

Kapitel 3

Verkehrsflussmodellierung

Straßenverkehr stellt ein komplexes dynamisches Problem dar. Die in dieser Arbeit vorgestellten empirischen Untersuchungen offenbaren die vielfältige Struktur und die Wechselwirkungen. Die Auswirkungen sind sowohl auf mikroskopischer als auch auf makroskopischer Skala nachweisbar. Ein Zugang zum Verständnis der relevanten Vorgänge und Phänomene kann über Simulationen erfolgen. Ein geeigneter Überblick über Modellbildung, Simulation und analytische Verfahren ist in [8, 9, 17, 33, 65, 69, 94, 95, 110] gegeben.

Es ist offensichtlich, dass eine Vielzahl von Faktoren die Wechselwirkungen und deren Resultate beeinflussen. Es gibt technische Randbedingungen, die durch den Fahrzeugtyp vorgegeben sind. Ebenso spielen äußere Einflüsse wie Wetter oder Fahrbahnbeschaffenheit eine wichtige Rolle. Und nicht zuletzt ist die Wahrnehmung, die Entscheidung und deren Umsetzung abhängig vom Fahrer, der Umgebung und der Zeit.

Geeignete Verkehrsflussmodelle sollten die Menge der Parameter auf ein handhabbares Maß reduzieren und zusammenfassen, um verlässliche und den Anforderungen gerecht werdende Resultate mit vertretbarem Aufwand zu erhalten. Dazu wurden in den letzten Jahrzehnten eine Vielzahl von Modellen entwickelt, die in den folgenden Abschnitten vorgestellt und diskutiert werden sollen. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die Entwicklung eines Zellularautomaten gelegt, in dem Elemente der Antizipation der Geschwindigkeit anderer Fahrzeuge enthalten sind. Die empirischen Analysen weisen auf die Bedeutung dieses Elements hin, und es lässt sich zeigen, dass mit dieser Variante des zellularen Automaten eine verbesserte Anpassung an diese Fakten erreicht werden kann. So lassen sich Charakteristiken des Straßenverkehrs wie z.B. metastabile Zustände oder kleine Zeitlücken modellieren. Auf die Vorteile eines Zellularautomaten wie Diskretisierung von Raum und Zeit, einfache Parallelisierbarkeit und hohe Rechengeschwindigkeit muss dabei nicht verzichtet werden.

Dieses Kapitel über die Modellbildung hat folgende Gliederung: Im Abschn.3.1 wird eine zusammengefasste Übersicht über die Entwicklung der Modellierung des Verkehrsflus-

ses gegeben. Besonderes Augenmerk wird hierbei auf die sogenannten Zellularautomaten gerichtet (Abschn. 3.3). Es wird eine Erweiterung des Standard-Zellularautomatenmodells für Straßenverkehr vorgeschlagen und diskutiert (Abschn. 3.3.4). In dieser Modifikation gehen auch die Verhaltensweisen vorausfahrender Fahrzeuge ein, deren zeitliche Entwicklung wird antizipiert.

3.1 Klassifizierung der Modelle

Eine Unterscheidung bzw. Klassifizierung der Verkehrsflussmodelle gelingt anhand ihres *Auflösungsvermögens*. Man trennt nach

- makroskopischen,
- mesoskopischen und
- mikroskopischen

Modellierungskonzepten, wobei der Begriff ein Maß für die der Dynamik eigenen Längenskala ist. Es existieren in allen Klassen Varianten, die kontinuierlich oder diskret in Raum und/oder Zeit sind.

Im Fall einer *makroskopischen* Modellierung kann zwischen den einzelnen Fahrzeugen nicht unterschieden werden, es werden nur die aus der Fahrzeugdynamik resultierenden makroskopischen Größen betrachtet. Dies sind im Wesentlichen der (globale) Fluss J , die (globale) Dichte ρ und die mittlere Geschwindigkeit $\langle v \rangle$ auf einem Streckenabschnitt gegebener Länge. Diese Größen sind über die hydrodynamische Relation

$$J = \rho \langle v \rangle \tag{3.1}$$

miteinander verknüpft. Zu dieser Klasse zählen die *hydrodynamischen* und *gaskinetischen* Ansätze, wie sie in Abschn. 3.2 behandelt werden.

Mikroskopische Modelle bilden einzelne Fahrzeuge ab, deren Bewegung durch einen Regelsatz oder durch Differential- bzw. Differenzgleichungen bestimmt wird. Am weitesten verbreitet sind hier die sogenannten Fahrzeug-Folge-Ansätze (Abschn. 3.2), bei der die Bewegung eng an das Verhalten des Vordermanns gekoppelt ist, und Zellularautomatenmodelle (Abschn. 3.3) mit einem sehr einfachen und minimalen Regelwerk.

Auf einer dazwischen liegenden Skala sind die *mesoskopischen* Modelle angesiedelt. Hier interessiert die Dynamik auf kurzen Segmenten der Straße (wenige hundert Meter). Diesen Segmenten werden Werte wie Dichte und Fluss zugeordnet. An den Verbindungen zwischen Segmenten können aufgrund der Dynamik Sprünge in diesen Größen auftreten [38].

In der Klasse der *mikroskopischen* Modelle bildet der *Detaillierungsgrad* ein Kriterium für eine Unterscheidung. Es ist ein Maß dafür, wie ähnlich die Dynamik einzelner Fahrzeuge nach den Vorgaben der realen Fahrzeugbewegung modelliert werden kann. Man klassifiziert nach

- *High Fidelity* Modellen und
- *Low Fidelity* Modellen.

Die Details eines *High Fidelity* Modells reichen hinab bis zur Abbildung der Wechselwirkung zwischen Fahrzeug und Fahrer [39, 68]. Dies ist natürlich mit hohem Rechenaufwand verbunden und deswegen z.B. für Netzwerksimulationen weder geeignet noch vorgesehen.

Low Fidelity Modelle hingegen machen über die Fahrzeugbewegung nur wenig detaillierte Aussagen. Ihr Ziel ist es, mit minimalen Aufwand und hoher Abstrahierung das (globale) Geschehen entsprechend den Vorgaben, die durch die empirischer Untersuchungen der Phänomene im Straßenverkehr gegeben sind, wiederzugeben.

Nach diesem Überblick erfolgt nun eine Vorstellung und Klassifizierung der Modellkonzepte. Es werden die Eigenschaften der verschiedenen Modelle illustriert, auch unter dem Gesichtspunkt der Verwertbarkeit bei der Simulation von Verkehr in realen Netzen.

3.2 Modellierungskonzepte

In diesem Abschnitt soll nun kurz auf die verschiedenen Modellierungsansätze und deren Umsetzung eingegangen werden – dabei liegt der Anspruch nicht auf der Vollständigkeit. Der Beschreibung der Zellularautomatenmodelle, die im Rahmen dieser Arbeit eingehender untersucht werden sollen, ist Abschn. 3.3 gewidmet.

Makroskopische Modelle

Basis der Modelle dieser Klasse ist die Kontinuitätsgleichung, die die Erhaltung der Fahrzeugzahl beschreibt. Sie ist der Hydrodynamik und der Gastheorie entnommen:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(x, t) + \frac{\partial}{\partial x}J(x, t) = 0. \quad (3.2)$$

Die räumliche Änderung des lokalen Flusses $J(x, t)$ bewirkt eine zeitliche Änderung der lokalen Dichte $\rho(x, t)$. Lighthill und Whitham [66] konnten mit dem Ansatz $J(x, t) = J(\rho(x, t))$ die Ausbreitung kinematischer Wellen (Stauwellen) und diskontinuierliche Dichteänderungen beschreiben [86, 89]. Setzt man eine Fluss-Dichte-Beziehung (3.1) voraus, was in homogenen Bereichen des Verkehrs legitim ist, dann folgt

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \langle v \rangle \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\rho \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x}. \quad (3.3)$$

Es existieren weiterhin die Geschwindigkeits- und die Druckgleichungen (Index e kennzeichnet den Gleichgewichtszustand)

$$\frac{\partial \langle v \rangle}{\partial t} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}_e}{\partial x} + \nu(\rho) \frac{\partial^2 \langle v \rangle}{\partial x^2} + \frac{\langle v \rangle_e (\rho - \langle v \rangle)}{\tau(\rho)} \quad (3.4)$$

und

$$\frac{\partial \mathcal{P}_e}{\partial x} = \frac{d\mathcal{P}_e(\rho)}{d\rho} + \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (3.5)$$

mit den ρ -abhängigen Größen

Verkehrsdruck \mathcal{P}
 Relaxationszeit τ
 und Viskosität ν .

Aus diesen lassen sich dann alle makroskopischen Verkehrsmodellgleichungen ableiten (\nearrow [33] für eine umfassende Übersicht). So unterscheiden sich die verschiedenen Modelle im Wesentlichen nur durch unterschiedliche Festlegungen der hydrodynamischen Variablen. Der grundlegende Unterschied zu Flüssigkeiten und Gasen ist jedoch die Abnahme der Gleichgewichtsgeschwindigkeit $\langle v \rangle_e$ an Engstellen – Flüssigkeiten und Gase verhalten sich genau umgekehrt. Dies ist auf den Relaxationsterm $(\langle v \rangle_e - \langle v \rangle)/\tau$ zurückzuführen.

Ein Vorteil derartiger Modelle ist, dass keine Annahmen über das Fahrerverhalten bzw. über alle Prozesse, die unterhalb einer (großen) charakteristischen Skala liegen, gemacht werden müssen. Andererseits jedoch ist es notwendig, Teilkenntnisse über die Beziehung der makroskopischen Größen untereinander zu haben bzw. diese Beziehungen vorzugeben. Auch gelingt keine Fahrzeugverfolgung, die z.B. bei der Bestimmung von Routen oder Reisezeiten von Bedeutung sind.

Wesentliche Erweiterungen bilden die Einbeziehung eines Diffusionsterms und das Modellieren externer Störungen (z.B. Auffahrten). Detailliertere Informationen, Untersuchungen und Anwendungen findet man in einer Übersicht in [33, 17, 95, 110] oder aber beispielsweise in [11, 35, 37, 38, 47, 48, 49, 46, 62, 63] sowie in den dort angegebenen Referenzen.

Fahrzeug-Folge-Modelle

In dem mikroskopischen Ansatz geht man davon aus, dass das Verhalten eines Fahrers n durch das seines Vordermanns $n - 1$ bestimmt ist. Erste Ansätze hierzu wurden von Reuschel [87, 88] und von Pipes [85] vorgeschlagen. Es wird dabei vorausgesetzt, dass Fahrer in der Lage sind, Abstände und in einem geringen Umfang auch Geschwindigkeitsunterschiede wahrzunehmen. Allgemein ist dann die Beschleunigung des n -ten Fahrzeugs

mit Vordermann $n - 1$ zur Zeit $t + \Delta t$ gegeben durch [24, 25]

$$\frac{d^2 x_n(t + \Delta t)}{dt^2} = \lambda \left(\frac{d^p x_{n-1}(t)}{dt^p} - \frac{d^p x_n}{dt^p} \right). \quad (3.6)$$

Experimentelle Daten können gut durch $p = 1$ wiedergegeben werden, somit ist der *Stimulus* die Geschwindigkeitsdifferenz, die *Sensitivität* λ bindet auch den Abstand ein. Es ist

$$\lambda = \lambda_0 \frac{v_n^m(t)}{(x_{n-1}(t) - x_n(t))^l} \quad (3.7)$$

mit den Parametern l und m .

Unter Einbeziehung der Wahrnehmungsfähigkeit eines Fahrers und der Unterscheidung zwischen verschiedenen Fahrzuständen (freies Fahren, Fahren unter Einfluss eines Vordermanns, Verhalten im Stau) mit entsprechender Anpassung der Modellparameter wurde von Wiedemann [108] eine heute weitverbreitete Variante des Fahrzeug-Folge-Modells entwickelt. Mit einer Erweiterung in Richtung submikroskopischer Modellierung kommt es in der Fahrzeugentwicklung zum Einsatz [68], findet aber auch in der Simulation kleiner Netzwerke (Kreuzungsbereiche) kommerzielle Verbreitung und Anwendung.

Im *OV*-Modell [2, 3] ist die Wunschgeschwindigkeit eine Funktion des Abstands, die Bewegungsgleichung lautet

$$a_n = \frac{1}{\tau} \{v_{des} [x_{n-1}(t) - x_n(t)] - v_n(t)\}, \quad (3.8)$$

wobei τ konstant und $v_{des} \propto \tanh(\Delta x)$ gewählt werden. Von Nachteil ist hier, dass die Funktion $v_{des}(\Delta x)$ durch empirische Daten motiviert und belegt werden muss. Jedoch gelingt mit diesem Modell auch ohne stochastische Elemente die spontane Staubildung, welche ein wichtiges Kriterium für die Verlässlichkeit und Güte eines Verkehrsflussmodells ist. Einen weiteren Überblick kann man sich anhand [27, 28, 33, 86, 95, 110] verschaffen.

Im Rahmen dieser Arbeit verdient das Zellularautomatenmodell eine intensivere Betrachtung. Es hat Eigenschaften, die es zur Anwendung in realen Netzen prädestinieren. Dazu zählen Einfachheit, Skalierbarkeit und Schnelligkeit. Schon in seiner einfachsten und ursprünglichen Version erfüllt es viele Anforderungen, die an Verkehrsflussmodelle gestellt werden können (\nearrow z.B. [43, 57]). In der jüngsten Vergangenheit wurden Modifikationen und Erweiterungen vorgeschlagen, die eine weitere Annäherung der damit erzielbaren numerischen Resultate an die empirischen Fakten darstellen.

3.3 Zellularautomaten zur Verkehrssimulation

Mit Zellularautomaten (*CA*) werden räumlich und zeitlich diskrete Modelle zur vereinfachten Beschreibung wechselwirkender Systeme bezeichnet. Eine erste systematische Untersuchung wurde in [111] durchgeführt. Zellulare Automaten zeichnen sich dadurch aus,

dass die aus einer räumlichen Diskretisierung hervorgegangenen Zellen eine begrenzte Anzahl von diskreten Zuständen einnehmen können, deren zeitliche Entwicklung durch einen Regelsatz, die *Update-Regeln*, gegeben ist. Der Regelsatz beschreibt im Allgemeinen den neuen Zustand zur Zeit t in Abhängigkeit vom Zustand der betreffenden Zelle und seiner nahen Umgebung (kurzreichweitige Wechselwirkungen) zur Zeit $t - 1$. So kann die Aktualisierung des Zustandes parallel, d.h. für alle Zellen gleichzeitig ausgeführt werden.

3.3.1 Grundmodell des CA für den Straßenverkehr

Zellularautomaten für die Simulation von Verkehrsfluss wurden 1992 von Nagel und Schreckenberg eingeführt [76]. In dieser ursprünglichen Variante (hier *SCA* genannt) wird die (einspurige) Straße in Zellen aufgeteilt. Jede der Zellen kann eine begrenzte Anzahl von Zuständen einnehmen, entweder sie ist leer oder durch ein Fahrzeug belegt (Abb. 3.1). Die Werte aller vorgestellten Variablen werden in Zellen angegeben und sind dimensionslos. Es

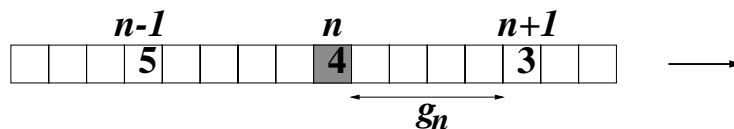


Abbildung 3.1: Eine in Zellen zerlegte Straße für eine Simulation mit Zellularautomaten. Die Fahrzeuge bewegen sich von links nach rechts, die Ziffern geben die aktuelle Geschwindigkeit an.

gelingt leicht eine Assoziation mit physikalischen Messgrößen. Ein dem Fahrzeug zugeordneter Parameter v_n repräsentiert die (diskretisierte) Geschwindigkeit aus einem Intervall $[0, v_{max,n}]$. $v_{max,n}$ entspricht der Maximal- bzw. Wunschgeschwindigkeit eines Fahrzeugs bzw. eines Fahrers. Zwei Fahrzeuge $n + 1$ gefolgt¹ von n (mit der Fahrzeuglänge $\ell_{Fz,n} = 1$) an den Positionen x_{n+1} und x_n sind durch

$$g_n = x_{n+1} - x_n - \ell_{Fz,n+1} \quad (3.9)$$

Zellen voneinander getrennt. Dies ist der Abstand oder das sogenannte *Gap*. Die Dynamik eines Fahrzeugs wird durch die folgenden Regeln festgelegt:

R1 Beschleunigung: Mit Rücksicht auf den Abstand zum Vordermann wird die neue Geschwindigkeit gewählt:

¹Die Nummerierung weicht hier offensichtlich von der in Kap. 2 ab. Dort wurden an einer Messlinie nacheinander eintreffende Fahrzeuge gezählt und bezeichnet, deswegen wurden die Nummern stromaufwärts größer. In der CA-Modellierung wird die Nummerierung üblicherweise stromabwärts vorgenommen, deswegen fährt $n + 1$ vor n .

$$v_n(t + \Delta t) \longleftarrow \min(v_n(t) + 1, v_{max,n}, g_n(t)).$$

R2 Rauschen: Mit einer Wahrscheinlichkeit p verringert sich die Geschwindigkeit um 1:

$$v_n(t + \Delta t) \longleftarrow \max(v_n(t + \Delta t) - 1, 0).$$

R3 Bewegung: Das Fahrzeug n wird um $v_n(t + \Delta t)$ Zellen vorwärts bewegt:

$$\begin{aligned} x_n(t + \Delta t) &\longleftarrow x_n(t) + v_n(t + \Delta t) \text{ und} \\ v_n(t) &\longleftarrow v_n(t + \Delta t). \end{aligned}$$

Die Regel **R1** entspricht dem Bedürfnis des Fahrers, seine Wunschgeschwindigkeit zu erreichen und zu halten. Dabei ist aber ein Sicherheitsabstand zum Vordermann zu beachten. Hier wird auch die Fahrzeug-Fahrzeug-Wechselwirkung beschrieben, die allerdings erst greift, wenn das Gap die Geschwindigkeit unterschreitet: $g_n(t) < v_n(t)$. Aufgrund dieser Regel ist das Modell per Definition kollisionsfrei und frei in der Wahl der Anfangsbedingungen. Die zweite Regel **R2** ist das stochastische Element des Regelsatzes. Durch sie werden die Fluktuationen im Fahrerverhalten wie verzögertes Anfahren, Überreaktionen beim Bremsen oder nicht-optimaler Abstand zusammengefasst. Diese Fluktuationen spielen eine große Rolle in der Verkehrsflusssimulation, da sie z.B. für die Modellierung der Stop-and-Go -Wellen oder des Staus aus dem Nichts von erheblicher Bedeutung sind. Das Weglassen der Regel **R2** bzw. $p = 0$ entspricht dem deterministischen Fall. Da nach den ersten beiden Regeln immer

$$x_n(t) + v_n(t + \Delta t) < x_{n+1}(t) \tag{3.10}$$

gilt, kann der Update auch in einer zellenorientierten Implementierung parallel ausgeführt werden.

Die Implementierung realer Straßennetzwerke vom Stadtkernbereich bis zu Autobahnnetzwerken ganzer Regionen verlangt einen höheren Aufwand. Es müssen Spurwechsel einbezogen werden und für die Fahrzeuge muss eine Entscheidung getroffen werden, in welcher Richtung sie am nächsten Knoten weiterfahren werden. Eine systematische Untersuchung von Wechselregeln im *SCA* findet man in bei Wagner und Nagel [77, 102], für die Umsetzung der Verkehrsflusssimulation realer Straßennetzwerke sei an dieser Stelle auf [12, 18, 19, 22, 74, 93, 104] verwiesen.

Messung und Kalibrierung

Simulationen für grundlegende Untersuchungen werden im Allgemeinen auf Ringen von Zellen (periodische Randbedingungen) ausgeführt. Ein derartiger Ring bestehe aus L Zellen, auf ihm befinden sich N Fahrzeuge, somit ist die Dichte über die Bedeckung gegeben

durch

$$\rho = \frac{N}{L}. \quad (3.11)$$

Die mittlere globale Geschwindigkeit erhält man durch einfaches Summieren

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v_n. \quad (3.12)$$

Zur Berechnung des globalen Flusses greift man auf die hydrodynamische Relation (3.1) zurück.

Den abstrakten Variablen müssen nun noch physikalische Größen zugeordnet werden. Der Parameter v ist die Geschwindigkeit, gemessen in Zellen pro Zeitschritt. Abstände werden in Zellen angegeben. Ausgangspunkt einer Kalibrierung ist die Kenntnis über den Raum, den ein Fahrzeug im dichtesten Stau inklusive seines Abstands zum Vordermann einnimmt. Im Mittel aller Zeiten und Fahrzeugtypen findet man, weil in jeder Zelle sich höchstens ein Fahrzeug befinden darf, deshalb eine Zellenlänge von $\ell_Z = 7,5 \text{ m}$ (\nearrow (2.27)). Eine maximale Bedeckung entspricht daher einer Fahrzeugdichte von rund 140 Fz/km (2.1).

- **Autobahnverkehr:**

Eine einfache Kalibrierung der Parameter gelingt mit Messdaten vom Autobahnverkehr [44, 50, 51, 52]. Entscheidend ist hierbei die Anpassung an bekannte durchschnittliche Reisegeschwindigkeiten und an den Verlauf des Fundamentaldiagramms $J = J(\rho, v)$. Setzt man als die mittlere Reisegeschwindigkeit $v_{max,real} \approx 120 \text{ km/h} \approx 33 \text{ m/sec}$ auf deutschen Autobahnen an, dann findet man

$$\Delta t = \frac{\ell_Z(v_{max} - p)}{v_{max,real}} \approx 1 \text{ sec} \quad (3.13)$$

mit $v_{max} = 5$ und $p = 0.5$. Die Wahl ist wegen der oben gemachten Festlegung $\ell_Z = 7,5 \text{ m}$ bereits eingeschränkt. Die Zeitskala $\Delta t \approx 1 \text{ sec}$ ist realistisch. Sie liegt in der Größenordnung der Reaktionszeiten der Fahrer.

- **Innerstädtischer Verkehr:**

Da die Dynamik innerstädtischen Verkehrs im Wesentlichen durch die (lichtsignalgesteuerten) Knoten des Netzwerkes bestimmt wird, beeinflussen diese die Kalibrierung erheblich [19, 18]. Die erreichbare Geschwindigkeit auf den Kanten zwischen den Knoten spielt nur eine untergeordnete Rolle. Bekannt sind nun die mittleren zeitlichen Abstände zweier aufeinander folgender Fahrzeuge, die die Haltelinie einer Kreuzung passieren, nachdem die Ampel „Grün“ anzeigte, und der Durchsatz einer Kreuzung in Abhängigkeit von der Schaltfrequenz der Lichtsignalanlage. Dieser

Durchsatz entspricht der Zahl der Fahrzeuge, die stündlich durch eine Kreuzung geleitet werden können. Um die Simulation diesen Anforderungen anzupassen, sind Werte $v_{max} = 3$ und $p = 0, 2 \dots 0, 3$ geeignet.

3.3.2 Modifikationen des Grundmodells des CA

Der SCA ist ein sehr einfaches und minimales Modell. Neben seinen unbestreitbaren Stärken sind zur realitätsnahen Simulation Modifikationen notwendig. Dies kann man sich z.B. klarmachen, wenn man die mikroskopische Bewegung eines einzelnen Fahrzeugs untersucht: Die große Schrittweite in den Geschwindigkeitsänderungen ($\Delta v = 7,5 \text{ m/sec} = 27 \text{ km/h}$) führt zu großen Fluktuationen. Langsam fahrende Fahrzeuge bleiben aufgrund des Rauschens plötzlich unvermittelt stehen, da sie z.B. ihre Geschwindigkeit vom Wert 1 auf den Wert 0 ändern, und beim Auffahren auf Stauenden kann ein Fahrzeug innerhalb eines Zeitschrittes Δt von v_{max} bis zum Stillstand 0 abbremsen. Dies führt makroskopisch zu Abweichungen von den bekannten empirischen Daten (↗ Kap. 2). Das Verhalten im Dichtebereich zwischen freiem Fluss und dichtem Stau weicht ab, und die metastabilen Zustände können nicht modelliert werden. Auch stimmt das Abstandsverhalten $g_n(v_n)$ und die Zeitlückenverteilungen $P(\Delta T)$ nicht mit den empirischen Daten überein.

Zur Behebung dieser Abweichungen wurden mehrere Modellvarianten vorgeschlagen, die im Wesentlichen darauf abzielen, das Rauschen und das Bremsverhalten zu beeinflussen und deren Auswirkungen zu reduzieren, ohne die zweifelsohne notwendige Stochastik gänzlich zu entfernen. Dabei sollen folgende Randbedingungen beachtet werden: Das Modell soll nach Möglichkeit seine diskrete Struktur beibehalten, die Zeitschritte sollen groß sein, weiterhin soll eine parallele Dynamik erhalten bleiben. Der Hintergrund ist die Forderung nach Erhalt der hohen Simulationsgeschwindigkeit, um umfangreiche Netzwerksimulationen auch weiterhin mit vertretbarem Aufwand betreiben zu können.

Kontinuierlicher Grenzfall

Bei einer Teilung einer Zelle der Länge ℓ_Z durch m wächst die Fahrzeuglänge ℓ_{Fz} , gemessen in Zellen, um den Faktor m . Für große m findet der Übergang zum kontinuierlichen Grenzfall statt:

$$(\ell_Z, \ell_{Fz}) \xrightarrow{m \rightarrow \infty} (\ell_Z/m, m\ell_{Fz}) \quad \text{bei} \quad s\ell_Z = \text{const.} \quad (3.14)$$

Von Krauß *et al.* [57, 58, 59] wurde ein modifizierter Regelsatz vorgeschlagen und überprüft, in welchem Beschleunigung und Bremsen in abgewandelter Weise verrauscht werden:

C1 Beschleunigung: Mit Rücksicht auf den Abstand zum Vordermann wird die neue Geschwindigkeit gewählt. Die Beschleunigung ist mit η_a verrauscht und durch a limitiert:

$$v_n(t + \Delta t) \longleftarrow \min(v_n(t) + \eta_a, v_{max,n}, g_n(t)).$$

C2 Rauschen: Das Fahrzeug erfährt eine zufällige Verzögerung. Die maximale Verzögerung ist durch b gegeben, die Zufallszahl η_b ist einer gegebenen Verteilung entnommen:

$$v_n(t + \Delta t) \longleftarrow \max(v_n(t + \Delta t) - \eta_b b, 0).$$

C3 Bewegung: Das Fahrzeug n wird um $v_n(t + \Delta t)$ Zellen vorwärts bewegt:

$$\begin{aligned} x_n(t + \Delta t) &\longleftarrow x_n(t) + v_n(t + \Delta t) \text{ und} \\ v_n(t) &\longleftarrow v_n(t + \Delta t). \end{aligned}$$

Zellularautomatenmodelle mit modifiziertem Stauausfluss

Empirische Untersuchungen lassen erkennen, dass im Straßenverkehr hohe Flüsse realisiert werden können, ohne dass Staus auftreten. Der Übergang in den gestauten Bereich findet bei deutlich geringeren Flüssen statt. Man spricht vom modifizierten Stauausfluss.

Im *SCA* fallen diese beiden Punkte, nämlich maximaler Fluss und Stauausfluss, praktisch zusammen. Der Verkehrszustand, der sich stromabwärts bildet, ist bereits selbst wieder kritisch und neigt zur Bildung sogenannter Substaus. Dies gilt für *jedes* endliche p . Verhindern kann man das, indem man den Stauausfluss dahingehend modifiziert, dass dessen Fluss $J(\rho)$ sich weit entfernt vom Punkt maximalen Flusses ansiedelt, was zwangsläufig dazu führt, dass das System fähig ist, metastabile Zustände zu erzeugen. Dies gelingt mit den sogenannten *Slow-to-Start* Modellen (*STS*).

- **VDR Modell:** Im Modell mit geschwindigkeitsabhängigem Rauschen (*velocity depending randomization VDR*) setzt man p in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. Wie von Barlovic *et al.* [6] vorgeschlagen wurde, bleiben alle Regeln **R1** bis **R3** unberührt, allerdings setzt man

$$p(v_n(t-1) = 0) \gg p(v_n(t-1) > 0), \quad (3.15)$$

wobei zur Entscheidung die Geschwindigkeit *vor* der Anwendung der ersten Regel **R1**, also die aus dem Zeitschritt $t-1$, herangezogen wird².

Dies ist nur die Modifikation, um speziell eine *Slow-to-Start* Regel zu implementieren, verallgemeinert gibt es eine ausgezeichnete Geschwindigkeit v^* mit

$$p(v_n = v^*) \neq p(v_n \neq v^*), \quad (3.16)$$

²Zur Vereinfachung der Schreibweise wird im folgenden $p(v(t-1))$ abgekürzt als $p(v)$. Diese Schreibweise impliziert die Betrachtung der Geschwindigkeit v aus dem vorherigen Zeitschritt $t-1$. Dies ist speziell bei v -abhängigem p essenziell.

d.h. bestimmte Geschwindigkeitsbereiche sind ausgezeichnet. Ist $v^* < v_{max,n}$ und $p(v_n = v^*) \gg p(v_n \neq v^*)$, dann wird das Beschleunigen aus diesem Zustand heraus erschwert. Hingegen wirkt bei der Wahl $v^* = v_{max}$ die Maximalgeschwindigkeit repulsiv, da sie nur Fahrzeuge betrifft, die sich schon in dieser Geschwindigkeitsstufe befinden ($v_n = v^*$). Diese werden, wenn sie nicht wegen Auffahrens abgebremst werden, mit großer Wahrscheinlichkeit auf niedrigere Geschwindigkeitsstufen gesetzt. Insbesondere kommt es bei $v^* = 0$ zu einer Reduzierung des Stauausflusses, da stehende Fahrzeuge mit einer verringerten Wahrscheinlichkeit $q \equiv 1 - p(v_n = 0) \ll 1$ beschleunigen und den Stau verlassen. Dies hat geeignet große Abstände im Freiflussbereich zur Folge und es kommt zu einer Phasentrennung.

- **T^2 Modell:** Das T^2 Modell wurde von Takayasu und Takayasu [98] vorgeschlagen. Ähnlich wie im *VDR* wird hier der Stauausfluss vermindert, allerdings orientiert sich p nicht an der Geschwindigkeit, sondern am Gap g_n . Der übliche Ansatz lautet

$$p(g_n = 1) \gg p(g_n \neq 1). \quad (3.17)$$

Typisch ist hier wie im *VDR* ein Verhältnis von $\approx 10 \dots 500$ zwischen dem hohen und dem niedrigen p -Wert.

Cruise Control Limit

Reduziert man das Rauschen in der höchsten Geschwindigkeitsstufe, dann lassen sich auch metastabile Zustände erzeugen [75]. Es gilt

$$p(v_n < v_{max}) \gg p(v_n = v_{max}), \quad (3.18)$$

was auch von der allgemeinen Regel (3.16) erfasst wird. Die Namensgebung rührt von den vor allem in den USA weit verbreiteten Tempomaten her, die ein Reisen bei maximaler erlaubter Geschwindigkeit ohne Schwankungen erlauben. Zu beachten ist hier, dass im Unterschied zum *VDR* $p(v)$ erst nach dem Beschleunigungsschritt bestimmt wird.

3.3.3 Spurwechsel im zweispurigen CA

Zur Simulation realer Straßennetze muss Mehrspurverkehr einbezogen werden. Es ist ein Regelsatz zu formulieren, der Möglichkeiten für einen Spurwechsel und den daraus resultierenden Gewinn für den einzelnen Fahrer berechnet.

Für den Spurwechsel im zweispurigen *SCA* gibt es verschiedene Ansätze. Eine Übersicht und Untersuchung dieser Varianten findet man in [15, 55, 77, 90, 102].

In dieser Arbeit wird ein Wechselverhalten gewählt, welches für das wechselwillige Fahrzeug n nur die kleinstmögliche Lücke auf der gewünschten Spur fordert, ohne den

nachfolgenden Verkehr direkt zu beeinflussen. Es muss im kommenden Zeitschritt auf der Alternativspur (*alt*) eine größere Geschwindigkeit möglich sein als auf der aktuellen Spur (*akt*), was dem Aspekt der Attraktivität Rechnung trägt. Gleichzeitig muss die Lücke

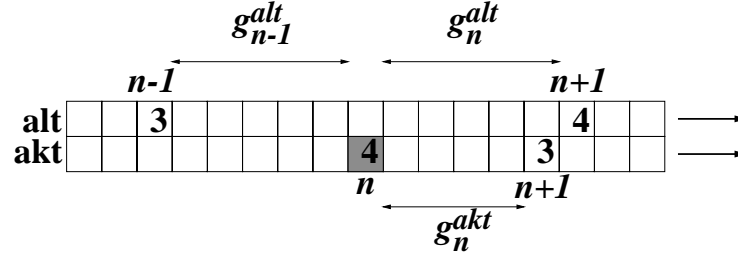


Abbildung 3.2: g_n^{akt} , g_n^{alt} sowie g_{n-1}^{alt} sind die entscheidenden (aktuellen und alternativen) Abstände für die Entscheidung zu einem Spurwechsel im *SCA*.

nach hinten derart beschaffen sein, dass der Nachfolger $n - 1$ auch noch beschleunigen kann, wie er es täte, wenn der Wechsel nicht zu Stande käme – ein Sicherheitskriterium (↗ Abb. 3.2). Weist nun ein Fahrzeug folgende Gaps

$$\begin{aligned} \text{aktuell } g_n^{akt} &= x_{n+1}^{akt} - x_n^{akt} - 1 \\ \text{alternativ } g_n^{alt} &= x_{n+1}^{alt} - x_n^{alt} - 1 \end{aligned} \quad (3.19)$$

auf, dann berechnen sich die „erzielbaren“ Geschwindigkeiten nach

$$\begin{aligned} \text{aktuell } v_n^{akt} &\leftarrow \min(v_n^{akt} + 1, v_{max,n}^{akt}, g_n^{akt}) \\ \text{alternativ } v_n^{alt} &\leftarrow \min(v_n^{akt} + 1, v_{max,n}^{akt}, g_n^{alt}). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Es wird gewechselt, wenn den beiden Kriterien

$$\begin{aligned} \text{Attraktivität } v_n^{alt} &> v_n^{akt} \\ \text{Sicherheit } g_{n-1}^{alt} &= x_n^{alt} - x_{n-1}^{alt} - 1 \geq \min(v_{n-1}^{alt} + 1, v_{max,n-1}^{alt}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Rechnung getragen werden kann. Diese Wechselregeln sind in modifizierter Form Rickert *et al.* entlehnt [90], welche wie folgt formuliert sind: Ein Wechsel von der aktuellen zur alternativen Spur findet mit einer Wahrscheinlichkeit p_W statt, wenn die Bedingungen der

$$\begin{aligned} \text{Attraktivität } g_n^{akt} &< \ell_1 \quad \wedge \quad g_n^{alt} > \ell_2 \\ \text{und Sicherheit } g_{n-1}^{alt} &> \ell_3 \end{aligned} \quad (3.22)$$

erfüllt sind. Die Abstände ℓ_i sind Parameter des Systems, in [55, 90] wurden sie z.B. auf

$$\begin{aligned} \ell_1 = \ell_2 &= v_n^{akt} + 1 \\ \ell_3 &= v_{max,n-1}^{alt} \end{aligned} \quad (3.23)$$

gesetzt. Eine Transformation der vorgestellten Regeln in die „Rickertsche Schreibweise“ mit $p_W = 1$ führt zu

$$\begin{aligned} \ell_1 = \ell_2 &= \min(v_n^{akt} + 1, v_{max,n}^{akt}) \\ \ell_3 &= \min(v_{n-1}^{alt} + 1, v_{max,n-1}^{alt}). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Dies hat einen leicht verringerten Platzbedarf auf der Alternativspur zur Folge:

$$\begin{aligned} \ell_{3,(3.23)} &= v_{max,n-1}^{alt} + v_n^{akt} + 1 + \ell_{Fz,n} \\ \ell_{3,(3.24)} &= \min(v_{n-1}^{alt} + 1, v_{max,n-1}^{alt}) \\ &\quad + \min(v_n^{akt} + 1, v_{max,n}^{akt}) + \ell_{Fz,n} \\ \Rightarrow \ell_{3,(3.23)} &\geq \ell_{3,(3.24)}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Letzteres ist gültig wegen $v_{max,n-1}^{alt} \geq \min(v_{n-1}^{alt} + 1, v_{max,n-1}^{alt})$ und $v_n^{akt} + 1 \geq \min(v_n^{akt} + 1, v_{max,n}^{akt})$. Im einfachsten Fall setzt man $\ell_{Fz,n} = 1$. Diese Regeln sorgen dafür, dass sich die betreffenden Fahrzeuge zumindest im nächsten Zeitschritt wechselwirkungsfrei bewegen können. Feinabstimmungen müssen für eine Anpassung an reale Szenarien, wie z.B. asymmetrisches Wechselverhalten, noch vorgenommen werden. Für eine umfassende systematische Übersicht sei auf [77] verwiesen.

3.3.4 Zellularautomat mit Antizipation

Die Entwicklung eines CA mit Antizipationsverhalten (im folgenden mit CAA abgekürzt) ist notwendig, da im realen Straßenverkehr Zeitlücken der Länge $\Delta T \leq 1$ sec mit nicht zu vernachlässigender Häufigkeit auftreten (\nearrow Abschn. 2.4.7 und 2.6). Dies lässt auf eine Pulkbildung im Freiflussbereich schließen, die auch Ursache für die (metastabilen) Hochflusszustände ist. Im SCA hingegen gibt es eine Mindestzeitlücke von einer Zeiteinheit (entsprechend einer Sekunde). Um dies zu überwinden, wird nun ein Modell vorgeschlagen, das durch das Abschätzen des Verhaltens der Vorderleute auch kleinere Zeitlücken hervorbringt.

In der Literatur über die Modellierung des Verkehrsflusses findet man eine Reihe von Modellvorschlägen mit Ansätzen zur Antizipation des Fahrerverhalten. Die Vorschläge in [35, 64] beziehen jedoch nur Wechselwirkungen mit mehr als dem direkt vorausfahrenden Fahrzeug ein – Antizipation in diesem Zusammenhang bedeutet aber, dass das Verhalten der Vordermänner in den kommenden Zeitschritten einzuschätzen und in die Berechnung des eigenen neuen Zustandes mit einzubeziehen ist; es wird eine Trajektorie vorausberechnet.

Ein ähnlicher Vorschlag mit einem vereinfachten Regelsatz, der aber Antizipation einschließt, wird von Knospe *et al.* vorgeschlagen [54]. Hier wird das Verhalten des direkten Vordermanns im nächsten Zeitschritt eingeschätzt. Tendenziell erhält man vergleichbare

Resultate, vor allem erkennt man einen deutlichen Einfluss auf das Verhalten bei Spurwechseln. Kolonnenbildung oder das Auftreten eines Zustandes sehr hohen Flusses ($J > 1$) findet man jedoch auch hierin nicht.

Der Regelsatz

Im *SCA* sind der Fluss nach oben und die Zeitlücke zweier aufeinander folgender Fahrzeuge nach unten begrenzt. Nach Anwendung der Beschleunigungsregel **R1** (Gleichgewichtszustand erreicht) gilt

$$v_i \Delta t \leq g_i \quad \Rightarrow \quad \Delta T_i = \frac{g_i}{v_i} \geq 1 \text{ sec} . \quad (3.26)$$

Nach dem Update kann kein Fahrzeug Positionen einnehmen, die im vorangegangenen Zeitschritt $t - \Delta t$ durch den Vordermann besetzt waren. Der maximal erreichbare Fluss ist

$$J_{max} = \frac{v_{max}}{v_{max} + 1} \leq 1. \quad (3.27)$$

Wichtig ist es offenbar, abschätzen zu können, wie groß die Geschwindigkeit des Vordermanns in den folgenden Zeitschritten mindestens sein kann. Dies würde ausreichen, das herkömmliche Gap g_i um eben eine dieser Geschwindigkeit entsprechenden Länge zu erweitern: „Das Verhalten des Vordermanns muss innerhalb plausibler Grenzen antizipiert werden“. Ein derartiges Verhalten ist auch intuitiv und praktisch bei jedem Autofahrer nachvollziehbar. Dichtes Auffahren und die meisten, auch weniger riskanten Überholmanöver funktionieren nur, weil man darauf spekulieren kann, dass die Fahrzeuge in der näheren Umgebung eine einschätzbare und berechenbare Geschwindigkeitsentwicklung durchlaufen. Es wird sich bei der Vorstellung des Modells und der Ergebnisse schnell zeigen, dass man mit diesem Ansatz auf alle künstlichen Längen- und Zeitskalen verzichten kann. Diese wurden in das ursprüngliche *CA*-Modell und dessen Modifikationen eingeführt, um z.B. Überholvorgänge oder das Verhalten bei Auffahrten realitätsnah abzubilden. Letztendlich zählt nur die aktuelle Situation bezüglich Geschwindigkeit und Zeitlücke.

Spezielle Fälle derartigen Verhalten findet man in [55] oder in einem *CA* mit galilei-invarianter Fahrzeugwechselwirkung in [107, 109].

Die grundlegende Modelldefinition entspricht dem *SCA*. Es erfolgt nur eine Modifikation des Abstands g_i , in dem nun auch eine Abschätzung des Weges, den der Vordermann *auf jeden Fall* in den folgenden Zeitschritten zurücklegen wird, eingeht. Das heißt, dass zur Bewegung des Fahrzeugs i die Geschwindigkeit (einschließlich eines nicht einschätzbaren Rauschens) seiner f_v Vordermänner in den nächsten f_t Zeitschritten herangezogen wird. Dabei wird zugrunde gelegt, dass ein Fahrer verlässlich die Situation vor sich einzuschätzen

weiß. In den Untersuchungen (\nearrow Abschn. 2.4.7) ist zu erkennen, dass Geschwindigkeitsunterschiede minimiert werden und sich dabei auch die Abstände verringern. Außerdem treten Zeitlücken $\Delta T < 1$ sec nicht nur marginal auf.

Gemeinhin gilt es als realistisch, zumindest Abstände und Geschwindigkeitsdifferenzen bzw. Eigengeschwindigkeiten in guter Näherung abschätzen zu können. Die daraus resultierenden Geschwindigkeiten müssen natürlich die Bedingung der kollisionsfreien Simulation jederzeit erfüllen.

Updates erfolgen auch hier parallel. Dabei kommt es vor, dass Fahrzeuge Positionen einnehmen, die auf oder vor den Positionen eines oder sogar mehrerer Vordermänner liegen. Dies erfordert eine fahrzeugorientierte Implementierung.

Die grundlegenden Regeln **R1** bis **R3** des *SCA* bleiben unverändert, zusätzlich werden Abstände $d_i \geq g_i$ berechnet und einbezogen. Die bereits eingeführten Parameter f_v und f_t modellieren die beschränkte Vorausschau eines Fahrers. Wenn also das Verhalten von f_v vorausfahrenden Fahrzeugen eingeschätzt werden kann, aber nicht mehr das des $f_v + 1$ -sten Vordermanns, so kommt das im Modell dadurch zum Ausdruck, dass in der Einschätzung das Fahrzeug $f_v + 1$ in jedem der nächsten f_t Zeitschritte maximal abgebremst wird. Dies geschieht mit einer Bremskapazität $\beta_i \in [1, v_{max}]$, die auch variiert werden kann³.

Zwei weitere wichtige Größen, die zur Simulation berechnet werden müssen, sind der Bremsweg λ und die Bremszeit τ . Aus dem *CAA* lässt sich der Nagel-Schreckenberg *CA* ableiten, indem man $\beta_i = v_{max}$ und $f_v = f_t = 0$ setzt. Innerhalb eines Zeitschritts Δt können die Fahrzeuge von beliebiger Geschwindigkeit bis zum Stillstand abbremsen ($\lambda = 0$ und $\tau = 1$).

Die Berechnung der Bremswege, Bremszeiten und neuen Geschwindigkeiten wird wie folgt durchgeführt: Ein Fahrzeug i mit der Geschwindigkeit v_i und der Bremskapazität β_i , welches im nächsten Zeitschritt mit dem Bremsvorgang beginnt, hat eine rauschfreie Bremszeit von

$$\tau(v_i) = \left\lceil \frac{v_i}{\beta_i} \right\rceil. \quad (3.28)$$

Die obere Gaußklammer bezeichnet den kleinsten ganzzahligen Wert, der größer ist als v_i/β_i . Der dazugehörige Bremsweg ist

$$\lambda(v_i) = \sum_{t=1}^{\tau-1} (v_i - \beta_i t) = \begin{cases} (\tau - 1)(v_i - \frac{1}{2}\beta_i\tau) & \tau(v_i) \geq 2 \\ 0 & \tau(v_i) < 2 \end{cases}. \quad (3.29)$$

$\tau(v_i) < 2$ bedeutet, dass das Fahrzeug i innerhalb dieses oder des nächsten Zeitschritts angehalten haben wird. Wird das Rauschen jedoch mitberücksichtigt, dann ist die Brems-

³Die Motivation zu diesem Modell rührt daher, dass andere Bremskapazitäten β_i als $\beta_i = v_{max}$ möglich sein sollten. Dies hat *zwangsläufig* Antizipation zur Folge.

kapazität höher:

$$\tilde{\beta}_i = \begin{cases} \beta_i & \text{Wahrsch. } p \\ \min(\beta_i + 1, v_{max}) & \text{Wahrsch. } 1 - p \end{cases} \quad (3.30)$$

Das Sicherheitskriterium „kollisionsfreie Simulation“ ist nur für

$$\tilde{\beta}_i = \min(\beta_i + 1, v_{max}) \quad (3.31)$$

in jedem Zeitschritt erfüllt. Sei nun mit i das Fahrzeug bezeichnet, dessen neue Geschwindigkeit zu berechnen ist, dann müssen in einem *worst case scenario*, also dem ungünstigsten aller denkbaren Fälle, nun alle Vordermänner j *inklusive* Rauschen betrachtet werden ($\tilde{\beta}_j = \min(\beta_j + 1, v_{max})$), während vom untersuchten Fahrzeug i rauschfreies Verhalten angenommen werden muss ($\tilde{\beta}_i = \beta_i$). Dahingehend müssen nun (3.28) und (3.29) angepasst werden.

Die Wirkungsweise des Algorithmus ist in Abb.3.3 illustriert. In diesem Beispiel soll

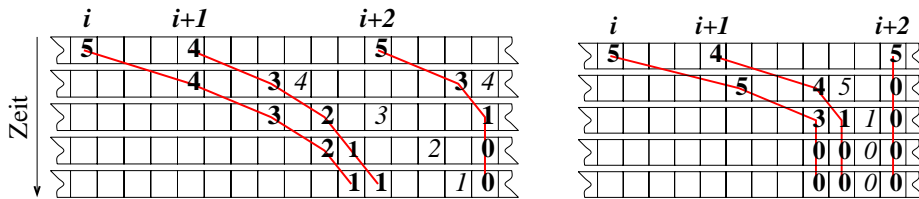


Abbildung 3.3: Geschwindigkeitsberechnung für $\beta_i = 1$ (links) bzw. $\beta_i = 5$ (rechts) bei Wahl von $f_v = 1$, $f_t = 3$, $v_{max} = 5$. Die kursiven Ziffern geben die geschätzten Geschwindigkeiten *ohne* Rauschen wieder, die sicheren Geschwindigkeiten sind natürlich höchstens genauso groß. Die eingezeichnete Trajektorie ist für $t = 0$ berechnet und erfüllt die Forderung nach Kollisionsfreiheit im ungünstigsten Fall. Zeitlücken $v_i > g_i$ sind hier möglich.

die Geschwindigkeit des Fahrzeugs i berechnet werden, es seien $f_v = 1$, $f_t = 3$ und $\beta_i = 1$ oder 5, demzufolge wird vom Fahrzeug $i + 2$ angenommen, dass es maximal bremsen wird. Der Algorithmus berechnet nun rekursiv die minimalen Geschwindigkeiten der in Betracht kommenden Vordermänner $j \in [i + 1, i + f_v + 1]$ unter Berücksichtigung von deren Parameter $v_{max,j}$ und $\tilde{\beta}_j$. Zur Vereinfachung seien diese Werte nun hier für alle Fahrzeuge identisch, die Indizes werden weggelassen.

Jede Zeile der Abbildung entspricht einem Zeitschritt, wobei die erste Zeile der Ausgangssituation zur Zeit $t = 0$ entspricht, insgesamt sind jeweils $f_t + 1$ Zeilen aufgeführt. Die Trajektorien geben an, wie es Fahrer i gelingt, in dieser Situation noch sicher abbremsen

zu können. Die Umgebung verändert sich allerdings in den nächsten Zeitschritten derart, dass z.B. die momentane Eigengeschwindigkeit beibehalten werden kann und somit Zeitlücken $\Delta T < 1$ sec und Flüsse $J_{max} \geq 1$ (oder mehr als 3.600 Fz/h) möglich sind.

Ausgangspunkt für die Anwendung des Algorithmus auf das Fahrzeug i ist zunächst das angenommene Verhalten des $(k = i + f_v + 1)$ -ten Fahrzeugs. Die Zeit $t = 0$ beschreibt hier die momentane Situation, nachdem alle Updateschritte aus dem zurückliegenden Zeitschritt ausgeführt worden sind. Bei allen Berechnungen werden also *nur Werte aus dem zurückliegenden Zeitschritt* benutzt. In iterativer Form formuliert man

$$\begin{aligned} v_k(0) &\equiv v_k = \text{aktuelle Geschwindigkeit} \\ \ell_k(0) &= 0 \\ v_k(t) &= \max(v_k(t-1) - \tilde{\beta}_j, 0) \\ \ell_k(t) &= \ell_k(t-1) + v_k(t) \end{aligned} \quad \forall t \in [1, f_t]. \quad (3.32)$$

Bis zur Zeit t wurde ein Weg von $\ell_k(t)$ Zellen zurückgelegt. Hingegen beschreibt $\lambda(v_i, \beta_i)$ den Weg, den ein Fahrzeug mit der Geschwindigkeit v_i benötigt, um zum Stillstand zu kommen (3.29). Die Abstände d_j der Fahrzeuge⁴ $j \in [i, i + f_v]$ und die zurückgelegten Wege ℓ_j zu den verschiedenen Zeiten t stellen sich iterativ dar als

$$\begin{aligned} \ell_j(0) &= 0 \\ d_j(0) &= g_j \\ \ell_j(t) &= \ell_j(t-1) + v_j(t) \\ d_j(t) &= d_j(0) + \ell_{j+1}(t) \end{aligned} \quad \forall \begin{array}{l} j \in [i, i + f_v] \\ t \in [1, f_t]. \end{array} \quad (3.33)$$

Der Wert g_j ist das aus der SCA-Definition bekannte Gap, welches die Anzahl der leeren Zellen zwischen zwei aufeinander folgenden Fahrzeugen wiedergibt. Da $\ell_j(t)$ bereits eine akkumulierte Größe ist, muss nur $d_j(0)$ zur Bestimmung von $d_j(t)$ für alle Zeitschritte t herangezogen werden. Dann wird die Geschwindigkeit v_j zur Zeit t ausgewählt. Es ist die maximal zu dieser Zeit t mögliche Geschwindigkeit, nämlich

$$\begin{aligned} v_j(0) &\equiv v_j = \text{aktuelle Geschwindigkeit} \\ v_j(t) &\in [v_j^-(t), v_j^+(t)] \end{aligned} \quad \forall \begin{array}{l} j \in [i, i + f_v] \\ t \in [1, f_t] \end{array} \quad (3.34)$$

mit

$$\begin{aligned} v_j^-(t) &= \max(v_j(t-1) - \tilde{\beta}_j, 0) \\ v_j^+(t) &= \min(v_j(t-1) + 1, v_{max}). \end{aligned} \quad (3.35)$$

Die untere Grenze $v_j^-(t)$ der erreichbaren Geschwindigkeit ist gegeben durch das maximale Bremsvermögen $\tilde{\beta}_j$ des Fahrzeugs, die obere Grenze $v_j^+(t)$ durch das maximale Beschleunigungsvermögen, welches in diesen Betrachtungen den Wert 1 hat. Die letztendlich zu

⁴Die Unterscheidung zwischen dem untersuchten Fahrzeug $j = i$ und dessen Vordermann $j > i$ anhand $\tilde{\beta}_j$ wird erst an späterer Stelle im Algorithmus vorgenommen.

berechnende Geschwindigkeit $v_j(t)$ für alle Fahrzeuge $j \in [i, i + f_v]$ ist das maximale $v_j(t)$, welches zu allen Zeiten $t \in [1, f_t]$ der Sicherheitsbedingung

$$\ell_j(t) + \lambda(v_j(t), \tilde{\beta}_j) \leq g_j + \ell_{j+1}(t) + \lambda(v_{j+1}(t), \tilde{\beta}_{j+1}) \quad \forall \begin{array}{l} j \in [i, i + f_v] \\ t \in [1, f_t] \end{array} \quad (3.36)$$

genügt, um *jederzeit* Kollisionsfreiheit zu garantieren. In Worten ausgedrückt heißt das, dass der bis zur Zeit t zurückgelegte Weg $\ell_j(t)$ plus der sich dann anschließende minimale Bremsweg $\lambda(v_j(t), \tilde{\beta}_j)$ ausreichen müssen (linke Seite in (3.36)), hinter dem unter dem Einfluss des Rauschens optimal fahrenden Vordermann zum Stehen zu kommen (rechte Seite in (3.36)). Der zur Verfügung stehende Abstand setzt sich dabei zusammen aus dem Gap g_i , dem zurückgelegten Weg $\ell_{j+1}(t)$ und dem sich daran anschließenden minimalen Bremsweg $\lambda(v_{j+1}(t), \tilde{\beta}_{j+1})$. Bei einer Vernachlässigung der Betrachtung der Bremswege λ kann es zu Konfigurationen kommen, die für die Zeit t noch sicher sind, bei denen aber in einem der folgenden Zeitschritte $t > f_t$ die Kollisionsfreiheit nicht mehr gewährleistet ist. Zur Berechnung der Geschwindigkeit des Fahrzeugs i schließlich muss die Berechnung *ohne* das Rauschen durchgeführt werden, um wirklich auch den ungünstigsten Fall darstellen zu können. Dies bedeutet speziell in Anlehnung an (3.36)

$$\ell_i(t) + \lambda(v_i(t), \beta_i) \leq g_i + \ell_{i+1}(t) + \lambda(v_{i+1}(t), \tilde{\beta}_{i+1}) \quad \forall t \in [1, f_t]. \quad (3.37)$$

Mit der Anwendung dieser modifizierten Regeln lassen sich nun Ergebnisse erzielen, die mit dem *SCA* nicht möglich sind. Hinzu kommt, dass die Bedingungen der Diskretisierbarkeit, des parallelen Updates und der großen Zeitschritte hiermit weiterhin erfüllt werden können.

Im *SCA*-Regelsatz muss nun eine Ersetzung vorgenommen werden, die Regel **A1** wird an Stelle von **R1** eingefügt:

A1 Beschleunigung: Mit Rücksicht auf den Abstand zum Vordermann wird die neue Geschwindigkeit gewählt:

$$v_n(t + \Delta t) \leftarrow \min(v_n(t) + 1, v_{max,n}, d_n(t)).$$

R2 und **R3** bleiben unverändert.

3.3.5 Spurwechsel im *CAA*

Spurwechsel als Elementarfunktion von Überhol- oder Auffahrvorgängen orientieren sich, im Gegensatz zum *SCA*, nur an der Zeitlücke und den daraus resultierenden Sicherheitskriterien. Ein Fahrzeug i mit der Geschwindigkeit v_i , das auf die „Straße“ gesetzt werden soll, muss zwei Bedingungen in Anlehnung an (3.36) erfüllen:

- Mit seiner Geschwindigkeit v_i und der geplanten Position x_i muss es in der Lage sein, kollisionsfrei weiterfahren zu können.

- Jeder Einzelne der $f_v + 1$ Nachfolger müssen in der Lage sein, dem Fahrzeug i kollisionsfrei zu folgen.

Das bedeutet z.B., dass man auf eine Zelle, welche von zwei Fahrzeugen mit $v_j > \beta_i$ umgeben ist, kein Fahrzeug setzen darf. Andererseits kann leicht ein Fahrzeug in eine

	Überholen	Auffahren
Motivation	Eigengeschwindigkeit wird kleiner	Auffahrsspur zu Ende
Geschwindigkeit	aktuell	maximiert
kein Spurwechsel möglich	in der Spur verbleiben	Prozess des Auffahrens abbrechen
...		

Tabelle 3.1: Unterschiede zwischen Überholen und Auffahren.

Lücke von z.B. insgesamt drei Zellen „hineinschlüpfen“, um überholen zu können, wobei alle drei Fahrzeuge der Kette ihre Geschwindigkeit $v_j > 0$ angezogen (synchronisiert) haben⁵. Spurwechsel und Auffahrten im Modell unterscheiden sich dann nur noch anhand ihrer Motivation und der Geschwindigkeit des Fahrzeugs i , wie Tab. 3.3.5 zeigt. Es wird deutlich, dass keine expliziten Längenskalen eingeführt werden müssen, sie ergeben sich

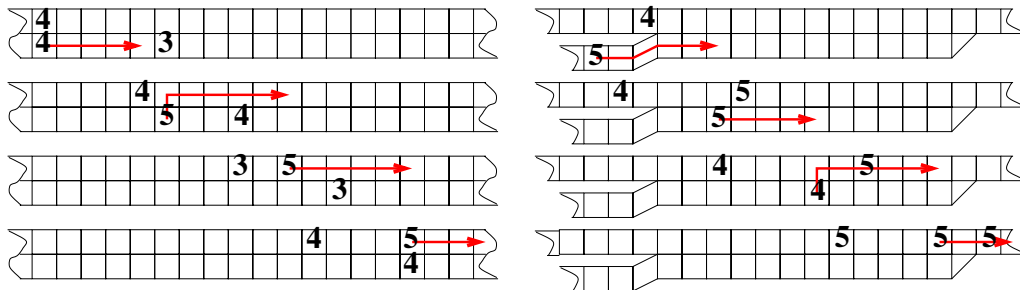


Abbildung 3.4: Überholen (links) und Auffahren (rechts) im CAA. Trotz kleiner Lücken kommt es nicht zum Geschwindigkeitseinbruch aufgrund eines Spurwechsels.

automatisch aus den Sicherheitsbedingungen, wie sie bei der Formulierung des Modells

⁵Es kommt zur Bildung kleiner Fahrzeuggruppen mit hohen Geschwindigkeiten und kleinen Abständen, die dann sehr wohl unterhalb einer Sekunde liegen können. Nach dem Einfädeln bei hohen Geschwindigkeiten und kleinen Zeitlücken relaxiert die Fahrzeugkette und die Abstände vergrößern sich wieder.

vorgestellt wurden. Typische Situationen, wie z.B. Überhol- bzw. Einfädelvorgänge, sind in Abb. 3.4 dargestellt. Asymmetrisches Spurwechselverhalten und die Spurbelegungsinversion jedoch erhält man auch hier nur durch das Einführen asymmetrischer Wechselwahrscheinlichkeiten oder ähnlicher Zwangsbedingungen. Die Details des Algorithmus und eine Komplexitätsabschätzung werden in Anhang B dargestellt.

Regelsatz für den Spurwechsel im zweispurigen CAA

Für einen Spurwechsel gelten nun ähnliche Voraussetzungen wie im Falle des SCA: Es muss ein Geschwindigkeitsvorteil erzielbar sein, hierbei sind jedoch die Sicherheitskriterien, wie sie in der Modelldefinition (Abschn. 3.3.4) bereits erwähnt worden sind, zu berücksichtigen. Die Nachfolger auf der alternativen Spur müssen kollisionsfrei abbremsen können, und das Fahrzeug selber sollte bei erlaubten Bremsvorgängen der Vordermänner auch hinter diesen zum Stehen kommen. Mit den Distanzen d nach (3.33) und der Forderung nach Kollisionsfreiheit (3.36) bzw. (3.37) ergeben sich

$$\begin{array}{l} \text{aktuell } v_n^{akt} \leftarrow \min(v_n^{akt} + 1, v_{max,n}^{akt}, d_n^{akt}) \\ \text{alternativ } v_n^{alt} \leftarrow \min(v_n^{akt} + 1, v_{max,n}^{akt}, d_n^{alt}) \end{array} \quad (3.38)$$

Die Attraktivität ergibt sich wieder aus $v_n^{akt} > v_n^{alt}$ (3.22). Das Sicherheitskriterium für das auf der alternativen Spur folgende Fahrzeug ist gegeben durch d_{n+1}^{alt} (3.33) unter Berücksichtigung des wechselwilligen Fahrzeugs auf der Alternativspur. Weitere Details des Algorithmus findet man im Anhang B.2.