

## Anhang A

### Bestimmung der Photostromanteile der pn-Photodiode

In den nachfolgenden Unterkapiteln sollen die einzelnen Terme für die Photostromanteile hergeleitet werden. Die Zeitkonstanten für das immanente Tiefpaßverhalten der pn-Photodiode werden hier beispielhaft für die Wellenlänge von  $\lambda=600\text{nm}$ , bei der für den Absorptionskoeffizienten in Silizium  $\alpha=10^6\text{m}^{-1}$  gilt, abgeschätzt.

#### A.1 Die Diffusionsphotoströme der vertikalen pn-Photodiode

Zur Berechnung des statischen Diffusionsphotostroms der vertikalen pn-Photodiode wird von der vereinfachten Annahme ausgegangen, daß im Abstand  $z$  von der Raumladungszone generierten Ladungsträger mit der Wahrscheinlichkeit

$$\exp\left(-\frac{z}{L_{n,p}}\right) \quad (\text{A.1})$$

zum Photostromanteil  $I_{\text{Ph,diff}}$  beitragen [99]. Beispielhaft soll hier zunächst der statische Anteil des Diffusionsphotostroms im feldfreien p-Gebiet  $I_{\text{Ph,diff,pG,ver}}$  unterhalb der Raumladungszone ermittelt werden.

Um das dynamische Verhalten des Diffusionsstromanteils zu beschreiben, bietet sich der Ansatz einer von der Modulationskreisfrequenz  $\omega$  der eingestrahelten Bestrahlungsstärke abhängigen Diffusionslänge  $L_n(\omega)$  aus [100] an.

Die von der Eindringtiefe  $z$  abhängige effektive Generationsrate  $g(z)$  ist gem. Gleichungen 2.11 und 2.12:

$$g_{\text{eff}}(z) = \frac{H_0 \alpha (1 - R(\lambda))}{h \nu} \left[ \exp(-\alpha z) \exp\left(-\frac{z - (d_{n,\text{ver}} + l_p)}{L_n}\right) \right] \quad (\text{A.2})$$

Hier sei angenommen, daß die Dicke der Substratschicht unterhalb der Raumladungszone sehr viel größer als die Diffusionslänge  $L_n$  ist. Wird die effektive Generationsrate über das feldfreie p-Gebiet in  $z$ -Richtung integriert und mit der optisch wirksamen Querschnittsfläche  $A$  multipliziert, erhält man den Diffusionsphotostrom  $I_{\text{Ph,diff,pG,ver}}$  gem. [101] zu:

$$I_{\text{Ph,diff,pG,ver}} = A \int_{z=d_{n,\text{ver}}+l_p}^{z=wp,\text{ver}} g_{\text{eff}}(z) dz = H_0 A \frac{q}{h\nu} \eta_{\text{opt,pG,ver}} \left( \frac{\alpha L_n}{1 + (\alpha L_n)} \right), \quad (\text{A.3})$$

mit Gleichung 2.8 ist der optische Quantenwirkungsgrad:

$$\eta_{\text{opt,pG,ver}} = (1 - R(\lambda)) \exp(-\alpha(d_{\text{n,ver}} + l_p)). \quad (\text{A.4})$$

Die optisch wirksame Querschnittsfläche A ergibt sich aus Bild 2.9 zu:

$$A = A_{\text{Diode}} + 2l_p l_{\text{Diode}}. \quad (\text{A.5})$$

Für das feldfreie n-Gebiet oberhalb der Raumladungszone gilt analog:

$$I_{\text{Ph,diff,nG,ver}} = H_0 A \frac{q}{h\nu} \eta_{\text{opt,pG,ver}} \left( \frac{\alpha L_p}{1 + (\alpha L_p)} \right), \quad (\text{A.6})$$

mit

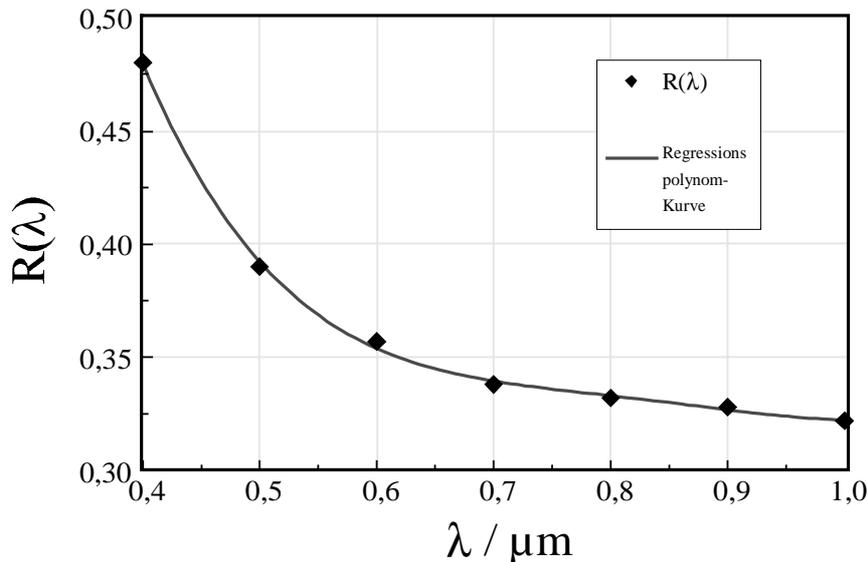
$$\eta_{\text{opt,nG,ver}} = (1 - R(\lambda)) \left[ 1 - \exp(-\alpha w_{\text{n,ver}}) \right]. \quad (\text{A.7})$$

Die optisch wirksame Fläche A ist gem. Bild 2.9:

$$A = A_{\text{Diode}} - (2l_n l_{\text{Diode}}). \quad (\text{A.8})$$

$R(\lambda)$  lässt sich mit den Daten aus [102] im Bereich des sichtbaren Lichts mit einem Regressionspolynom 4. Grades approximieren:

$$R(\lambda) = 3,67 \left( \frac{\lambda}{\mu\text{m}} \right)^4 - 12,26 \left( \frac{\lambda}{\mu\text{m}} \right)^3 + 15,3 \left( \frac{\lambda}{\mu\text{m}} \right)^2 - 8,52 \left( \frac{\lambda}{\mu\text{m}} \right) + 2,13. \quad (\text{A.9})$$

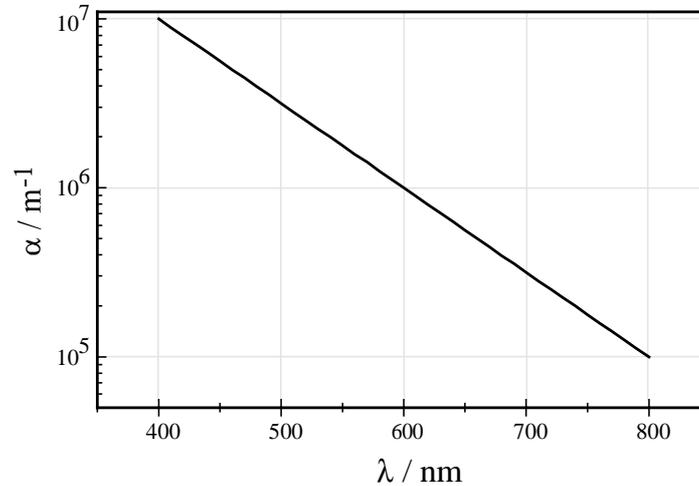


**Bild A.1:** Approximation für  $R(\lambda)$

Für die Wellenlängenabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  kann mit [103], Bild A.2, im Bereich sichtbaren Lichts von etwa  $\lambda=400\text{nm}$  bis  $\lambda=800\text{nm}$  eine näherungsweise zugeschnittene Größengleichung angegeben werden:

$$\frac{\alpha(\lambda)}{[\text{m}^{-1}]} = 10^{\left[7 - 0,005 \left(\frac{\lambda}{[\text{nm}]} - 400\right)\right]}, \quad (\text{A.10})$$

welche für  $\alpha$  den folgenden exponentiellen Verlauf hat:



**Bild A.2:**Näherung für  $\alpha$  im Bereich des sichtbaren Lichts

Zur Berücksichtigung der dynamischen Eigenschaften des Diffusionsphotostroms im feldfreien p-Gebiet wurde in [104] eine mit der Kreisfrequenz  $\omega$  amplitudenmodulierte Bestrahlungsstärke  $H_0(\omega)$  angenommen, die eine von der Kreisfrequenz  $\omega$  abhängige, komplexwertige Diffusionslänge  $L_n(\omega)$  zur Folge hat:

$$L_n(\omega) = \frac{L_n}{\sqrt{1 + j\omega\tau_n}}. \quad (\text{A.11})$$

Wird dieser Ausdruck in Gleichung A.3 eingesetzt so erhält man die komplexwertige Frequenzbereichsdarstellung des Elektronen-Diffusionsphotostroms aus dem feldfreien p-Gebiet:

$$I_{\text{Ph,diff,pG,ver}}(\omega) = H_0(\omega) A \frac{q}{h\nu} \eta_{\text{opt,pG,ver}} F_n(\omega), \quad (\text{A.12})$$

mit der Abkürzung:

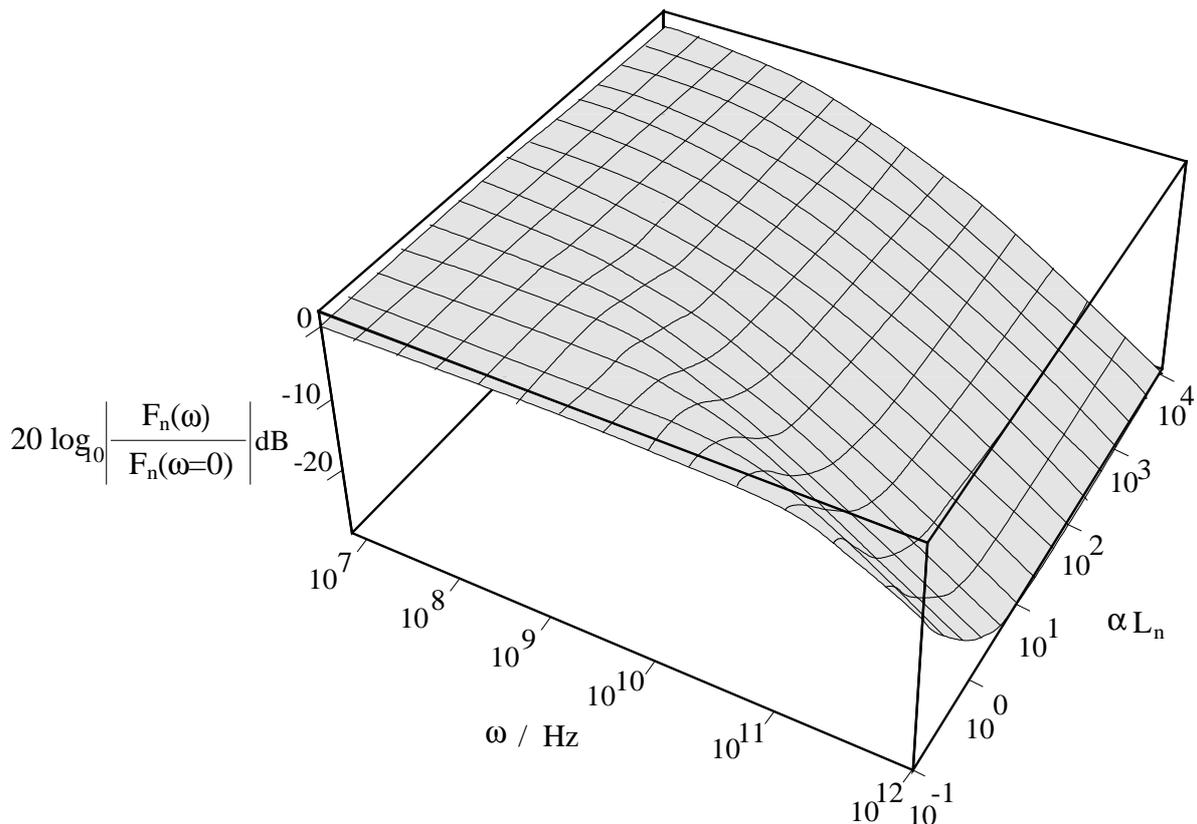
$$F_n(\omega) = \left( \frac{\alpha L_n}{\sqrt{1 + j\omega\tau_n} + \alpha L_n} \right). \quad (\text{A.13})$$

Nun soll eine Näherung durch die Übertragungsfunktion (ÜTF) eines Tiefpasses 1.Ordnung  $F'_n(\omega)$  für den Ausdruck  $F_n(\omega)$  nach Gleichung A.13 hergeleitet werden, um eine analytische Lösung zur Hand zu haben. Es wird darauf hingewiesen, daß durch eine solche Tiefpaßnäherung 1.Ordnung der Phasenverlauf der ÜTF  $F_n(\omega)$  nicht exakt wiedergegeben wird. Lediglich der Betragsverlauf von  $F_n(\omega)$ , der eine Tiefpaßcharakteristik aufweist, wird bezüglich seiner Grenzfrequenz und seinem Wert bei  $\omega=0$  korrekt dargestellt.

Zur vollständigen Beschreibung des Zeitverhaltens eines Tiefpasses 1.Ordnung reichen bekanntermaßen die Werte der 3dB-Kreisfrequenz  $\omega_{3dB,n}=1/\tau_{TP}$  von  $F_n(\omega)$  und die Werte von  $F_n(\omega=0)$  in Abhängigkeit von den Halbleiterparametern  $\alpha$ ,  $\tau_n$  und  $L_n$  aus.

$\omega_{3dB,p}(\alpha,\tau_n,L_n)$  kann aus der Gleichung  $\left|F_n(\omega_{3dB,n})/F_n(\omega=0)\right|=1/\sqrt{2}$  analytisch nicht ermittelt werden.

Für verschiedene Parameterwerte von  $\alpha$  und  $L_n$ , wobei  $\tau_n$  durch Gleichung A.13 über  $L_n$  festgelegt ist, kann man, wie in Bild A.3 den Betragsverlauf von  $F_n(\omega)$  numerisch über  $\omega$  darstellen lassen [105]:



**Bild A.3:** Darstellung des normierten Betragsverlaufs  $20\log_{10} |F_n(\omega)/F_n(\omega=0)|$

Aus Bild A.3 kann  $\omega_{3dB,p}(\alpha,\tau_n,L_n)$  durch Setzen von  $\left|F_n(\omega_{3dB,n})/F_n(\omega=0)\right|=1/\sqrt{2}$  als Höhenlinie für verschiedene Werte von  $\alpha L_n$  aus den hier benötigten Wertebereichen abgelesen werden.

Da in  $F_n(\omega)$  die veränderlichen Parameter und die Kreisfrequenz  $\omega$  ausschließlich als Produkte  $\omega\tau_n$  und  $\alpha L_n$  auftreten, kann eine von nur einer unabhängig Veränderlichen abhängige Funktion  $\omega_{3dB,n}\tau_n(\alpha L_n)$  wie in Tabelle A.1 aufgestellt werden.

Da die Wertebereiche der aufgenommenen Wertepaare mehrere Größenordnungen umfassen, erreicht man eine exaktere Approximation wenn man die polynomische Regressionsanalyse für die logarithmierten Wertepaare durchführt, wobei hier zuvor das Produkt  $\alpha L_n$  mit 10 multipliziert wurde.

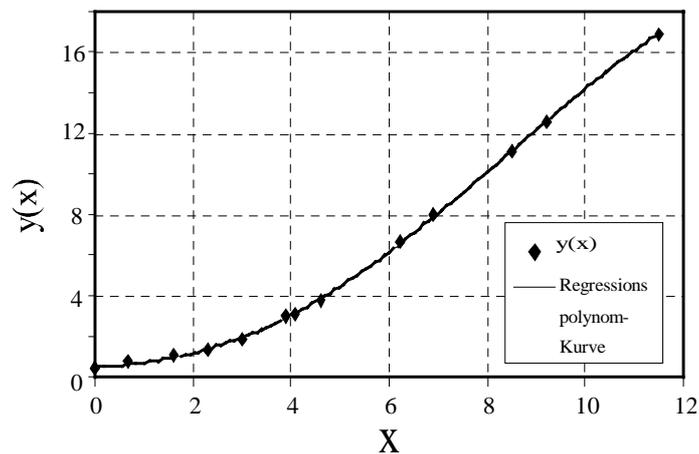
$\alpha L_n$ für: $\alpha = 10^6 \text{ m}^{-1}$	$\frac{\omega_{3\text{dB},n}}{[10^9 \text{ s}^{-1}]}$ für: $\alpha = 10^6 \text{ m}^{-1}$	$\omega_{3\text{dB},n} \tau_n =$ $\omega_{3\text{dB},n} \frac{L_n^2}{\mu_n U_{\text{Temp}}}$	$y(x) = \ln[\omega_{3\text{dB},n} \tau_n]$ $= \ln\left[\omega_{3\text{dB},n} \frac{L_n^2}{\mu_n U_{\text{Temp}}}\right]$	$x = \ln[10\alpha L_n]$
0,1	200	1,6025	0,4715	0
0,2	65	2,0833	0,7339	0,6931
0,5	15	3,0048	1,1002	1,6094
1	4,5	3,6058	1,2825	2,3025
2	2	6,4103	1,8579	2,9957
5	1	20,0321	2,9973	3,9120
6	0,8	23,0769	3,1388	4,094
10	0,56	44,871	3,8037	4,6051
50	0,375	751,21	6,6216	6,2146
100	0,357	2860,57	7,9587	6,9077
500	0,35	70112,2	11,1578	8,5172
1000	0,34	272435	12,5151	9,2103
10000	0,28	22435897	16,9262	11,5129

**Tabelle A.1:** Wertepaare zur Bestimmung einer approximierten Funktion  $y(x)$

Durch die 13 hier bestimmten Wertepaare kann mittels einer polynomischen Regressionsanalyse eine ganzrationale Funktion gelegt werden:

Dabei ergibt sich ein Regressionspolynom 4. Grades, das die ursprünglichen Wertepaare mit einem maximalen relativen Fehler von 8% annähert:

$$y(x) = -0,0007x^4 + 0,0065x^3 + 0,1422x^2 - 0,0033x + 0,565.$$



**Bild A.4:** Approximierendes Regressionspolynom zur analytischen Darstellung der Höhenlinie der Grenzfrequenz  $\omega_{3\text{dB},p}$  aus Bild A.3.

Die Grenzfrequenz berechnet sich somit zu:

$$\omega_{3\text{dB},n} = \frac{\mu_n U_{\text{Temp}}}{L_n^2} \exp(y) \quad (\text{A.14})$$

und man erhält als Näherung für  $F_p(\omega)$  die ÜTF des Tiefpasses 1.Ordnung:

$$F_n'(\omega) = \frac{\alpha L_n}{1 + \alpha L_n} \left[ \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{3dB,n}}} \right]. \quad (\text{A.15})$$

Im Zeitbereich erhält man durch Rücktransformation für den Löcherdiffusionsstromanteil eine inhomogene Differentialgleichung 1.Ordnung, die im CADENCE-Design-Framework implementiert werden kann:

$$I_{\text{Ph,diff,pG,ver}}(t) = q \frac{\eta_{\text{opt,pG,ver}}}{h\nu} A H_0(t) \frac{\alpha L_n}{1 + \alpha L_n} - \frac{1}{\omega_{3dB,n}} \frac{d I_{\text{Ph,diff,pG,ver}}(t)}{dt}. \quad (\text{A.16})$$

Für die Näherung der ÜTF  $F_p(\omega)$  für die Löcherdiffusionsstromanteile ergibt sich völlig analog:

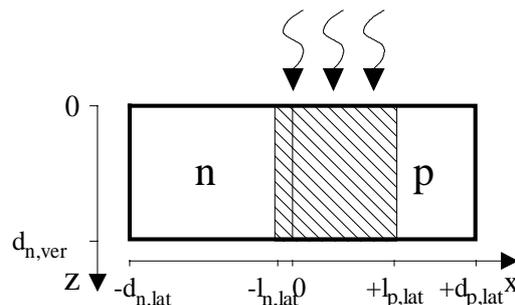
$$\omega_{3dB,p} = \frac{\mu_p U_{\text{Temp}}}{L_p^2} \exp(y), \quad (\text{A.17})$$

$$I_{\text{Ph,diff,nG,ver}}(t) = q \frac{\eta_{\text{opt,nG,ver}}}{h\nu} A H_0(t) \frac{\alpha L_p}{1 + \alpha L_p} - \frac{1}{\omega_{3dB,p}} \frac{d I_{\text{Ph,diff,nG,ver}}(t)}{dt}. \quad (\text{A.18})$$

Für die Elektronendiffusion im feldfreien p-Gebiet mit der Diffusionslänge  $L_n=14\mu\text{m}$  erhält man bei  $\lambda=600\text{nm}$  näherungsweise eine 3dB-Eckfrequenz von  $f_{3dB,\text{diff,pG,ver}}=200\text{MHz}$ . Bei großen Wellenlängen, mit  $\lambda=800\text{nm}$ , sinkt die 3dB-Eckfrequenz auf etwa  $f_{3dB,\text{diff,pG,ver}}=11\text{MHz}$  ab. Für größere Diffusionslängen, mit beispielsweise  $L_n=200\mu\text{m}$ , wie sie aus [106] in Silizium vorkommen können, sinkt die 3dB-Eckfrequenz ebenfalls ab. Die Eckfrequenzwerte der Diffusionsströme sind also für bestimmte Anwendungsfälle nicht mehr zu vernachlässigen. Für die Löcherdiffusion werden, bei ansonsten ähnlichen Diffusionslängen, aufgrund der geringeren Beweglichkeit noch kleinere Eckfrequenzen erreicht.

## A.2 Die Diffusionsphotoströme der lateralen pn-Photodiode

Bei der lateralen pn-Photodiode fällt das Licht parallel zum pn-Übergang ein:



**Bild A.5:** Schematische Darstellung der Struktur einer lateralen pn-Photodiode

Der interne Quantenwirkungsgrad  $\eta_{\text{int}}$  kann bei der lateralen pn-Photodiode durch die exponentiell mit dem Abstand zur Raumladungszone  $x$  abnehmende Wahrscheinlichkeit

$$\exp\left(-\frac{x}{L_{n,p}}\right) \quad (\text{A.19})$$

beschrieben werden, mit der generierte Ladungen zum Photostrom beitragen.

Hier soll der Diffusionsphotostrom nur aus dem feldfreien p-Gebiet  $I_{\text{Ph,diff,pG,lat}}$  berücksichtigt werden. Der Anteil des Diffusionsstromes aus dem feldfreien n-Gebiet  $I_{\text{Ph,diff,nG,lat}}$  ist bei der Modellbildung dem vertikalen Diffusionsstrom zugeteilt worden und kann daher nicht erneut berücksichtigt werden. Im feldfreien p-Gebiet geht photogenerierte Ladung an den direkt benachbarten pn-Übergang im Abstand von  $2w_{p,\text{lat}}$  verloren. Die Wahrscheinlichkeit, mit der eine photogenerierte Ladung zum lateralen Diffusionsphotostrom aus dem feldfreien n-Gebiet beiträgt, ist dann gem. Bild 2.9:

$$\exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2w_{p,\text{lat}} - x}{L_n}\right) \right] \quad (\text{A.20})$$

Der interne Quantenwirkungsgrad ergibt sich durch Mittelung bzw. Integration über das gesamte feldfreie p-Gebiet:

$$\begin{aligned} \eta_{\text{int,pG,lat}} &= \frac{1}{2w_{p,\text{lat}}} \int_{x=0}^{2w_{p,\text{lat}}} \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2w_{p,\text{lat}} - x}{L_n}\right) \right] dx \\ &= \frac{L_n}{2w_{p,\text{lat}}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2w_{p,\text{lat}}}{L_n}\right) \right] - \exp\left(-\frac{2w_{p,\text{lat}}}{L_n}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Durch Koeffizientenvergleich mit Gleichung 2.51 folgt für den statischen Diffusionsphotostrom der lateralen pn-Photodiode der Ausdruck:

$$\begin{aligned} I_{\text{Ph,diff,pG,lat}} &= H_0 A \frac{q}{h\nu} \eta_{\text{opt,latr}} \eta_{\text{int,pG,lat}} = \\ &= H_0 A \frac{q}{h\nu} \eta_{\text{opt,latr}} \left\{ \frac{L_n}{2w_{p,\text{lat}}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2w_{p,\text{lat}}}{L_n}\right) \right] - \exp\left(-\frac{2w_{p,\text{lat}}}{L_n}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Für den optischen Quantenwirkungsgrad, ergibt sich gem. Gleichung 2.8 und Bild 2.9:

$$\eta_{\text{opt,lat}} = (1 - R(\lambda)) \left[ 1 - \exp(-\alpha d_{n,\text{ver}}) \right]. \quad (\text{A.23})$$

Gem. Bild 2.9 ist die wirksame Querschnittsfläche

$$A = l_{\text{Diode}} (d_{n,\text{ver}} + l_p). \quad (\text{A.24})$$

Für die Berechnung der 3-dB Eckfrequenzen wird wie in Kapitel A.1 der Ansatz einer von der Kreisfrequenz  $\omega$  abhängigen, komplexwertigen Diffusionslänge  $L_n(\omega)$  verwendet, und man erhält unter der Annahme, daß  $2w_{p,lat} \gg L_n$ :

$$\eta_{\text{int,pG,lat}}(\omega) = \frac{L_n(\omega)}{2w_{p,lat}} = \frac{L_n}{2w_{p,lat} \sqrt{1 + j\omega\tau_n}}. \quad (\text{A.25})$$

Dieser Ausdruck für den internen Quantenwirkungsgrad ist analytisch lösbar [107]:

$$f_{3\text{dB,diff,pG,lat}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{10^{3/5} - 1} \frac{1}{\tau_n}. \quad (\text{A.26})$$

Bei  $\lambda=600\text{nm}$  ergibt dies näherungsweise eine 3dB-Eckfrequenz von  $f_{3\text{dB,diff,pG,lat}}=3,6\text{MHz}$ . Eine geringe 3dB-Eckfrequenz ist zu erwarten, da die photogenerated Ladungen gem. der Annahme  $2w_{p,lat} \gg L_n$  eine relativ große Strecke durch Diffusion zurücklegen müssen.

### A.3 Die Driftphotoströme der vertikalen pn-Photodiode

Zunächst müssen die elektrische Feldstärke  $E(x)$  und die Driftgeschwindigkeiten  $v(x)$  der generierten Ladungsträger in der RLZ quantitativ bestimmt werden, um eine geeignete Modellbeschreibung für die Driftströme zu finden. Eine rein qualitative Betrachtung ist hier nicht möglich, da die im modellierten Bauelement auftretenden Größen den Aufbau eines zulässigen Modells mit möglichst geringem Aufwand bei realitätsnaher Modellierung entscheidend beeinflussen. Daher müssen die Werte oder Wertebereiche dieser Größen zunächst bestimmt werden.

Laut [108], gilt für die maximale Feldstärke  $-E_{\text{max}}$  in der RLZ:

$$-E_{\text{max}} = -\sqrt{\frac{2q N_A N_D (-U_D - U_{\text{Diode}})}{\epsilon_0 \epsilon_{r,\text{Si}} (N_A + N_D)}}. \quad (\text{A.27})$$

Im Hinblick auf den Einsatz des Photodiodenmodells zur Modellierung eines Photo-MOSFETs werden hier beispielhaft die Werte  $N_A=N_{p,\text{Substrat}}=2 \cdot 10^{14} \text{cm}^{-3}$  und  $N_D=N_{n,\text{Wanne}}=1 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ , die [109] entnommen wurden, angesetzt.

Für den Wert von  $U_D$  erhält man aus Gleichung 2.37 unter Verwendung des Wertes  $n_i=1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$  [110] den Wert  $U_D = 0,595\text{V}$ .

Für geringe Sperrspannungsschwankungen, wie sie im Bereich von  $-5\text{V} < U_{\text{Diode}} < -4\text{V}$  angenommen wurden, kann eine mittlere Sperrschichtspannung  $U_{\text{Diode,m}}=-4,5\text{V}$  zur Berechnung einer als konstant angenommenen mittleren Sperrschichtkapazität  $C_{\text{RLZ,m}}$  herangezogen werden. Dann darf in der Gleichung A.27 anstatt der Wert für  $C_{\text{RLZ}}$  der Wert für  $C_{\text{RLZ,m}}$  eingesetzt werden. Damit ergibt sich:  $E_{\text{max}} = -1,76 \cdot 10^6 \text{Vm}^{-1}$ .

Für die Ausdehnung der gesamten RLZ gilt:

$$w = \sqrt{\frac{2 \varepsilon_0 \varepsilon_{r,\text{Si}} (N_A + N_D) (U_D - U_{\text{Diode}})}{q N_A N_D}} = 5,96 \mu\text{m}. \quad (\text{A.28})$$

Für die Ausdehnung der RLZ gilt laut [111] mit den angenommenen Werten:

$$l_p = w \frac{N_D}{N_D + N_A} = 5,84 \mu\text{m}. \quad (\text{A.29})$$

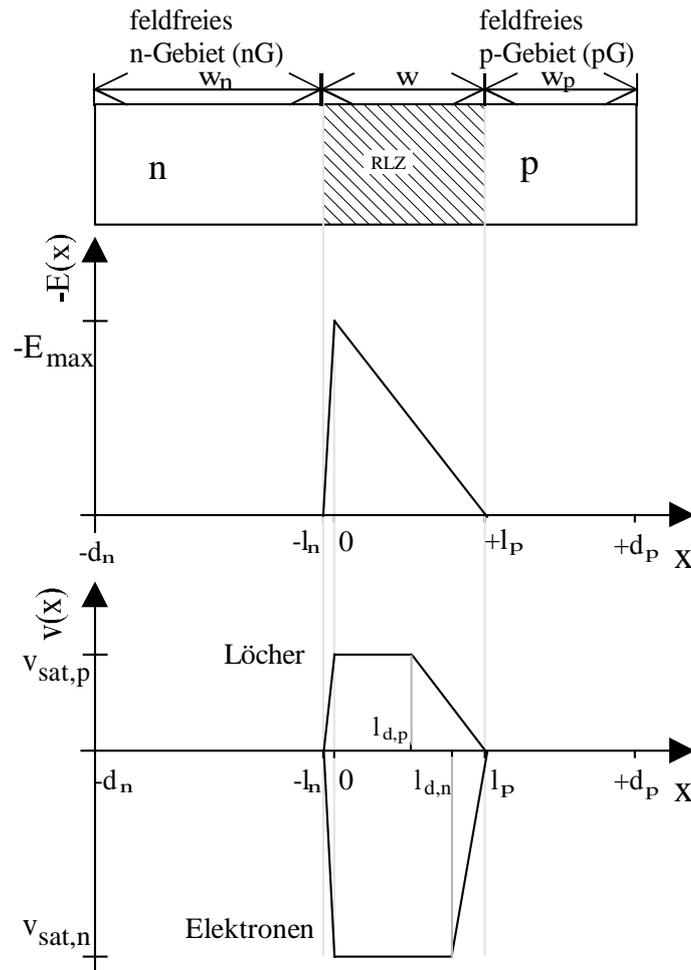
$$l_n = w \frac{N_A}{N_D + N_A} = 0,12 \mu\text{m}. \quad (\text{A.30})$$

Laut [112] und [113] gilt zwischen der elektrischen Feldstärke  $E$  und der Ladungsträgerdriftgeschwindigkeit  $v$  nur unterhalb der Sättigungsfeldstärke  $E_{\text{sat}}$  ein linearer Zusammenhang. Oberhalb von  $E_{\text{sat}}$  kann  $v$  als konstant angenommen werden. In Silizium gilt bei  $T=300\text{K}$ :

$$v_n = -\mu_n E \text{ für } E < E_{\text{sat},n} = 1,0 \cdot 10^6 \text{ Vm}^{-1}, \text{ sonst } v_n = v_{\text{sat},n} = -1,0 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}, \quad (\text{A.31})$$

$$v_p = \mu_p E \text{ für } E < E_{\text{sat},p} = 1,3 \cdot 10^6 \text{ Vm}^{-1}, \text{ sonst } v_p = v_{\text{sat},p} = 0,5 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}. \quad (\text{A.32})$$

Mit diesen Werten ergeben sich die Darstellungen von  $v(x)$  und  $E(x)$  in im folgenden Bild A.6:



**Bild A.6:** Verlauf der elektrischen Feldstärke und der Driftgeschwindigkeiten in der RLZ

Wie deutlich zu erkennen ist existieren drei verschiedene Driftzonen für Elektronen und Löcher in der RLZ, d.h. jeweils zwei Gebiete linearen Geschwindigkeitsanstiegs und ein Gebiet konstanter Driftgeschwindigkeit.

Für eine konstante Driftgeschwindigkeit (z.B. wie in der Absorptionszone einer pin-Diode bei Driftgeschwindigkeitssättigung) bleibt die ortsbezogene Verteilungen der Elektronen- und Löcherdriftströme  $i_{\text{ort},n,p}(x)$  zeitlich gleichförmig. Hier hingegen werden die ortsbezogene Stromverteilungen mit der Zeit nichtlinear verzerrt. Ein versuchsweiser Ansatz zur Driftstromberechnung unter diesen Umständen zeigte, daß für jede Driftzone und für bestimmte Zeitintervalle Teillösungen zu berechnen sind, die mehrfach auf nicht analytisch lösbare sondern tabellierte Integrale führen [114]. Die Einführung einer mittleren Driftgeschwindigkeit in der RLZ führt bei der Modellbildung zu Verfälschungen der Form der Impulsantwort der Driftphotoströme, wobei angenommen werden kann, daß die Anstiegs- und Abfallzeitkonstanten annähernd modelliert werden.

Die Berechnung der formgetreuen Impulsantworten (wie z.B. in [115]) erscheint also nicht sinnvoll, d.h. hier sollen lediglich Zeitkonstanten für ein Tiefpaßmodell 1.Ordnung bei amplitudenmodulierter Bestrahlungsstärke berechnet werden.

Zur Berechnung dieser Zeitkonstanten betrachte man die von einem Lichtpuls der Bestrahlungsstärke  $h(t)=H_0\delta(t)$  zum Zeitpunkt  $t=+0$  laut [116] hervorgerufenen ortsabhängigen Elektronen- und Löcherstromverteilungen. Dabei bezeichnet  $\delta(t)$  die Dirac'sche  $\delta$ -Impulsfunktion:

$$\begin{aligned} I_{\text{ort},n}(x, t = +0) &= q A v_n(x) \int_{t=-\sigma}^{t=+\sigma} g(x, t) dt \\ &= q A v_n(x) \frac{1-R(\lambda)}{h\nu} H_0 \alpha \exp(-\alpha(x+l_n)), \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

$$\begin{aligned} I_{\text{ort},p}(x, t = +0) &= q A v_p(x) \int_{t=-\sigma}^{t=+\sigma} g(x, t) dt \\ &= q A v_p(x) \frac{1-R(\lambda)}{h\nu} H_0 \alpha \exp(-\alpha(x+l_p)). \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

wobei  $\sigma > 0$  eine beliebig kleine Zeitdauer darstellt, und für die Generationsrate laut Gleichung 2.11 gilt:

$$g(x, t) = \frac{1-R(\lambda)}{h\nu} H_0 \delta(t) \alpha \exp(-\alpha(x+l_n)) \quad (\text{A.35})$$

Damit lauten die im äußeren Stromkreis der Photodiode, unter Verwendung konstanter, mittlerer Driftgeschwindigkeiten, durch den Lichtpuls hervorgerufenen Elektronen- und Löcherdriftströme:

$$I_{\text{Ph,drif},n,\text{ver}}(t) = \frac{1}{w} \left[ \text{Heav}(t) - \text{Heav}\left(t - \frac{l_R}{v_{n,m}}\right) \right] \int_{x=-l_n+v_{n,m}t}^{x=+l_p} I_{\text{ort},n}(x, t = +0) dx, \quad (\text{A.36})$$

$$I_{\text{Ph,drif},p,\text{ver}}(t) = \frac{1}{w} \left[ \text{Heav}(t) - \text{Heav}\left(t - \frac{l_R}{v_{p,m}}\right) \right] \int_{x=-l_n}^{x=+l_p-v_{p,m}t} I_{\text{ort},n}(x, t = +0) dx, \quad (\text{A.37})$$

mit  $\text{Heav}(t)$ , der Heavyside'schen Einheitssprungfunktion.

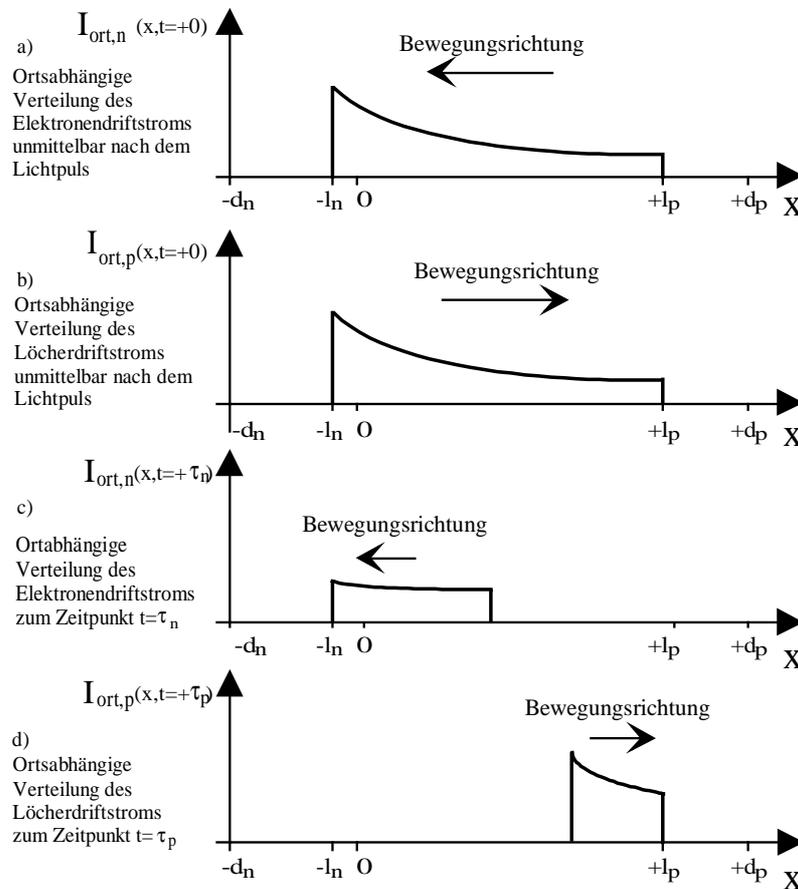
Die mittleren Driftgeschwindigkeiten für Löcher- und Elektronen ergibt sich aus Mittelwertbildung durch Integration :

$$v_{n,m} = \frac{1}{w} \int_{x=-l_n}^{x=+l_p} v_n(x) dx = \frac{v_{\text{sat},n}}{2w} (w + l_{d,n}) < 0, \quad (\text{A.38})$$

$$\text{mit: } l_{d,n} = l_p \left( 1 - \frac{E_{\text{sat},n}}{E_{\text{max}}} \right), \quad (\text{A.39})$$

$$v_{p,m} = \frac{1}{w} \int_{x=-l_n}^{x=+l_p} v_p(x) dx = \frac{v_{\text{sat},p}}{2w} (w + l_{d,p}) > 0, \quad (\text{A.40})$$

$$\text{mit: } I_{d,p} = I_p \left( 1 - \frac{E_{\text{sat},p}}{E_{\text{max}}} \right). \quad (\text{A.41})$$



**Bild A.7:** Ortsbezogene Driftstromverteilungen in der RLZ einer vertikalen pn-Photodiode verursacht durch einen Lichtpuls

Unter der Annahme konstanter Driftgeschwindigkeiten wandern die ortsbezogenen Elektronen- bzw. Löcherstromverteilungen des Zeitpunkts  $t=+0$  mit der Zeit nach links bzw. rechts aus der RLZ heraus, wie in Bild A.7 zu erkennen ist. Deshalb nehmen die Driftstromstärken über der Zeit ab und werden zu Null, wenn die Verteilungen vollständig aus der RLZ gedriftet sind. Zu den angegebenen Zeitpunkten  $t=+\tau_n$  bzw.  $t=+\tau_p$  sind die ursprünglichen Driftstromstärken auf den  $1/\exp(1)$ -ten Wert abgefallen.

Die genannten Zeitkonstanten können demnach als Zeitkonstanten von Tiefpässen 1. Ordnung betrachtet werden, wobei die hier durchgeführten Überlegungen die Impulsantworten der Photodriftströme beschreiben. Die Zulässigkeit einer solchen Tiefpaßnäherung kann dabei durch die in [117] und [118] hergeleiteten Frequenzgänge der Driftströme von pin-Photodioden angenommen werden, wenn man die dargestellten si-Funktionsverläufe durch Tiefpässe 1. Ordnung annähert.

Zur Berechnung der Zeitkonstanten bei der vertikalen pn-Photodiode setzt man den mit  $1/\exp(1)$  multiplizierten Driftstromwert zum Zeitpunkt  $t=+0$ , nach Gleichung A.33 bzw. A.34, gleich dem Driftstromwert aus Gleichung A.36 bzw. A.37 bei  $t=\tau_{n,ver}$  und  $t=\tau_{p,ver}$ . Als Lösung der Gleichungen erhält man die gesuchten Zeitkonstanten:

$$\tau_{n,ver} = \frac{1}{v_{n,m}} \left[ -w_{n,ver} - \frac{1}{\alpha} \ln \left[ \exp(-\alpha w_{n,ver} - 1) + \left[ 1 - \frac{1}{\exp(1)} \right] \exp(-\alpha (d_{n,ver} + l_p)) \right] \right], \quad (A.42)$$

$$\tau_{p,ver} = \frac{1}{v_{p,m}} \left[ l_p + d_{n,ver} + \frac{1}{\alpha} \ln \left[ \left[ 1 - \frac{1}{\exp(1)} \right] \exp(-\alpha w_{n,ver}) + \exp(-\alpha (d_{n,ver} + l_p) - 1) \right] \right]. \quad (A.43)$$

Für die resultierenden Driftströme in der Tiefpaß-Beschreibung erhält man dann im Frequenzbereich:

$$I_{Ph,drif,n,ver}(\omega) = \frac{1}{2} q \frac{\eta_{opt,RLZ,ver}}{h\nu} A H_0(\omega) \left[ \frac{1}{1 + j\omega \tau_{n,ver}} \right], \quad (A.44)$$

$$I_{Ph,drif,p,ver}(\omega) = \frac{1}{2} q \frac{\eta_{opt,RLZ,ver}}{h\nu} A H_0(\omega) \left[ \frac{1}{1 + j\omega \tau_{p,ver}} \right]. \quad (A.45)$$

Im Zeitbereich erfolgt die Darstellung durch inhomogene Differentialgleichungen 1. Ordnung:

$$I_{Ph,drif,n,ver}(t) = \frac{1}{2} q \frac{\eta_{opt,RLZ,ver}}{h\nu} A H_0(t) - \tau_{n,ver} \frac{dI_{Ph,drif,n,ver}(t)}{dt}, \quad (A.46)$$

$$I_{Ph,drif,p,ver}(t) = \frac{1}{2} q \frac{\eta_{opt,RLZ,ver}}{h\nu} A H_0(t) - \tau_{p,ver} \frac{dI_{Ph,drif,p,ver}(t)}{dt}, \quad (A.47)$$

wobei gilt:

$$\eta_{opt,RLZ,ver} = (1 - R(\lambda)) \left[ \exp(-\alpha w_{n,ver}) - \exp(-\alpha (d_{n,ver} + l_p)) \right]. \quad (A.48)$$

Die wirksame optische Fläche ist dann nach Bild 2.9 einzusetzen:

$$A = A_{Diode} + l_{Diode} l_p. \quad (A.49)$$

Die Berechnung von typischen Zeitkonstanten für die Abmessungen und Halbleiterparameter des Photo-MOSFET ergibt bei Licht für  $\lambda=600\text{nm}$ :  $\tau_{n,ver} = 15,8\text{ps}$  und  $\tau_{p,ver} = 152,5\text{ps}$ .

Ermittelt man mit

$$f_{3dB} = \frac{1}{2\pi\tau} \quad (A.50)$$

die 3dB-Eckfrequenzen der Tiefpaßmodelle, so erhält man  $f_{3dB,drif,n,ver} = 10,04\text{GHz}$  und  $f_{3dB,drif,p,ver} = 1,04\text{GHz}$ .

Aufgrund der geringeren Driftgeschwindigkeit und der Richtung des Löcherdriftstroms, bei der der größte Anteil der ortsbezogenen Stromverteilung zuletzt aus der RLZ herausdriftet, ist die Grenzfrequenz des Löcherdriftstromes merklich geringer als diejenige des Elektronendriftstromes.

#### A.4 Die Driftphotoströme der lateralen pn-Photodiode

Hier soll analog zu Kapitel A3 vorgegangen werden, wobei sich wegen der Einstrahlrichtung einfachere Ausdrücke ergeben.

Betrachtet man Bild A.5, so zeigt sich, daß in der lateralen pn-Photodiode der Wert der Generationsrate nicht von der Koordinate  $x$  sondern nur von der Koordinate  $z$  abhängt. Damit sind die ortsbezogenen Driftstromverteilungen, bei Betrachtung infinitesimal dünner pn-Photodioden in den Ebenen konstanter  $z$ -Werte, über dem Ort  $x$  konstant. Vernachlässigt man die Diffusionsströme in  $z$ -Richtung so gilt wegen der linearen Abnahme der Driftstromstärken mit der Zeit aufgrund des gleichmäßigen Herausdriftens der ortsbezogenen Stromverteilungen aus der RLZ für die Zeitkonstanten:

$$\tau_{n,lat} = \left(1 - \frac{1}{\exp(1)}\right) \frac{w}{-v_{n,m}}, \quad (\text{A.51})$$

$$\tau_{p,lat} = \left(1 - \frac{1}{\exp(1)}\right) \frac{w}{v_{p,m}}. \quad (\text{A.52})$$

Die Frequenz- und Zeitbereichsbeschreibungen können wie in Kapitel A.3 formuliert werden. Für die resultierenden Driftströme in der Tiefpaß-Beschreibung erhält man dann im Frequenzbereich:

$$I_{Ph,drif,n,lat}(\omega) = \frac{1}{2} q \frac{\eta_{opt,lat}}{h\nu} A H_0(\omega) \left[ \frac{1}{1 + j\omega \tau_{n,lat}} \right], \quad (\text{A.53})$$

$$I_{Ph,drif,p,lat}(\omega) = \frac{1}{2} q \frac{\eta_{opt,lat}}{h\nu} A H_0(\omega) \left[ \frac{1}{1 + j\omega \tau_{p,lat}} \right]. \quad (\text{A.54})$$

Im Zeitbereich erfolgt die Darstellung durch inhomogene Differentialgleichungen 1. Ordnung:

$$I_{Ph,drif,n,lat}(t) = \frac{1}{2} q \frac{\eta_{opt,lat}}{h\nu} A H_0(t) - \tau_{n,lat} \frac{dI_{Ph,drif,n,lat}(t)}{dt}, \quad (\text{A.55})$$

$$I_{Ph,drif,p,lat}(t) = \frac{1}{2} q \frac{\eta_{opt,lat}}{h\nu} A H_0(t) - \tau_{n,ver} \frac{dI_{Ph,drif,p,lat}(t)}{dt}. \quad (\text{A.56})$$

wobei  $\eta_{opt,lat}$  aus Gleichung A.23 zu entnehmen ist. Die wirksame Fläche bestimmt sich zu

$$A = 2l_{Diode} w. \quad (\text{A.57})$$

Auch hier werden typische Werte unter Verwendung der Parameter und Abmessungen des Photo-MOSFET berechnet:  $\tau_{n,lat} = 60,0\text{ps}$  und  $\tau_{p,lat} = 105,9\text{ps}$ . Für die 3dB-Eckfrequenzen der Tiefpaßmodelle erhält man  $f_{3\text{dB},\text{drif},n,\text{lat}} = 2,63\text{GHz}$  bzw.  $f_{3\text{dB},\text{drif},p,\text{lat}} = 1,50\text{GHz}$ .

Aufgrund der wesentlich schnelleren immanenten Zeitkonstanten der Driftphotoströme sind diese vielen praktischen Fällen gegenüber denen der Diffusionsphotoströme vernachlässigbar.