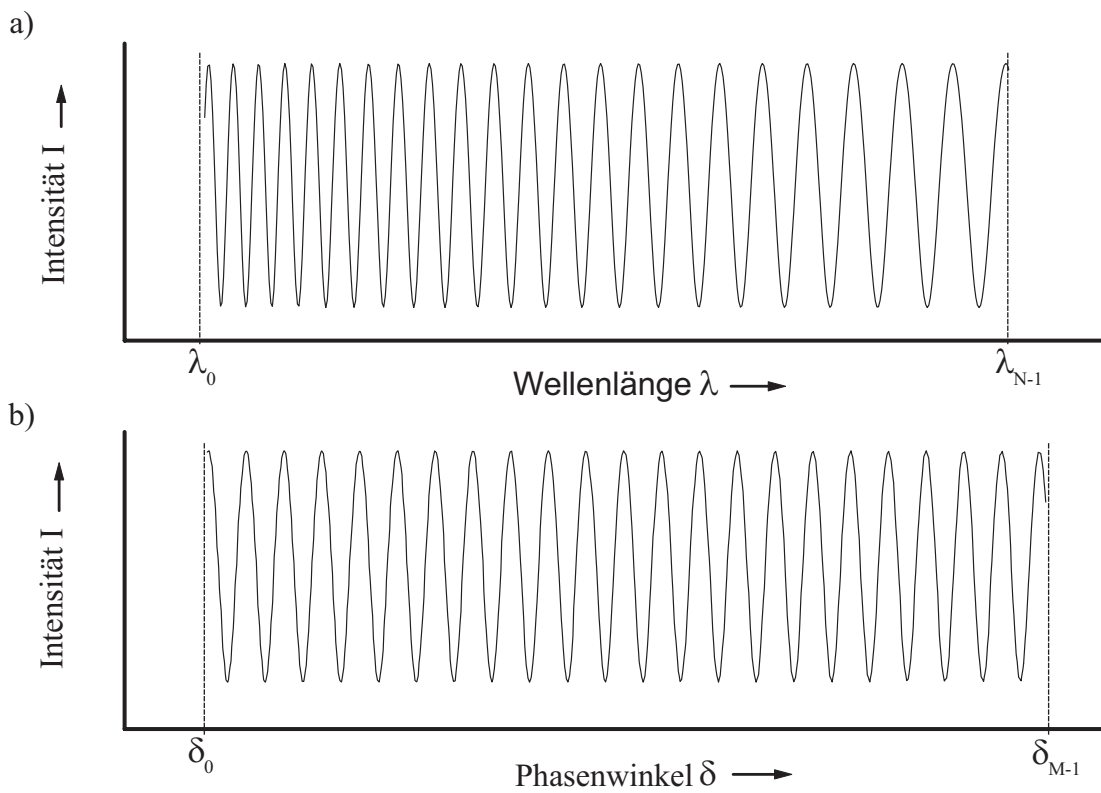


Bild 3.12: Idealisierter Intensitätsverlauf eines Fabry-Perot-Resonators

- aufgetragen über der Wellenlänge λ
- aufgetragen über dem Phasenwinkel δ

tion mit einem endlichen Vektor ist eine Transformation aufwendiger als für eine kontinuierliche Variablensubstitution und die praktische Umsetzung weist Fehler auf. Problematisch ist dabei der Wertebereich für den Phasenwinkel δ , welcher in Abhängigkeit von der Resonatorlänge Z variiert. Auch ist die Zuordnung der diskreten Werte (Stützstellen) zwischen Wellenlänge und Phasenwinkel nicht eindeutig. Das Problem des Wertebereichs lässt sich durch die Definition einer Bezugsresonatorlänge

$$Z_0 = \frac{1}{2 \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_{N-1}} \right)} \quad (3.22)$$

lösen. Die Bezugsresonatorlänge ist so gewählt, dass sich der Wertebereich für den Phasenwinkel über eine Periode der Intensitätsschwingung erstreckt. Das zweite angesprochene Problem ist die Zuordnung der Stützstellen. In der Praxis ist die Zuordnung mit Fehlern verbunden. Dazu wird eine Folge der Form $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{n}$ betrachtet. Diese Folge soll so erweitert werden, dass sie ausschließlich aus natürlichen Zahlen besteht. Das kleinste gemeinsame Vielfache entspricht $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot N = N!$. In der praktischen Umsetzung ist eine solche Transformation jedoch nicht zu realisieren. Ein kurzer Signalvektor mit z.B. $N = 16$ führt zu einem Bildvektor der Länge $N! \approx 2 \cdot 10^{13}$. Für die Praxis reicht eine Näherung mit der vielfachen Länge des Vektors N aus.

$$M = \phi N \quad (3.23)$$

Hierbei ist M die Länge des aus der Transformation resultierenden Bildvektors, N die Länge des Signalvektors und ϕ eine ganze Zahl. In Bild 3.13 ist die Konstruktion eines Phivektors $x_\phi[m]$ aus einem Signalvektor $x_s[n]$ skizziert.

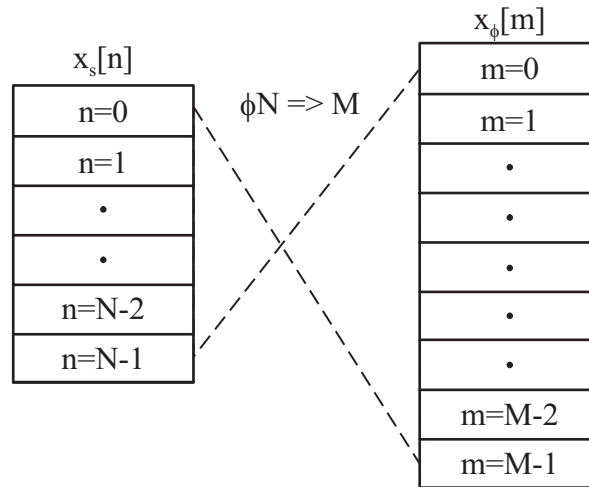
Jeder Wert des Signalvektors wird auf eine Stützstelle des Phivektors übertragen. Die Zuordnung der Stützstellen zueinander ist nicht äquidistant. Eine Zuordnung lässt sich aus dem kontinuierlichen Zusammenhang in Bild 3.12 zwischen Wellenlänge λ und Phasenwinkel δ herleiten.

$$\delta_{M-1} = \frac{4\pi}{\lambda_0} Z_0 \quad (3.24)$$

$$\delta_0 = \frac{4\pi}{\lambda_{N-1}} Z_0 \quad (3.25)$$

Damit ein Vektor ganzzahliger Länge entsteht, sind die einzelnen δ -Werte mit einem Faktor ξ zu multiplizieren:

$$\phi N = (\delta_{M-1} - \delta_0) \xi. \quad (3.26)$$

Bild 3.13: Konstruktion des Phivektors $x_\phi[m]$ aus dem Signalvektor $x_s[n]$

Nach dem Umstellen ergibt sich für den Faktor ξ folgendes Ergebnis (siehe auch Bild 3.3):

$$\xi = \frac{\phi N}{\delta_{M-1} - \delta_0} = \frac{\phi N \lambda_0 \lambda_{N-1}}{4\pi Z_0 (\lambda_{N-1} - \lambda_0)}. \quad (3.27)$$

Mit Hilfe des ermittelten Faktors ξ kann die Stützstelle m mit

$$m[n] = \text{mod} \left[4\pi\xi \left(\frac{1}{\lambda_0 + n \cdot \Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \right] \quad (3.28)$$

in Abhängigkeit von der Stützstelle n angegeben werden. Dabei steht *mod* für Modulo, den ganzzahligen Anteil einer reellen Zahl. Weiterhin gilt im diskreten Fall entsprechend der Gleichung 3.20 folgender Zusammenhang:

$$x_s[n] = x_\phi[m[n]]. \quad (3.29)$$

Die Länge M ist definiert als das Produkt ϕN , so dass die $(\phi - 1)N$ Stützstellen des Phivektors nicht definiert sind. Die Werte dieser Stützstellen werden durch eine anschließende Interpolation ermittelt. Für die Praxis ist eine lineare Interpolation

$$x_\phi[m] = x_\phi[m[n]] + \frac{x[m[n-1]] - x[m[n]]}{m[n-1] - m[n]}(m - m[n]) \quad (3.30)$$

mit

$$\begin{aligned} m[n] &< m < m[n-1] \\ 0 &< n \leq N-1 \end{aligned}$$

ausreichend. Der vollständig konstruierte Phivektor $x_\phi[m]$ kann nun mit Hilfe der diskreten Fouriertransformation in den sogenannten Bildbereich ϕ -ter Ordnung

$$X_\phi[k] = \sum_{m=0}^{M-1} x_\phi[m] W_M^{km} \quad (3.31)$$

transformiert werden. Auch im Bildbereich ϕ -ter Ordnung ist die Verwendung eines angepassten Kaiserfilters $w[m]$ von Vorteil; dabei ergibt sich die modifizierte Transformierte

$$X'_\phi[k] = \sum_{m=0}^{M-1} x_\phi[m] w[m] W_M^{km}. \quad (3.32)$$

Das in Bild 3.11 aufgeführte Beispiel ändert sich im Bildbereich 2. Ordnung zu einem Vektor, wie er in Bild 3.14 dargestellt ist. Die einzelnen Fabry-Perot-

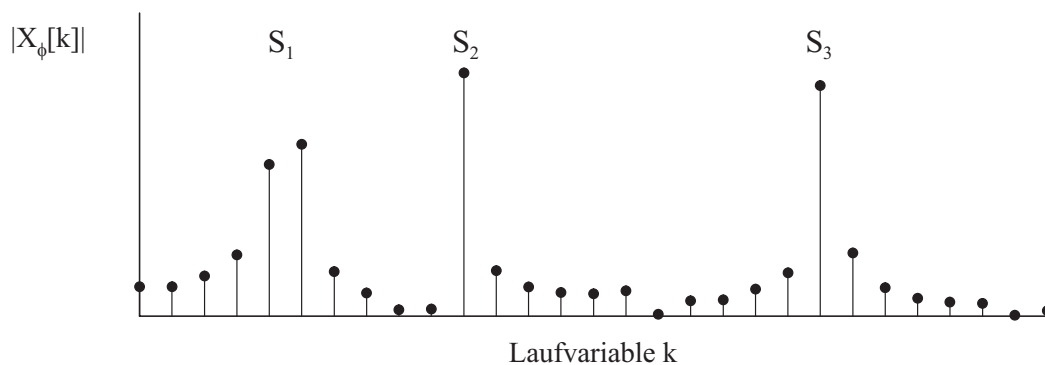


Bild 3.14: Dreifach-Resonator-System im Bildbereich 2. Ordnung

Sensoren S_1 , S_2 und S_3 sind im Bildbereich höherer Ordnung direkt zuzuordnen. Damit ist ein erster, wichtiger Schritt bei der Auswertung von Mehrfach-Fabry-Perot-Systemen erfolgt. Ein weiterer Schritt ist die Auswertung der Signale im Bildbereich.

Die Auswertung im Bildbereich basiert auf dem Auswerteprinzip im Signalbereich. Die prinzipielle Vorgehensweise bei der Auswertung im Bildbereich ist in Bild 3.15 zusammengefasst. Der Signalvektor $x_s[n]$ wird entweder direkt dem

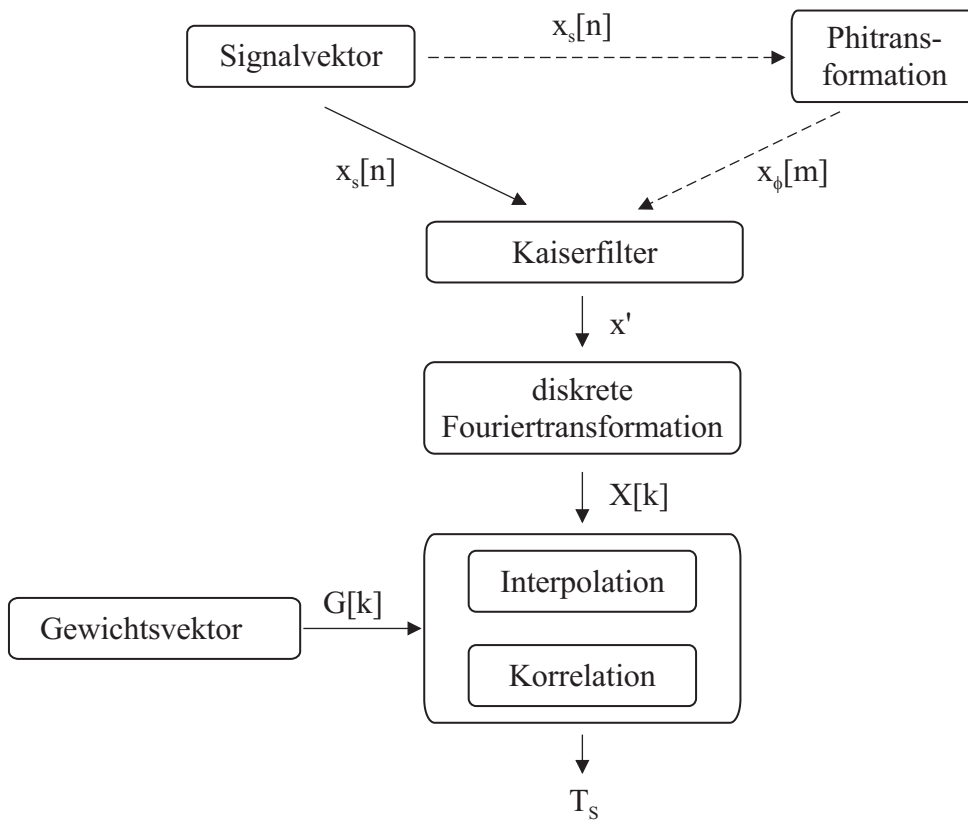


Bild 3.15: Übersicht über die Auswertung im Bildbereich

Kaiserfilter oder zunächst einer ϕ -Transformation zugeführt. Inwieweit eine ϕ -Transformation notwendig ist, hängt von der Anzahl der zu untersuchenden Fabry-Perot-Resonatoren und deren Lage im Bildbereich ab. Das fouriertransformierte Signal $X[k]$ wird interpoliert und mit einer Gewichtsfunktion $G[k]$ multipliziert. Im Gegensatz zu einer Interpolation im Signalbereich erfolgt die Interpolation hierbei in einem Schritt mit der Korrelation. Das Ergebnis der Auswertung ist die Position T_s , bei der die Korrelation des Bildsignals $X[k]$ mit der Gewichtsfunktion $G[k]$ ein Maximum aufweist.

Die Schnittstelle zwischen einer Auswertung im Signalbereich und einer Auswertung im Bildbereich ist einerseits das Parsevalsche Theorem und andererseits die Eigenschaft der Fouriertransformierten bei einer Verschiebung des Signals (Tabelle 3.3). Die erste Beziehung zwischen Signal- und Bildbereich – das Parsevalsche Theorem – lautet

$$\frac{1}{N} \sum_{k=\langle N \rangle} X_1[k] X_2^*[k] = \sum_{n=\langle N \rangle} x_1[n] x_2[n] \quad (3.33)$$

in seiner allgemeinen Form [24]. Die rechte Summe entspricht dem Korrelationswert Φ der Funktionen $x_1[n]$ und $x_2[n]$ bei einer Verschiebung $T = 0$ (vgl. Gleichung 3.12). Die linke Summe beinhaltet die Fouriertransformierte $X[k]$ der Funktion $x[n]$ und die komplexkonjugierte Fouriertransformierte

$$X_2^*[k] = \text{Re} \{X_2[k]\} - j \text{Im} \{X_2[k]\} \quad (3.34)$$

der Funktion $X_2[k]$. Wie bereits mehrfach angewandt (vgl. Gleichung 2.21), kann ein Fabry-Perot-Resonator mit niedrigen Spiegelreflektivitäten durch eine Kosinusfunktion angenähert werden. Der normierte Betrag der Fouriertransformierten einer idealen Kosinusfunktion hat die Form:

$$|X[k]| = \begin{cases} K & -k_0; k_0 \\ 0 & \text{sonst} . \end{cases} \quad (3.35)$$

Die Funktion ergibt für die Werte $-k_0$ und k_0 einen Betrag K , der durch die Abtastung bzw. die Anzahl der Stützstellen definiert ist. Für alle anderen Werte von k ist die Funktion gleich null. Damit reduziert sich die Gleichung 3.33 mit den fouriertransformierten $X_1[k]$ und $X_2[k]$ zweier idealer Kosinusfunktionen $x_1[n]$ und $x_2[n]$ auf zwei Multiplikationen und eine Addition.

$$\frac{1}{N} \sum_{k=\langle N \rangle} X_1[k] X_2^*[k] = \frac{1}{N} (X_1[k_0] \cdot X_2^*[k_0] + X_1[-k_0] \cdot X_2^*[-k_0]) \quad (3.36)$$

Die zweite wesentliche Eigenschaft der diskreten Fouriertransformierten für die Auswertung ist die Verschiebung des Signals. Allgemein führt eine Verschiebung T des Signals $x[n]$

$$x[n - T] \stackrel{\text{DFT}}{\circlearrowleft} X[k] W_N^{kT} \quad (3.37)$$

zu einer Änderung der Phase $\angle X[k]$ (siehe auch Gleichung 3.15). In Bild 3.16 sind eine Funktion $x[n]$ und das um $T = 1$ verschobene Signal $x[n - 1]$ dargestellt. Diese Verschiebung des Signals $x[n]$ entspricht der – in Bild 3.17 dargestellten –

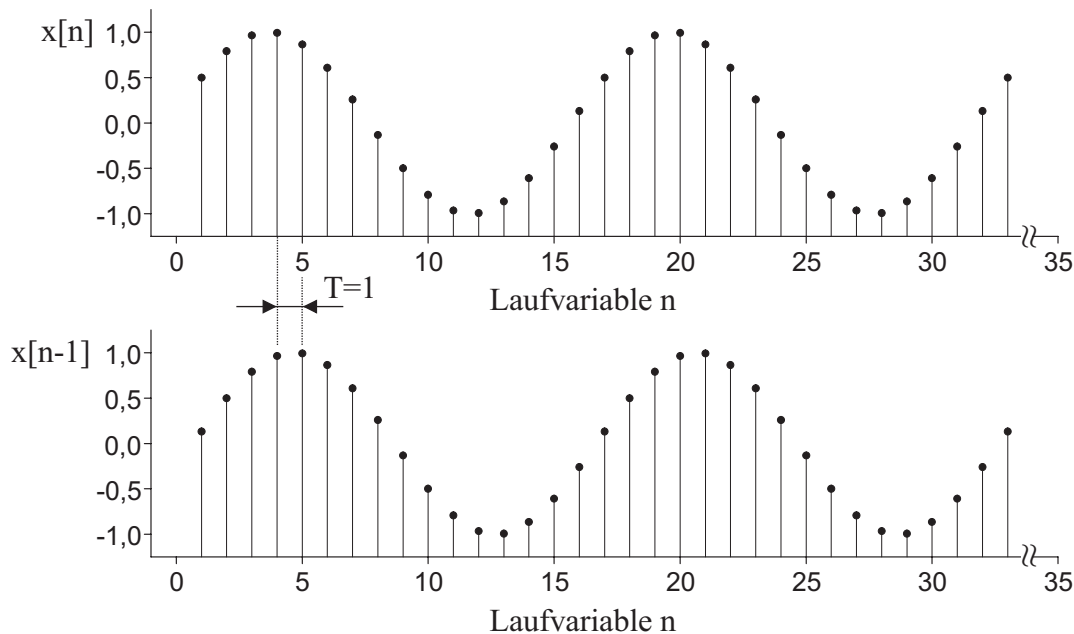


Bild 3.16: Signal $x[n]$ und das verschobene Signal $x[n - 1]$

Phasenänderung der Fouriertransformierten $X[k_o]$. Die Funktion $x[n]$ ist für die Stützstellen $n = 1, 2, \dots, N - 1$ definiert. Daraus folgt, dass eine Verschiebung T im Signalbereich nur für ganzzahlige Werte sinnvoll ist.

Die durch eine Verschiebung T hervorgerufene Phasenänderung W_N^{kT} kann nur eine Anzahl N diskreter Werte annehmen. Damit ist die Position T_s (vgl. Bild 3.6) ebenfalls auf den Wertebereich von $0 < T_s < N$ begrenzt. Für eine Auswertung im Signalbereich wäre es daher an dieser Stelle sinnvoll, ein interpoliertes Signal $x_{is}[n]$ zu verwenden, um den Wertebereich der Position T_s zu erweitern. Bei der Darstellung im Bildbereich gibt es eine elegantere Möglichkeit: Die Anzahl der möglichen Phasenwinkel bei einer Verschiebung wird um den Faktor i auf $i \cdot N$ erweitert, bzw. die kleinstmögliche Phasenverschiebung wird durch den Faktor i dividiert:

$$W_{iN}^{kT_i} = e^{-j(2\pi/iN)kT_i} \quad (3.38)$$

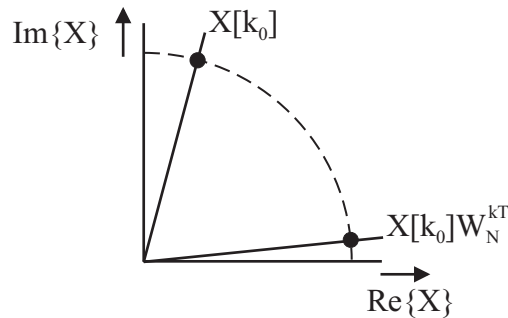


Bild 3.17: Änderung der Phase eines im Signalbereich verschobenen Signals
 $X[k]$ Bildvektor; k_0 Position im Bildbereich; $Im\{\}$ Imaginärteil; $Re\{\}$ Realteil; $W_N^{kT} = e^{-j(2\pi/N)kT}$ Phaseänderung; j imaginäre Einheit

Für die modifizierte Verschiebung T_i sind die Werte $0 < T_i < i \cdot N$ möglich.

In Bild 3.18 ist $i = 3$ und somit sind im Vergleich zu Bild 3.17 zwei weitere Winkel bzw. zwei weitere Werte für die Position T_s möglich. Diese Art der Verschiebung

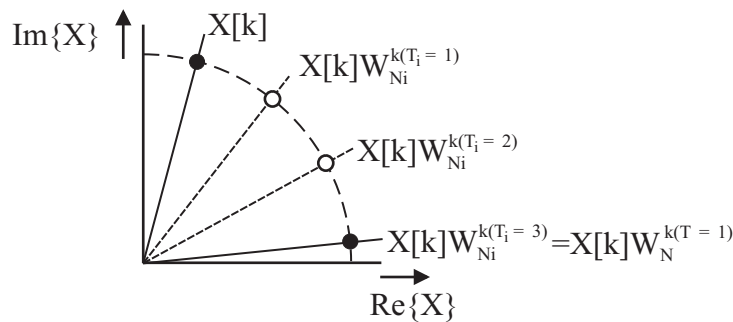


Bild 3.18: Erweiterung des Bildvektors auf $i \cdot N$ Stützstellen mit $i = 3$
 $X[k]$ Bildvektor; k_0 Position im Bildbereich; $Im\{\}$ Imaginärteil; $Re\{\}$ Realteil; $W_{Ni}^{kT_i} = e^{-j(2\pi/iN)kT_i}$ Phasenänderung; j imaginäre Einheit

ist nur im Bildbereich sinnvoll, da das Signal $x[n]$ nur um ganze Zahlen verschoben werden kann.

Für die Auswertung ist es unerheblich, ob der Bildvektor $X[k]$ oder der Gewichtsvektor $G[k]$ (mit $g[n]$ bzw. $g[m] \xrightarrow{\text{DFT}} G[k]$) in der Phase verschoben wird. Entscheidend ist eine relative Phasenänderung zwischen den Vektoren. In Bild 3.19 wird der konjugiert komplexe Gewichtsvektor $G[k]$ gegenüber dem Bildvektor $X[k]$ um den Winkel $(2\pi/iN)kT_i$ gedreht. Dieser Vorgang entspricht der Verschiebung zwischen dem interpolierten Signalvektor $x[n]$ und dem interpolierten Gewichtsvektor $g[n]$ im Signalbereich.

Für den diskutierten Idealfall kosinusförmiger Signalvektoren weist der relevante Ausschnitt des Bildvektors $X[k]$ jeweils zwei konjugiertkomplexe Werte $X[k_0]$

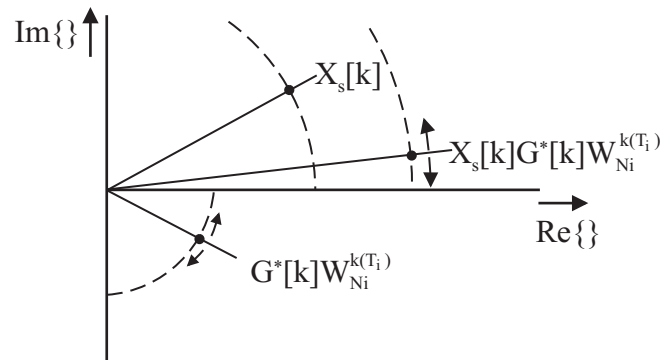


Bild 3.19: Prinzipielle Auswertung im Bildbereich

$X[k]$ Bildvektor; $G[k]$ Gewichtsvektor; k Position im Bildbereich; $Im\{\}$ Imaginärteil; $Re\{\}$ Realteil; $W_{Ni}^{kT_i} = e^{-j(2\pi/iN)kT_i}$ Phaseänderung; j imaginäre Einheit

und $X[-k_0]$ auf, die ungleich Null sind. Für eine beliebige, reale Funktion gilt bei der Fouriertransformation der Zusammenhang (vgl. Tabelle 3.3):

$$X[k] = X^*[-k]. \quad (3.39)$$

Die verwendeten Signale sind reell bzw. der Imaginärteil ist gleich Null. Das Parsevalsche Theorem ist für reelle Funktionen ebenfalls symmetrisch und lässt sich für den Anwendungsfall wie folgt vereinfachen:

$$\sum_{n=\langle N \rangle} x[n]g[n] = \frac{1}{N} \left\{ \underbrace{X[0]G[0]}_{A_0} + \underbrace{\sum_{k=1}^{\frac{N+1}{2}-1} X[k]G^*[k]}_{A_1} + \underbrace{\sum_{k=\frac{N+1}{2}}^{N-1} X[k]G^*[k]}_{A_2} \right\} \quad (3.40)$$

$$= A_0 + A_1 + A_2. \quad (3.41)$$

Vorausgesetzt wird hierbei, dass die Länge N des Signal- bzw. Gewichtsvektors ungerade ist. Das Parsevalsche Theorem lässt sich mit einem Gleichanteil A_0 – gebildet aus der Multiplikation von $X[0]$ und $Y[0]$ – und zwei Summentermen beschreiben. Der Gleichanteil enthält im Allgemeinen keine Information über die Sensoren und wird daher vernachlässigt. Die beiden Summen ergeben (vgl. Bild 3.20) zwei Werte A_1 und A_2 , die konjugiert komplex sind.

Die Aussage, an welcher Position T der Betrag von $A_1 + A_2$ maximal wird, ist identisch mit der Aussage, an welcher Position T der Realteil einer Summe maximal wird. Da für die Fouriertransformierte eines Signalvektors im Bereich von

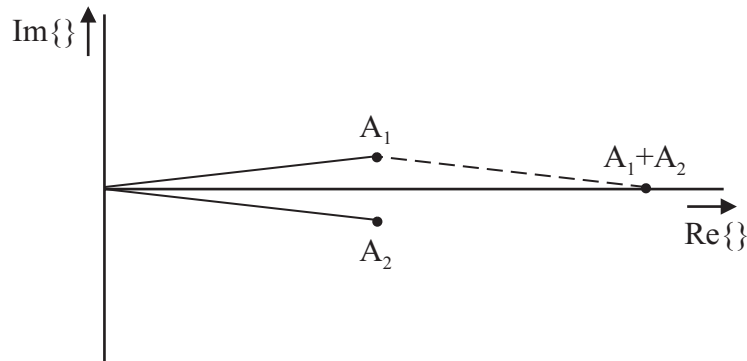


Bild 3.20: Ergebnis nach dem Parsevalschen Theorem mit zwei konjugiert komplexen Anteilen A_1 , A_2

$\frac{N}{2}$ näherungsweise als null vorausgesetzt werden kann, ist ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit die Korrelation im Bildbereich:

$$\Phi[T_i] = Re \left\{ \sum_{k=1}^{N/2} X[k] G^*[k] W_{iN}^{kT_i} \right\}. \quad (3.42)$$

Entsprechend einer Auswertung im Signalbereich ist auch hier die Position, an der sich das Maximum der Korrelationsfunktion befindet, vorläufiges Ergebnis der Auswertung. Für die Auswertung von Multi-Fabry-Perot-Sensoren sind unterschiedliche Gewichtsvektoren erforderlich. Jeder Resonator bzw. Sensor verwendet einen angepassten Gewichtsvektor. In Bild 3.21 ist die prinzipielle Vorgehensweise für die Generierung der Gewichtsvektoren $G[m]$ dargestellt.

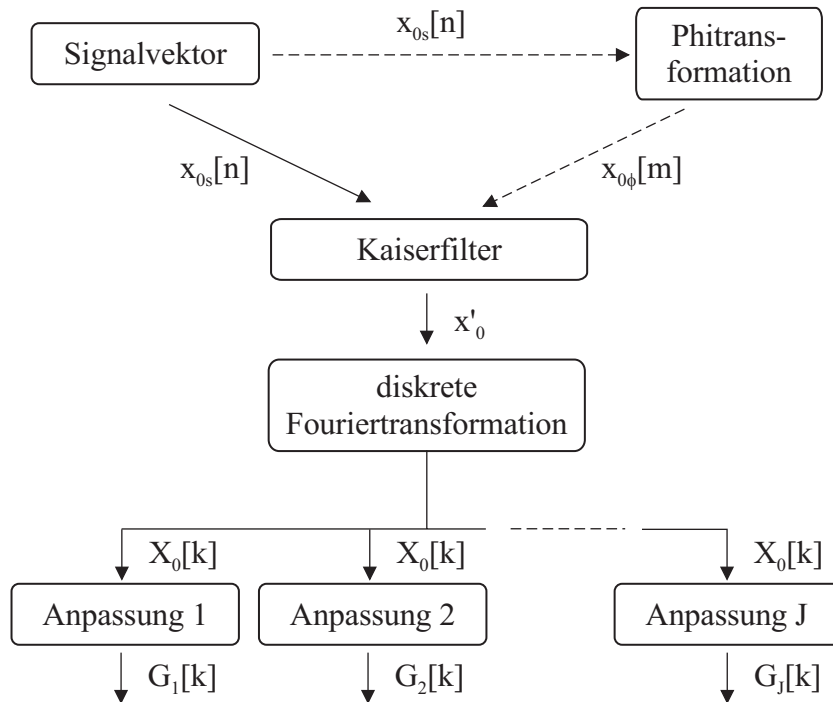
Als Referenz wird ein Bezugssignal $x_{s0}[n]$ bestimmt. Dieses entspricht dem Sensorsignal im mittleren Messbereich. Anschließend folgt eine Multiplikation des Bezugssignals mit einem Kaiserfilter $w[n]$ (siehe auch Gleichung 3.16):

$$x'_{s0}[n] = x_{s0}[n] w_s[n] \quad (3.43)$$

$$x'_{\phi0}[m] = x_{\phi0}[m] w_{\phi}[m]. \quad (3.44)$$

Welches dieser Signale verwendet werden kann, hängt von der Anzahl der Sensoren und deren Lage im Bildbereich ab. Der Übergang zwischen Signal x'_0 und Bildbereich X_0 erfolgt mit der diskreten Fouriertransformierten.

$$x'_0[n] \overset{\text{DFT}}{\bullet} X_0[k] \quad (3.45)$$

Bild 3.21: Vorgehensweise bei der Konstruktion von Gewichtsvektor $G[k]$

Die Anpassung und Aufspaltung des transformierten Bezugsvektors $X_0[k]$ wird für die jeweiligen Sensoren S_1, S_2 und S_3 , wie in Bild 3.22 skizziert, vorgenommen. Ausgehend vom Betrag $|X_0[k]|$ werden für die Gewichtsvektoren

$$G_j[k] = \begin{cases} X_0[k], & k_{uj} \leq k \leq k_{oj} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.46)$$

nur die Bereiche $1 \leq j \leq J$ herausgegriffen, die für den entsprechenden Sensor relevant sind. Hierbei ist j ein Zählindex und J die Anzahl der auszuwertenden Sensoren. Die einzelnen Bereiche sind begrenzt durch eine obere Grenze k_{oj} und eine untere Grenze k_{uj} . Mit diesen Gewichtungsfunktionen kann die oben beschriebene Auswertung durchgeführt werden.

Es wird im Allgemeinen eine Auflösung erreicht, die um ein Vielfaches höher ist als die spektrale Auflösung des Spektrometers. Eine Abschätzung des Auflösungsvermögens erfolgt im nächsten Abschnitt.

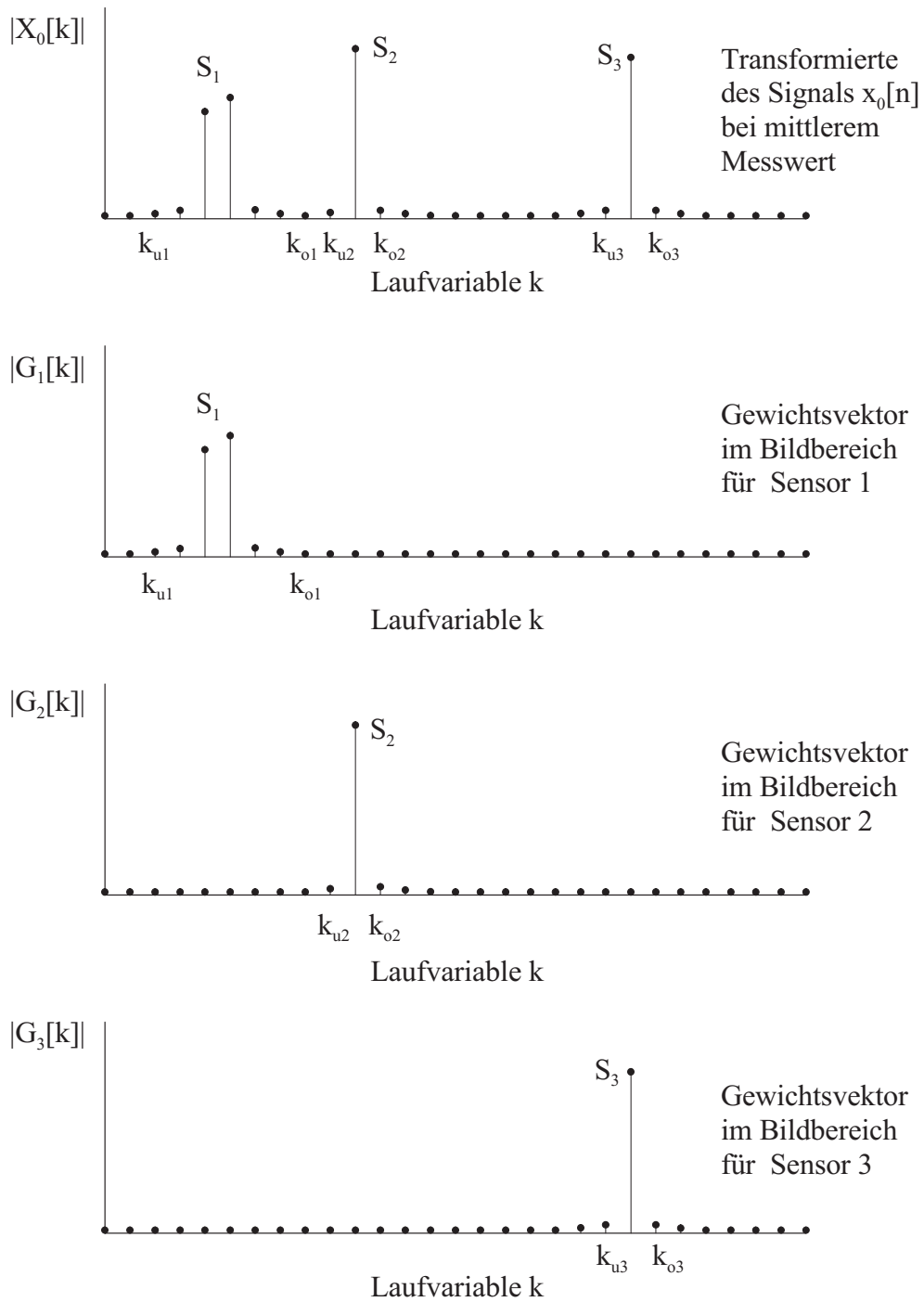


Bild 3.22: Anpassung und Aufspaltung des Bezugsvektors $X_0[k]$ in verschiedene Gewichtsvektoren $G_i[k]$

3.4 Eigenschaften der signaltechnischen Auswertung

3.4.1 Auflösung

Für das Auflösungsvermögen des Systems sind maßgeblich die Intensitätsquantisierung ΔI (vgl. Gleichung 3.8) des Gitterspektrometers und die Übertragungsfunktionen I (vgl. Kapitel 2) der Sensoranordnung verantwortlich. In Bild 3.23 ist der Intensitätsverlauf $I(\lambda, Z)$ im Vergleich zu einem verschobenen Intensitätsverlauf $I(\lambda, Z + \Delta Z)$ dargestellt. Die kleinste detektierbare Änderung des Gesamtsystems ist durch die Änderung eines Diodenelements um eine Quantisierungsstufe $\Delta I = \frac{I_{\max}}{2^q}$ gegeben:

$$|I(\lambda, Z) - I(\lambda, Z + \Delta Z)| > \Delta I. \quad (3.47)$$

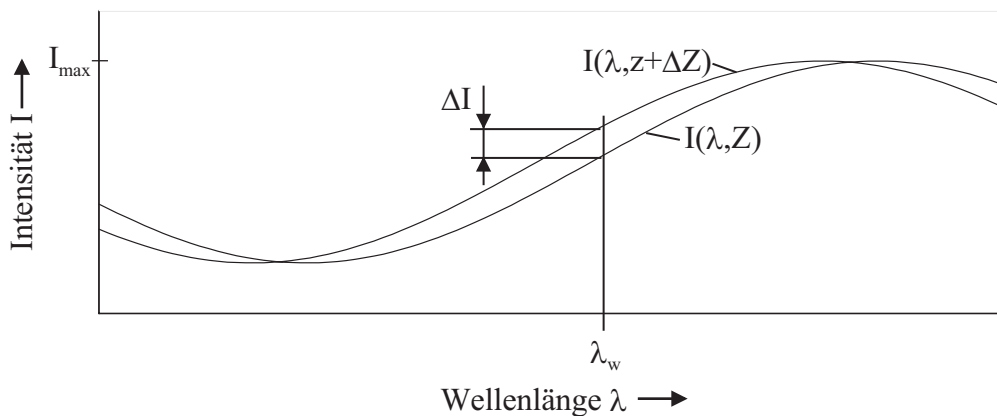


Bild 3.23: Zusammenhang zwischen Schichtdickenänderung ΔZ und Intensitätsänderung um eine Quantisierungsstufe ΔI

Ändert sich bei einer Wellenlänge λ die optische Schichtdicke Z um einen Wert ΔZ , so dass die Intensitätsänderung größer ist als eine Quantisierungsstufe ΔI , dann ist die Ungleichung 3.47 erfüllt. Eine Änderung ΔI ist bei jenen Wellenlängen λ am wahrscheinlichsten, bei denen die Funktion die maximale Steilheit bzw. einen Wendepunkt aufweist:

$$\frac{d^2 I}{d\lambda^2} = 0. \quad (3.48)$$

Die Wellenlänge, die diese Gleichung erfüllt, wird mit λ_w bezeichnet. Für eine Abschätzung der Auflösung wird entsprechend Gleichung 2.21 eine Übertragungsfunktion

$$I(\lambda, Z) = \left(a + b \cos \left(\frac{4\pi Z}{\lambda} \right) \right) I_0 \quad (3.49)$$

vorausgesetzt. Für den Fall, dass der gesamte Quantisierungsbereich $I_0 = I_{max} = \Delta I \cdot 2^q$ verwendet wird, gilt für die Konstanten a und b :

$$a + b = 1. \quad (3.50)$$

Das Einsetzen von Gleichung 3.49 in Gleichung 3.47 bei der Wellenlänge λ_w ergibt:

$$\left| b \cos\left(\frac{4\pi Z}{\lambda_w}\right) - b \cos\left(\frac{4\pi(Z + \Delta Z)}{\lambda_w}\right) \right| > \frac{1}{2^q}. \quad (3.51)$$

Der Funktionsterm $\cos\left(\frac{4\pi Z}{\lambda_w}\right)$ ist laut Definition der Wellenlänge λ_w gleich null. Mit der Identität $-\sin(\alpha) = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ und der Näherung $\sin(\alpha) \approx \alpha$ für $\alpha \ll 1$ folgt:

$$\Delta Z > \frac{\lambda_w}{2^q \cdot b \cdot 4\pi}. \quad (3.52)$$

Unter Berücksichtigung des Signalverhältnisses $S = 2b/(a+b) = 2b$ bzw. $b = S/2$ (vgl. Gleichung 2.27 und 3.50) und der Verallgemeinerung

$$\lambda_w \approx \lambda_m = \frac{(\lambda_{N-1} + \lambda_0)}{2} \quad (3.53)$$

ist die kleinste detektierbare Änderung der Resonatorlänge

$$\Delta Z > \frac{\lambda_m}{S \cdot 2^q \cdot 2\pi} \quad (3.54)$$

von dem Signalverhältnis S , der Quantisierung 2^q und der mittleren Wellenlänge λ_m des Spektralbereichs abhängig.

Eine Werteänderung der Funktion $I(\lambda, Z)$ kann außer durch eine Änderung der optischen Schichtdicke ΔZ auch durch eine Verschiebung der Wellenlänge um $\Delta\lambda$ hervorgerufen werden. Der Ansatz $f(\lambda_m, Z + \Delta Z) = f(\lambda_m + \Delta\lambda, Z)$ führt unter der Voraussetzung $Z \approx Z + \Delta Z$ zu folgendem Zusammenhang:

$$\Delta\lambda_d \approx \frac{\Delta Z}{Z} \lambda_m = \frac{\lambda_m^2}{S \cdot 2^q \cdot 2\pi \cdot Z}. \quad (3.55)$$

Das Spektrometer ermöglicht eine spektrale Auflösung von

$$\Delta\lambda_S = \frac{\lambda_{N-1} - \lambda_0}{N - 1}. \quad (3.56)$$

Durch eine i -fache Interpolation (siehe Kapitel 3.3.1) wird eine Intensitätsänderung auf eine Wellenlängenänderung zurückgeführt. Der charakteristische Wert i_k für die Interpolation

$$i_k = \frac{\Delta\lambda_s}{\Delta\lambda_d} \quad (3.57)$$

kann nun aus dem Quotienten zwischen der spektralen Auflösung $\Delta\lambda_s$ des Spektrometers und der minimal detektierbarer Wellenlängenänderung $\Delta\lambda_d$ bestimmt werden.

Anhand der Gleichung 3.55 lassen sich weitere Abhängigkeiten herleiten. Bei einer vorgegebenen Änderung der optischen Resonatorlänge ΔZ nimmt die Verschiebung $\Delta\lambda_d$ mit zunehmenden optischen Resonatorlängen Z ab und damit die charakteristische Interpolation i_k zu. Eine erhöhte charakteristische Interpolation aufgrund eines veränderten Resonatorabstands Z ist nicht zu verwechseln mit einer erhöhten Auflösung. Die detektierbare Resonatorlängenänderung ΔZ bleibt konstant. Eine Variation der Interpolation i aufgrund einer Änderung des Signalverhältnisses S oder der Quantisierung 2^q ist hingegen mit einer geänderten Auflösung des Systems gleichzusetzen. Ein größerer Quantisierungsumfang bzw. ein größeres Signalverhältnis führt zu einer Vergrößerung der Empfindlichkeit.

3.4.2 Messbereich

In Kapitel 3.3.2 wurde eine ϕ -Transformation eingeführt, die einen Signalvektor $x_s[n]$ in einen Bildvektor $x_\phi[m]$ überführt. Die in Gleichung 3.22 definierte optische Bezugsschichtdicke Z_0 ermöglicht, wie in Bild 3.24 skizziert, eine einfache Zuordnung der Schichtdicken Z und des Bildvektors.

Bei einem Fabry-Perot-Sensor mit niedrigen Spiegelreflektivitäten und einer optischen Resonatorlänge $Z = Z_0$ befindet sich das Maximum im Bildbereich an der Position $k = 1$. Für einen Fabry-Perot-Sensor, dessen Maximum an der Position k_0 liegt, ergibt sich eine optische Resonatorlänge von $Z = k_0 Z_0$.

Die untere Grenze der optischen Resonatorlänge eines Fabry-Perot-Sensors wird durch die Bezugsresonatorlänge Z_0 definiert. Die obere Grenze ist von den signaltechnischen und optischen Rahmenbedingungen des Messsystems abhängig. Eine signaltechnische, obere Grenze ist durch das Nyquisttheorem [24] bestimmt. Jenes besagt für den Anwendungsfall, dass die Periodizität des betrachteten Sensorsignals maximal die halbe Stützstellenanzahl N

$$Z \leq \frac{N}{2} Z_0 \quad (3.58)$$

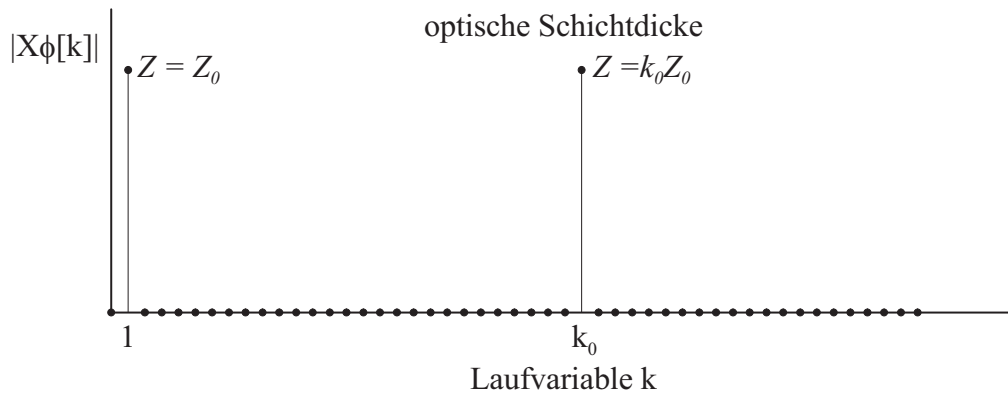


Bild 3.24: Auswirkungen der optischen Schichtdicke Z im Bildbereich $|X_\phi[k]|$
 Z_0 Bezugsresonatorlänge

des Signalvektors umfasst. Diese Grenze ist nur eine Näherung, da hier die in Kapitel 3.3.2 beschriebene Stauchung des Signals nicht berücksichtigt wird. In den meisten Anwendungsfällen wird die obere Grenze durch die optische Kohärenzlänge L_c (vgl. Gleichung 2.8) bzw. durch den aktiven Bereich des Systems bestimmt. Bei realen Diodenspektrometern kommt es zur Aufteilung einer monochromatischen Welle auf mehrere Diodenelemente, zu der sogenannten Pixeldispersion [26]. Der Dispersionsfaktor p_d berücksichtigt diesen Effekt. Damit ist der aktive Bereich wie folgt gegeben:

$$Z < L_c \approx \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda_s \cdot p_d} \quad (3.59)$$

mit der spektralen Intervallbreite des Spektrometers $\Delta\lambda_s$, der mittleren Wellenlänge λ_m des Spektrometers und dem Diodendispersionsfaktor p_d . Prinzipiell kann der gesamte Messbereich von einem Sensor genutzt werden. Hierzu muss in Abhängigkeit von der jeweiligen Resonatorlänge der entsprechende Gewichtsvektor gewählt werden.

Die Reichweite eines Gewichtsvektors ist in Bild 3.25 verdeutlicht. Betrachtet wird die Lichtintensität in Abhängigkeit von dem Phasenwinkel $\delta = 4\pi Z/\lambda$. Dies entspricht einem Phisignal bei der signaltechnischen Beschreibung. Ändert sich die optische Resonatorlänge Z um einen Wert größer ΔZ_{max} , dann liegt das Maximum der Korrelationsfunktion von Gewichts- und Phisignal bei einer negativen Verschiebung vor. Bei einem idealen Intensitätsverlauf ist die Differenz des Phasenwinkels zwischen den zwei Maxima von Signal und Gewichtsfunction gleich π . Unter der Verallgemeinerung, dass ein Maximum im Bereich der mittleren Wellenlänge λ_m liegt, gilt näherungsweise

$$\frac{4\pi\Delta Z}{\lambda_m} \approx \pi. \quad (3.60)$$

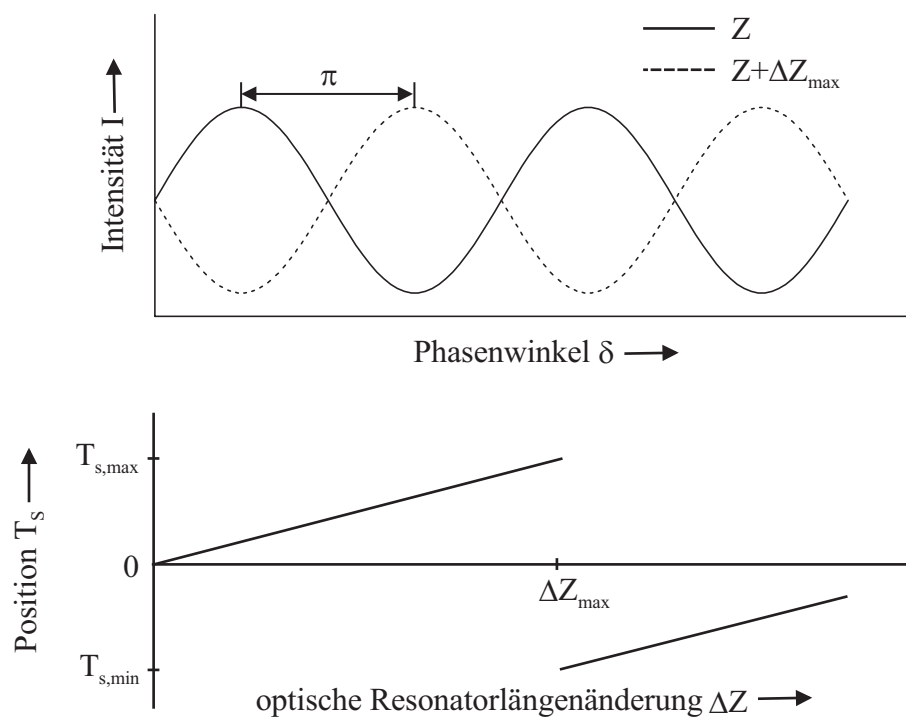


Bild 3.25: Grenzen eines Gewichtsvektors; Z optische Resonatorlänge
 ΔZ_{\max} maximale Resonatorlängenänderung

Damit kann der maximale Bereich für eine eindeutig auswertbare Resonatorlängenänderung mit

$$\Delta Z_{max} < \frac{\lambda_m}{4} \quad (3.61)$$

angenähert werden. Die gleiche Betrachtung gilt auch für negative Resonatorlängenänderungen ΔZ . Eine eindeutige Auswertung mit einem Gewichtsvektor ist daher im Bereich $\pm\Delta Z_{max}$ gegeben. Dies ist deshalb interessant, weil zum einen mit einer größeren mittleren Wellenlänge λ_m der Messbereich steigt und zum anderen sich die Auflösung ΔZ des Systems entsprechend der Gleichung 3.54 verringert.

3.4.3 Querempfindlichkeit

Allgemein ist es ein Anliegen der Messtechnik, eine Empfindlichkeit gegenüber Änderungen, die nicht von der zu messenden Einflussgröße hervorgerufen werden, auszuschließen. Bei der sogenannten Querempfindlichkeit ist für die hier vorgestellte Auswertmethode zwischen einer konstanten und einer spektralen Intensitätsbeeinflussung zu unterscheiden. Für eine konstante Intensitätsbeeinflussung um einen Verlustfaktor $\alpha_v = \alpha_v(\lambda) = const$ folgt ein Signalvektor

$$\tilde{x}[n] = \alpha_v \cdot x[n]. \quad (3.62)$$

Bei einer vollständigen Quantisierung $x_{max}[n] = 2^q$ im ungestörten Zustand reduziert sich die nutzbare Quantisierung auf $\alpha_v \cdot 2^q$. Die in Kapitel 3.4.1 hergeleitete kritische Interpolation

$$i'_k = \alpha_v \cdot i_k \quad (3.63)$$

reduziert sich ebenfalls um den Verlustfaktor α_v . Eine durch den Quereinfluss hervorgerufene Änderung ΔT des Messwertes ist von dem zuvor ermittelten Messwert T und der Änderung α_v der Einflussgröße abhängig. Der Messwert T liegt bei einem konstanten Quereinfluss innerhalb der durch die Interpolation i'_k bestimmten Grenzen. Wird für ein Messsystem eine Interpolation $i < i_k$ gewählt, so ist der Messwert für eine konstante Intensitätsbeeinflussung $\alpha_v > \alpha_{vk}$ mit

$$\alpha_{vk} = \frac{i}{i_k} \quad (3.64)$$

konstant. Diese Aussagen gelten nur für Messsysteme mit einer linearen Kennlinie.

Bei Messsystemen mit nichtlinearen Kennlinien sind Intensitätsänderungen mit spektralen Quereinflüssen behaftet. Ebenfalls zu einem spektralen Einfluss führen Mikro- und Makrobiegungen des Lichtwellenleiters, das Rauschen von Lichtquellen, Streulicht, sowie die Verstimmung von Sensoren [38]. Das Interagieren von Sensoren (Quersensoren), die im Betrachtungszeitraum nicht ausgewertet werden mit einem zu vermessenden Sensor (Messsensor), wird in der Messtechnik als Übersprechen bezeichnet. Für die vorgestellte Auswertung kann der Quereinfluss in zwei Stufen unterteilt werden. Da ist zum einen der Einfluss, der durch das Einfügen bzw. Entfernen eines Sensors hervorgerufen wird, und zum anderen der Einfluss, der durch eine Änderung eines Sensors entsteht. Beide Quereinflüsse sollen im Anschluss abgeschätzt werden.

Die Anforderung, Sensoren in ein laufendes System zu integrieren bzw. daraus zu entfernen, ist mit der Forderung nach einer minimalen Querempfindlichkeit verbunden. Für eine Abschätzung des Einflusses wird ein (in Bild 3.26 dargestellter) Ausschnitt aus einem Signalvektor betrachtet.

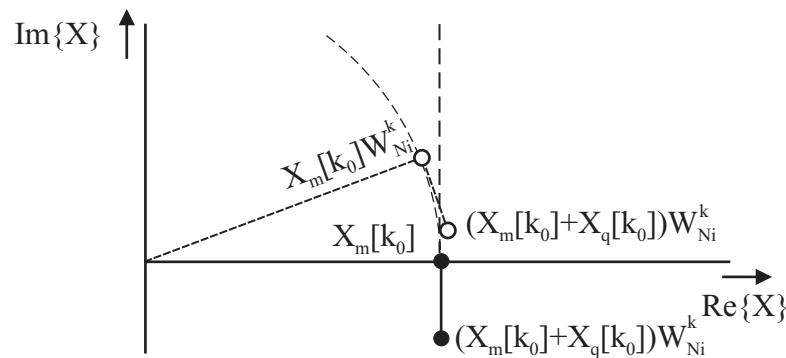


Bild 3.26: Einfluss auf die Auswertung ohne einen bzw. mit einem Quersensor

$X_m[k_0]$ Messvektor; $X_q[k_0]$ Quervektor; k_0 Position im Bildbereich; $Im\{\}$ Imaginärteil; $Re\{\}$ Realteil; $W_{Ni}^k = e^{-j(2\pi/N_i)k}$ Phaseänderung; j imaginäre Einheit

Für eine Messung ohne Quersensor ist der Anteil $X_q[k_0]$ im betrachteten Bildbereich gleich null. Der maximale positive Realteil vom Messvektor $X_m[k_0]$ liegt bei der Position $T = 0$ bzw. bei einem Winkel $\alpha = 0$ vor. Wird zum Messsensor ein Quersensor hinzugefügt, so addiert sich im Bildbereich der Anteil $X_q[k_0]$ des Quersensors zum Anteil $X_m[k_0]$ des Messensors. Eine Änderung der Position T_S tritt ein, wenn die Bestimmungsgleichung (vgl. 3.42)

$$Re \left\{ (X_m[k_0] + X_q[k_0]) G[k_0]^* W_{Ni}^{k_0} \right\} > Re \left\{ (X_m[k_0] + X_q[k_0]) G[k_0]^* \right\} \quad (3.65)$$

erfüllt ist. Der maximale Realteil des Vektors $(X_m[k_0] + X_q[k_0]) G^*[k_0] W_{Ni}^{k_0 T}$ liegt bei einem hinreichend großen Vektor $X_q[k_0]$ an einer Position $T \neq 0$ bzw. einem

Winkel $\alpha \neq 0$. Für die Auswertung hat dies zur Folge, dass sich der Messwert des ausgewerteten Sensors ändert. Soll dieser Effekt ausgeschlossen werden, so müssen die Beträge des Quervektors $X_q[k_0]$ bzw. des Messvektors $X_m[k_0]$ der folgenden Ungleichung genügen:

$$\frac{|X_m[k_0]|}{|X_q[k_0]|} > \frac{\sin(k\alpha)}{1 - \cos(k\alpha)}. \quad (3.66)$$

Der Winkel α wird bestimmt durch die kleinstmögliche Verschiebung $\frac{2\pi}{iN}$ (vgl. Kapitel 3.3.2). Für reale Systeme sind die Bildvektoren $X_m[k]$ und $X_q[k]$ in einem Intervall $k_u < k < k_o$ ungleich null. Eine Querempfindlichkeit ist bei realen Systemen dann auszuschließen, wenn das Verhältnis von Messeinfluss $X_m[k]$ und Quereinfluss $X_q[k]$

$$V_{abs} = \frac{\sum_{k=k_u}^{k_o} |X_m[k]| |G[k]| \cdot (1 - \cos(k\alpha))}{\sum_{k=k_u}^{k_o} |X_q[k]| |G[k]| \cdot \sin(k\alpha)} > 1 \quad (3.67)$$

hinreichend groß ist. Der kleinste, mögliche Verschiebungswinkel $\alpha = \frac{2\pi}{iN}$ ist abhängig von der Interpolation i . Gleichung 3.67 zeigt, dass mit einer Vergrößerung des Winkels α ein größerer Quervektor zulässig wird. Allgemein gilt: Eine Verminderung der Interpolation führt zu einem besseren Systemverhalten bezüglich der Querempfindlichkeit.

In einem Sensorsystem, bei dem keine Sensoren hinzugefügt bzw. entfernt werden, ist der Einfluss von Quersensoren in einem Grenzbereich zulässig. Die Frage, inwieweit ein Quersensor das Messsignal verändert, ist an dieser Stelle von untergeordnetem Interesse. Viel wichtiger ist die Frage, zu welcher Änderung des Messsignals eine Änderung der Quersensoren führt. In Bild 3.27 ist eine prinzipielle Messauswertung einerseits mit einem Quervektor $X_{q0}[k]$ und andererseits mit einem geänderten Quervektor $X_q[k] = X_{q0}[k] + \Delta X_q[k]$ bzw. deren Summe dargestellt. Ist die Änderung $\Delta X_q[k] = X_q[k] - X_{q0}[k]$ zwischen dem aktuellen Quervektor $X_q[k]$ und dem Ausgangsquervektor $X_{q0}[k]$ größer als die durch die Drehung W_{Ni}^k hervorgerufene Änderung des Realteils, dann ändert sich der Messwert für den Messsensor. Im Gegensatz zur vorher betrachteten, absoluten Querempfindlichkeit werden die Ersatzvektoren $X_e[k] = X_m[k] + X_q[k]$ und $G_e[k] = X_e[k]$ betrachtet. Entsprechend der Gleichung 3.67 gilt allgemein für den Ausschluss eines Quereinflusses:

$$V_{rel} = \frac{\sum_{k=k_u}^{k_o} |X_e[k]| |G_e[k]| \cdot (1 - \cos(k\alpha))}{\sum_{k=k_u}^{k_o} |\Delta X_q[k]| |G_e[k]| \cdot \sin(k\alpha)} > 1. \quad (3.68)$$

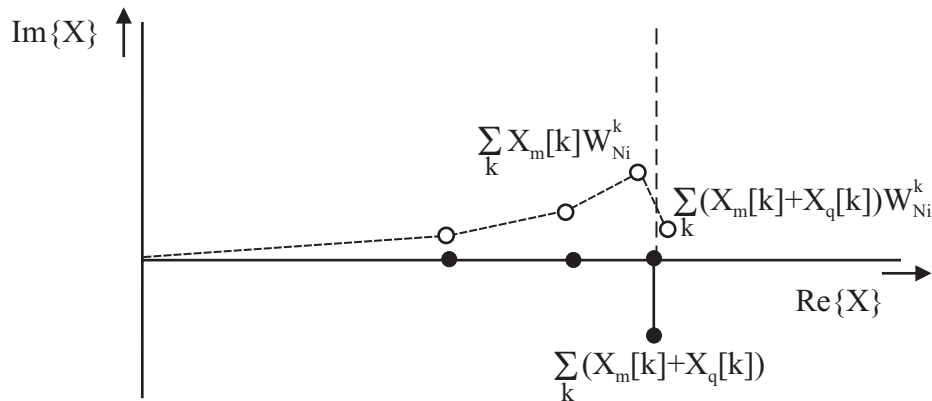


Bild 3.27: Einfluss auf die Auswertung durch die Änderung eines Quersensors

$X_m[k]$ Messvektor; $X_q[k]$ Quervektor; k Laufvariable im Bildbereich; $Im\{\}$ Imaginärteil; $Re\{\}$ Realteil; $W_{Ni}^k = e^{-j(2\pi/N_i)k}$ Phaseänderung; j imaginäre Einheit

Zur Verbesserung des Störabstands ist neben der Reduktion der Interpolation auch ein verbessertes Betragsverhältnis V_{abs} bzw. V_{rel} zwischen Quersensor und Messsensor möglich. Die Verbesserung erfolgt mit dem in Gleichung 3.16 vorgestellten Kaiserfilter w bzw. den Vektoren $X'_m[k]$, $X'_e[k]$, $X'_q[k]$ und $\Delta X'_q[k]$. Mit steigendem Formparameter β_0 werden die Beträge der Vektoren kleiner. Die Änderung ist abhängig von der Lage im Bildbereich und der Wahl des Formparameters β_0 . Ist die Wahl eines Kaiserfilters nicht ausreichend, um den geforderten Störabstand zu gewährleisten, kann zusätzlich die Interpolation reduziert werden.

4 Beschreibung und Auswertung eines Multi-Sensor-Systems

4.1 Aufbau und Beschreibung des Sensorsystems

4.1.1 Aufbau und Beschreibung eines Hybridsensors zur Druck- und Temperaturerfassung

Von den in Kapitel 2.3 vorgestellten Sensoren ist der Hybridsensor als System mit seriell angeordneten Fabry-Perot-Resonatoren zur Druck- und Temperaturmessung bezüglich Aufbau und Auswertung der interessanteste (Bild 2.18). Eine konstruktive Variante mit einem zusätzlichen Luftspalt, welche eine höhere thermische und mechanische Stabilität aufweist, zeigt Bild 4.1. Für die Einflussgrößen Druck und Temperatur werden unterschiedliche Sensorkomponenten benutzt: Der Druck wird über die Durchbiegung einer Membran gemessen, was den mit einem Glasträger gebildeten Resonatorraum ändert; zur Temperaturerfassung dient die optische Längenänderung einer Polymerschicht innerhalb eines Schichtsystems. Optisch ist der Multi-Sensor eine Reihenschaltung von zwei Fabry-Perot-Resonatoren. Zwischen den beiden Resonatoren befindet sich der Glasträger mit einer optischen Weglänge von ca. $150 \mu\text{m}$ und ein Luftspalt von $100 \mu\text{m}$. Beide Weglängen sind wesentlich größer als die Kohärenzlänge des Auswertesystems und stellen somit keine Resonatoren sondern Koppelstellen dar – die mit einer Ersatzkoppelstelle beschrieben werden können – (vgl. auch Gleichung 4.9). Das optische Ersatzschaltbild des Druck- und Temperatursensors ist in Bild 4.2 gezeigt. Der Rang des Multisensors ist gleich drei und damit größer als der für eine Auswertung von Druck und Temperatur erforderliche Rang $R_g = 2$ der Einflussfaktoren. Für jede Komponente werden die Übertragungsfunktionen f_T , f_R der Sensorkomponenten bzw. T und R der Koppelstelle zunächst separat bestimmt.

DRUCKMESSUNG:

Zur Druckmessung ist der Resonatorraum zwischen Siliziummembran und Glaskörper evakuiert. Bei einer Druckänderung ändert sich die Durchbiegung der

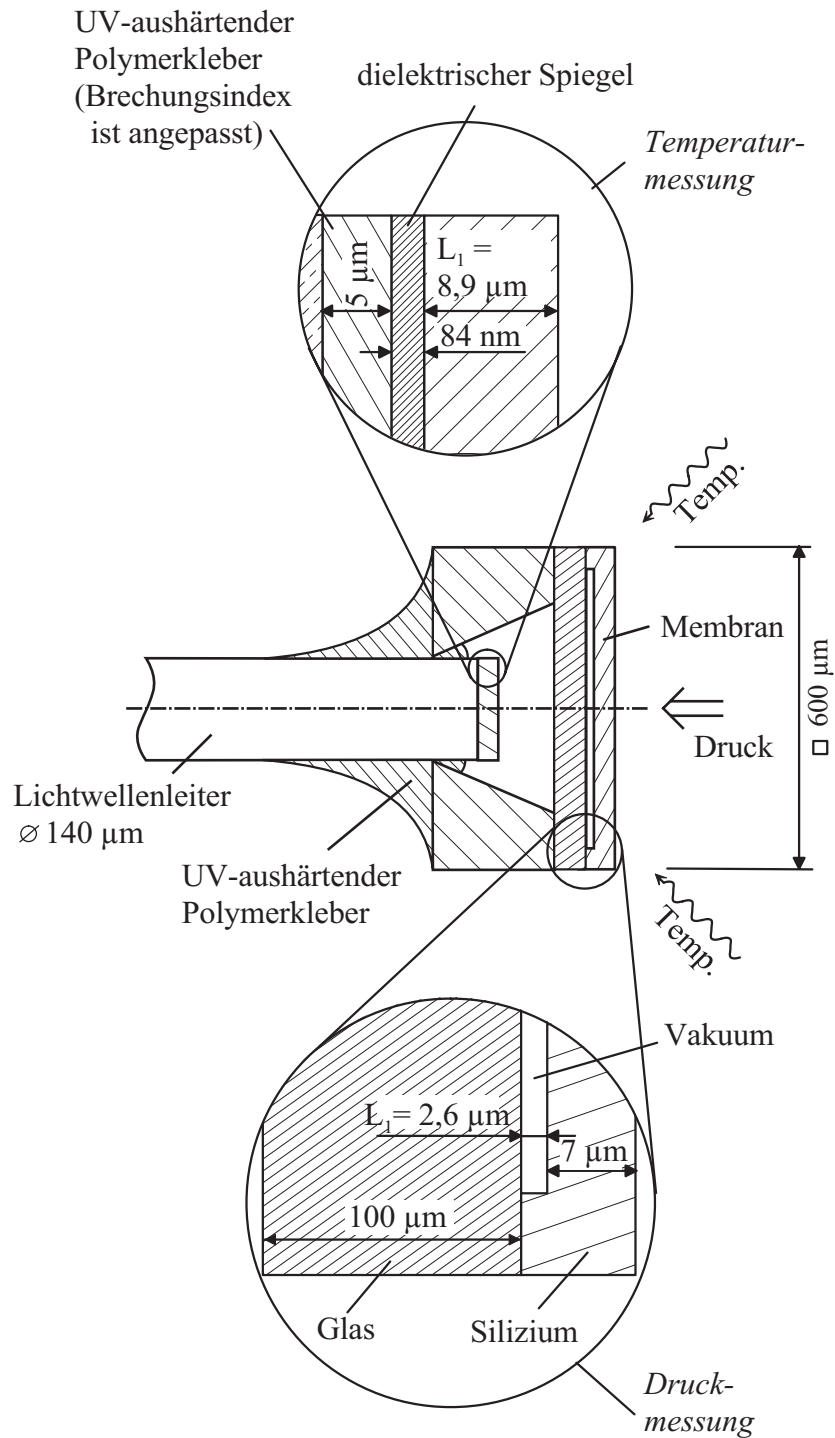


Bild 4.1: Konstruktiver Aufbau des Multi-Fabry-Perot-Sensors zur gleichzeitigen Messung von Druck und Temperatur

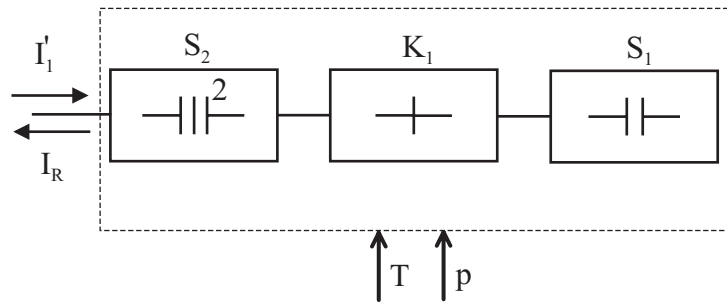


Bild 4.2: Ersatzschaltung des Multi-Fabry-Perot-Sensors

Membran und damit die geometrische Resonatorlänge L_1 im Bereich weniger Nanometer. Bild 4.3 zeigt die Druckkomponente und deren optischen Aufbau. Prinzipiell ist es möglich, den Drucksensor optisch als ein Schichtsystem mit ei-

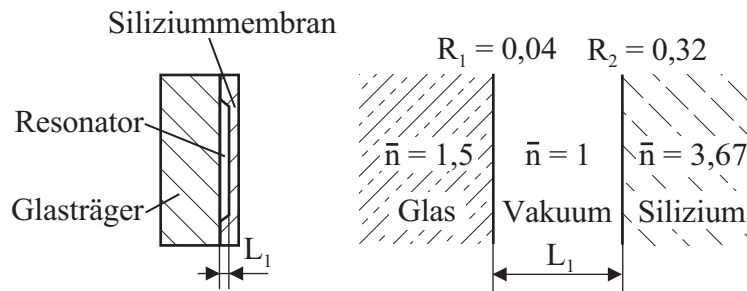


Bild 4.3: Beschreibung des optischen Aufbaus der Druckkomponente

R_1, R_2 Spiegelreflexionen; \bar{n} Brechzahl; L geometrischer Spiegelabstand

ner Schicht oder mit den Airyschen Übertragungsfunktionen zu beschreiben. Die Temperaturkomponente ist ein Schichtsystem, so dass an dieser Stelle eine Beschreibung nach Airy vorgestellt wird. Für die Übertragungsfunktion f_{T1} werden in Gleichung 2.20 der Reflexionswert $R_1 = 0,04$ der Glasschicht und der Reflexionswert $R_2 = 0,32$ der Siliziummembran verwendet (vgl. auch Gleichung 2.14 und Gleichung 2.15). Weiterhin wird angenommen, dass innerhalb des Resonators keine Verluste auftreten, was einem Transmissionsfaktor der Intensität von $V = 1$ entspricht. Die optische Resonatorlänge Z ist bei einer Brechzahl $\bar{n} = 1$ mit dem geometrischen Abstand von $L_1 = 2,6 \mu\text{m}$ identisch. Da dieser Länge kein idealtypisches, kohärentes Licht vorausgesetzt werden kann, muss für die Übertragungsfunktion der Druckkomponente die verallgemeinerte Funktion f'_{R1} entsprechend Gleichung 2.28 verwendet werden. Der Gleichanteil $\overline{f_{R1}}$ hat nach Gleichung 2.36 einen Wert von 0,358. Die verallgemeinerte Übertragungsfunktion beträgt somit:

$$f'_{T1} = 0,358 + \gamma_1 \left(\frac{0,133 + 0,452 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2,6 \cdot 10^{-6} \text{m} \right)}{0,786 + 0,452 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2,6 \cdot 10^{-6} \text{m} \right)} - 0,358 \right) \quad (4.1)$$

$$f'_{T1} = 1 - f'_{R1}. \quad (4.2)$$

Mit dem Korrelationsfaktor γ_1 besteht die Möglichkeit, die Übertragungsfunktion an das jeweilige Gesamtsystem anzupassen. Die Übertragungsfunktion f'_{T1} entspricht bei einem verlustlosen Resonator $1 - f'_{R1}$.

TEMPERATURMESSUNG

Die Sensorkomponente zur Temperaturmessung besteht aus einer Polymerschicht, die mit einer dielektrischen Schicht verspiegelt ist. Ändert sich die Temperatur, so ändert sich die geometrische Resonatorlänge L_2 entsprechend dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten der Polymerschicht. Gegenüber einer Druckänderung ist die Polymerschicht praktisch nicht sensitiv, da Polymere im Allgemeinen inkompressibel sind [9]. Bild 4.4 zeigt das Prinzip und den optischen Aufbau.

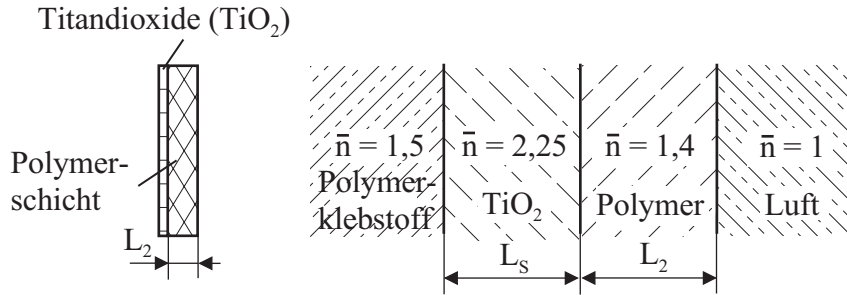


Bild 4.4: Beschreibung des optischen Aufbaus der Temperaturkomponente
 \bar{n} Brechzahl; L geometrischer Abstand

Die temperatursensitive Polyurethanschicht hat eine geometrische Schichtdicke $L_2 = 8,9 \mu\text{m}$ und ist mit einer Titandioxidschicht verspiegelt. Mit einer geometrischen Schichtdicke von $L_s = \frac{\lambda_m}{4\bar{n}} = 84 \text{ nm}$ weist der Spiegel eine maximale Reflektivität für eine mittlere Wellenlänge $\lambda_m = 757 \text{ nm}$ auf [19]. Bei einem Schichtsystem bestehend aus zwei Schichten existieren drei potentielle Resonatoren. Die Übertragungsgleichungen f_{T2} und f_{R2} werden mit der Transfermatrixmethode aus Kapitel 2.1.3 bestimmt:

$$f'_{T2} = 0.714 \left| \frac{1,150e^{-j\phi_3}}{1 - \gamma_{21}0,046e^{-j2\phi_1} + \gamma_{22}0,038e^{-j2\phi_2} - \gamma_{23}0,033e^{-j2\phi_3}} \right|^2 \quad (4.3)$$

$$f'_{R2} = 1 - f'_{T2}. \quad (4.4)$$

Hierbei sind γ_{21}, γ_{22} und γ_{23} die Kohärenzfaktoren der einzelnen Spektralanteile und $\phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}189 \text{ nm}$, $\phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}15792 \text{ nm}$, $\phi_3 = \frac{2\pi}{\lambda}15981 \text{ nm}$ die Phasenwinkel (vgl. Gleichung 2.45). Es wird vereinfacht angenommen, dass sich nur die Schichtdicke der Polymerschicht verändert und die Dicke der Spiegelfläche konstant ist. Die

Übertragungsfunktion für die Reflexion f'_{R2} ist unter der Annahme einer verlustfreien Anordnung gleich $1 - f'_{T2}$.

MULTISENSOR

Neben den beiden Sensorkomponenten für die Druck- und Temperaturmessung ist für die Beschreibung des Multisensors der Luftspalt eine relevante Komponente. Der Luftspalt bzw. die Spiegelfläche des Glasträgers wird als eine Koppelstelle berücksichtigt. Bei der vorliegenden Geometrie des Luftspalts und unter Berücksichtigung der auftretenden Verluste ist die Transmission $T = 0,6144$ und die Reflexion $R = 0,0256$ (vgl. Tabelle 2.3). Mit den Übertragungsfunktionen ist es möglich, den Multi-Fabry-Perot-Sensor zu beschreiben. Die Gesamtübertragungsfunktion des Multi-Sensors ist eine Reihenschaltung des Schichtsystems, der Koppelstelle und des Einzelsensors:

$$\begin{pmatrix} I'_1 \\ I_R \end{pmatrix} = \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_1 \begin{pmatrix} I_I \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (4.5)$$

Das Einsetzen der entsprechenden Übertragungsfunktionen in die jeweiligen Matrizen führt zu einer Übertragungsgleichung $f'_{Rges} = \frac{I_R}{I_1}$ (siehe auch Bild 4.2) für den Multisensor:

$$\begin{aligned} f'_{Rges} = & \frac{f'_{R2} + Rf'^2_{T2} - Rf'^2_{R2} - f'_{R1}f'_{R2}R + f'_{R1}f'^2_{T2}T^2}{1 - f'_{R2}R - f'_{R1}R - f'_{R1}f'_{R2}T^2 + f'_{R1}f'_{R2}R^2} \\ & + \frac{-f'_{R1}f'^2_{T2}R^2 - f'_{R1}f'^2_{R2}T^2 + f'_{R1}f'^2_{R2}R^2}{1 - f'_{R2}R - f'_{R1}R - f'_{R1}f'_{R2}T^2 + f'_{R1}f'_{R2}R^2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

mit: f'_{R1} Übertragungsfunktion der Druckkomponente in Reflexion, f'_{R2} und f'_{T2} Übertragungsfunktionen der Temperaturkomponente, R und T Übertragungseigenschaften des Luftspalts bzw. der Koppelstelle.

4.1.2 Aufbau und Simulation des Sensorsystems

Das gesamte Sensorsystem besteht zum einen aus dem Multi-Fabry-Perot-Sensor (siehe Kapitel 4.1.1) und zum anderen aus dem Auswertesystem. Der realisierte Laboraufbau für die signaltechnische Auswertung ist in Bild 4.5 dargestellt. Eine Auswertung in Reflexion benötigt eine Lichtquelle, einen Y-Koppler und ein Gitterspektrometer. Die für eine Simulation benötigten Parameter der Komponenten sind in der Tabelle 4.1 aufgeführt. In einem Messrechner ist neben der

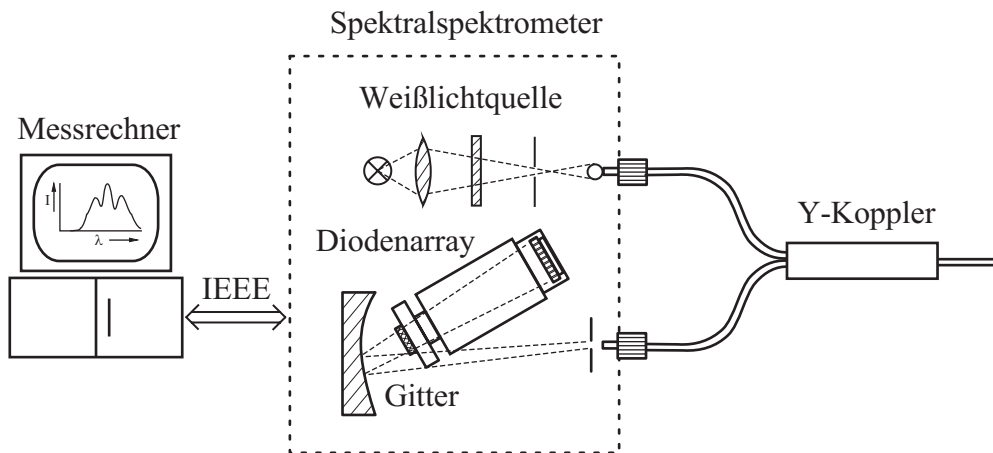


Bild 4.5: Aufbau des Auswertesystems

Tabelle 4.1: Systemkomponenten und deren Parameter

I Intensität; I_0 maximale Intensität der Lichtquelle; λ Wellenlänge; λ_m mittlere Wellenlänge der Lichtquelle; $\Delta\lambda$ Halbwertsbreite; λ_0 untere Wellenlänge; λ_{N-1} obere Wellenlänge; $\Delta\lambda_s$ Diodenbreite; λ_{sm} mittlere Wellenlänge des Spektrometers; p_d Diodendispersionsfaktor; I_{max} maximale Intensität des Spektrometers; ΔI Quantisierungsstufe

Komponente	Beschreibung\ Bemerkung
Lichtquelle	$I_1(\lambda) = I_0 \cdot e^{-\left(\frac{\lambda-\lambda_m}{\Delta\lambda_p}\right)^2}$ mit $\lambda_m = 740 \text{ nm}$ $\Delta\lambda_p = 230 \text{ nm}$
Y-Koppler	$K = \begin{pmatrix} 2,5 & 0 \\ 0 & 0,4 \end{pmatrix}$
Spektrometer	$\lambda_0 = 638 \text{ nm}$ $\lambda_{N-1} = 877 \text{ nm}$ $\Delta\lambda_s = 0,94 \text{ nm}$ $\lambda_{sm} = 757,5 \text{ nm}$ $p_d = 4$ $\frac{I_{max}}{\Delta I} = 2^{14}$

Auswertung nach der Fast-Fourier-Korrelation auch die Steuerung des Gitterspektrometers implementiert. Mit dieser Anordnung ist es möglich, Fabry-Perot-Systeme mit einem Sensorstrang wie Serien- und Schichtsysteme in Reflexion zu vermessen.

Als Weißlichtquelle dient ein thermischer Strahler mit einem gaußförmigen Intensitätsspektrum $I(\lambda)$ und einer maximalen Intensität I_0 . Die Parameter der Gaußfunktion (vgl. Gleichung 2.72) sind die Wellenlänge $\lambda_m = 740$ nm, bei der die maximale Intensität vorliegt, und die Spektralbreite $\Delta\lambda_p = 230$ nm. Über eine Kugellinse wird das Licht in den Y-Koppler eingekoppelt. Mit den Parametern des Y-Kopplers aus dem zugehörigen Datenblatt wurden die Übertragungsmatrix des Kopplers entsprechend der Tabelle 4.1 bestimmt. Nach einer Reflexion der Lichtwelle am Fabry-Perot-Sensor durchläuft die Lichtwelle den Koppler erneut. Für die Auswertung ist ein Laborgitterspektrometer vorgesehen, welches mit einer Diodenzeile mit 1024 Elementen, einem Spektralbereich von 221 nm bis 1183 nm, einer spektralen Auflösung von $\Delta\lambda_s = 0,94$ nm und einer Amplitudenquantisierung von 2^{14} ausgestattet ist. Da für eine industrielle Auswertevariante ein möglichst kostengünstiges Spektrometer genutzt werden soll, wird der Spektralbereich des Laborspektrometers nicht vollständig ausgenutzt. Es werden – wie bei kostengünstigen Spektrometern üblich – $N = 256$ Diodenelemente verwendet [26, 27]. Die Kennwerte des emulierten Spektrometers ergeben sich in Anpassung an die vorhandene Lichtquelle mit einer unteren Wellenlängengrenze $\lambda_0 = 638$ nm, einer oberen Wellenlängengrenze $\lambda_{N-1} = 877$ nm und einem spektralen Intervall $\Delta\lambda_s = 0,94$ nm (vgl. 3.3). Eine quasi monochromatische Lichtquelle wird innerhalb des Spektrometers auf 4 Diodenelemente abgebildet, was einem Diodendispersionsfaktor $p_d = 4$ entspricht. Damit sind alle, für eine Simulation nötigen, optischen Komponenten beschrieben und das System kann simuliert werden. Die Gleichung für die reflektierte Intensität

$$I_R = k_{11}k_{22}f'_{Res} I_1 \quad (4.7)$$

des Gesamtsystems berücksichtigt die Übertragungsfunktion f'_{Res} des Multi-Sensors (Gleichung 4.6), die Koppelkoeffizienten k_{11}, k_{22} des Y-Kopplers und die eingestrahelte Intensität I_1 der Lichtquelle. In Bild 4.6 sind Simulation und Messung einander gegenübergestellt.

Für die Simulation wurden die Korrelationsfaktoren an das Ergebnis der realen Messung angepasst. Die Werte sind $\gamma_1 = 0,75$ für die Druckkomponente und $\gamma_{21} = 1, \gamma_{22} = \gamma_{23} = 0,35$ für die Temperaturkomponente.

4.1.3 Festlegen der charakteristischen Auswerteparameter

Für eine Auswertung nach der Fast-Fourier-Korrelation müssen die charakteristischen Parameter vor einer realen Messung für das Messsystem bekannt sein, da

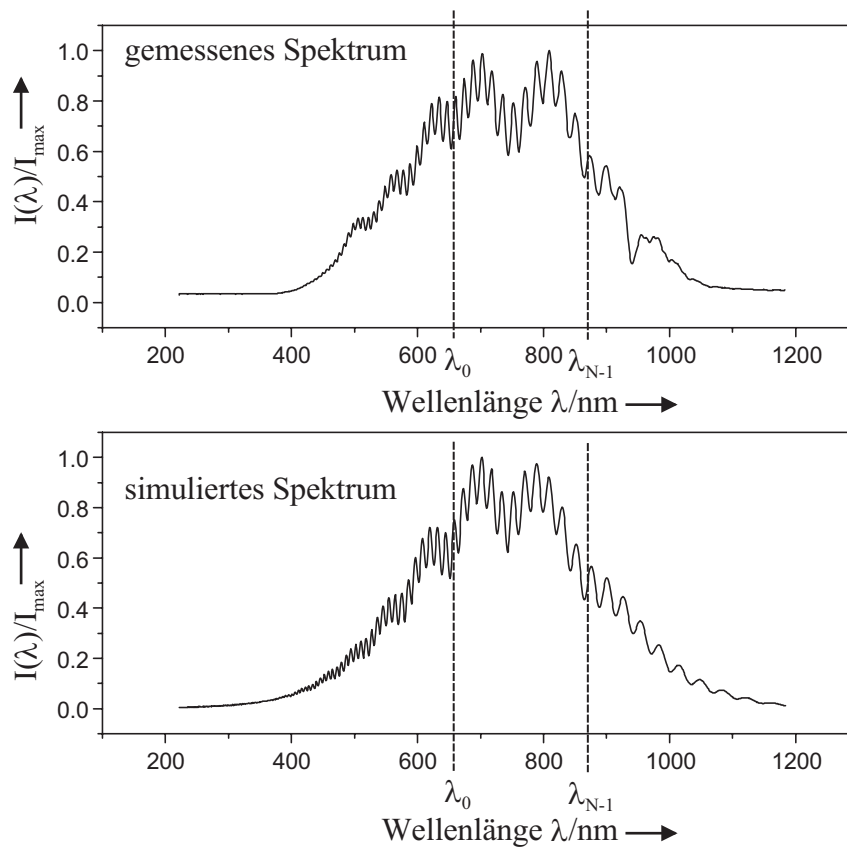


Bild 4.6: Gemessenes und simuliertes Spektrum

$I(\lambda)$ Intensitätsverlauf; I_{\max} maximale Intensität; λ_0 , λ_{N-1} Grenzen des betrachteten Spektralbereichs

sonst keine verlässlichen Aussagen über die Ergebnisse möglich sind. Der Messbereich ist durch die Bezugsschichtdicke (vgl. Gleichung 3.22 und Gleichung 3.58)

$$Z_0 = \frac{1}{2 \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_{N-1}} \right)} = 1,17 \mu m \quad (4.8)$$

zu kleineren optischen Resonatorlängen und durch die Kohärenzlänge des Systems (vgl. Gleichung 3.59)

$$L_c \approx \frac{\lambda_m^2}{\Delta \lambda p_d} = 56,25 \mu m \quad (4.9)$$

zu größeren optischen Resonatorlängen begrenzt. Die optischen Resonatorlängen von Temperatur- und Druckkomponente liegen beide innerhalb dieser Grenzen und können somit ausgewertet werden. Eine wichtige Größe ist der kritische Interpolationsfaktor i_k . Sie bestimmt die Auflösung des Systems. Zunächst wird die minimale Verschiebungswellenlänge (vgl. Gleichung 3.55)

$$\Delta \lambda_n = \frac{\lambda_m^2}{S_n \cdot 2^q \cdot 2\pi \cdot Z_n} \quad (4.10)$$

für jede Resonatorlänge separat berechnet. Für die Druckkomponente mit einer optischer Schichtdicke $Z_1 = 2,6 \mu m$ und einem Signalverhältnis $S_1 = 0,19$ beträgt die minimale Verschiebungswellenlänge $\Delta \lambda_1 = 11,2 \text{ pm}$. Bei der Temperaturkomponente ist das Signalverhältnis $S_2 = 0,18$ und die optische Schichtdicke $Z_2 = 1246 \mu m$. Damit folgt eine minimale Verschiebungswellenlänge $\Delta \lambda_2 = 2,35 \text{ pm}$. Aus dem Verhältnis zwischen spektraler Auflösung des Spektrometers und minimaler Verschiebungswellenlänge (vgl. Gleichung 3.57)

$$i_{kn} = \frac{\Delta \lambda_s}{\Delta \lambda_n} \quad (4.11)$$

ergeben sich die kritischen Interpolationswerte $i_{k1} \approx 83$ für die Druckkomponente und $i_{k2} \approx 400$ für die Temperaturkomponente. Mit diesen Werten ist die theoretische Auflösung (vgl. Gleichung 3.54)

$$\Delta Z_n > \frac{\lambda_m}{S_n \cdot 2^q \cdot 2\pi} \quad (4.12)$$

für die Druckkomponente $\Delta Z_1 = 37 \text{ pm}$ und $\Delta Z_2 = 38 \text{ pm}$ für die Temperaturkomponente. Die mögliche Maximalverschiebung des Systems bzw. der Sensoren beträgt bei einer Gewichtsfunktion (siehe Gleichung 3.61)

$$\Delta Z_{max} < \frac{\lambda_m}{4} \approx 189 \text{ nm} \quad (4.13)$$

sowohl in positiver als auch in negativer Richtung.

Ein entscheidender Punkt für die getrennte Auswertung des Multi-Sensor-Systems ist die Konstruktion der Gewichtsfunktionen. In Bild 4.7 ist zum einen der Betrag des Bildbereich 1. Ordnung $|X[k]|$ und zum anderen der Betrag des Bildbereich 2. Ordnung $|X_\phi[k]|$ dargestellt. Beide Fabry-Perot-Resonatoren sind in beiden

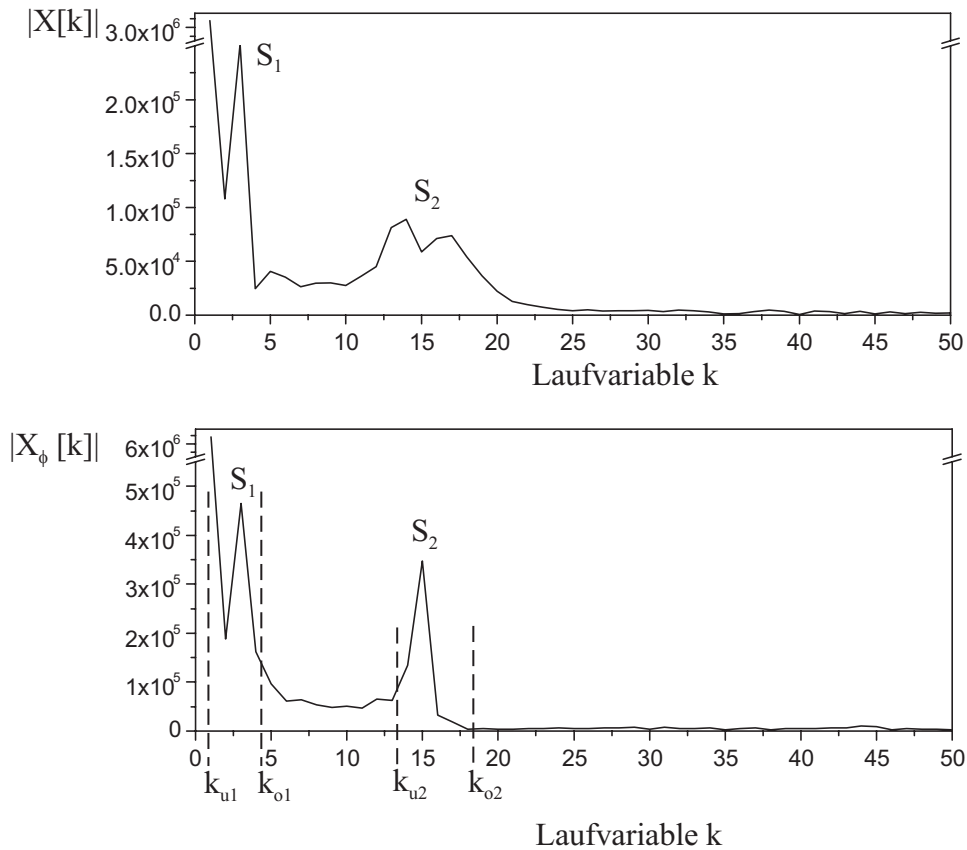
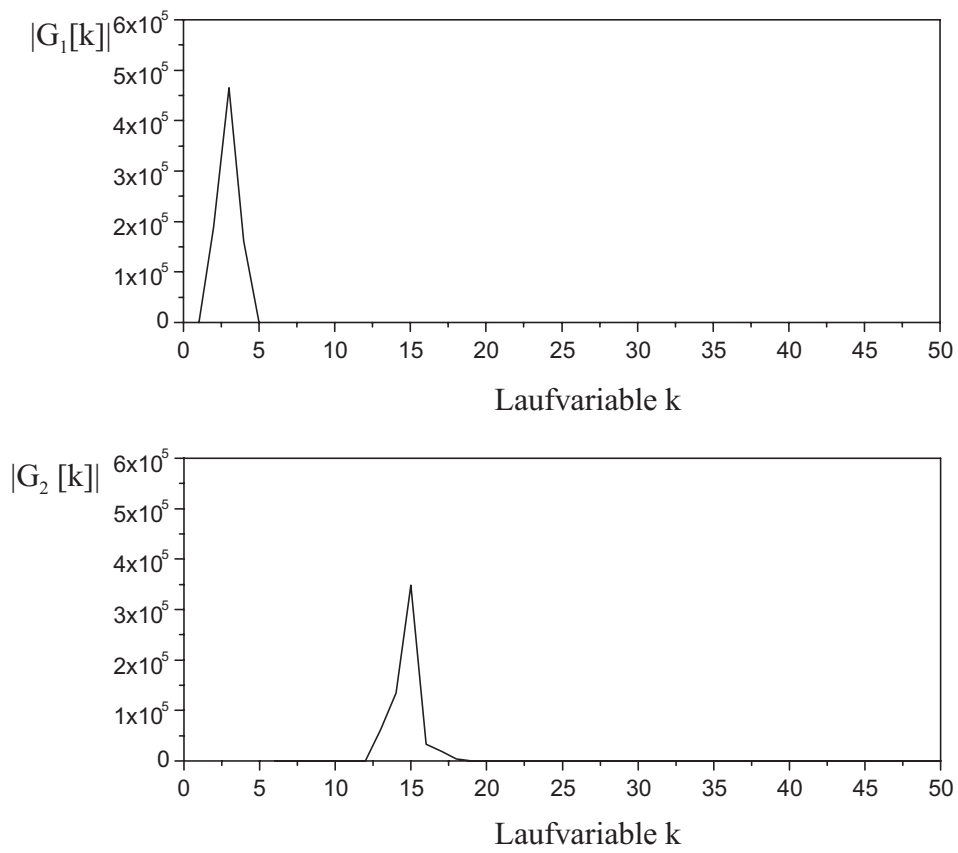


Bild 4.7: Betragsverlauf vom Signal im Bildbereich erster $|X[k]|$ und zweiter Ordnung $|X_\phi[k]|$ (ohne Kaiserfilter)

Bildbereichen eindeutig zuzuordnen. Um die Phitransformation miteinzubeziehen, wird der Bildbereich 2. Ordnung gewählt. Für die Gewichtsvektoren werden die Grenzen mit $k_{u1} = 1$ und $k_{o1} = 4$ für die Druckkomponente und mit $k_{u2} = 13$ und $k_{o2} = 17$ für die Temperaturkomponente bestimmt. In Bild 4.8 sind die Gewichtsvektoren $G_1[k]$ und $G_2[k]$ gezeigt. Der Gewichtsvektor $G_1[k]$ ist für den Drucksensor vorgesehen und für den Temperatursensor der Gewichtsvektor $G_2[k]$.

Bild 4.8: Betrag der Gewichtsvektoren $G_1[k]$ und $G_2[k]$ für eine Auswertung

4.2 Bestimmen und Verifizieren der Kennlinien

4.2.1 Versuchsaufbau

Die Kennlinien des Multisensors sind in einer geeigneten Referenzumgebung mit variablem Druck und variabler Temperatur zu bestimmen. In Bild 4.9 ist der Versuchsaufbau für die Aufnahme einer Druckkennlinie bzw. einer Temperaturkennlinie skizziert. Der Multisensor befindet sich in einer Druckkammer, die mit einem flüssigen Medium gefüllt ist und den gleichen Druck aufweist wie der parallel geschaltete Druckbehälter. Ein PC, der auch die signaltechnische Auswertung übernimmt, bestimmt über einen Druckregler den Ausgangsdruck im Druckbehälter. Über zwei Ventile wird Druckanstieg bzw. Druckabfall zeitlich festgelegt. Der Überdruck kann somit in der Kammer zwischen 0 Pa und 40 kPa stetig variiert werden. Als Referenzsensor für den Druck befindet sich eine piezoresistive Messbrücke innerhalb der Druckkammer. Neben der Druckmessung sind auch Temperaturmessungen vorgesehen. Mit mehreren keramischen Heizelementen kann die Temperatur bis auf 70 °C erhöht werden. Für die Temperaturmessung wird ein PT100 als Referenzsensor verwendet.

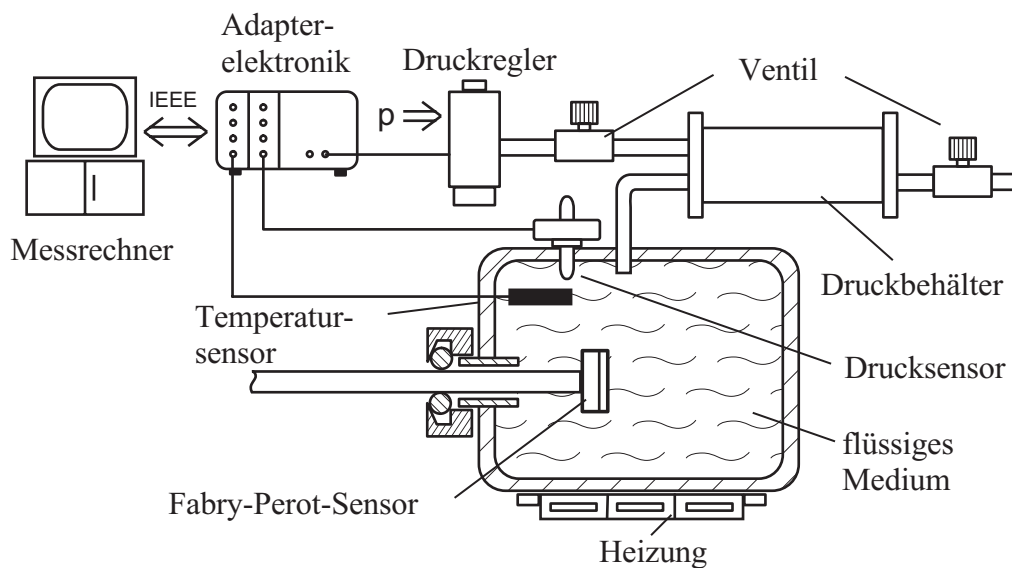


Bild 4.9: Versuchsanordnung für eine Druck- und Temperaturmessung

4.2.2 Messung der Kennlinien

Das Bestimmen der Kennlinien erfolgt innerhalb des Versuchsaufbaus separat für jede Sensorkomponente bzw. für jede Einflussgröße. Für die Auswertung werden

– um eine minimale Querempfindlichkeit der Sensorsignale zu erreichen – die optimierten Interpolationsfaktoren $i_{k1} = 83$, $i_{k2} = 200$ und ein Formparameter $\beta_0 = 4$ des Kaiserfilters verwendet (vgl. Kapitel 4.2.3). Die Temperaturkennlinie (siehe Bild 4.10)

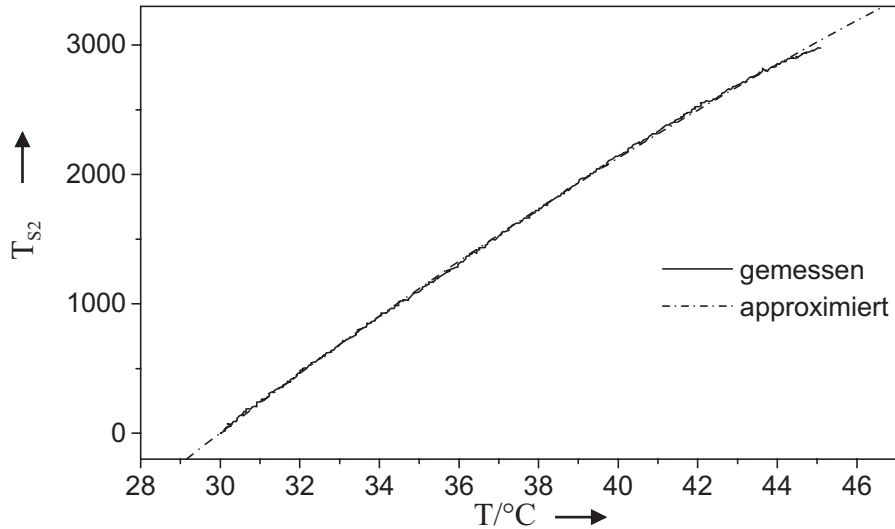


Bild 4.10: Temperaturkennlinie der Temperaturkomponente
Messwert T_{S2} der Temperaturkomponente; Temperatur T

$$T_{S2} = -2,21T^2 + 367,58T - 9033,44 \quad (4.14)$$

wird durch eine Polynom zweiten Grades approximiert. Mit der Umkehrfunktion

$$\frac{T}{^{\circ}\text{C}} = 2,634 \cdot 10^{-7} T_{S2}^2 + 0,0041 T_{S2} + 30 \quad (4.15)$$

ist die Temperatur T mit dem jeweiligen Verschiebungswert T_{S2} eindeutig bestimmt. Der Verschiebungswert T_{S2} nimmt prinzipiell jeden ganzzahligen Wert innerhalb der Grenzen an. Eine zu hohe Interpolation i_2 kann für die Temperaturkomponente damit ausgeschlossen werden. Weiterhin ist bei der Auswertung keine Abhängigkeit der Temperaturkomponente von der Druckkomponente festzustellen.

Eine Abhängigkeit von Druck und Temperatur zeigt hingegen die Druckkomponente (Bild 4.11). Die Kennlinie wird durch die Funktion

$$T_{S1} = 46,16 \frac{p}{kPa} + T'_{S1} \quad (4.16)$$

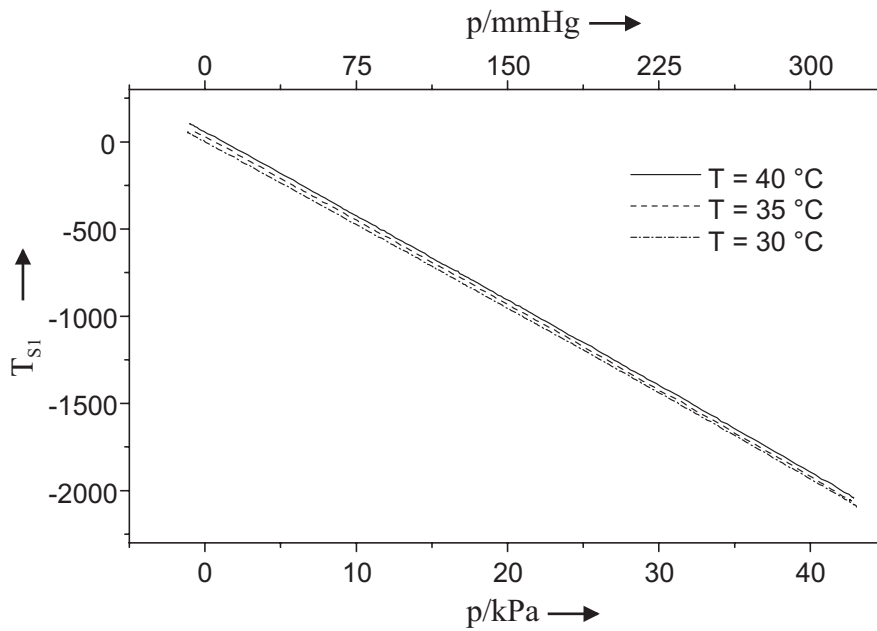


Bild 4.11: Druckkennlinie des Multisensors
 p Druck; T_S Messwert der Druckkomponente

approximiert. Neben der Druckabhängigkeit ist die Messgröße T_{S1} der Druckkomponente zusätzlich mit einem temperaturabhängigen Offset T'_{S1} versehen. Den Offset T'_{S1} in Abhängigkeit von der Temperatur – einschließlich der linearen Approximation – zeigt Bild 4.12. Die Gleichung der approximierten Position T'_{S1} ist:

$$T'_{S1} = 7 \frac{T}{^\circ\text{C}} - 210. \quad (4.17)$$

Für die temperaturkorrigierte Kennlinie ergibt sich mit Gleichung 4.16, Gleichung 4.17 und Gleichung 4.15 die Zustandsgleichung des Drucks p

$$\frac{p}{\text{kPa}} = \frac{1}{46,16} \left(T_{S1} - 7 \cdot \left(2,634 \cdot 10^{-7} T_{S2}^2 + 0,0041 T_{S2} \right) \right) \quad (4.18)$$

in Abhängigkeit von den Messgrößen bzw. Positionen T_{S1} und T_{S2} . Dabei ist zu beachten, dass die Positionen T_{S1} , T_{S2} diskrete Größen sind, die nur ganze Zahlen als Werte annehmen können.

4.2.3 Simulation der Querempfindlichkeiten

Der Einfluss der Sensoren untereinander kann entweder durch eine Messung erfolgen oder aber durch eine Simulation abgeschätzt werden. Eine Simulation

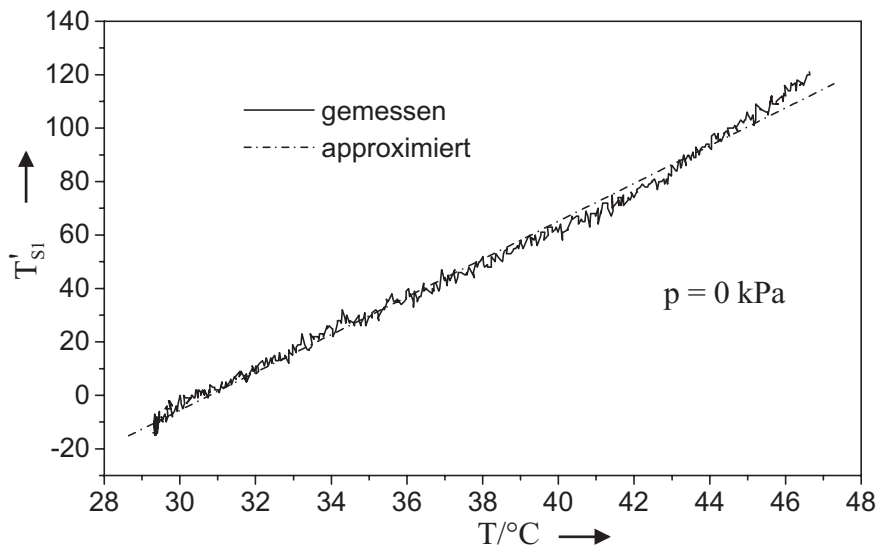


Bild 4.12: Abhängigkeit der Druckkomponente bzw. der Messgröße T_{S1} von der Temperatur T

bietet den Vorteil, dass bei Multi-Sensorsystemen, bei denen die Einflussgrößen auf mehrere Sensoren gleichzeitig wirken, die Fabry-Perot-Resonatoren schnell und einfach d. h. unabhängig voneinander verändert werden können. In realen Systemen ist das unabhängige Einstellen von Einflussgrößen nur mit einem sehr großen zeitlichen und apparativen Aufwand zu bewerkstelligen.

Für die Simulation von Fabry-Perot-Systemen wie sie in Kapitel 2.2 vorgestellt wurden, ist die Simulationsumgebung Matlab geeignet. Matlab ist eine numerische Simulationsoftware für verschiedenste Anwendungsgebiete. Je nach Anwendungsfall sind zusätzliche Pakete zur Basissoftware erhältlich. Die Anwendungspalette reicht von Optimierungspaketen über Finanz- und Geographiepakete bis hin zu Programmierpaketen. Im Rahmen dieser Arbeit ist das Paket für die Signalverarbeitung von besonderem Interesse. Für jede Komponente wird eine eigene, in sich abgeschlossene Funktion geschrieben, welche dann, wie in Bild 4.13 dargestellt, mit anderen Funktionen verknüpft wird.

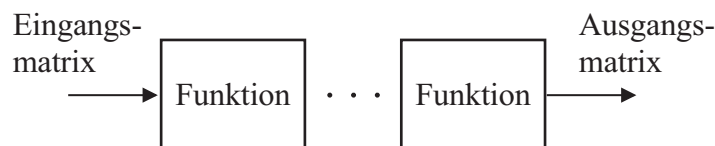


Bild 4.13: Verknüpfung von Funktionen untereinander

Die Simulation erfolgt dabei rein numerisch. An eine Funktion werden die Werte in Form von einer Eingangsmatrix übergeben. Die Ausgabe einer Funktion ist

eine Ausgangsmatrix. Eingangs- und Ausgangsmatrix entsprechen der Betrachtung mit einem idealen Gitterspektrometer (vgl. auch Kapitel 3.3.1). In jeder Zeile der Matrix werden die Spaltennummer n , die dazu gehörende Wellenlänge des Diodenelements und der mit ΔI quantisierte Intensitätswert bzw. der Signalwert $x[n]$ (vgl. Gleichung 3.8) gespeichert. Innerhalb der Module werden die Intensitätswerte exakt für die dazugehörige Wellenlänge berechnet (siehe auch Gleichung 3.9). Eine Quantisierung der Intensität erfolgt wie bei dem realen Gitterspektrometer in $\frac{I_{max}}{\Delta I} = 2^q$ Stufen.

Die simulierten Datensätze des Multi-Fabry-Perot-Sensors – bei denen die Simulationsparameter genau bekannt sind – werden für eine Verifikation der signaltechnischen Auswertung eingesetzt. Bild 4.14 zeigt den simulierten Quereinfluss des Temperatursensors (Sensor 2) auf den Drucksensor (Sensor 1) bei verschiedenen Formparametern β_0 des Kaiserfilters. Die Simulation basiert auf der zuvor

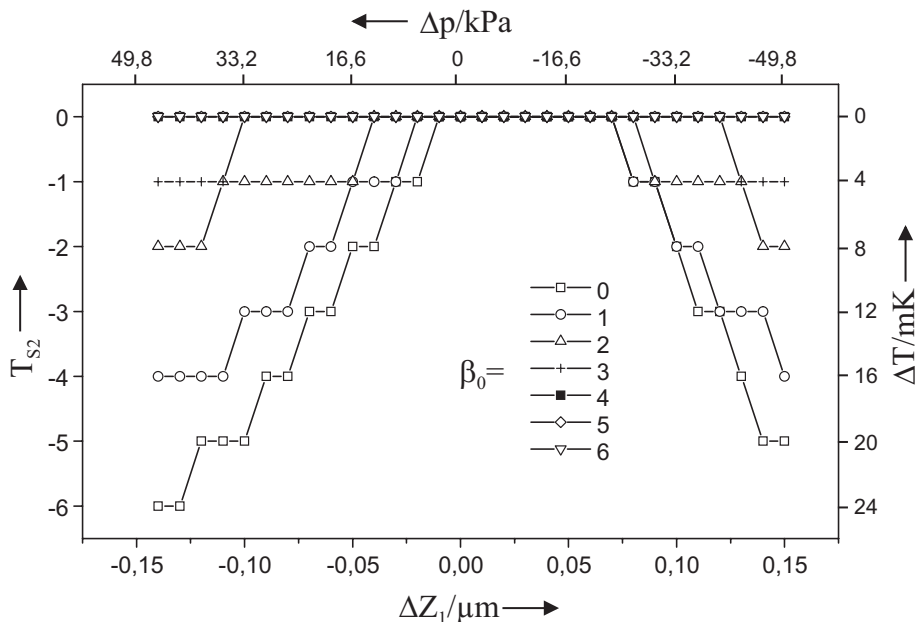


Bild 4.14: Simulierte Querempfindlichkeit des Sensors 2 gegenüber dem Sensor 1 in Abhängigkeit von dem Formparameter β_0

entwickelten Beschreibung mit einer Interpolation $i_1 = 83$. Ab einem Formparameter $\beta_0 = 4$ ist kein Quereinfluss ΔZ_2 des Sensors 2 auf die Position T_{S1} des Sensors 1 festzustellen.

Anders verhält es sich bei dem Quereinfluss ΔZ_1 von Sensor 1 auf die Position T_{S2} des Sensors 2. Neben dem Einsatz eines Kaiserfilters muss auch die Interpolation i geändert werden. Bild 4.15 zeigt den Quereinfluss ΔZ_1 des Sensors 1 auf die Position T_{S2} des Sensors 2 bei einer Interpolation $i_2 = 200$ für verschiedene Werte des Formparameters β_0 . Bei einem Formparameter $\beta_0 = 4$ ist keine

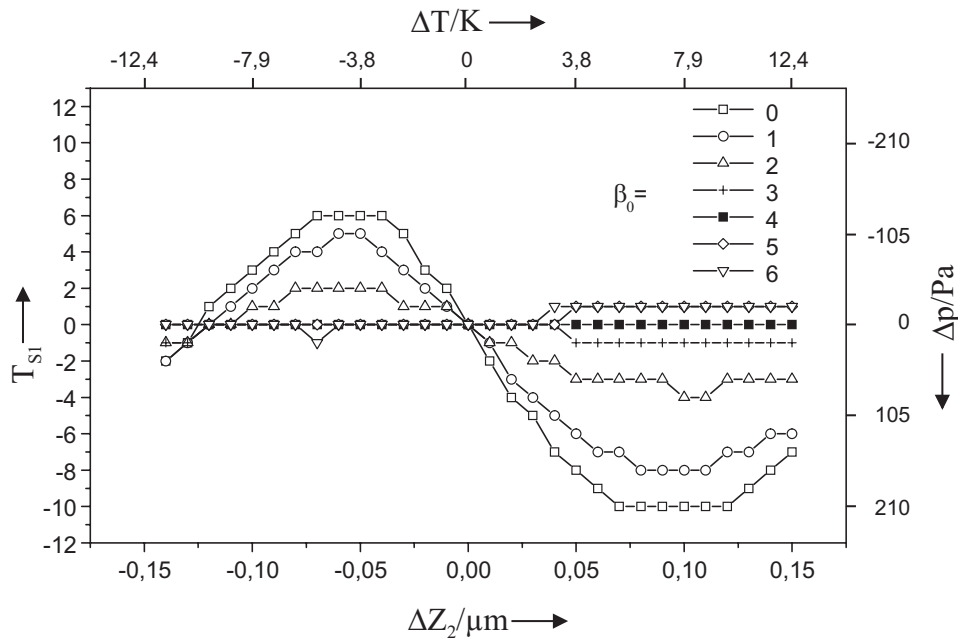


Bild 4.15: Simulierte Querempfindlichkeit des Sensors 1 gegenüber dem Sensor 2 in Abhängigkeit von dem Formparameter β_0

Querempfindlichkeit festzustellen. Die Reduktion des Interpolationswerts i ist gleichbedeutend mit einer geminderten Auflösung des Sensors 2.

Die Auflösung des Multi-Sensor-Systems ist damit im konkreten Fall geringer als die zweier Einzelsensoren. Für die medizinische Praxis ist dieser kombinierte Druck- und Temperatursensor – mit einer mittleren Temperatureauflösung $\Delta T = 5$ mK, einer mittleren Druckauflösung $\Delta p = 0,15$ mmHg und einem Durchmesser $d < 1$ mm – gut geeignet und eröffnet neue Anwendungsgebiete.

4.3 Neuartige Anwendung des Multi-Sensors im Bereich der Medizin

Der vorgestellte, faseroptische Multi-Sensor für die Druck- und Temperaturmessung kann aufgrund seiner charakteristischen Eigenschaften – wie den kleinen Abmessungen, der biomedizinischen Verträglichkeit und der hohen Auflösung – fast an jeder Stelle innerhalb des Körpers positioniert werden. Für die unterschiedlichen Anwendungsfälle sind unterschiedliche Adaptionen der Sensoren erforderlich. Neben Kathetern sind handelsübliche Einwegnadeln eine mögliche Häusung. Bild 4.16 zeigt eine Messanordnung, in der Druck und Temperatur innerhalb eines Muskels unter verschiedenen Belastungszuständen gemessen werden. Ziel ist es – ähnlich der elektromyographischen Untersuchung (EMG) [10, 29], die in der Neu-

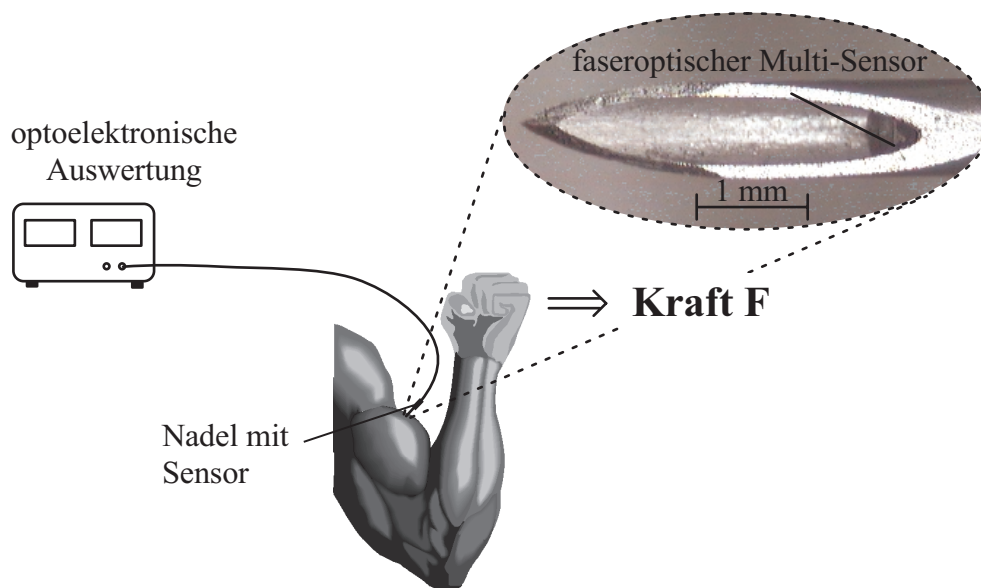


Bild 4.16: Anordnung für die Druck- und Temperaturmessung innerhalb eines Muskels

rologie Anwendung findet – aus den Druckkurven auf muskulare Erkrankungen zu schließen. In Bild 4.17 ist die Druck- bzw. Temperaturkurve für unterschiedliche Kräfte innerhalb des Muskels dargestellt. Im oberen und unteren Belastungsbereich ist nur eine geringe Änderung des Drucks p zu verzeichnen. Hingegen ändert sich der Druck im mittleren Belastungsbereich stärker. Die Temperatur ändert sich stetig mit der Belastung. Das Forschungspotential derartiger Messmethoden ist nach Einschätzung fachkundiger Mediziner enorm. Unter anderem in der Neurologie sind Mehrfach-Anordnungen derartiger Multi-Sensoren in Verbindung mit EMG-Nadeln im Bereich größerer Muskel (Ober- und Unterarm, Ober- und Unterschenkel, Waden etc.) denkbar. Für Anwendungen im Gesichtsbereich wie z.B. der Augenlider sind Sensorvarianten mit kleineren Abmessungen und höherer Auflösung zu entwickeln. Diese und andere Multi-Sensoren auf Fabry-Perot-Basis können dann ebenfalls mit den vorgestellten Kettengliedern beschrieben und mit der Fourier-Korrelations-Methode ausgewertet werden.

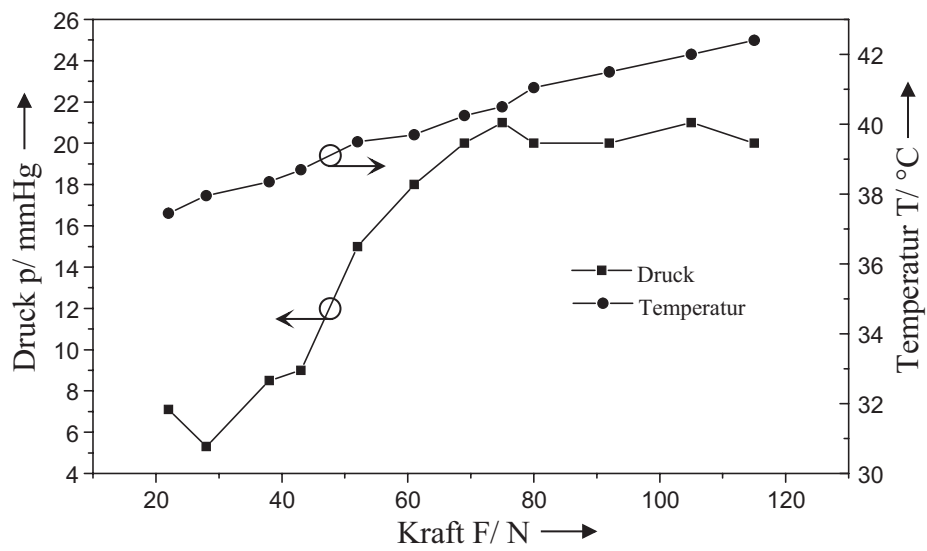


Bild 4.17: Druck und Temperatur innerhalb des Muskels in Abhängigkeit der ausgeübten Kraft

Literaturverzeichnis

- [1] Beard, P. C.; Mills T. N.: *Extrinsic optical-fiber ultrasound sensor using a thin polymer film as a low-finesse Fabry-Perot interferometer*. In: APPLIED OPTICS. (1996) Vol.35, No. 4
- [2] Biran, Adrian; Breiner, Moshe: *Matlab für Ingenieure*. Bonn Addison-Wesley Verlag, 1997
- [3] Bludau, Wolfgang: *Lichtwellenleiter in Sensorik und optischer Nachrichtentechnik*. Berlin: Springer-Verlag, 1998
- [4] Brauch, W.; Dreyer, H. J.; Haacke, W.: *Mathematik für Ingenieure*. Stuttgart: B. G. Teubner, 1995
- [5] Burg, K.; Haf, H.; Wille, F.: *Höhere Mathematik für Ingenieure Band II*. Stuttgart: B. G. Teubner, 1992
- [6] Cox, E. R.; Jones, B. E: *Fibre Optic Colour Sensors based on Fabry-Perot-Interferometry*. 1st International Conference on Optical Fiber Sensors, IEE Conf. Publ. 221, pp. 122-126, 1983
- [7] Dakin, John; Culshaw, Brian: *Optical Fiber Sensors*. London: Artech House, 1989
- [8] Delic, Nadja: *Piezoresistive Forc Sensor Developed for Use in Handling and Assembling Microparts*. Diss. Technische Universität Wien, 1996
- [9] Elias, Hans-Georg: *Makromoleküle Band 1*. Heidelberg; New York: Hüthig & Wepf Verlag, 1990
- [10] Finsterer, J.: *EMG-Interferenzmusteranalyse*. Klin. Neurophysiol. 29 (1998) 80-90, Georg Thieme Verlag Stuttgart
- [11] Francis, T. S. YU: *White-Light Optical Signal Processing*. New York: John Wiley & Sons, 1985
- [12] Gerhard, Edmund: *Faseroptische Sensoren in der Medizintechnik*. Berlin: VDI/ VDE-IT GmbH, 1995

- [13] Gerhard, Edmund; und andere: *Faseroptisches Multi-Sensor-System für Anwendungen in der Medizin, Band 55*. Teltow: VDI/ VDE-Technologiezentrum, 1997
- [14] Gerhard, Edmund; Meininger, Mark; Schulz, Dirk; *Nanoschichten in Mikrosensoren – Faseroptische Messwertaufnehmer in der Medizin – In: UNSERE DUISBURGER HOCHSCHULE*. (2000) Ausgabe 1/00 52. Jahrgang
- [15] Grau, Gerhard; Freude, Wolfgang: *Optische Nachrichtentechnik*. Berlin: Springer-Verlag, 1991
- [16] Grimm, Erhardt; Nowak, Walter: *Lichtwellenleitertechnik*. Heidelberg: Hüthig Verlag, 1989
- [17] Hall, David: *Fabry-perot pressure sensing system*. USA: US-Patentschrift US19970846503, 1997
- [18] Hecht, Eugene: *Optik*. Bonn; New York: Addison-Wesley Verlag, 1991
- [19] Hodgson, Norman; Weber, Horst: *Optical Resonators*. London: Springer Verlag, 1997
- [20] Katzir, Abraham: *Selected Papers on Optical Fibers in Medicine*. SPIE Milestone Series „Volume MS 11“, Bellingham; Washington: SPIE, 1990
- [21] Lüke, Hans Dieter: *Signalübertragung*. Berlin: Springer Verlag, 1995
- [22] Murphy, Kent A.: *Practical Applications of Extrinsic Farby Perot Interferometric*. SPIE Vol.2839,
- [23] Niedrig, Heinz: *Bergmann Schäfer Lehrbuch der Experimentalphysik*. Berlin; New York: Water de Gruyter Verlag, 1993
- [24] Oppenheimer, Alan V.; Schafer, Roland W.: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. München: Oldenburg Verlag, 1999
- [25] Philippow, Eugen: *Grundlagen der Elektrotechnik*. Berlin; München: Verlag Technik GmbH, 1992
- [26] Produktinformation von Zeiss: *MMS Spektralsensoren*. Oberkochen, 1994
- [27] Produktinformation von mico Parts: *VIS-LIGA Spektrometer*. Dortmund, 1998
- [28] Schrüfer, Elmar: *Signalverarbeitung*. München: Carl Hanser Verlag, 1990
- [29] Scholle, H. Ch.; Struppler, A.: *Kontrolle der isometrischen Muskelkontraktion bei muskulärer Hypotonie zentralen Ursprungs*. Z. EEG-EMG 23 (1992) 178-183, Georg Thieme Verlag Stuttgart

-
- [30] Schulz, Dirk; Kreuder, Andreas; *Faseroptische Fabry-Perot-Temperatursensor für Anwendungen in der Medizin*. In: VDI Berichte 1379 Düsseldorf, 1998
- [31] Schulz, Dirk: *Signaltechnische Auswertung von Multi-Fabry-Perot-Sensorsystemen*. In: 44. Internationales wissenschaftliches Kolloquium in Ilmenau, 1999
- [32] Taplin, S.R.; Podoleanu, A. Gh.; Webb D.J.; Jackson D. A.: *White-light displacement sensor incorporating signal analysis of channelled spectra*. Spie Vol.2292 Fiber Optic and Laser Sensors XII 1994
- [33] Taplin, S.R.; Jackson, D. A: *Multiplexing schemes for white light channelled spectrum technique*. London: IEE,1995
- [34] Tondorf, Sebastian: *Strukturierung und Modellierung optischer Sensorsysteme mit Lichtwellenleitern, angewendet auf das Intensitäts-Multiplexverfahren, Reihe 8 Nr. 272*. Düsseldorf: VDI Verlag, 1991
- [35] Udd, Eric: *Fiber Optic Sensors*. New York: John Wiley & Sons, 1991.
- [36] Unger, Hans-Georg: *Optische Nachrichtentechnik Teil I optische Wellenleiter*. Heidelberg: Hüthig Verlag, 1984
- [37] Vujanic, Aleksandar: *Fiber optic Catheter Tip Pressure Tip Pressure Transducer for Intravascular Applications*. Diss. Technische Universität Wien, 1996
- [38] Willsch, Reinhardt; Kersten, Ralf Th.: *Selected Papers on Fiber-Optic-Sensors*. In: SPIE Milestone Series Volume MS 108, 1995
- [39] Yeh, Pochi: *Optical Waves in Layered Media*. New York: John Wiley & Sons, 1988

A Anhang

A.1 Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen und Abkürzungen

a, b	Konstanten
f	beliebige Funktion
f_R	Reflexionsfunktion nach Airy
f'_R	modifizierte Reflexionsfunktion
$\overline{f_R}$	Gleichanteil der Reflexionsfunktion
$\widetilde{f_R}$	Wechselanteil der Reflexionsfunktion
f_T	Transmissionsfunktion nach Airy
f'_T	modifizierte Transmissionsfunktion
$\overline{f_T}$	Gleichanteil der Transmissionsfunktion
$\widetilde{f_T}$	Wechselanteil der Transmissionsfunktion
f_{TS}	Transmissionsfunktion nach der Transvermatrixmethode
f'_{TS}	modifizierte Transmissionsfunktion
f_{RS}	Reflexionsfunktion nach Transvermatrixmethode
f'_{RS}	modifizierte Reflexionsfunktion
i	Interpolationsfaktor
i_k	kritischer Interpolationsfaktor
j	imaginäre Einheit
k	Laufvariable im Bildbereich
\overline{k}	Wellenzahl
k_{max}	Position des Maximums im Bildbereich
n	Laufvariable im Signalbereich
\overline{n}	Brechzahl
p_d	Diodendispersionsfaktor
r	Reflektivität
\overline{r}	Ortsvektor
r_p	Anzahl von Resonatoren
t	Transmittivität, Zeit

t_c	Kohärenzzeit
w	Funktion des Kaiserfilters
x	Komponente des Ortsvektors
\tilde{x}	Signal mit Verlusten
x_{is}	interpoliertes Signal
x_s	Signal
Δx_s	Signaländerung
x_ϕ	ϕ -Signal
A, B	Amplituden der elektrischen Welle
B	magnetische Feldkomponente
D_0	Übergangsmatrix
E	elektrische Feldkomponente
E_0	Amplitude der elektrischen Feldkomponente
F	Finesse
G	Gewichtsvektor im Bildbereich
G_e	Gewichtsvektor im Bildbereich (mit Quereinfluss)
I	Intensität
ΔI	kleinste, quantisierbare Intensität
I_{max}	maximale Intensität
I_R	reflektierte Intensität
I_T	transmittierte Intensität
I_0	Intensität der Lichtquelle
I'_0	Besselfunktion erster Ordnung
J	Längenparameter des Kaiserfilters
K	Konstante
L	Spiegelabstand
L_c	Kohärenzlänge
M	Anzahl von Stützstellen im Phibereich, Anzahl von Maxima
N	Anzahl von Stützstellen im Signalbereich
P	Phasenmatrix
R	Reflexion
S	Übertragungsmatrix eines Sensors
S	Signalverhältnis
T	Transmission
T	Verschiebung
T_S	Verschiebung beim Scheitelwert
V	Verlustfaktor der Intensität
V_{abs}	Verhältnis von Mess- und Quereinfluss absolut
V_{rel}	Verhältnis von Mess- und Quereinfluss relativ
W_N	Kürzel für $e^{-j\frac{2\pi}{N}}$
X_e	Messvektor im Bildbereich (mit Quereinfluss)
X_m	Bildvektor des Messensors

X_q	Bildvektor des Quersensor
X_{q0}	unveränderter Quersensor
ΔX_q	Bildvektor des Quersensors
X_s	Signal im Bildbereich (Bildbereich erster Ordnung)
X_ϕ	Phisignal im Bildbereich (Bildbereich ϕ -ter Ordnung)
Z	optische Resonatorlänge
Z_k	kritische, optische Resonatorlänge
α	Phasenwinkel
α_v	Verlustfaktor
β	allgemeiner Messparameter
β_0	Formparameter des Kaiserfilters
γ	Korrelationsfunktion
δ	Phasenwinkel
$\Delta\delta$	Phasendifferenz
v	Zählparameter
ϕ	Ordnung des Bildbereichs
λ	Wellenlänge
$\Delta\lambda$	Halbwertsbreite einer Lichtquelle
λ_{N-1}	mittlere Wellenlänge des N . Diodenelements
$\Delta\lambda_S$	spektraler Abstand zweier Diodenelemente
$\Delta\lambda_d$	minimale detektierbare optische Verschiebung
$\Delta\lambda_m$	mittlere Wellenlänge des Spektralbereichs
$\Delta\lambda_{sm}$	mittlere Wellenlänge des Spektrometers
λ_0	mittlere Wellenlänge des 1. Diodenelements
ξ	Anpassparameter bei der Phitransformation
τ	zeitliche Verschiebung
φ_0	Bezugsphasenwinkel
ω	Kreiszahl
Λ	Abstand zweier Maxima
Φ	Korrelation im Bildbereich
2^q	Quantisierungsumfang

A.2 Konstante Größen

$\pi = 3.141592654$	Kreiszahl
$\epsilon_0 = 8,85418 \cdot 10^{-12} \text{ As V}^{-1}\text{m}^{-1}$	Dielektrizitätskonstante
$\mu_0 = 1,25663 \cdot 10^{-6} \text{ Vs A}^{-1}\text{m}^{-1}$	Permeabilitätskonstante