

2.3. Eigenschaften integrierter Mikrospulen mit hochpermeablen Kernen

2.3.1. Die Spiegelungsmethode

Nach der Berechnung der Magnetisierung des Kernes durch das zu messende Feld soll nun die Magnetisierung durch die aus Metall-1- und Metall-2-Leitbahnen um den Kern gewickelten Spulen erfolgen. Abb. 2.9 zeigt die zu berechnende Anordnung bestehend aus einer Al-Leitbahn und dem Permalloykern. Aus der Lösung dieses Problems können beliebige Spulenkonfigurationen durch Überlagerung der Lösung berechnet werden.

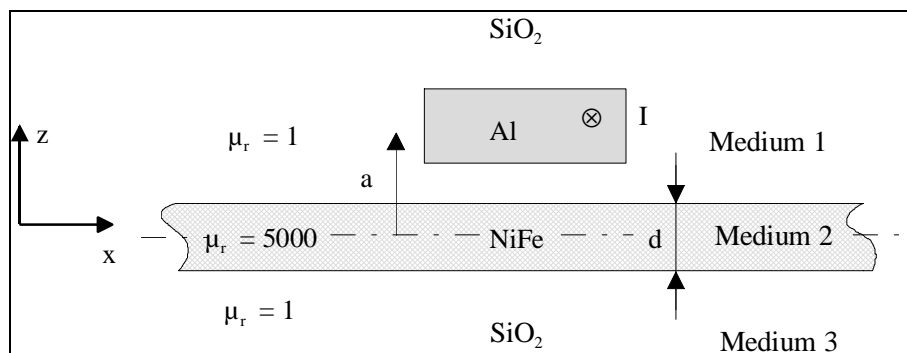


Abb. 2.9: Grundlegende Anordnung zur Feldberechnung

Prinzipiell könnte die Betrachtung auch mit der in Kapitel 2.2 erläuterten Methode erfolgen. Allerdings ist dabei die Annahme von homogener Magnetisierung innerhalb der diskretisierten Bereiche problematisch, da die Felder in der Umgebung stromführender Gebiete im Allgemeinen inhomogen sind und somit sehr kleine Bereiche gewählt werden müssten. Die Spiegelungsmethode kommt ohne Diskretisierung aus und ist damit vor allem zur Diskussion der Feldverhältnisse bei starken Feldänderungen und für Parametervariationen prädestiniert. Zur Behandlung der Magnetisierung kann zunächst wieder von den Maxwellschen Gleichungen (2.1), (2.2) und (2.3) für den stationären Fall ausgegangen werden. Die quasistatische Erweiterung mit Betrachtung der Wirbelströme, die wegen der Wechselfeldanregung notwendig ist, erfolgt in Kapitel 2.7. Auch hier ist die integrale Formulierung der Feldgleichungen zweckmäßig

$$\oint_{(F)} \mathbf{H} \, d\mathbf{r} = \int_F (\mathbf{S} + \dot{\mathbf{D}}) \, d\mathbf{A} \quad (2.41)$$

$$\oint_{(V)} \mathbf{B} \, d\mathbf{A} = 0. \quad (2.42)$$

War die grundlegende Idee des Summationsverfahrens die Zerlegung des Feldes in einen wirbelfreien und einen quellenfreien Anteil, so basieren nun die Betrachtungen auf den Stetigkeitsbedingungen für \mathbf{B} und \mathbf{H} an den Grenzflächen.

Betrachtet man einen infinitesimalen Umlauf um einen Bereich einer Grenzfläche zwischen zwei Materialien unterschiedlicher Permeabilität μ_1, μ_2 wie in Abb. 2.10,

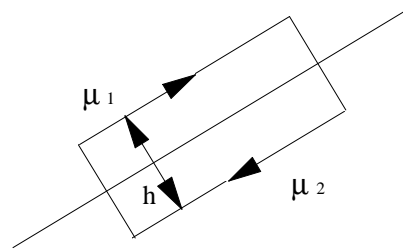


Abb. 2.10: Grenzflächenbedingungen \mathbf{H}

so kann man ausgehend von Gleichung (2.41), stationären Verhältnissen $\dot{\mathbf{D}} = 0$ und einer flächenstromfreien Grenzfläche $\mathbf{S} = 0$ schreiben:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \oint \mathbf{H} \, d\mathbf{r} = 0 \quad (2.43)$$

$$\int_P^Q (H_{t1} - H_{t2}) \, ds = 0 \quad (2.44)$$

$$H_{t1} = H_{t2} . \quad (2.45)$$

Die Tangentialkomponenten des Feldstärkevektors an einer Grenzfläche sind gleich. Zur Herleitung einer Beziehung für die Flußdichte wird eine infinitesimale Hülle betrachtet.

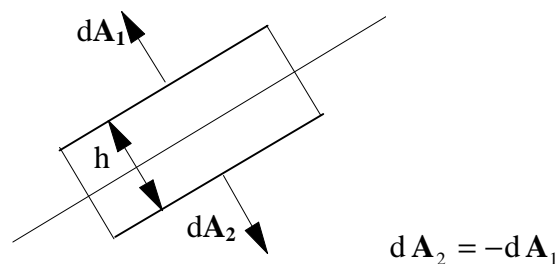


Abb. 2.11: Grenzflächenbedingungen \mathbf{B}

Wendet man die Gleichung (2.42) auf diese infinitesimale Grenzfläche an, erhält man

$$\lim_{h \rightarrow 0} \oint \mathbf{B} \, d\mathbf{A} = \int_F (B_{n1} - B_{n2}) \, d\mathbf{A} = 0 \quad (2.46)$$

$$B_{n1} = B_{n2} \quad (2.47).$$

Als Berechnungsmethoden für Felder von entsprechenden Anordnungen, die (2.45) und (2.47) genügen, werden in der Literatur die Spiegelungsmethode und die Methode der konformen Abbildung angegeben. Die Spiegelungsmethode wurde für Berechnungen an Mikro-

stripleitungen erfolgreich benutzt /WIE 72/, die ähnliche Geometrieverhältnisse wie die integrierten Spulen nach Abb. 2.9 haben.

Die Spiegelungsmethode nach /MLY 91/ ist ein synthetisches Lösungsverfahren für statische und stationäre Felder im abschnittsweise homogenen Raum. Es beruht auf zwei wesentlichen Eigenschaften von Feldern:

1. Quellen und Wirbel sowie Potentiale eines Feldes sind beliebig superponierbar. Dies gilt auch für die Feldkomponenten (**E**- und **H**- Feldstärken) selbst. Randbedingungen sind hingegen nicht superponierbar.
2. Ein Feldproblem hat bei vorgegebenen Feldursachen (Quellen, Wirbel, eingeprägte Feldstärken) und Randbedingungen (Geometrieeigenschaften, Äquipotentialflächen, Trennflächen) eine eindeutige Lösung. D.h., hat man ein Feld (durch Berechnung, geschickte Annahmen, Erraten etc.) gefunden, das sowohl die Feldursachen als auch die Randbedingungen erfüllt, so ist dieses auch die exakte Lösung des Problems. Umgekehrt allerdings kann ein gegebenes Feld in Teilbereichen Lösung mehrerer Feldprobleme sein.

Diese Eigenschaften 1. und 2. macht man sich nun bei der Spiegelungsmethode zunutze, indem man folgende Schritte durchführt:

1. Man unterteilt den zu berechnenden Raum in homogene Teilräume T_1, T_2, \dots, T_n . Dabei wird man natürlich gegebene Geometrien (Trennflächen etc.) berücksichtigen, um das Problem so einfach wie möglich zu halten.
2. Zur Berechnung des Feldes im Teilraum T_i wird vorübergehend angenommen, daß der gesamte Raum die Eigenschaften von T_i besitzt. Die dadurch zwangsläufig auftretenden Veränderungen des Feldes werden dadurch kompensiert, daß man zusätzliche Feldquellen und -wirbel „günstig“ außerhalb von T_i legt. Dabei hat man viele Freiheitsgrade. Geometrische Überlegungen (Symmetrien etc.) helfen bei der „günstigen“ Wahl.
3. Das Feld wird mit den noch freien Parametern (Art, Anzahl, Ort und Betrag der Feldursachen) allgemein bestimmt. Es ist jedoch nur für T_i gültig. Führt man dies für alle n Teilgebiete durch, so erhält man n allgemeine Felder.
4. Durch Einsetzen dieser Felder in die Randbedingungen werden die darin enthaltenen Parameter bestimmt.
5. Erneutes Einsetzen der bestimmten Parameter in die Felder der Teilräume liefert schließlich den Feldverlauf im gesamten Raum.

Zunächst werden entsprechend /SCH 91/, /LEH 86/ die Spiegel- und Ersatzquellen für einen linienförmigen Strom bei $x = d$ in einem Halbraum m der Permeabilität μ_m gegenüber einem Halbraum n mit der Permeabilität μ_n berechnet (2-Medienproblem in Abb. 2.12 a).

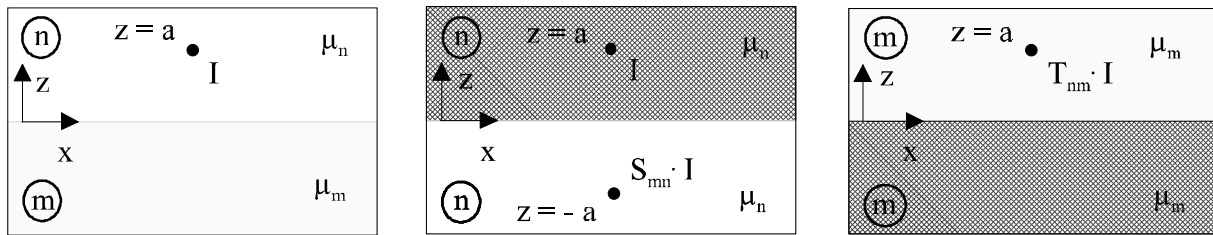


Abb. 2.12 a) Originalstrom b) Spiegelstrom für Medium m c) Ersatzstrom für Medium n

Um die Randbedingungen zu erfüllen, werden eine Ersatzquelle $T_{nm} \cdot I$ für das Medium n Abb. 2.12 b) und eine Spiegelquelle $S_{nm} \cdot I$ für das Medium m Abb. 2.12 c) angesetzt.

Das Feld \mathbf{H}_I eines Linienstromes in y-Richtung lautet:

$$\mathbf{H}_I = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot [x^2 + z^2]} (z, 0, -x). \quad (2.48)$$

Damit können die Feldstärken der einzelnen Quellen angegeben werden :

$$\text{Originalquelle: } \mathbf{H} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot [x^2 + (z-d)^2]} ((z-d), 0, -x) \quad (2.49)$$

$$\text{Spiegelquelle: } \mathbf{H}_s = \frac{S_{nm} \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot [x^2 + (z+d)^2]} ((z+d), 0, -x) \quad (2.50)$$

$$\text{Ersatzquelle: } \mathbf{H}_r = \frac{T_{nm} \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot [x^2 + (z-d)^2]} ((z-d), 0, -x). \quad (2.51)$$

Daraus folgt für die Feldkomponenten in den beiden Feldbereichen:

$$H_{mx} = + \frac{I \cdot (z-d)}{2 \cdot \pi \cdot [x^2 + (z-d)^2]} + \frac{S_{nm} \cdot I \cdot (z+d)}{2 \cdot \pi \cdot [x^2 + (z+d)^2]} \quad (2.52)$$

$$H_{mz} = - \frac{I \cdot x}{2 \cdot \pi \cdot [x^2 + (z-d)^2]} - \frac{S_{nm} \cdot I \cdot x}{2 \cdot \pi \cdot [x^2 + (z+d)^2]} \quad (2.53)$$

und

$$H_{nx} = \frac{T_{nm} \cdot I \cdot (z-d)}{2 \cdot \pi \cdot [x^2 + (z-d)^2]} \quad (2.54)$$

$$H_{nz} = - \frac{T_{nm} \cdot I \cdot x}{2 \cdot \pi \cdot [x^2 + (z-d)^2]}. \quad (2.55)$$

Mit den Gleichungen (2.45) und (2.47) ergibt sich für $x = 0$:

$$\mu_m \cdot H_{mx} = \mu_n \cdot H_{nx} \quad (2.56)$$

und

$$H_{mz} = H_{nz} \quad (2.57)$$

und daraus für

$$S_{nm} = \frac{\mu_n - \mu_m}{\mu_m + \mu_n} \quad (2.58)$$

und

$$T_{mn} = \frac{2 \cdot \mu_m}{\mu_m + \mu_n} \quad (2.59)$$

Nachdem nun ein Schema zur Konstruktion einer Lösung an einer Zweimediengrenze existiert, kann nach /SCH 91/ /WIE 72/ die Lösung für einen Linienstrom gegenüber einer hochpermeablen Schicht konstruiert werden.

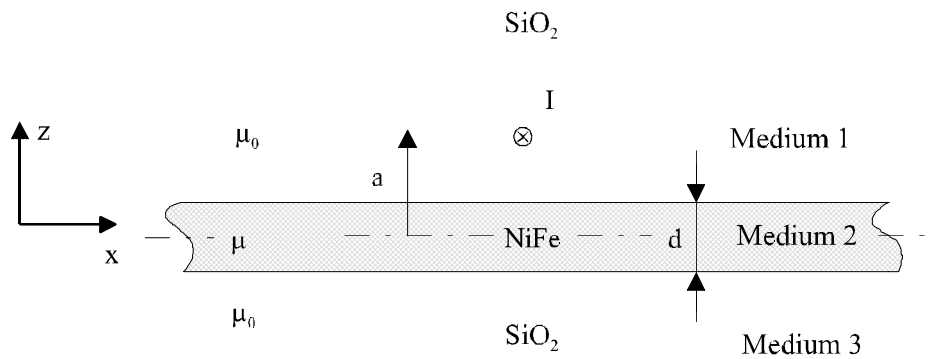


Abb. 2.13: Linienstrom gegenüber hochpermeabler Schicht

Zur Lösung werden dabei abwechselnd durch entsprechende Spiegel- und Ersatzströme die Randbedingungen an einer der Grenzschichten erfüllt und damit an der anderen verletzt, so daß für diese wieder Spiegel- und Ersatzladungen angesetzt werden usw. .

Zuerst wird zur Erfüllung der Randbedingungen an der Mediengrenze 1/2 für den Strom I die Spiegelquelle $S_{21} \cdot I$ bei $z = -(a - d)$ für Medium 1 und die Ersatzquelle $T_{12} \cdot I$ bei $z = a$ für Medium 2 angesetzt. Diese Ersatzquelle verletzt jedoch die Randbedingungen an der Mediengrenze 2/3. Deshalb wird für Medium 3 eine Ersatzquelle $T_{12} \cdot T_{23} \cdot I$ bei $z = a$ und für Medium 2 eine Spiegelquelle $T_{12} \cdot S_{32}$ bei $z = -(a + d)$ angesetzt. Die Fortsetzung dieses Verfahrens führt zu der in Abb. 2.14 angegebenen Anordnungen von Spiegel - und Ersatzströmen für die Felder in den einzelnen Medien.

Daraus ergeben sich dann die Summenformeln für Medium 1 zu

$$H_{x1} = H_{Ix}(x, z - d) + H_{Ix}(x, z + a - d) S_{21} + T_{12} \cdot T_{21} \sum_{n=0}^{\infty} H_{Ix}(x, z + a + d + n \cdot 2 \cdot d) \cdot S_{12}^{(2n+1)} \quad (2.60)$$

$$H_{z1} = H_{Iz}(x, z - d) + H_{Iz}(x, z + a - d) S_{21} + T_{12} \cdot T_{21} \sum_{n=0}^{\infty} H_{Iz}(x, z + a + d + n \cdot 2 \cdot d) \cdot S_{12}^{(2n+1)} \quad (2.61)$$

und für Medium 2

$$H_{x1} = T_{12} \cdot H_{Ix}(x, z - d) + T_{12} \sum_{n=1}^{\infty} H_{Ix}(x, z - (-1)^n \cdot [a + n \cdot d]) \cdot S_{12}^n \quad (2.62)$$

$$H_{z1} = T_{12} \cdot H_{Iz}(x, z - d) + T_{12} \sum_{n=1}^{\infty} H_{Iz}(x, z - (-1)^n \cdot [a + n \cdot d]) \cdot S_{12}^n \quad (2.63)$$

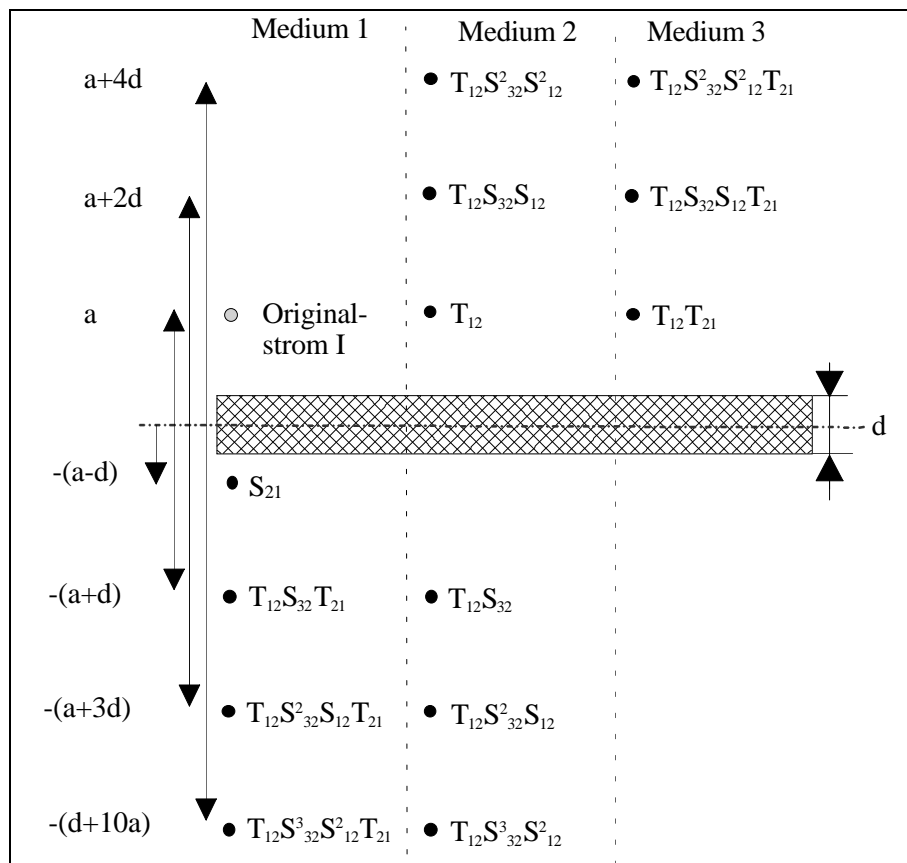


Abb. 2.14: Anordnung der Spiegel- und Ersatzströme und für Medium 3 schließlich

$$H_{x1} = T_{12} \cdot T_{21} \sum_{n=0}^{\infty} H_{1x}(x, z - a - 2 \cdot n \cdot d) \cdot S_{12}^{2n} \quad (2.64)$$

$$H_{z1} = T_{12} \cdot T_{21} \sum_{n=0}^{\infty} H_{1z}(x, z - a - 2 \cdot n \cdot d) \cdot S_{12}^{2n} \quad (2.65)$$

Dabei gilt:

$$S_{32} = S_{12} = \frac{\mu_0 - \mu}{\mu_0 + \mu} \quad (2.66)$$

$$S_{21} = \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0 + \mu} \quad (2.67)$$

$$T_{12} = \frac{2 \cdot \mu_0}{\mu_0 + \mu} \quad (2.68)$$

$$T_{21} = T_{23} = \frac{2 \cdot \mu}{\mu_0 + \mu} \quad (2.69)$$

Um die Summenformeln nicht unnötig zu komplizieren, wurden die Äquivalenzen $S_{32} = S_{12}$ und $T_{21} = T_{23}$, die aus dem gleichen μ für Medium 1 und 3 resultieren, bereits in die Formeln einbezogen.

Um die Richtigkeit des Ansatzes (28) bis (37) nachzuweisen, wurden die Summenformeln für die Bedingungen $I=2$ mA, $a=0,25$ μm und $d=1,15$ μm in ein kleines C-Programm umgesetzt und die Normalkomponenten der Flußdichte B_z und Tangentialkomponenten der Feldstärken H_x an den Grenzflächen für die jeweils aneinanderstoßenden Raumgebiete nach Abb. 2.13 berechnet und miteinander verglichen.

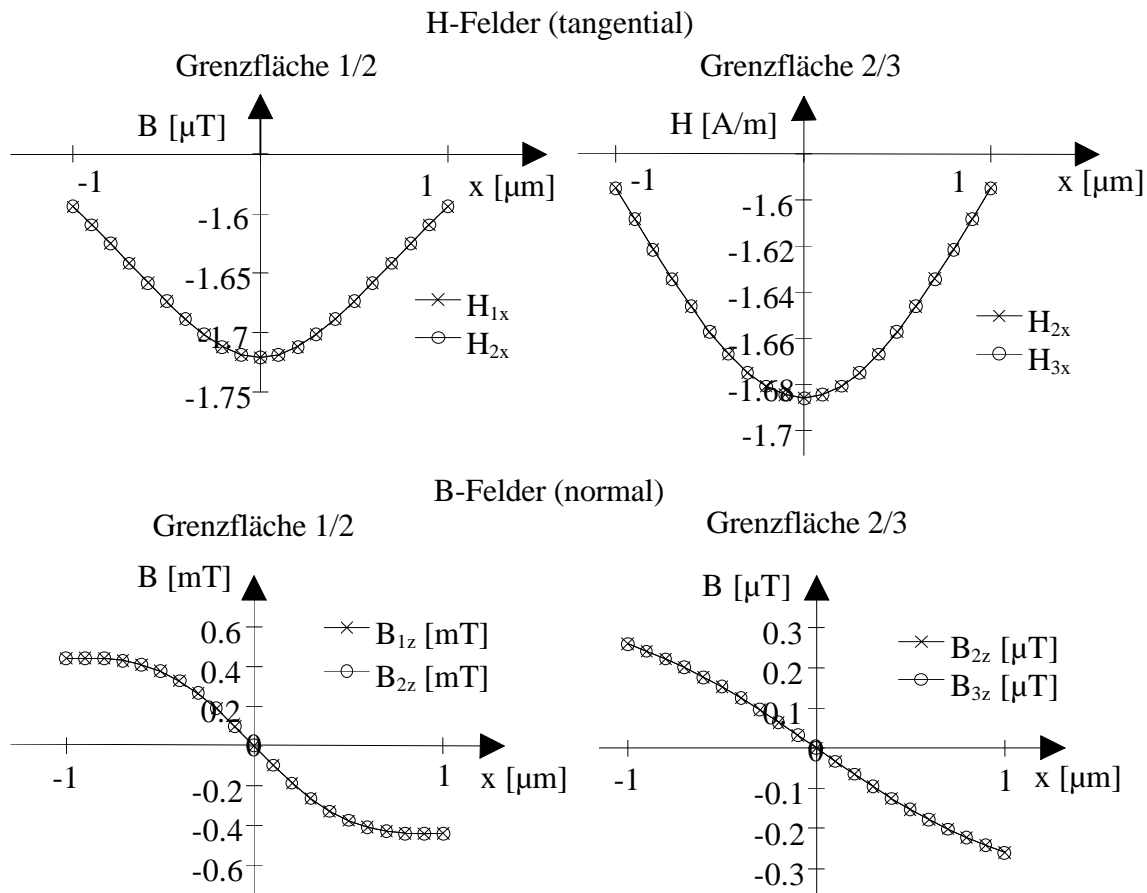


Abb. 2.15: Kontrolle der Randbedingungen an den Grenzflächen von Abb. 2.13

Wie Abb. 2.15 zeigt, erfüllt die berechnete Lösung alle Randbedingungen, die Lösungen für die entsprechenden Feldkomponenten aneinander angrenzender Feldbereiche sind an der Grenzfläche identisch. Für die Realstruktur am Sensor ist jedoch nicht das Feld einer Punktladung gesucht, sondern einer rechteckigen Stromverteilung. In /SCH 91/ und /WIE 72/ wird das Problem durch eine entsprechende Anordnung von Linienladungen gelöst.

Elegant ist es, das aus dem Gesetz von Biot-Savart oder dem Vektorpotential berechnete Feld in die Gleichungen (2.60) bis (2.65) einzusetzen. Dazu betrachtet man in Abb. 2.16 zunächst zwei differentielle Ströme im differentiellen Abstand dx und dz mit einer Stromdichte S in y -Richtung gegenüber einer ferromagnetischen Schicht und die zugehörigen Spiegel- bzw. Ersatzströme, die das Feld in Medium 3 beschreiben.

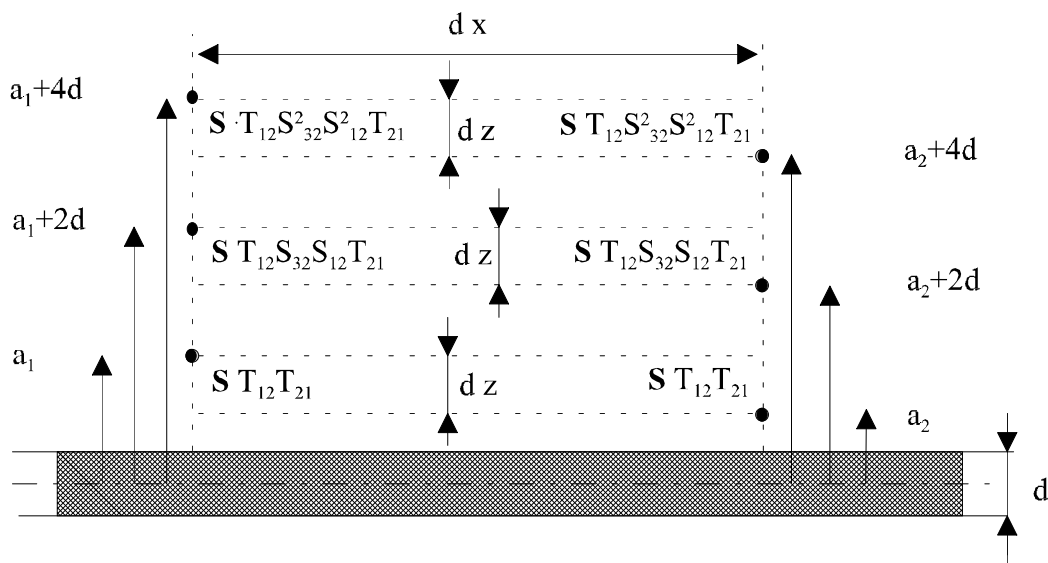


Abb. 2.16: Spiegelströme mit differentiellem Abstand zueinander

Man erkennt leicht, daß sich die Lagerrelation zwischen den differentiellen Strömen durch die Spiegelungsoperationen nicht ändert. Diese Tatsache und die Aussage 1. zur Superponierbarkeit von Feldursachen ermöglicht die Anwendung der Spiegelungsmethode auf beliebige Stromverteilungen. Das Feld einer rechteckförmigen Stromverteilung gemäß Abb. 2.17

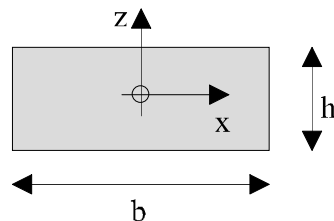


Abb. 2.17: Rechteckförmiger Stromleiter

ergibt sich im homogenen Medium nach dem Gesetz von Biot-Savart oder eleganter aus dem Vektorpotential für ebene Feldprobleme nach /WUN 89-2/

$$V_y = \frac{\mu}{4 \cdot \pi} \cdot \int_{A_0} S_y \cdot \ln \frac{r_B}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} dA_0 \quad (2.70)$$

aufgeschrieben für die Gegebenheiten von Abb. 2.17

$$V_y = \frac{\mu}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{b \cdot h} \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \ln \frac{r_B}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + (z_0 - z)^2}} \cdot dx_0 dz_0 \quad (2.71)$$

und mit der Eichkonstante des Vektorpotentials gewählt zu $r_B = 1$ sowie einigen Umformungen

$$V_y = -\frac{\mu}{8 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{b \cdot h} \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \ln \left[(x_0 - x)^2 + (z_0 - z)^2 \right] \cdot dx_0 dz_0 \quad (2.72)$$

und einer umfangreichen Rechnung zu der im Anhang A3 angegebenen Formel. Daraus erhält man durch Rotationsbildung die Feldstärke

$$\mathbf{H}_R = \frac{1}{\mu} \cdot \text{rot } \mathbf{V}_y. \quad (2.73)$$

Schreibt man (2.72) nun für eine Folge von rechteckigen Spiegelströmen beispielsweise für Medium 3 an, ergibt sich

$$\mathbf{V}_{y3} = -T_{12} \cdot T_{21} \frac{y}{8 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{b \cdot h} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\ln \left[(x_0 - x)^2 + (z_0 - (z - a - 2 \cdot n \cdot d))^2 \right] \cdot S_{12}^{2n} \right] \cdot dx_0 dz_0, \quad (2.74)$$

und wegen der Vertauschbarkeit der Operationen Summation und Integration

$$\mathbf{V}_{y3} = -T_{12} \cdot T_{21} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{y}{8 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{b \cdot h} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \ln \left[(x_0 - x)^2 + (z_0 - (z - a - 2 \cdot n \cdot d))^2 \right] dx_0 dz_0 \right] \cdot S_{12}^{2n} \quad (2.75)$$

$$\mathbf{V}_{y3} = -T_{12} \cdot T_{21} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\mathbf{V}_y(x, z - a - 2 \cdot n \cdot d) \right] \cdot S_{12}^{2n}. \quad (2.76)$$

Setzt man (2.76) in (2.73) ein und vertauscht die Summation mit der Rotationsbildung ergibt sich

$$\mathbf{H}_3 = -T_{12} \cdot T_{21} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\mu} \text{rot} \left[\mathbf{V}_y(x, z - a - 2 \cdot n \cdot d) \right] \cdot S_{12}^{2n} \quad (2.77)$$

$$\mathbf{H}_3 = -T_{12} \cdot T_{21} \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{H}_R(x, z - a - 2 \cdot n \cdot d) \cdot S_{12}^{2n} \quad (2.78)$$

d.h. die Mehrfachspiegelungsmethode ist auch für Stromdichteverteilungen anwendbar. Aus (2.73) und der Formel für \mathbf{V}_y aus dem Anhang lassen sich die Komponenten von \mathbf{H}_R

$$\mathbf{H}_{Rx} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot b \cdot h} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \left(x + \frac{b}{2} \right) \cdot \ln \frac{\left(z + \frac{h}{2} \right)^2 + \left(x + \frac{b}{2} \right)^2}{\left(z - \frac{h}{2} \right)^2 + \left(x + \frac{b}{2} \right)^2} - \frac{1}{2} \cdot \left(x - \frac{b}{2} \right) \cdot \ln \frac{\left(z + \frac{h}{2} \right)^2 + \left(x - \frac{b}{2} \right)^2}{\left(z - \frac{h}{2} \right)^2 + \left(x - \frac{b}{2} \right)^2} \right. \\ \left. + \left(z + \frac{h}{2} \right) \cdot \left(\arctan \frac{x + \frac{b}{2}}{z + \frac{h}{2}} - \arctan \frac{x - \frac{b}{2}}{z + \frac{h}{2}} \right) - \left(z - \frac{h}{2} \right) \cdot \left(\arctan \frac{x + \frac{b}{2}}{z - \frac{h}{2}} - \arctan \frac{x - \frac{b}{2}}{z - \frac{h}{2}} \right) \right\} \quad (2.79)$$

$$H_{Rz} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot b \cdot h} \cdot \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \cdot \left(z + \frac{h}{2} \right) \cdot \ln \frac{\left(x + \frac{b}{2} \right)^2 + \left(z + \frac{h}{2} \right)^2}{\left(x - \frac{b}{2} \right)^2 + \left(z + \frac{h}{2} \right)^2} - \frac{1}{2} \cdot \left(z - \frac{b}{2} \right) \cdot \ln \frac{\left(x + \frac{b}{2} \right)^2 + \left(z - \frac{h}{2} \right)^2}{\left(x - \frac{b}{2} \right)^2 + \left(z - \frac{h}{2} \right)^2} \\ & + \left(x + \frac{h}{2} \right) \cdot \left(\arctan \frac{z + \frac{h}{2}}{x + \frac{b}{2}} - \arctan \frac{z - \frac{h}{2}}{x + \frac{b}{2}} \right) - \left(x - \frac{h}{2} \right) \cdot \left(\arctan \frac{z + \frac{h}{2}}{x - \frac{b}{2}} - \arctan \frac{z - \frac{h}{2}}{x - \frac{b}{2}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.80)$$

in Übereinstimmung mit /KUE 83/ berechnen. Damit wurde die Methode durch Einsetzen von (2.79) und (2.81) in die Lösung für eine Grenzfläche und anschließendes analytisches Überprüfen der Stetigkeitsbedingungen an der Grenzfläche und durch eine Rechnung analog Abb. 2.15 überprüft.

Für den Spezialfall einer in x-Richtung langgestreckten Strombelegung (Annahme bei FEM-Rechnungen für die zusammengefaßten Einzelleitbahnen) erhält man daraus entsprechend /WUN 89-2/ die vereinfachten Formeln

$$H_x = -\frac{I}{2 \cdot \pi \cdot h} \cdot \left(\arctan \frac{z + \frac{h}{2}}{x} - \arctan \frac{z - \frac{h}{2}}{x} \right) \quad (2.82)$$

bzw.

$$H_x = -\frac{I}{2 \cdot \pi \cdot h} \cdot \left(\arctan \frac{x}{z - \frac{h}{2}} - \arctan \frac{x}{z + \frac{h}{2}} \right) \quad (2.83)$$

und

$$H_z = -\frac{I}{2 \cdot \pi \cdot h} \cdot \ln \frac{\left(z - \frac{h}{2} \right)^2 + x^2}{\left(z + \frac{h}{2} \right)^2 + x^2} \quad (2.84)$$

2.3.2. Ergebnisse

Mit dieser Methode wurde für eine typische Spulenkonfiguration (40 Wdg. Meßspule zwischen je 50 Wdg. Anregungsspule bei 0.5 μm Kerndicke und 100 μm Kernbreite) für einen zunächst unendlich langen Kern für unterschiedliche relative Permeabilitäten der von der Meßspule umfaßte Fluß bei einer Stromstärke von 1 mA berechnet.

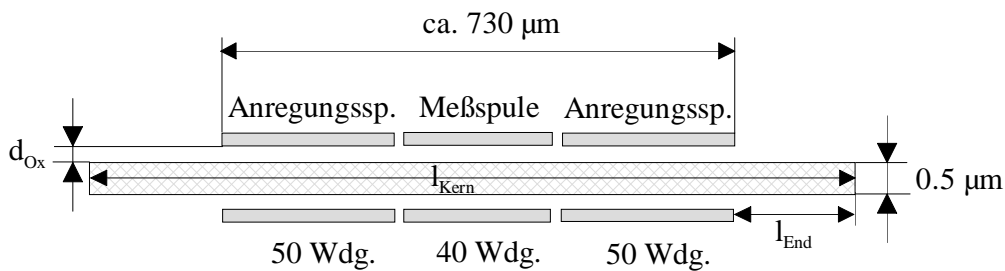


Abb. 2.18: Typische Spulenkonfiguration

Daraus ergibt sich die Gegeninduktivität M_{PE} zwischen Anregungs- und Meßspule definitionsgemäß zu:

$$M_{PE} = \frac{\sum_{\text{Wdg.}} \Phi_{\text{Pick}}}{I_{\text{Exc}}} \quad (2.85)$$

Die Tabelle Tab. 2.1 enthält die Ergebnisse der Rechnung.

μ_R	M_{PE} [μH]
100	0.016
200	0.044
500	0.142
1000	0.292
2000	0.520
5000	0.932
10000	1.303
20000	1.706
50000	2.263
100000	2.692
200000	3.119

Tab. 2.1: Abhängigkeit von μ_R

Abb. 2.19 veranschaulicht den Zusammenhang bei linearer Achsenteilung und logarithmischer Achsenteilung.

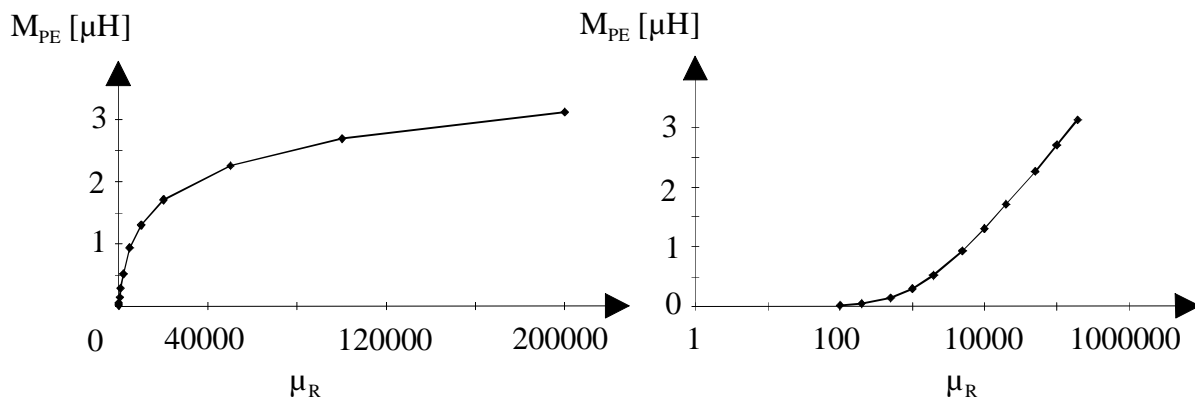


Abb. 2.19: Abhängigkeit der Gegeninduktivität M_{PE} von μ_r

Ein weiterer interessierender Zusammenhang besteht zwischen der Gegeninduktivität zwischen Anregungs- und Meßspule M_{PE} und der Oxiddicke d_{Ox} .

d_{Ox} [μm]	M_{PE} [μH]
0.1	0.932
0.2	0.932
0.3	0.932
0.4	0.932
0.5	0.932
0.8	0.932
1	0.932
1.5	0.933
2	0.933
100	0.907

Tab. 2.2: Abhängigkeit von der Oxiddicke d_{Ox}

Die Grafik veranschaulicht diesen Zusammenhang.

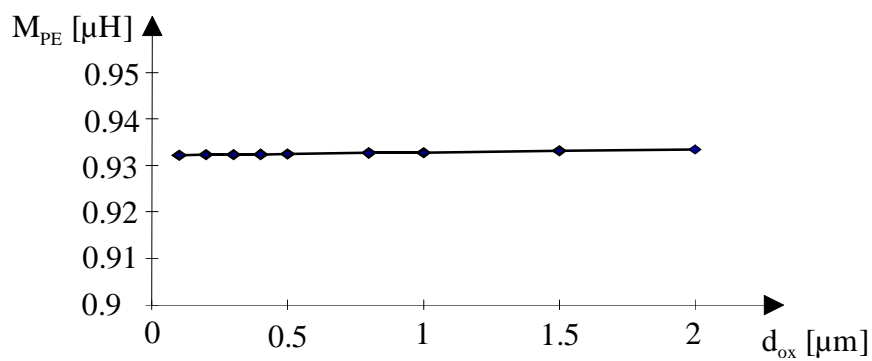


Abb. 2.20: Abhängigkeit der Gegeninduktivität M_{PE} von der Oxiddicke

Die Abhängigkeit ist im technologisch interessierenden Bereich vernachlässigbar klein. Für größere Abstände (z.B. 100 μm in Tab. 2.2) nimmt die Gegeninduktivität mit steigender Oxiddicke deutlich ab.

Eine Abhängigkeit, die Gegenstand vieler Spekulationen war, ist die Abhängigkeit von der Kerndicke, da diese zu den technologisch kritischen Parametern gehört.

d_{NiFe} [μm]	M_{PE} [μH]
0.1	0.291
0.2	0.520
0.3	0.689
0.4	0.822
0.5	0.932
0.6	1.026
0.7	1.107
0.8	1.180
0.9	1.245
1	1.304
2	1.707
5	2.268
10	2.702

Tab. 2.3: Abhängigkeit von der Kerndicke d

Die Grafik veranschaulicht auch diesen Zusammenhang für lineare und logarithmische Achsenteilung.

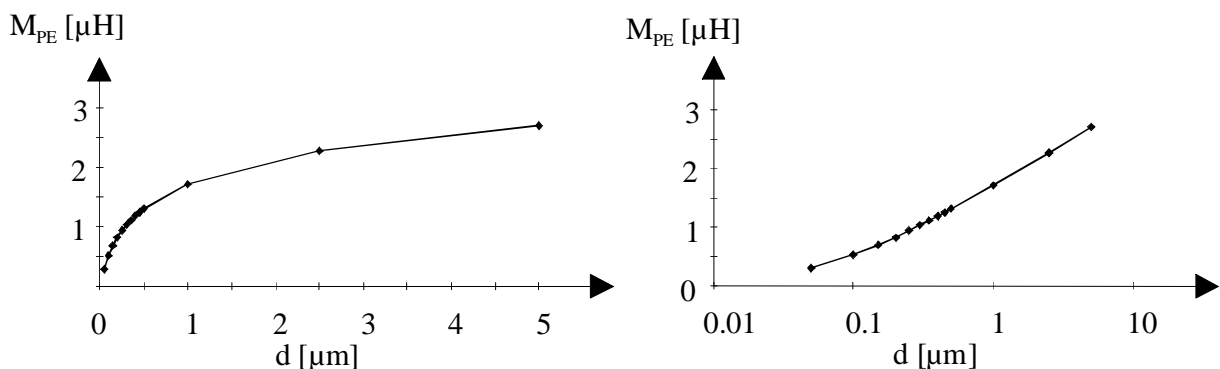


Abb. 2.21: Abhängigkeit der Gegeninduktivität M_{PE} von der Kerndicke d

Die vorstehenden Berechnungen gingen von der Annahme eines in x -Richtung unendlich langen Kerns aus. Zur Berechnung des Einflusses des Kernendes, d.h. der Entmagnetisierung durch das Kernende, wird das Schema nach Abb. 2.14 nach Anwendung in der z -Richtung auf die dabei gefundene Lösung nochmals in x -Richtung angewendet. Die Zahl der erforderlichen Spiegelungen ist wegen der schnelleren Konvergenz dabei deutlich geringer, da sich der Ab-

stand der Spiegelströme jeweils um $2 l_{\text{Kem}} = 2600 \mu\text{m}$ erhöht gegenüber $2 d = 1 \mu\text{m}$ bei der Spiegelung in z-Richtung.

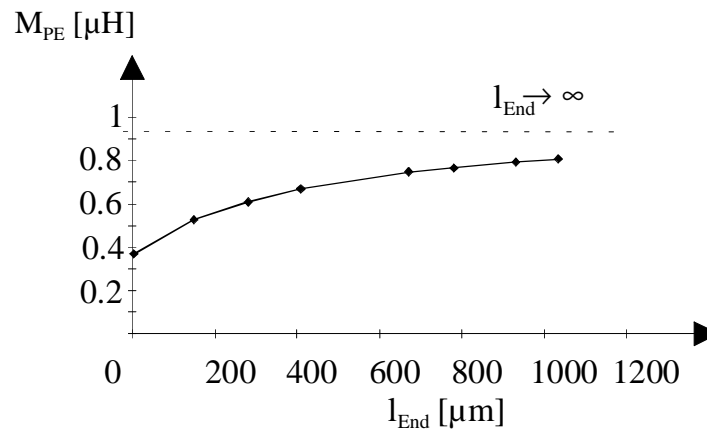


Abb. 2.22: Abhängigkeit der Gegeninduktivität M_{PE} von der Länge des Kernendes l_{End}

Das Ergebnis in Abb. 2.22 zeigt, daß die Gegeninduktivität zwischen zwei Spulen am Ende eines Kernes bedingt durch die Entmagnetisierung sinkt.

Auffällig dabei ist, daß das entstehende Schema von Spiegel- und Ersatzströmen Ähnlichkeit mit den Schemata zur Herleitung Greenscher Funktionen /OBE 49/ hat. Allerdings verschwindet bei den Greenschen Funktionen das Potential auf dem Bereichsrand. Sie stellen demnach den Grenzwert der obigen Betrachtungen für $\mu_r \rightarrow \infty$ dar. Aus diesem Grund wurde auch auf die Suche von geschlossenen Ausdrücken für (2.60) bis (2.65) verzichtet, da deren Existenz höchst unwahrscheinlich ist und auch Greensche Funktionen oft als unendliche Summe z.B. harmonischer Funktionen angegeben werden.