3. Theoretische Grundlagen

Die Abreinigung herkömmlicher, in der Wasserreinigung eingesetzter Tiefenfilter beruht im wesentlichen auf zwei Teilschritten:

- Ablösung der abgeschiedenen Trübstoffe von den Filterkollektoren
- Abtransport der abgelösten Stoffe aus der Filterschicht

Diese Vorgänge werden dadurch eingeleitet, daß der Filter im Aufstrom mit Klarwasser betrieben wird. Bei der mit ausreichender Spülgeschwindigkeit auftretenden Expansion des Filterbettes (Fluidisierung) erreichen die Kollektoren einen deutlichen Beweglichkeitsgrad, bei dem die abgelösten Trübstoffe mit dem Spülwasserstrom abtransportiert werden können. Filterbettes Die Spülung einer Spülgeschwindigkeit des mit oberhalb der Lockerungsgeschwindigkeit wird in den meisten Arbeiten als Voraussetzung für eine erfolgreiche Reinigung und Wiederherstellung der Filterwirksamkeit angesehen (z. B. KLUDIG und SCHÜRMANN (1965), KAWAMURA (1975b), CLEASBY et al.(1977)).

Im folgenden sollen wesentliche Grundlagen, die die Wasserspülung von Tiefenfiltern betreffen, erörtert werden. Hierzu zählen die Ausdehnung des Filterbettes unter der Wirkung der Wasserspülung und Grundlagen zur Haftung von Partikeln an festen Oberflächen. Der letztere Punkt soll dazu dienen, die sicherlich vorhandene Bedeutung der physikalischchemischen Einflußgrößen des Spülmediums Wasser und der Haftpartner, d. h. der Partikel und der Kollektoroberfläche, auf den Spülprozeß hervorzuheben. Im weiteren wird erläutert, aufgrund welcher Mechanismen ein Wasserstrom die Ablösung von Partikeln an dem Modellsystem einer ideal ebenen Oberfläche bewirkt und wie sich der Vorgang quantifizieren läßt. Bisher bekannte Ansätze zur Beschreibung des Ablöseprozesses in Tiefenfiltern werden abschließend vorgestellt.

3.1 Grundlagen zur Physik der Wasserspülung von Tiefenfiltern

Bei der Spülung eines Filterbettes im Aufstrom wirken durch den Fluidstrom auf das Filtermaterial Druck- und Reibungskräfte. Übersteigen diese Kräfte zusammen mit der Auftriebskraft im Wasser die Gewichtskraft des Filtermaterials, beginnt das Filterbett sich auszudehnen, man sagt auch zu fluidisieren. Die Grenzspülgeschwindigkeit, bei der die in vertikaler Richtung wirkenden Kräfte sich gerade kompensieren, wird als Lockerungsgeschwindigkeit oder minimale Fluidisierungsgeschwindigkeit bezeichnet.

Zur Beurteilung der Regenerierbarkeit von körnigen Filtermaterialien ist die Kenntnis ihrer Lockerungsgeschwindigkeit und ihres Fluidisierungsverhaltens von großer Bedeutung. Eine Möglichkeit zur Berechnung der Lockerungsgeschwindigkeit bietet eine makroskopische Kräftebilanz am Filterbett, nämlich daß die durch den Druckverlust bei der Durchströmung des Bettes entstehende Kraft der Resultierenden aus Gewichtskraft und Auftrieb entspricht.

$$\frac{\Delta p}{L} = (1 - \varepsilon) \cdot (\rho_{\rm N} - \rho) \cdot g \qquad (3.1)$$

Es bedeuten Δp der Druckverlust, ϵ die Bettporosität, L die Bettlänge, ρ_N die Kornnaßdichte, ρ die Dichte von Wasser und g die Erdbeschleunigung.

NARSIMHAN (1965) ersetzte in Gleichung (3.1) den Druckverlust durch die noch im turbulenten Strömungsbereich gültige Gleichung von ERGUN (1952).

$$\frac{\Delta p}{L} = 150 \cdot \eta \cdot v_{f} \cdot \frac{(1-\varepsilon)^{2}}{\varepsilon^{3}} \cdot \frac{1}{d_{k}^{2}} + 1,75 \cdot \rho \cdot v_{f}^{2} \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^{3}} \cdot \frac{1}{d_{k}}$$
(3.2)

Bei realen Kornschüttungen, bei denen die Körner von der idealen Kugelform abweichen, wird der äquivalente Kugeldurchmesser d_k aus dem Produkt der Sphärizität und dem mittleren Korndurchmesser der Schüttung angenähert. Eine Übersicht über die Definition der Sphärizität und ihre Größenordnung für verschiedene Materialien wird z. B. von MOLERUS (1984) gegeben.

Durch Einführung der dimensionslosen Reynolds- und Archimedes-Zahl (vgl. Gl. 3.4a) entsteht aus der Gleichung von NARSIMHAN die nach KUNII und LEVENSPIEL (1969) benannte Gleichung 3.3:

$$\frac{1.75}{\varepsilon^3} \cdot \operatorname{Re}_{\mathrm{mf}}^2 + \frac{150 \cdot (1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3} \cdot \operatorname{Re}_{\mathrm{mf}} = \operatorname{Ar}$$
(3.3)

Jedoch mußten zur Anwendung der Gleichung in der Praxis die meist unbekannten Sphärizitäten des Filtermaterials und die Bettporosität im Lockerungspunkt bestimmt werden. Durch eine empirische Korrelation zwischen Sphärizität und Bettporosität erleichterten WEN und YU (1966) die praktische Anwendbarkeit der Gleichung von NARSIMHAN bzw. KUNII und LEVENSPIEL und lieferten eine Bestimmungsgleichung für die Reynoldszahl im Lockerungspunkt Re_{mf} (minimale Fluidisierungsgeschwindigkeit), die nur noch von der Archimedes-Zahl Ar abhängt:

$$\operatorname{Re}_{\mathrm{mf}} = \sqrt{(33,7)^{2} + 0,0408 \cdot \mathrm{Ar} - 33,7}$$
(3.4a)
$$\operatorname{Re}_{\mathrm{mf}} = \frac{v_{\mathrm{mf}} \cdot d_{k}}{v}$$

$$\operatorname{Ar} = \frac{d_{k}^{3} \cdot g}{v^{2}} \cdot \frac{\rho_{\mathrm{N}} - \rho}{\rho}$$

Zu einer vergleichbaren Lösung kommt MOLL (1980) für den Spezialfall von Filtersand, indem er dem Weg von KUNII und LEVENSPIEL folgend die zusätzliche Annahme trifft, daß die Bettporosität im Lockerungspunkt 0,47 beträgt.

$$\operatorname{Re}_{\mathrm{mf}} = \sqrt{(16,36)^2 + 0,0284 \cdot \mathrm{Ar}} - 16,36$$
 (3.4b)

Bei der Herleitung von Gl. 3.4b verwendet MOLL eine der Gl. 3.2 ähnliche Druckverlustgleichung (MOLL, 1978), die er aus einer Anpassungsrechnung mit eigenen Meßergebnissen zum Druckverlust von Filtersand ebenfalls unter der Annahme ε =0,47 gewonnen hat. MOLL (1978) hat aufgrund der Anpassungsrechnung die Sphärizität des Filtersandes implizit in seiner Druckverlustgleichung und damit auch in Gl. 3.4b einbezogen.

Die Ausdehnung des Filterbettes bei Steigerung der Spülwassergeschwindigkeit über die Lockerungsgeschwindigkeit wurde von RICHARDSON und ZAKI (1954) in einen theoretischen Zusammenhang zur Sedimentation gebracht. Die Autoren kommen zu dem einfachen Ergebnis, daß das Verhältnis von Spülgeschwindigkeit v_f zur Sedimentationsgeschwindigkeit v_s proportional zu einer Potenz der Bettporosität ist.

$$\frac{\mathbf{v}_{\mathrm{f}}}{\mathbf{v}_{\mathrm{s}}} = \varepsilon^{\mathrm{n}} \tag{3.5}$$

Den Exponent n bestimmten die Autoren durch Regressionsrechnungen als eine Funktion der mit der Sedimentationsgeschwindigkeit gebildeten Reynoldszahlen

$$\operatorname{Re}_{s} = \frac{\operatorname{v}_{s} \cdot \operatorname{d}_{k}}{\operatorname{v}}$$
(3.6)

und des Verhältnisses von Korndurchmesser d_k zu Filterdurchmesser D.

$$n = \left(4,35 + 17,5 \cdot \frac{d_{k}}{D}\right) \cdot \operatorname{Re}_{s}^{-0.03} \quad \text{für } 0,2 < \operatorname{Re} < 1$$

$$n = \left(4,45 + 18 \cdot \frac{d_{k}}{D}\right) \cdot \operatorname{Re}_{s}^{-0.1} \quad \text{für } 1 < \operatorname{Re} < 200 \quad (3.7)$$

$$n = 4,45 \cdot \operatorname{Re}_{s}^{-0.1} \quad \text{für } 200 < \operatorname{Re} < 500$$

Zu einer sehr ähnlichen Beziehung, bei der der Exponent allerdings nicht mehr von der Reynoldszahl Re_s abhängt, kommen FAIR und GEYER (1954) (zitiert bei KAWAMURA, 1975(b)).

$$\frac{v_f}{v_s} = \varepsilon^{4,55} \tag{3.8}$$

Ein Vergleich der von RICHARDSON und ZAKI sowie von FAIR und GEYER angegebenen Exponenten zeigt eine gute Übereinstimmung bei Reynoldszahlen von 1. Doch schon bei Reynoldszahlen von 10 treten Differenzen um 30% auf.

Eine aufwendigere, aber auch genauere Beziehung wird von ANDERSSON (1961) angegeben, die er für die mit der Sedimentationsgeschwindigkeit gebildeten Reynoldszahlen Re_s nach Gleichung (3.6) im Bereich von 0,003 bis 2000 und einer Bettporosität von 0,45 bis 0,94 überprüft hat.

$$\frac{v_{f}}{v_{s}} = \frac{0.6}{\operatorname{Re}_{s}^{\frac{2}{3}} \cdot \varepsilon^{1.14} \cdot (1-\varepsilon)^{0.45}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{10}{3}\operatorname{Re}_{s}^{\frac{2}{3}} + \frac{5}{9}\operatorname{Re}_{s}^{\frac{4}{3}}\right) \cdot (1-\varepsilon)^{0.45} \cdot \varepsilon^{5.73}} - 1 \right]$$
(3.9)

Weitere Arbeiten zur Voraussage der Bettausdehnung für Filtermaterialien wurden von AMITHARAJAH und CLEASBY (1972), CLEASBY und FAN (1981), DHARMARAJAH und CLEASBY (1986) sowie MOLL (1988) durchgeführt.

3.2 Kräfte bei der Partikelhaftung

Geraten kleinste Partikel (1 μ m bis 100 μ m) mit vergleichsweise großen Oberflächen in Kontakt, wie es bspw. bei der Filtration zur Entfernung suspendierter Partikel gewünscht wird, so stellt sich im Ruhezustand ein Kräftegleichgewicht zwischen anziehenden und abstoßenden Kräften ein.

Als anziehende Kräfte kommen im wesentlichen die van der Waals-Kraft und deutlich seltener Doppelschichtkräfte in Betracht, bei letzteren sofern die Vorzeichen der Oberflächenladungen unterschiedlich sind oder die Oberflächenabstände bei kleinen Oberflächenpotentialen sehr gering sind (BELL et al., 1970). Die Wirkung der Doppelschichtkräfte kann in den meisten Fällen allerdings als abstoßend angenommen werden, da die Oberflächen der meisten Feststoffe in wässerigen Medien überwiegend negative Ladungen besitzen. Da die Doppelschichtkraft im weiteren eine vergleichsweise weitreichende Wirkung ausübt, zählt sie, wie die van der Waals-Kraft, zu den Fernkräften. Dagegen verhindern abstoßende Hydratationskräfte und Born'sche Abstoßungskräfte eine vollständige Annäherung der Oberflächen von Feststoffen im unmittelbaren Nahbereich von weniger als einem Nanometer Abstand (Nahkräfte). Die Summe der von den Oberflächenabständen abhängigen Kräfte führt im Gleichgewicht zu einem sogenannten Gleichgewichtsabstand, bis zu dem sich Feststoffoberflächen annähern können (SHARMA et al., 1992). Die hohe Druckspannung, die durch die anziehende van der Waals-Kraft einerseits und den abstoßenden Kräften andererseits im Kontaktbereich der Oberflächen resultiert, kann zu Deformationen an den Oberflächen der Haftpartner führen. SHARMA et al. (1992)

berücksichtigten diesen Effekt dadurch, daß sie die Gültigkeit der Hertzschen Theorie zur Flächenpressung für deformierbare kugelförmige Partikel auf ebenen starren Oberflächen annahmen. Als Ergebnis zeigte sich eine Abflachung der elastischen Kugel im Kontaktbereich zur ebenen Oberfläche, die aufgrund der veränderten geometrischen Verhältnisse in einer stärkeren Zunahme der anziehenden Kraft als der abstoßenden Kräfte resultierte. Dadurch ergab sich nach erneuter Gleichgewichtseinstellung ein verminderter Haftabstand gegenüber der Annahme nicht deformierbarer Oberflächen.

Die im folgenden vorzustellenden Kräfte besitzen ein Potential, so daß statt der Summe der Kraftwirkung oftmals nur die Summe der potentiellen Energien betrachtet wird. Da sich die Kräfte aus den Ableitungen der Potentiale nach den Oberflächenabständen berechnen, ist die Bedingung des Kräftegleichgewichts mit einem Minimum des Gesamtpotentials gleichbedeutend. Es zeigt sich, daß neben dem primären Minimum des Gesamtpotentials oft ein weiteres nur sehr schwach ausgeprägtes, sekundäres Minimum existieren kann. Ein Partikel läßt sich allerdings mit nur geringen Trennkräften aus diesem sekundären Minimum wieder entfernen, so daß eine stabile Haftung sicherlich nur im primären Minimum vorliegt (GIMBEL, 1984).

Die zwischen den Oberflächen der Haftpartner wirkenden Kräfte hängen in komplizierter Weise von einer Reihe physikalisch-chemischer Parameter ab, die z. T. nur sehr schwierig zu erfassen sind. Einen Überblick über die theoretischen Zusammenhänge liefern die folgenden Kapitel, so daß abschätzbar wird, welchen Einfluß insbesondere die Veränderung chemischer Parameter des wässerigen Mediums auf die Haftung ausübt. Eine Berechnung von Haftkräften ist nach eigener Einschätzung nur für ideale Systeme mit hinreichender Genauigkeit möglich, bei denen u. a. die Oberflächen der Haftpartner ideal glatt und die Zusammensetzung der Wasserinhaltsstoffe einer definierten synthetischen Zusammensetzung folgt. Dennoch sollen abschließend aus den theoretischen Grundlagen die erforderlichen Ablösekräfte abgeschätzt werden.

3.2.1 Van der Waals-Kraft

Die van der Waals-Kraft stellt für Partikel der gleichen Art eine fast immer anziehende Kraft dar. Sie entsteht aus Ladungsfluktuationen der Atome, die aus den Bewegungen der Elektronen resultieren. Diese Ladungsfluktuationen erzeugen ein zeitabhängiges Dipolmoment, wobei dann eine Phasendifferenz der fluktuierenden Dipole zu der gegenseitigen Anziehung führt.

Eine große praktische Bedeutung hat die van der Waals-Kraft insbesondere in der Filtrationstheorie. Als anziehende Kraft stellt sie im Nahbereich maßgeblich den Kontakt zwischen Filterkorn und Trübstoffpartikel her, sofern im Fernbereich wirkende, oftmals abstoßende Doppelschichtkräfte z. B. durch Strömungskräfte überwunden werden können.

Möglichkeiten zur Berechnung der van der Waals-Kräfte wurden erstmals von HAMAKER (1937) in einem mikroskopischen Ansatz und später von LIFSCHITZ (1956) aufgrund makroskopischer Eigenschaften abgeleitet. HAMAKER bestimmt die Anziehungskraft aus einer Wechselwirkungsenergie zwischen den beteiligten Festkörpern, die durch paarweise Aufsummierung der Wechselwirkungsenergien der einzelnen Dipole zu ermitteln ist.

In der Filtrationstheorie hat sich die Näherungsgleichung von GREGORY etabliert, die die van der Waals-Kraft zwischen zwei kugelförmigen Körpern mit den Radien a_p und a_k mit dem Oberflächenabstand δ beschreibt. Das negative Vorzeichen berücksichtigt die Kraftrichtung im Polarkoordinatensystem des Kugelkollektors für das kugelförmige Trübstoffpartikel.

$$F_{r}^{VdW} = \frac{-H_{123} \cdot r_{p} \cdot r_{k}}{6 \cdot (r_{p} + r_{k}) \cdot \delta^{2}} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{5,32 \cdot \delta}}\right)$$
(3.11)

Die Hamakerkonstanten H₁₂₃ lassen sich verschiedenen Arbeiten entnehmen, wie z. B. HOUGH und WHITE (1980) sowie VISSER (1976). Die Indizierung *123* für die Hamakerkonstante H₁₂₃ in Gl. 3.11 weist darauf hin, daß eine veränderte Wechselwirkung zwischen Partikel und Oberfläche bei ungleichen Materialien (Medium 1 und 2) und des Fluids (Medium 3), von dem das Partikel und die Oberfläche umschlossen wird, zu berücksichtigen ist. Ein Verfahren zur Bestimmung der Hamakerkonstante H₁₂₃ aus den Hamakerkonstanten H₁₁ für die Wechselwirkung zwischen gleichen Materialien im Vakuum findet sich z. B. bei GIMBEL (1984). Der Parameter λ ist die charakteristische Wellenlänge der van der Waals-Wechselwirkung; sie beträgt im Wasser etwa λ =100nm. Nach SONNTAG und STRENGE (1987) stellt die Gleichung von GREGORY eine gute Näherung für den Fall kleiner Oberflächenabstände dar; bei großen Oberflächenabständen ist die Übereinstimmung dagegen schlecht.

3.2.2 Die elektrische Doppelschicht

Feste Körper haben in Flüssigkeiten eine meistens negative Oberflächenladung, die i. d. R. zu abstoßenden Bedingungen zwischen den Feststoffen führt. Entgegengesetzt geladene Ionen (Gegenionen) in der umgebenden Flüssigkeit kompensieren die Oberflächenladungen mit zunehmendem Oberflächenabstand. Durch die Anlagerung der Gegenionen kommt es zur Ausbildung sogenannter elektrischer Doppelschichten, die durch den Verlauf des elektrischen Potentials in Abhängigkeit des Oberflächenabstandes beschrieben werden.

Die elektrische Doppelschicht setzt sich aus einer Schicht aus adsorbierter Ionen und einer Schicht Ionen mit diffuser Ladungsverteilung zusammen. Man unterscheidet häufig drei Bereiche (GIMBEL, 1984).

- Direkt auf der Feststoffoberfläche können Ionen ohne Hydrathülle adsorbieren. Die Ebene um das Teilchen, die durch die Mittelpunkte der adsorbierten Teilchen verläuft, wird als innere Helmholtzebene bezeichnet.
- Der ersten Schicht adsorbierter Ionen folgt eine Schicht aus hydratisierten Gegenionen, die äußere Helmholtzschicht genannt wird.
- Im Anschluß an die innere und äußere Helmholtzschicht nimmt das elektrische Potential exponentiell ab (diffuse Doppelschicht). Der Parameter 1/κ wird als Debye-Hückel-Länge bezeichnet und ist ein Maß für die Dicke der diffusen Doppelschicht. Für typische Trinkwässer liegt sie bei ca. 3 - 30 nm.

Die beiden Schichten zwischen der Feststoffoberfläche und der diffusen Doppelschicht werden oft auch nur als Helmholtzschicht oder Sternschicht bezeichnet und wie eine feste Umhüllung des Festkörpers behandelt. Die Dicke dieser Schicht wird üblicherweise mit $\delta_0=0,5$ nm angegeben. Da davon ausgegangen werden kann, daß die Schicht adsorbierter Ionen oder Flüssigkeitsmoleküle eine völlige Annäherung zweier Körper verhindert, wird bei Modellrechnungen meist die doppelte Dicke der Sternschicht als Haftabstand zugrundegelegt.

3.2.2.1 Grundlagen zur elektrischen Doppelschicht

Die theoretischen Grundlagen zur Beschreibung der Doppelschichten und der daraus resultierenden Doppelschichtkräfte werden durch die Theorie elektrischer Felder beschrieben. Aus einer Bilanzierung der elektrischen Ladungen erhält man, daß die Abnahme der Quellstärke der elektrischen Verschiebungsdichte D(x) in dem elektrischen Feld E(x) (mit $D(x)=\varepsilon_0\varepsilon_r E(x)$) gleich der Raumladungsdichte $\rho_E(x)$ ist (Poisson'sche Gleichung).

$$\operatorname{div}\left[\varepsilon_{0}\cdot\varepsilon_{r}\cdot E(x)\right] = -\rho_{E}(x) \qquad (3.12)$$

Dabei kann die Raumladungsdichte durch die Summe der Ladungen der Ionenart i mit der Anzahlkonzentration $n_i(x)$, der Elementarladung e und der Wertigkeit z_i ausgedrückt werden.

$$\rho_{\rm E}(\mathbf{x}) = \sum_{i} z_{i} \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{n}_{i}(\mathbf{x}) \tag{3.13}$$

Da die elektrische Feldstärke E(x) gleich dem Gradienten des elektrischen Potentials $\Psi(x)$ ist,

$$\Psi(\mathbf{x}) = \operatorname{grad} \mathbf{E}(\mathbf{x}) \tag{3.14}$$

wird der Verlauf des elektrischen Potentials in Wandnähe durch die Konzentration der Ionenart i und ihren Ladungen bestimmt.

Man nimmt im weiteren an, daß sich der Konzentrationsverlauf in Wandnähe aufgrund eines Stofftransportgleichgewichtes für die Ionen durch die anziehende Wirkung des elektrischen Feldes,

$$\mathbf{j}_{E}(\mathbf{x}) = \mathbf{z}_{i} \cdot \mathbf{n}_{i} \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{v}_{I,i}$$

= $\mathbf{z}_{i} \cdot \mathbf{n}_{i} \cdot \mathbf{e} \cdot \boldsymbol{\mu}_{i} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{x})$ (3.15)

dem ein Diffusionsstrom hervorgerufen durch den Konzentrationsgradienten in Wandnähe

$$j_{\rm D}(\mathbf{x}) = -\mathbf{z}_{\rm i} \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{D}_{\rm I,i} \cdot \frac{\mathrm{d}\mathbf{n}_{\rm i}}{\mathrm{d}\mathbf{x}}$$
(3.16)

entgegengerichtet ist, einstellt. Der Diffusionskoeffizient D_I der Ionen kann durch die Einstein-Gleichung beschrieben werden und hängt insbesondere von der Ionenbeweglichkeit μ_i ab.

$$D_{I,i} = \frac{k \cdot T \cdot \mu_i}{z_i \cdot e}$$
(3.17)

Die Lösung des Stofftransportgleichgewichtes durch die oben beschriebenen Gleichungen liefert die Verteilung der Ionenart i in Abhängigkeit des Wandabstandes x

$$n_{i}(x) = n_{i,\infty} \cdot \exp\left[\frac{z_{i} \cdot e}{k \cdot T}\Psi(x)\right]$$
(3.18)

und wird als Boltzmannverteilung bezeichnet.

Die Poisson-Gleichung (Gl. 3.12) kann mit der Konzentrationsverteilung der Ionen nach Gl. 3.18 gelöst werden, weshalb die entstehende Gleichung für die elektrische Doppelschicht als Poisson-Boltzmann Gleichung (PB-Gleichung) bezeichnet wird. In den meisten Fällen ist die Ausbildung der Doppelschicht nur von der Koordinatenrichtung senkrecht zur Oberfläche abhängig, so daß sich die Differentialgleichung für den Verlauf des elektrischen Potentials bei ebenen Oberflächen zu

$$\varepsilon_{0} \cdot \varepsilon_{r} \cdot \frac{d^{2}\Psi(x)}{dx^{2}} = -\sum z_{i} \cdot e \cdot n_{i,\infty} \cdot \exp\left[\frac{z_{i} \cdot e}{k \cdot T}\Psi(x)\right]$$
(3.19)

bzw. bei kugelförmigen Oberflächen zu

$$\frac{\varepsilon_{0}\cdot\varepsilon_{r}}{r^{2}}\cdot\frac{d}{dr}\left(r^{2}\cdot\frac{d\Psi(r)}{dr}\right) = -\sum z_{i}\cdot e\cdot n_{i,\infty}\cdot \exp\left[\frac{z_{i}\cdot e}{k\cdot T}\Psi(r)\right] \quad (3.20)$$

vereinfachen läßt. Die Koordinatenrichtung senkrecht zur Oberfläche wird hier durch x bzw. r bezeichnet. Beide Formulierungen sind aufgrund des Exponentialtermes stark nichtlinear und lassen sich analytisch nur näherungsweise bzw. in einer linearisierten Form mit $exp(y) \approx 1 + y$ lösen.

Im Fall der Linearisierung geht die PB-Gleichung für ebene Oberflächen in eine lineare homogene Differentialgleichung 2. Ordnung über:

$$\frac{\mathrm{d}^{2}\Psi(\mathbf{x})}{\mathrm{d}x^{2}} + \Psi(\mathbf{x}) \cdot \kappa_{\mathrm{DL}}^{2} = 0 \qquad (3.21)$$

Dabei ist mit dem Parameter $\kappa_{DL}^2 = \sum_{i} n_{i,\infty} \left[\frac{z_i^2 \cdot e^2}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot k \cdot T} \right]$ die Debye-Hückel-Länge 1/ κ_{DL}

definiert.

Die allgemeine Lösung der linearisierten PB-Gleichung ergibt mit den Randbedingungen $\Psi(\infty) = 0$ und $\Psi(0) = \Psi_0$ folgende Lösungen für das elektrische Potential

$$\Psi(\mathbf{x}) = \Psi_0 \cdot \exp[-\kappa_{\rm DL} \cdot \mathbf{x}] \tag{3.22}$$

und die Ladungsdichte

$$\rho_{\rm E}(\mathbf{x}) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{\rm r} \cdot \kappa_{\rm DL}^2 \cdot \exp(-\kappa_{\rm DL} \cdot \mathbf{x}). \quad (3.23)$$

3.2.2.2 Doppelschichtkräfte

Bei Annäherung zweier Oberflächen wirken durch die Überlappung ihrer elektrischen Doppelschichten auf die in der Regel negativ geladenen Oberflächen abstoßende Kräfte, wobei die resultierende Kraft unmittelbar von dem entstehenden elektrischen Feld abhängt. Bisher muß als unklar angesehen werden, in welcher Weise sich das neue elektrische Feld bei Annäherung der elektrischen Doppelschicht überlagert. Ein Ansatz geht davon aus, daß die elektrischen Potentiale an den Oberflächen konstant bleiben. Nach SONNTAG und STRENGE (1987) ist diese Annahme bei vollständiger Gleichgewichtseinstellung der Doppelschichten, sollte besser mit einer konstanten Oberflächenladung gerechnet werden.

Neben den beschriebenen Grenzfällen wird häufig eine additive Überlagerung der elektrischen Potentiale angenommen (*linear superposition approximation*), die als LSA-Theorie bezeichnet wird. Sie ist streng genommen für den Fall großer Oberflächenabstände abgeleitet worden und darf nach Ansicht von BELL et al. (1970) nicht für geringe Wandabstände eingesetzt werden. Da die resultierenden Kräfte aus der LSA-Theorie zwischen den Ergebnissen der Ansätze für konstantes Potential und für konstante Oberflächenladung liegt, scheint der LSA-Ansatz nach Meinung von GREGORY (1975) eine sinnvolle Alternative zu sein, wenn keiner der beiden anderen Grenzfälle geeignet ist.

Für den in dieser Arbeit betrachteten Fall von Partikeln, die seit längerer Zeit auf einer Kollektoroberfläche abgeschieden sind, kann sicherlich eine vollständige Gleichgewichtseinstellung der Doppelschicht angenommen werden, so daß die Voraussetzung für die Gültigkeit eines konstanten elektrischen Oberflächenpotentials vorliegt. Von der gleichen Annahme gehen auch RYAN und GSCHWEND (1994) aus, die Ablöseversuche von kolloidalen Partikeln aus einem Bett aus Quartzkörnern durchführten.

HOGG, HEALY und FUERSTENAU (1966) leiteten eine Näherungsbeziehung für die potentielle Energie zwischen zwei kugelförmigen Partikeln mit verschiedenen Oberflächenpotentialen und den Radien a_1 und a_2 ab, die von der Annahme eines konstanten Potentials ausgeht.

$$\mathbf{V}_{\mathrm{DL}} = \frac{\pi \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{r}} \cdot \boldsymbol{a}_{1} \cdot \boldsymbol{a}_{2}}{\boldsymbol{a}_{1} + \boldsymbol{a}_{2}} \left\{ 2 \cdot \boldsymbol{\Psi}_{1} \cdot \boldsymbol{\Psi}_{2} \cdot \ln \left[\frac{1 + \exp(-\kappa_{\mathrm{DL}} \cdot \mathbf{x})}{1 - \exp(-\kappa_{\mathrm{DL}} \cdot \mathbf{x})} \right] + \left(\boldsymbol{\Psi}_{1}^{2} + \boldsymbol{\Psi}_{2}^{2} \right) \cdot \ln \left[1 - \exp(-2 \cdot \kappa_{\mathrm{DL}} \cdot \mathbf{x}) \right] \right\}$$

$$(3.24)$$

Obwohl die Gleichung von der linearisierten PB-Gleichung ausgeht, wird für geringe Oberflächenabstände und nicht zu große Oberflächenpotentiale eine ausreichende Genauigkeit gegenüber numerischen Lösungen der nichtlinearen PB-Gleichung erzielt (z. B. GREGORY, 1975).

3.2.3 Born'sche Abstoßungskräfte

Damit sich zwischen einander anziehenden Festkörpern eine Gleichgewichtslage einstellen kann, müssen bei sehr intensiver Annäherung abstoßende Kräfte auftreten. Diese Kräfte, die als Born'sche Abstoßungskräfte bezeichnet werden, resultieren u. a. daraus, daß sich bei gegenseitiger Durchdringung der Elektronenhüllen der beteiligten Atome die nicht mehr vollständig abgeschirmten Atomkerne abstoßen. Die Abstoßungskräfte nehmen mit zunehmendem Abstand x der Oberflächen exponentiell ab.

Die Wechselwirkungsenergie zwischen einer kleinen Kugel und einer Platte kann ausgehend von dem Potentialansatz von Lennard-Jones (vgl. RAVEENDRAAN, 1995) durch

$$V_{\rm B} = \frac{H_{123} \cdot a_{\rm p} \cdot \sigma^6}{1260 \cdot x^7}$$
(3.25)

beschrieben werden. Hier bedeuten H_{123} die Hamakerkonstante und σ den Kollisionsradius. Nach RAVEENDRAAN (1995) kann der Kollisionsradius im Bereich von 0,5-1 nm angenommen werden.

3.2.4 Hydratationskräfte

Wird der Oberflächenabstand zwischen immergierten Feststoffen sehr klein (≈ 3 nm), so können durch die eventuell vorhandene Struktur der Flüssigkeit in Wandnähe abstoßende Kräfte auftreten. Im Wasser werden diese Strukturkräfte als Hydratationskräfte bezeichnet.

Die Ursache dieser Kräfte wird darin gesehen, daß ionogene Gruppen an Feststoffoberflächen zum Teil hydratisiert sind und sich diese Ordnung der Wassermoleküle über einige Molekülschichten fortsetzt (vgl. GIMBEL, 1984).

Aus experimentellen Ergebnissen formulierte ISRAELACHVILI (1992) eine empirische Gleichung für die Wechselwirkungsenergie zwischen zwei ebenen, hydrophilen Oberflächen.

$$W = W_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{h}\right) \tag{3.26}$$

 W_0 und h sind charakteristische Größen für die Oberflächen und den Elektrolyten. Eine Übersicht über die Größenordnung dieser Parameter gibt RAVEENDRAAN (1995).

3.3 Ablösung haftender Partikeln

Das Problem der Ablösung haftender Partikeln stellt ein sehr grundlegendes Problem der Technik dar und ist insofern schon in einer großen Zahl von Arbeiten z. T. grundlegend behandelt worden (z. B. VISSER, 1976). Grundsätzlich geht man davon aus, daß eine Ablösung von Partikeln nur dann erfolgen kann, wenn die äußeren Ablösekräfte die Adhäsionskraft zwischen Partikel und Oberfläche übersteigen. Unter der Adhäsionskraft ist dabei die resultierende, anziehende Kraftwirkung aus den anziehenden und abstoßenden Kräften zu verstehen.

Je nach Art und Wirkungsrichtung der äußeren Ablösekraft sind nach Ansicht von VISSER verschiedene Ablösemechanismen dominierend, die sich durch

- Anheben
- Gleiten
- Wegrollen

gegeneinander abgrenzen lassen. Zur experimentellen Unterscheidung wird häufig das Verhältnis von Ablösekraft F_{ab} zu Adhäsionskraft F_{Ad} herangezogen.

$$\alpha = \frac{F_{ab}}{F_{Ad}}$$
(3.27)

Die Kennzahl α kann für den Fall des Gleitens als Reibungskoeffizient aufgefaßt werden und müßte nach Ansicht von Visser in der Größenordnung von 10 bis 50 liegen. Wird die Ablösung ausschließlich durch Anheben des Partikels hervorgerufen, muß der Betrag der Ablösekraft senkrecht zur Oberfläche der Adhäsionskraft entsprechen. Dann wäre für α ein Wert von 1 zu finden. Falls das Wegrollen den entscheidenden Ablösemechanismus darstellt, wird α deutlich kleiner als 1 sein.

VISSER (1976) kam aufgrund experimenteller Ergebnisse mit kugelförmigen Partikeln auf ebenen Oberflächen zu dem Schluß, daß die Ablösung von Partikeln unter der Wirkung einer ebenen Scherströmung durch den Mechanismus des Wegrollens erfolgt. Dabei gibt er als Größenordnung für α einen Wert von 0,03 an. Die Ergebnisse wurden zuletzt von SHARMA et al. (1992) experimentell mit Glas- und Polystyrolkugeln auf einer ebenen Glasplatte bestätigt. Für die Kugeln mit einem Durchmesser von 5 bis 20 µm ergaben sich je nach Partikelgröße und Material Werte für α , die zwischen 9,4·10⁻³ für die 5µm Polystyrolkugeln und 2,5·10⁻³ für die 20 µm Glaskugeln lagen. Die Autoren definierten die Adhäsionskraft jedoch ausschließlich durch die van der Waals-Kraft, so daß sie daher etwas kleinere Werte für α erhielten.

3.3.1 Hydrodynamische Ablösung an ebenen Oberflächen

Bei der Überströmung einer ebenen Oberfläche bildet sich aufgrund der Haftbedingung senkrecht zur Oberfläche ein Geschwindigkeitsprofil aus, das auf der Oberfläche der Ebene einen Schergradienten κ_w erzeugt.

Befindet sich ein kugelförmiges Partikel auf der Oberfläche im Strömungsfeld, so resultieren aus den Integrationen der Spannungsvektoren parallel $\vec{\sigma}_w$ und senkrecht $\vec{\sigma}_A$ zur Anströmachse (SCHADE, KUNZ, 1989) über die gesamte Kugeloberfläche Kraftkomponenten parallel

$$F_{\rm W} = \int_{\rm A} \vec{\sigma}_{\rm w} \cdot dA \tag{3.28}$$

und senkrecht zur ebenen Oberfläche (Auftriebskraft).

$$F_{A} = \int_{A} \vec{\sigma}_{A} \cdot dA \tag{3.29}$$

Die Kräfte aufgrund der Umströmung des anhaftenden Partikels konnten bisher nur analytisch mit der um den Trägheitsterm $(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}$ vereinfachten Navier-Stokes Gleichungen

$$\rho \cdot \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] - \eta \cdot \Delta \vec{v} = -\nabla p \tag{3.30}$$
$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

berechnet werden. Aufgrund dieser Beschränkung auf verschwindende Strömungsgeschwindigkeiten, die in der Praxis durch Reynoldszahlen kleiner als 0,1 bzw. auch kleiner als 1 abgegrenzt wird, bezeichnet man die Umströmung als schleichend.

Unter der Annahme der schleichenden Umströmung ermittelten GOLDMAN et al. (1967) und O' NEAL (1968) folgende Kräfte und Momente auf eine Kugel, die auf einer ebenen Oberfläche ruht (Bild 3.1):

$$F_{w} = 6\pi \cdot \eta \cdot u(x, a_{p}) \cdot a_{p} \cdot f_{1}$$

$$F_{A} = 0$$

$$M_{z} = 4 \cdot \pi \cdot \eta \cdot u(x, a_{p}) \cdot a_{p}^{2} \cdot f_{2}$$
(3.31)

Der Faktor f_1 kann als Korrekturgröße zum Einfluß der Wandnähe im Vergleich zum Widerstandgesetz von Stokes mit freier Anströmung der Kugel betrachtet werden. Die Faktoren f_1 und f_2 bestimmte O'NEILL für ein an der Wand anliegendes kugelförmiges Partikel zu $f_1=1,7009$ und $f_2=0,943993$. Für den Fall einer ungestörten Parallelströmung ohne Wandeinfluß erhält man die Lösungen von STOKES mit $f_1=1$ und $f_2=0$.



Bild 3.1: Modellvorstellung zu den Haftungs- und Ablösekräften bei einem kugelförmigen Partikel

Die insgesamt auf das Partikel wirkenden hydrodynamischen Ablösekräfte $F_{h,x}$ und $F_{h,y}$ setzen sich aus den Kräften F_W und F_A sowie dem hydrodynamischen Drehmoment M_z zusammen.

Der Einfluß von Oberflächenrauhigkeiten an der Kugel bzw. der Ebene läßt sich modellhaft durch eine Rauhigkeit der Höhe δ_R berücksichtigen, wie es schon von GIMBEL (1978) vorgeschlagen wurde (vgl. Bild 3.1). Von SEHN (1984) ist diese Modellvorstellung im weiteren für Untersuchungen zur Partikelhaftung eingesetzt worden.

$$F_{h,x} = F_{W} + \frac{M_{z}}{a_{p} - \delta_{R}}$$

$$F_{h,y} = F_{A} + \frac{M_{z}}{\sqrt{a_{p}^{2} - (a_{p} - \delta_{R})^{2}}}$$
(3.32)

NIERSCHEL (1996) sowie DANDY und DWYER (1990) bestimmten ebenfalls wie O'NEILL die Kräfte auf kugelförmige Partikel auf einer ebenen Oberfläche, jedoch bestimmten sie die Kräfte durch numerische Lösung der vollständigen Navier-Stokes Gleichungen (Gl. 3.30). Durch die Einbeziehung aller Glieder der Navier-Stokes Gleichungen konnten die Voraussetzungen der schleichenden Umströmung fallengelassen werden und der Gültigkeitsbereich der Ergebnisse auf deutlich höhere Schergeschwindigkeiten ausgedehnt werden. Somit können die Kräfte auf Partikel an einer ebenen Wand bei größeren Strömungsgeschwindigkeit mit einer höheren Genauigkeit bestimmt werden als dies mit den für schleichende Bedingungen abgeleiteten Gleichungen möglich wäre.

Experimentelle Untersuchungen zu Kraftwirkungen auf kugelförmige Partikel auf einer ebenen Oberfläche wurden von RUBIN (1977) durchgeführt. Er bestimmte aus umfangreichen Messungen die parallel und senkrecht zur Oberfläche wirkenden Kräfte (Scher- und Auftriebskräfte) bis zu Reynoldszahlen von 30. Er fand, daß die Widerstandskräfte mit Wandeinfluß näherungsweise um den Faktor 2 größer sind als ohne Wandeinfluß. Bei größeren Reynoldszahlen ist der Faktor geringfügig kleiner als bei kleinen Reynoldszahlen. Zum Vergleich mit den Ergebnissen von GOLDMAN, O'NEILL berechnete RUBIN für Re<0,2 die Widerstandskräfte auf ein kugelförmiges Partikel, das an einer ebenen Wand anliegt, aus einer Regressionsrechnung zu:

$$F_{W} = 6\pi \cdot \eta \cdot u(x, a_{p}) \cdot a_{p} \cdot 2,268 \qquad (3.33)$$

Die experimentell ermittelte Widerstandskraft liegt somit um 33% über dem von GOLDMAN und O'NEILL berechneten Wert. Die Auftriebskraft ermittelte RUBIN im Bereich 0,007 < Re < 50 unter Verwendung des Auftriebsbeiwertes c_A zu:

$$F_{A} = c_{A} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u(x, a_{p})^{2} \cdot a_{p}^{2} \cdot \pi$$

mit $c_{A} = 5,48 \cdot \operatorname{Re}_{p}^{-0.51}$ (3.34)
und $\operatorname{Re}_{p} = \frac{u(x, a_{p}) \cdot d_{p}}{\nu}$

Ein Drehmoment auf die Kugel konnte RUBIN nicht nachweisen.

Durch Einführung des Schergradienten κ_w an der ebenen Oberfläche aus einer mittleren Anströmgeschwindigkeit u_m=u(x,a) (im Kugelmittelpunkt) und dem Partikeldurchmesser d_p (vgl. Bild 3.1)

$$\kappa_{\rm w} = \frac{\partial u(x,0)}{\partial y} \approx \frac{2 \cdot u_{\rm m}}{d_{\rm p}}$$
(3.35)

bzw. der Schubspannung τ_w an der ebenen Wand

$$\tau_{w} = \eta \cdot \frac{\partial u(x,0)}{\partial y} = \eta \cdot \kappa_{w}$$
(3.36)

erhält man zur geschwindigkeitsabhängigen Darstellung der Ablösekräfte gleichwertige Beziehungen. Die Ablösekräfte nach RUBIN werden mit den Schergradienten an der Wand κ_w in die Darstellung nach Gl. 3.37 überführt:

$$F_{\rm w} = 3,402 \cdot \pi \cdot \eta \cdot \kappa_{\rm w} \cdot d_{\rm p}^{2}$$

$$F_{\rm A} = 0,242 \cdot \pi \cdot \rho^{0.5} \cdot \eta^{0.5} \cdot \kappa_{\rm w}^{-1.5} \cdot d_{\rm p}^{3}$$
(3.37)

Es bedeuten ρ die Dichte, ν die kinematische Viskosität und η die dynamische Viskosität von Wasser.



Bild 3.2: Vergleich der Ergebnisse verschiedener Autoren zu den Widerstandskräften auf kugelförmige Partikel

Bild 3.2 zeigt im Vergleich experimentelle und theoretische Ergebnisse zur Widerstandskraft auf eine Kugel ausgedrückt durch den Widerstandsbeiwert.

$$c_{w} = \frac{F_{w}}{\frac{\rho}{2} u_{m}^{2} \cdot \frac{d_{p}^{2} \cdot \pi}{4}}$$
(3.38)

Es ist zu beachten, daß die in Gl. 3.38 verwendete mittlere Anströmgeschwindigkeit u_m in den Arbeiten von GOLDMAN, RUBIN und NIERSCHL, wie schon definiert, die Anströmgeschwindigkeit parallel zur ebenen Wand im Kugelmittelpunkt darstellt. Da bei der Widerstandskraft nach STOKES von einem kolbenförmigen Anströmprofil ausgegangen wird, ist u_m mit der Anströmgeschwindigkeit identisch (vgl. Gl. 4.26).

Bei den oben beschriebenen Gleichungen wird in allen Fällen die Voraussetzung ideal kugelförmiger Partikel und ideal glatter Oberflächen getroffen. Unter praktischen Bedingungen sind diese Voraussetzungen, insbesondere was die ideal glatten Oberflächen der Kugel und der Ebene betrifft, nur sehr selten erfüllt. Bild 3.1 veranschaulicht, daß das kugelförmige Partikel durch Oberflächenrauhigkeiten und den wirksamen Scherkräften parallel zur Strömung zusätzliche Kräfte senkrecht zur Strömungsrichtung erfährt. Insofern kann man auch erwarten, daß unter nicht idealen Randbedingungen eine exakte Vorausberechnung der Ablösekräfte durch die Strömung extrem schwierig wird. Es läßt sich jedoch feststellen, daß als entscheidender Ablöseparameter der Schergradient an der ebenen Oberfläche anzusehen ist.



Bild 3.3: Kritische Schleppspannungen bei Einzelkorngefügen (BOLLRICH und PREIßLER, 1992)

Eine ähnliche Problematik zum oben beschriebenen Fall der Ablösung und Abtransportes von Feststoffen existiert auch im Wasserbau, speziell bei Gerinnen und dem Geschiebetransport in Flüssen. Durch die hohen Strömungsgeschwindigkeiten in Gerinneströmungen werden Erdstoffteilchen aus den Wandungen der Kanäle herausgelöst und an meist unerwünschten Stellen wieder abgelagert. Aufgrund experimenteller Beobachtungen konnten kritische Schubspannungen ermittelt werden, oberhalb derer mit Herauslösen von Erdstoffteilchen zu rechnen ist. Bild 3.3 zeigt die kritische Schleppspannung bei Einzelkorngefügen nach BOLLRICH und PREIßLER (1992) in Abhängigkeit des Korndurchmessers. Mit abnehmender Korngröße nimmt die kritische Schubspannung stark ab. Für den in der Spülung von Filtern interessierenden Korngrößenbereich von ca. 1µm bis 100 µm werden allerdings keine Angaben gemacht, was auch verständlich ist, da hier weitere physikalisch-chemische Parameter einen dominierenden Einfluß bekommen.

3.3.2 Hydrodynamische Ablösung im Filterbett

Wie im vorhergehenden Kapitel 3.3.1 dargelegt wurde, wird die Ablösung von kugelförmigen Partikeln auf ebenen Oberflächen im wesentlichen durch den Schergradienten der Strömung bestimmt. Bei der Spülung von Tiefenfiltern, die u. U. auch noch im fluidisierten Zustand des Filterbettes ablaufen kann, werden die Ablösebedingungen in sehr komplexer Weise von den komplexen geometrischen und strömungsmechanischen Zusammenhängen beeinflußt.

KAWAMURA (1975b) sowie ARMITHARAJAH (1978) und VALENCIA (1979) versuchten die Ablösung bei einem fluidisierten Bett dadurch zu quantifizieren, daß sie einen mittleren Schergradienten im Porenraum des Filterbettes (nicht an der Kornoberfläche) aus der dissipierten Leistung der Strömung berechneten. Grundlage ihrer Theorien stellen der von CAMP (1943) formulierte Zusammenhang zwischen spezifischer dissipierter Leistung w_R und dem Schergradienten κ dar:

$$\kappa = \sqrt{\frac{w_R}{\eta}}$$
(3.39)

Die spezifische dissipierte Leistung w_R ist hier die dissipierte Leistung P_R je Porenvolumen $\epsilon \cdot V_{_B}.$

$$w_{R} = \frac{P_{R}}{\varepsilon \cdot V_{B}}$$
(3.40)

Sie kann aus dem Produkt des Druckverlustes bei der Durchströmung des Bettes Δp und der mittleren Anströmgeschwindigkeit, d. h. der Spülgeschwindigkeit v_f, berechnet werden:

$$w_{R} = \frac{\Delta p \cdot A_{F}}{\epsilon \cdot V_{B}} \cdot v_{f} = \frac{\Delta p}{\epsilon \cdot L} \cdot v_{f}$$
(3.41)

Diese Beziehung gilt prinzipiell für das feste wie auch für das fluidisierte Bett, obwohl sie bisher nur für das fluidisierte Bett angewendet wurde. Aufgrund des konstanten Druckverlustes im fluidisierten Zustand ($v_f > v_{mf}$) des Bettes kann der Druckverlust in Gleichung (3.41) durch Gleichung (3.1) ersetzt werden. Man erhält für den mittleren Schergradienten:

$$\kappa_{\rm m} = \sqrt{\left(\rho_{\rm N} - \rho\right) \cdot \frac{\left(1 - \varepsilon\right)}{\varepsilon} \cdot \frac{g \cdot v_{\rm f}}{\eta}}$$
(3.42)

AMIRTHARAJAH und VALENCIA ersetzen in dieser Beziehung die Spülgeschwindigkeit v_f des Filters durch das Bettausdehnungsgesetz von RICHARDSON und ZAKI (Gl. 3.5), während KAWAMURA die Gleichung von FAIR und GEYER (Gl. 3.8) verwendet. Man erhält eine Beziehung, in der der mittlere Schergradient von der Bettporosität der Filterschicht abhängt:

$$\kappa_{\rm m}(\epsilon) = \sqrt{(\rho_{\rm N} - \rho) \cdot (1 - \epsilon) \epsilon^{n-1} \cdot \frac{g \cdot v_{\rm s}}{\eta}}$$
(3.43)

Für die Beziehung nach KAWAMURA wäre für den Exponenten n die Konstante n=4,55 zu setzen, für die Gleichung nach AMIRTHARAJAH ist dagegen die von der Reynoldszahl abhängige Gleichung (3.7) einzusetzen.

Da eine optimale Ablösung bei einem maximalen Schergradienten erwartet werden kann, erhalten KAWAMURA und AMIRTHARAJAH aus einer klassischen Optimierungsrechnung, daß sich ein maximaler Schergradient mit entsprechend optimaler Reinigungswirksamkeit bei einer Bettporosität von

$$\varepsilon_{\rm opt} = \frac{n-1}{n} \tag{3.44}$$

einstellt. Die hier dargestellten Beziehungen machen deutlich, daß die berechnete, optimale Bettporosität stark von der Wahl des Bettausdehnungsgesetzes (vgl. Gl. 3.5, 3.8, 3.9) abhängt.

Für eine qualitative Beschreibung der Zusammenhänge bei der Ablösung von Partikeln im fluidisierten Bett ist die Beziehung nach Gl. 3.43 allerdings sehr hilfreich. Man kann bspw. feststellen, daß hohe Schergradienten bei Filtermaterialien mit großer Sedimentationsgeschwindigkeit v_s , d. h. bei großem Korndurchmesser und hoher Filterkorndichte, auftreten.

Die Bettporosität ε läßt sich allerdings mit Gleichung (3.5) auch durch die Spülgeschwindigkeit v_f ersetzen und man erhält eine Gleichung, in der der Schergradient für

ein vorgegebenes Filtermaterial und Spülwasser lediglich noch von der Spülgeschwindigkeit verändert wird.

$$\kappa_{\rm m}(v_{\rm f}) = \sqrt{\frac{1}{\eta} \cdot \left(\rho_{\rm N} - \rho\right) \cdot \left[1 - \left(\frac{v_{\rm f}}{v_{\rm s}}\right)^{\frac{1}{n}}\right] \cdot \left(\frac{v_{\rm f}}{v_{\rm s}}\right)^{-\frac{1}{n}} g \cdot v_{\rm f}} \qquad (3.45)$$

3.4 Schlußfolgerungen für die Ablösung

Als Resümee der bisherigen Ausführungen läßt sich festhalten, daß eine Ablösung eines kugelförmigen Partikels von einer ebenen Oberfläche dann stattfindet, wenn die äußeren Strömungskräfte die Haftkraft zwischen Partikel und der Oberfläche überschreiten. Es ist im weiteren davon auszugehen, daß die Ablösung im wesentlichen unter der Wirkung der Strömungskraft parallel zur Oberfläche herbeigeführt wird, wobei als Ablösemechanismus das Wegrollen des Partikels als dominierend anzusehen ist.

Die dominierende Ablösekraft parallel zur Oberfläche steigt den Gleichungen von RUBIN und GOLDMAN folgend proportional zu $\eta \cdot \kappa_w \cdot d_p^2$, während die Haftungskraft aufgrund der van der Waals-Anziehung (sie wird hier als dominierend vorausgesetzt) proportional mit d_p ansteigt. Aufgrund dieser Abhängigkeiten lassen sich folgende Schlußfolgerungen ziehen:

- Zur Ablösung müssen an den Oberflächen möglichst große Schubspannungen (Gl. 3.36) an den Oberflächen erzeugt werden, was bei konstanter Viskosität des Fluids gleichbedeutend mit großen Schergradienten an der Oberfläche ist.
- Mit zunehmender Partikelgröße werden die anhaftenden Partikeln bei sonst gleichen Bedingungen leichter abgelöst, da die Ablösekraft proportional zum Qudadrat des Partikeldurchmessers ansteigt, während die Haftkraft lediglich linear ansteigt.

Um die erforderlichen Ablösekräfte mit den zugehörigen Schergradienten abschätzen zu können, sollen einige vereinfachende Annahmen getroffen werden, wie sie auch schon an anderer Stelle für sinnvoll erachtet wurden (RAVEENDRAAN, 1995). Zu diesen Annahmen gehört, daß man eine Kugel auf einer ebenen Oberfläche betrachtet und daß die Oberflächenpotentiale und Hamakerkonstanten der Haftpartner identisch sind.

Unter diesen Vorausssetzungen vereinfacht sich die abstoßende Doppelschichtkraft aus der HHF-Gleichung (Gl. 3.24) zu:

$$F_{DL} = -\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot d_p \cdot \Psi^2 \cdot \kappa_{DL}$$
(3.46)

Ausgehend von den Größen nach Tabelle 3.1 berechnet sich der Betrag der abstoßenden Doppelschichtkraft zu $5,8\cdot10^{-10}$ N, während die anziehende van der Waals-Kraft nach Gl. 3.11 einen Betrag von $8,82\cdot10^{-9}$ N liefert. Die resultierende Adhäsionskraft von $F_A=8,2\cdot10^{-9}$ N wird den Ergebnissen zufolge überwiegend durch die van der Waals-Kraft bestimmt. In der Berechnung wird von einer Hamakerkonstanten von $2,23\cdot10^{-20}$ J ausgegangen, wie sie von HOUGH und WHITE (1980) für die Wechselwirkungen zwischen Calcit, d. h. Kalziumkarbonat, in Wasser angegeben wird. Mit diesem Material wurden auch die folgenden beschriebenen experimentelle Untersuchungen zur Regeneration der permeablen Kollektoren durchgeführt. Das Oberflächenpotential (Sternpotential) in der elektrischen Doppelschicht von Kalziumkarbonat-Partikeln wurde durch Messung der elektrischen Beweglichkeit in Trinkwasser zu -12,83mV bestimmt.

Tabelle 5.1: Zusammenstenung der Berechnungsdaten		
Partikeldurchmesser	d _p	5 µm
Oberflächenpotential	Ψ	-12,83mV
Debye-Hückel-Länge	κ_{DL}^{-1}	3,2 ⁻ 10 ⁻⁹ m
Hamaker-Konstante	H ₁₂₃	2,23 ^{-10⁻²⁰ J}

Tabelle 3.1: Zusammenstellung der Berechnungsdaten

Der weiter oben beschriebenen Argumentation von VISSER folgend wird ein Partikel abgelöst, wenn

$$F_{ab} > \alpha \cdot F_{Ad} \tag{3.47}$$

Verwendet man die parallel zu Oberfläche wirkende Ablösekraft nach RUBIN (Gl. 3.37), so läßt sich daraus der erforderliche Schergradient an der Oberfläche abschätzen.

$$\kappa_{w} > \frac{\alpha}{3.4 \cdot \pi \cdot d_{p}^{2} \cdot \eta} \cdot F_{Ad}$$
(3.48)

Geht man von einem mittleren Wert für α von ca. 8^{-10⁻³}aus, der einen Mittelwert der von SHARMA et al. (1992) für Glas- und Polystyrolpartikeln mit einem Durchmesser von 5µm auf einer Glasplatte gefunden wurden, so findet eine Ablösung bei einem Wandschergradienten von mehr als 246 s⁻¹ statt.