Kapitel 4

Simulationsresultate

In diesem Kapitel werden die Resultate der durchgeführten Computersimulationen dargestellt und diskutiert. Grundlage hierfür sind die in Kapitel 3 eingeführten zellularen Automaten und deren Modifikationen. Es werden die Unterschiede zwischen den verschiedenen Messprozeduren (Abschn. 4.1), das Verhalten von Dichtewellen (Abschn. 4.2) sowie Eigenschaften der hier neu vorgeschlagenen Antizipationsvariante des *CA* (Abschn. 4.3) analysiert. Alle Programme sind in der Programmiersprache C verfasst, die Simulationen wurden auf diversen PC's (Pentium und DEC-Alpha) unter LinuX sowie HP-Parallelrechnern des HRZ der Universität Duisburg durchgeführt.

4.1 Messprozeduren in CA-Modellen

4.1.1 Globale Messungen

Globale Größen (Index g) lassen sich in Simulationen leicht am Gesamtsystem messen. Somit findet man bei N Fahrzeugen mit den Fahrzeuglängen $\ell_{Fz,i}$ (gemessen in Zellen) auf L Zellen den Zusammenhang

$$\rho_g = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^N \ell_{Fz,i} \qquad \langle v \rangle_g = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i \stackrel{(2.10)}{\Rightarrow} J_g = \frac{1}{LN} \sum_{i=1}^N \ell_{Fz,i} \sum_{j=1}^N v_j, \tag{4.1}$$

der sich noch bei $\ell_{Fz,i} \equiv 1$ vereinfachen lässt zu $J_g = \sum v_j/L$.

4.1.2 Lokale Messungen

Um eine lokale Größe (Index l) zu erhalten, wird der Messbereich auf eine Länge von $\lambda \approx 2v_{max}$ gekürzt. Die Länge muss so gewählt sein, dass genügend Ereignisse auftreten,

andererseits nicht nur globale und damit konstante Dichteprofile wiedergegeben werden $(\nearrow Abschn. 4.2.1, [67, 78, 91, 92])$:

$$\rho_l(k) = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^{\lambda-1} \eta_{k+i} \quad \text{mit} \quad \eta_{k+i} = \begin{cases} 1 & \text{wenn Zelle besetzt ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(4.2)

Befinden sich nun $n \leq \sum \eta_i$ Fahrzeuge in diesem Messbereich¹, dann findet man

$$\langle v \rangle_l(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \quad \Rightarrow \quad J_l(k) = \frac{1}{n\lambda} \sum_{i=0}^{\lambda-1} \eta_{k+i} \sum_{j=1}^n v_j. \tag{4.3}$$

Reduziert man nun den Messbereich auf einen Punkt (z.B. dem Übergang zwischen zwei Zellen), dann sind, vergleichbar mit vielen Messungen am realen Verkehr wie in Abschn. 2.4, nur noch Geschwindigkeit und Fluss verfügbar. Mit dem Übergang zu einer punktuellen Messung sind nun gleichzeitig die Messwerte über ein geeignetes Zeitintervall T zu mitteln². Passieren nun n Fahrzeuge im Zeitintervall T den Messpunkt, dann folgen

$$\langle v \rangle_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i = \frac{v_{\Sigma}}{n} \quad \text{und} \quad J_p = \frac{n}{T} \quad \stackrel{(2.10)}{\Rightarrow} \quad \rho_p = \frac{n^2}{T v_{\Sigma}}$$
(4.4)

mit $v_{\Sigma} \equiv \sum_{i} v_{i}$. Hierbei spielen Fahrzeugausdehnungen keine Rolle. Für kleine Dichten und große Geschwindigkeiten kann dies auch vernachlässigt werden, da die Verweildauer eines Fahrzeugs auf dem Messschleife vernachlässigbar gering ist gegenüber dem Messintervall. Bei größeren Dichten, in denen auch Stausituationen auftreten, sind Fehler zu erwarten. Die Geschwindigkeiten werden systematisch über- und damit die Dichten unterschätzt.

In Simulationen kann man dieses Problem beheben, indem man eine Messschleife mit der Ausdehnung einer Zelle einführt und dort versucht, Belegungszeiten zu ermitteln. In einem ersten Schritt werden neben den fahrenden Fahrzeugen n_f nun auch die stehenden Fahrzeuge n_s erfasst und in die Berechnung der mittleren Geschwindigkeit einbezogen:

$$\langle v \rangle_p = \frac{v_{\Sigma}}{n_f + n_s} \quad J_p = \frac{n_f}{T} \quad \Rightarrow \quad \rho_p = \frac{n_f(n_f + n_s)}{Tv_{\Sigma}} = \frac{n_f^2}{Tv_{\Sigma}} + \frac{n_f n_s}{Tv_{\Sigma}}.$$
 (4.5)

Der zweite Summand von ρ_p in (4.5) beinhaltet jedoch die reziproke Geschwindigkeit $1/v_{\Sigma}$, die ja nach (4.4) unterschätzt wird. Zudem muss explizit, d.h. durch eine zusätzliche Abfrage, unterschieden werden, ob der Zustand $\rho = 0$ oder $\rho = \rho_{max}$ vorliegt. Der richtige

¹Das " \leq " rührt daher, dass Fahrzeuglängen $\ell_{Fz,i} > 1$ denkbar sind, letztendlich müssen dann auch Fahrzeuge, die aus dem Messbereich heraus- oder in diesen hineinragen, Berücksichtigung finden.

²Geeignet heißt hierbei $T = 1 \dots 5 \min (\nearrow \text{Abschn. 2.4.8}).$

4.1. MESSPROZEDUREN IN CA-MODELLEN

Ansatz ist nun die Zusammensetzung der Dichte aus Beiträgen, die vom fließenden Verkehr (Index f) und von stehenden Fahrzeugen (Index s) herrühren:

$$\rho_p = \rho_f + \rho_s = \frac{n_f^2}{Tv_{\Sigma}} + \frac{n_s}{T}.$$
(4.6)

Fluss und mittlere Geschwindigkeit werden dann weiterhin wie in (4.4) bestimmt, jedoch ist für $n_s > 0$ die hydrodynamische Beziehung (2.10) nicht länger anwendbar, soll doch der Fluss weiterhin ein Maß für die *fahrenden* Autos innerhalb eines Zeitintervalls bleiben. Ebenso ist hier keine explizite Unterscheidung der Zustände $\rho = 0$ oder $\rho = \rho_{max}$ notwendig.

Um auch noch die Beiträge, die von den Fahrzeuglängen herrühren, geeignet zu berücksichtigen, kann man an dieser Stelle bei der Bestimmung der Dichte direkt *nur* auf die Belegungszeit, wie es in (4.6) bereits ansatzweise geschieht, zurückgreifen. Die prozentuale oder relative Bedeckung ist dann einfach die Summe der Belegungszeiten aller detektierten Fahrzeuge, ungeachtet ihres Fahrzustands:

$$\varrho = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{n} \tau_i. \tag{4.7}$$

Jedes der *n* Fahrzeuge hat die Messschleife (in der *CA*-Simulation z.B. eine Zelle) genau die Zeit τ_i belegt. Stehende Fahrzeuge liefern dann pro Zeittakt (Updateschritt Δt) genau einen Beitrag in der Länge des Zeittaktes, fahrende Fahrzeuge einen ihrer Geschwindigkeit entsprechenden Anteil gemäß

$$\tau_i = \frac{1}{v_i + 1}.\tag{4.8}$$

4.1.3 Ereignisgesteuerte Detektion bei hohen Dichten

Die Bestimmung einer Verkehrsdichte kann auf mehrere Arten erfolgen. Sie hängen davon ab, welche Ausgangsdaten aus der Messung zur Verfügung stehen (\nearrow Kap. 2).

Im Freiflussbereich steht uneingeschränkt die hydrodynamische Beziehung (2.10) zur Verfügung, weil hier steigende Dichten auch mit steigenden Flüssen einhergehen. Problematisch ist die Dichtebestimmung auf Basis von Fluss und mittlerer Geschwindigkeit (\nearrow Abschn. 2.4.2). Die hydrodynamische Beziehung (2.10) kann den Zustand hoher Dichte mit fallender mittlerer Geschwindigkeit nicht mehr erfassen. Die Fehler äußern sich darin, dass die Messungen des Stop-and-Go-Verkehrs nicht in den Punkt maximaler Dichte, sondern in den Koordinatenursprung einmünden. Das ist darauf zurückzuführen, dass die Messung ereignisorientiert arbeitet: Treten keine Ereignisse auf, dann kann dies entweder heißen, dass die Straße leer ist oder aber, dass alle Fahrzeuge im dichtesten Stau stehen.

Im Stop-and-Go-Verkehr gibt es auf kurzen Strecken große Fluktuationen in der Fahrzeuggeschwindigkeit. Nah beieinander finden sich fahrende Fahrzeuge mit Geschwindigkeiten deutlich über Schrittgeschwindigkeit und stehende Fahrzeuge, die Blöcke bilden. Eine Stauwelle wandert stromaufwärts. Fahrzeuge, die anhalten müssen, werden nach einer Wartezeit am stromabwärtigen Ende des Staus wieder "freigegeben". Bei der ereignisorientierten Messung nun werden nur die Bewegungen erfasst, somit ist die Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit über $\propto \sum v_i$ nur bei fließendem Verkehr repräsentativ für die lokale Größe.

4.1.4 Darstellung der Unterschiede mittels Simulationen

Methoden der Dichtebestimmung

Um die Unterschiede der verschiedenen Dichtemessmethoden zu illustrieren, werden Simulationen mit dem *SCA* bei verschiedenen globalen Dichten durchgeführt. Für die lokalen Messungen werden "Messschleifen" in ringförmigen Testszenarios (periodische Randbedingungen) installiert. Dort können Flüsse, Geschwindigkeiten, aber auch Belegungen erfasst sowie zwischen stehenden und fahrenden Fahrzeugen unterschieden werden.

Die Simulationsergebnisse sind im linken Diagramm der Abb. 4.1 dargestellt. Hierbei werden die Daten über Intervalle der Dichte, die aus der globalen Bedeckung abgeleitet werden, gemittelt. Deutlich ist zu erkennen, dass im Bereich freien Verkehrs alle Dichtemethoden dieselben Ergebnisse liefern. Die Abweichungen treten erst bei Erreichen einer kritischen Dichte auf.

Wird die Dichte mit der hydrodynamischen Relation (4.4) berechnet, dann existiert eine obere Schranke, weil die Geschwindigkeit systematisch über- und damit die daraus resultierende Dichte unterschätzt wird. Dieser Nachteil kann behoben werden, indem Bedeckungsmessungen in die Dichteberechnung einfließen wie in (4.5) und (4.6) geschehen. Die besten Resultate, d.h. die größte Annäherung an die Dichte, die über die Bedeckung bestimmt worden ist, wird für den Fall erreicht, in dem der Verkehr als eine Zusammensetzung stehender und fahrender Fahrzeuge betrachtet wird, wie in (4.6) geschehen ist.

Stop-and-Go-Verkehr im Fundamentaldiagramm

Aus Gründen der Anschaulichkeit im Fundamentaldiagramm wird eine kontinuierliche Variante des CA gewählt, die sich stark am in Abschn. 3.3.2 vorgestellten raum-kontinuierlichen Zellularautomatenmodell orientiert. Raum-diskrete Varianten liefern qualitativ identische Resultate. Zur weiteren Vereinfachung wird Regel **C1** ersetzt durch

C1 Beschleunigung: Mit Rücksicht auf den Abstand zum Vordermann wird die neue Geschwindigkeit gewählt:



Abbildung 4.1: Links: Verschiedene lokale ereignisorientierte Messmethoden liefern verschiedene Abweichungen von der zeitorientierten Bedeckungsmessung (Intervallmittelungen). Rechts: Die unterschiedlichen Messmethoden verändern das Aussehen des Fundamentaldiagramms. Hier wurden zum Vergleich die Methoden (4.7) und (4.4) gegenübergestellt. Die Symbole repräsentieren Minutenmessungen an einem Messpunkt. Zum Vergleich sei beispielsweise auf die Abb. 2.8 und 2.20 verwiesen.

$$v_n(t + \Delta t) \quad \longleftarrow \quad \min(v_n(t) + 1, v_n^{max}, g_n(t)).$$

Im Fundamentaldiagramm (rechts in Abb. 4.1) wird deutlich, dass die Punkte der lokalen ereignisorientierten Messung bei hohen globalen Dichten in den Koordinatenursprung einmünden, wie es von den empirischen Daten (z.B. Abb. 2.8 und 2.20 in Kap. 2) her bekannt ist.

In einem ringförmigen Testsystem wird neben Geschwindigkeit und Fluss auch als Referenz die Belegungszeit gemessen. Stehende Fahrzeuge auf der Messschleife tragen eine Zeiteinheit zur Bedeckung bei, fahrende einen der reziproken Geschwindigkeit entsprechenden Anteil. Abb. 4.1 verdeutlicht die Unterschiede und bestätigt die Aussagen aus den vorangegangenen Abschnitten zur Analyse der empirischen Daten.

Im Freiflussbereich zeigen sich keine Differenzen zwischen den Messmethoden. Tritt jedoch der Fall ein, dass stehende Fahrzeuge auf oder in der Umgebung des Detektors auftreten, dann kommt es zur systematischen Unterschätzung der Dichte aus $\rho = J/\langle v \rangle$. Bei steigender globaler Dichte und damit einhergehender weiterer Zunahme der Anzahl stehender Fahrzeuge münden die Punkte auf eine Ursprungsgerade ein. Dies kann man sich an einer Symmetriebetrachtung Teilchen(Fahrzeug) \leftrightarrow Loch(Lücke) der Zellvariablen verdeutlichen. Das Ereignis ist nun das Passieren einer Lücke – für die Messprozedur macht dies keinen Unterschied. Diese Lücke wandert stromaufwärts, wenn ein auf der "Messschleife" stehendes Auto auf Geschwindigkeit 1 beschleunigt. Im nächsten Zeitschritt kann die "Messschleife" durch das nachfolgende Fahrzeuge besetzt sein – es sei denn, das Führungsfahrzeug "trödelte". Somit wird die Lücke auch mit einer Geschwindigkeit von einer Zelle pro Zeitschritt detektiert. Im Fundamentaldiagramm liegen die damit zu assoziierenden Punkte auf einer Ursprungsgerade mit einer Steigung nahe Eins.

4.2 Dichtewellen

Spontan entstandene Staus äußern sich als stromaufwärts wandernde Dichtewellen. Ihr vorderes Ende ist nicht an ein lokales Ereignis gebunden. Die Dynamik eines Staus muss daher mit dynamischen Eigenschaften des Systems wie Fluss oder Rauschen verknüpft sein.

Es sollen hier die Dichtewellen und die Separation in einen Bereich freien Flusses und einen Bereich mit stehenden Fahrzeugen untersucht werden [78]. Ist die Lebensdauer eines Staus groß genug [72], dann kann dessen zeitliche Entwicklung verfolgt und z.B. zur Bestimmung der Staugeschwindigkeit herangezogen werden. Nach Kerner [50] beträgt diese auf deutschen Autobahnen ca. -15 bis -20 km/h. Am Auftreten derartiger stabiler Dichtewellen kann auch der Übergang vom frei fließenden zum gestauten Verkehrszustand beobachtet werden. Dieser Übergang ist bei variierter globaler Dichte ρ oder bei variierter Trödelwahrscheinlichkeit p zu beobachten, er findet bei einer kritischen Dichte ρ_c bzw. einem kritischen Rauschen p_c statt. Die hier vorgestellte Methode der Dichte-Autokorrelationsfunktion ist geeignet, *unabhängig* von einer expliziten mikroskopischen Definition eines Staus einige seiner Eigenschaften zu bestimmen. Dies ist für alle Modelle bzw. Systeme möglich, in denen Dichteprofile zur Verfügung stehen. Exemplarisch wird diese Methode an verschiedenen Zellularautomatenmodellen (*SCA* und zwei Modifikationen) demonstriert. Dabei wird der Zusammenhang zwischen dem Fundamentaldiagramm bzw. den dort verknüpften Größen und den Eigenschaften der Stauwellen deutlich.

4.2.1 Benutzte Modelle und Methoden

Im Rahmen der Untersuchungen zu den Dichtewellen werden drei Modelle bzw. Varianten untersucht. Neben dem ursprünglichen Modell *SCA* wurden die *Slow-to-Start* Modelle VDR und T^2 untersucht, wie sie in Abschn. 3.3.2 beschrieben worden sind. D.h. es gelten für alle die Regeln **R1**, **R2** und **R3** mit Modifikationen in der Regel **R2**, die das stochastische Element repräsentiert. Allerdings werden, um die Handhabung mit variierender Abbremswahrscheinlichkeit p zu vereinfachen und die Ergebnisse der unterschiedlichen Modelle vergleichen zu können, die Trödelwahrscheinlichkeiten abweichend definiert. Die hohen p-Werte für $v_i = 0$ (VDR) und $g_i = 0$ (T^2) werden im festen Abstand p_{VDR} (VDR) und p_{T^2} (T^2) gegenüber p mitgeführt.

$$SCA: \quad p = const.$$

$$VDR: \quad \tilde{p} = \begin{cases} \operatorname{Min}(p + p_{VDR}, 1) & v_i = 0\\ p & \text{sonst} \end{cases}$$

$$T^2: \quad \tilde{p} = \begin{cases} \operatorname{Min}(p + p_{T^2}, 1) & g_i = 1\\ p & \text{sonst} \end{cases}$$

$$(4.9)$$

Weiterhin notwendig für die Untersuchungen ist die Definition der lokalen Dichte $\rho_l(k, t)$ in der Zelle k zur Zeit t. Dies geschieht analog (4.2):

$$\rho_l(k,t) = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^{\lambda-1} \eta_{k+i}(t) \quad \text{mit} \quad \eta_{k+i}(t) = \begin{cases} 1 & \text{wenn Zelle } k+i \text{ zur} \\ \text{Zeit } t \text{ besetzt ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(4.10)

Der Parameter λ bezeichnet die Länge des betrachteten Intervalls und liegt im Bereich $\lambda_0 \ll \lambda \ll L$ [67, 91, 92] mit der charakteristischen Längenskala λ_0 . Zur Bestimmung der Staugeschwindigkeit V_J wird die generalisierte *T*-Punkt-Autokorrelationsfunktion der Dichte

$$\mathcal{A}_{V_J^*}(r \equiv V_J^* \tau \Delta T, \tau) = \langle \prod_{\tau=0}^{T-1} \rho_l(x + V_J^* \tau \Delta T, t + \tau \Delta T) \rangle_L$$
(4.11)

mit der angenommenen Staugeschwindigkeit $V_J^* \in [-1, 0]$ verwendet. Das Maximum der Funktion $\mathcal{A}_{V_J^*}(r, \tau)$ führt zu V_J (Abb. 4.2). ΔT ist der zeitliche Abstand zwischen zwei einzelnen Messungen, welche zur rechten Seite von (4.11) beitragen, und muss so gewählt werden, dass auch eine makroskopische Bewegung nachweisbar ist und V_J mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden kann. Im Allgemeinen werden $L = 10^4$ (keine Finite-Size Effekte) und $\Delta T = 10^2$ gewählt und über 20 Messungen gemittelt.

4.2.2 Simulationsergebnisse

Für geeignete Simulationsergebnisse ist es notwendig, die Parameter T und ΔT entsprechend zu justieren (Abb. 4.2). Die Genauigkeit, mit der man V_J bestimmen könnte, ist durch ΔT^{-1} beschränkt, und für $T/\Delta T$ der Größenordnung 1 und mehr kann es passieren, dass \mathcal{A}_{V_J} verschwindet. Besonders problematisch wird dies in der Umgebung von ρ_c . Hier kommen noch die Fluktuationen von \mathcal{A}_{V_J} selbst hinzu. Die Abhängigkeit der Staugeschwindigkeit $V_J(\rho)$ vom Rauschparameter p ist in Abb. 4.2 dargestellt. Die Untersuchungen wurden für verschiedene Parameter durchgeführt, ohne dabei erwähnenswerte Abweichungen zu finden. Die Modifikationen VDR und T^2 offenbaren ein anderes Verhalten: Die Staugeschwindigkeiten sind betragsmäßig kleiner, was direkt auf den verringerten Stauausfluss zurückzuführen ist.



Abbildung 4.2: Links: Der Peak in \mathcal{A}_{V_J} ermöglicht die Bestimmung der Staugeschwindigkeit V_J , die Varianz $\sigma(\mathcal{A}_{V_J})$ ist im kleinen Diagramm dargestellt. Bei einem zu großen Verhältnis $T/\Delta T$ kann es zu einem Verschwinden von \mathcal{A}_{V_J} kommen, die Empfindlichkeit gegenüber $T/\Delta T$ nimmt in der Nähe von ρ_c zu. Rechts: Die Staugeschwindigkeit als Funktion der Abbremswahrscheinlichkeit variiert mit der Modellvariante, Fehlerabweichungen liegen innerhalb der Symbolgröße ($v_{max} = 5$, $\rho = 0, 4$ und $\lambda = 30$).

Die Ergebnisse aus den VDR-Simulationen sind, im Vergleich mit SCA-Simulationen, in Richtungen kleinerer $|V_J|$'s verschoben, und zwar proportional mit p_{VDR} (Abb. 4.2 mit $p_{VDR} = \{0.3|0.5\}$). p_{VDR} findet man an der Ordinate bei p = 0 und an der Abszisse bei $V_J = 0$ wieder, für große p's kommt es zum totalen Stillstand, da es sehr unwahrscheinlich oder gar unmöglich ist, dass ein einmal stehendes Fahrzeug sich wieder in Bewegung setzt.

Wartezeitbetrachtungen

Um die Beziehung zwischen V_J und \tilde{p} zu verstehen, wird die Wartezeit t_w eines stehenden Fahrzeugs für $\tilde{p} < 1$ bestimmt. Diese kann durch eine geometrische Reihe

$$t_w = 1(1 - \tilde{p}) + 2(1 - \tilde{p})\tilde{p} + 3(1 - \tilde{p})\tilde{p}^2 + \dots$$

= $1 - \tilde{p} + 2\tilde{p} - 2\tilde{p}^2 + 3\tilde{p}^2 - 3\tilde{p}^3 + 4\tilde{p}^3 - 4\tilde{p}^4 + \dots$
= $1 + \tilde{p} + \tilde{p}^2 + \tilde{p}^3 + \tilde{p}^4 + \dots$

ausgedrückt werden, was letztendlich zu

$$t_w = \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{p}^i = \frac{1}{1 - \tilde{p}} \quad \Rightarrow \quad |V_J| = \frac{1}{t_w} = 1 - \tilde{p} \in [0, 1 - p_{VDR}]$$
(4.12)

führt. (4.12) ist exakt für den Fall p = 0, eine gute Übereinstimmung findet man für große p_{VDR} (Abb. 4.2). Ursache für die Abweichungen sind v.a. die sogenannten Substaus. Sie bilden sich bei Simulationen mit kleinen p_{VDR} vor großen Staus und beeinträchtigen somit den Stauabfluss. Das System nähert sich in seinem Verhalten immer mehr dem *SCA* an, wo dieses Verhalten typisch ist. Der Ansatz für (4.12) ließ dies unberücksichtigt, so dass es zu einer Überschätzung von $|V_J|$ kommt.

Im T^2 -Modell treten keine sogenannte *deadlock*-Situationen auf. Sie sind dadurch gekennzeichnet, dass für gewisse Werte von p_{VDR} die Staugeschwindigkeit den Wert 0 annimmt (rechtes Diagramm in Abb. 4.2), was im Falle des T^2 -Modells nicht auftritt. Beginnend bei p = 1 kann man die Verläufe von SCA und T^2 nicht unterscheiden. Dies kann aufrechterhalten werden, solange ungefähr $p_{T^2} > 1 - p$ gilt. Eine ähnliche Herleitung über die Wartezeit wie für (4.12) führt zu

$$t_w = 1(1 - \tilde{p}) + 2(1 - p)\tilde{p} + 3(1 - p)\tilde{p}p + 4(1 - p)\tilde{p}p^2 + \dots$$

= $1 - \tilde{p} + \tilde{p}(2 - 2p + 3p - 3p^2 + 4p^2 - 4p^3 + \dots)$
= $1 - \tilde{p} + \tilde{p}(2 + p + p^2 + p^3 + \dots)$
= $1 + \tilde{p} + \tilde{p}(p + p^2 + p^3 + \dots),$

und als geschlossenen Ausdruck findet man

$$t_w = 1 + \tilde{p} \sum_{i=0}^{\infty} p^i = \frac{1 - p + \tilde{p}}{1 - p}.$$
(4.13)

Dies trifft aber nicht für den gesamten Bereich von p und p_{T^2} zu (Abb. 4.2). Für den Fall kleiner p_{T^2} wird die Staugeschwindigkeit V_J für alle p überschätzt, was wiederum auf die schon erwähnten Substaus zurückgeführt werden kann. Mit anwachsendem p_{T^2} gewinnt die Minimum-Funktion auch für kleine p an Bedeutung. Es ist wieder $|V_J| = t_w^{-1}$ und es werden zwei Grenzfälle betrachtet:

$$|V_J|(p=0) = \frac{1}{1+p_{T^2}}$$
 und $|V_J|(p_{T^2} \to 1) = \frac{1-p}{2-p}$. (4.14)

Übergang zwischen Freifluss und Stau

Die Messungen offenbaren zwei Bereiche unterschiedlicher Regimes. Unterhalb der kritischen Dichte ρ_c treten zwischen den Fahrzeugen keine Wechselwirkungen auf, sie fahren unabhängig voneinander. Für $\rho \geq \rho_c$ findet man Dichtewellen, die sich stromaufwärts bewegen und mittels (4.11) detektiert werden können. In der Umgebung von ρ_c kann die Staugeschwindigkeit nur mit starken Fluktuationen festgestellt werden, da hier viele Staus innerhalb einer kurzen Zeit entstehen und sich schnell wieder auflösen. Für weiter wachsendes ρ ist V_J nahezu konstant. Die Ursache liegt in der Unabhängigkeit des Stauausflusses von der globalen Dichte. Bisher wurde die Autokorrelationsfunktion (4.11)



Abbildung 4.3: Links: V_J vs. ρ für p = 0, 5. Im interessierenden Dichtebereich $0, 2 \leq \rho \leq 0, 8$ kann $V_J(\rho)$ als konstant angenommen werden. Im kleinen Diagramm werden die starken Fluktuationen von V_J in der Umgebung von ρ_c . Rechts: Der Übergang vom Freifluss in den gestauten Bereich kann auch anhand der Autokorrelationsfunktion $\bar{\mathcal{A}}_{V_J}$ (4.15) bei sich änderndem p ($\rho = 0,073$) erfolgen. Für kleine T bzw. $T/\Delta T$ bildet sich ein Plateau nahe ρ_c aus ($v_{max} = 5$ und $\lambda = 30$).

nur zur Bestimmung der Staugeschwindigkeit genutzt. Diese Größe kann außerdem zur Unterscheidung der verschiedenen Zustände des Systems für verschiedene Rauschstärken p (Abb. 4.3) bzw. verschiedene Dichten ρ (Abb. 4.4) genutzt werden. Die Variation von p bei konstanter Dichte ρ führt zu einem Stauübergang beim Passieren eines kritischen Rauschparameters p_c . Die Deutlichkeit hängt wieder stark vom Verhältnis $T/\Delta T$ ab. Bei zu großen Werten bildet sich ein Plateau bei $\bar{\mathcal{A}}_{V_J}(p)$ aus. Die modifizierte Autokorrelationsfunktion $\bar{\mathcal{A}}_{V_J}$, die hier allein zur deutlicheren Darstellung angewendet wurde, ist definiert als

$$\bar{\mathcal{A}}_{V_J^*}(r,\tau) = \langle (\prod_{\tau=0}^{T-1} \rho_l(x+V_J^*\tau\Delta T,t+\tau\Delta T))^{1/T} \rangle_L.$$
(4.15)

Der andere Übergang geschieht beim Passieren einer kritischen Dichte ρ_c bei festem Rauschen p. Für $\rho < \rho_c$ treten Bereiche der Größenordnung λ auf, somit verschwindet \mathcal{A}_{V_J} . Bei der Annäherung $\rho \to \rho_c$ unter zu großem λ/L spiegelt ein endlicher Wert für \mathcal{A}_{V_J} nur die Tatsache wider, dass Fahrzeuge innerhalb eines Segmentes der Länge λ detektiert werden können, korrespondiert aber nicht mit einer gesuchten Dichtewelle. Wird ρ_c überschritten, dann treten stabile Stauungen auf (Stabilität im Sinne und Rahmen von

 $[72]^3$). Ein und derselbe Stau wird zur Zeit t_i ebenso wie zur Zeit $t_f = t_i + \tau \Delta T$ an der Stelle $x(t_i) - |V_J|t_f$ festgestellt. In diesem Zusammenhang kann ρ_c als diejenige Dichte bezeichnet werden, bei der stabile Staus auftreten (Abb. 4.4).



Abbildung 4.4: Die Autokorrelationsfunktion $\mathcal{A}_{V_J}(\rho)|_{v_{max}}$ (links) und $\mathcal{A}_{V_J}(v_{max})|_{\rho}$ (rechts). Unterhalb der kritischen Dichte verschwindet die Autokorrelationsfunktion, da keine Staus zu detektieren sind ($v_{max} = 5, p = 0, 5$ und $\lambda = 30$).

Zusammenhang mit dem Fundamentaldiagramm

Wie ist die Staugeschwindigkeit mit den globalen Größen wie Dichte und Fluss verknüpft? Dazu wird eine Betrachtung des dynamischen Gleichgewichts angestellt. Dieser Zustand zeichnet sich dadurch aus, dass die Zahl und die Länge der Staus konstant sind. Ebenso entspricht die Zahl der aus einem Stau ausfließenden Fahrzeuge der Zahl der Fahrzeuge, die in den davorliegenden Stau hineinfahren (Teilchenzahlerhaltung). Vernachlässigt man die besonderen Konfigurationen, die aufgrund der in den Modellen auftretenden metastabilen Zustände erscheinen, dann ist die Freiflussregion in einer Umgebung von $(\rho_{max} = \rho(J_{max}), J_{max})$ angesiedelt. Daher sind die Geschwindigkeit $\langle v_{att} \rangle$ der im Stau ankommenden Fahrzeuge und der mittlere Abstand $\langle g \rangle$ zwischen dem Stauende und dem nächsten Fahrzeug gegeben durch

$$\langle v_{att} \rangle = \frac{J_{max}}{\rho_{max}} \qquad \langle g \rangle = \frac{1}{\rho_{max}} - 1.$$
 (4.16)

 $^{{}^{3}}$ Im SCA ist die Lebensdauer eines Staus endlich, die Wahrscheinlichkeit, einen Stau nach einer gewissen Zeit immer noch anzutreffen, sinkt mit der Zeit. Diese Lebensdauern sind jedoch immer noch um mehrere Größenordnungen länger als die hier betrachteten Simulationszeiten und spielen daher keine Rolle.



Abbildung 4.5: Links: Die Staugeschwindigkeit kann mittels (4.17) bestimmt werden: $V_J = J_{max}/(\rho_{max} - 1)$ – die Staugeschwindigkeit entspricht der Steigung im gestauten Ast des Fundamentaldiagramms. Rechts: V_J (gefüllte Symbole) und $J_{max}/(\rho_{max} - 1)$ (opaque Symbole) für alle benutzten Modelle. Die kleinen Abweichungen sind auf die Unterschiede zwischen dem Stauausfluss und dem maximalen Fluss zurückzuführen ($v_{max} = 5$ und $\lambda = 30$).

Man findet schließlich:

$$\Delta T_{att} = \frac{\langle g \rangle}{\langle v_{att} \rangle} \quad \Leftrightarrow \quad V_J = \frac{J_{max}}{\rho_{max} - 1} \le 0. \tag{4.17}$$

Diese Resultate finden mit einem Blick auf Abb. 4.5 Bestätigung. V_J ist durch die Steigung des gestauten Astes ($\rho \ge \rho_{max}$) des Fundamentaldiagramms vollständig bestimmt, was auch für die beiden Modellmodifikationen VDR und T^2 gilt (Abb. 4.5). Die kleinen Abweichungen sind auf die Differenz zwischen Stauabfluss und dem maximal erzielbaren Fluss zurückzuführen. Bei einer zufälligen Initialisierung des untersuchten Systems fällt dieser sehr klein aus. Eine Kalibrierung des Modells anhand empirischer Daten (z.B. $\approx -15 \dots -20 \text{ km/h}$ auf deutschen Autobahnen nach [50]) entspricht nun nichts weiter als dem Anpassen an ein Fundamentaldiagramm, da nach (4.17) die gesamte Information dort gespeichert ist. Für den SCA mit $v_{max} = 5$ entspräche dies einem Rauschen von etwa $p = 0, 2 \dots 0, 3$.

4.3 Zellularautomat mit Antizipation

Der Zellularautomat mit Antizipation zur Simulation des Verkehrsflusses wird in dieser Arbeit eingeführt, um mikroskopische Eigenschaften des Fahrzeug-Folge-Verhaltens realitätsnah mit einem Zellularautomatenmodell nachstellen zu können. Um diese Eigenschaften zu belegen, werden nummerische Untersuchungen an ein- und zweispurigen Systemen vorgenommen. Ebenso wird der Einfluss der Modellparameter⁴ β , f_t und f_v , die die Bremskapazität und die "Vorausschau eines Fahrers" regeln, analysiert.

Das veränderte Verhalten der Fahrzeuge in einem Modell mit Antizipation kann man schon in einem Raum-Zeit-Diagramm erkennen, in welchem die Fahrzeugtrajektorien eingezeichnet sind (Abb. 4.6). Die Annäherung an ein Stauende vollzieht sich anders, die Trajektorien von Stauzufluss und -abfluss verlaufen bei kleinen β symmetrisch zur Trajektorie der Stauwelle, die sich stromaufwärts bewegt. Große β verursachen Phänomene der Phasentrennung. Deutlich bilden sich Blöcke stehender Fahrzeuge (Staus). Bei kleinen β hingegen (hier $\beta = 1$ im mittleren Diagramm der Abb. 4.6) ergibt sich eine homogenere Verteilung der Geschwindigkeiten und der Abstände. Dieses strukturarme Szenario lässt auf starke Korrelationen über große Distanzen schließen.

Die wählbaren Einstellungen für β lassen eine Unterscheidung der Fälle nach [57] zu. Kann die Geschwindigkeit pro Zeitschritt um den Wert 1 erhöht werden, so entspricht eine Wahl von $\beta = 1$ dem "low-acceleration-low-deceleration"-Fall und die Wahl von $\beta = 5$ dem "low-acceleration-high-deceleration"-Fall.

4.3.1 Einspurverkehr

Die grundlegenden Eigenschaften des Modells im Fahrzeug-Folge-Verhalten werden zunächst an einer einspurigen Variante untersucht. Von Interesse sind hierbei die Möglichkeiten der Flusssteigerung aufgrund der Antizipation und die Unterschiede in der Verteilung der Geschwindigkeiten und der Abstände. Auch wird verdeutlicht werden, dass Zeitlücken kürzer als eine Sekunde häufig auftreten. Sie sind, was sich später noch zeigen wird, verantwortlich für homogene Hochflusszustände und Metastabilität.

In den folgenden Untersuchungen können nicht alle Parameterkombinationen betrachtet werden. Es wird vor allem auf die Unterschiede zwischen kleinen und großen Bremskapazitäten β hingewiesen. Geht es nicht explizit um eine Einschätzung der Auswirkungen der Antizipationsparameter f_t und f_v , dann sind diese festgelegt auf $f_t = f_v = 3$. Ebenso handelt es sich um Simulationen auf einem Ring mit einer geeignet großen Länge von LZellen, um der Forderung nach periodischen Randbedingungen zu genügen.

⁴Die indexfreie Schreibweise soll klar machen, dass die Bremskapazität der Einfachheit halber nun nicht mehr fahrzeuggebunden, sondern global gültig ist.



Abbildung 4.6: Raum-Zeit-Diagramme geben Trajektorien einzelner Fahrzeuge wieder ($L = 10^4, \rho = 0, 3$ und p = 0, 5).

Fundamentaldiagramme

Die Erhöhung des Flusses gegenüber dem *SCA* erkennt man im Fundamentaldiagramm $J(\rho)$ der Abb. 4.7. Die Initialisierung erfolgte hierbei zufällig, d.h. es wurden für überkritische ρ im Zeitschritt 0 inhomogene Strukturen erzeugt. Qualitativ sind die Fälle



Abbildung 4.7: Fundamentaldiagramme für *SCA* und *CAA* im einspurigen Fall mit $L = 10^4$ und p = 0, 5. Es ist eine Flusserhöhung bei zufälliger Initialisierung des Systems zu erkennen.

SCA und CAA mit $\beta = 5$ vergleichbar, nur dass durch die Antizipation höhere Flüsse erreichbar sind. Im Falle des CAA mit $\beta = 1$ erkennt man zwei Unterschiede: Finite-Size Effekte sind auch noch bei diesen Systemgrößen $(L = 10^4)$ in Form erhöhter Flüsse nahe des Flussmaximums spürbar, und im nicht-freien Verkehrszustand hat die globale Fluss-Dichte-Beziehungen zwei Steigungen $\partial J/\partial \rho < 0$. In diesem Fall bewegen sich die Fahrzeuge stark korreliert (\nearrow folgende Erläuterungen).

Das qualitative Struktur der Fundamentaldiagramme wird entscheidend von der Größe des Rauschens p bestimmt. Im Fall $p \rightarrow 0$ wird der Einfluss deutlich. Neben diesem einfachen Übergang gibt es noch die Möglichkeit, im Spezialfall p = 0 den Algorithmus derart umzustellen, dass noch kleinere Zeitlücken und damit höhere Flüsse möglich sind. Dies ist Gegenstand der Untersuchungen in einem der folgenden Abschnitte. Vorab soll noch die Wirkung der Endlichkeit der betrachteten Systeme beleuchtet werden.

Finite-Size Effekte

Um Ränder zu eliminieren, werden geschlossene Systeme (Ringe) betrachtet. Jedoch spielt dann die Selbstwechselwirkung eine wichtige Rolle. Sie führt zu einer Erhöhung des Flusses bei kleinen Systemgrößen in der Umgebung des Flussmaximums. In Abb. 4.8 ist ein solcher Effekt zu erkennen. Mit der Vergrößerung des untersuchten Systems verschwinden die Flussüberhöhungen in der Umgebung der kritischen Dichte. Bei Wahl von $\beta = 1$ sind



Abbildung 4.8: Finite-Size Effekte bei $\beta = v_{max}$ (Simulation mit p = 0, 2).

diese Korrelationen über sehr große Distanzen spürbar, so dass erst bei viel größeren Systemen als im Falle $\beta = v_{max}$ diese Effekte verschwinden.

Der deterministische Grenzfall $p \rightarrow 0$

Im Falle $p \to 0$ ist zu berücksichtigen, dass für p = 0 zwei unterschiedliche Algorithmen einsetzbar sind. Das einfache Verschwinden des Rauschens sorgt nur dafür, dass der ungünstigste Fall bei der Abschätzung der Geschwindigkeiten der Vordermänner zwar nie eintritt, jedoch immer berücksichtigt wird ("p = 0 global nicht bekannt"). Es lässt sich aber eine Erweiterung derart gestalten, dass global bekannt ist, dass p = 0 für alle Fahrzeuge gilt ("p = 0 global bekannt"). Das hat zur Folge, dass mit Blick auf (3.30) bei der Abschätzung der Geschwindigkeiten der Vordermänner

$$\beta = \beta \tag{4.18}$$

gilt. Dies verringert natürlich weiter die notwendigen Sicherheitsabstände.

Der deterministische Grenzfall: Bremskapazität $\beta = 1$, Rauschen p = 0 global nicht bekannt

Zunächst soll nur der Fall p = 0 ohne die Verallgemeinerung der β betrachtet werden. Die Stärke der Kopplungen wächst mit kleiner werdendem p. Für $p \rightarrow 0$ kommt es zu einer Angleichung der Geschwindigkeiten *aller* Fahrzeuge, je nach Dichte jedoch bei unterschiedlichen Werten der Geschwindigkeit (Abb. 4.9). Nachdem der Punkt maximalen

4.3. ZELLULARAUTOMAT MIT ANTIZIPATION

Flusses mit einer Steigung von $\partial J/\partial \rho = v_{max} - p \approx v_{max}$ erreicht worden ist, gibt es eine Neuordnung. Die mittlere Geschwindigkeit ist um den Wert 1 reduziert. Für endliche pist der Funktionsverlauf $J(\rho)$ weniger scharf, für große p verbleiben nur noch die beiden charakteristischen negativen Steigungen im gestauten Bereich (\nearrow Abb. 4.7).



Abbildung 4.9: Im Fundamentaldiagramm eines CAA mit $v_{max} = 5$ und $\beta = 1$ für $p \to 0$ erkennt man die langreichweitigen Wechselwirkungen. Alle Fahrzeuge haben für $\rho < 0, 5$ in den entsprechenden Dichtebereichen die selbe Geschwindigkeit. Zum Vergleich sind auch die Simulationsresultate für p = 0 und p = 0, 05 eingezeichnet.

Im Falle p = 0 findet man insgesamt $v_{max} + 1$ Bereiche unterschiedlicher mittlerer Geschwindigkeit. Unterhalb $\rho = 0, 5$ erkennt man v_{max} Intervalle mit $\langle v \rangle = v_{max}, v_{max} - 1...1$, die ein sägezahnartiges Profil bilden. Oberhalb dieser Schranke ergibt sich aus Symmetriegründen die Steigung $\partial J/\partial \rho = -1$. Aufgrund der Antizipation und der fehlenden Phasentrennung sind in diesem Hochdichteregime Geschwindigkeiten, die größer sind als 1, nicht erreichbar. Das System verhält sich wie unter einer Beschränkung auf $v_{max} = 1$.

Die Geschwindigkeitssprünge gehen mit Änderungen in der Varianz der Geschwindigkeit einher, wobei diese in den Zwischenbereichen verschwindet. Mit der Betrachtung der Nächsten-Nachbar-Wechselwirkung (rechtes Diagramm in Abb. 4.9) wird klar, dass erst für Dichten $\rho > 0,5$ Fahrzeuge mit einem Gap g = 0 auftreten, also Staus entstehen. Der Übergang wird bei eingeschaltetem p verschmiert. Die Nächsten-Nachbar-Wechselwirkung $\langle nn \rangle$ für ein ringförmiges System der Länge L ist definiert als

$$\langle nn \rangle = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} \eta_i \eta_{i+1}$$
 (4.19)

mit der Besetzung η_i der Zellen. Für $v_{max} = 1$ und p = 0 ergibt sich dasselbe Fundamentaldiagramm, wie es vom *SCA* bekannt ist. Die Teilchen-Loch-Symmetrie sorgt für ein symmetrisches Fundamentaldiagramm mit einem maximalen Fluss von J = 0,5 bei einem halbgefüllten System. In diesem Fall kann kein Vorteil aus der Antizipation gezogen werden, da die Vordermänner des betrachteten Fahrzeugs bereits die Geschwindigkeit 1 haben, nicht mehr beschleunigen, aber eventuell trödeln können. Es gilt wieder $\beta = v_{max}$.

Bei höheren Maximalgeschwindigkeiten werden sogar nur geringere Flüsse als es vom SCA her bekannt erreicht. Das liegt daran, dass in diesen Simulationen trotz p = 0 das Trödeln in die Abschätzung der Bewegung der Vordermänner mit einbezogen worden ist. Hingegen spielt der Wert von p im SCA bei der Bestimmung des Abstands keine Rolle.

Der deterministische Grenzfall: Bremskapazität $\beta \in (2, v_{max}]$, Rauschen p = 0 global nicht bekannt

In diesem Falle ergibt sich dasselbe Bild wie für den *SCA* im deterministischen Grenzfall (Abb. 4.10). Im Freiflussbereich gibt es einen Anstieg bis zu einer Dichte von $\rho_{max} = 1/(v_{max} + 1)$ und der Fluss steigt auf maximal $J_{max} = v_{max}/(v_{max} + 1)$. Das kann anhand



Abbildung 4.10: Im deterministischen Grenzfall für den CAA mit $\beta \geq 2$ erkennt man vergleichbare Ergebnisse wie für den SCA. Der minimale Abstand zwischen mit v_{max} fahrenden Fahrzeugen beträgt v_{max} Zellen, somit ist der maximale Fluss $v_{max}/(v_{max}+1)$. Die Wahl der Parameter β , f_t und f_v hat darauf keinen Einfluss, die Grafen $J(\rho)$ für andere Parameterkombinationen sind deckungsgleich mit den hier verwendeten $(L = 10^4)$.

der Untersuchungen mit verschiedenen v_{max} bestätigt werden. Keinen Einfluss auf die Form des Fundamentaldiagramms haben hingegen die Antizipationsparameter f_t und f_v und die Bremskapazität $\beta > 1$. Der Punkt maximalen Flusses bleibt unter Variation dieser Parameter unverändert und die einzelnen Funktionsprofile sind deckungsgleich.

Der deterministische Grenzfall: Bremskapazität β beliebig, Rauschen p = 0 global bekannt

In einer zweiten Variante soll nun global bekannt sein, dass für alle Fahrzeuge p = 0 gilt, somit geht in die Berechnung der erwarteten Geschwindigkeit nunmehr $\tilde{\beta} = \beta$ ein. Das verändert die Gleichungen (3.35)-(3.37) zur Berechnung der aktuellen Geschwindigkeit mit Rücksicht auf die Vordermänner und vergrößert somit die abzuschätzenden Geschwindigkeiten der Vordermänner, den letztendlich zur Verfügung stehenden Raum und damit die Eigengeschwindigkeiten. Auf diese Weise können auch Flüsse J > 1 erzeugt werden (Abb. 4.11). Wiederum erkennt man aufgrund der räumlichen Korrelationen für kleine β mehrere Dichtebereiche, in denen sich ganzzahlige Werte für $\langle v \rangle$ zeigen.



Abbildung 4.11: Große Flüsse J > 1 erkennt man im deterministischen Spezialfall des CAA, in dem bekannt ist, dass p = 0 für alle Fahrzeuge gilt. Hier ergeben sich größere effektive Gaps und höhere Geschwindigkeiten. Im Falle $\beta = 1$ dominieren wieder Effekte der langreichweitigen Korrelation $(L = 10^4)$.

Wodurch ist der Fluss nun begrenzt? Für die Diskussion soll nur der Fall $\beta = 5$ betrachtet werden. Das zugehörige Fundamentaldiagramm hierzu hat nahezu die Form eines gleichschenkligen Dreiecks. Um höhere Flüsse sicher zu stellen, müssen bei Systemen, die ungefähr oder mehr als halbgefüllt sind, Fahrzeuge mit Maximalgeschwindigkeit auftreten, die einen Abstand Null haben. Ihre Nachfolger jedoch ziehen diesen Abstand zur Berechnung ihrer aktuellen Geschwindigkeit heran. Dieser Abstand Null reduziert jedoch auch die für die kommenden Zeitschritte abgeschätzte (nicht notwendigerweise die tatsächliche) Geschwindigkeit des betrachteten Fahrzeugs für seine Nachfolger. Die Nachfolger müssen dies berücksichtigen und errechnen somit auf dieser Basis eine kleinere Eigengeschwindigkeit als die Maximalgeschwindigkeit. Hinter einem Fahrzeug mit $v = v_{max}$ und g = 0nimmt bei hohen lokalen Dichten also zwangsweise die Geschwindigkeit der Nachfolger ab! Es kommt zu einem Einbruch in der mittleren Geschwindigkeit und im Fluss. Zudem ist zu beachten, dass hier eine zufällige Initialisierung vorgenommen wird. Somit steigt mit wachsender Dichte die Wahrscheinlichkeit, nach der Relaxation nicht mehr $\langle v \rangle = v_{max}$ zu erreichen.

An diesem Simulationsbeispiel wird deutlich, dass für das Auftreten starker Kopplungen nicht die Möglichkeiten der Wahrnehmung des Verkehrsgeschehens entscheidend sind, sondern die eingeschränkten Bremskapazitäten. Diese bedingen Mindestabstände größer als eine Zelle zwischen den Fahrzeugen. Auf jede Geschwindigkeitsänderung muss reagiert werden. Dies ist für den Fall großer β nicht sofort notwendig, da beliebige oder zumindest stärkere Bremsvorgänge realisierbar sind.

Räumliche Korrelationen

Es geht schon aus dem Regelsatz hervor, dass langreichweitige Korrelationen in diesem Modell eine bedeutende Rolle spielen. Die Kenntnis der Fahrzeugbewegung über mehrere Fahrzeuge hinweg sowie die Angleichung der Geschwindigkeit und das vorausschauende Fahren etablieren stabile Strukturen.

Die dieser Auswertung zugrundeliegende Dichte-Korrelationsfunktion für ein System der Länge L mit periodischen Randbedingungen ist definiert als

$$G(r) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} (\eta_i - \langle \eta \rangle) (\eta_{i+r} - \langle \eta \rangle) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} \eta_{i+r} \eta_i - \rho^2.$$
(4.20)

Die η_i bezeichnen hier Besetzungen wie in (4.2). Für die Übersichtlichkeit wird noch das mittlere Signal $\langle \eta \rangle$ bzw. ρ^2 abgezogen. Im Vergleich der Simulationsresultate der verschiedenen Modelle anhand Abb. 4.12 fällt auf, dass im Limes hoher Bremsverzögerungen, also im Fall *SCA* und im Fall *CAA* mit $\beta = v_{max}$, starke kurzreichweitige Korrelationen für hohe Dichten zu erkennen sind. Sie kennzeichnen die *Bildung von Fahrzeugblöcken*, den Staus. Das Signal fällt rasch ab. Im Gegensatz dazu offenbart sich für den *CAA* mit $\beta = 1$ eine starke Kopplung über größere Distanzen hinweg. Hinzu kommt eine Strukturbildung in der Form, dass sich charakteristische Abstände zwischen Fahrzeugen bzw. Fahrzeugclustern einstellen, was in den Oszillationen der Funktion zum Ausdruck kommt. Dieses Phänomen wurde bei verschiedenen Formen der Initialisierung (Megastau oder alles an zufälligen Positionen stehend oder mit der aufgrund der Regeln maximal erlaubten Geschwindigkeit fahrend) beobachtet. Die Fahrzeuge organisieren sich selbständig und dieses Verhalten resultiert in den hier gezeigten Ergebnissen.



Abbildung 4.12: Die Dichte-Autokorrelation offenbart die Kopplung zwischen den Fahrzeugen insbesondere im Fall $\beta = 1$ (Mitte). Im Gegensatz dazu findet man in den beiden anderen Fällen starke kurzreichweitige Korrelationen, die aber schnell abklingen. Die angegebenen Dichten wurden so gewählt, dass sie ein Intervall von kurz unterhalb bis kurz oberhalb der kritischen Dichte abdecken (Simulationen mit $L = 10^4$ und p = 0, 5).

Verteilung mikroskopischer Parameter

Zur näheren Betrachtung der Fahrzeug-Fahrzeug-Wechselwirkungen auf mikroskopischem Level sollen die Verteilungen der fahrzeugbezogenen Variablen Geschwindigkeit, Abstand und Zeitlücke herangezogen werden. Dazu werden Simulationen für ausgesuchte Dichten im Intervall $0,05 \le \rho \le 0,3$ durchgeführt. Damit sind die Phänomene des Freiflusses, des Staus und des Übergangs zwischen diesen beiden Zustände erfasst.

In den Geschwindigkeitsverteilungen (Abb. 4.13) erkennt man deutlich den Einfluss variierter Bremskapazitäten. Im Fall $\beta = 1$ werden auch mittlere Geschwindigkeiten $\langle v \rangle =$ 1, 2, 3 betont. Die Phasentrennung, wie sie im *SCA* oder im *CAA* mit $\beta = 5$ eintritt, sorgt für Bereiche zwischen Blöcken stehender Fahrzeuge, in denen die Fahrzeuge relativ frei und unbeeinflusst fahren können.

Bei der Betrachtung der Abstandsverteilung (Abb. 4.14) fallen nun keine Gemeinsamkeiten zwischen dem *SCA* und dem *CAA* auf. Für den Fall $\beta = 1$ taucht das erste Maximum immer bei Lücken g > 0 auf. Die Staubildung, ein Maximum bei g = 0 ist ein Indiz hierfür, spielt nur eine untergeordnete Rolle.

Mit wachsender Bremskapazität β wächst zwar die Bedeutung der Lücken g = 0, jedoch unterbleibt die Ausbildung der Zwei-Maxima-Struktur, wie sie in der Umgebung der kritischen Dichte beim *SCA* auftritt. Im Falle des *SCA* ist, wie schon in der Raum-Zeit-Darstellung der Abb. 4.6 zu erkennen, folgendes offensichtlich: Es gibt viele Staus (Fahrzeuge mit g = 0), deren Anzahl und Längen den Anteil für g = 0 bestimmen, außerdem ebensoviele Abflussbereiche mit beschleunigenden Fahrzeugen und wachsenden g (der Ursprung für das Verhalten für kleine g, d.h. g < 10). Dazwischen findet man Bereiche



Abbildung 4.13: Im Gegensatz zum *SCA* werden im *CAA* mit $\beta = 1$ die mittleren Geschwindigkeiten häufiger besetzt. Das Vorhandensein von Fahrzeugen mit $v = v_{max}$ auch bei hohen Dichten ist ein Indiz für die Phasentrennung. Es existieren dort zwischen den Blöcken stehender Fahrzeuge Bereiche, in denen frei gefahren werden kann (Simulationen mit $L = 10^4$ und p = 0, 5 bei vier verschiedenen Dichten ρ).

freien Fahrens (große g). Diese Abschnitte sind relativ klein, da der Stauausfluss selbst wieder kritisch ist und sich schnell wieder Staus bilden. Die Abstände zwischen den fahrenden Fahrzeugen sind durch das Abflussverhalten festgelegt. Dies erklärt den zweiten Peak. Bei Dichten weit jenseits der kritischen Dichte ist die Funktion nur noch monoton fallend. Bei Reduzierung der Bremskapazität auf $\beta = 1$ im *CAA* verbleibt in allen Dichten eine Betonung nichtverschwindender Abstände (g > 0). Die Regeln sorgen dafür, dass vergrößerte Abstände auch bei mittleren Dichten akzeptiert werden. Dies geht auf Kosten des Flusses. Gleichzeitig ist der Anteil der stehenden Fahrzeuge verringert (\nearrow Geschwindigkeitsverteilung in Abb. 4.13). Bei Erhöhung von β ist die Funktion mit wachsender Dichte nur noch monoton fallend. Der modifizierte Annäherungsprozess an Fahrzeuge, deren Geschwindigkeit kleiner ist als die Eigengeschwindigkeit (z.B. Annäherung an ein Stauende) sorgt für ein stärkeres Signal bei den "mittleren" Abständen ($g \approx 3...7$) in den Histogrammen.

Der Quotient aus Abstand und Eigengeschwindigkeit ist die Zeitlücke. Sie wird durch die Einführung der Antizipation geprägt (Abb. 4.15). Es sind nun auch Lücken von $\Delta T < 1$ sec zulässig. Sie tauchen in allen Dichtebereichen auf. Außerdem fällt das starke Signal bei $\Delta T = 1$ sec, wie man es im *SCA*-Fall nachweisen kann, weg. Zu beachten ist hier, dass die Betonung der ganzzahligen Zeitlücken nur ein Artefakt der diskreten Modellierung ist. Gerade bei kleinen Abständen, wie sie in den betrachteten Dichtebereichen vermehrt auftreten, ist die Wahrscheinlichkeit ganzzahliger Verhältnisse von Abstand und Eigengeschwindigkeit groß gegenüber nichtganzzahligen Verhältnissen. Ebenso ist anzumerken, dass aus dem Datensatz zur besseren Darstellung die Werte mit $P(\Delta T) = 0$ gelöscht worden sind. Dies gilt auch für die Bestimmung des Zusammenhangs zwischen



Abbildung 4.14: In *CAA*-Simulationen wird deutlich, dass auch kleine Lücken $(g < v_{max})$ bei geringen Dichten von Bedeutung sind, da nahes Auffahren ermöglicht ist (Simulationen mit $L = 10^4$ und p = 0, 5 bei fünf verschiedenen Dichten ρ , die individuell gewählt worden sind).

Modell	au	$ au_0$	J_{τ} (A.8)	ρ	J	$\langle v \rangle$
SCA	3,10	18,22	0,323	$0,\!05$	$0,\!225$	4,5
$CAA \ \beta = 1$	3.48	24,75	0,288	0,05	$0,\!225$	4,5
$CAA \ \beta = 5$	4.15	$33,\!01$	$0,\!241$	$0,\!05$	$0,\!225$	4,5

Tabelle 4.1: Verbindung zwischen τ und dem Fluss J_{τ} nach (A.6) in den verschiedenen Modellvarianten bei $v_{max} = 5$ und p = 0, 5. Alle Angaben werden in den modelleigenen Einheiten gegeben.

Zeitlücke und Fluss gemäß Anhang A (Tab. 4.1). Unter der Annahme, dass auch hier Random Headway States vorliegen, kann ein Zusammenhang zwischen τ und J geschlussfolgert werden. Besonders gut trifft dies im Fall CAA mit $\beta = 5$ zu.

Anhand der Zeitlückenverteilungen und verglichen mit den Auswertungen der empirischen Daten, die in dieser Arbeit vorgestellt worden sind (Abschn. 2.4.7), können zwei Verbesserungen gegenüber dem *SCA* festgestellt werden:

- Es sind Zeitlücken $\Delta T < 1$ sec darstellbar.
- Das Verhalten der Funktion $P(\Delta T)$ folgt den Annahmen über die sogenannten Random Headway States (Anhang A).

4.3.2 Mehrspurverkehr

Möchte man reale Netze simulieren, dann ist es notwendig, Spurwechsel für Mehrspurverkehr und Einfädelprozesse an Auffahrten zu implementieren. Hierzu soll ein geeigneter



Abbildung 4.15: Durch Antizipation werden auch Zeitlücken $\Delta T < 1$ sec erreicht (Simulationen mit $L = 10^4$ und p = 0, 5 bei zwei verschiedenen Dichten ρ unter- und oberhalb der kritischen Dichte). Die Betonung ganzzahliger Zeitlücken ist ein Artefakt der Diskretisierung des Raumes.

Regelsatz entwickelt werden. Es werden in diesem Zusammenhang nur symmetrische Wechselvorgänge behandelt, d.h. es sind auch Überholvorgänge auf der rechten Spur erlaubt.

Mehrspurverkehr bedeutet in diesem Zusammenhang Zweispurverkehr. Es soll untersucht werden, wie sich die Änderungen der Regeln auf das Wechselverhalten auswirken. Dazu werden Vergleiche mit einem zweispurigen SCA durchgeführt. Alle Angaben beziehen sich auf eine einzelne Spur (so bedeutet $Fz/\Delta t$ die Zahl der Fahrzeuge pro Zeitschritt und pro Spur).

Die Behandlung von mehr als zwei Spuren gestaltet sich schwieriger. Kritischer Punkt ist hierbei, dass es innenliegende Fahrstreifen gibt, die Ziel von Wechselvorgängen sowohl von links als auch von rechts sind. Untersuchungen hierzu wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt.

Einfluss der Antizipation auf den Spurwechsel

Gemeinhin ist aufgrund der Formulierung der Regeln des *CAA* und damit verbunden der Wechselvorschrift eine Verbesserung im Spurwechselverhalten in Form höherer Flüsse und kleinerer Wechsellücken zu erwarten (\nearrow Abschn. 3.3.4). Zur Verifizierung dieser Vermutung werden zunächst die Spurwechselvorgänge allgemein nummerisch untersucht, im anschließenden Abschnitt folgt dann die Einbeziehung unterschiedlicher Fahrzeugtypen (d.h. verschiedener v_{max}).

In Abb. 4.16 wird deutlich, dass die Wahrscheinlichkeit eines Spurwechsels schon bei kleinen Dichten höher ist als im Falle des *SCA*. Hier kommt zum Tragen, dass auch "riskantere" Wechsel, bei denen Zeitlücken $\Delta T < 1$ sec auftreten, im *CAA* durchgeführt werden.



Abbildung 4.16: Ab einer Bedeckung von etwa 5 % ist die Wechselwahrscheinlichkeit in der aufgeführten Parameterwahl für den CAA größer als beim SCA (links). Im rechten Diagramm wird deutlich, dass die genutzte Lücke zum Wechseln für große Dichten im Falle des CAA kleiner ist. Diese Lücke ist nicht die notwendige, sondern die beim Wechselvorgang vorgefundene Lücke auf der Zielfahrbahn.

Außerdem sind bei diesem Beispiel bei Dichten ab ca. 8% die Lücken, in die gewechselt wird, kleiner sind als im *SCA*-Fall.

Die Veränderungen auf mikroskopischer Skala manifestieren sich in den Zeitlückenverteilungen. Zum Vergleich werden hier Simulationen eines einspurigen sowie eines zweispurigen Systems ohne und mit Auffahrten herangezogen (Abb. 4.17). Auffahrten sind dabei Segmente der Straße, in denen neue Fahrzeuge mit größtmöglicher Geschwindigkeit gesetzt werden dürfen. Die Wahrscheinlichkeit, ein Fahrzeug zu setzen, betrug hierbei 5 %. Während bei hohen Dichten kaum Unterschiede zwischen den drei Simulationsszenarien (einspurig, zweispurig ohne Auffahrten und zweispurig mit Auffahrten) auszumachen sind, erkennt man bei kleinen Dichten (linkes Diagramm) eine, wenn auch nur leichte Anhebung des Anteils größerer Zeitlücken. Kleine Zeitlücken und auftretende Fluktuationen können in diesen Fällen durch den Spurwechsel ausgeglichen werden, was letztendlich zu einer Verschiebung hin zu großen Zeitlücken führt.

Einfluss verschiedener Fahrzeugsorten

Um den Einfluss langsamer Fahrzeuge als Störungen des Systems zu studieren, fügt man Fahrzeuge mit reduzierter Maximalgeschwindigkeit hinzu (in dieser Anwendung $v_{max} = 3$ gegenüber $v_{max} = 5$ der restlichen Fahrzeuge). Es wird unterschieden zwischen einer



Abbildung 4.17: Die Zeitlücke im Vergleich: Beim Übergang zum Zweispurverkehr und beim Einbau der Auffahrten kommt es zu einer leichten Verringerung des Anteils kleiner Zeitlücken und einer Verschiebung des Maximums zu größeren Zeitlücken hin $(L = 10^4 \text{ und } p = 0, 1)$.

einzigen Störung und einem Störanteil von 15 %. Letzteres entspricht etwa dem realen Schwerverkehranteil auf bundesdeutschen Autobahnen (Kap. 2). Zum Vergleich sind in Abb. 4.18 Fundamentaldiagramme aus Simulationen homogener Systeme dargestellt.

In Abb. 4.18 sind die Ergebnisse von Simulationen störungsfreier Systeme ($v_{max} = 5$ und zum Vergleich auch $v_{max} = 3$) gezeigt. Die Fundamentaldiagramme weisen eine aus [55, 77, 90] bekannte leichte Erhöhung des Flusses im *SCA* aus. Vergleichbares gilt für den *CAA* mit geeigneten Parametern (β und f_v bzw. f_t nicht zu klein). Mit ihm erzielt man Flusserhöhungen sowohl gegenüber dem vergleichbaren Einspurfall als auch gegenüber dem *SCA*.

Wird nun eine Störung in Form langsamer Fahrzeuge eingeschaltet, dann ändert sich das Aussehen des Fundamentaldiagramms in der Umgebung des Punktes maximalen Flusses (Abb. 4.19). Im einspurigen Fall ist diese Änderung trivial, weil sich alle schnellen Fahrzeuge (die mit dem hohen v_{max}) hinter mindestens einem langsamen Fahrzeug (die mit dem niedrigen v_{max}) anordnen. Dabei beeinflusst der Anteil der störenden langsamen Fahrzeuge das Bild nur in einer sehr engen Umgebung um das Flussmaximum (in Abb. 4.19 sind aus diesem Grunde für den Einspurfall nur Szenarien einer einzigen Störung eingezeichnet).



Abbildung 4.18: Fundamentaldiagramme für *SCA* und *CAA* im Zweispurfall mit verschiedenen Parametern ohne Störungen (Fahrzeuge mit kleineren v_{max} wie z.B. Lkw). Sie dienen zum Vergleich mit Fundamentaldiagrammen aus Simulationen, bei denen Störungen eingebaut worden sind (Abb. 4.19) ($L = 10^4$, p = 0, 5).



Abbildung 4.19: Fundamentaldiagramme aus Simulationen mit Störungen (Lkw). Dabei wurde entweder ein einziges Fahrzeug mit $v_{max} = 3$ hinzugefügt oder aber die Maximalgeschwindigkeit von 15 % der Fahrzeuge im System reduziert.

4.3. ZELLULARAUTOMAT MIT ANTIZIPATION

Im Zweispurfall erlauben die Wechselregeln ein Auflösen derartiger Pfropfen. Im Fall des CAA mit $\beta = 5$ kann im Prinzip nicht mehr zwischen einem störungsfreiem System und einem System mit nur einer Störung unterschieden werden (Abb. 4.19 links unten). Ansonsten dominieren die langsamen Fahrzeuge ab bestimmten Dichten das Verhalten. Das sind typischerweise die Dichten, ab denen die Überholwahrscheinlichkeit rapide zurückgeht oder aber Spurwechsel immer seltener zu echten Überholvorgängen führen. Das System verhält sich gleichwohl so, als sei die Maximalgeschwindigkeit *aller* Fahrzeuge herabgesetzt. Diesen Schluss lässt zumindest die Steigung $J(\rho)$ zu, nicht aber die Lage des ansteigenden Astes im Fundamentaldiagramm. Vorteile des CAA in Form höherer Flüsse erkennt man auch hier wiederum nur für den Fall geeignet großer β , f_t und f_v .

Welche Schlussfolgerungen können gezogen werden? Es wurden die Möglichkeiten des Einsatzes des CAA im Mehrspurverkehr gezeigt. Das Modell reagiert dabei weniger empfindlich auf kleine Störungen. Eine geringe Anzahl von langsamen Fahrzeugen führt noch nicht zu einem Einbruch im Fluss und der Geschwindigkeit. Im Fall einer großen Anzahl von Störungen verbleibt immer noch eine Steigerung des Flusses gegenüber dem SCA. In derselben Form können auch Auffahrten implementiert werden. Auch hier werden dann größere Durchsätze erzielt, bei einer geringen Aktivität der Auffahrt wird diese kaum als Störung wahrgenommen.

4.3.3 Metastabilität

Metastabilität in der Realität und in Simulationen

Unter Metastabilität versteht man die Existenz zweier unterschiedlicher Zustände bei ein und demselben Wert des Kontrollparameters. Einer dieser beiden Zustände ist stabil, bei endlichen Störung und Auslenkung stellen sich wieder die Ausgangswerte der Systemparameter ein. Die Lebensdauer eines derartigen Zustandes eines sich selbst überlassenen Systems geht gegen unendlich. Der zweite Zustand ist metastabil. Er wird durch eine besondere Präparation des Systems erreicht, er hat aber im Gegensatz nur eine endliche Lebensdauer. Diese hängt vom Wert des Kontrollparameters, aber auch von der Größe der Störungen ab. Übergänge zwischen den beiden Zuständen finden nur vom metastabilen in den stabilen Zustand statt. Für das Wiedererreichen des metastabilen Zustandes muss der Kontrollparameter subkritische Werte einnehmen (\nearrow Abschn. 2.1).

Auch im Straßenverkehr beobachtet man ein derartiges Phänomen. In einem Bereich $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_2$ des Kontrollparameters Dichte ρ treten zwei Zustände auf. Sehr detailliert beschrieben wird ein derartiges Verhalten von Kerner und Rehborn [50, 51].

In der Verkehrsflussmodellierung erreicht man ein metastabiles Verhalten (in den Simulationen einspuriger Straßen) z.B. über die Reduzierung des Stauausflusses bzw. über die Stabilisierung des Freiflussbereichs. Beobachtet werden kann es im *Cruise-Control-Limit* des Nagel-Schreckenberg-*CA* mit $p(v \neq v_{max}) \gg p(v = v_{max})$ [72, 73], im *VDR*-Modell mit $p(v = 0) \gg p(v \neq 0)$ [5, 6] und in einem kontinuierlichen Fall nach [57, 58, 59] (\nearrow Abschn. 3.3.2).

Metastabile Zustände im CAA

Metastabile Zustände können auch mit dem CAA in der einspurigen Version erreicht werden. Es stellt sich in den Simulationen heraus, dass es im homogenen Hochflussbereich zu einer Verringerung der Zeitlücken aufeinander folgender Fahrzeuge kommt und sich somit der Fluss erhöht. Dieser Zusammenhang wurde bereits in der Auswertung der empirischen Daten deutlich, hier insbesondere bei der Untersuchung der FC Daten (Abschn. 2.6 und Abb. 2.29).

Metastabile Zustände lassen sich in der Simulation wie folgt präparieren: Die Simulation beginnt mit einer subkritischen Dichte $\rho < \rho_1$, weil alle zufälligen Initialisierungen mit $\rho > \rho_1$ Dichteinhomogenitäten und damit nicht einen Freiflussfall mit $\langle v \rangle = v_{max} - p$ erzeugen würden. Unabhängig von den Anfangsbedingungen (sie müssen nur den Sicherheitskriterien nach Abschn. 3.3.4 genügen) stellt sich nach einer endlichen Relaxationszeit ein dynamisches Gleichgewicht ein. Durch Hinzufügen von Fahrzeugen ohne Störung der Dynamik des Systems⁵ erreicht man Dichten im Bereich zwischen ρ_1 und ρ_2 . Befindet sich das System einmal in diesem Dichteintervall, dann sind seine unbeeinflusste Weiterentwicklung oder seine Reaktion auf äußere Störungen studierbar. Zum Vergleich kann man das System mit einer überkritischen Dichte $\rho > \rho_2$ initialisieren und die Dichte durch Wegnahme von Fahrzeugen reduzieren. Ist der Bereich zwischen ρ_1 und ρ_2 in der Tat metastabil, dann dürfen an dieser Stelle keine Übergänge in den homogenen Ast des Fundamentaldiagramms erfolgen.

In einem Raum-Zeit-Diagramm wie in Abb. 4.20 ist die Entstehung eines Staus nach einer Störung zu erkennen. Hierbei wurde die Dichte langsam mit der Zeit durch adiabatisches Hinzufügen von Fahrzeugen erhöht. Kurz vor der Entstehung des Staus wurde als Störung ein Fahrzeug mit $v_{max} = 0$ eingesetzt. Es blieb für wenige Zeitschritte stehen, nach Erhöhung seiner Maximalgeschwindigkeit fuhr auch dieses weiter. Jedoch waren jetzt schon die nachfolgenden Fahrzeuge gezwungen abzubremsen. Die daraus resultierenden Fluktuationen wurden zur Keimzelle eines Staus. Wegen der zu diesem Zeitpunkt herrschenden überkritischen Dichte entwickelte sich die Störung und blieb bestehen – sie kann eine als sich nach hinten bewegende Stauwelle beobachtet werden.

In Abb. 4.21 sind Ergebnisse einer Simulation mit dem CAA im metastabilen Zustand dargestellt. Ein Symbol entspricht hierbei einer (globalen) Mittelung über 60 Zeitschritte à 1 sec in Anlehnung an die Minutenintervalle der Datenaggregierung in empirischen Untersuchungen. Mit einem für alle Fahrzeuge gültigen Rauschen von p = 0, 1 werden Flüsse

⁵ Die Fahrzeuge werden über eine Auffahrt auf die Simulationsstrecke geleitet. Dabei wird sicher gestellt, dass sowohl das Fahrzeug selbst als auch seine Nachfolger unbeeinflusst mit durchschnittlich $v_{max} - p$ fahren können.



Abbildung 4.20: Links: Die Entstehung eines Staus nach Initiierung einer Störung. Wegen der hohen Dichte war es nicht mehr möglich, die Fluktuation auszugleichen – eine Dichteinhomogenität entsteht. Im rechten Bild ist der vollentwickelte Stauzustand zu sehen, eine Sequenz von stehenden Fahrzeugen und weniger dichten Bereichen zwischen den Staus ($L = 10^4, p = 0, 1$).

bis knapp $0,9 \text{ Fz}/\Delta t$ erreicht. Bis zur Dichte von $\rho_2 = 0, 18 \text{ Fz}/\text{Zelle}$ bleibt die mittlere Geschwindigkeit konstant, die Standardabweichung entspricht einer Verteilung der Geschwindigkeiten wie im Freiflussfall: Mit der Wahrscheinlichkeit p trifft man Fahrzeuge der Geschwindigkeit $v_{max} - 1$ an und mit der Wahrscheinlichkeit $q \equiv 1 - p$ Fahrzeuge mit der Geschwindigkeit v. Die Varianz ist

$$\sigma_v = \langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2 = p(v_{max} - 1)^2 + q(v_{max})^2 - (p(v_{max} - 1) + qv_{max})^2$$
(4.21)
= p(1 - p),

im vorliegenden Fall also $\sigma_v(p = 0, 1) = 0,09$. Zur Veranschaulichung sind im linken Diagramm der Abb. 4.21 Ausschnitte der Simulationsstrecke dargestellt. Hier wird die Rolle der kleinen Zeitlücken deutlich. Im Mittel kommt es deswegen zu einer Erhöhung des Flusses. Die Abstände können unter Beibehaltung der Geschwindigkeit des freien Flusses verringert werden. Der Zusammenbruch des Flusses wurde in diesem Beispiel durch eine externe Störung verursacht.



Abbildung 4.21: Metastabiler Zustand im *CAA*. In einem Dichtebereich zwischen \approx 0, 15...0, 2 Fz/Zelle ist eine Hystereseschleife zu beobachten. Rechts: Diese Schleife ist auch im Verlauf von $\langle v \rangle$ und σ_v zu beobachten. $\sigma_v(\rho)$ offenbart die homogene Struktur in der Hochflussphase (Simulationen mit $L = 10^4$, $f_t = f_v = 3$, $v_{max} = b = 5$ und p = 0, 1).

Metastabile Zustände lokal und global erfasst

Die in Abb. 4.21 gewählte Darstellung ist durch eine globale Messung entstanden, d.h. es wurden der Fluss und die Dichte des kompletten Systems bestimmt. In lokalen Messungen äußert sich dieser Zustand nicht in dieser Form einer Hystereseschleife. Voraussetzung ist dabei natürlich, dass die Stauwelle auch am Messpunkt vorbeikommt.

In Abb. 4.22 werden die Unterschiede im Erscheinungsbild des metastabilen Zustandes illustriert. Wie in den bisherigen Abbildungen erkennt man in der globalen Messung nach (4.1) einen Sprung im Fluss bei steigender Dichte. In den lokalen Messungen erfolgt der Übergang bei niedrigeren Dichten als der Kapazität. Gleichzeitig wird auch noch einmal auf die Unterschiede in den lokalen Dichtebestimmungen hingewiesen. Nach (4.4) kann wegen der ereignisorientierten Messung die Dichte nicht korrekt wiedergegeben werden, wohingegen eine lokale Bedeckungsmessung nach (4.7) verlässliche Resultate liefert. Die eintretende Phasentrennung zwischen Bereichen frei fahrenden und stehenden Verkehrs wird auch an der deutlichen Trennung der Punktmengen deutlich. In diesem Fall wurde der sich entwickelnde metastabile Zustand nicht gestört. Allein die wachsende Dichte und damit einhergehenden größer werdenden Fluktuationen, die nicht mehr kompensiert werden können, führten zum Übergang in den nicht-freien Verkehrszustand.



Abbildung 4.22: Metastabiler Zustand unter verschiedenen Messmethoden – global und lokal. Während im Falle globaler Messungen ein Sprung im Fluss mit wachsender Dichte zu sehen ist, erfolgt in lokalen Betrachtungen der Übergang bei niedrigeren Flüssen. In diesem Beispiel konnte sich der metastabile Zustand so lange entwickeln, bis er allein aufgrund der steigenden Dichte, aber ohne externe Störung zusammenbrach (Simulationen mit $L = 10^4$ und p = 0, 1).

Unterschiede zu anderen CA-Modellen mit Metastabilität

Die Generierung der metastabilen Zustände erfolgt hier, anders als z.B. im VDR-Modell [5, 6], ohne eine Beeinflussung des Abflussverhaltens aus einem Stau gegenüber dem SCA. Es wurden keine Regeln zur expliziten Behandlung des Stauabflusses eingeführt. Die Fahrzeuge, die aus einem Stau abfließen, verhalten sich genauso wie im SCA. Die speziellen Regeländerungen zum antizipierenden Fahren greifen nicht in den Fällen mit $v_n\Delta t < g_n$ für das betrachtete Fahrzeug selbst ebenso wie für seine Vordermänner (sie beschleunigen alle aus dem Stau heraus). Somit äußert sich der metastabile Hochflusszustand vor allem darin, dass hier eine Kompaktierung der Fahrzeugkolonnen auftritt, die sich in den Zeitlücken $\Delta T < 1$ sec äußert.