

Anwendungen der Wavelet-Transformation in Übertragungssystemen

DEM FACHBEREICH ELEKTROTECHNIK DER
GERHARD-MERCATOR-UNIVERSITÄT - GESAMTHOCHSCHULE DUISBURG
ZUR ERLANGUNG DES AKADEMISCHEN GRADES EINES
DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN
VORGELEGTE

Dissertation

eingereicht am: 30. November 1998
von: Jürgen Niederholz
aus Geldern

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Zeit-Frequenz-Transformationen	4
2.1	Grundlegende Definitionen und Konventionen	5
2.2	Die Fourier-Transformation	7
2.3	Lineare zeitlich-spektrale Signaldarstellungen	8
2.3.1	Unschärferelation und Phasenraumdarstellung in der Zeit-Frequenz-Ebene	10
2.3.2	Die Gabor-Transformation	15
2.3.3	Die Kurzzeit-Fourier-Transformation	23
2.4	Zusammenfassung	26
3	Die kontinuierliche Wavelet-Transformation	29
3.1	Konstruktion und Inversion der kontinuierlichen Wavelet-Transformation	31
3.2	Eigenschaften der kontinuierlichen Wavelet-Transformation	34
3.3	Signalanalyse mit der kontinuierlichen Wavelet-Transformation	39
3.4	Diskretisierung der Transformationsparameter	39
3.5	Skalierung versus Modulation	46
4	Wavelets und Filterbänke	48
4.1	Grundlegende Definitionen und Konventionen für zeitdiskrete Signale	49
4.2	Spektraltransformationen zeitdiskreter Signale	51
4.3	Filter, Über- und Unterabtastung und Filterbänke	54

4.3.1	Über- und Unterabtastung im Zeit- und Frequenzbereich	56
4.3.2	Analyse- und Synthesefilterbänke	60
4.4	Perfekt rekonstruierende Filterbänke	63
4.5	Orthonormale Filterbänke	65
4.6	Die Multi-Skalen-Analyse	68
4.6.1	Die Multi-Skalen-Approximation von Signalen	69
4.6.2	Die Signalzerlegung in Multi-Skalen-Details	73
4.6.3	Die Signalrekonstruktion aus Approximation und Details	75
4.7	Die rekursive Skalierungsfunktionsberechnung	78
4.7.1	Existenz der Skalierungsfunktion und deren Berechnung aus den Inter- skalenkoeffizienten	78
4.7.2	Eigenschaften der Wavelet-Elementarfunktionen in Abhängigkeit der Interskalenkoeffizienten	83
4.8	Biorthogonale Wavelets und Wavelet-Pakete	88
4.9	Zusammenfassung	93
5	Anwendungen der Wavelet-Transformation in Übertragungssystemen	95
5.1	Schematische Darstellung eines digitalen Übertragungssystems	96
5.2	Ziele der Wellenformcodierung in Übertragungssystemen	98
5.3	EKG-Signale: nichtstationäre Signale mit zeitvariantem Informationsgehalt .	101
5.4	Wellenformcodierung von EKG-Signalen mit der Wavelet-Paket-Transformation	108
5.4.1	Vorverarbeitung: Überführung in vektorielle Darstellung	112
5.4.2	Anpassung an nichtstationären Informationsgehalt durch nichtlineare Schwellwertquantisierung	115
5.4.3	Lokale energetische Konzentration und Korrelationsberücksichtigung mit der Wavelet-Paket-Transformation	124
5.4.4	Reduktion des Dynamikbereichs der Entwicklungskoeffizienten durch Prädiktion	137
5.4.5	Signalrekonstruktion und Codierung der Seiteninformationen	142
5.4.6	Zweiter Quantisierungsschritt und Huffman-Codierung	144
5.4.7	Wellenformcodierung mit vorgegebener Verzerrung	149

5.4.8	Wellenformcodierung mit vorgegebener Übertragungsrate	155
6	Zusammenfassung und Ausblick	159
A	Zeit-Frequenz-Verteilungen am Beispiel der Wigner-Verteilung	172
B	MIT-BIH Datenbasis, repräsentative Signalrealisation	179
C	Gleichsetzung von Entwicklungskoeffizienten und Abtastwerten	181

Abbildungsverzeichnis

2.1	Fourier-Transformation zweier Signale mit gleichen Frequenzkomponenten . . .	10
2.2	Zeit-Frequenz-Atome in der Zeit-Frequenz-Ebene	14
2.3	Signal in Phasenräumen verschiedener Funktionensysteme	16
2.4	Gabor-Transformationen eines nichtstationären Signals	19
2.5	Gaborsche Elementarfunktionen bei kritischer Abtastung $T\Omega = 2\pi$	21
2.6	Gaborsche Elementarfunktionen im Phasenraum	22
2.7	Analyse- und Synthesefenster der Gaborschen Reihenentwicklung	23
2.8	Realisation der Kurzzeit-Fourier-Transformation durch Filterbänke	26
3.1	Mother-Wavelets und ihre Spektren	35
3.2	Wavelet-Elementarfunktionen als Zeit-Frequenz-Atome	37
3.3	Zeitliche und spektrale Einflußbereiche der kontinuierlichen Wavelet-Transformation	38
3.4	Kontinuierliche Wavelet-Transformation nichtstationärer Signale	40
3.5	Abtastgitter der diskreten Wavelet-Transformation im Phasenraum	43
4.1	Analyse- und Synthesefilterbank	56
4.2	Unterabtastung im Zeit- und Frequenzbereich	57
4.3	Überabtastung im Zeit- und Frequenzbereich	58
4.4	Überabtastung nach Unterabtastung im Zeit- und Frequenzbereich	60
4.5	Dyadische Analysefilterbank zur Berechnung der diskreten Wavelet-Transformation	73
4.6	Spektrale Darstellung der Signalzerlegung in Approximation und Detail . . .	76
4.7	Dyadische Synthesefilterbank zur Signalrekonstruktion	77

4.8	DX-, SX-, CX-Mother-Wavelets und Skalierungsfunktionen	86
4.9	Spline-Wavelet-Familie mit B-Spline 2-ter Ordnung als Skalierungsfunktion	91
4.10	Wavelet-Paket-Bäume und zugehörige Phasenraumdiagramme	92
4.11	Wavelet-Paket-Elementarfunktionen im Zeit- und Frequenzbereich	93
5.1	Schema eines digitalen Übertragungssystems	97
5.2	Prinzipieller Aufbau von Wellenformcodierung und -decodierung	100
5.3	Ausschnitt aus der MIT-BIH-Datenbasis Aufzeichnung 5s	102
5.4	Ausschnitt aus der MIT-BIH-Datenbasis Aufzeichnung 7s	103
5.5	Periodogramm eines EKG-Signalausschnittes	106
5.6	Verteilungsdichtefunktion einer transienten EKG-Signalphase	109
5.7	Blockschema des Wellenformcodierungsalgorithmus	113
5.8	Das Abklingverhalten der normierten Varianzen für verschiedene Transfor- mationen	123
5.9	Lineare und logarithmische Darstellung der Verteilung der Koeffizientenbeträge	125
5.10	Prinzip der Best-Basis-Suche	128
5.11	Wavelet-Paket-Baum und α -Basisfunktionen	135
5.12	Korrelative Zusammenhänge zwischen den Entwicklungskoeffizienten	136
5.13	Prädiktion und Rekonstruktion von α - und β -Koeffizienten	138
5.14	Anpassung der Prädiktionsgewichte	142
5.15	Darstellung der Beteiligungswahrscheinlichkeit	145
5.16	Prädiktionsfehler in Abhängigkeit von Block- und Vektorindex	146
5.17	Bit-, Übertragungsraten und Verzerrungen für \bar{N}_D	151
5.18	Vergleich von Übertragungsraten und Verzerrungen	152
5.19	Qualitative Kompressionsergebnisse	154
5.20	Bit-, Übertragungsraten und Verzerrungen für \bar{N}_I	156
A.1	Zwei Signale zur Veranschaulichung der Wigner-Verteilung	175
A.2	momentane Korrelationsfunktion und Wigner-Verteilungen zweier Signale	177
A.3	Pseudo-Smoothed-Wigner-Verteilungen zweier Signale	178

C.1 Spektren von repräsentativen EKG-Signal, Raised-Cosine-Filter und Skalierungsfunktionen 183

Tabellenverzeichnis

2.1	Zeit-Bandbreite-Produkte Gaußscher Elementarfunktionen und Wavelets . . .	12
3.1	Gegenüberstellung der Wavelet- und Kurzzeit-Fourier-Transformation	47
5.1	Gegenüberstellung der geometrischen Varianzmittelwerte für verschiedene Trans- formationen	122
5.2	Indizes der α -Koeffizienten	133
5.3	Beteiligungswahrscheinlichkeiten der Entwicklungskoeffizienten	144
5.4	Varianzen der β -Koeffizienten und der β -Prädiktionsfehler	148
5.5	Quantitative Ergebnisse der Wellenformcodierung für vorgegebene Verzerrung	155
5.6	Quantitative Ergebnisse der Wellenformcodierung für vorgegebene Übertra- gungsrate	158
B.1	Indexzuweisung für die MIT-BIH EKG-Aufzeichnungen	179
B.2	Zusammensetzung des repräsentativen Signals ${}^{\text{rep}}\mathbf{s}$	180

Symbolverzeichnis

Römische Buchstaben

\mathcal{A}_l	Approximationsraum bei der Auflösungs­skala S_l
\mathbf{A}	Analysematrix einer Filterbank
\mathbf{A}_{klt}	Transformationsmatrix der KLT
$\mathcal{A}_l\{\cdot\}(t)$	Approximationsabbildung bei der Auflösungs­skala S_l
a	Skalierungsparameter
A	­feste aber beliebige Skalierung
\mathcal{B}	Menge von Vektoren
$\mathcal{B}\{\cdot\}$	Best-Basis-Suche
\mathbf{b}_k	k -ter Vektor der Vektorenmenge \mathcal{B}
b	Translationsparameter von Zeitfenstern und Wavelets
B	­feste aber beliebige Translation
\mathcal{C}_ψ	Menge der Wavelet-Transformationskoeffizienten
$\mathcal{C}\{\cdot\}$	Kostenfunktion
\mathbf{C}_α	Prädiktionskoeffizientenmatrix
\mathbf{C}_β	Prädiktionskoeffizientenmatrix
$C^\Gamma(\mathbb{R})$	Menge der Γ -mal stetig differenzierbaren Funktionen
C_{kanal}	Kanalkapazität
C_{max}	obere Rahmengen­ze
C_{min}	untere Rahmengen­ze
C_ψ	Zulässigkeitskonstante des Mother-Wavelets $\psi(t)$
$c_{k,l}$	zum Wavelets $\psi_{k,l}(t)$ gehöriger Transformationskoeffizient
\mathcal{D}_l	Detailraum bei der Auflösungs­skala S_l
$\mathcal{D}_l\{\cdot\}(t)$	Detailabbildung bei der Auflösungs­skala S_l
\mathbf{D}	Dezimationsmatrix
D	Signalverzerrung
$d_{k,l}$	Transformationskoeffizient des dualen Wavelets $\tilde{\psi}_{k,l}(t)$
\mathbf{e}	Approximationsfehlervektor
\mathbf{y}	Transformationskoeffizientenvektor
E_s	Energie des Signals $s(t)$
$E_{\text{prä}}$	prädizierte Energie
$E_{\mathbf{s}}$	Energie des Vektors \mathbf{s}

\mathcal{F}	Fourier-Funktionensystem
\mathcal{F}_w	Kurzzeit-Fourier-Funktionensystem
$\mathcal{F}_{\tilde{w};T,\Omega}$	zu $\mathcal{F}_{w;T,\Omega}$ duales Kurzzeit-Fourier-Funktionensystem
$\mathcal{F}_{w;T,\Omega}$	diskret parametriertes Kurzzeit-Fourier-Funktionensystem
$\tilde{f}_{\mathcal{G}_{\sigma;T,\Omega};k,l}(t)$	biorthogonale Elementarfunktion zu $f_{\mathcal{G}_{\sigma;T,\Omega};k,l}(t)$
$\mathcal{F}\{\cdot\}(\omega)$	Fourier-Transformation
$\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}(t)$	inverse Fourier-Transformation
$\mathcal{F}_{\tilde{w};T,\Omega}^{-1}\{\cdot\}(t)$	inverse diskret parametrierte Kurzzeit-Fourier-Transformation
$\mathcal{F}_{\tilde{w}}^{-1}\{\cdot\}(t)$	inverse Kurzzeit-Fourier-Transformation
$\mathcal{F}_w\{\cdot\}(b, \omega)$	Kurzzeit-Fourier-Transformation
$\mathcal{F}_{w;T,\Omega}\{\cdot\}(k, l)$	diskret parametrierte Kurzzeit-Fourier-Transformation
$f(t)$	Elementarfunktion eines Funktionensystems
f_{abt}	Abtastrate
$f_{\mathcal{F}_w;b,\omega}(t)$	Elementarfunktion des Kurzzeit-Fourier-Funktionensystem
$f_{\mathcal{F}_{\tilde{w};T,\Omega};k,l}(t)$	zu $f_{\mathcal{F}_{w;T,\Omega};k,l}(t)$ duale Elementarfunktion
$f_{\mathcal{F}_{w;T,\Omega};k,l}(t)$	Elementarfunktion des diskret parametrierten Kurzzeit-Fourier-Funktionensystems
$f_{\mathcal{G}_{\sigma;T,\Omega};k,l}(t)$	Elementarfunktion des diskretisierten Gabor-Funktionensystems
$f_{k,l}$	Entwicklungskoeffizienten der diskret parametrierten Kurzzeit-Fourier-Transformation
$f_{\mathcal{F};\omega}(t)$	Elementarfunktion des Fourier-Funktionensystems
$f_{\mathcal{G}_{\sigma};b,\omega}(t)$	Elementarfunktion des Gabor-Funktionensystems
\mathcal{G}_{σ}	Gabor Funktionensystem
$\mathcal{G}_{\sigma;T,\Omega}$	diskretisiertes Gabor-Funktionensystem
$\hat{g}(\omega)$	Fourier-Transformierte des Ausgangssignals $g(t)$
$\mathcal{G}_{\sigma}\{\cdot\}(b, \omega)$	Gabor-Transformation
$\mathcal{G}_{\sigma}^{-1}\{\cdot\}(t)$	inverse Gabor-Transformation
\mathbf{g}	Ergebnisvektor einer Filtermatrizenmultiplikation
G	Transformationsgewinn
$g(t)$	Ausgangssignal eines LTI-Systems
$g_0(n)$	tiefpaßgefiltertes Ausgangssignal der Analysefilterbank
$g_1(n)$	hochpaßgefiltertes Ausgangssignal der Analysefilterbank
$g_{k,l}$	Gabor-Koeffizient
$\hat{h}(\omega)$	Übertragungsfunktion des Systems mit Stoßantwort $h(t)$
$\tilde{\mathbf{H}}$	Synthesefiltermatrix
$\tilde{\mathbf{H}}_0$	Tiefpaßfiltermatrix der Synthesefilterbank
$\tilde{\mathbf{H}}_1$	Hochpaßfiltermatrix der Synthesefilterbank
$\tilde{h}_0(n)$	Tiefpaßfilter der Synthesefilterbank
$\tilde{h}_1(n)$	Hochpaßfilter der Synthesefilterbank
\mathbf{H}	Filtermatrix
\mathbf{H}_0	Tiefpaßfiltermatrix der Analysefilterbank

\mathbf{H}_1	Hochpaßfiltermatrix der Analysefilterbank
\mathbf{H}_m	Modulationsmatrix
\mathbf{h}	Filterimpulsantwort als Vektor
\mathbf{h}_-	im Ursprung gespiegelter Vektor \mathbf{h}
$h(t)$	Stoßantwort eines LTI-Systems
$h_0(n)$	Tiefpaßfilter der Analysefilterbank
$h_1(n)$	Hochpaßfilter der Analysefilterbank
$h_\phi(n)$	Interskalenkoeffizientensequenz
$h_\psi(n)$	Intraskalenkoeffizientensequenz
H_s	Entropie
$H_{0,s}$	Entscheidungsgehalt
\mathcal{I}	Identitätsoperator
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
I	Übertragungsrate
I_s	Informationsfluß einer Nachrichtenquelle
k	Zeitindex
$K_\psi(b, a; b', a')$	Reproduktionskern des Mother-Wavelets ψ
l	Frequenz- oder Skalierungsindex
L	Signalverzögerung
$L^2(\mathbb{R})$	Menge der Energiesignale
$l^2(\mathbb{Z})$	Menge der zeitdiskreten Energiesignale
$l^2(\mathbb{Z})$	Menge der zeitdiskreten Energiesignale
$\mathcal{M}_\omega(B, A)$	spektraler Synthesebereich des festen Bildpunktes (B, A)
$\mathcal{M}_a(\Omega)$	Einflußbereich der Funktion $e^{j\Omega t}$
$\mathcal{M}_b(T)$	Einflußbereich eines Dirac-Impulses $\delta(t - T)$
$\mathcal{M}_t(B, A)$	zeitlicher Synthesebereich des festen Bildpunktes (B, A)
\mathcal{M}_{wpt}	Menge der Wavelet-Paket-Transformationen
M	Anzahl der verschwindenden Wavelet-Momente
n	diskreter Zeitindex
N	Länge eines FIR-Filters minus 1
N_s	Länge eines Signalvektors
N_0	Abstand zwischen zwei QRS-Komplexen
$N_{\text{alp},s}$	Zeichenumfang eines Quellenalphabets
N_{qrs}	Länge eines EKG-Zyklus-Vektors
N_{qrs}	Länge eines EKG-Zyklus
$N_D(i)$	Entwicklungskoeffizientenanzahl bei der Schwellwertquantisierung
$N_I(i)$	Entwicklungskoeffizientenanzahl bei der Schwellwertquantisierung
$\hat{p}(z)$	normiertes Tiefpaßproduktfilter
$\hat{p}_0(z)$	Tiefpaßproduktfilter
$\hat{p}_1(z)$	Hochpaßproduktfilter
$\mathcal{P}_{ss}(t, \omega)$	Zeit-Frequenz-Verteilung

P	Permutationsmatrix
P	Grad eines Polynoms
$p_s(x)$	Auftrittswahrscheinlichkeit des Amplitudenwertes x im Signal s
p_{kanal}	Bitfehlerrate
$P_{ss}(e^{j\omega})$	Periodogramm
\mathcal{Q}_{pdf}	Quantisierungsoperation
$\mathcal{Q}_{ND(i)}$	Schwellwertquantisierung
\mathcal{Q}_s	Quellenalphabet
Q	Güteindex
ΔH_s	Redundanz
\mathbf{R}_{ss}	Kovarianzmatrix
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{R}^{>0}$	Menge der reellen Zahlen größer Null
\mathbf{r}	statistischer Vektor
R	Bitrate
$r(t, \tau)$	momentane Korrelationsfunktion
$R_{h_\phi h_\phi}^E(m)$	Autokorrelationssequenz der Interskalenkoeffizienten $h_\phi(n)$
$R_{ss}^E(\tau)$	Autokorrelationsfunktion des Energiesignals $s(\tau)$
$R_{ss}(m)$	Autokorrelationsfunktion eines stationären Prozesses
$\hat{s}(e^{jm})$	diskrete Fourier-Transformierte der Sequenz $s(n)$
$\hat{s}(e^{j\omega})$	Fourier-Transformierte der Sequenz $s(n)$
$\hat{s}(z)$	z -Transformierte der Sequenz $s(n)$
$\hat{s}(\omega)$	Fourier-Transformierte des Signals $s(t)$
$\hat{s}_w(b, \omega)$	Kurzzeit-Fourier-Transformierte des Signals $s(t)$
$\mathcal{S}_{\text{dis};\phi}^{(l)}\{\cdot\}(k)$	diskrete Approximation bezüglich der Skalierungsfunktion $\phi(t)$ bei der Auflösungs­skala S_l
S	Synthesematrix einer Filterbank
\mathbf{s}	diskretes Signal als Vektor
\mathbf{s}'	rekonstruierter Signalvektor
\mathbf{s}_i	Realisation des Zufallsvektors \mathbf{X}_{s_i}
${}^j\mathbf{s}$	Realisation des Zufallsprozesses \mathbf{X}_s
$s'(n)$	Ausgangssignal der Synthesefilterbank
$s(n)$	zeitdiskretes Signal
$s(t)$	Signal als Funktion der Zeit
$s^+(t)$	analytisches Signal zu $s(t)$
S_l	Auflösungs­skala
s_n	n -te Komponente des Vektors \mathbf{s}
$s_{\text{app};l}(t)$	Approximationssignal von $s(t)$ bei der Auflösungs­skala S_l
$s_{\text{det};l}(t)$	Detailsignal von $s(t)$ bei der Auflösungs­skala S_l
$s_{\text{leit}}(t)$	leitungscodiertes Signal
$s_{\text{quell}}(n)$	quellcodiertes Signal

$s_{\text{seg};i}(n)$	i -tes Segment der Sequenz s_n
$S_{ss}(e^{j\omega})$	Leistungsdichtespektrum
\mathbf{T}^k	Translationsmatrix
t	normierte Zeit
T	feste aber beliebige Zeiteinheit
$t_{0,s}$	Mittelpunkt der effektiven Ausdehnung
\mathbf{U}	Expansionsmatrix
$\mathcal{V}_{ss}(t, \omega)$	Wigner-Verteilung
$v_l(k)$	Approximationssequenz bei der Auflösungs skala S_l
$\tilde{w}(t)$	duale Fensterfunktion zu $w(t)$
$\mathcal{W}_{\psi}^{-1}\{\cdot\}(t)$	inverse kontinuierliche Wavelet-Transformation
$\mathcal{W}_{\psi}\{\cdot\}(b, a)$	kontinuierliche Wavelet-Transformation
$\mathcal{W}_{\text{dis};\psi}\{\cdot\}(k, l)$	diskrete Wavelet-Transformation
$\mathcal{W}_{\text{dis};\psi}^{-1}\{\cdot\}(t)$	inverse diskrete Wavelet-Transformation
\mathcal{W}_{wpt}	Wavelet-Paket-Transformation
\mathbf{W}_{wpt}	Matrix der Wavelet-Paket-Koeffizienten
\mathbf{w}	Vektor der sortierten Entwicklungskoeffizienten
\mathcal{W}_{ψ}	Wavelet-Funktionensystem
$\mathcal{W}_{\text{dis};\tilde{\psi}}$	zu $\mathcal{W}_{\text{dis};\psi}$ duales diskret parametrisiertes Wavelet-Funktionensystem
$\mathcal{W}_{\text{dis};\psi}$	diskret parametrisiertes Wavelet-Funktionensystem
$\mathcal{W}_{\text{dyad};\tilde{\psi}}$	zu $\mathcal{W}_{\text{dyad};\psi}$ duales dyadisches Wavelet-Funktionensystem
$\mathcal{W}_{\text{dyad};\psi}$	Funktionensystem dyadischer Wavelets
$w_{\text{gauß};\sigma}(t)$	Gauß-Funktion als Fensterfunktion
$\tilde{w}_{\text{gauß};\sigma}(t)$	duales Fenster zu $w_{\text{gauß};\sigma}(t)$
$w(t)$	Fensterfunktion
\mathbf{X}_s	vektorwertiger Zufallsprozeß
$\mathbf{X}_{s,\text{ekg}}$	vektorwertiger EKG-Zufallsprozeß
\mathbf{X}_{s_i}	Zufallsvektor des Zufallsprozesses \mathbf{X}_s
x	Amplitudenhilfsvariable
\mathbb{Z}	Menge der ganzen Zahlen
z	komplexe Variable der z -Transformation

Griechische Buchstaben

Λ	Eigenwertematrix
χ	Anzahl der Zufallsvektoren eines Zufallsprozesses
$\delta(n)$	Kronecker-Symbol
$\delta(t)$	Dirac-Impuls
$\Delta_{\omega,s}$	effektive Bandbreite
$\Delta_{\omega,s}^+$	effektiven Bandbreite eines reellen Bandpaßsignals
$\Delta_{t,s}$	effektive Ausdehnung
Γ	Regularitätsindex des Mother-Wavelets
γ^2	spektrale Glätte

λ	Eigenwert
$\tilde{\psi}(t)$	zu $\psi(t)$ duales Mother-Wavelet
$\tilde{\psi}_{b,2^i}(t)$	zu $\psi_{b,2^i}(t)$ duales dyadisches Wavelet
$\tilde{\psi}_{k,l}(t)$	zu $\psi_{k,l}(t)$ duales diskret parametriertes Wavelet
μ_{quant}	Quantisiererbeiwert
ω	normierte Frequenz
Ω	beliebige aber feste Frequenz
$\omega_{0,s}$	Mittelpunkt der effektiven Bandbreite
$\omega_{0,s}^+$	Mittelpunkt der effektiven Bandbreite eines reellen Bandpaßsignals
$\phi(t)$	Skalierungsfunktion
$\psi(t)$	Mother-Wavelet
$\psi_{b,2^i}(t)$	dyadisches Wavelet
$\psi_{b,a}(t)$	Wavelet
$\psi_{k,l}(t)$	diskret parametriertes Wavelet
$\rho(n)$	Innere-Produkt-Sequenz der Skalierungsfunktion
σ	Streuungsparameter des Gauß-Impulses
σ_s^2	Varianz des Zufallssignals s
$\sigma_w^2(n)$	Varianz des Zufallssignals n -ten sortierten Entwicklungskoeffizienten
τ	normierter Zeitparameter
v	Tiefe des Wavelet-Paket-Baums
ϱ	geometrisches Mittel
ϵ	Prädiktionsfehlervektor
ξ	Anzahl statistisch abhängiger benachbarter Werte
$\Xi(\tau, \theta)$	Kern einer Zeit-Frequenz-Verteilung
$\Xi_{\text{bi}}(t - \tau, \omega - \theta)$	bilinearer Kern einer Cohenschen Zeit-Frequenz-Verteilung
ζ	Modulationsparameter einer Wavelet-Paket-Elementarfunktion

Mathematische Symbole

$\langle \cdot, \cdot \rangle$	Inneres Produkt
*	komplexe Konjugation
$E\{\cdot\}$	Erwartungswert
$\ \cdot\ $	$L^2(\mathbb{R})$ -Norm eines Signals
*	Faltungssymbol
\star	Korrelationssymbol
$\text{Re}\{\cdot\}$	Realteil einer komplexen Größe
$\text{Im}\{\cdot\}$	Imaginärteil einer komplexen Größe
$*_{t,\omega}$	zweidimensionale Faltung bezüglich t und ω
\times	karthesisches Produkt
\cdot^T	Transponierte
\cdot^H	hermitesche Transponierte
\det	Determinante einer Matrix
$(\downarrow 2^i)$	2^i -fache Unterabtastung

$(\uparrow 2^i)$	2^i -fache Überabtastung
$\bigcup_{l \in \mathbb{Z}}$	Vereinigungsmenge einer mit l indizierten Raumfolge
$\bigcap_{l \in \mathbb{Z}}$	Schnittmenge einer mit l indizierten Raumfolge
\oplus	orthogonale Summe zweier Funktionenräume
\perp	Orthogonalität zwischen Funktionenräume
\bigoplus	orthogonale Summe mehrerer Funktionenräume
$\#$	Anzahl der Mengenelemente