

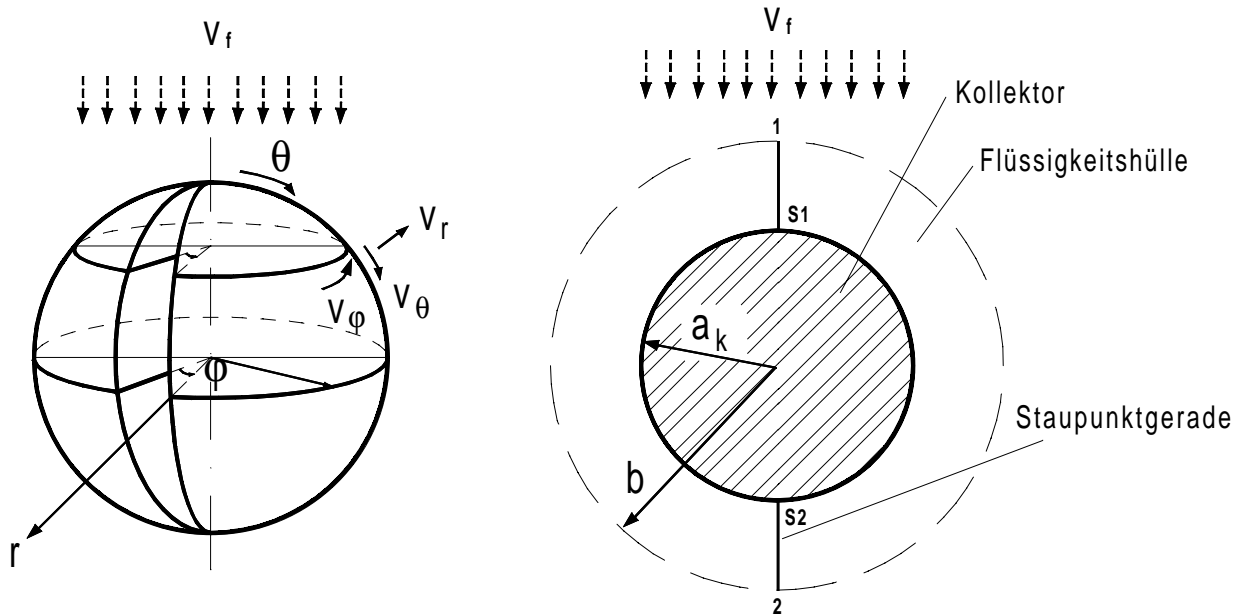
## 4. Deterministische Ansätze für herkömmliche Tiefenfilter

In Kapitel 3 wurde erläutert, daß die Ablösung kugelförmiger Partikel von ebenen Oberflächen durch die Schergradienten der Strömung bewirkt wird. Da der mikroskopische Ablösemechanismus für kugelförmige Partikel prinzipiell bekannt ist, sollen die an ebenen Oberflächen gewonnenen Erkenntnisse auf die Verhältnisse in Tiefenfiltern übertragen werden. Geht man von der realistischen Annahme aus, daß die abgeschiedenen Partikel viel kleiner als die Kollektoren sind, so kann der Kollektor lokal als ebene Oberfläche betrachtet werden, und es gelten lokal die Ablösemechanismen an ebenen Oberflächen. Das Problem reduziert sich somit auf die Bestimmung der Schergradienten an den Kollektoroberflächen.

Im folgenden soll das Strömungsproblem zur Bestimmung der Schergradienten an den Kugeloberflächen gelöst werden. Die komplizierte Strömungsgeometrie erfordert hier z. T. starke Vereinfachungen, die entsprechend weitreichende Folgen für die Ergebnisse haben können. Es werden daher zwei verschiedene Modellansätze untersucht und bezüglich ihrer Eignung diskutiert. Eine wesentliche Erweiterung erfahren die Strömungsmodelle dadurch, daß sie durch Verwendung der vollständigen Navier-Stokes Gleichungen auch bei größeren Strömungsgeschwindigkeiten anwendbar werden.

### ***4.1 Modellierung der Strömungen im Filterbett bei schleichenden Bedingungen***

In einem Tiefenfilter mit einer Schüttung von näherungsweise kugelförmigen Kollektoren liegen z. T. sehr komplexe Strömungsgeometrien vor, so daß hier Vereinfachungen zur Bestimmung der Schergradienten an den Kollektoroberflächen erforderlich sind. In der Filtrationstechnik haben sich zur mikroskopischen Modellierung der Abscheideprozesse sogenannte Zellenmodelle durchgesetzt. Man nimmt hier an, daß der Kollektor von einer symmetrisch um den Kollektor angeordneten Flüssigkeitshülle mit definierter Dicke umgeben wird, in dem die Umströmungsvorgänge ablaufen (vgl. Bild 4.1). Auf dem äußeren Zellenrand wird ein Strömungsfeld definiert, wodurch sich das Strömungsprofil der Zelle im Zu- und Ablauf ergibt; in der Regel wird hier eine Parallelströmung angenommen (vgl. Randbedingung in Tabelle 4.2).



**Bild 4.1:** Erläuterungen zum verwendeten Kugel-Koordinatensystem (links) und dem Happel-Modell (rechts)

Innerhalb der Flüssigkeitshülle gehen die bekannten Strömungsmodelle von der schleichenden Umströmung des Kugelkollektors aus, die durch die Stokes-Gleichung

$$\begin{aligned}\eta \cdot \Delta \vec{v} - \nabla p &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{v} &= 0\end{aligned}\quad (4.1)$$

beschrieben wird. Bei der so gewählten Modellumströmung ergibt sich eine Rotationssymmetrie, so daß keine Strömungen in Richtung der Koordinate  $\phi$  auftreten (vgl. Bild 4.1). Zur Lösung des Problems der Kugelumströmung ist es im weiteren vorteilhaft, Polarkoordinaten zu verwenden und die Geschwindigkeitskomponenten in radialer und tangentialer Richtung durch die Stromfunktion  $\psi(r, \theta)$  auszudrücken.

$$v_r = -\frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (4.2)$$

$$v_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (4.3)$$

Die Lösung der rotationssymmetrischen Kugelumströmung lautet ausgedrückt durch die Stromfunktion mit den dimensionslosen Größen nach Tabelle 4.1,

$$\psi^* = \left( \frac{A}{r^*} + B \cdot r^* + C \cdot r^{*2} + D \cdot r^{*4} \right) \cdot \sin^2 \theta \quad (4.4)$$

wobei die Koeffizienten A-D durch die Randbedingungen zu bestimmen sind.

**Tabelle 4.1:** Dimensionslose Strömungsgrößen

dimensionslose Kenngrößen	Formelzeichen	Definition
Radius	$r^*$	$r^* = \frac{r}{a_k}$
Stromfunktion	$\psi^*$	$\psi^* = \frac{\psi}{a_k^2 \cdot v_f}$
Wirbelstärke	$\zeta^*$	$\zeta^* = \frac{\phi \cdot a_k}{v_f}$
Reynoldszahl	Re	$Re = \frac{v_f \cdot d_k}{\nu}$

Zur dimensionslosen Darstellung wird durch

$$p = \frac{a_k}{b} \quad (4.5)$$

ein Radienverhältnis  $p$  eingeführt, aus dem sich die Porosität  $\varepsilon$  der Zelle wie folgt berechnen läßt.

$$\varepsilon = 1 - p^3 \quad (4.6)$$

Im Bereich der Aerosol- und Hydrosolfiltration wird zwischen den weitverbreiteten Modellen von KUWABARA und HAPPEL unterschieden. Bei dem Zellenmodell von HAPPEL wird der äußere Rand der Flüssigkeitshülle wie eine freie Oberfläche behandelt, woraus sich die Randbedingung einer verschwindenden Schubspannung an der Randoberfläche (TIEN, 1989)

$$\tau_{r\theta} = \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\theta}{r} \right) \right] = 0 \quad (4.7)$$

ergibt. Das Zellenmodell von KUWABARA geht dagegen am äußeren Zellenrand von einer verschwindenden Wirbelstärke

$$\phi = \frac{1}{r} \cdot \left( \frac{\partial (r \cdot v_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (4.8)$$

aus, die der Bedingung einer verschwindenden Schubspannung nahezu identisch ist. Durch Einsetzen von Gleichung 4.8 in Gleichung 4.7 erhält man eine Beziehung zwischen Schubspannung und Wirbelstärke, die die Diskussion beider Ansätze erlaubt:

$$\tau_{r\theta} = \eta \left[ -\phi + 2 \cdot \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right] \quad (4.9)$$

Wird die Änderung der Tangentialgeschwindigkeit in radialer Richtung sehr klein, so gehen die Randbedingungen (4.7) und (4.8) ineinander über und beide Modelle liefern zunehmend ähnlichere Ergebnisse.

**Tabelle 4.2:** Dimensionslose Randbedingungen für die Zellenmodelle von Happel und Kuwabara

Ränder	Happel-Zelle		Kuwabara-Zelle	
$r^* = 1$	$\psi^* = 0$	$\frac{\partial \psi^*}{\partial r^*} = 0$	$\psi^* = 0$	$\frac{\partial \psi^*}{\partial r^*} = 0$
$r^* = R = \frac{1}{p}$	$\psi^* = \frac{1}{2} R^2 \sin^2 \theta$	$\tau_{r\theta} = 0$	$\psi^* = \frac{1}{2} R^2 \sin^2 \theta$	$\zeta^* = 0$

Weitere Randbedingungen ergeben sich aus der Haftung der Flüssigkeit an der festen Kugeloberfläche. Tabelle 4.2 faßt die mathematische Formulierung der Randbedingungen zusammen. Die Ergebnisse für die Koeffizienten A-D sind in Tabelle 4.3 für die verschiedenen Modelle zusammengefaßt. Zusätzlich zu den analytischen Lösungen der Zellenmodelle nach HAPPEL und KUWABARA zeigt Tabelle 4.3 die Lösung der frei angeströmten Kugel. Sie ergibt sich für die Grenzwerte  $p \rightarrow 0$  bzw.  $R \rightarrow \infty$ .

**Tabelle 4.3:** Ergebnis der Koeffizienten A-D für die Kugelumströmung

Koeffizient	Happel-Zelle	Kuwabara-Zelle	freie Kugelumströmung
A	$\frac{1}{4 - 6p + 6p^5 - 4p^6}$	$\frac{R^3 - \frac{5}{2}R^6}{2 - 10R^3 + 18R^5 - 10R^6}$	$\frac{1}{4}$
B	$\frac{-(3 + 2p^5)}{4 - 6p + 6p^5 - 4p^6}$	$\frac{\frac{15}{2}R^6}{2 - 10R^3 + 18R^5 - 10R^6}$	$-\frac{3}{4}$
C	$\frac{2 + 3p^5}{4 - 6p + 6p^5 - 4p^6}$	$\frac{-\frac{5}{2}R^3 - 5R^6}{2 - 10R^3 + 18R^5 - 10R^6}$	$\frac{1}{2}$
D	$\frac{-p^5}{4 - 6p + 6p^5 - 4p^6}$	$\frac{\frac{3}{2}R^3}{2 - 10R^3 + 18R^5 - 10R^6}$	0

#### 4.1.1 Druck und Schergradient auf der Kollektor bzw. Kugeloberfläche

Zur Bestimmung der Strömungskräfte auf dem Kollektor sowie auf die dort abgeschiedene Beladung mit Trübstoffpartikeln ist es erforderlich, den Druck und den Schergradienten auf der Kollektoroberfläche zu ermitteln.

Aus der Definition der Wirbelstärke (Gl. 4.36) folgt, daß der Schergradient an der Kugeloberfläche identisch mit der Wirbelstärke an der Wand ist.

$$\kappa_w(\theta) = \frac{\partial v_\theta}{\partial r} = \phi_w \quad (4.10)$$

Für den Fall, daß die Kugelumströmung durch Gl. 4.4 beschrieben werden kann, berechnet sich die Wirbelstärke im gesamten Strömungsfeld aus

$$\phi(r, \theta) = \frac{v_f \cdot \sin \theta}{r} \left[ 10 \cdot D \cdot \left( \frac{r}{a_k} \right)^2 - 2 \cdot B \cdot \frac{a_k}{r} \right] \quad (4.11)$$

Der Schergradient an der Kugeloberfläche folgt dann aus

$$\kappa_w(\theta) = \frac{v_f \cdot \sin \theta}{a_k} [10 \cdot D - 2 \cdot B] \quad (4.12)$$

Im Vergleich zum Ansatz von AMITHARAJAH (Gl. 3.42) wird hier erkennbar, daß sich der Schergradient an der Kugeloberfläche mit der Winkelkoordinate verändert. In den Staupunkten verschwindet der Schergradient, während er bei  $\theta = \pi/2$  ein Maximum aufweist. Von Bedeutung ist dieser Aspekt insbesondere deshalb, weil die Beladung des Kollektors im oberen Staupunkt am größten ist und somit in der Zone größter Beladung die Ablösekraft minimal wird.

Aus den Navier-Stokes Gleichungen folgt für die Druckänderungen in tangentialer Richtung auf der Kugeloberfläche (vgl. Gl. A4.14 und JENSON, 1959)

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_w = \eta \left[ \phi_w + a_k \cdot \frac{\partial \phi_w}{\partial r} \right] \quad (4.13)$$

bzw. in radialer Richtung entlang der Staupunktgeraden (vgl. Gl. A4.13 und JENSON, 1959)

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{\theta=0} = -\eta \left[ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \frac{\phi \cdot \cot \theta}{r} \right] \quad (4.14)$$

Durch Integration von Gl. 4.13 mit Gl. 4.11 in den Grenzen von  $\theta^* = 0$  bis  $\theta$  erhält man die Druckverteilung auf der Kugeloberfläche zu

$$p_w(\theta) - p_w(0) = -\frac{\eta \cdot v_f}{a_k} \cdot (20 \cdot D + 2 \cdot B) \cdot (\cos \theta - 1) \quad (4.15)$$

Im weiteren folgt aus der Integration von Gl. 4.14 von der Kugeloberfläche bis zum äußeren Zellenrand die Druckänderung entlang der Staupunktgeraden:

$$p_w(\theta=0) - p(b, \theta=0) = \frac{2 \cdot \eta \cdot v_f}{a_k} \left[ 10 \cdot D \cdot \left( \frac{b}{a_k} - 1 \right) + B \cdot \left( \frac{a_k^2}{b^2} - 1 \right) \right] \quad (4.16a)$$

$$p_w(\theta=\pi) - p(b, \theta=\pi) = -\frac{2 \cdot \eta \cdot v_f}{a_k} \left[ 10 \cdot D \cdot \left( \frac{b}{a_k} - 1 \right) + B \cdot \left( \frac{a_k^2}{b^2} - 1 \right) \right] \quad (4.16b)$$

#### 4.1.2 Druckverluste in der Zelle und im Filterbett

Im folgenden wird der Druckverlust bei der Durchströmung der Strömungszelle als die Druckdifferenz zwischen dem Staupunkt auf dem äußeren Zellenrand im Einströmbereich und dem Ausströmbereich definiert (vgl. Bild 4.1). Sie läßt sich abschnittsweise aus den Gleichungen 4.15 und 4.16 berechnen:

Entlang der Staupunktgeraden vom Zellenrand (1) bis zur Kugeloberfläche (S1) ist die Druckänderung:

$$p_1 - p_{s1} = -\frac{2 \cdot \eta \cdot v_f}{a_k} \left[ 10 \cdot D \cdot \left( \frac{b}{a_k} - 1 \right) + B \cdot \left( \frac{a_k^2}{b^2} - 1 \right) \right] \quad (4.17)$$

Die Druckänderung entlang der Kugeloberfläche von S1 bis S2 folgt aus Gl. 4.15:

$$p_{s1} - p_{s2} = -\frac{2 \cdot \eta \cdot v_f}{a_k} \cdot (20 \cdot D + 2 \cdot B) \quad (4.18)$$

Der letzte Abschnitt entlang der Staupunktgeraden von S2 bis zum Punkt 2 folgt aus 4.16:

$$p_{s2} - p_2 = \frac{2 \cdot \eta \cdot v_f}{a_k} \left[ 10 \cdot D \cdot \left( \frac{b}{a_k} - 1 \right) + B \cdot \left( \frac{a_k^2}{b^2} - 1 \right) \right] \quad (4.19)$$

Der Druckverlust in der Zelle ergibt sich aus der Summation der Druckänderungen in den einzelnen Abschnitten zu:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = -\frac{2 \cdot \eta \cdot v_f}{a_k} \cdot (20 \cdot D + 2 \cdot B) \quad (4.20)$$

Das Ergebnis zeigt, daß der Druckverlust ausschließlich durch die Druckänderung entlang der Kugeloberfläche von 0 bis  $\pi$  hervorgerufen wird (Gl. 4.15).

Um die Druckverluste im Filterbett zu berechnen, geht man von einer Kräftebilanz über die gesamte Filterbettlänge  $L$  und dem gesamten Filterquerschnitt aus. Man erhält als Ergebnis, daß der Druckgradient proportional zur Strömungskraft  $F_w$  auf einen Einzelkollektor ist.

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{(1 - \varepsilon) \cdot F_w}{\frac{4}{3} \pi \cdot a_k^3} \quad (4.21)$$

Wie das Ergebnis der Strömungskraft auf einen Einzelkollektor in Gl. 4.25 zeigt, ist der Druckverlust im Filterbett im Gegensatz zum Druckverlust in der Happel-Zelle (Gl. 4.20) nur von  $B$  abhängig. Offensichtlich ist es nicht zulässig, unmittelbar vom Druckverlust in der Happel-Zelle auf den Druckverlust im Filterbett zu schließen. Speziell für das Happel-Modell erhält man eine auch von HAPPEL (1958) schon gefundene Beziehung.

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{6 \cdot \eta \cdot p^3}{a_k^2} \cdot \frac{3 + 2 \cdot p^5}{4 - 6 \cdot p + 6 \cdot p^5 - 4 \cdot p^6} \cdot v_f \quad (4.22)$$

HAPPEL vergleicht diese Beziehung mit dem Darcy-Gesetz und interpretiert den Vorfaktor, der den Parameter  $p$  und den Kollektorradius  $a_k$  enthält, als die Permeabilität der Filterschüttung.

### 4.1.3. Strömungskräfte auf einen kugelförmigen Kollektor

Die auf den Kollektor wirkenden Druck- und Schubspannungen führen zu einer resultierenden Kraftwirkung auf den Kollektor, die entsprechend ihrer Ursache in Druck und Reibungskräfte aufgeteilt werden.

Integration des Druckes (Gl. 4.15) über die gesamte Kugeloberfläche liefert die Druckkraft zu

$$\begin{aligned} F_{w,p} &= 2\pi \cdot a_k^2 \int_0^\pi p_w(\theta) \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta \\ &= -\frac{4}{3} \pi \cdot a_k \cdot \eta \cdot v_f \cdot (20 \cdot D + 2 \cdot B) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Die Reibungskraft folgt aus der Integration der Wandschubspannung  $\tau_w(\theta)$  über die gesamte Kugeloberfläche. Man erhält mit  $\tau_w(\theta) = \eta \cdot \kappa_w(\theta)$  und Gl. 4.12:

$$\begin{aligned}
F_{w,R} &= 2\pi \cdot a_k^2 \int_0^\pi \tau_w(\theta) \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta \\
&= \frac{8}{3} \pi \cdot a_k \cdot \eta \cdot v_f \cdot (10 \cdot D - 2 \cdot B)
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Aus den Gl. 4.23 und 4.24 folgt die gesamte Widerstandskraft zu:

$$F_w = -8\pi \cdot a_k \cdot \eta \cdot v_f \cdot B \tag{4.25}$$

Man erhält insbesondere für den Fall der freien Kugelumströmung (vgl. Tabelle 4.3) das Stokes'sche Widerstandsgesetz, bei dem sich die Widerstandskraft aus 2/3 Reibungswiderstand und 1/3 Druckwiderstand zusammensetzt (HAPPEL und BRENNER, 1986):

$$F_{w,Stokes} = 6 \cdot \pi \cdot a_k \cdot \eta \cdot v_f \tag{4.26}$$

Im weiteren folgt aus Gl. 4.25 die Widerstandskraft auf eine einzelne Kugel in einem Filterbett nach dem Happel-Modell (HAPPEL, 1958):

$$F_{w,H} = \frac{4}{3} \pi \cdot a_k \cdot \eta \cdot v_f \cdot \frac{6 \cdot p^5 + 9}{2 - 3p + 3p^5 - 2p^6} \tag{4.27}$$

Teilt man die Widerstandskraft in Reibungs- und Druckwiderstand auf, so wird der durch den Parameter  $p$  hervorgerufene Porositätseinfluß auf das Verhältnis von Reibungs- und Druckwiderstand deutlich.

$$F_{w,R,H} = \frac{4}{3} \pi \cdot a_k \cdot \eta \cdot v_f \cdot \frac{-6p^5 + 6}{2 - 3p + 3p^5 - 2p^6} \tag{4.28}$$

$$F_{w,p,H} = \frac{4}{3} \pi \cdot a_k \cdot \eta \cdot v_f \cdot \frac{12p^5 + 3}{2 - 3p + 3p^5 - 2p^6} \tag{4.29}$$

Während bei einer freien Kugelumströmung die Reibungskraft noch doppelt so groß ist wie die Druckkraft, kehren sich die Kraftverhältnisse in einem festen Filterbett näherungsweise um, so daß die Druckkräfte ca. doppelt so groß sind wie die Reibungskräfte.

Aus Gl. 4.23 und Gl. 4.20 folgt, daß der Druckgradient in der Happel-Zelle (bezogen auf den Kollektordurchmesser) gleich der Druckwiderstandskraft bezogen auf das Kollektorstückvolumen ist:

$$\frac{\Delta p}{2 \cdot a_k} = \frac{F_{w,p}}{\frac{4}{3} \pi \cdot a_k^3} \tag{4.30}$$



#### 4.1.4 Betausdehnung und Schergradienten im fluidisierten Bett

Unter der Annahme schleichender Bedingungen wurde der Schergradient an der Kugeloberfläche in einem Zellenmodell berechnet (Gl. 4.12). Wird das Filterbett unter der Wirkung der Wasserspülung fluidisiert, so verändert sich u. a. über die von der Bettporosität abhängigen Parameter  $B(\varepsilon)$  und  $D(\varepsilon)$  der Schergradient auf der Kugeloberfläche.

$$\kappa_w(\theta) = \frac{v_f \cdot \sin \theta}{a_k} [10 \cdot D(\varepsilon) - 2 \cdot B(\varepsilon)] \quad (4.12)$$

Da im fluidisierten Zustand die Filterkörner durch die Strömung in einem Schwebезustand gehalten werden, läßt sich aus einem Kräftegleichgewicht der Strömungskraft nach Gl. 4.25 einerseits und der Sedimentationswirkung andererseits der Parameter  $p$  aus

$$\frac{-(3 + 2p^5)}{4 - 6p + 6p^5 - 4p^6} = -\frac{a_k^2 \cdot g \cdot (\rho_N - \rho)}{6 \cdot \eta \cdot v_f} \quad (4.31)$$

ermitteln. Im Grenzfall eines verschwindenden Parameters  $p$  geht in Gl. 4.31 die Strömungsgeschwindigkeit  $v_f$  in die Sedimentationsgeschwindigkeit  $v_s$  eines kugelförmigen Partikels über. Man erhält aus dem Geschwindigkeitsverhältnis ein Betausdehnungsgesetz für kleine Reynoldszahlen (HAPPEL, 1958).

$$\frac{v_f}{v_s} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4 - 6p + 6p^5 - 4p^6}{3 + 2p^5} \quad (4.32)$$

Im Vergleich zu den experimentell ermittelten Korrelationen von Richardson und Zaki (Gl. 3.5) bzw. Fair und Geyer (Gl. 3.8) wird die Fluidisierungsgeschwindigkeit nach Gl. 4.32 über den interessanten Porositätsbereich von 0,45 bis 0,65 um den Faktor 1,5 bis 2 zu klein bestimmt. Es ist daher anzunehmen, daß mit den Zellenmodellen die realen Verhältnisse im Filterbett nur mit eingeschränkter Genauigkeit beschrieben werden können. Die Verwendung deterministischer Zellenmodelle rechtfertigt sich aber dennoch, da sie im Gegensatz zu der makroskopischen Sichtweise der empirischen Korrelationen auch zusätzliche Informationen über mikroskopische Vorgänge liefern können.

Beispielsweise lassen sich die Parameter  $B$  und  $D$  in Gl. 4.12 unter Verwendung von Gl. 4.31 und Gl. 4.6 unmittelbar durch die Bettporosität ausdrücken. Man erhält so eine Beziehung für den Schergradienten an der Kugeloberfläche im fluidisierten Zustand, die bei vorgegebenem Filtermaterial- und Spülwassereigenschaften neben  $\theta$  nur noch von der Bettporosität abhängt.

$$\kappa_{w,fl}(\theta, \varepsilon) = \frac{\left[1 - (1 - \varepsilon)^{\frac{5}{3}}\right] \cdot a_k \cdot g \cdot (\rho_N - \rho)}{\left[3 + 2 \cdot (1 - \varepsilon)^{\frac{5}{3}}\right] \cdot \eta} \cdot \sin \theta \quad (4.33)$$

Die hier abgeleitete Gleichung 4.33 stellt einen neuartigen, deterministischen Modellansatz zur Beschreibung der Ablösebedingungen in einem fluidisierten Filterbett dar. Wie in Kapitel 4.2 noch dargelegt wird, kann der für schleichende Bedingungen abgeleitete Ansatz (Gl. 4.33) auch noch für größere Reynoldszahlen ( $Re < 30$ ), die noch von technischer Bedeutung für die Spülung herkömmlicher Tiefenfilter sind, mit hinreichender Genauigkeit verwendet werden.

In dem Zellenmodell muß man bei zunehmender Fluidisierung und damit steigender Beweglichkeit der Filterkörner davon ausgehen, daß sich die Filterkörner relativ zur Strömungsrichtung auch zunehmend drehen. Aus diesem Grunde muß in der Veränderung des Strömungswinkels  $\theta$  und der daraus resultierenden Möglichkeit, daß der maximale Schergradient kurzfristig an allen Positionen der Kornoberfläche angreifen kann, ein wesentlicher Ablösemechanismus während einer intensiven Fluidisierung gesehen werden.

Vergleicht man den maximalen Schergradienten (mit  $\theta = \pi/2$ ) nach Gl. 4.33 mit dem mittleren Schergradienten aus dem Ansatz von AMIRTHARAJAH im Filterbett (Gl. 3.42), der seiner Einschätzung nach als der bisher einzige Ansatz zur Beschreibung der Ablösebedingungen in einem fluidisierten Bett anzusehen ist, so lassen sich folgende wesentlichen Unterschiede feststellen:

- $\kappa_{w,fl}$  wird an der Kugeloberfläche unmittelbar an der Beladung bestimmt, nicht im Fluid
- $\kappa_{w,fl}$  hängt im Gegensatz zu Gl. 3.42 nicht mehr explizit, sondern lediglich noch implizit über die Bettporosität von der Spülgeschwindigkeit ab.
- $\kappa_{w,fl}$  steigt proportional zum Kollektorradius, während Gl. 3.42 gar nicht mehr explizit vom Kollektorradius abhängt.
- Die Schubspannung an der Kollektoroberfläche ist unter Verwendung von Gl. 4.33 nicht mehr explizit von der Viskosität des Spülwassers abhängig. Auch die implizite Viskositätsabhängigkeit von  $\varepsilon$  in Gl. 4.33 beeinflusst die Schubspannung nur geringfügig. Die Schubspannung nach Gl. 3.42 steigt dagegen proportional zu  $\eta^{0,5}$ , jedoch wird der Effekt durch die Viskositätsabhängigkeit von  $\varepsilon$  kompensiert, so daß die Ablösekraft

sowohl nach Gl. 3.42 als auch nach Gl. 4.33 weitgehend unabhängig von der Spülwassertemperatur ist.<sup>1</sup>

- In dem Ansatz von AMIRTARAJAH durchläuft der mittlere Schergradient in Abhängigkeit der Bettporosität ein relatives Maximum, das bei einer Bettporosität von ca. 0,8 liegt. In Gl. 4.33 findet sich gegeben kein relatives Maximum.
- Der maximale Schergradient nach 4.33 liefert einen ca. 2-3 fach höheren Wert als der mittlere Schergradient nach 3.42 (Parameter:  $d_k=1\text{mm}$ ,  $v=1\cdot 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ,  $\rho_N-\rho =1600\text{ kg/m}^3$ ).

Als weiterer Unterschied zwischen Gl. 4.33 und Gl. 3.42 ist festzustellen, daß die auf einem deterministischen Modell beruhende Gl. 4.33 eine starke Ungleichverteilung des Schergradienten auf der Kugeloberfläche zeigt, während Gl. 3.42 dazu keine Informationen gibt.

## 4.2 Erweiterung für große Reynoldszahlen

In den bisherigen Kapiteln wurden die Strömungsvorgänge um den Kollektor als schleichend betrachtet, was sehr langsame Umströmungen des Kollektors impliziert. Insbesondere bei der Spülung von Tiefenfiltern trifft die Voraussetzung einer schleichenden Umströmung des Kollektors nicht mehr, bzw. nur noch sehr eingeschränkt, zu.

Um die Strömungsvorgänge auch bei größeren Strömungsgeschwindigkeiten noch berechnen zu können, muß von den vollständigen Navier-Stokes Gleichungen ausgegangen werden. Unter inkompressiblen Bedingungen, wie sie bei herkömmlichen Strömungen mit Wasser vorliegen, können die Navier-Stokes Gleichungen

$$\rho \cdot \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] - \eta \cdot \Delta \vec{v} = -\nabla p \quad (4.34)$$

$$\text{div}(\vec{v}) = 0$$

nach Einschätzung von HIRSCH (1988) im laminaren Strömungsbereich auch für dreidimensionale Strömungen mit vertretbaren Rechenzeiten numerisch gelöst werden.

In dem Spezialfall von Kugelumströmungen ist es für numerische Berechnungen vorteilhaft, Kugelkoordinaten zu verwenden und die Navier-Stokes Gleichungen (Gl. 4.34) durch die

---

<sup>1</sup> VALENCIA und CLEASBY (1979) vertreten die Ansicht, daß mit abnehmender Viskosität die Reinigungswirksamkeit der Wasserspülung ansteigt. Sie gehen dabei von der falschen Annahme aus, daß der Schergradient (Gl. 3.42) und nicht die Schubspannung die Reinigungswirksamkeit bestimmt.

Wirbeltransportgleichung zu ersetzen (vgl. Anhang A4.1). Für rotationssymmetrische Umströmungen reduziert sich die vektorielle Wirbeltransportgleichung auf eine skalare Gleichung für die Wirbelstärke.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\phi}{r \cdot \sin \theta} \right) - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\phi}{r \cdot \sin \theta} \right) \right] \\ = \frac{v}{r \cdot \sin \theta} \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} (\phi \cdot r \cdot \sin \theta) + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial (\phi \cdot r \cdot \sin \theta)}{\partial \theta} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.35)$$

Die hier vorliegende Gleichung läßt sich zur Behandlung von instationären, rotationssymmetrischen Strömungsproblemen in Kugelkoordinaten verwenden. Der Term auf der rechten Seite berücksichtigt den nur bei sehr kleinen Strömungsgeschwindigkeiten dominierenden Reibungseinfluß, während der zweite Term auf der linken Seite die konvektiven Trägheitsanteile der Umströmung erfaßt. Dieser konvektive Anteil, der nach Literaturangaben bei Reynoldszahlen unter 0,1 vernachlässigt werden darf, gewinnt mit steigender Reynoldszahl gegenüber dem Reibungsterm zunehmend an Bedeutung. Unter den Bedingungen sehr kleiner Reynoldszahlen, wenn der Trägheitseinfluß vernachlässigt werden kann, spricht man von schleichenden Strömungen. Oftmals werden auch noch Lösungen bis  $Re=1$  als schleichende Strömungen behandelt, da sich für diesen Fall noch analytische Lösungen ableiten lassen.

Die vollständige, partielle Differentialgleichung für die Wirbelstärke ist vom parabolischen Typ und läßt sich in der Regel nur numerisch lösen. Zur Lösung der Gleichung muß parallel eine Gleichung für die Stromfunktion  $\psi$  gelöst werden, die vom elliptischen Typ ist. Hierzu wird von der Definitionsgleichung der Wirbelstärke in Kugelkoordinaten ausgegangen (unter der Annahme der Rotationssymmetrie)

$$\phi = \frac{1}{r} \cdot \left( \frac{\partial (r \cdot v_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \quad (4.36)$$

und die darin auftauchenden Geschwindigkeitsformulierungen durch die Gleichungen 4.2 und 4.3 ersetzt:

$$\phi = \frac{1}{r \cdot \sin \theta} \cdot \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right] \quad (4.37)$$

Ein Lösungsverfahren basierend auf der instationären Wirbeltransportgleichung 4.35 gekoppelt mit Gleichung 4.37 liefert folgende Vorteile zur Ermittlung stationärer Lösungen:

- Aufgrund des für instationäre Bedingungen entwickelten Lösungsverfahrens werden lediglich stabile Lösungen gefunden. Instabile Lösungen, wie sie bei stationären Verfahren auftreten könnten, scheiden von vornherein aus.
- Als Ergebnis erhält man unmittelbar eine Lösung für die Stromfunktion, aus der die Geschwindigkeiten in dem betreffenden Punkt durch Ableitungen bestimmt werden können. Das Strömungsprofil kann daher anschaulich dargestellt werden.
- Die Randbedingungen lassen sich in einfacher Weise durch Stromfunktion und Wirbelstärke formulieren, so daß hier ein effektiver Algorithmus formuliert werden kann.
- Es lassen sich auch instationäre Vorgänge, wie das Anfahren eines Filters, berechnen.

Zur Lösung der Differentialgleichung 4.35 wurde für die nachfolgend beschriebenen Strömungsberechnungen ein Finite-Differenzen Verfahren eingesetzt, bei dem die Differentialquotienten durch Differenzenquotienten höherer Ordnung approximiert werden. Das numerische Verfahren wurde zur Untersuchung von Kugelumströmung bei größeren Reynoldszahlen in Form eines FORTRAN-Codes realisiert.

Von HILPRECHT (1975) wurde diese Methode zur Berechnung der Beschleunigungsphase einer sedimentierenden Kugel verwendet. JENSON (1959) und HAMIELEC et al. (1967) führten mit einem ähnlichen Verfahren eine der ersten Berechnungen von Kugelumströmungen bei größeren Reynoldszahlen durch. Die Autoren gingen allerdings von der stationären Wirbeltransportgleichung aus.

Für den Berechnungsgang wird in dem Strömungsgebiet um den Kollektor ein Rechengitter definiert (vgl. Anhang A4.2), auf dessen Gitterpunkten die Differenzgleichungen erfüllt werden. Das hier eingesetzte numerische Verfahren, das vom Prinzip auch für die Durchströmung permeabler Kollektoren verwendet wird (Kapitel 5), wird im Kapitel 5.3 näher erläutert. Vergleiche mit den analytischen Lösungen nach Gl. 4.4 und Gl. 4.11 lieferten bei kleinen Reynoldszahlen einen maximalen Fehler von unter 0,5% für die numerische Lösung.

#### **4.2.1 Anfangs- und Randbedingungen**

Um die Anzahl der Gitterpunkte gering zu halten, kann die Symmetrie des Strömungsproblems ausgenutzt werden und lediglich die Umströmung einer Hälfte der Kugel

berechnet werden (vgl. Bild A4.1 im Anhang). An den so neu entstehenden Symmetrierändern, die im vorliegenden Fall entlang der Staupunktgeraden entstehen, sind zu den in Tabelle 4.2 zusammengefaßten Randbedingungen neue Randbedingungen zu formulieren.

Da an den Symmetrierändern alle Ableitung nach  $\theta$  verschwinden, müssen an diesen Stellen sowohl die Stromfunktion als auch die Wirbelstärke verschwinden:

$$\begin{aligned}\psi(r = a_k, \theta = 0) &= 0 \\ \psi(r = a_k, \theta = \pi) &= 0 \\ \phi(r = a_k, \theta = 0) &= 0 \\ \phi(r = a_k, \theta = \pi) &= 0\end{aligned}\tag{4.38}$$

Im weiteren ist es für die numerische Berechnung erforderlich, die in Tabelle 4.2 beschriebenen Randbedingungen durch die Wirbelstärke und die Stromfunktion zu formulieren. So wird die Strömungsgeschwindigkeit am Rand der Happel-Zelle unmittelbar durch die Stromfunktion ausgedrückt.

$$\psi(r = b, \theta) = \frac{v_f}{2} \cdot b^2 \cdot \sin^2 \theta\tag{4.39}$$

Aus der Bedingung der verschwindenden Wandschubspannung läßt sich aus Gl. 4.9 und der Randbedingung 4.39 folgende Randbedingung für die Wirbelstärke am Happel-Zellenrand ableiten (vgl. Anhang A4.4):

$$\phi(r = b, \theta) = \frac{2}{b^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\text{Re} \cdot v}{b^2} \cdot \sin \theta\tag{4.40}$$

An der Kugeloberfläche kann die Wirbelstärke unter Ausnutzung der Haftbedingung durch die Stromfunktion ausgedrückt werden:

$$\phi(r = a_k, \theta) = \frac{1}{a_k \cdot \sin \theta} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}\tag{4.41}$$

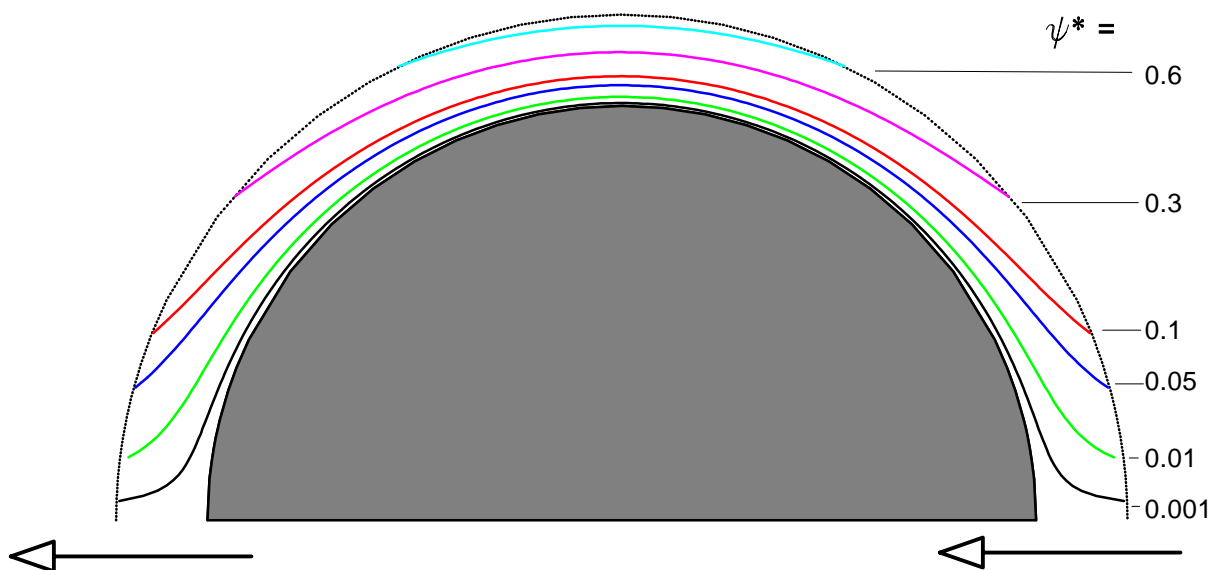
Für die Berechnungen wird im weiteren davon ausgegangen, daß die Strömung zu Beginn in Ruhe ist. Daher lautet die Anfangsbedingung, daß die Stromfunktion und die Wirbelstärke auf dem gesamten Strömungsgebiet verschwindet.

$$\begin{aligned}\psi(r, \theta) &= 0 \\ \phi(r, \theta) &= 0\end{aligned}\tag{4.42}$$

### 4.2.2 Auswirkungen steigender Reynoldszahlen

Mit steigenden Reynoldszahlen kommen den Trägheitseinflüssen auf die Strömung zunehmende Bedeutung zu, so daß entsprechende Auswirkungen auf den Schergradienten und die Druckverteilung an der Kollektoroberfläche mit den daraus resultierenden Wirkungen auf die Widerstandskraft und der Bettexpansion zu erwarten sind.

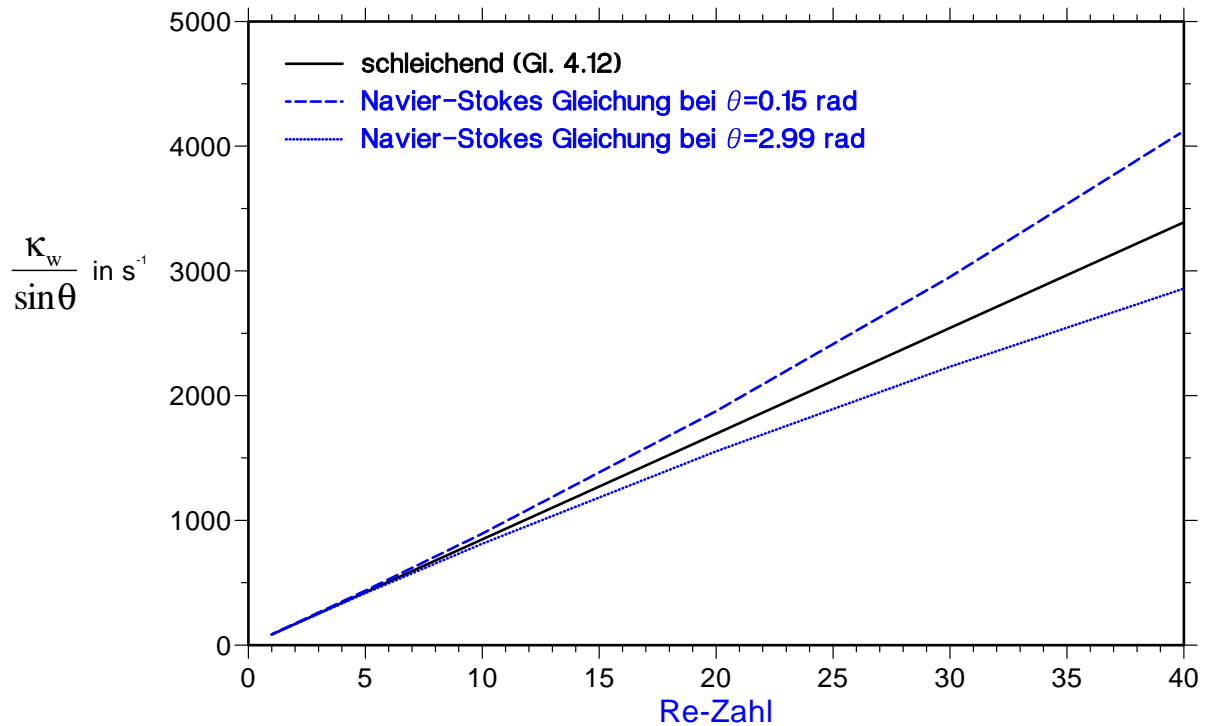
Bild 4.2 zeigt Stromlinien um einen Kollektor bei einer Reynoldszahl von 40. Man sieht, daß die Stromlinien noch weitgehend spiegelsymmetrisch zu einer durch die Kugelmitte und normal zur Anströmachse gedachten Ebene verlaufen, wie es charakteristisch für die schleichenden Kugelumströmungen ist. Offensichtlich wirken sich die Trägheitskräfte in dem Zellenmodell bei dieser Reynoldszahl noch nicht so stark aus.



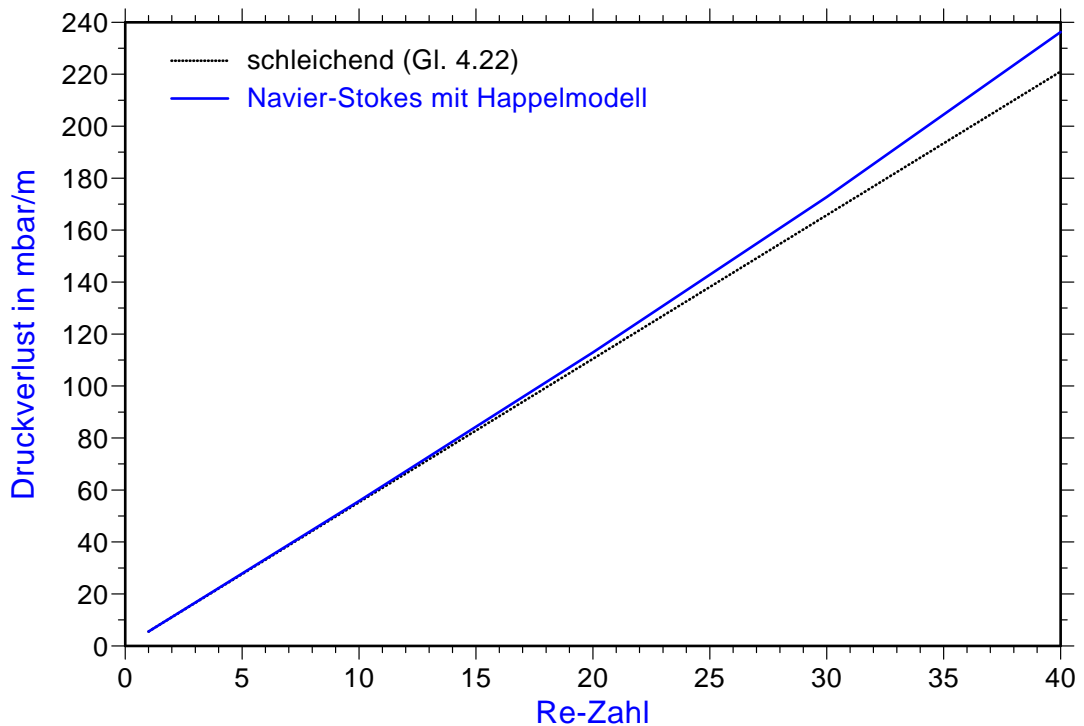
**Bild 4.2:** Berechnete Stromlinien um einen massiven Kollektor mit dem Happel-Modell  
Parameter:  $Re=40$ ,  $\epsilon=0.45$ )

Die Auswirkungen der steigenden Reynoldszahl auf den maximalen Schergradienten an der Kollektoroberfläche sind in Bild 4.3 dargestellt. Aus den Ergebnissen für die Lösung der vollständigen Navier-Stokes Gleichungen erkennt man, daß mit zunehmender Reynoldszahl der Schergradient nicht mehr ausschließlich proportional zur Reynoldszahl und zu  $\sin(\theta)$  ist. In der Einströmzone ist der Schergradient etwas höher als in der Ausströmzone. Dabei läßt sich feststellen, daß die für schleichende Bedingungen abgeleitete Gl. 4.12 im Mittel eine gute Näherung für die Verteilung des Schergradienten an der Kollektoroberfläche liefert.

Im weiteren zeigt Bild 4.4, daß die Verwendung der vollständigen Navier-Stokes Gleichungen nur geringfügig höhere Druckverluste im Filterbett, d. h. auch nur unwesentlich höhere Widerstandskräfte auf einen Kollektor, erzeugen. Da sowohl die Widerstandskraft nach Gl. 4.25 und der Schergradient nach Gl. 4.12 eine gute Näherung für größere Reynoldszahlen ( $Re < 40$ ) darstellen, muß auch die aus den Gleichungen 4.12 und 4.25 abgeleitete Gl. 4.33 eine entsprechend gute Näherung für den Schergradienten an der Kollektoroberfläche des fluidisierten Bettes darstellen.



**Bild 4.3:** Vergleich der berechneten Schergradienten bei Annahme schleichender Strömung mit der Lösung der vollständigen Navier-Stokes Gleichungen (Parameter:  $d_k=1\text{mm}$ ,  $\nu=1\cdot 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ,  $\varepsilon=0.45$ )



**Bild 4.4:** Vergleich der berechneten Druckverluste bei Annahme schleichender Strömung mit der Lösung der vollständigen Navier-Stokes Gleichungen im Zellenmodell nach Happel (Parameter:  $d_k=1\text{mm}$ ,  $\nu=1\cdot 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ,  $\rho=1000\text{ kg/m}^3$ ,  $\varepsilon=0.45$ )

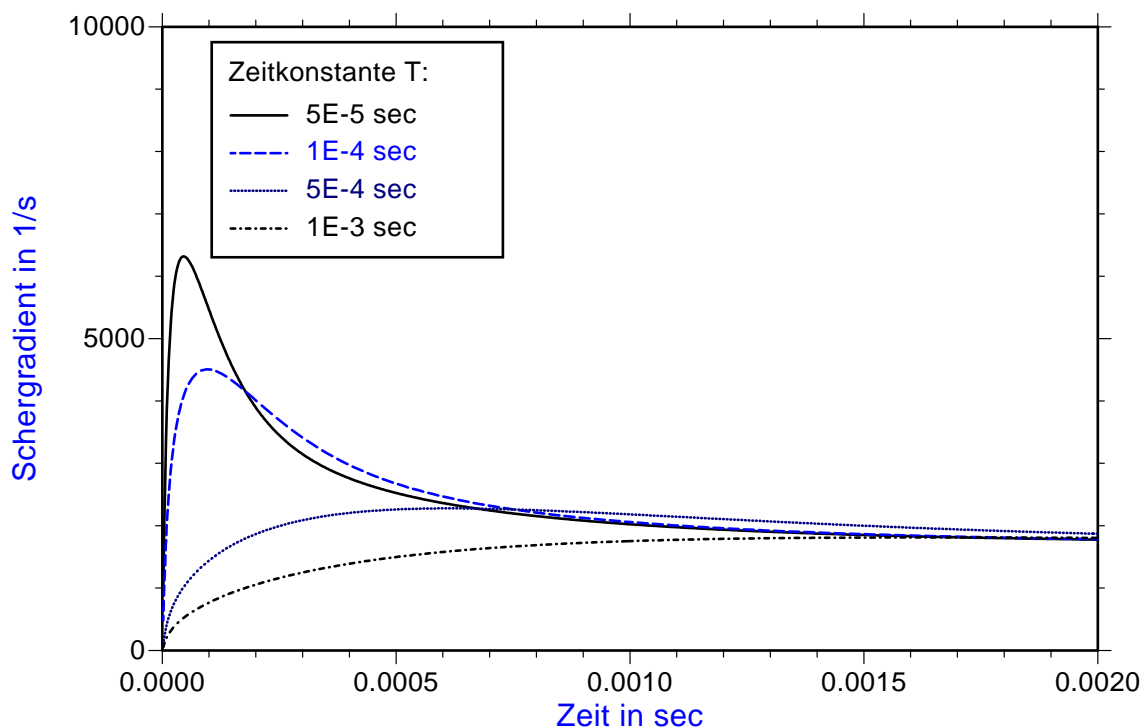


### 4.2.3 Einfluß des instationären Anfahrvorganges

Bei den bisher vorgestellten Berechnungsergebnissen wurden lediglich die stationären Lösungen dargestellt, die sich erst nach einer mehr oder weniger langen Zeit einstellen. Da das numerische Lösungsverfahren prinzipiell auch die instationären Vorgänge berechnen kann, werden hier mit dem Zellenmodell von Happel die Schergradienten an der Kollektoroberfläche in Abhängigkeit der Zeit betrachtet. Das instationäre Anfahren des Filters wird dabei anstelle einer konstanten Geschwindigkeit  $v_f$  in der Randbedingung nach Gl. 4.39 durch eine von der Zeit abhängige Geschwindigkeit bzw. Reynoldszahl approximiert.

$$\text{Re}(t) = \text{Re}_0 \cdot [1 - \exp(-t / T)] \quad (4.43)$$

Die Zeitkonstante  $T$  in Gleichung 4.43 kann als die Zeitdauer interpretiert werden, nach der die Reynoldszahl ca. 63% ihres stationären Betrages  $\text{Re}_0$  erreicht hat. Die für die Berechnungsergebnisse in Bild 4.5 eingesetzten Zeitkonstanten sind im Vergleich zu den in der Filtrationspraxis auftretenden Werten sehr klein gewählt worden, um einen Effekt aufgrund der instationären Bedingungen deutlich zu machen.



**Bild 4.5:** Bedeutung des Anfahrvorganges für die Größe des Schergradienten an der Kollektoroberfläche (Parameter:  $d_k=1\text{mm}$ ,  $\text{Re}=20$ ,  $v=1 \cdot 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ,  $\rho=1000\text{ kg/m}^3$ ,  $\varepsilon=0.45$ ,  $\theta=\pi/2$ )

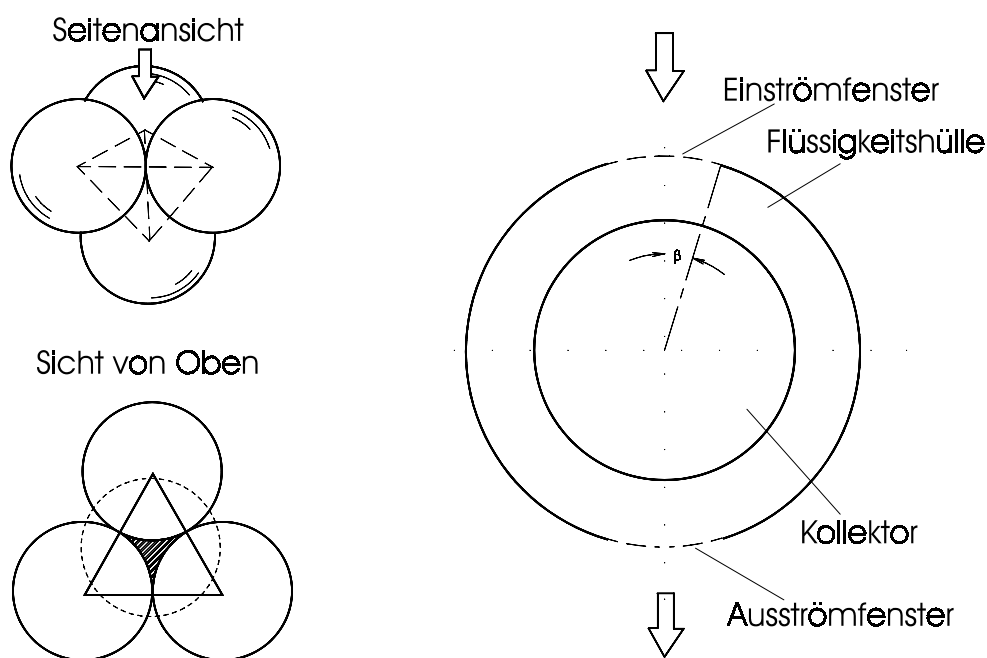
Die Berechnungsergebnisse des Strömungsmodells zeigen (vgl. Bild 4.5), daß unter instationären Bedingungen der Schergradient bei sehr schnell beschleunigter Strömung für

kurze Zeit deutlich höhere Werte gegenüber der stationären Lösung haben kann. Mit zunehmender Zeit konvergiert der Schergradient gegen die stationäre Lösung. Wenn die Zeitkonstanten im Hinblick auf die Filtrationspraxis auch sehr klein gewählt wurden, so geben die Berechnungsergebnisse unter Berücksichtigung der Näherung durch das Happel-Modell dennoch einen Hinweis darauf, daß aufgrund von Geschwindigkeitsänderungen kurzzeitig erheblich höhere Schergradienten auftreten können.

Wie BERNHARD und GIMBEL (1995) feststellen, können sich Änderungen der Filtergeschwindigkeit von mehr als 1% bis 2% pro Minute in einen Trübstoffstoß im Filterablauf bemerkbar machen. Dabei ist in diesem Zusammenhang anzunehmen, daß der Trübstoffstoß als Folge kurzfristig erhöhter Schergradienten an den Kollektoroberflächen auftritt. Da entgegen der Ergebnisse aus den Modellrechnungen in der Praxis auch vergleichsweise große Zeitkonstanten zu erhöhten Schergradienten führen können, wird das hier beschriebene Strömungsmodell vermutlich die realen Verhältnisse lediglich qualitativ richtig wiedergeben können. Auf diesen Aspekt wird im folgenden noch eingegangen.

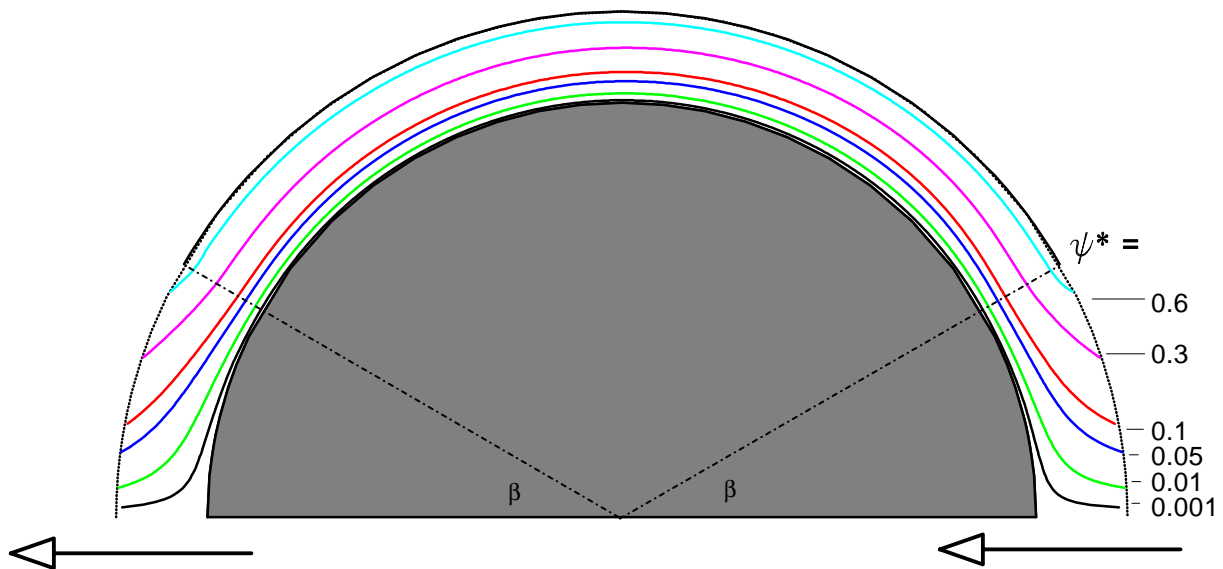
### 4.3 Ein modifiziertes Zellenmodell

THAN, YAO und TIEN (1989) modifizieren das Happel-Modell dadurch, daß sie die Porengeometrie der Schüttung bei der Ein- und Ausströmung der Happel-Zelle stärker berücksichtigen (Bild 4.6). Sie nehmen abweichend von dem herkömmlichen Happel-Modell an, daß die Anströmung der Happel-Zelle nicht auf dem gesamten Zellenrand, sondern lediglich in einem definierten Strömungsfenster konzentrisch um den Staupunkt erfolgt.



**Bild 4.6:** Strömungsmodell im Filterbett in Anlehnung an das Happel-Modell

Der gegenüber dem herkömmlichen Happel-Modell veränderte äußere Zellenrand soll nach THAN, YAO und TIEN (1989) weiterhin als freie Oberfläche aufgefaßt werden, bei der die Wandschubspannung verschwindet. Zur numerischen Berechnung der Umströmung in dem Zellenmodell mit den vollständigen Navier-Stokes Gleichungen sind in dem nicht durchströmbaren Gebiet des äußeren Zellenrandes die Randbedingungen für die Stromfunktion und die Wirbelstärke neu zu formulieren. Ansonsten gelten die Anfangs- und Randbedingungen nach Kapitel 4.2.1.



**Bild 4.7:** Berechnete Stromlinien um einen massiven Kollektor (modifiziertes Happel-Modell)

Parameter:  $Re = 40$ ,  $\beta = 30^\circ$ ,  $\varepsilon = 0,45$

Die Forderung, daß der äußere Zellenrand (ohne die Ein- und Ausströmfenster) nicht durchströmt werden kann, liefert die Randbedingung, daß die Stromfunktion auf dem Zellenrand konstant bleiben muß. Die Stromfunktion entspricht daher dem Wert der Stromfunktion am Rand des Einströmfensters zum nicht durchströmbaren Zellenrand.

Für die Wirbelstärke (Gl. 4.36) folgt aus der Bedingung der nicht durchströmbaren, freien Oberfläche und der Bedingung einer verschwindenden Schubspannung die Randbedingung

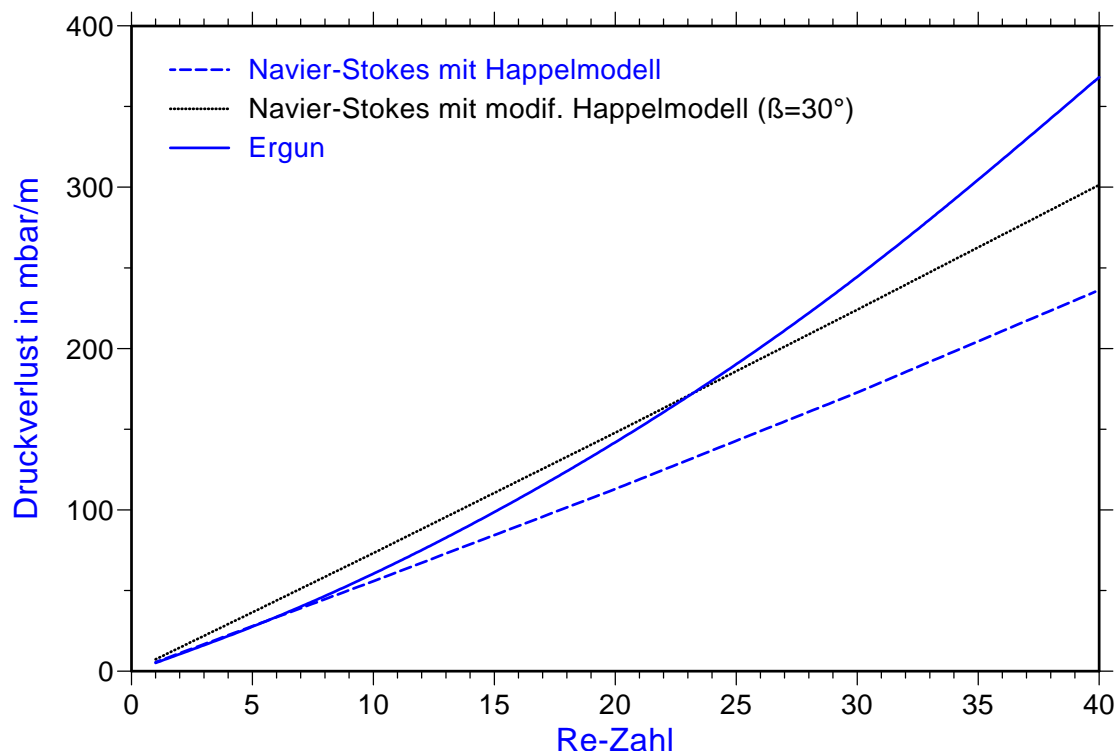
$$\phi(r = b, \theta) = \frac{2}{b^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (4.44)$$

In Bild 4.7 ist der Verlauf berechneter Stromlinien bei der Umströmung eines massiven Kollektors mit dem modifizierten Happel-Modell dargestellt. Man erkennt, daß in den konzentrischen Ein- und Auströmfenstern mit dem Öffnungswinkel  $\beta$  die Stromlinien eine

starke Umlenkung erfahren. Ansonsten stellt sich trotz der vergleichsweise hohen Reynoldszahl von 40 der Verlauf der Stromlinien weitgehend spiegelsymmetrisch zu einer durch die Kugelmitte und normal zur Anströmachse gedachten Ebene dar. Eine weitere Folge der vergleichsweise kleinen Strömungsfenster ist ein Düseneffekt mit erhöhten Strömungsgeschwindigkeiten, der im weiteren zu deutlich höheren Schergradienten an den Kollektoroberflächen in den betreffenden Zonen führt.

#### 4.4 Diskussion der Strömungsmodelle

Die hier beschriebenen Zellenmodelle stellen eine z. T. sehr starke Vereinfachung der geometrischen Verhältnisse im Filterbett dar, so daß daraus Rückwirkungen auf die Qualität der Modellierungen zu erwarten sind. Eine Möglichkeit, die Qualität der Modellierung zu prüfen, besteht darin, den berechneten Druckverlust im Filterbett mit realen Meßergebnissen oder hochwertigen empirischen Korrelationen zu vergleichen.



**Bild 4.8:** Vergleich der Druckverluste im Filterbett aus den Zellenmodellen mit einer empirischen Korrelation (Parameter:  $d_k=1\text{mm}$ ,  $\nu=1\cdot 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ,  $\rho=1000\text{ kg/m}^3$ ,  $\varepsilon=0.45$ )

In Bild 4.8 wurden die auf der Grundlage der Navier-Stokes Gleichungen numerisch berechneten Druckverluste unter Verwendung der Zellenmodelle aus Kapitel 4.1 und 4.3 im Filterbett mit der empirischen Korrelation von ERGUN (Gl. 3.2) verglichen. Man erkennt sehr deutlich, daß die numerisch berechneten Druckverluste gegenüber der Korrelation von

ERGUN nicht den typischen quadratischen Anstieg des Druckverlustes mit der Reynoldszahl aufweisen. Der Druckverlust mit dem herkömmlichen Zellenmodell nach Happel zeigt bei sehr kleinen Reynoldszahlen bis zu einem Wert von ca. 10 eine sehr gute Übereinstimmung. Oberhalb einer Reynoldszahl von ca. 10 werden die Unterschiede zunehmend größer. Bei dem modifizierten Happel-Modell ist aufgrund des Düseneffektes im Ein- und Ausströmfenster der Druckverlust insgesamt größer als in dem herkömmlichen Happel-Modell, jedoch beschreibt der numerisch berechnete Druckverlust die Korrelation nach ERGUN auch bei kleinen Reynoldszahlen nicht exakt. Sie stellt eher eine Mittelung der Gleichung von ERGUN über den Reynoldszahlenbereich von 0 bis 30 dar.

Aus dem Vergleich der Druckverluste kann die Schlußfolgerung gezogen werden, daß das Happel-Modell insgesamt die Strömungsvorgänge im Filterbett besser beschreibt, sofern die Reynoldszahl kleiner als 10 bleibt. Da beide Zellenmodelle dem quadratischen Anstieg des Druckverlustes nicht folgen können, ist dafür in beiden Modellen vermutlich die gleiche Ursache verantwortlich. Als eine wahrscheinliche Möglichkeit kommen die Randbedingungen für die Ein- und Ausströmung in Betracht. Mit der Annahme einer Parallelströmung auf dem Ein- und Ausströmrand ist die Randbedingung ggf. zu stark vereinfachend gewählt, was sich bei schleichenden Bedingungen noch nicht gravierend auswirkt, jedoch bei großen Reynoldszahlen zunehmende Bedeutung für die Lösung hat.

Es ist zu vermuten, daß die Annahme einer schubspannungsfreien Parallelströmung auf dem Zellenrand auch die Ursache für ein sehr schnelles Abklingen der instationären Zustände nach dem Anfahren des Filters darstellt. Die Randbedingung verhindert quasi, daß eine nennenswerte, instationäre Wirbelstärke über die Zellengrenze des Ausströmrandes transportiert wird und in der nachfolgenden Zelle den instationären Zustand weiter anfacht. Infolgedessen wird die klassische Happel-Zelle den Übergang vom instationären Zustand bis in den stationären Zustand die tatsächlichen Vorgänge in Tiefenfiltern nur eingeschränkt bzw. lediglich qualitativ modellieren können. So ist auch der in Kapitel 4.2.3 beschriebene Effekt zu erklären, daß es in Modellrechnungen mit der Happel-Zelle erst bei sehr hohen Beschleunigungen des Filtratstromes in einer Größenordnung, wie sie in der Realität durch Veränderungen des Durchsatzes des Filters sehr unwahrscheinlich sind, zu Trübstoffstößen im Filtrat kommen kann.