

# **Erweiterung des Meßbereichs von optischen Partikelzählern durch gezielte Reduzierung der Störquellen und mit digitalen Signalverarbeitungsmethoden**

Vom Fachbereich Elektrotechnik der  
Gerhard-Mercator-Universität - Gesamthochschule Duisburg

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
**Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)**  
genehmigte Dissertation

von

**Peter Borggräfe**

aus

Essen

Referent: Prof. Dr.-Ing. H. Fißan

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. P. Laws

Tag der mündlichen Prüfung: 14. April 2000

# Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet Prozeß- und Aerosolmeßtechnik, Fachbereich Elektrotechnik an der Gerhard-Mercator-Universität Duisburg. Sie wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Sonderforschungsbereiches SFB 209 Projekt B2 finanziell gefördert.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Fißan, der die Arbeit betreute, möchte ich an dieser Stelle für die mir gewährte wissenschaftliche Freiheit und das mir entgegengebrachte Vertrauen bedanken.

Für die freundliche Übernahme des Korreferats und die kritische Durchsicht des Manuskriptes, sowie für die persönlichen Ratschläge möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Laws bedanken.

Meinen besonderen Dank spreche ich Herrn Andreas Trampe für seine maßgebliche wissenschaftliche und freundschaftliche Unterstützung aus.

Weiterhin möchte ich mich bei allen ehemaligen Kolleginnen und Kollegen für die offene und freundschaftliche Atmosphäre sehr herzlich bedanken.

Frau Heidi Gießen danke ich für ihre besondere Unterstützung, auch nach meinem Ausscheiden aus dem Fachgebiet Prozeß- und Aerosolmeßtechnik, die es u.a. möglich gemacht hat die wissenschaftliche Verbindung vom Schwarzwald-Baar-Kreis nach Duisburg aufrechtzuerhalten. Darüber hinaus möchte ich mich bei Herrn K. Kapitza, Herrn K. Kubernus-Perscheid und Herrn S. Neumann für ihre liebenswürdige und tatkräftige Unterstützung bedanken.

Mein Dank gilt auch den studentischen Hilfskräften: Michael Kreutz, Christian Kolonko, Mark Sohn und Martin Ewald, für die Unterstützung zur Durchführung der experimentellen Untersuchungen.

Ganz besonderen Dank möchte ich meinen Eltern und meinem Bruder aussprechen, die durch ihre Unterstützung zum erfolgreichen Abschluß dieser Arbeit beigetragen haben.



4.3	Quantitative Angabe der einzelnen Störanteile.....	51
4.4	Beispiele zur Reduzierung der Störungen an den Quellen.....	66
<b>5</b>	<b>Optimierung der Signalverarbeitung mit den gewonnenen Erkenntnissen aus den Untersuchungen der Signal- und Störprozesse .....</b>	<b>68</b>
5.1	Signalverarbeitungsmethoden zur Erhöhung des Signal- Rauschabstandes .....	68
5.1.1	Herkömmliche Signalverarbeitungsmethoden.....	69
5.1.2	Matched Filter für weißes und farbiges Rauschen.....	72
5.1.3	Matched Filter mit Verwendung höherer Momente .....	75
5.1.4	Vergleich der Filter bzgl. ihres SNR-Gewinns.....	81
5.2	Erkennung und Klassierung von Partikelsignalen .....	93
<b>6</b>	<b>Nutzen der Reduzierung von Störquellen und der Signalverarbeitungsmethoden für optische Partikelzähler .....</b>	<b>98</b>
6.1	Genauigkeit der Größenanalyse .....	101
6.2	Verbreiterung der realen Partikelgrößenverteilung .....	105
6.3	Zählwirkungsgrad.....	110
6.4	Untere Nachweisgrenze bezüglich der Partikelgröße .....	113
6.5	Fehlzählrate .....	116
6.6	Fazit.....	119
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung.....</b>	<b>120</b>
	<b>Anhang.....</b>	<b>124</b>
<b>A</b>	<b>Theorie .....</b>	<b>124</b>
A.1	Herleitung des Matched Filters .....	124
A.2	Momenterzeugende Funktion.....	129
A.3	Kumulantenerzeugende Funktion .....	130
<b>B</b>	<b>Optische Partikelzähler .....</b>	<b>133</b>
B.1	Versuchsaufbau zur Messung von Streulicht .....	133
B.1.1	Beleuchtung des Meßvolumens.....	134
B.1.2	Streulichtdetektion.....	137
B.1.3	Gehäuse .....	140

B.1.4 Aerosolführung.....	141
B.1.5 Justierung der Optik auf das Meßvolumen.....	141
B.1.6 Funktionsprüfung und Kalibrierung .....	142
B.1.7 Auswerteeinheit für die Streulichtsignale.....	144
B.2 Kommerzieller optischer Partikelzähler LPC 3751 von TSI.....	145
<b>Literatur.....</b>	<b>147</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Typische Form eines Partikels .....	6
3.1	Koordinatensystem zur mathematischen Beschreibung des Streulichtes.....	12
3.2	Partikelstreulichtleistung $P_s$ in Abhängigkeit vom Partikeldurchmesser $D_p$ eines kommerziellen optischen Partikelzählers (LPC 3751, TSI).....	16
3.3	Partikelstreulichtleistung $P_s$ in Abhängigkeit vom Partikeldurchmesser $D_p$ des kommerziellen optischen Partikelzählers HC-15 (Polytec) mit einer Weißlichtquelle .....	17
3.4	Funktionsweise optischer Partikelzähler.....	19
3.5	Monodisperse Partikel zur Kalibrierung optischer Partikelzähler .....	20
3.6	Zählwirkungsgrad $\eta$ eines optischen Partikelzählers.....	22
3.7	Vergleich eines realen Partikelsignals und einer Störung des optischen Partikelzählers TSI LPC 3751.....	26
3.8	Auswirkungen von Störungen auf die absolute Häufigkeitsverteilung (Intervallbreite $\Delta D_p=60\text{nm}$ ) .....	27
3.9	Auswirkung des Gleichanteils der Störungen auf das Partikelsignal.....	29
4.1	Dreidimensionale Darstellung eines Profils der Bestrahlungsstärke im Meßvolumen (TSI LPC 3751).....	32
4.2	Form eines optischen Streulichtsignals eines einzigen Partikels .....	33
4.3	Typische Stoßantwort $h(t)$ eines Photodetektors (TSI LPC 3751).....	34
4.4	Typischer Signalverlauf, hervorgerufen durch ein Partikel (TSI LPC 3751).....	35
4.5	Opto-elektrisches Ersatzschaltbild des optischen Partikelzählers ohne Berücksichtigung der Schwellwertdetektion für Partikelsignale .....	36

4.6	Typisches Rauschverhalten eines Photomultipliers (PMT5701-50) in Abhängigkeit der einfallenden Lichtleistung $P$ .....	39
4.7	Typische Störimpulse eines abgedunkelten Photomultipliers (PMT 5701-50) .....	40
4.8	Typische Rauschleistungsdichten $e(f)$ eines Photomultipliers (PMT 5701-50) bei verschiedenen Hochspannungen $U$ .....	41
4.9	Schaltung des Transimpedanzverstärkers und Ersatzschaltbild des Photodetektors.....	42
4.10	Frequenzverlauf der „einseitigen“ Rauschleistungsdichte $e_o(f)$ der am Ausgang eines Transimpedanzverstärkers auftretenden Rauschspannung $u_a(t)$ [7].....	43
4.11	Meßkette des optischen Partikelzählers mit Störquellen und typischen Konfigurationsmöglichkeiten.....	51
4.12	Meßaufbau zur Ermittlung der Molekülstreuung in Abhängigkeit vom Druck und der Gasart .....	54
4.13	Streulichtleistung $P_{\text{Moleküle}}$ der Moleküle in Abhängigkeit vom Druck $p$ für verschiedene Gase.....	55
4.14	Rauschleistungsdichte $e(f)$ der Streulichtleistung $U_{\text{Moleküle}}$ der Moleküle am Ausgang des Verstärkers für verschiedene thermodynamische Zustände des Aerosols .....	56
4.15	Streulichtleistung $P_{\text{Moleküle}}$ der Moleküle in Abhängigkeit von der Temperatur $t$ für verschiedene Gase .....	57
4.16	Effektivwert des Rauschsignals $i_{n,Ph}$ vom PMT5702-2 als äquivalente in Abhängigkeit von der einfallenden Lichtleistung $P$ .....	60
4.17	Prozentuale Anteile der einzelnen Störquellen am Gesamtrauschen.....	63
4.18	Verringerung des Meßbereichs aufgrund der Gleichanteile $U_{\text{Moleküle}}, U_{Ob}, U_{Ph}$ und $U_V$ der Störungen .....	64
5.1	Signalgemisch, gefiltert mit einem Tiefpaß und ungefiltert .....	70

5.2	Rechteckförmiges Partikelsignal eines kommerziellen Partikelzählers (PCS-2000) .....	71
5.3	a) Partikelsignal b) Impulsantwort des Matched-Filters c) Ausgangssignal .....	73
5.4	Wahrscheinlichkeitsdichte $p(U)$ der Rauschspannung am Ausgang des Partikelzählers (LPC 3751) .....	78
5.5	Wahrscheinlichkeitsdichten $p(U)$ der Ausgangsrauschsignale zweier Partikelzähler (LPC 3751 und Eigenentwicklung) .....	79
5.6	Wahrscheinlichkeitsdichte $p(U)$ des Effektivwertes des Ausgangsrauschens des Partikelzählers am Eingang und am Ausgang des Matched-Filters .....	80
5.7	Wahrscheinlichkeitsdichte $p(U)$ des Rauschsignals vor und nach Berechnung des dritten Momentes .....	81
5.8	Vergleich eines ungefilterten, tiefpaßgefilterten und mit einem Matched Filter gefilterten Signalgemisches .....	83
5.9	Vergleich von Signalgemischen ohne Filterung, nach einer Matched Filterung und einer Matched Filterung mit Berechnung der dritten Momente für eine Filterordnung von 128 .....	84
5.10	Gefiltertes Signalgemisch (SNR=7,5 dB vor Filterung) mit einem Matched Filter und einer Matched Filterung inklusive Berechnung der dritten Momente für eine Filterordnung von 512 .....	84
5.11	Gefiltertes Signalgemisch (SNR=0 dB vor Filterung) mit einem Matched Filter und einer Matched Filterung inklusive Berechnung der dritten Momente für eine Filterordnung von 512 .....	85
5.12	Gefiltertes Signalgemisch (SNR=-5 dB vor Filterung) mit einem Matched Filter und einer Matched Filterung inklusive Berechnung der dritten Momente für eine Filterordnung von 512 .....	85
5.13	Filtergewinn $g$ eines Matched Filters für weißes Rauschen in Abhängigkeit von der Filterordnung $F_O$ und der Signallänge $N$ .....	86

5.14	Filtergewinn $g$ eines Matched Filters für weißes Rauschen in Abhängigkeit von der Filterordnung $F_O$ für verschiedene Rauscharten .....	88
5.15	Filtergewinn eines Matched Filters für farbiges Rauschen (für jedes Rauschen optimiert) in Abhängigkeit vom Rauschen und von der Filterordnung $F_O$ .....	89
5.16	Filtergewinn $g$ eines Matched Filters für farbiges Rauschen (für jedes Rauschen optimiert) mit Berechnung der dritten Momente in Abhängigkeit vom Rauschen und von der Filterordnung $F_O$ .....	i
5.17	Filtergewinn $g$ der Signalverarbeitungsmethoden in Abhängigkeit von der Filterordnung.....	i
5.18	Filtergewinn $g$ der Signalverarbeitungsmethoden in Abhängigkeit vom Rauschen .....	92
5.19	Fehlzählungen oberhalb des Schwellwertes.....	95
5.20	Fehlerwahrscheinlichkeit $P_f$ in Abhängigkeit des Effektivwertes $U_a$ des Ausgangsrauschens .....	95
5.21	Verteilungsdichte $p(U)$ des Rauschens und der Signalamplituden von Partikeln .....	97
6.1	Relative Häufigkeitsverteilung $f_n(U)$ von Partikelsignalen vor Filterung, nach Tiefpaßfilterung, nach Matched Filterung und nach Matched Filterung mit Berechnung der dritten Momente.....	100
6.2	Klassiergenauigkeit $K_G$ des LPC 3751 in Abhängigkeit von der Partikelgröße mit und ohne Reduzierung des Rauschens durch Kühlung des Photodetektors von 22 °C auf -20 °C.....	101
6.3	Klassiergenauigkeit $K_G$ der Eigenentwicklung in Abhängigkeit von der Partikelgröße für verschiedene Strahlfallen .....	102
6.4	Klassiergenauigkeit $K_G$ der Eigenentwicklung in Abhängigkeit von der Signalverarbeitungsmethode und vom Partikeldurchmesser $D_p$ .....	103

6.5	Klassiergenauigkeit $K_G$ des kommerziellen Partikelzählers LPC 3751 in Abhängigkeit von der Signalverarbeitungsmethode und vom Partikeldurchmesser $D_P$ .....	104
6.6	Auflösungsvermögen $s_{rel.}$ des LPC 3751 in Abhängigkeit von der Partikelgröße $D_P$ mit und ohne Reduzierung des Rauschens durch Kühlung des Photodetektors von 22 °C auf -20 °C .....	106
6.7	Auflösungsvermögen $s_{rel.}$ der Eigenentwicklung in Abhängigkeit vom Partikeldurchmesser $D_P$ für verschiedene eingesetzte Strahlfallen .....	107
6.8	Auflösungsvermögen $s_{rel.}$ der Eigenentwicklung in Abhängigkeit von der Signalverarbeitungsmethode und vom Partikeldurchmesser $D_P$ .....	108
6.9	Auflösungsvermögen $s_{rel.}$ des kommerziellen Partikelzählers LPC 3751 in Abhängigkeit von der Signalverarbeitungsmethode und vom Partikeldurchmesser $D_P$ .....	109
6.10	Zählwirkungsgrad $\eta$ des LPC 3751 in Abhängigkeit von der Partikelgröße $D_P$ mit und ohne Reduzierung des Rauschens durch Kühlung des Photodetektors von 22 °C auf -20 °C.....	110
6.11	Zählwirkungsgrad $\eta$ der Eigenentwicklung in Abhängigkeit von der Partikelgröße $D_P$ für unterschiedliche Strahlfallen .....	111
6.12	Zählwirkungsgrad $\eta$ der Eigenentwicklung in Abhängigkeit von der Signalverarbeitungsmethode und vom Partikeldurchmesser $D_P$ .....	112
6.13	Zählwirkungsgrad $\eta$ des kommerziellen Partikelzählers LPC 3751 in Abhängigkeit von der Signalverarbeitungsmethode und vom Partikeldurchmesser $D_P$ .....	113
B.1	Versuchsaufbau zur Messung, Analyse und Filterung von Streulichtsignalen .....	134
B.2	Dreidimensionale Darstellung des Profils der Bestrahlungsstärke $I$ des Laserstrahls .....	135

B.3	Durchmesser $d_L$ des Laserstrahls in Abhängigkeit vom Abstand $l_{\text{Abstand}}$ zur Optik.....	136
B.4	Schematische Darstellung eines Linsensystems zur Sammlung und Fokussierung von Streulicht.....	137
B.5	Schärfentiefe $\Delta a$ .....	138
B.6	Bestrahlungsstärkeprofil des Laserstrahls im Meßvolumen .....	140
B.7	Kalibrierkurve der Eigenentwicklung .....	142
B.8	Typisches Partikelsignal.....	143
B.9	Empfindlichkeit $A_{V,\text{PMT}}$ des Photomultipliers in Abhängigkeit von der Spannung in der Röhre.....	143
B.10	Transientenrekorder mit Algorithmen zur Analyse und Filterung von Streulichtsignalen.....	144
B.11	Schematischer Aufbau des optischen Partikelzählers LPC 3751 .....	145
B.12	Partikelstreulichtleistung $P_s$ in Abhängigkeit vom Partikeldurchmesser $D_P$ des optischen Partikelzählers LPC 3751 von 1 $\mu\text{m}$ bis 10 $\mu\text{m}$ .....	146
B.13	Partikelstreulichtleistung $P_s$ in Abhängigkeit vom Partikeldurchmesser $D_P$ des optischen Partikelzählers von 10 nm bis 1 $\mu\text{m}$ .....	146

# Tabellenverzeichnis

2.1	Vergleich unterschiedlicher Meßverfahren .....	9
3.1	Auswirkung der Fehlzählrate $F_{Z,V}$ .....	28
4.1	Technische Daten der untersuchten Lichtquellen .....	53
4.2	Relative Intensity Noise zweier Lichtquellen .....	53
4.3	Gleich- $P_{Ob}$ und Wechselanteil $P_{n,O}$ der Oberflächenstreuung von verschiedenen Strahlfallen .....	58
4.4	Technische Daten der Photodetektoren.....	59
4.5	Prozentuale Anteile der einzelnen Störquellen am Gesamtrauschen für das Trärgas Luft .....	61
4.6	Prozentuale Anteile der einzelnen Störquellen am Gesamtrauschen für das Trärgas Kohlendioxid.....	62
4.7	Gleichanteile $U_{Moleküle}$ , $U_{Ob}$ , $U_{Ph}$ und $U_V$ von den Störungen bezogen auf die maximal meßbare Lichtleistung $P$ des Detektors.....	64
6.1	Kleinste noch detektierbare Partikelgröße $D_p$ für den LPC 3751 mit und ohne Kühlung des Detektors.....	114
6.2	Kleinste noch detektierbare Partikelgröße $D_p$ der Eigenentwicklung mit dem Photomultiplier PMT 5702-02 für verschiedene Strahlfallen.....	114
6.3	Kleinste noch detektierbare Partikelgrößen $D_p$ nach Filterung durch verschiedene Signalverarbeitungsmethoden für die Eigenentwicklung.....	115
6.4	Kleinste noch detektierbare Partikelgrößen $D_p$ nach Filterung durch verschiedene Signalverarbeitungsmethoden für den kommerziellen optischen Partikelzähler LPC 3751 .....	115

6.5	Fehlzählrate $F_{Z,V}$ des kommerziellen optischen Partikelzählers LPC 3751 mit und ohne Reduzierung des Rauschens durch Kühlung des Photodetektors von 22 °C auf -20 °C.....	116
6.6	Fehlzählrate $F_{Z,V}$ der Eigenentwicklung für verschiedene Strahlfallen .....	117
6.7	Fehlzählrate $F_{Z,V}$ der Eigenentwicklung nach Filterung mit verschiedenen Signalverarbeitungsmethoden .....	118
6.8	Fehlzählrate des kommerziellen optischen Partikelzählers LPC 3751 nach Filterung mit verschiedenen Signalverarbeitungsmethoden .....	118
B.1	Durchmesser $d_L$ des Laserstrahls in Abhängigkeit vom Abstand $l_{\text{Abstand}}$ zur Optik.....	136

# Nomenklatur

## Lateinische Buchstaben

Symbol	Bezeichnung	Gleichung	Seite
$a$	Abstand	B.3	138
$a'$	Abstand	B.3	138
$\Delta a$	Schärfentiefe	B.7	139
$A_{\text{Laser}}$	Querschnittsfläche des Laserstrahls	4.25	48
$C$	Kapazität	4.11	44
$C_n$	Partikelkonzentration	3.15	22
$d$	Durchmesser		11
$D_p$	Partikeldurchmesser	3.9	14
$D_{p50,u}$	obere Nachweisgrenze des Partikeldurchmessers		21
$D_{p50,o}$	untere Nachweisgrenze des Partikeldurchmessers		21
$e_0$	Rauschleistungsdichte	4.8	43
$E$	Signalenergie	5.7	74
$E_R$	Effektivwert des Widerstandsrauschens	4.18	45
$E_U$	Effektivwert des Spannungsrauschens	4.9	44
$E\{g(x)\}$	Erwartungswert von $g(x)$	A.19	129
$f(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichte	A.19	129
$f_{\text{ab}}$	Abtastfrequenz	5.8	74
$f_g$	Grenzfrequenz	4.18	45
$\Delta f$	Bandbreite	4.4	37
$f_i$	Verteilungsdichte	2.1	7
$F_i$	Verteilungssumme	2.2	7
$F_{Z,t}$	Fehlzählrate bezogen auf die Zeit	3.18	24

$F_{Z,V}$	Fehlzählrate bezogen auf das Volumen	3.19	24
$g$	SNR-Gewinn bzw. Filtergewinn	5.1	69
$g(x)$	Funktion zufälliger Größen	A.19	129
$h$	Höhe des Meßvolumens	B.2	138
$h(t)$	Stoßantwort	4.2	34
$H(\omega)$	Übertragungsfunktion	5.3	69
$H_0$	Hypothese 0	A.1	124
$H_1$	Hypothese 1	A.2	124
$i_d$	Dunkelstrom	4.4	37
$i_{Ph}$	Photostrom	4.4	37
$i_{n,M}$	Effektivwert d. Stromrauschens durch Moleküle		36
$i_{n,O}$	Effektivwert d. Stromrauschens durch Oberflächen		36
$i_{n,Ph}$	Effektivwert des Photostromes	4.3	37
$i_{ON}$	Effektivwert des Stromrauschens des OP's		42
$i_{p,M}$	Mittelwert d. Stromrauschens durch Moleküle		36
$i_{p,O}$	Mittelwert d. Stromrauschens durch Oberflächen		36
$i_R$	Effektivwert des Widerstandstromrauschens		36
$i_s$	Effektivwert des Schrotrauschens	4.4	37
$i_{th}$	Effektivwert des thermischen Rauschens	4.5	38
$I$	Bestrahlungsstärke	3.1	13
$I_0$	Bestrahlungsstärke des Lasers	4.22	47
$I_{Dipol}$	Bestrahlungsstärke eines Moleküls	4.22	47
$k^{(n)}$	n'te Kumulante	5.11	76
$K$	Blendenzahl	B.6	139
$K_G$	Klassiergenauigkeit	3.16	23
$m$	Brechungsindex	3.14	18
$m^{(k)}$	k'tes zentrales Moment	5.9	75
$N$	Gesamtmenge	2.1	7
$N_R$	Rauschleistungsdichte	5.2	69
$n$	Teilmenge	2.1	7
$n(t)$	Rauschen	A.1	124

$p$	Druck	4.24	48
$p(u)$	Gaußverteilung	5.14	94
$P$	Strahlleistung	3.13	15
$P_f$	Fehlerwahrscheinlichkeit	5.16	96
$P_{\text{Laser}}$	Strahlleistung des Lasers	4.25	48
$P_{\text{LQ}}$	Mittelwert der Strahlleistung der Lichtquelle	4.20	46
$P_{\text{n,LQ}}$	Effektivwert der Strahlleistung der Lichtquelle	4.20	46
$P_{\text{n,M}}$	Effektivwert der Lichtleistung der Moleküle	4.28	49
$P_{\text{n,O}}$	Effektivwert der Lichtleistung von Oberflächen	4.29	50
$P_{\text{Moleküle}}$	Mittelwert der Strahlleistung der Moleküle	4.27	49
$P_{\text{Ob}}$	Mittelwert der Strahlleistung von Oberflächen		36
$P_s$	Strahlleistung von Partikeln	3.13	15
$R$	Widerstand	4.9	44
RIN	<b>Relativ Intensity Noise</b>	4.21	47
$s_{\text{rel.}}$	Auflösungsvermögen	3.17	24
$s(t)$	Signal	A.2	124
$S(\omega)$	fouriertransformiertes Signal	A.15	127
$S_{\text{nn}}$	Leistungsdichtespektrum des Rauschens	5.5	72
SNR	Signal-Rauschabstand	5.4	72
$t$	Zeit	4.1	33
$T$	Temperatur	4.5	38
$v_{\text{Partikel}}$	Partikelgeschwindigkeit	4.1	33
$V_{\text{Streu}}$	Streulichtvolumen	4.22	47
$w(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichte	5.10	76
$x(t)$	Eingangssignal	4.2	34
$y(t)$	Ausgangssignal	4.2	34
$Z_F$	Zählfehler		28
$\Delta x$	Intervallbreite	2.1	7

## Griechische Buchstaben

Symbol	Bezeichnung		
$\alpha$	Winkel	B.1	138
$\alpha'$	Winkel	B.1	138
$\delta(t)$	Dirac-Funktion	A.9	126
$\theta$	Raumwinkel	3.15	22
$\lambda$	Wellenlänge	3.1	13
$\Gamma$	Vergrößerungsfaktor	B.1	138
$\sigma$	Standardabweichung	5.14	94
$\psi$	Momenterzeugende Funktion	A.21	129
$\Xi$	Kumulantenerzeugende Funktion	A.28	131
$\omega$	Kreisfrequenz	5.3	69
$\chi$	elektrische Suszeptibilität	4.24	48

## Konstanten

$\pi$	Kreiskonstante	3,14159265
$e$	Elementarladung	$8,8541878 \cdot 10^{-19}$ C
$k$	Boltzmannkonstante	$1,3806581 \cdot 10^{-23}$ J/K