

7 Geladener Rohrfluss

In diesem Kapitel werden wir elektrisch geladene Teilchen in einer Röhrengometrie betrachten. Im Rohrfluss befindet sich die granulare Materie in einem *voll-dynamischen Regime* [89, 88], das heißt die Dynamik ist bei geringer Dichte hauptsächlich durch binäre Stöße bestimmt. Das System erfährt äußere Energiezufuhr, sei es durch die Gravitation oder durch einen Luftstrom beim pneumatischen Transport und gleichzeitig wird durch die Kollisionskühlung Energie dissipiert. Diese beiden Mechanismen definieren den Fluss der granularen Materie. Weiterhin werden die Wandeigenschaften des Rohres diesen erheblich beeinflussen: Die elektrischen Wechselwirkungen mit den Wänden unterscheiden sich für Rohrwände aus Metall von denen, wenn diese aus einem isolierenden Material hergestellt wurden. Um einen schrittweisen Zugang zum Rohrfluss elektrisch geladener granularer Materie zu erhalten, sollen zunächst geladene Teilchen in der Rohrgeometrie ohne treibende Kraft untersucht werden.

7.1 Isolatorröhre

7.1.1 Elektrische Wechselwirkung

Die geladenen Teilchen befinden sich in einer isolierenden Röhre des Radius $W/2$ und der Länge L . Auf der Innenfläche der Röhre soll sich die Gesamtladung Q befinden. Diese kann entweder künstlich aufgebracht sein oder die natürliche Gegenladung der granularen Teilchen im Inneren sein, die sich während des Flussvorgangs dort niedergeschlagen hat und nun die Gesamtladung des Systems aus Röhre und granularen Teilchen neutralisiert. Da die Ladung auf (idealen) Isolatoren unbeweglich ist, werden sich die aufgebrauchten Ladungen nicht gleichmäßig verteilen. Gehen wir aber davon aus, dass bei dem Prozess der Ladungsgenerierung jeder Punkt der Innenfläche gleichberechtigt war, so ist die Beschreibung durch eine homogene Flächenladungsdichte $Q/\pi LW$ gerechtfertigt. Das heißt, das von den Wänden erzeugte elektrische Feld wird radialsymmetrisch sein:

$$\mathbf{E} = E_r \cdot \mathbf{e}_r \quad . \quad (7.1)$$

Wenn man die Randeﬀekte der Rohrenden vernachlässigt, also unendlich lange Rohre annimmt, so zeigt der Gaußsche Satz der Elektrostatik [50]

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi \rho \quad (7.2)$$

(ρ ist die Ladungsdichte), dass im Rohrinernen die geladenen Rohrwände kein elektrisches Feld verursachen. Demnach spielt die Ladung auf der Rohrinnenﬂäche keinerlei Rolle und die geladenen Teilchen im Inneren spüren nur ihre wechselseitige Coulombabstoßung. Dies gilt, wenn wir Polarisierungen des Isolatormaterials durch die Ladungen im Inneren vernachlässigen.

7.1.2 Dichteprofil

Wie bereits im Kapitel 6 erwähnt ist die Behandlung dreidimensionaler Probleme in zwei Dimensionen effizienter. Wir machen also folgendes zweidimensionales Modell: Die geladenen Teilchen seien in ein zweidimensionales Rohr der Fläche $L \cdot W$ gebracht. Die Stöße mit den Wänden seien vollständig elastisch ($e_n = 1$), weiterhin gelte $v_x = -v_x'$ und $v_y = v_y'$, wenn die gestrichelten Größen die Werte nach dem Wandstoß angeben und x die radiale b.z.w. y die axiale Richtung bezeichnet. In axialer Richtung nehmen wir periodische Randbedingungen an und hier wechselwirken die geladenen Teilchen gemäß der Minimum Image Beschränkung. Die homogene Ladung der Wände spielt keine Rolle, wie im vorherigen Unterabschnitt gezeigt wurde. Die Teilchen selbst sollen über das Coulombpotential (6.1) wechselwirken. Da die Teilchen weiterhin gleich geladen sind, stoßen sie sich gegenseitig ab und wir erwarten, dass sie sich an den Rohrwänden konzentrieren und in der Rohrmitte eine verwaiste Zone entsteht. Somit ist das System nicht mehr homogen, sondern weist ein um $x = W/2$ symmetrisches Dichteprofil auf.

Abbildung 7.1 zeigt das radiale Profil der lokalen Packungsdichte ν_{loc} gegen die skalierte radiale Koordinate x/W für Computersimulationen von zwei Systemen unterschiedlicher Breite. Die Systeme haben beide die Länge $L = 60d$. Die gezeigte Dichteverteilung gilt für das stationäre System, $e_n = 1$. Die granularen Temperaturen waren hier $E_q/mT = 1.7$. Zur Bestimmung der lokalen Packungsdichte wurde das Rohr in gleichdicke Schalen um die Rohrmitte herum wie eine Zwiebel eingeteilt. Für eine bessere Statistik wurden die Werte für die Schalen, die die gleiche Entfernung zur Rohrmitte hatten, zusammengezählt, was erklärt, dass die Profile tatsächlich vollkommen symmetrisch um $x = W/2$ herum sind. Die gestrichelte Gerade gibt die globale Packungsdichte von $\nu = 0.1862$ an. Dieses flache Profil erwarten wir für unendlich hohe Temperaturen. Für endliche Temperaturen zeigt wie erwartet die Packungsdichte ein deutliches Profil und die geladenen Teilchen konzentrieren sich an den Rohrwänden. Jedoch ist die Rohrmitte nicht vollkommen teilchenfrei. Für absinkende Temperaturen wird das Profil stärker ausgeprägt werden und das System schließlich für $T = 0$ den Zustand minimaler

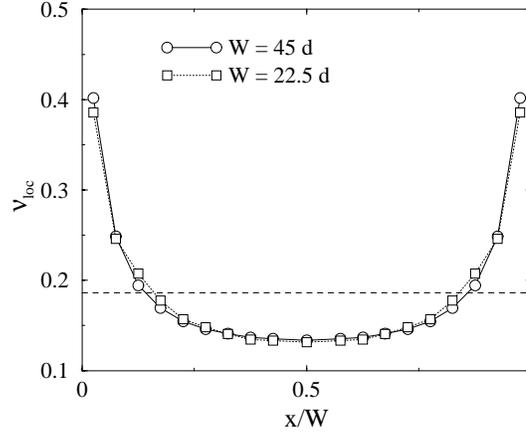


Abbildung 7.1: Profil der lokalen Packungsdichte für Systeme der Breite $W = 45 d$ und $W = 22.5 d$.

Energie annehmen. Wie dieser Zustand minimaler Energie aussieht wollen wir schnell abschätzen:

Die Ladungsdichte ist homogen in axialer Richtung:

$$\rho(x, y) = q n(x) \quad . \quad (7.3)$$

Hiermit können wir die Coulombenergie der Teilchen im Rohrrinneren berechnen:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^W dx \int_0^L dy \int_0^W dx' \int_0^L dy' q^2 \frac{n(x)n(x')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \quad . \quad (7.4)$$

Da das System in axialer Richtung periodische Randbedingungen aufweist und die Wechselwirkungen der Teilchen gemäß der Minimum Image Beschränkung beschnitten sind, können wir das Integral über dy' transformieren in:

$$\int_{-L/2}^{L/2} dz \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + z^2}} = -2 \ln \frac{|x-x'|}{L} \quad , \quad (7.5)$$

wenn wir annehmen, dass $L \gg |x-x'|$ also $L \gg W$ ist.

Somit ergibt sich für die elektrostatische Energie:

$$U = -q^2 L \int_0^W dx \int_0^W dx' n(x)n(x') \ln \frac{|x-x'|}{L} \quad . \quad (7.6)$$

Dichteprofile $n(x)$, wie in Abbildung 7.1, können in erster Näherung parabolisch abgeschätzt werden:

$$n(x) = a + b \left(\frac{x}{W} - \frac{1}{2} \right)^2 + \dots \quad , \quad (7.7)$$

mit der globalen Dichte $n_0 = N/WL$ als Normierungsfaktor

$$n_0 \cdot W = \int_0^w dx n(x) \quad , \quad (7.8)$$

was für die beiden Konstanten das Verhältnis festlegt zu

$$a = n_0 - b/12 \quad . \quad (7.9)$$

Mit der Approximation (7.7) lässt sich das Doppelintegral (7.6) lösen zu

$$U = N^2 \frac{q^2}{L} \left(\frac{17}{12} + \ln \frac{L}{W} + \frac{1}{3} \left(\frac{a}{n_0} - \frac{1}{2} \right)^2 \right) \quad . \quad (7.10)$$

Man sieht, dass für den Zustand $a/n_0 = 1/2$ die elektrostatische Energie minimal wird. Das heißt das parabolische Profil

$$n(x) = n_0 \left(\frac{1}{2} + 6 \left(\frac{x}{W} - \frac{1}{2} \right)^2 \right) \quad (7.11)$$

approximiert am besten den Zustand, wie er für $m T/E_q \rightarrow 0$ angenommen wird. Hier schlagen sich also nicht alle Teilchen an den Rohrwänden nieder, sondern in der Rohrmitte ist die Dichte sogar noch halb so groß wie die globale Dichte n_0 . Eine flache Verteilung ($a = n_0$) hat eine höhere Energie, weil die Ladungen nicht weit genug separiert sind. Stärkere Konzentration aber ($a < n_0/2$) lassen die elektrostatische Energie an den Rändern in die Höhe schnellen, so dass die gesamte potentielle Energie im Vergleich zu $a = n_0/2$ steigt. Der quantitative Wert des Energieminimums $U_{\min} = U(a = n_0/2)$ ist zu hoch; einerseits, weil das Dichteprofil nicht parabolisch ist und auch höhere gerade Potenzen in (7.7) berücksichtigt werden müssen. Andererseits, weil wir Punktteilchen annahmen und nicht berücksichtigt haben, dass die Ladungen sich höchstens auf den Teilchendurchmesser nähern können. Jedoch kann die Interpretation für das wirkliche Modellsystem übernommen werden und man kann sagen, dass selbst für sinkende Temperaturen die Teilchen sich nicht vollkommen an den Rohrwänden konzentrieren werden, sondern die Dichte in der Rohrmitte immer in der Größenordnung der globalen Dichte n_0 bleiben wird, da bei stärkerer Konzentration der Teilchen am Rand dort die elektrostatische Energie unverhältnismäßig steigen würde.

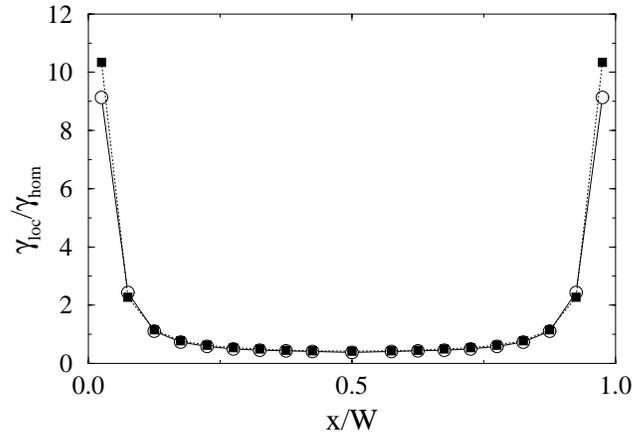


Abbildung 7.2: Profil der lokalen Dissipationsrate für das System der Breite $W = 45d$ von Abbildung 7.1. Die Kreise geben die lokal gemessene Dissipationsrate an, während die Quadrate die mit den lokalen Werten für ν_{loc} und T_{loc} berechnete Dissipationsrate angeben.

7.1.3 Kollisionskühlung

Dadurch, dass im Rohr für $T < E_q/m$ ein Dichteprofil vorliegt, stellt sich die Kollisionskühlung verändert dar: in den Bereichen in der Nähe der Wände herrscht eine große Dichte, weswegen es hier zu mehr Kollisionen kommt und dementsprechend zu einer erhöhten Energiedissipation. Das heißt die Dissipationsrate wird radial inhomogen.

Abbildung 7.2 zeigt das Profil der Dissipationsrate für das System mit $W = 45d$ aus Abbildung 7.1. Der Wert $\gamma_{loc}(x)$ wurde im System mit ausgeschalteter Dissipation gewonnen, indem für einen gedachten Restitutionskoeffizienten von $e_n^* = 0$ beim elastischen Stoß die gedachte verlorene kinetische Energie berechnet wurde, obwohl tatsächlich keine Energie dissipiert wurde. Dies verschafft den Vorteil, über einen langen Zeitraum konstanter Temperatur mitteln zu können. Mit der Annahme, dass die Kollisionskühlung im Quasigleichgewicht (siehe Kapitel 4.1) stattfindet, ist die so berechnete Dissipationsrate identisch mit der tatsächlich auftretenden bei $E_q/mT = 1.7$. Die lokale Dissipationsrate wurde skaliert mit der Dissipationsrate eines homogenen Systems gleicher globaler Dichte n_0 und ansonsten identischer Parameter. Man erkennt deutlich die erheblich erhöhte Dissipation an den Rohrwänden.

Die Quadrate geben die berechneten Dissipationsraten an, die gemäß Gleichung (6.10) und (6.11) mit dem Verhältnis $d/\ell = 1.06 \nu^{1/2}$ gewonnen wurden. Zur Berechnung wurden jeweils die lokalen Werte für die Packungsdichte und die

Temperaturen¹ benutzt. Man sieht, dass die Dissipationsraten des homogenen Systems hervorragend die Kollisionskühlung im Rohr beschreiben. Lediglich in direkter Wandnähe ist die berechnete Dissipationsrate zu hoch. Dies ist verständlich, wenn man sich klar macht, dass hier bei der linken Wand beispielsweise die Teilchen $x < 0$ fehlen, die für eine Beschreibung mit einem lokal homogenen System wichtig sind. Das Fehlen dieser Nachbarn drückt die Zahl der Stöße, genauso wie es die effektive Energiebarriere gegen den homogenen Wert erhöht, da diese Nachbarn für das Molekularfeld nicht zur Verfügung stehen.

Es ist ein bemerkenswertes Ergebnis, dass die Gleichungen der Dissipationsrate für das homogene System sich derart überzeugend auf die lokale Dissipationsrate der Kollisionskühlung im Rohr übertragen lassen. Insbesondere die Abhängigkeit der effektiven Energiebarriere von der Packungsdichte wird richtig beschrieben, was hier besonders wichtig ist, da die lokale Packungsdichte von ihrem Minimum bis zu ihrem Maximum fast dreimal so groß wird, wie man in Abbildung 7.1 sieht. Eine Theorie, die die Abhängigkeit der effektiven Energiebarriere von der Packungsdichte vernachlässigen würde, dürfte die lokale Dissipationsrate nur sehr unbefriedigend wiedergeben. Die Untersuchungen wurden in zwei Dimensionen gemacht, wir gehen aber davon aus, dass die am dreidimensionalen homogenen System gewonnenen Gleichungen die lokalen Dissipationsraten im dreidimensionalen Isolatorrohr genauso gut beschreiben.

7.2 Metallröhre

In einer geerdeten Metallröhre werden die Coulombpotentiale der geladenen Teilchen gestört, da die Innenfläche der Röhre eine Äquipotentialfläche ist. Das heißt für die Bestimmung des Potentials ist die Poissongleichung mit Dirichlet Randbedingungen zu lösen. Für das dreidimensionale Rohr ist dies nur numerisch möglich [101]. Macht man jedoch den Übergang in zwei Dimensionen, so kann die zweidimensionale Poisson Gleichung mit der Methode der *konformen Abbildungen* [11] gelöst werden: [101]

$$\Phi(x, y) = q^2 \operatorname{artanh} \frac{\sin(\pi x_0/W) \sin(\pi x/W)}{-\cos(\pi x_0/W) \cos(\pi x/W) + \cosh(\pi y/W)} \quad . \quad (7.12)$$

Die Gleichung gibt das Potential am Punkt (x, y) an, wenn bei $(x_0, 0)$ die Ladung q sitzt.

Die Abbildungen 7.3 und 7.4 zeigen die Feld- und Äquipotentiallinien von Ladungen in einer geerdeten zweidimensionalen Metallröhre gemäß Gleichung (7.12).

¹Das Profil der Temperatur ist wesentlich flacher: Über die gesamte Rohrbreite variiert T nicht mehr als 4% mit einem Maximum in der Rohrmitte.

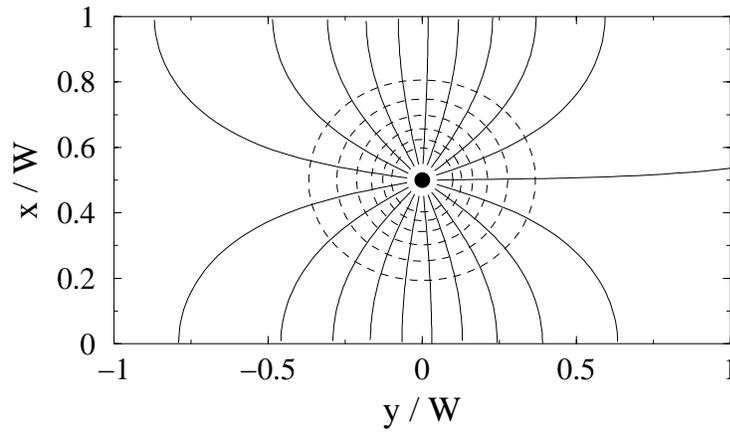


Abbildung 7.3: *Feld- und Äquipotentiallinien in einer geerdeten Metallröhre gemäß Gleichung (7.12) für eine Ladung bei $(0.5, 0)$.*

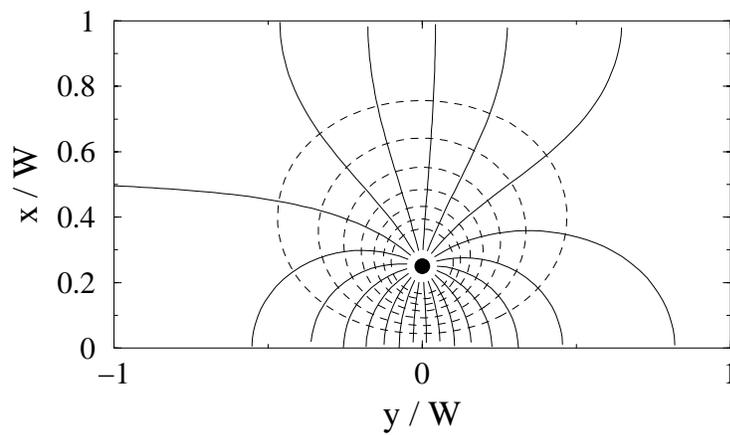


Abbildung 7.4: *Feld- und Äquipotentiallinien in einer geerdeten Metallröhre gemäß Gleichung (7.12) für eine Ladung bei $(0.25, 0)$.*

Das Potential weicht stark von dem einer Punktladung ab, gerade für die zweite Abbildung sind die Feldlinien stärker anisotrop. Sobald die Ladung sich von der Rohrachse entfernt, sorgt die Bildladung der näheren Wand dafür, dass diese unweigerlich das geladene Teilchen anzieht und dieses schließlich an der Wand haften bleibt. In diesem System wird also das radiale Dichteprofil ausgeprägter sein als im Isolatorrohr. Weiterhin wird die Beschreibung der Coulombabstoßung zwischen kollidierenden Teilchen komplizierter werden, da hier das Potential nicht mehr rotationssymmetrisch ist. Diese Anisotropie des Potentials wird für dichtere Systeme zunehmend unwichtiger, da hier die Abstände zwischen den Teilchen kleiner sind und das Potential für kleine Abstände weniger anisotrop ist, was man in den Abbildung 7.3 und 7.4 sieht. Für das geerdete Metallrohr wurden keine Computersimulationen durchgeführt, weshalb wir seine Betrachtung hier abschließen.

7.3 Getriebene Systeme

Im Folgenden soll die Betrachtung auf getriebene Systeme, also wirklichen granularen Rohrfluss ausgedehnt werden. Das Rohr befinde sich in einem Gravitationsfeld mit einer konstanten Erdbeschleunigung \mathbf{g} entlang der Rohrachse. Ohne entgegenwirkende Kraft würden die granularen Teilchen im freien Fall ungebremst beschleunigt werden und die Schwerpunktsgeschwindigkeit $\langle v_y \rangle$ würde beliebig (im klassischen Sinne) groß werden. Die Wandstöße jedoch führen eine stochastische Bremskraft ein: Wenn Teilchen mit der Wand stoßen, werden sie nicht vollkommen elastisch reflektiert (wie es zur Vereinfachung im Unterabschnitt 7.1.3 bei $\mathbf{g} = \mathbf{0}$ angenommen wurde), sondern der Geschwindigkeitsvektor wird *randomisiert*, das heißt in dem größten Teil der Wandstöße wird die axiale Komponente der Teilchengeschwindigkeit v'_y nach dem Stoß kleiner sein als vorher $\Delta v_y = v_y - v'_y > 0$, was eine Bremsung der Gesamtgeschwindigkeit bedeutet und einer rauhen Wand entspricht. Die Wandstöße können zur Vereinfachung als nichtdissipativ betrachtet werden, das heißt der Betrag der Aufprallgeschwindigkeit bleibt beim Wandstoß erhalten $|\mathbf{v}| = |\mathbf{v}'|$ und tangentielle Geschwindigkeit wird bei nicht verschwindender Schwerpunktsgeschwindigkeit $\langle v_y \rangle > 0$ in radiale Geschwindigkeit umgewandelt. Somit wird die Bremsung des Systems durch die Erzeugung von granularer Temperatur an den Rohrwänden geleistet. Die Dissipation der durch die Gravitation zugeführten Energie geschieht dann im Rohrinernen durch die Kollisionskühlung bei Stößen unter den granularen Teilchen.

Das Bremsen der Packungsgeschwindigkeit $\langle v_y \rangle$ an den Rohrwänden und die Kühlung der thermischen Geschwindigkeit $T = (\langle \mathbf{v}^2 \rangle - \langle \mathbf{v} \rangle^2) / 2$ im Inneren wird das System in einen *stationären Zustand* bringen. Zur Beschreibung des stationären Zustands soll zunächst eine Energieratengleichung [108] aufgestellt wer-

den:

$$-\gamma \cdot V = mg \frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^N y_i + \frac{1}{2} m \frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^N v_i^2 + \dot{E}_{\text{coul}} \quad . \quad (7.13)$$

Hierbei ist die globale Dissipationsrate γ als Summe der lokalen Dissipationsraten zu verstehen. Der erste Term auf der rechten Seite beschreibt die Änderung der potentiellen Energie im Schwerfeld, der zweite die der kinetischen Energie. \dot{E}_{coul} ist die Änderung der Coulombenergie des Systems. Mit $\frac{\partial}{\partial t} \langle v^2 \rangle = \dot{T} + 2 \langle \mathbf{v} \rangle \langle \dot{\mathbf{v}} \rangle$ im zweidimensionalen System ergibt sich:

$$-\gamma V/N = mg \langle v_y \rangle + m \left(\dot{T}/2 + \langle \mathbf{v} \rangle \langle \dot{\mathbf{v}} \rangle \right) + \dot{E}_{\text{coul}}/N \quad . \quad (7.14)$$

Im stationären Zustand hat die Rohrströmung eine konstante Strömungsgeschwindigkeit v_s bei einer konstanten granularen Temperatur T_s angenommen, das heißt die Zeitableitungen der entsprechenden Größen verschwinden und für den stationären Zustand gilt $\dot{E}_{\text{coul}} = 0$. Man erhält so:

$$v_s = n^{-1} m^{-1} g^{-1} \gamma_s \quad , \quad (7.15)$$

wobei die globale Dissipationsrate des stationären Zustands γ_s unter anderem von der granularen Temperatur des stationären Zustands abhängt. Wenn ein stationärer Zustand existiert, so muss er dieser Gleichung gehorchen. Das Problem ist nun wie in Kapitel 7.1.3 die Bestimmung der globalen Dissipationsrate γ_s .

Nimmt man vereinfacht an, dass die Dissipation sowohl axial als auch radial homogen geleistet wird, so ist γ_s gegeben durch Gleichung (6.7) und (6.10). Man erhält eine Beziehung für die stationäre Flussgeschwindigkeit v_s und granuläre Temperatur T_s :

$$v_s \propto T_s^{3/2} \cdot \exp \left(-\frac{E_{\text{eff}}}{m T_s} \right) \quad (7.16)$$

oder, wenn ein ungeladenes granulares Gas betrachtet wird:

$$\frac{v_s}{T_s^{3/2}} = \text{const} \quad . \quad (7.17)$$

Diese Beziehung für den ungeladenen granularen Rohrfluss wurde für schmale Rohre durch Computersimulationen bestätigt [92, 93] und die Konstante kann über (6.7) und (6.8) exakt bestimmt werden zu:

$$\sqrt{\pi} \frac{d}{g} n (1 - e_n^2) g_{\text{hs}}^{2d}(\nu) \quad (7.18)$$

Für breitere und dichtere Rohre indes sorgt die „Heizung“² des Systems an der Wand dafür, dass sich ein radiales Profil der granularen Temperatur mit einem Minimum in der Rohrmitte ausbildet. Abbildung 7.5 zeigt das Profil der

²Als Heizung wird hier der Prozess der Umwandlung der gerichteten Abwärtsbewegung der Teilchen in ungeordnete Bewegung durch die Stöße mit der rauhen Wand bezeichnet.

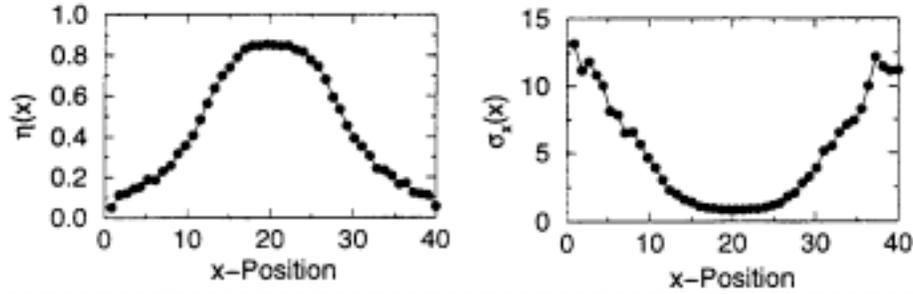


Abbildung 7.5: Profil der lokalen Packungsdichte (hier als $\eta(x)$ bezeichnet) und der lokalen thermischen Geschwindigkeit in radialer Richtung $\sigma_x = \sqrt{\langle v_x^2 \rangle - \langle v_x \rangle^2}$ in Einheiten von \sqrt{gd} für ein System der Breite $W = 40 d$ (Länge $L = 20 d$) und Packungsdichte $\nu = 0.45$. Die Abbildungen stammen aus [89].

Packungsdichte und der thermischen Geschwindigkeit in axialer Richtung für einen stationären Rohrfluss ungeladener granularer Materie in der Computersimulation von Jochen Schäfer [89]. Man erkennt deutlich die Quelle der granularen Temperatur an den Rohrwänden im rechten Bild. Dieses Temperaturprofil führt nun zu einem umgekehrten Dichteprofil im Bild links. Es erklärt sich dadurch, dass Bereiche hoher Temperatur einen höheren Druck haben als solche geringerer Temperatur, weshalb sich eine Migration der Teilchen in die Rohrmitte vollzieht. Vergleicht man das obige Profil der Packungsdichte mit dem von Abbildung 7.1, so erkennt man, dass die elektrostatische Abstoßung und die Wandheizung kontraproduktiv zueinander sind. Das heißt in einem elektrisch geladenen Rohrfluss wird die Coulombabstoßung der Konzentration der Teilchen im Rohrinne entgegenwirken und man erwartet für einen Rohrfluss geladener granularer Teilchen ein flacheres Profil als für den ungeladenen Fall. Die elektrostatische Abstoßung führt zu einer erhöhten Dichte an den Rändern, weshalb hier die Bremsung stärker wird als im ungeladenen granularen System. Die Packungsgeschwindigkeit $\langle v_y \rangle$ wird also durch eine Aufladung der Teilchen reduziert und für große Ladungen kann der Rohrfluss sogar komplett verstopfen [3]. Weiterhin ist wegen des flacheren Temperatur- und Dichteprofiles zu erwarten, dass im elektrostatischen Rohrfluss die Beschreibung der globalen Dissipationsrate durch die homogene Dissipationsrate für einen größeren Parameterbereich gerechtfertigt ist als im ungeladenen Rohrfluss.

7.4 Weiteres

Der oben beschriebene granulare Rohrfluss war in axialer Richtung immer als vollkommen homogen angenommen worden. Für kurze Rohre oder geringe Dichten ist diese Annahme gerechtfertigt [89]. Dichtere und längere Rohre hingegen zeigen spontan auftretende Dichtewellen [80, 96] entlang der Achse, welche mit dem spontanen Entstehen von Autobahnstaus verglichen werden können [109]. In dieser Arbeit werden Dichtewellen nicht untersucht, es scheint aber schlüssig, dass die elektrostatische Abstoßung auch hier das System zu einer axial homogenen Dichteverteilung treibt und so das Entstehen von Dichtewellen erschweren wird.

Weiterhin wurde angenommen, dass die Geschwindigkeiten der granularen Teilchen gaußverteilt sind. Für freie Systeme (ohne äußere Anregung) ist dies gut erfüllt, für den granularen Rohrfluss hingegen, bei dem Teilchen, die mit der Wand stoßen, immer stark abgebremst werden, zeigen sich nichtgaußsche Verteilungen [92]. Für derartige Geschwindigkeitsverteilungen hängt die Dissipationsrate im ungeladenen System nicht mehr nur von der granularen Temperatur ab, sondern auch von höheren Momenten der Verteilung [30, 74, 26]. Jedoch zeigt sich [74], dass diese Änderung der Dissipationsrate nur sehr gering ist und in den meisten Fällen vollständig durch einen Faktor ≈ 1 ausgedrückt werden kann. Diese Untersuchungen wurden bisher noch nicht für das monopolare granulare System durchgeführt. Es ist jedoch anzunehmen, dass nichtgaußsche Geschwindigkeitsverteilungen auf das geladene System ähnlich geringen Einfluss haben, wie auf das ungeladene.

