Anhang A

Random Headway States

Zur Herleitung der Verteilungsfunktion der Zeitlücken im Freiflusszustand untersucht man die Wahrscheinlichkeit $\mathcal{P}_r(\Delta T \geq t)$, dass r Fahrzeuge *nach* einer Zeit t ankommen bzw. eine Zeitlücke $\Delta T > t$ haben [69]. Bei zufällig verteilten Ankunftszeiten kann man eine mittlere Ankunftsrate λ festlegen. Mit einem geeigneten ΔT ergibt sich $\mathcal{P}_1(\Delta T) = \lambda \Delta T$ als die Wahrscheinlichkeit eines *Einzel*ereignisses, gleichzeitig kann man $\mathcal{P}_0(\Delta T) = 1 - \lambda \Delta T$ als die Wahrscheinlichkeit interpretieren, dass *kein* Fahrzeug in ΔT ankommt. Kommen nun allgemein r Fahrzeuge zwischen t und $t + \Delta T$ an, dann ist die Wahrscheinlichkeit hierfür

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_r(t + \Delta T) \quad &= \mathcal{P}_{r-1}(t)\mathcal{P}_1(\Delta T) + \mathcal{P}_r(t)\mathcal{P}_0(\Delta T) \\ &= (\mathcal{P}_{r-1}(t) - \mathcal{P}_r(t))\,\lambda \Delta T + \mathcal{P}_r(t). \end{aligned} \tag{A.1}$$

Für den Übergang $\Delta T \to 0$ findet man die Differenzialgleichung

$$\frac{d\mathcal{P}_r(t)}{dt} = \lambda(\mathcal{P}_{r-1}(t) - \mathcal{P}_r(t)) \tag{A.2}$$

mit den Randbedingungen

$$\mathcal{P}_{r<0}(t) = 0 \qquad \text{und} \qquad \mathcal{P}_r(0) = \delta_{r,0} \tag{A.3}$$

und dem Kronecker-Symbol δ. Nun sind Lösungen für die verschiedenen r zu finden:

$$\begin{array}{lll} r = 0 & \frac{d\mathcal{P}_0(t)}{dt} = -\lambda \mathcal{P}_0(t) & \Rightarrow \ \mathcal{P}_0(t) = e^{-\lambda t} \\ r = 1 & \frac{d\mathcal{P}_1(t)}{dt} + \lambda \mathcal{P}_1(t) = \lambda e^{-\lambda t} & \Rightarrow \ \mathcal{P}_1(t) = \lambda t e^{-\lambda t} \ . \\ \dots & & \end{array} \tag{A.4}$$

Rekursion liefert schließlich die allgemeine geschlossene Form

$$\mathcal{P}_r(t) = \frac{(\lambda t)^r e^{-\lambda t}}{r!} \overset{m:=\lambda t}{\equiv} \frac{m^r e^{-m}}{r!}. \tag{A.5}$$

Dies ist die Poisson-Verteilung. Sie beschreibt die Wahrscheinlichkeit einer festen Anzahl von Ereignissen, die eingebettet sind in eine Kette von unendlich Ereignissen, die zeitunabhängig und untereinander entkoppelt auftreten. Im frei fließenden Verkehr geringer Dichten ist diese Annahme gerechtfertigt, sie verliert natürlich bei Einschalten der Wechselwirkung, in diesem Falle Annäherung der Fahrzeuge an ihren Vordermann, ihre uneingeschränkte Gültigkeit.

Wie beschrieben, ist $\mathcal{P}_r(t)$ diejenige Wahrscheinlichkeit, r Fahrzeuge mit Zeitlücken $\Delta T \geq t$ zu finden, somit findet man mit einer Wahrscheinlichkeit $\mathcal{P}_r(t) = 1 - \mathcal{P}_r(t)$ Fahrzeuge mit Zeitlücken $\Delta T < t$. Um zu beschreiben, wie groß die Wahrscheinlichkeit $P(\Delta T)$ ist, dass genau ein Fahrzeug (nämlich das als nächstes an der Messlinie erwartete) im Intervall $[t, t + \Delta T]$ eintrifft, verfährt man wie folgt: $\mathcal{P}_0(t)$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass bis zur Zeit t noch kein Fahrzeug eingetroffen ist, $\mathcal{P}_0(t + \Delta T)$ die, dass bis $t + \Delta T$ noch kein Fahrzeug eingetroffen ist. Dann ist

$$P(t, \Delta T) := \mathcal{P}_0(t + \Delta T) - \mathcal{P}_0(t) = e^{-\lambda t}\left(1 - e^{-\lambda \Delta T}\right) \approx \lambda \Delta T e^{-\lambda t} \tag{A.6}$$

unter Vernachlässigung der quadratischen Glieder. Für die Verwendung im Text erfolgt noch eine Anpassung: Dort wird eine Zeitlücke ΔT angegeben, die Intervalllänge wird mit $\delta(\Delta T)$ bezeichnet und ist fest bzw. vorausgesetzt. Mit den Umbenennungen $t \leftrightarrow \Delta T$ und $\Delta T \leftrightarrow \delta(\Delta T)$ ergibt sich dann

$$P(\Delta T) = \lambda \delta(\Delta T) e^{-\lambda \Delta T}. \tag{A.7}$$

Zur Beschreibung von λ betrachtet man einen Messprozess der Dauer ΔT in Beziehung zum Normierungsintervall T (bei Flussmessungen ist das üblicherweise eine Stunde). Aufgrund des Flusses J in diesem Intervall T lässt sich ein Zahl von Fahrzeugen ermitteln, die im Durchschnitt in ΔT die Messlinie kreuzen. Dies ist

$$m = \frac{J \Delta T}{T} \cdot 1\,\mathrm{sec} \quad \overset{m \equiv \lambda t}{\Rightarrow} \quad \lambda = \frac{J \cdot 1\,\mathrm{sec}}{T} =: \frac{1}{\tau}. \tag{A.8}$$

τ ist nun eine charakteristische Systemzeit, nämlich die mittlere Bruttozeitlücke[1]. Man findet schließlich

$$P(\Delta T) = \frac{\delta(\Delta T)}{\tau} e^{-\Delta T/\tau} \equiv \frac{1}{\tau} e^{-\Delta T/\tau}. \tag{A.9}$$

[1] Die Bruttozeitlücke wird zwischen den Fronten aufeinander folgender Fahrzeuge gemessen.

Anhang B

Algorithmen für den *CAA*

B.1 Einspurig

Dieser Algorithmus beschreibt die Bestimmung der neuen Geschwindigkeit des untersuchten Fahrzeugs – dieser Wert wird zurückgegeben und kann weiterverarbeitet werden. Der Algorithmus ist anwendbar für einspurige Szenarien ohne Überholvorgänge, diese werden im nächsten Punkt des Anhangs vorgestellt.

```
FUNCTION Berechne_V_Neu(Fahrzeug i, Geschw. v_i)
RESET v[i...i+f-v+1][0...f-t], l[i...i+f-v+1][0...f-t]
FOR Vordermann k = i+f-v+1 DO
   FOR Zeitschritt t = 1 TO f_t DO
      CALC v[k][t] USING max(b+1,v^max) ⇐ (3.32)
      CALC l[k][t] USING max(b+1,v^max) ⇐ (3.32)
   ENDFOR
ENDFOR
FOR alle Nachfolger k = i+f_v DOWNTO i+1 DO
   FOR Zeitschritt t = 1 TO f_t DO
      CALC v[k][t] USING max(b+1,v^max) ⇐ (3.34, 3.36)
      CALC l[k][t] USING max(b+1,v^max) ⇐ (3.34, 3.36)
   ENDFOR
ENDFOR
```

FOR Zeitschritt `t = 1` TO $\mathtt{f}_t$ DO
CALC `v[i][t]` USING `b` $\Leftarrow$ (3.34, 3.37)
CALC `l[i][t]` USING `b` $\Leftarrow$ (3.34, 3.37)
ENDFOR

RETURN $\mathtt{v}_i$ `= v[i][1]` als die neue Geschwindigkeit von `i`

ENDFUNCTION

B.2 Mehrspurig

Im Falle des Mehrspurverkehrs muss der Algorithmus erweitert werden. Ist eine Wechselabsicht vorhanden, d.h. kann man aufgrund einer Behinderung durch den Vordermann nicht weiter beschleunigen oder zumindest seine momentane Geschwindigkeit nicht beibehalten, dann muss geklärt werden, ob es auf der gewünschten Spur nicht zu Kollisionen kommt. Dies geschieht mit dem nachfolgend aufgelisteten Algorithmus. Als Rückgabewert erhält man hier ein Flag, welches anzeigt, ob ein Spurwechsel lohnend und erlaubt ist. Die aktuelle Geschwindigkeit wird dabei zunächst in $\mathtt{v}^{MEMO}$ gesichert. Der eigentliche Spurwechsel wird getrennt ausgeführt, um der Forderung nach parallelem Update nachzukommen. Ein Spurwechsel macht nur dann Sinn, wenn eine Steigerung der Geschwindigkeit zu erwarten ist („IF $\mathtt{v} \leq \mathtt{v}^{MEMO}$"). Außerdem muss die berechnete Geschwindigkeit für *alle* betroffenen Fahrzeuge erreichbar sein. Das kommt in der Abfrage „IF $\mathtt{v} \notin [\mathtt{v}^-, \mathtt{v}^+]$" zum Ausdruck (3.35). Ist die notwendige Geschwindigkeit nicht erreichbar, dann bedeutet dies, dass es zu Zusammenstößen kommen wird. Die letztendliche Durchführung eines Spurwechsel kann dann noch mit einer Spurwechselwahrscheinlichkeit modifiziert werden.

```
FUNCTION Spurwechsel(Fahrzeug i, Geschw. v_i, Zielspur s)
  v_i^MEMO = v_i
  v_i = Berechne_V_Neu(i,v_i)
  Setze Fahrzeug i auf Spur s
  v_i^s = Berechne_V_Neu(i,v_i)
  IF v_i^s ∉ [v_i^-,v_i^+] OR v_i ≤ v_i^s THEN
    Setze Fahrzeug i zurück
    v_i = v_i^MEMO
    RETURN verboten
  ELSE
    FOR alle Nachfolger k=i-1 DOWNTO i-f_v DO
      v_k^MEMO = v_k
    ENDFOR

    FOR alle Nachfolger k=i-1 DOWNTO i-f_v DO
      v_k = Berechne_V_Neu(k,v_k)
      IF v_k ∉ [v_k^-,v_k^+] THEN
        FOR alle Nachfolger j=i-1 DOWNTO k DO
          v_j = v_j^MEMO
        ENDFOR
        Setze Fahrzeug i zurück
        v_i = v_i^MEMO
        RETURN verboten
      ENDIF
    ENDFOR

    FOR alle Nachfolger k=i-1 DOWNTO i-f_v DO
      v_k = v_k^MEMO
    ENDFOR

    Setze Fahrzeug i zurück
    v_i = v_i^MEMO
    RETURN erlaubt

  ENDIF
ENDFUNCTION
```

B.3 Aufwandsabschätzung

Es ist offensichtlich, dass die Vorteile dieses Algorithmus mit einer geringeren Effizienz erkauft werden müssen. Betrachtet man mehrspurigen Verkehr, dann trifft dies umso mehr zu, da hierzu die Fahrzeuge in der Umgebung mehrfach in eine Berechnung einbezogen werden müssen.

Es ist davon auszugehen, dass die Funktion CALC die entscheidende und aufwendigste Elementarfunktion ist. Mit einem Blick auf die Funktion **Berechne_V_Neu** erkennt man, dass nacheinander FOR-Schleifen mit dem Aufwand f_t, $f_v f_t$ und f_t zu durchlaufen sind. Im ungünstigsten Fall muss zur Bestimmung einer Geschwindigkeit das gesamte Spektrum der erreichbaren Geschwindigkeiten $[v_i^-, v_i^+]$ untersucht werden, die Intervalllänge ist $\propto \beta$. Damit ergibt sich ein maximaler Aufwand pro Fahrzeug von

$$\textbf{Berechne\_V\_Neu}: \qquad \mathcal{O}(b f_v f_t), \tag{B.1}$$

gemessen in Einheiten des Aufwands für CALC, der Elementarfunktion. Für einen Spurwechsel eines Fahrzeugs muss die Funktion **Berechne_V_Neu** maximal (f_v+1)-mal aufgerufen werden, dies resultiert in einem zusätzlichen maximalen Aufwand pro *ausgeführtem* Spurwechsel von

$$\textbf{Spurwechsel}: \qquad \mathcal{O}(b f_v^2 f_t). \tag{B.2}$$

Diese Abschätzungen machen deutlich, dass der Vorteil, weitere Phänomene des Straßenverkehrs mit einem Zellularautomaten auf diese Weise modellieren zu wollen, mit einem deutlich höherem Rechenaufwand erkauft werden muss. Trotzdem ist es grundsätzlich möglich, auch kompliziertere Netzwerke mit diesem Ansatz zu simulieren, da die wichtigsten Elemente wie Mehrspurverkehr und Auffahrten (bis hin zu komplexen Knoten) darstellbar sind.

Danksagung

Ich bedanke mich bei Herrn Prof. Dr. M. Schreckenberg für die Möglichkeit, diese interessanten Themen in seiner Arbeitsgruppe bearbeiten zu können. Seine Begleitung und Unterstützung im Verlaufe der Arbeit, aber auch die Vielfalt der Aufgaben und Anforderungen am Lehrstuhl trugen erheblich zur Motivation und Realisierung bei.

Die Analyse des empirischen Datenmaterials wäre ohne die freundliche Unterstützung durch die Mitarbeiter des Landschaftsverbandes Rheinland *LVR* (Köln und Leverkusen) und des Landschaftsverbandes Westfalen-Lippe *LWL* (Münster und Recklinghausen) nicht möglich gewesen. Ebenso dankenswert erwähnen möchte ich die Zusammenarbeit mit den Firmen „Heusch-Boesefeldt GmbH“ in Aachen und „Systemberatung Povse“ in Herzogenrath. Ich bedanke mich auch für die gewährte Unterstützung durch das Ministerium für Wirtschaft und Mittelstand, Technologie und Verkehr des Landes Nordrhein-Westfalen.

Ebenfalls bedeutend war die enge Kooperation mit der Stadt Duisburg, insbesondere mit Herrn J. Lange und weiteren Vertretern des Tiefbauamtes und der Verkehrsrechnerzentrale. Für Fragen bezüglich des Duisburger Stadtstraßennetzes, der Onlineübertragung der Verkehrsdaten oder bezüglich der Zählschleifen im Duisburger Stadtgebiet standen sie stets auskunftsbereit zur Verfügung.

Besonderer Dank für die zahllosen interessanten und hilfreichen Diskussionen gebührt Prof. Dr. D. Chowdhury, Prof. Dr. B.S. Kerner, H.Y. Lee, Dr. L. Santen und PD Dr. A. Schadschneider. Ebenso herzlich bedanken möchte ich mich bei den Mitgliedern des Lehrstuhls „Physik von Transport und Verkehr“ an der Gerhard-Mercator-Universität Duisburg. Die vielen aufschlussreichen Gespräche besonders mit R. Barlovic, R. Chrobok, B. Eisenblätter, Dr. J. Esser, K. Froese, O. Kaumann, W. Knospe und J. Wahle trugen erheblich zum Fortschritt dieser Arbeit bei. Das gilt auch für die gute, intensive und förderliche Arbeitsatmosphäre in der Gruppe.

Außerdem danke ich im Speziellen K. Froese, A. Neubert, D. Neubert, A. Schadschneider, B. Voss und J. Wahle, da sie sich die Mühe machten, dieses Manuskript korrigierend zu lesen und viele nützliche Ratschläge zu Gliederung, Formulierungen und Gestaltung zu geben.

Ein besonders warmer und herzlicher Dank gebührt meiner Frau Alexandra und meinen Söhnen Maximilian und Leonard. Sie sorgten für den nötigen Ausgleich und spendeten mir Ausdauer, Kraft und Zuversicht, um diese Arbeit durchzuführen.

Meinen Eltern danke ich für ihre Unterstützung während meiner schulischen, beruflichen und akademischen Ausbildung.

Und nicht zu vergessen sind natürlich die Millionen Autofahrer, die durch ihre Nachfrage nach Mobilität Anlass zu solchen Arbeiten über empirische und nummerische Untersuchungen des Straßenverkehrs geben, sich an den zahlreichen Zählschleifen haben geduldig erfassen lassen und durch ihre Verhaltensmuster und Tagesabläufe das interessante und breite Spektrum der Verkehrszustände erzeugten und erzeugen.

Teile dieser Arbeit entstanden mit finanzieller Unterstützung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung im Rahmen des Projektes „*SANDY* – *S*traßenverkehrs-*A*nwendungen der *N*ichtlinearen *DY*namik“ und den dort vertretenen Industriepartnern DaimlerChrysler AG, Heusch-Boesefeldt GmbH und Siemens AG, durch das Ministerium für Bildung und Wissenschaft des Landes Nordrhein-Westfalen im Rahmen des „Forschungsverbundes Verkehrssimulation und Umweltwirkungen *FVU*“ und durch das Ministerium für Wirtschaft und Mittelstand, Technologie und Verkehr des Landes Nordrhein-Westfalen im Rahmen des Forschungsvorhabens „Analyse und Prognose des BAB-Verkehrs auf der Basis aktueller und historischer Daten“.