

1 Einführung

„Was mich betrifft, so habe ich in der Naturwissenschaft mein eigenes System, und demnach teile ich alles ein: in dasjenige, was man essen kann, und in dasjenige, was man nicht essen kann.“, Heinrich Heine: Die Harzreise

1.1 Granulare Materie

Jede Wissenschaft modelliert. Der Blick des Forschers geht nicht wahllos vor, sondern teilt das zu Betrachtende nach Kriterien ein, die die Phänomene einmal mehr einmal weniger stark eingrenzen. Hierbei orientiert sich die Wahl der Beschreibung am Problem und muss so getroffen werden, dass das Modell die beobachteten Phänomene umfassend darstellt und es trotzdem einfach genug ist, um mit den jeweiligen Werkzeugen der Wissenschaft behandelbar zu sein. Einen Königsweg gibt es nicht, und so ist es erforderlich, Modelle je nach Bedarf mal detaillierter mal grober zu entwerfen.

Der Begriff granulare Materie¹ ist ein Modell ansich. Er bezeichnet eine Klasse von Vielteilchensystemen, deren kleinste Einheit selbst ein Vielteilchensystem darstellt. Die bekannteste Erscheinung granularer Materie ist sicherlich Sand. Schon die Sprache sagt es deutlich: Wenn man ein Sandkorn auf der Spitze des Zeigefingers betrachtet, spricht man nicht von Sand, sondern Sand meint erst die Ansammlung unzählbar vieler Körner, die schon seit biblischen Zeiten gleichbedeutend mit Vielteilchensystemen ist². Im Modell granularer Materie wird von den mikroskopischen Teilchen abgesehen, die das einzelne Sandkorn bilden. Statt dessen nimmt man die phänomenologischen Eigenschaften des Sandkorns — hervorgerufen durch seine innere Struktur — und fragt: Wie verhält sich ein System aus einer Vielzahl dieser granularen Teilchen?

Die hervorstechendsten phänomenologischen Eigenschaften eines granularen Teilchens sind die dissipativen Kontaktkräfte: Stoßen zwei granulare Teilchen miteinander, so wird ein Teil ihrer kinetischen Energie in die inneren Freiheitsgrade der

¹Von lat. *granum*: Korn, Kern.

²1. Buch Mose, Kapitel 22, Vers 17.

1 Einführung

Teilchen überführt und sie trennen sich mit verminderter Geschwindigkeit. Die Anregung der inneren Freiheitsgrade wird als Wärme an die Umwelt abgegeben und spielt für die Beschreibung des granularen Systems keine Rolle mehr, da die makroskopische Ausdehnung der Teilchen und die damit verbundene Masse die Teilchen träge gegen den Einfluß der Umgebungstemperatur macht. Dies führt dazu, dass im Modell der granularen Materie die Gesamtenergie des Systems durch Dissipation kontinuierlich reduziert wird; Der Sand der Eieruhr fällt durch den Trichter, bleibt am Boden liegen und die anfängliche potentielle Energie des kleinen Sandhaufens im oberen Teil der Uhr ist schließlich, wenn sie durchgelaufen ist, unwiederbringlich für das granulare System verloren. Granulare Materie ist also ein System, dessen Gesamtenergie nicht erhalten bleibt, bedingt durch die makroskopische Beschreibung.

Neben der oben beschriebenen Stoßdissipation spielt für das Verhalten dicht gepackter granularer Systemen die statische Reibung der granularen Teilchen eine wichtige Rolle. Sie verhindert, dass der kegelförmige Sandhaufen am Fuße der abgelaufenen Sanduhr zu einer Ebene zerfließt, obwohl diese dem Zustand niedrigster potentieller Energie entsprechen würde. Neben der statischen Reibung gibt es noch weitere phänomenologische Konzepte wie Gleit- oder Rollreibung, um dissipative Kontaktkräfte zu beschreiben. In der vorliegenden Arbeit werden aber verdünnte Systeme betrachtet, bei denen es nicht zu langanhaltenden Kontakten der Teilchen untereinander kommt und diese Dissipationsmechanismen daher eine eher untergeordnete Rolle einnehmen. Es mag deshalb hier einmalig auf die entsprechende Literatur verwiesen werden [107] und im Folgenden soll nur noch die Stoßdissipation betrachtet werden.

1.1.1 Inelastische Kollision

Um die Stoßdissipation phänomenologisch zu fassen, liegt es nahe den Stoß zweier Teilchen durch eine inelastischen Kollision zu beschreiben, bei der ein Teil der kinetischen Energie der Relativbewegung verloren geht. Die inelastische Kollision wird durch den (normalen) *Restitutionskoeffizienten*³ definiert:

$$e_n = -v_n'/v_n \quad , \quad (1.1)$$

wobei v_n die Relativgeschwindigkeit der Teilchen in Richtung der Stoßnormalen vor dem Stoß und v_n' dieselbe nach dem Stoß ist. Der Restitutionskoeffizient ist demnach eine dimensionslose Größe zwischen null und eins, wobei null einen vollständig inelastischen Stoß bezeichnet und eins einen elastischen Stoß. Die dissipierte Energie, also der Verlust von kinetischer Energie, hängt quadratisch vom Restitutionskoeffizienten ab.

³im Vergleich zum tangentialen Restitutionskoeffizienten. Im Folgenden wird der normale Restitutionskoeffizient einfach als der Restitutionskoeffizient bezeichnet.

Der Restitutionskoeffizient beschreibt den vollständig abgewickelten Stoß. In der Theorie wird er in guter Näherung als Materialkonstante angenommen, obwohl Experimente eine leichte Abhängigkeit von der Aufprallgeschwindigkeit finden [32, 102]. Dieser wird nur eine dynamische Beschreibung des Stoßprozesses gerecht, welche über die Modellierung von dissipativen Kontaktkräften erfolgt. Basierend auf der grundlegenden Arbeit Hertz' [43] von 1882 wurden verschiedenste Darstellungen von Kontaktkräften entwickelt [90]. Je nachdem wie stark die verschiedenen Phänomene des Stoßes granularer Teilchen korrekt berücksichtigt werden sollen (z.B. Rollreibung, Gleitreibung, tangentielle Restitution), ergeben sich erstaunlich komplexe Modelle, die letztendlich beliebig komplizierte Formeln hervorbringen. Das Gebiet der Kontaktkräfte ist trotz seines beträchtlichen Alters immer noch eines der aktuellen Forschung und Erweiterungen der Betrachtung, wie beispielsweise eine Einbeziehung der Adhäsion, liefern zusätzliche Schwierigkeiten für die modellhafte Beschreibung.

1.1.2 Granulare Systeme

Die Eigenschaften der einzelnen Teilchen erzeugen nun die vielfältigen Phänomene granularer Systeme. Deren umfassende Darstellung würde den Rahmen einer Einleitung sprengen und vielleicht auch den Blick auf das Wesentliche verstellen.⁴ So soll dieser also hier geleitet werden, indem dieses Kapitel verfolgt, wie sich die dissipativen Stöße auf Systeme auswirken, deren Dynamik durch einzelne Kollisionen ohne langanhaltende Kontakte bestimmt wird. Hier spielt die genaue Form der Kontaktkräfte eine untergeordnete Rolle und eine vollständige Beschreibung der Dynamik ist schon allein durch den Restitutionskoeffizienten möglich.

Derartige Systeme werden oft als granulare Gase⁵ bezeichnet, denn auch die Dynamik des granularen Gases bestimmen wie das klassische Gas binäre Stöße. Gasähnliches Verhalten zeigen granulare Medien, bei denen einerseits die durch die Relativbewegung der Teilchen definierte kinetische Energie hinreichend groß ist und andererseits das System nicht zu dicht gepackt ist. Dominieren dagegen äußere Kräfte, wie die durch das Gravitationsfeld der Erde erzeugte Schwerkraft, nimmt das granulare System eine festkörperartige Struktur an und erst zusätzliche äußere Anregung erzeugt dann ein gas- oder flüssigkeitsähnliches Verhalten:

⁴Der Leser sei hier beispielhaft auf den lehrreichen Übersichtsartikel von Jaeger, Nagel und Behringer [51] verwiesen.

⁵Die Analogie mit den drei Aggregatzuständen fest, flüssig und gasförmig wird für die verschiedenen granularen Phänomene gerne zur Anschauung benutzt, um die jeweilig hervorstechendsten Eigenschaften zu betonen. Es muss jedoch bewusst gehalten werden, dass eine derartig verkürzte Beschreibung immer nur in Teilen richtig ist. Flüssigkeitsähnliches Verhalten zeigt granulare Materie zum Beispiel nur dann, wenn äußere Anregung ständig Energie zuführt, wie bei einer geschüttelten granularen Packung. Aber selbst dann tauchen vollkommen neuartige Phänomene auf, wie das Oszillon [105, 1], die bei klassischen Flüssigkeiten nicht zu beobachten sind.

Sand am Boden eines ruhenden Behälters zeigt keinerlei Dynamik, erst Anregung durch periodisches Schütteln führt diesen zunächst in ein fluidisiertes Regime, hier stehen die Teilchen noch in direktem Kontakt, können aber gegeneinander verschoben werden. Man beobachtet beispielsweise Konvektionsrollen im Sand. Noch stärkere Anregung schließlich erhöht die Relativbewegungen derart, dass die Teilchen größtenteils nur noch über binäre Stöße wechselwirken und sich gasartiges Verhalten einstellt.

1.1.3 Kollisionskühlung

In Analogie zur ungeordneten Wärmebewegung⁶ in klassischen Gasen, definiert man in der Literatur [76, 48] eine *granulare Temperatur*:

$$T = \frac{1}{\text{dim}} \langle v^2 - \langle \mathbf{v} \rangle^2 \rangle \quad . \quad (1.2)$$

Hier ist \mathbf{v} die Geschwindigkeit eines Teilchens und die Temperatur gibt das Schwankungsquadrat dieser Größe an, wobei im dreidimensionalen System mit $\text{dim} = 3$ normiert wird. Die eckigen Klammern $\langle \cdot \rangle$ bedeuten eine Mittelung über alle Teilchen. Die granulare Temperatur des Systems ist direkt proportional zur kinetischen Energie im Schwerpunktssystem und die Entsprechung der Boltzmannkonstante ist die mittlere Teilchenmasse $\langle m \rangle$ ⁷.

Bei jedem Stoß wird ein Teil der kinetischen Energie, gegeben durch den Restitutionskoeffizienten, dissipiert. Derart reduziert sich die granulare Temperatur ohne äußere Anregung kontinuierlich und man spricht deshalb von Kollisionskühlung. Sie ist die direkte Folge der inelastischen Kontaktkräfte der einzelnen Teilchen und das dominierende Phänomen granularer Gase. Die Stärke der Kollisionskühlung wird über die Dissipationsrate γ beschrieben, welche ein Maß für die pro Zeiteinheit dissipierte Energie im System liefert. Sie lässt sich leicht für ein granulares Gas ohne langreichweitige Wechselwirkungen herleiten: Die Anzahl der Stöße pro Zeiteinheit skaliert mit $n^2\sqrt{T}$, da die Wurzel aus der granularen Temperatur die typische Relativgeschwindigkeit kollidierender Teilchen angibt und die

⁶Die Äquivalenz von ungeordneter Teilchenbewegung und Wärme war selbst 1905 eine nicht allgemein anerkannte Tatsache. So musste Einstein in seinem Artikel zur Brownschen Bewegung [25] noch äußerst vorsichtig argumentieren: „Wenn sich die hier zu behandelnde Bewegung [...] wirklich beobachten läßt, so ist die klassische Thermodynamik schon für mikroskopisch unterscheidbare Räume nicht mehr als genau gültig anzusehen [...]. Erwies sich umgekehrt die Voraussage dieser Bewegung als unzutreffend, so wäre damit ein schwerwiegendes Argument gegen die molekularkinetische Auffassung der Wärme gegeben.“

⁷Der Einfluss der granularen Temperatur auf das System ist nicht vollkommen analog zum klassischen Fall: Befinden sich beispielsweise im granularen System zwei Teilchensorten unterschiedlicher Masse, so können die partiellen granularen Temperaturen für beide Teilchensorten differieren, obwohl beide im „Wäremeaustausch“ miteinander stehen. Ein Gleichverteilungssatz existiert also nicht [48].

Wahrscheinlichkeit für binäre Stöße bis auf geometrische Vorfaktoren durch das Quadrat der Teilchendichte n gegeben ist: In weniger dichten Gasen stoßen die Teilchen trotz gleicher Temperatur weniger häufig als in einem dichteren. Weiterhin hängt die typischerweise dissipierte kinetische Energie pro Stoß vom Quadrat der typischen Relativgeschwindigkeiten ab und ist somit proportional zur granularen Temperatur. Somit erhält man die Beziehung

$$\gamma \propto n^2 T^{3/2} \quad , \quad (1.3)$$

wobei die genauen Vorfaktoren später hergeleitet werden sollen. Betrachtet man ein granulares System, bei dem die Teilchen nur über Kontaktkräfte wechselwirken⁸, so geht die Dissipation vollständig zu Lasten der kinetischen Energie der ungeordneten Relativbewegung der Teilchen. Wie bereits oben erwähnt, ist diese direkt proportional der granularen Temperatur, weshalb sie durch die Kollisionskühlung gemäß der Dissipationsrate reduziert wird und man in einem granularen System homogener Temperatur- und Dichteverteilung folgende einfache Differentialgleichung für die Kollisionskühlung erhält:

$$\frac{dT}{dt} \propto -n^2 T^{3/2} \quad . \quad (1.4)$$

Ein homogenes granulares System würde ohne äußere Energiezufuhr demnach immer weiter abkühlen und niemals in einen stationären Zustand gelangen. Wird von außen stetig Energie zugeführt, so bestimmt die Kollisionskühlung den stationären Zustand und damit das Verhalten des Systems: Im granularen Rohrfluss erzeugt die Gravitationskraft entlang der Rohrachse kinetische Energie in vertikaler Richtung. Durch Kollisionen der Teilchen mit den rauhen Rohrwänden werden ihre Flugrichtungen gestört und so die anfangs gerichteten Bewegungen in ungeordnete verwandelt. Dadurch sinkt die kinetische Energie der geordneten Abwärtsbewegung zu Gunsten einer ungeordneten Bewegung. So wandelt die Wandreibung die äußere Energiezufuhr in Temperatur um und das System wird von den Wänden her „geheizt“. Wenn die Kollisionskühlung und die Heizung sich gegenseitig aufheben, erhält man eine stationäre Rohrströmung konstanter Flussgeschwindigkeit. Die Kombination der Prozesse der Wandheizung und der Kollisionskühlung unterscheiden den granularen Rohrfluss grundsätzlich von dem einer Flüssigkeit.

Kollisionskühlung findet man nicht in klassischen Gasen oder Flüssigkeiten und so zeigt sich auch ein weiteres neues Phänomen, welches granularer Materie eigen ist: homogene Systeme neigen dazu, sich selbstorganisiert zu entmischen. In einem granularen Gas, welches anfänglich mit räumlich vollkommen homogener

⁸Diese Arbeit wird sich dagegen mit granularen Systemen beschäftigen, die zusätzlich eine elektrostatische Wechselwirkung zwischen den Teilchen besitzen.

1 Einführung

Dichteverteilung gestartet wurde, bilden sich nach und nach *Cluster* aus, die mit der Zeit immer weiter anwachsen und in deren Innerem die Teilchen praktisch keine Relativbewegung gegeneinander ausführen. Wie lässt sich dies verstehen, wo doch keine attraktiven Wechselwirkungen die granularen Teilchen zueinander ziehen⁹? Der Grund liegt in der Kollisionskühlung: Nehmen wir an, dass sich in dem anfänglich vollkommen homogenen System durch eine kleine Fluktuation ein Gebiet höherer Dichte ausbildet. In diesem ist nun laut Gleichung (1.4) die Dissipationsrate erhöht, da diese mit dem Quadrat der Dichte zunimmt, weshalb dort die Temperatur stärker als in den benachbarten weniger dichten Bereichen sinkt. Mit nun unterschiedlicher Temperatur ist der Druck in diesem dichten Gebiet auch geringer, und der so entstandene Druckgradient zieht weitere Teilchen in das fragliche Gebiet hinein. Die Clusterbildung ist somit ein sich selbst verstärkender Prozess und solange keine langreichweitige repulsive Wechselwirkung zwischen den Teilchen besteht,¹⁰ wird jedes granulare Gas ohne äußere Anregung für große Zeiten Cluster bilden [31, 29, 68]. Dementsprechend teilt man den Abkühlprozess granularer Gase in verschiedene Regime [70] ein, wobei das vollständig homogener Verteilung als kinetisches Regime bezeichnet wird. In ihm wird die Abkühlrate durch Gleichung (1.4) beschrieben.¹¹ Ein Beispiel für das Clusterregime in der Natur sind Planetenringe [103]: Die durch Teleskope beobachtbare Struktur ist direkte Folge der dissipativen Selbstorganisation der sie bildenden granularen Teilchen.

Diese kurze Einführung in die Physik granularer Materie sollte den Beobachtungsgegenstand granularer Gase nahebringen und speziell das Augenmerk auf die Kollisionskühlung als bestimmendes Phänomen lenken. Die bisher beschriebene Physik aber vernachlässigte elektrostatische Wechselwirkungen zwischen den granularen Teilchen. Gerade in verdünnten Systemen, in denen die direkten Kontaktwechselwirkungen eine weniger dominante Rolle spielen, können die langreichweitigen Coulombkräfte geladener Teilchen dagegen die Dynamik entscheidend beeinflussen. Die vorliegende Arbeit möchte deshalb sich speziell dieser Frage widmen und die Kollisionskühlung geladener granularer Gase darstellen. Vorher wird im zweiten Teil der Einführung daher noch die Herkunft elektrischer Ladung granularer Teilchen erläutert und deren Vorkommen in granularen Systemen diskutiert.

⁹Leichte attraktive Wechselwirkungen können tatsächlich für bestimmte granulare Stoffe auftreten. Sie sind aber für dieses Phänomen nicht entscheidend.

¹⁰Gemeint ist eine repulsive Wechselwirkung über die reinen repulsiven Kontaktkräfte hinaus.

¹¹Für die weiteren Regime (Scherregime, Clusterregime und das Regime des inelastischen Kollaps) sei auf die entsprechende Literatur verwiesen [70]. In diesen inhomogenen Systemen verbietet sich naturgemäß die Beschreibung über eine globale granulare Temperatur — sie müssen lokal betrachtet werden. Die vorliegende Arbeit wird sich aus später ersichtlich werdenden Gründen ausschließlich mit Systemen beschäftigen, für die sich eine globale granulare Temperatur formulieren lässt, weshalb hier um Verständnis gebeten wird, dass die anderen Regime abkühlender granulare Gase nur als Fußnote Erwähnung finden.

1.2 Elektrisch geladene granulare Materie

1.2.1 Kontaktaufladung

Teilchen in granularen Systemen sind in der Regel elektrisch geladen. Ihre Ladung wird meistens hervorgerufen durch Kollisionen, seien es Kollisionen der Teilchen untereinander oder mit anderen Teilen des Systems (wie z.B. mit den Rohrwänden im granularen Rohrfluss). Bisher wurde nicht auf das Material, aus dem die granularen Teilchen bestehen, eingegangen, da die verschiedenen Stoffe sich beispielsweise in Hinblick auf die Stoßdissipation nur quantitativ unterscheiden. Bei den elektrischen Eigenschaften granularer Materie wird es aber bedeutsam, ob man Stahl- oder Hartgummikugeln betrachtet. Der für die Kontaktaufladung wichtigste Unterschied zwischen Leitern und Isolatoren ist, dass Ladungen auf einer Isolatoroberfläche akkumuliert werden können, was beispielsweise durch Reibung erreicht werden kann [63]. Wenn zwei Metalle dagegen aneinander gerieben werden, ist der Ladungsübertrag gewöhnlich nicht größer als der, den ein einfacher Kontakt zustandebringen würde. Werden aber zwei Isolatoren aneinander gerieben, so wird Ladung entlang der gesamten Reibungsfläche aufgetragen und die übertragene Ladung ist wesentlich größer als bei einem singulären Kontakt. Die Ladungsverteilung auf der Isolatoroberfläche ist metastabil und würde, wenn sie es könnte, zurückfließen, um die elektrostatische Energie zu reduzieren. Aber der hohe Widerstand verhindert dies, anders als in einem Leiter.

Die Kontaktaufladung von Leitern und Isolatoren unterscheidet sich noch in einem weiteren wichtigen Punkt, nämlich dadurch, dass die Mechanismen der Kontaktaufladung für Leiter gut verstanden sind und es sich bei den Isolatoren ganz im Gegenteil verhält. Hier gibt es Lösungen des Problems für einzelne ausgewählte Materialien, [66] von einer einheitlichen Theorie für Isolatoren ist man allerdings noch weit entfernt, was daran liegt, dass die Klasse der Isolatoren von Natur aus vielfältiger als die der Leiter ist¹².

Die Kontaktaufladung von Metallen lässt sich im Modell des *freien Elektronengases* über die Austrittsarbeit Φ verstehen [63]. Diese gibt die Arbeit an, die aufgewendet werden muss, um ein Elektron aus dem Metall herauszulösen und ins Unendliche zu befördern. Die herausgelösten Elektronen stammen von der Oberfläche des Fermi-Sees¹³ und die Austrittsarbeit ergibt sich aus der Differenz dieses Energieniveaus E_F gegen das Vakuumenergieniveau E_{vac} :

$$\Phi = E_{\text{vac}} - E_F \quad . \quad (1.5)$$

¹²Unter die Isolatoren fallen so unterschiedliche Stoffe wie Salze und Polymere während die Klasse der Leiter hier hauptsächlich mit Metallen synonym verwendet wird.

¹³Auf die Beschaffenheit der Elektronen in Metallen soll hier nicht weiter eingegangen werden. Eine detailliertere Darstellung findet der interessierte Leser in der einschlägigen Literatur zur Festkörperphysik. Hier seien beispielhaft als Einstieg [45, 59] genannt.

1 Einführung

Treten nun zwei Metalle miteinander in Kontakt, so findet ein Angleich ihrer Fermi-niveaus auf der gemeinsamen Energieskala statt, indem beide Metalle in ein gemeinsames thermisches Gleichgewicht gebracht werden: Es findet eine Nettomigration von Elektronen des Metalls mit der niedrigeren Austrittsarbeit (Metall A) in das mit der höheren (Metall B) statt. Dadurch herrscht dort ein Elektronenüberschuss und zwischen beiden Metallen baut sich ein elektrisches Feld auf, welches eine Kontaktspannung V_c bewirkt. Elektronen, die nun von A nach B gelangen wollen, müssen also zusätzlich das elektrische Feld überwinden, weshalb die Nettomigration von A nach B geringer wird mit steigender Kontaktspannung. Thermisches Gleichgewicht ist dann erreicht, wenn die Kontaktspannung gerade die Differenz der Austrittsarbeiten kompensiert:

$$V_c = (\Phi_B - \Phi_A) / q_e \quad , \quad (1.6)$$

hierbei ist q_e die Elementarladung (eines Elektrons).¹⁴

Trennen sich nun die metallischen Teilchen, so wird die Kapazität zwischen ihnen mit größer werdender Entfernung erniedrigt und die Spannung V_c steigt dementsprechend. Um die jeweiligen Fermi-niveaus wieder anzupassen, migrieren Elektronen von B nach A. Hierfür müssen sie aber einen Potentialwall durchtunneln, da die Metalle nicht mehr in direktem Kontakt miteinander stehen. Dadurch steigt der effektive Widerstand für den Fluss der Elektronen exponentiell an und verhindert schließlich einen Ladungstransport vollkommen. Durch diesen unvollständigen Rückfluss bleibt eine Restladung auf den Teilchen zurück, welche die beobachtete Kontaktaufladung bestimmt. Theoretische Untersuchungen [40] zeigen, dass diese Restladung gegeben ist durch:

$$Q = C_0 V_c \quad , \quad (1.7)$$

wobei die Kapazität C_0 in guter Näherung nur von der Geometrie der stoßenden Teilchen abhängt, was durch Experimente bestätigt wird [62, 39].

Isolatoren besitzen keine freien Elektronen, die bei einem Kontakt ausgetauscht werden könnten. Dennoch beobachtet man auch hier Kontaktaufladung. Diesen Effekt erklärten Malaske et al. 1998 durch die Anwesenheit von Oberflächenstörstellen [66], welche durch Defekte oder Adsorbate gebildet werden. Hierdurch würden nämlich Energieniveaus in der Bandlücke gebildet werden, die dann als Akzeptoren oder Donatoren bei einem Kontakt wirken könnten, je nachdem ob die so lokal eingeführten „Fermi-Niveaus“ höher oder niedriger liegen würden in Analogie zu der Kontaktaufladung von Metallen. Dieses Modell lässt sich für ausgesuchte Substanzen (NaCl und KCl bei Malaske et al.) unter

¹⁴Die Bezeichnung q_e wurde entgegen dem Standard gewählt, um eine Verwechslung mit dem als e_n bezeichneten Restitutionskoeffizienten zu vermeiden.

Laborbedingungen bestätigen, es liefert jedoch keine quantitative Grundlage für allgemeine Isolatoren unter Umweltbedingungen. Tatsächlich ist das Ladungsverhalten von Isolatoren wenig vorhersagbar. Trotzdem versucht man ihr Aufladungsverhalten durch *Triboelektrische Serien* [42] systematisch zu fassen. Hier werden unterschiedliche Stoffe aneinander gerieben¹⁵ und in eine Tabelle einsortiert, je nachdem ob der eine Isolator den anderen negativ oder positiv auflädt. Die Reihenfolge in dieser Serie ist bei Isolatoren aber nicht vollkommen festgelegt (anders als bei Metallen). So kann ein Isolator auf der Serie auf- oder absteigen, je nachdem wie er durch Heizen oder Polieren vorbehandelt wurde, was ein weiteres Indiz dafür ist, dass Oberflächendefekte oder Adsorbate eine entscheidende Rolle für die Kontaktaufladung von Isolatoren spielen. Das mikroskopische Modell der Kontaktaufladung von Isolatoren ist Thema aktueller Forschung, und man ist noch weit entfernt davon, quantitative Vorhersagen darüber zu machen, wie zwei granulare Teilchen sich durch einen Stoß gegenseitig aufladen.

1.2.2 Elektrisch geladene granulare Systeme

Die Teilcheneigenschaft der Kontaktaufladung erzeugt für das granulare System eine globale Ladungsverteilung. Hierbei bestimmen die Materialien der granularen Teilchen und der Systembehälter sowie äußere Parameter (wie Raumtemperatur oder Luftfeuchtigkeit) den Typ der Ladungsverteilung. Grob lassen sich zwei Klassen bilden: *Monopolare* Ladungsverteilung, bei der die einzelnen granularen Teilchen überwiegend Ladung desselben Vorzeichens tragen, und *bipolare* Ladungsverteilung, hier sind negative und positive Ladungen gleichstark vertreten und die Gesamtladung aller granularen Teilchen ist annähernd neutral.

In industriellen Verfahren trifft man beide Sorten der Ladungsverteilung an. Bei der Altplastiksartierung im Recycling Prozess ist es die bipolare Ladungsverteilung: Ein Gemisch von verschiedenen Plastikabfällen wird durch Pressluft in einem Container in den Zustand eines granularen Gases angeregt. Die gegenseitigen Stöße der unterschiedlichen Kunststoffe laden diese gegeneinander auf und eine bipolare Verteilung stellt sich ein, wobei die jeweilige Ladung der Teilchen durch ihr Material bestimmt wird. Das so geladene Gemisch wird in den oberen Teil eines Separationskondensators geleitet, wo starke elektrische Felder die Teilchen auf ihrem Fall nach Ladung trennen. Am Fuße des Kondensators befinden sich Auffangbehälter, in denen nun die Teilchen nach Material sortiert hineinfallen. Ein solches elektrostatisches Verfahren ermöglicht die Trennung von Kunststoffen gleicher Dichte, bei denen herkömmliche mechanische Trennverfahren nicht greifen, da diese immer auf einen Dichteunterschied der zu sortierenden Substanzen angewiesen sind. Inoulet und Castle [47] geben an, mit diesem Verfahren aus einem Gemisch von Akryl, Polyethylen, PVC und Nylon die Bestandteile

¹⁵ *Tribo* von gr.: *reiben*.

wieder zu 98% separiert zu haben. Aber auch für die Verwendung monopolarer Ladungsverteilung findet man schnell ein industrielles Beispiel mit ökologischer Bedeutung: Für die Lackierung von Metallen wurde ein bindemittelfreies Verfahren entwickelt, bei dem der Lack in Pulverform durch eine Düse auf das zu lackierende Objekt geblasen wird. Das Pulver wird beim Austritt aus der Düse monopolar aufgeladen und bleibt an der Oberfläche des Metalls haften, welches entsprechend gegengeladen oder geerdet wurde. Das so beschichtete Objekt wird anschließend gebrannt, wodurch der Prozess der Lackierung abgeschlossen ist.

Aber elektrostatische Aufladung wird nicht nur willentlich herbeigeführt, sondern ist der generische Fall im granularen Fluss. Tatsächlich müssen Experimentatoren spezielle Bedingungen herbeiführen, um elektrostatische Aufladung gering genug zu halten [3]. Im granularen Rohrfluss findet man sowohl bipolare als auch monopolare Ladungsverteilung für die fließenden Teilchen. Hierbei ist die übereinstimmende Meinung verschiedener Experimentatoren, dass transportierte Isolatorteilchen gleichen Materials eine monopolare Verteilung zeigen, wenn sie in einem Metallrohr transportiert werden [7, 72, 98, 73]. Werden die Teilchen dagegen in einem Isolatorrohr transportiert, so zeigt sich ein deutlicher Unterschied: Bei einem freien Fall durch das Rohr beobachtet man auch hier eine monopolare Ladungsverteilung, während ein pneumatischer Transport die Teilchen eher bipolar aufbläht [56]. Im Falle der monopolen Ladungsverteilung ist die Oberflächenladungsdichte annähernd konstant unter den Teilchen [72], wobei das Vorzeichen der Ladung von der Transportgeschwindigkeit abhängt [73], jedoch hier — im Gegensatz zum Isolatorrohr — auch für hohe Flussraten eine monopolare Verteilung beobachtet wird. Hohe Luftfeuchtigkeit dagegen verhindert die elektrostatische Aufladung der Teilchen vollkommen [3, 72].

1.3 Ziel der Arbeit

Welchen Einfluss hat nun die elektrische Ladung auf das Verhalten granularer Systeme? Zwar ist die Dynamik neutraler granularer Materie eingehend studiert worden, doch man weiß noch recht wenig darüber, was sich durch elektrische Ladung ändert. Diese Arbeit geht einen systematischen Weg, indem die Systeme betrachtet werden, für die sich elektrische Ladung am stärksten auswirkt: Verdünnte Systeme oder granulare Gase. Hier sind die Teilchen nur während der Stöße in direktem Kontakt und die langreichweitigen elektrostatischen Wechselwirkungen können dominant werden. Die Untersuchung der elektrisch geladenen granularen Gase konzentriert sich auf das Phänomen der Kollisionskühlung, da diese die Dynamik verdünnter Systeme bestimmt. Die obige Frage mag man also detaillierter formulieren: Wie verändert elektrische Ladung die Kollisionskühlung granularer Gase? Diese Arbeit untersucht wegen des einfacheren Zugangs die Kollisionskühlung ausschließlich für monopolar geladene Systeme.

Das für die Untersuchung elektrisch geladener granularer Materie verwendete Modell wird in Kapitel 2 vorgestellt. Es wurde so gestaltet, dass es eine kompakte Beschreibung der relevanten Mechanismen ermöglicht. So werden die dissipativen Stöße vollständig durch einen konstanten Restitutionskoeffizienten beschrieben, da in einem granularen Gas — wie oben beschrieben — die tatsächliche Natur der dissipativen Kontaktkräfte zweitrangig für die Dynamik des Systems ist. Die elektrische Ladung wird als konstante Teilcheneigenschaft betrachtet, d.h. Teilchen können weder Ladung abgeben noch aufnehmen, sondern diese behält ihre einmal festgesetzte Größe. Dies geschieht, weil wir hier weniger an dem Prozess der Ladungsgenerierung interessiert sind, sondern daran, wie sich ein einmal geladenes System verhält. Wir wären bei der Betrachtung der Ladungserzeugung auch mit dem oben erwähnten Problem konfrontiert, dass der mikroskopische Prozess der Kontaktaufladung wenig verstanden ist. Die Wahl fester Ladungsgrößen ist vor dem Hintergrund gerechtfertigt, dass wir nur monopolare Ladungsverteilungen untersuchen. In diesen stoßen Teilchen mit Ladungen gleichen Vorzeichens miteinander und die Bedeutung des Ladungsaustauschs ist hier verschwindend im Vergleich zu einer bipolaren Verteilung. Ein wichtiger Gesichtspunkt bei der Konstruktion des Modells war auch der Wunsch nach einer effizienten Computersimulation elektrisch geladener Materie. Details ihrer Implementierung werden in Kapitel 3 erläutert.

